

( Bu bölümde işlenecek olan konuların, matematik müfredat programındaki yeri altta gösterilmiştir. )

## **12. 5. TÜREV**

### **12. 3. 1. Limit ve Süreklilik**

**Terimler ve Kavramlar:** Bir noktada limit, sağdan limit, soldan limit, süreklilik

**12. 5. 1. 1.** Bir fonksiyonun bir noktadaki limiti, soldan limit ve sağdan limit kavramlarını açıklar.

**A )** Limit kavramı bir bağımsız değişkenin verilen bir sayıya yaklaşmasından hareketle, tablo ve grafikler yardımıyla açıklanır.

**B )** Bilgi ve iletişim teknolojilerinden yararlanılır.

**C )** Cauchy'nin çalışmalarına yer verilir.

### **12. 5. 1. 2. Limit ile ilgili özellikleri belirterek uygulamalar yapar.**

**A )** Polinom, köklü, üstel, logaritmik ve trigonometrik fonksiyonlar içeren limit uygulamaları yapılır ancak sonsuz için limit, sonucu  $\neq \infty$  olan durumlara girilmez.

**B )** Sadece pay ve paydası çarpanlarına ayrılarak belirsizliğin kaldırılabilceği limit örneklerine yer verilir.

### **12. 5. 1. 3. Bir fonksiyonun bir noktadaki sürekliliğini açıklar.**

**A )** Fonksiyonun grafiği üzerinde sürekli ve süreksiz olduğu noktalar buldurulur.

**B )** Limitin tarihsel gelişiminden ve Salih Zeki'nin bu alana katkılarından bahsedilir.

**C )** Bilgi ve iletişim teknolojileri yardımıyla süreklilik uygulamaları yaptırılır.

# 5. ÜNİTE : TÜREV

## Limit Ve Süreklilik

### Limit

$y = f(x) = -x + 5$  fonksiyonunun  $x$  ve  $y$  değerlerinin alttaki tablosunu inceleyelim.

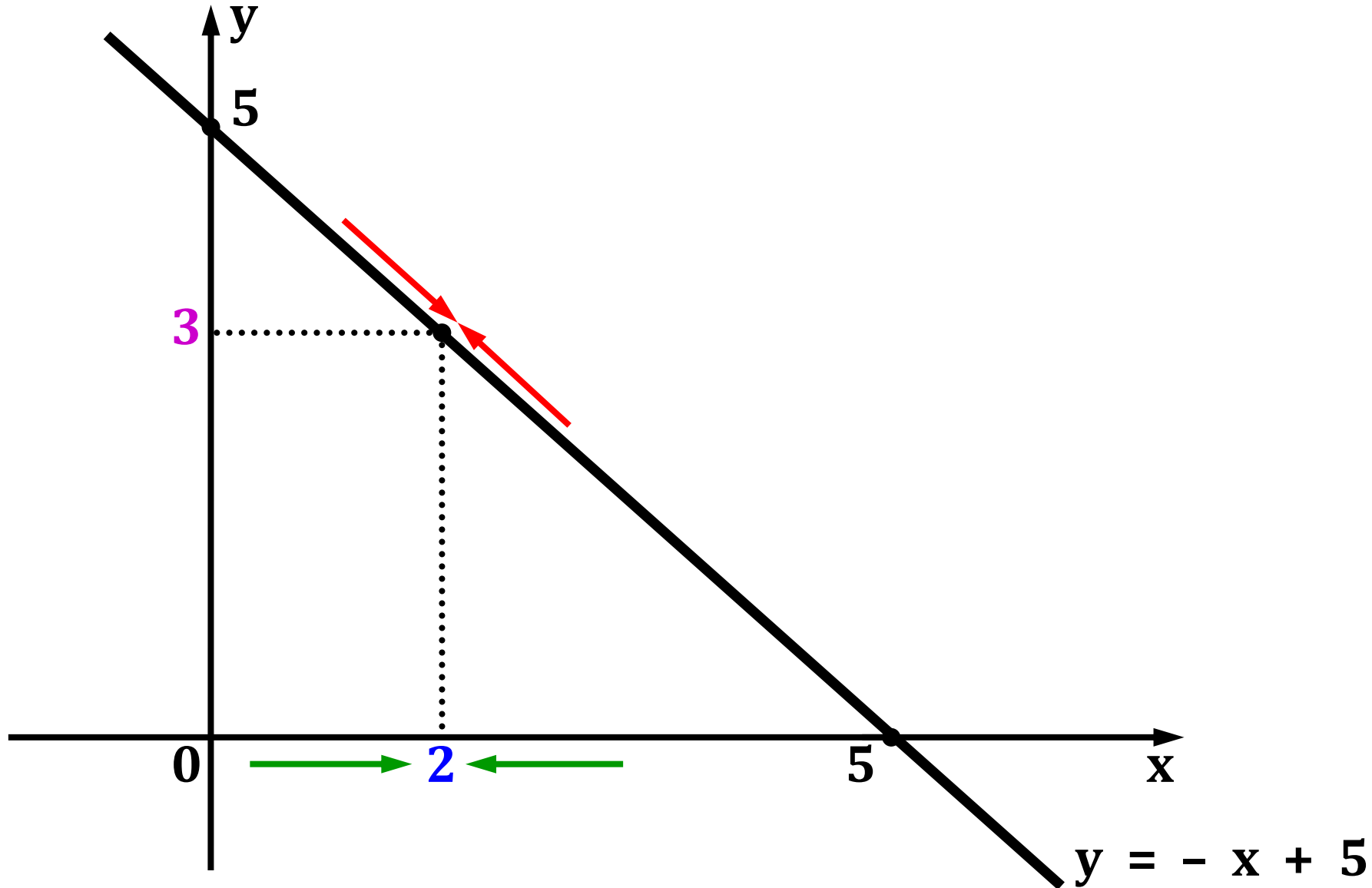
x	...	1,97	1,98	1,99	2	2,01	2,02	2,03	...
y	...	3,03	3,02	3,01	3	2,99	2,98	2,97	...

Tablodan da görüldüğü gibi  $x$  sayısı 2'ye yaklaştıkça,  $x$  sayısına karşılık gelen  $y$  sayısı da 3 sayısına yaklaşıyor.

Tablo değerlerini fonksiyonun grafiği üzerinde de görebiliriz. Bunun için doğrusal fonksiyonun grafiğini çizelim.

$x = 0$  için  $y = -0 + 5 = 5$

$y = 0$  için  $0 = -x + 5$  ise  $x = 5$  bulunur.



**Tanım :**  $f : \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}$  bir fonksiyon olsun.  $a$  ve  $l \in \mathbb{R}$  için;  $x$  değeri  $a$  sayısını alırken  $f ( x )$  fonksiyonunun sonucu  $l$  değerini alıyorsa, “  $f ( x )$  ’in limiti  $l$  ’dir ” denir.

$$\lim_{x \rightarrow a} f ( x ) = l \quad \text{olarak gösterilir.}$$

**Kural 1:** Özel durumlar hariç ( sağdan – soldan limit, belirsizlikler )  $\lim_{x \rightarrow a} f ( x ) = f ( a )$  olarak alınır.

Yani  $f$  fonksiyonunda  $x$  yerine  $a$  sayısını kullanır ve sonucu buluruz.

**Soru :**  $\lim_{x \rightarrow 5} ( 3x^2 - 4x + 7 ) = ?$

**Soru :**  $\lim_{x \rightarrow 3} (x^4 + 3x - 1) - \lim_{x \rightarrow -2} (9 - x^3) = ?$

*Soru :*  $\lim_{x \rightarrow -13} \left( \frac{\sqrt[3]{12 - 4x}}{3x + 27} \right) = ?$

**Not :** **a ve c**  $\in \mathbb{R}$  için;

$$1) \lim_{x \rightarrow a} [ f(x) \mp g(x) ] = \lim_{x \rightarrow a} f(x) \mp \lim_{x \rightarrow a} g(x)$$

$$2) \lim_{x \rightarrow a} [ f(x) \cdot g(x) ] = \lim_{x \rightarrow a} f(x) \cdot \lim_{x \rightarrow a} g(x)$$

$$3) \lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x)}{g(x)} = \frac{\lim_{x \rightarrow a} f(x)}{\lim_{x \rightarrow a} g(x)}$$

$$4) \lim_{x \rightarrow a} [ c \cdot f(x) ] = c \cdot \lim_{x \rightarrow a} f(x) \text{ olarak alınır.}$$

**V.b. kurallar çoğaltılabilir.**



**Soru:**  $f(x) = 4 + 6x$  ,  $h(x) = x^2 - 3x + 2$  fonksiyonları veriliyor. Buna göre ;

**A)**  $\lim_{x \rightarrow -2} [f(x) + h(x)] = ?$

**B)**  $\lim_{x \rightarrow 3} [f(x) \cdot h(x)] = ?$

**Soru:**  $f(x) = 5x - 7$  ,  $h(x) = 4x^3 - 14x + 1$  fonksiyonları veriliyor. Buna göre ;

**A)**  $\lim_{x \rightarrow 2} [f(x)]^{h(x)} = ?$

**B)**  $\lim_{x \rightarrow -1} |h(x) - f(x)| = ?$

**Soru:**  $f(x) = 3m + 6x - x^2 - 1$  fonksiyonu veriliyor.

$\lim_{x \rightarrow 4} f(x) = 31 - m$  ise  $m = ?$

**Soru:**  $f(x) = x^3 + 3x - 10 + k$  fonksiyonu veriliyor.

$$\lim_{x \rightarrow 2} f^2(x) = \lim_{x \rightarrow -1} [f(x) - k + 20] \text{ ise } k = ?$$

**Soru :**  $\lim_{x \rightarrow \pi/6} (\sin x + \cos 6x) = ?$

**Soru :**  $\lim_{x \rightarrow 60^\circ} \frac{8 \sin x \cdot \tan x}{\cos x} = ?$

**Soru :**  $\lim_{x \rightarrow \pi/12} [ \cos^2 x - \sin^2 x + \tan ( x - 15^\circ ) ] = ?$

**Soru :**  $\lim_{x \rightarrow \pi/4} \arccos(\tan x) = ?$

**Soru :**  $\lim_{x \rightarrow 1} [\arcsin x + \operatorname{arccot}(1 - x)] = ?$

**Soru :**  $\lim_{x \rightarrow 125} \log_{25} x^5 = ?$

**Soru :**  $\lim_{x \rightarrow -6} [ \log_2 ( x + 70 ) - \log_2 ( 2 - x ) ] = ?$



**Kural 2:**  $f(x) = c$  (  $c$  sabit,  $c \in \mathbb{R}$  ) fonksiyonunun sonucu,  $x$  bir  $a$  (  $a \in \mathbb{R}$  ) sayısına gitse de değişmez.

$\lim_{x \rightarrow a} f(x) = c$  olarak alınır.

