

10. SINIF

MATEMATİK

DERS NOTLARI

(Bu bölümde işlenecek olan konuların, matematik müfredat programındaki yeri altta gösterilmiştir.)

10. 1. SAYMA ve OLASILIK

10. 1. 1. Sıralama ve Seçme

Terimler ve Kavramlar: Toplama yöntemi, Çarpma yöntemi, Faktöriyel, Permütasyon, Tekrarlı permütasyon

Sembol ve Gösterimler: $n!$, $P (n , r)$

10. 1. 1. 1. Olayların gerçekleşme sayısını toplama ve çarpma yöntemlerini kullanarak hesaplar.

A) Sayma konusunun tarihsel gelişim sürecinden söz edilir ve bu süreçte rol alan Sâbit İbn Kurrâ'nın çalışmalarına yer verilir.

B) Faktöriyel kavramı verilerek saymanın temel ilkesi ile ilişkilendirilir.

10. 1. 1. 2. n çeşit nesne ile oluşturulabilecek r 'li dizilişlerin (permütasyonların) kaç farklı şekilde yapılabileceğini hesaplar.

10. 1. 1. 3. Sınırlı sayıda tekrarlayan nesnelerin dizilişlerini (permütasyonlarını) açıklayarak problemler çözer.

A) En az iki tanesi özdeş olan nesnelerin tüm farklı dizilişlerinin sayısı örnekler/problemler bağlamında ele alınır.

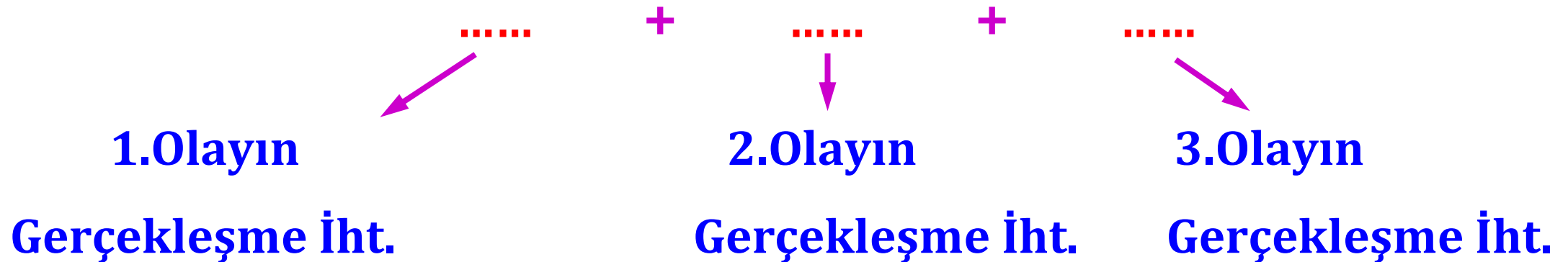
B) Gerçek hayat problemlerine yer verilir.

1.ÜNİTE : SAYMA

SAYMA YÖNTEMLERİ

Toplama İle Sayma

Aynı türden olayların gerçekleşmesinde tüm olayların ihtimalleri toplanır.



Kaç olay varsa her bir olayın ihtimali toplanır.

Soru : 3 kot ve 2 kumaş pantolonu olan bir kişi kaç farklı pantolon seğimi yapabilir ?

Çarpma İle Sayma

Farklı türden olayların gerçekleşmesinde her olayın ger-
çekleşme ihtimalleri çarpılır.



Kaç olay varsa her bir olayın ihtimali çarpılır.

Soru: 3 kumaş pantolonu ve 4 gömleği olan bir kişi kaç farklı giyim tercihi yapabilir ?



Soru : 12 kişinin katıldığı bir yarışmada ilk üç kaç farklı şekilde oluşabilir ?



Soru : Bir voleybol takımının yapacağı 8 maç sonuç bakımından
(skor değil) kaç farklı şekilde sonuçlanabilir ?



Soru : 3 mektup 6 posta kutusuna ;



A) Kaç farklı seçim yapılacak şekilde atılabilir ?

B) Atılan posta kutusuna bir daha mektup atılmama şartı ile kaç farklı seçim yapılacak şekilde atılabilir ?