$x \rightarrow a$

- Sabit fonksiyonda  $x$ 'li terim bulunmazdı.
- Sabit fonksiyon kesirli verilirse benzer terimlerin oranları birbirine eşitti.

**Soru:**  $f(x) = kx - 4x + 3k - m + 6$  fonksiyonunda her  $a \in \mathbb{R}$

için  $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = 10$  ise  $k.m = ?$

$x \rightarrow a$

**Soru :**  $f(x) = \frac{2mx - 5}{30 + 24x}$  fonksiyonunda her  $a \in \mathbb{R}$  için

$\lim_{x \rightarrow a} f(x) = k$  ise  $k.m = ?$

**Tanım:** **1)**  $f(x)$  fonksiyonunun  $x = a$  sayısına soldan yaklaşırken aldığı değere  $f$  fonksiyonunun “soldan limiti” adı verilir ve  $\lim_{x \rightarrow a^-} f(x)$  ile gösterilir.

$\lim_{x \rightarrow a^-} f(x) = l_1$  değerine de fonksiyonun “soldan limit değeri” adı verilir.

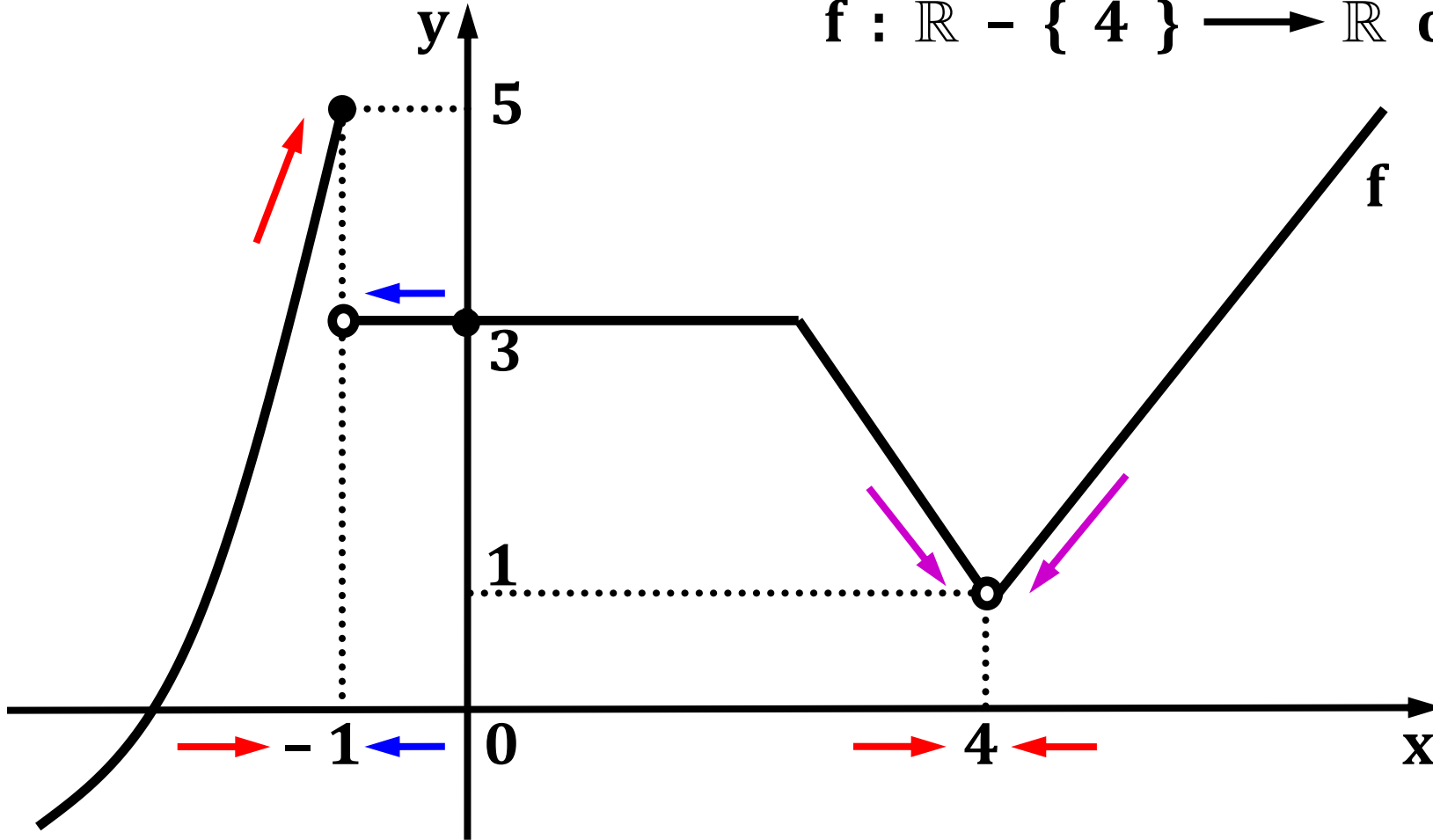
**2)**  $f(x)$  fonksiyonunun  $x = a$  sayısına sağdan yaklaşırken aldığı değere  $f$  fonksiyonunun “sağdan limiti” adı verilir ve

$\lim_{x \rightarrow a^+} f(x)$  ile gösterilir.

$\lim_{x \rightarrow a^+} f(x) = l_2$  değerine de fonksiyonun “sağdan limit değeri” adı verilir.

Örneğin alttaki grafiği verilen fonksiyonu inceleyelim.

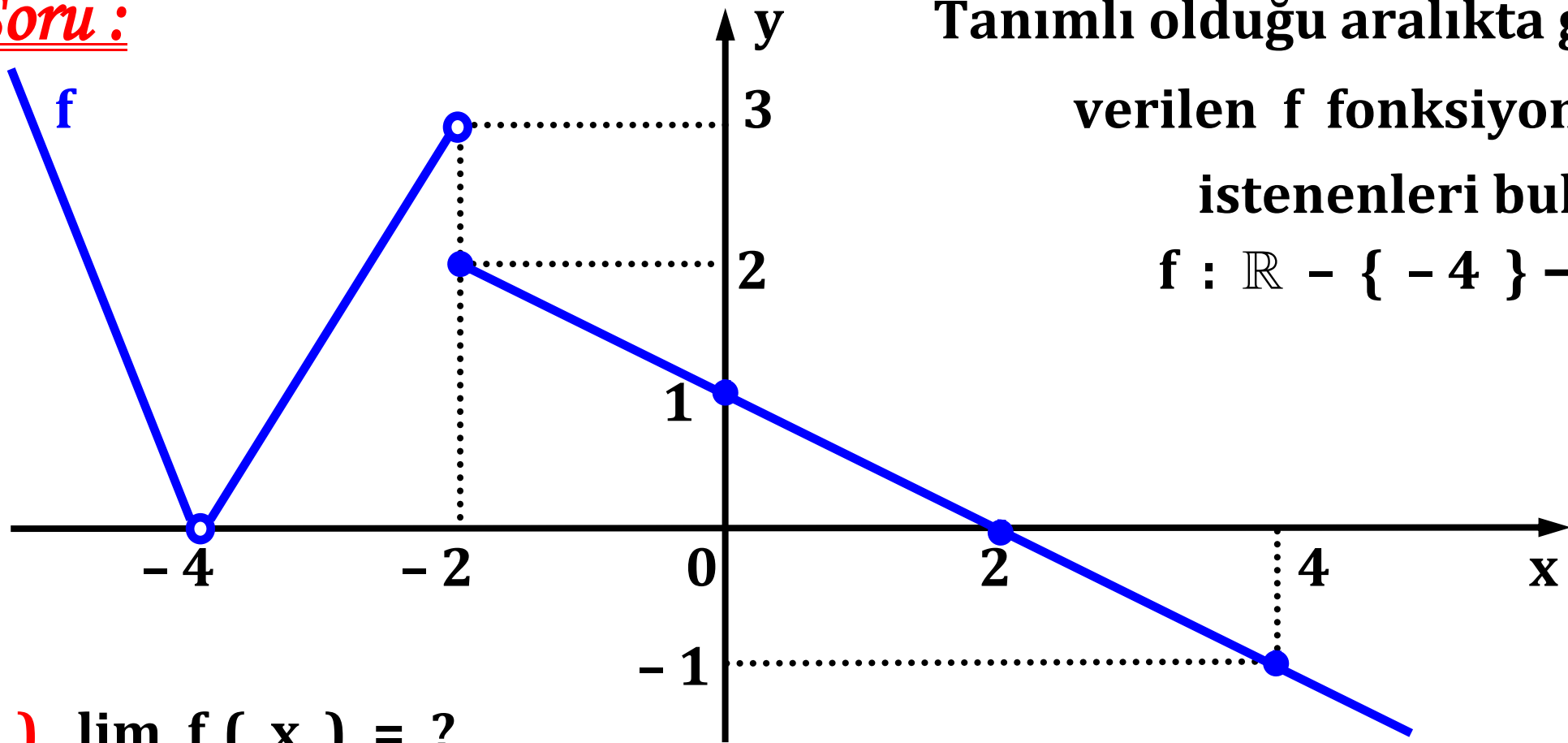
$f : \mathbb{R} - \{ 4 \} \longrightarrow \mathbb{R}$  olsun.



$\lim_{x \rightarrow -1^-} f(x) = 5$  ,  $\lim_{x \rightarrow -1^+} f(x) = 3$  ,  $\lim_{x \rightarrow 4^-} f(x) = 1$  ve

$\lim_{x \rightarrow 4^+} f(x) = 1$  olarak bulunur.

Soru :



Tanımlı olduğu aralıkta grafiği  
verilen  $f$  fonksiyonu için  
istenenleri bulunuz.

$$f : \mathbb{R} - \{ -4 \} \longrightarrow \mathbb{R}$$

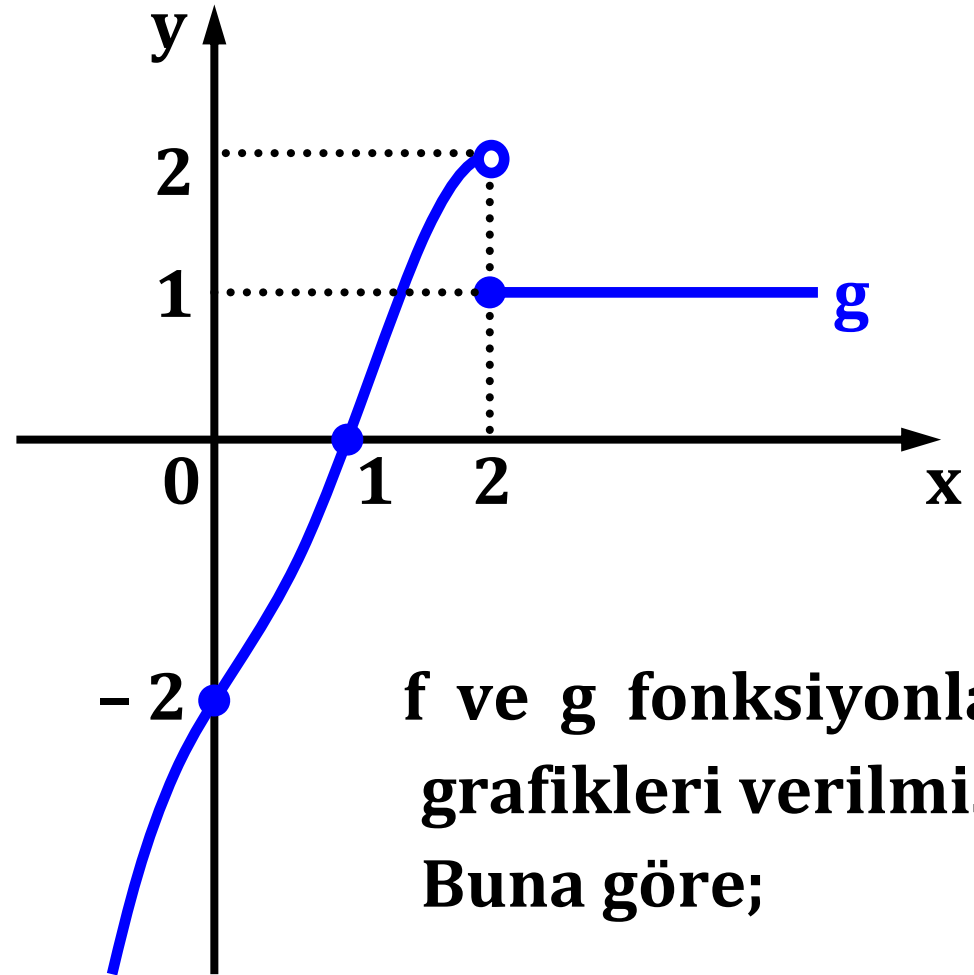
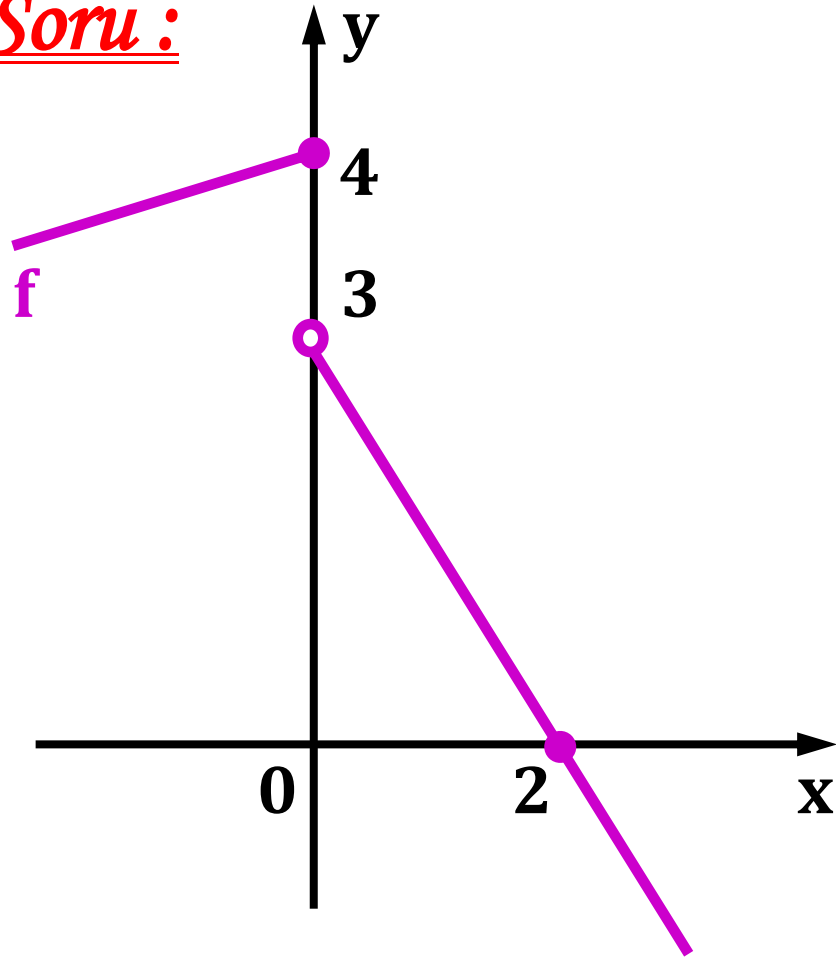
**A)**  $\lim_{x \rightarrow -2^+} f(x) = ?$

**C)**  $f(-2) = ?$

**B)**  $\lim_{x \rightarrow -2^-} f(x) - \lim_{x \rightarrow 4^+} f(x) = ?$

**D)**  $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) + \lim_{x \rightarrow -4^-} f(x) = ?$

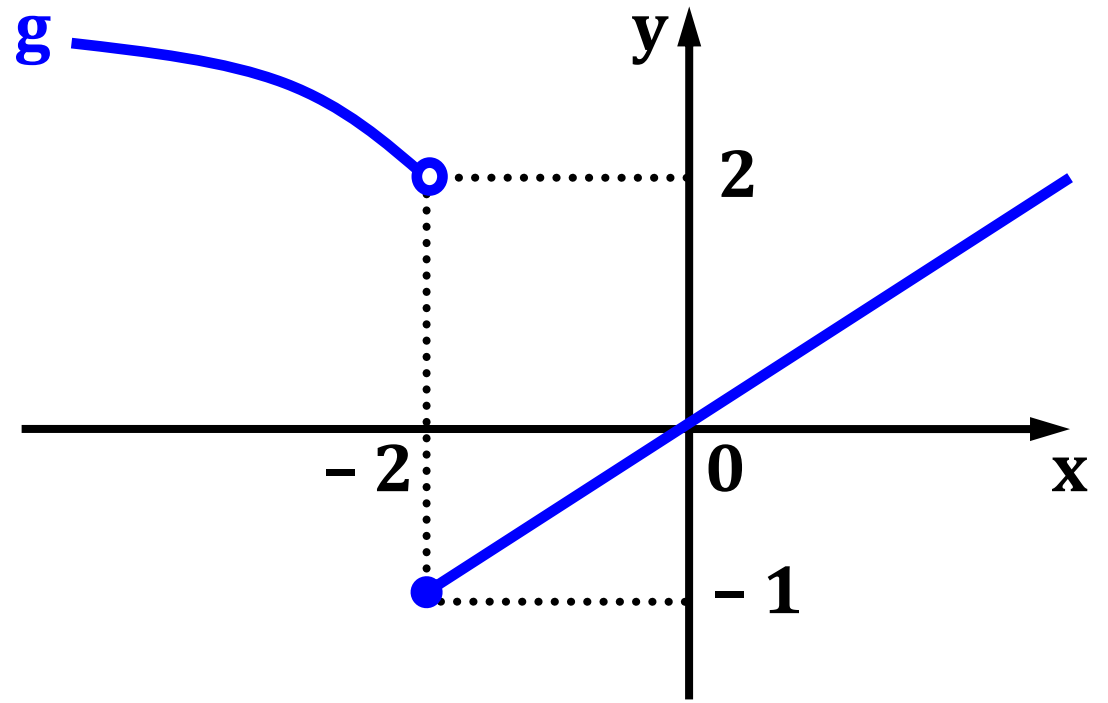
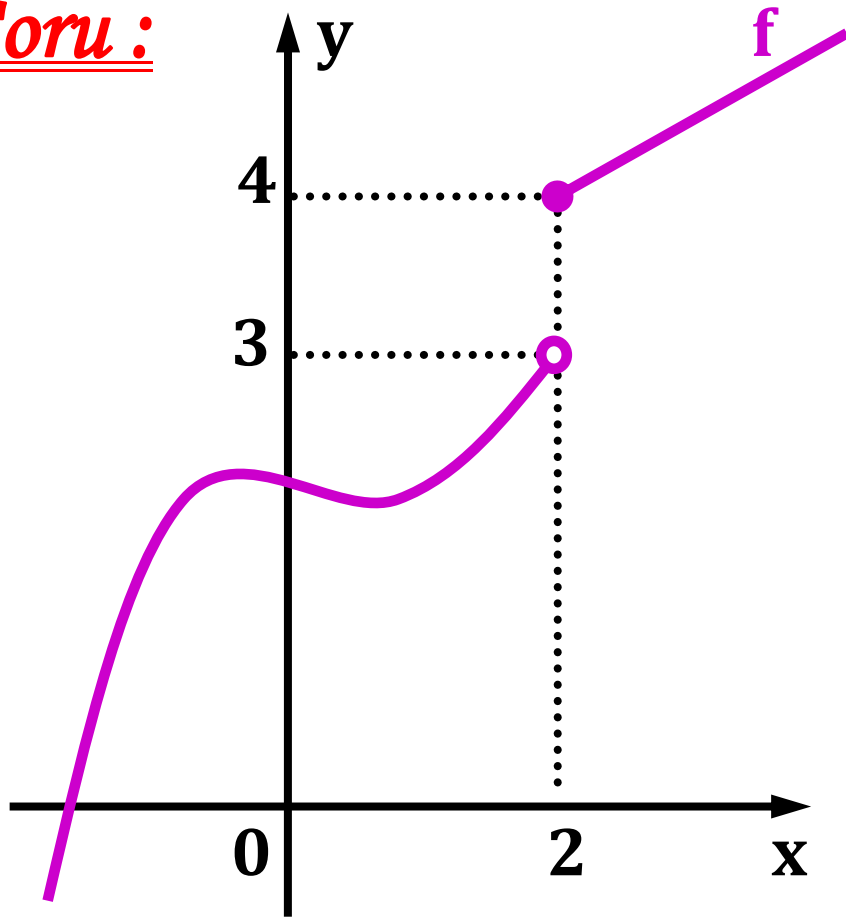
Soru :



$f$  ve  $g$  fonksiyonlarının grafikleri verilmiştir. Buna göre;

A)  $\lim_{x \rightarrow 0^-} [f(x) + g(x)] = ?$  B)  $\lim_{x \rightarrow 2^+} [5g(x) - f(x)] = ?$

Soru :



f ve g fonksiyonlarının grafikleri verilmiştir. Buna göre;

**A)**  $\lim_{x \rightarrow 2^+} [ f(x) + g(-x) ] = ?$     **B)**  $\lim_{x \rightarrow -2^-} [ f(-x) \cdot g(x) ] = ?$

( Limit değeri bilinmeyen fonksiyonda yaklaşılan sayının yerine göre aldığı değer kullanılır. )

**2.yol:**  $f(-x)$  ve  $g(-x)$  fonksiyonlarının grafikleri çizilir. Grafiğin  $x$  eksenine göre simetriği çizilirdi.



**Kural 3:**  $f(x)$  fonksiyonunun  $x = a$  sayısına soldan ve sağdan yaklaşıırken aldığı değer  $(l)$  aynı oluyorsa, fonksiyonun  $x = a$  noktasında limiti vardır.