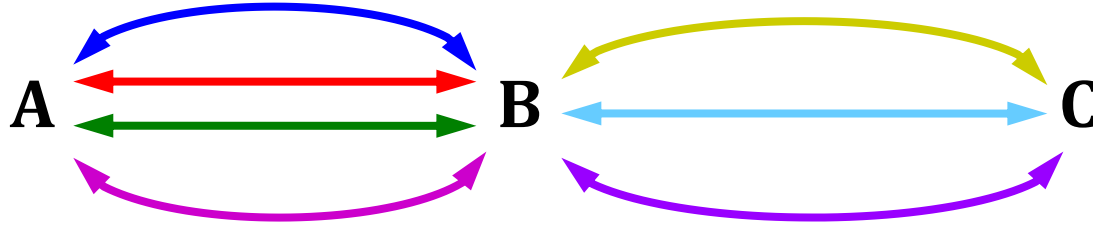
Soru : 6 farklı kravatı olan bir kişi aynı kravatı 4 gün boyunca;



A) Ertesi gün takmama şartı
ile kaç farklı tercih yapılabilir ?

B) Taktığı kravatı ancak üç gün sonra takabilecek şekilde kaç farklı tercih yapılabilir ?

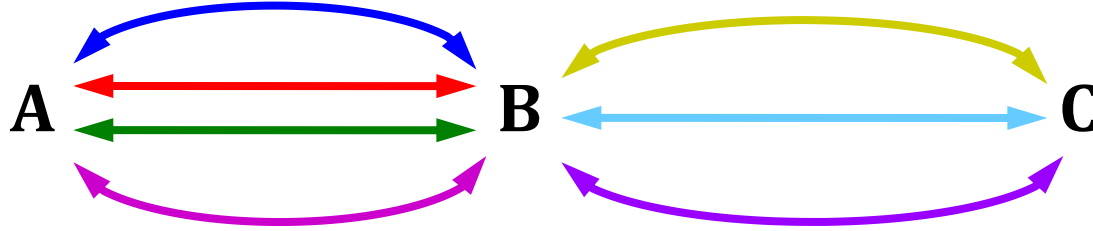
Soru :



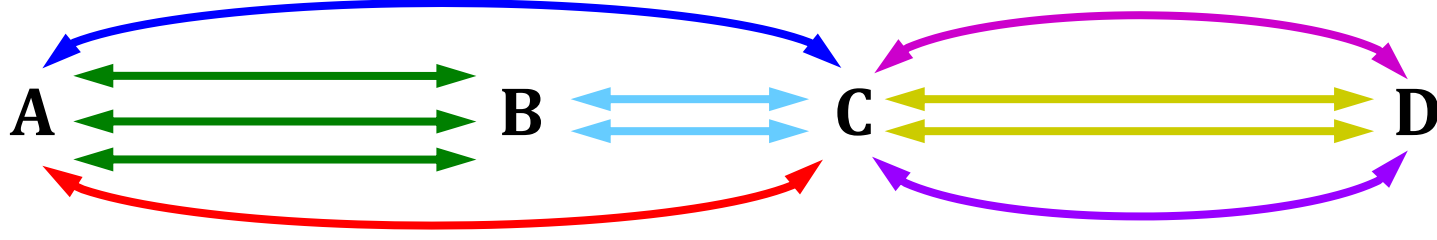
A , B ve C şehirleri arasında farklı yol güzergahları üstte gösterilmiştir. A şehrinden yola çıkan bir araç;

A) Kaç şekilde C 'ye ulaşıp tekrar A 'ya dönebilir ?

B) Giderken kullandığı yol bir daha kullanmamak üzere kaç şekilde C 'ye ulaşıp tekrar A 'ya dönebilir ?