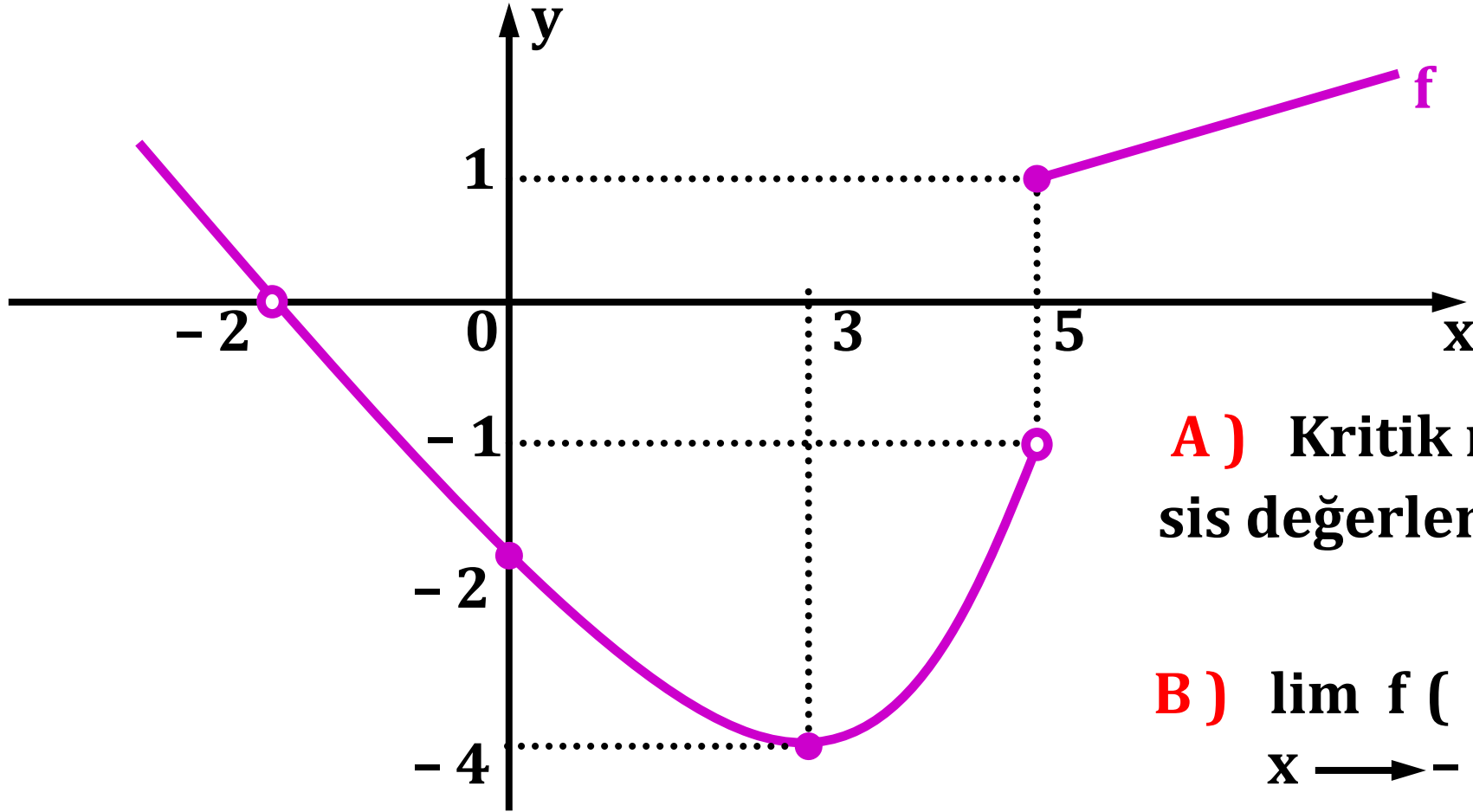
$$\lim_{x \rightarrow a^-} f(x) = l_1 \text{ ve } \lim_{x \rightarrow a^+} f(x) = l_2 \text{ olup } l_1 = l_2 \text{ ise}$$

fonksiyonun  $x = a$  noktasında limiti vardır.

$$l_1 = l_2 = l \text{ olarak alınıp } \lim_{x \rightarrow a} f(x) = l \text{ sonucu bulunur.}$$

**Tanım:** Bir fonksiyonun grafiği üzerindeki kopukluk olan noktalara “**kritik nokta**” adı verilir.

**Soru :** Aşağıda tanımlı olduğu aralıkta grafiği verilen  $f$  fonksiyonu için istenenleri bulunuz.  $f : \mathbb{R} - \{ -2 \} \longrightarrow \mathbb{R}$



**A )** Kritik noktaların apsis değerlerini söyleyiniz.

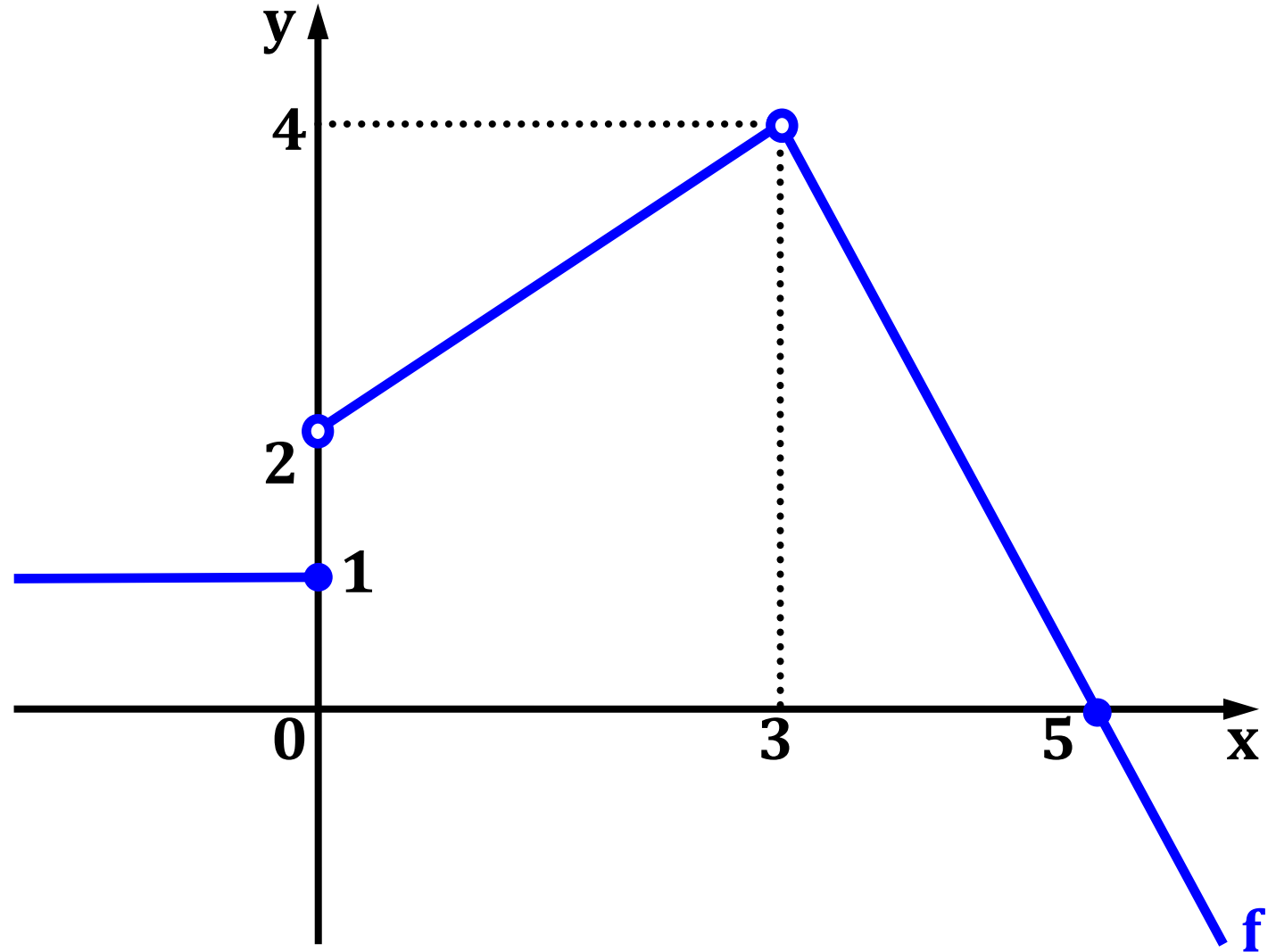
**B )**  $\lim_{x \longrightarrow -2} f(x) = ?$

**C )**  $\lim_{x \longrightarrow 5} f(x) = ?$

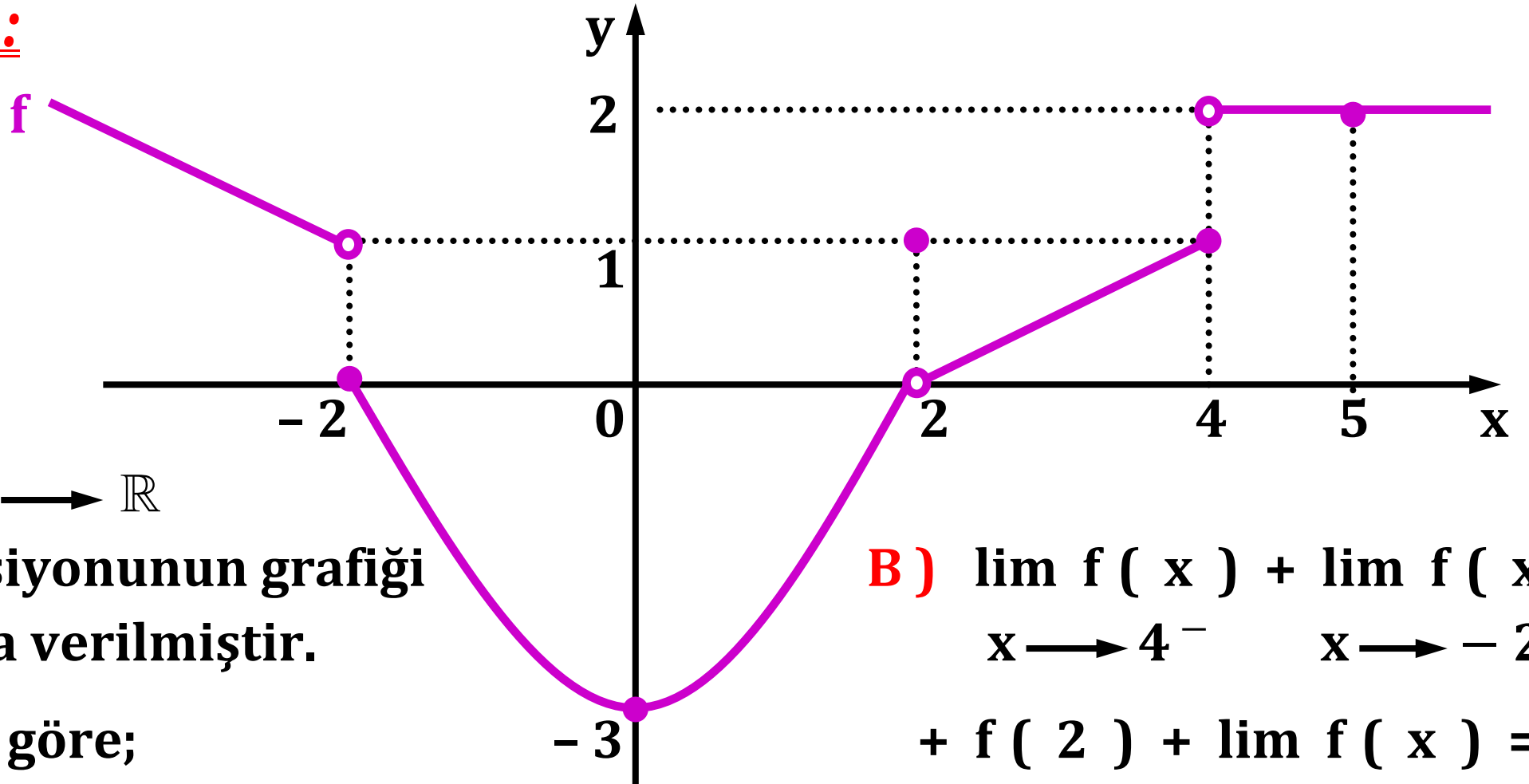
**D )**  $\lim_{x \longrightarrow 3} f(x) = ?$

**Soru :** Aşağıda tanımlı olduğu aralıkta grafiği verilen  $f$  fonksiyonunun grafik üzerinde; **A )** Verilen hangi  $x$  değerleri için limit vardır ? **B )** Kritik noktaların apsisi toplamı kaç olur ?

$$f : \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}$$



Soru :



$f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$

fonksiyonunun grafiği  
yanda verilmiştir.

Buna göre;

**A)** Verilen noktalardan, limiti  
var olan noktalardaki limit  
değerlerinin toplamını bulunuz.

**B)**  $\lim_{x \rightarrow 4^-} f(x) + \lim_{x \rightarrow -2^+} f(x)$   
 $+ f(2) + \lim_{x \rightarrow 0} f(x) = ?$

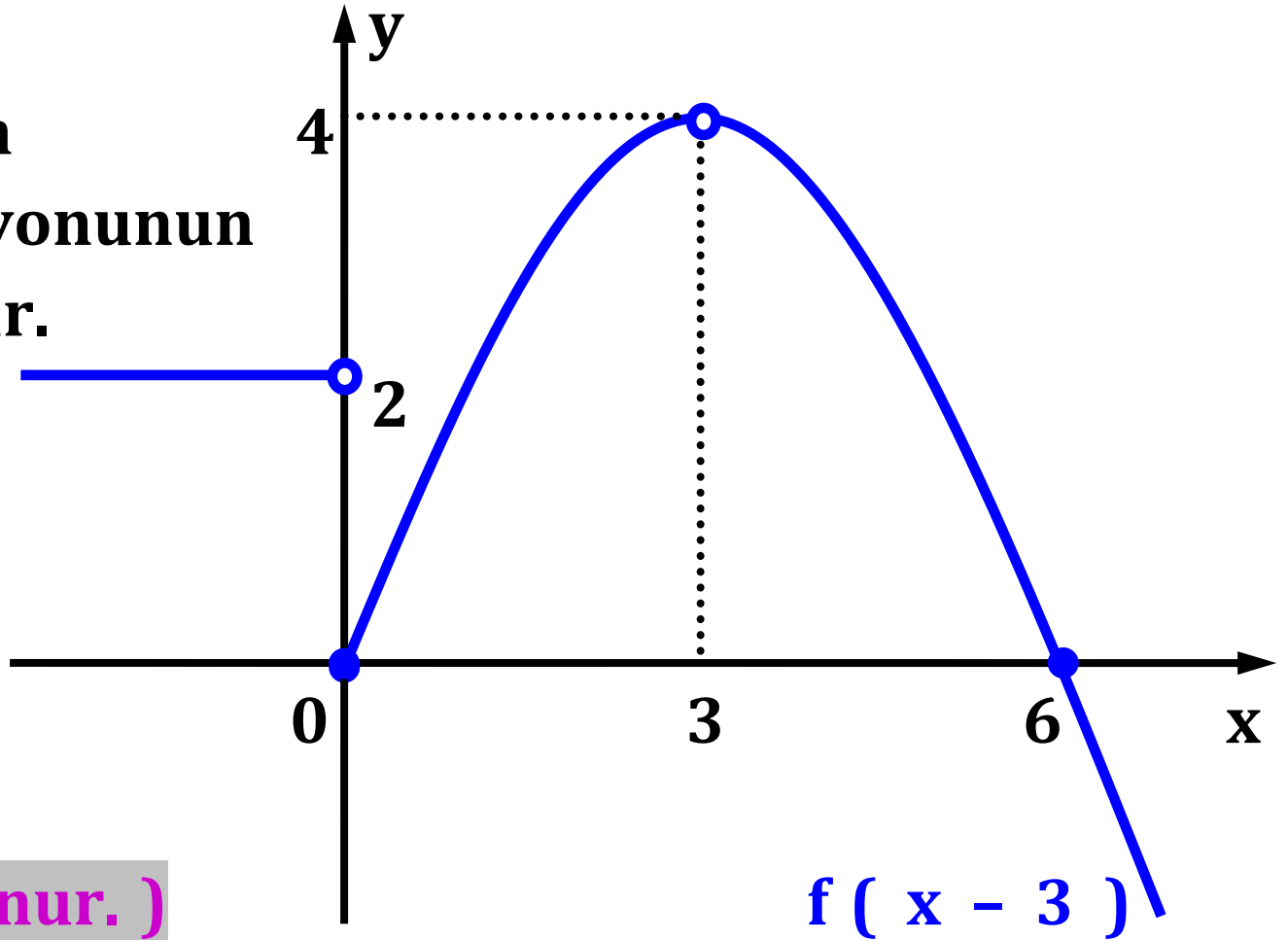
**Soru :**

Tanımlı olduğu aralıkta  
 $y = f ( x - 3 )$  fonksiyonunun  
grafığı yanda verilmiştir.

buna göre;

**A )**  $\lim_{x \rightarrow -3^-} f ( x ) = ?$

( İçerisini sağlayan  
x değeri için limit bulunur. )



**B )** Verilen noktaları düşünerek  $f ( x )$  fonksiyonunun limitinin  
var olduğu noktalardaki x değerlerini bulunuz.

**2.yol:** Ya da  $f(x)$  fonksiyonunun grafiği çizilir ve istenen limit değerleri bulunur.  $f(x - 3)$  verildiği için grafik ilk haline yani 3 br sola kaydırılır.

**Kural 4: ( Parçalı Fonksiyonun Limiti )**

$$f ( x ) = \begin{cases} K ( x ) , & x < a \text{ ise} \\ M ( x ) , & x = a \text{ ise} \\ N ( x ) , & x > a \text{ ise} \end{cases} \quad \begin{array}{l} \text{parçalı fonksiyonu} \\ \text{verilsin.} \end{array}$$

$$\lim_{x \rightarrow a^-} f ( x ) = \lim_{x \rightarrow a^-} K ( x ) = l_1 \quad \text{ve}$$

$$\lim_{x \rightarrow a^+} f ( x ) = \lim_{x \rightarrow a^+} N ( x ) = l_2 \quad \text{değerleri bulunur.}$$

- $l_1 = l_2$  ise fonksiyonun  $x = a$  noktasında limiti vardır.  $x = a$  parçalı fonksiyonun sınır noktasıdır.
- $x = b$  değeri sınır noktası değilse fonksiyonun limit değeri  $b$  'nin bulunduğu yere göre  $f ( b )$  olarak alınır.

**Soru :**

$$f(x) = \begin{cases} 24 - 3x & , \quad x < 2 \quad \text{ise} \\ 12 & , \quad x = 2 \quad \text{ise} \\ x^2 + 4x + 6 & , \quad x > 2 \quad \text{ise} \end{cases}$$

**parçalı fonksiyonu veriliyor. Buna göre fonksiyonun  $x = 2$  ve  $x = 5$  noktalarındaki limit değerleri varsa bulunuz.**



**Soru :**

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1 + x^2}{x - 2} & , \quad x \leq 1 \text{ ise} \\ \left(\frac{3}{5}\right)^{-x} - \frac{11}{3} & , \quad x > 1 \text{ ise} \end{cases}$$

**parçalı fonksiyonu veriliyor. Buna göre fonksiyonun  $x = 1$  ve  $x = -3$  noktalarındaki limit değerleri varsa bulunuz.**

**Soru :**

$$f(x) = \begin{cases} -x^3 - 4x + 1 & , \quad x < -2 \quad \text{ise} \\ 4x^2 - x + 2 & , \quad -2 \leq x < 3 \quad \text{ise} \\ x^3 + 2x + 2 & , \quad 3 \leq x \quad \text{ise} \end{cases}$$

**parçalı fonksiyonu veriliyor. Buna göre fonksiyonun  $x = -2$  ,  
 $x = 0$  ve  $x = 3$  noktalarındaki limit değerleri varsa bulunuz.**

**Soru :**

$$f(x) = \begin{cases} 4^{2-3x} & , \quad x < a \quad \text{ise} \\ 8^{4x+1} & , \quad x \geq a \quad \text{ise} \end{cases}$$

**parçalı fonksiyonu veriliyor. Fonksiyonun  $x = a$  noktasında limiti varsa  $a$  değerini bulunuz.**

**Soru :**

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x^2 - 4x + 1}{5 - x} & , \quad x \leq 4 \quad \text{ise} \\ \log_m x + \log_m 5 & , \quad x > 4 \quad \text{ise} \end{cases}$$

**parçalı fonksiyonu veriliyor. Fonksiyonun  $x = 4$  noktasında limiti varsa  $m$  değerini bulunuz.**

**Soru :**

$$f(x) = \begin{cases} m^2 - mx^2 & , \quad x < 2 \quad \text{ise} \\ -x^2 & , \quad x = 2 \quad \text{ise} \\ n^3 + 2m & , \quad x > 2 \quad \text{ise} \end{cases}$$

parçalı fonksiyonu veriliyor. Buna göre  $\lim_{x \rightarrow 2} f(x) = f(2)$  ise  $m \cdot n = ?$

**Soru :**

$$f(x) = \begin{cases} ax + 2b - 1 & , \quad x \leq 2 \quad \text{ise} \\ \sqrt{x^2 + 4x + 4} & , \quad 2 < x \leq 3 \quad \text{ise} \\ a + bx & , \quad x > 3 \quad \text{ise} \end{cases}$$

parçalı fonksiyonunun her  $x$  reel sayısı için limiti var olduğuna göre  $a + b = ?$

**Kural 5:** ( Limitte Belirsizlik Durumu )

$$\lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x)}{g(x)} = \frac{0}{0}$$

belirsizliği ortaya çıkarsa, pay ve payda-  
da çarpanlara ayırma yapılır ve ortak

çarpanlar sadeleştirilerek belirsizlik ortadan kaldırılır.

İşlem yapmadan önce belirsizliğin olup olmadığı kontrol edilmelidir.

**Soru :**

$$\lim_{x \rightarrow -8} \frac{x^2 - 64}{x + 8} = ?$$

*Soru :*  $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{2x^2 - 7x - 4}{x^2 + 3x - 28} = ?$



*Soru :*  $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^3 - 8}{x^2 + 4x - 12} = ?$

**Soru :**  $\lim_{x \rightarrow y} \frac{x^3 - y^3}{y^2 - x^2} = ?$

*Soru :*  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{16^x - 1}{2^x - 1} = ?$

*Soru :*  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^4 + x^3 - x - 1}{x - 1} = ?$

*Soru :*  $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} \frac{\cos 2x}{\cos x - \sin x} = ?$

**Soru :**  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 + mx - 7}{x - 1} = k$  olup  $k \neq 0$  ise  $m$  ve  $k$  sayılarını bulunuz. ( Payda 0 olurken

sonuç tanımsız olmuyorsa demek ki işlemde  $0 / 0$  belirsizliği vardır. Payın 0 olması için  $m$  değeri bulunur ve ardından kural kullanılır. )

**Soru :**  $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^2 - mx - 3}{x^3 + 1} = k$  olup  $k \neq 0$  ise  $m$  ve  $k$  sayılarını bulunuz.

**Soru :**  $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x - 3}{-4x^2 + mx - 3} = k$  olup  $k \neq 0$  ise  $m$  ve  $k$  sayılarını bulunuz.



**Not :** Mutlak değerli fonksiyonların limitinde  $x = a$  sayısına nerden yaklaşıldığına dikkat edilerek mutlak değer işaret kontrolü yapılır ve mutlak değer ortadan kaldırılır.  $x = a$  sayısı fonksiyonda kullanılır ve sonuç bulunur.

**Soru :**  $\lim_{x \rightarrow 5^-} \frac{|x - 5|}{x - 5} = ?$

*Soru :*  $\lim_{x \rightarrow -1^+} \frac{x^3 + 1}{|x + 1|} = ?$

*Soru :*

$$\lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{4x - 8 + |2 - x|}{x^2 - 4} = ?$$

*Soru :*

$$\lim_{x \rightarrow 3^+} \frac{\sqrt{x^2 - 6x + 9}}{x^2 - x - 6} = ?$$

**Soru :**  $\lim_{x \rightarrow 2\pi^-} \frac{\cos x}{|\cos x|} = ?$

**Soru :**  $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}^+} \frac{|\sin 2x|}{2 \cdot \sin x \cdot \cos x} = ?$

Soru :

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{|x| - 1}{x^2 - 1} = ?$$

( Sayı mutlak değerin kökü ise verilen sayıya sağdan ve soldan yaklaşırken limit kontrolü yapılmalıdır. )

*Soru :*  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2 - |x|}{2x^2 + |x|} = ?$

**Soru :**  $\lim_{x \rightarrow -8} \frac{\sqrt[3]{x} + 2}{x + 8} = ?$  ( x 'in kesirli kuvvetlerinin ortak katına

değişken değiştirmesi yapılır. x 'in kuvvetleri bu değişken türünden yazılır. x 'in aldığı değer de değiştirilir ve kural kullanılır. )



*Soru :*  $\lim_{x \rightarrow 16} \frac{\sqrt[4]{x} - 2}{\sqrt{x} - 4} = ?$

*Soru :*  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt[3]{x} - 1}{\sqrt[4]{x} - 1} = ?$

**Soru :**  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{x+9} - 3}{x} = ?$  ( Bu tip durumlarda uygun kısmın eşleniği ile pay ve payda çarpılır. İki kare farkı kullanılıp düzenleme sonunda kural uygulanır. )

*Soru :*  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{4 - \sqrt{16 - x}}{x} = ?$

*Soru :*  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x - 1}{2x - \sqrt{x + 3}} = ?$

**Soru :**

$$\lim_{x \rightarrow 3} \frac{2x - 6}{2 - \sqrt{x - t}}$$

limitinin sonucu sıfırdan farklı bir reel sayı ise; **A )** t sayısını bulunuz.

**B ) Limitin sonucunu bulunuz.**

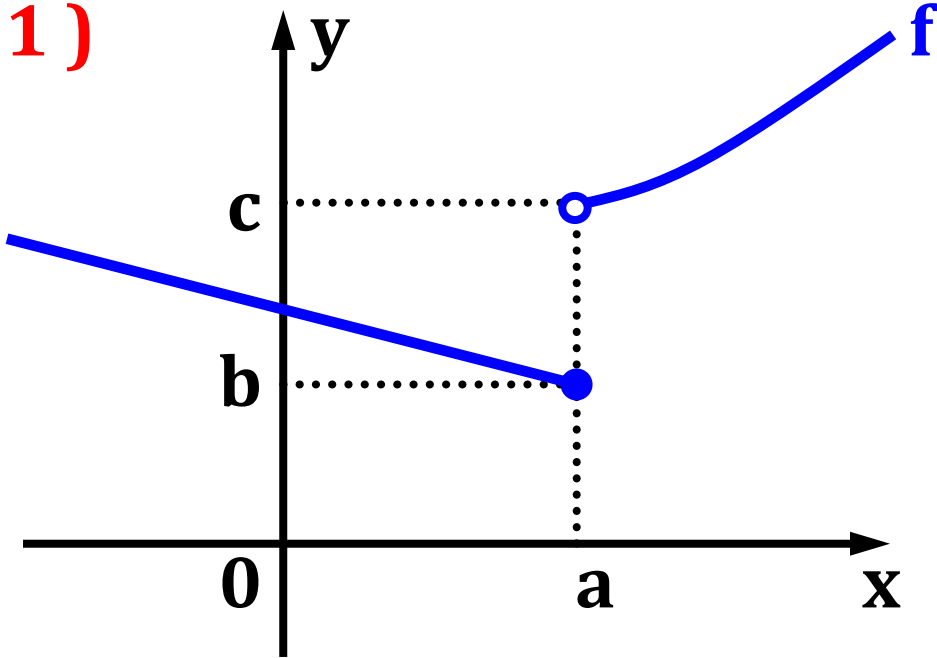
***Soru :***  $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{1 - \sin x}{\cos x} = ?$



# Süreklilik

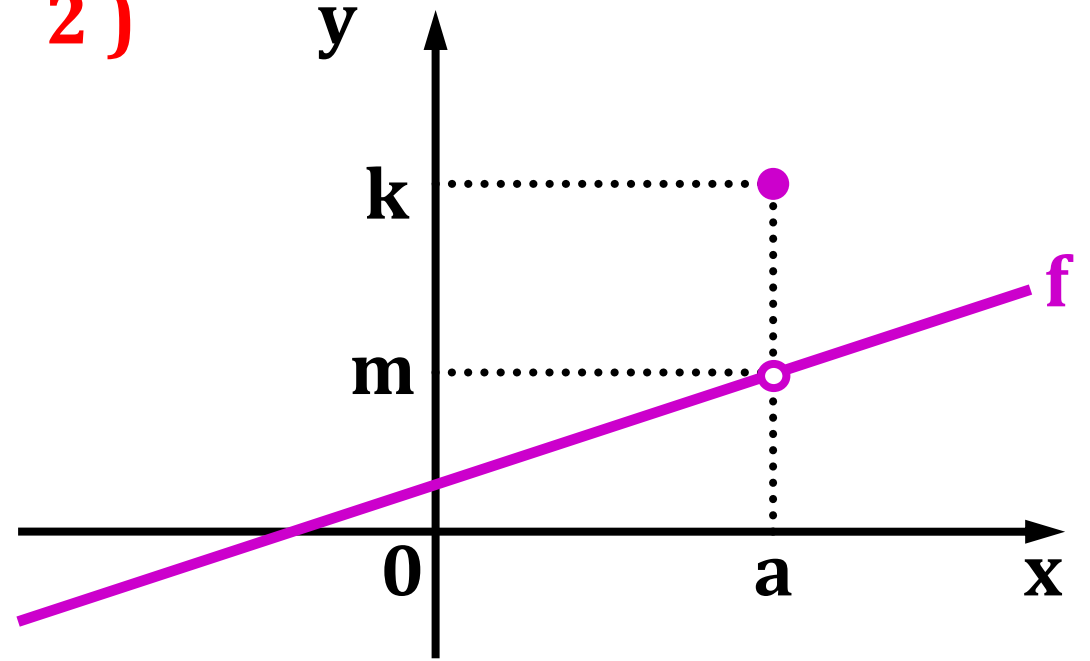
$x = a$  için  $f$  fonksiyonunun alttaki üç durumunu inceleyelim.

1)



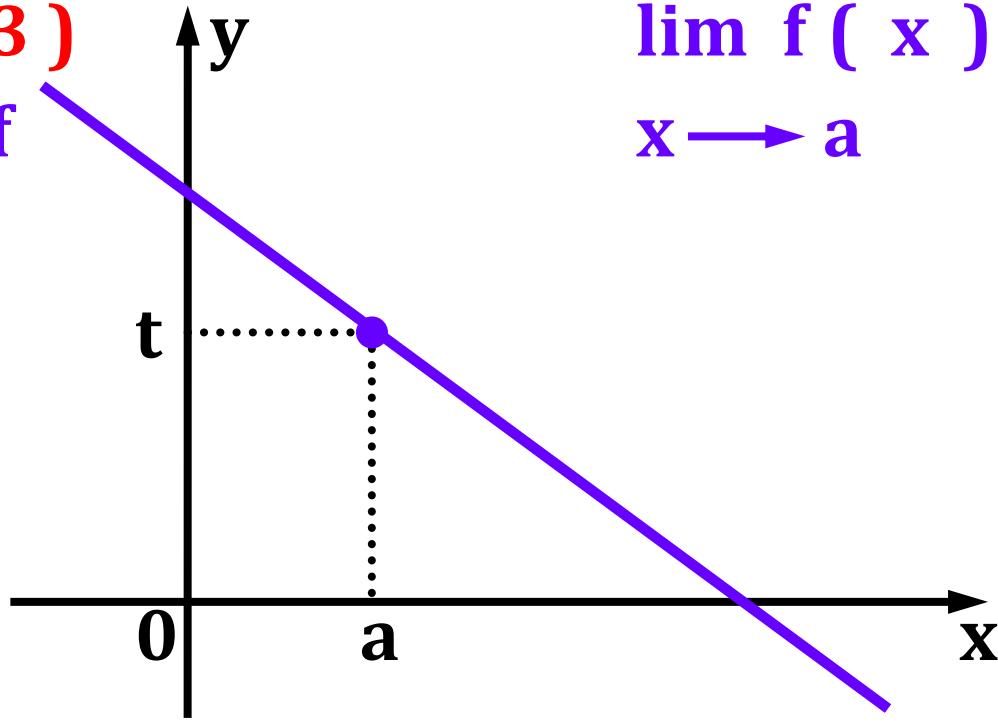
$\lim_{x \rightarrow a} f(x)$  yoktur.  
Çünkü  
sağdan ve soldan limit  
değerleri birbirine eşit  
değildir.

2)



$\lim_{x \rightarrow a} f(x)$  vardır ama limit değeri  
ile fonksiyonun aldığı  
değer birbirine eşit değildir.  
 $\lim_{x \rightarrow a} f(x) \neq f(a)$  'dır.

3 )  
f



$\lim_{x \rightarrow a} f(x)$  var ve limit değerinin sonucu ile  
fonksiyonun aldığı değer  
birbirine eşittir.

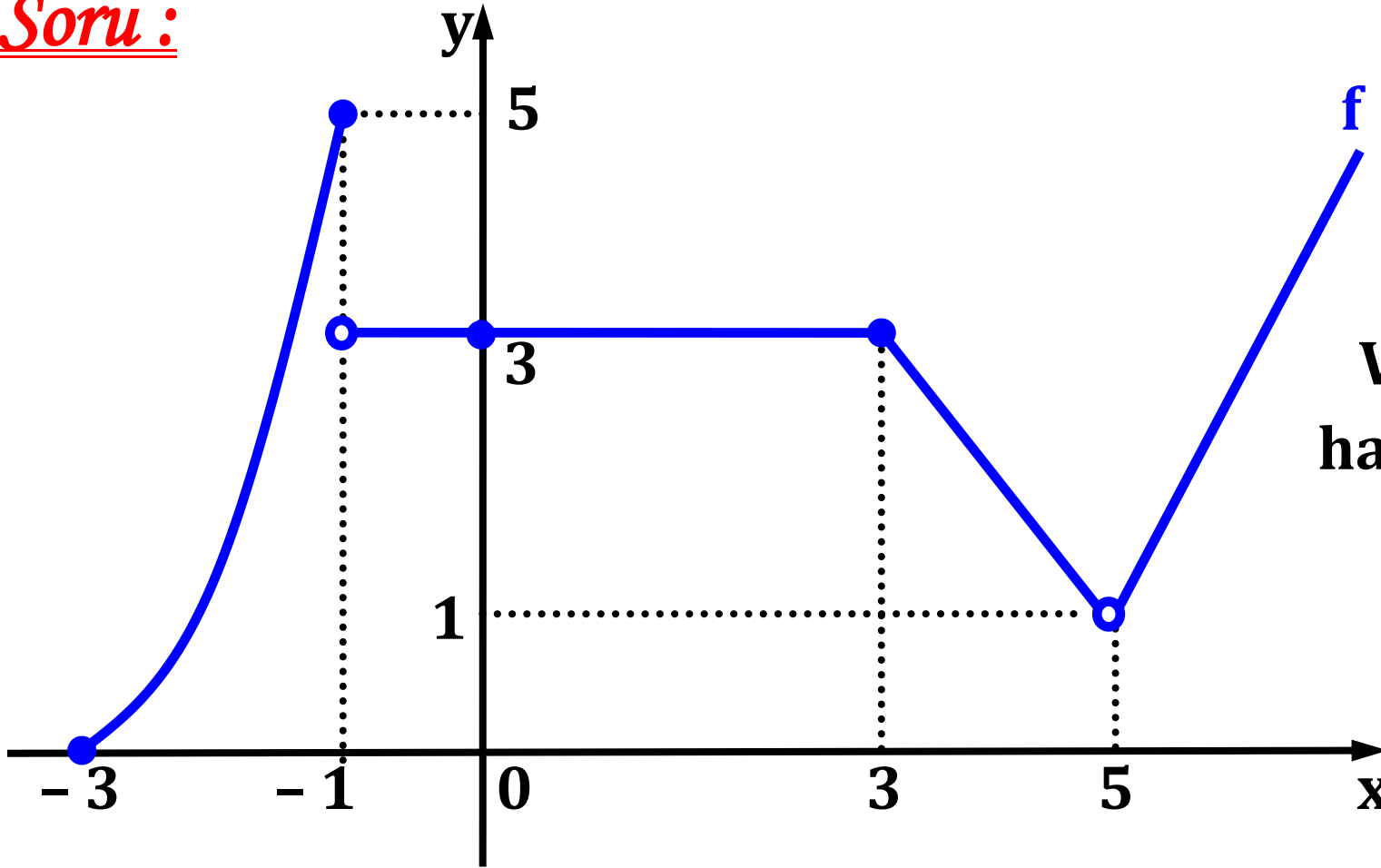
$$\lim_{x \rightarrow a} f(x) = f(a) \text{ olur.}$$

**Tanım :**  $x = a$  için fonksiyonun limiti var ve limit değeri  
fonksiyonun bu noktada aldığı değere eşit ise bu fonksiyona  
“  $x = a$  noktasında süreklidir ” denir.

$\lim_{x \rightarrow a} f(x) = f(a)$  ise fonksiyon  $x = a$  noktasında  
süreklidir. \*\*\* Grafik sorularında

bir noktada süreklilik olması için grafikte kesinti olmamalıdır.

Soru :



**A )** Yanda  $f$  fonksiyonunun grafiği verilmiştir. Verilen noktalardan hangi  $x$  değerlerinde  $f$  fonksiyonu sürekli dir ?

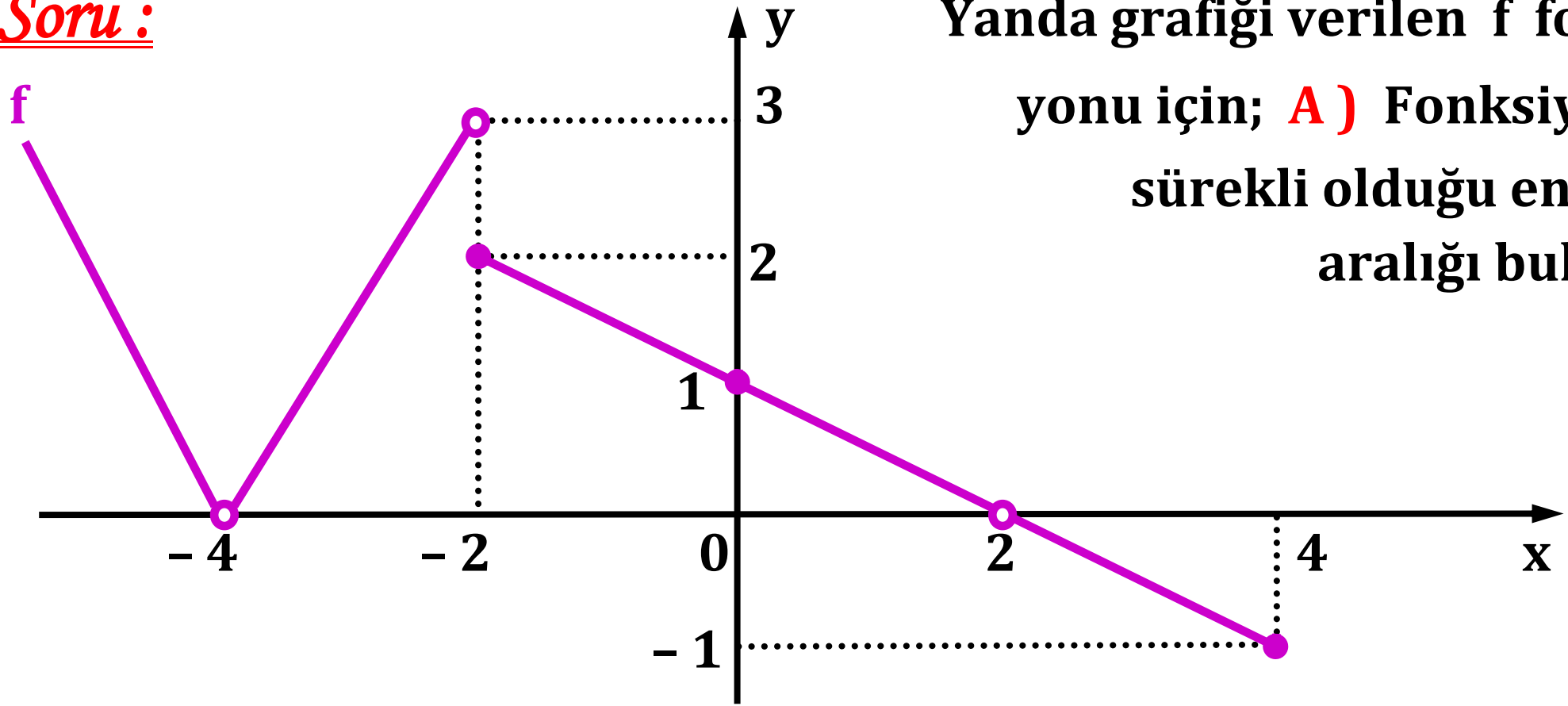
**B )** Fonksiyonun sürekli olduğu en geniş tanım kümesini bulunuz.

( **Tanım kümesi :** Grafiğin sol ve sağ sınırları arasındaki küme idi.

Bu kümeden fonksiyonun sürekli olmadığı  $x$  değerleri çıkartılır.

Bir tarafı olmayan noktalar için limitin varlığına bakılmaz. )

**Soru :**

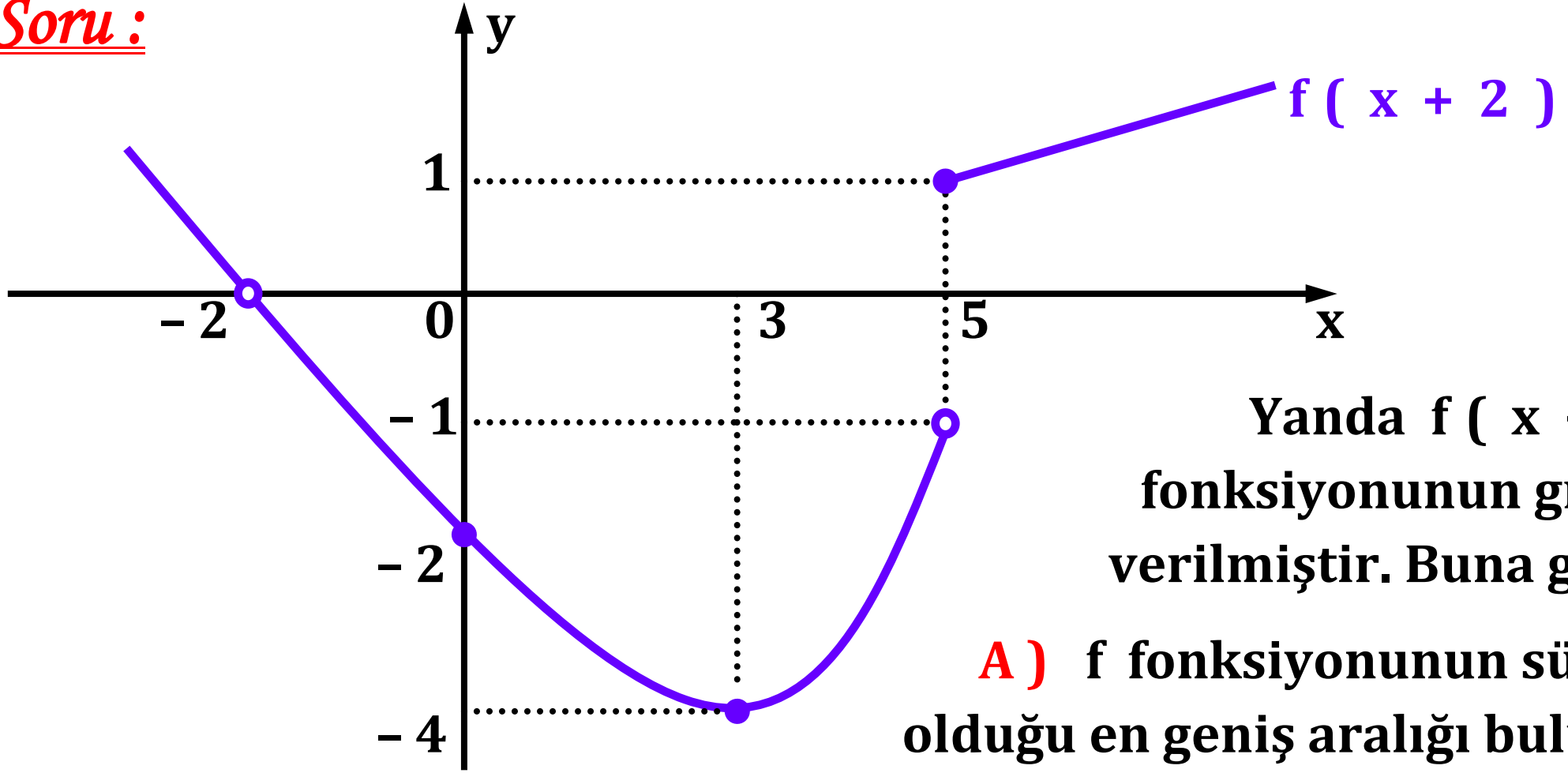


Yanda grafiği verilen  $f$  fonksiyonu için; **A )** Fonksiyonun sürekli olduğu en geniş aralığı bulunuz.

**B )** Verilen noktalardan kaç  $x$  değerinde  $f$  fonksiyonu sürekli dir ?

**C )** Verilen noktalardan,  $f$  fonksiyonunun limitinin var olduğu noktalardaki limit değ erlerinin toplamı kaç olur ?

Soru :



Yanda  $f(x+2)$  fonksiyonunun grafiği verilmiştir. Buna göre;

**A)**  $f$  fonksiyonunun sürekli olduğu en geniş aralığı bulunuz.

**B)**  $f$  fonksiyonunun grafiğinde kullanılan hangi  $x$  değerleri için fonksiyon sürekli dir ?

**Soru:**  $f(x) = |3x - 6| + 5$  fonksiyonu  $x = 2$  noktasında sürekli midir?

**Soru :**

$$f(x) = \begin{cases} x^3 - 2x & , \quad x < -1 \quad \text{ise} \\ 2 + x & , \quad x = -1 \quad \text{ise} \\ 2x^2 - 3x - 4 & , \quad x > -1 \quad \text{ise} \end{cases}$$

**parçalı fonksiyonu veriliyor. Buna göre fonksiyon  $x = -1$  noktasında sürekli midir ?**

**Soru :**

$$f(x) = \begin{cases} \sqrt{8x - x^2 + 1} & , \quad x < 5 \quad \text{ise} \\ \log_x (x + 620) & , \quad x = 5 \quad \text{ise} \\ (4x - 8) : (2 - x) & , \quad x > 5 \quad \text{ise} \end{cases}$$

**parçalı fonksiyonu veriliyor. Buna göre fonksiyon  $x = 5$  noktasında sürekli midir ?**



**Soru :**

$$f(x) = \begin{cases} a^3 - 2x & , \quad x < 2 \quad \text{ise} \\ x^2 + 2 - x & , \quad x = 2 \quad \text{ise} \\ a^2 - b^2 + 8x & , \quad x > 2 \quad \text{ise} \end{cases}$$

**parçalı fonksiyonu veriliyor. Buna göre fonksiyon  $x = 2$  noktasında sürekli ise  $a \cdot b = ?$  (  $a, b \in \mathbb{Z}^+$  )**

**Soru :**

$$f ( x ) = \begin{cases} 2kx + t & , \quad x < 1 \quad \text{ise} \\ 4 + x & , \quad x = 1 \quad \text{ise} \\ k - 2tx & , \quad x > 1 \quad \text{ise} \end{cases}$$

parçalı fonksiyonu veriliyor. Buna göre fonksiyon  $x = 1$  noktasında sürekli ise  $k + t = ?$

**Soru :**

$$f(x) = \begin{cases} a - \sin 2x & , \quad x < \pi / 4 \quad \text{ise} \\ a \cdot b + 1 & , \quad x = \pi / 4 \quad \text{ise} \\ \sin^2 x + 5 & , \quad x > \pi / 4 \quad \text{ise} \end{cases}$$

parçalı fonksiyonu veriliyor. Buna göre fonksiyon  $x = \pi / 4$  noktasında sürekli ise  $a$  ve  $b$  sayılarını bulunuz.

**Soru :**

$$f(x) = \begin{cases} 2x - 1 & , \quad x \leq 1 \quad \text{ise} \\ n + mx & , \quad 1 < x < 2 \quad \text{ise} \\ -x + 4 & , \quad x \geq 2 \quad \text{ise} \end{cases}$$

parçalı fonksiyonu veriliyor. Fonksiyon her  $x$  sayısı için sürekli ise  
 $m + n = ?$

**Kural:** Bir fonksiyonun sürekli olması için  $f$  fonksiyonunu tanımsız yapan  $x$  değeri olmamalıdır. Yani fonksiyonlar tanımlı oldukları en geniş kümede sürekli dirler.

**Soru:**  $f(x) = \frac{2x - 8}{x^2 - 4x - 12}$  fonksiyonunun sürekli olduğu en geniş kümeyi bulunuz.

**Soru :**  $f(x) = \frac{x^3 - 27}{-x^2 + 5x + 14}$  fonksiyonunun sürekli olduğu en geniş kümeyi bulunuz.

**Soru :**  $f(x) = \frac{5}{x^3 - x^2 - 4x + 4}$  fonksiyonunu süreksiz yapan  $x$  değerlerinin çarpımını bulunuz.

**Soru :**  $f(x) = \frac{6x}{\sin x - 2}$  fonksiyonunun sürekli olduğu en geniş kümeyi bulunuz.



**Soru :**  $f(x) = \frac{\sin x}{\cos 2x - 1}$  fonksiyonunun sürekli olduğu en geniş kümeyi bulunuz.

**Soru :**  $f(x) = \tan x + \cot x$  fonksiyonunun sürekli olduğu en geniş kümeyi bulunuz.

**Soru :**  $f(x) = \frac{\sqrt{x^2 - 6x + 5}}{x^2 - 9}$  fonksiyonunu süreksiz yapan  $x$  tam sayı değerlerinin adedini bulunuz.

**Soru :**  $f(x) = \frac{2x + 1}{x^2 + tx + 9}$  fonksiyonunun süreksiz yapan  $x$  değeri yoksa ( yani fonksiyon tüm reel sayılar için tanımlı )  $t$  'nin çözüm aralığını bulunuz. ( Paydanın sıfır olmaması demek denklemin kökleri yok demektir. 0 halde  $\Delta < 0$  olmalıdır. )

**Soru :**  $f(x) = \frac{8}{2x^2 - 4x + k + 5}$  fonksiyonunun süreksiz yapan  $x$  değeri yoksa  $k$ 'nın çözüm aralığını bulunuz.

**Soru :**  $f(x) = \frac{5 - x}{px^2 - 3px + 2 + p}$  fonksiyonu tüm reel sayılar için tanımlı ise  $p$ 'nin çözüm aralığındaki tam sayıların toplamı kaç olur ?

**Soru :**  $f(x) = \frac{x^2 - 1}{ax^2 - 8x + 2}$  fonksiyonunun süreksiz yapan  
**tek**  $x$  değeri varsa bu  $x$  değerini bulunuz. ( Paydanın tek kökü var  
ise  $\Delta = 0$  olmalıdır. )

**Soru :**

$$f(x) = \begin{cases} 2 - 4x & , \quad x \leq 1 \quad \text{ise} \\ \frac{2}{x - 2} & , \quad 1 < x < 3 \quad \text{ise} \\ 2x - 5 & , \quad x \geq 3 \quad \text{ise} \end{cases}$$

parçalı fonksiyonu kaç noktada süreksizdir ? ( 1 ) Fonksiyonun sınır değerleri için limit kontrolü yapılır. 2 ) Fonksiyonu tanımsız yapan x değerleri de çözüme alınır. Yalnız bulunan değer x'in şartını sağlamalıdır. )



**Soru :**

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{x^2 - 9} & , \quad x \leq -2 \quad \text{ise} \\ \frac{-2}{x + 12} & , \quad -2 < x \leq 3 \quad \text{ise} \\ \frac{2x}{5 - x} & , \quad x > 3 \quad \text{ise} \end{cases}$$

**parçalı fonksiyonu kaç noktada süreksizdir ?**

**Soru :**

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x}{-1+x} + \frac{x^2}{x+1} & , \quad x \leq 2 \quad \text{ise} \\ \frac{x+10}{4+x} + \frac{x+2}{-x+5} & , \quad x > 2 \quad \text{ise} \end{cases}$$

**parçalı fonksiyonu kaç noktada süreksizdir ?**