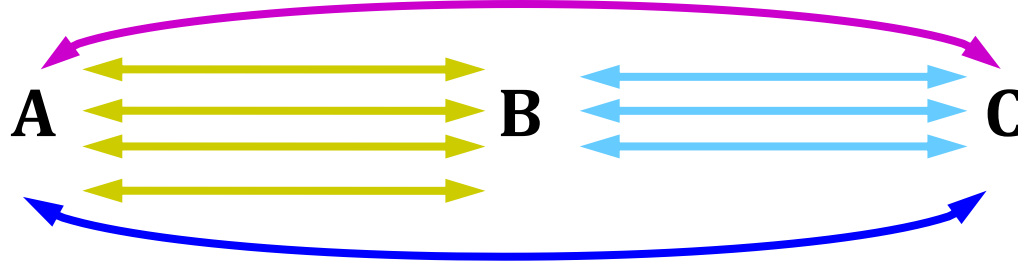


Soru :



A , B , C ve D şehirleri arasında farklı yol güzergahları üstte gösterilmiştir. A şehrinden yola çıkan bir araç kaç farklı şekilde D 'ye ulaşabilir ? (Olayların gerçekleşmesinde farklı durumlar var ise her bir durumun sonucu toplanır.)

Soru :



A , B ve C şehirleri arasında farklı yol güzergahları üstte gösterilmiştir. A şehrinden yola çıkan bir araç kaç farklı şekilde C 'ye gidip A 'ya tekrar dönebilir ?

Soru: { 1 , 2 , 3 , 4 , 5 , 6 } kümesinin elemanları kullanılarak yazılabilecek üç basamaklı;

A) Kaç sayı yazılabilir ?

$\{ 1 , 2 , 3 , 4 , 5 , 6 \}$ kümesinin elemanları kullanılarak yazılabilecek üç basamaklı;

B) Rakamları tekrarsız kaç sayı yazılabilir ?

$\{ 1 , 2 , 3 , 4 , 5 , 6 \}$ kümesinin elemanları kullanılarak yazılabilecek üç basamaklı;

C) Kaç tek sayı yazılabilir ?

$\{ 1 , 2 , 3 , 4 , 5 , 6 \}$ kümesinin elemanları kullanılarak yazılabilecek üç basamaklı;

D) Rakamları tekrarsız kaç çift sayı yazılabilir ?

$\{ 1 , 2 , 3 , 4 , 5 , 6 \}$ kümesinin elemanları kullanılarak yazılabilecek üç basamaklı;

E) 400 'den küçük kaç çift sayı yazılabilir ?

$\{ 1 , 2 , 3 , 4 , 5 , 6 \}$ kümesinin elemanları kullanılarak yazılabilecek üç basamaklı;

F) 300'den küçük rakamları tekrarsız kaç tek sayı yazılabilir ?

(Çakışma durumunda durumlar ayrı değerlendirilir ve sonuçlar toplanır.)

Soru: { 0 , 1 , 2 , 3 , 4 , 5 } kümesinin elemanları kullanılarak yazılabilecek dört basamaklı;

A) Kaç sayı yazılabilir ?

{ 0 , 1 , 2 , 3 , 4 , 5 } kümesinin elemanları kullanılarak yazılabilecek dört basamaklı;

B) Rakamları tekrarsız kaç sayı yazılabilir ?

$\{ 0 , 1 , 2 , 3 , 4 , 5 \}$ kümesinin elemanları kullanılarak yazılabilecek dört basamaklı;

C) Kaç çift sayı yazılabilir ?

{ 0 , 1 , 2 , 3 , 4 , 5 } kümesinin elemanları kullanılarak yazılabilecek dört basamaklı;

D) Rakamları tekrarsız kaç tek sayı yazılabilir ?

$\{ 0 , 1 , 2 , 3 , 4 , 5 \}$ kümesinin elemanları kullanılarak yazılabilecek dört basamaklı;

E) 3000 'den büyük kaç sayı yazılabilir ?

{ 0 , 1 , 2 , 3 , 4 , 5 } kümesinin elemanları kullanılarak yazılabilecek dört basamaklı;

F) Rakamları tekrarsız 5 ile bölünebilen kaç sayı yazılabilir ?

{ 0 , 1 , 2 , 3 , 4 , 5 } kümesinin elemanları kullanılarak yazılabilecek dört basamaklı;

G) Rakamları tekrarsız 4000'den küçük kaç çift sayı yazılabilir ?

Soru : { 1 , 2 , 3 , 4 , 5 } kümesinin elemanları ile en az iki basamağı aynı olan üç basamaklı kaç sayı yazılabilir ? (Sayılar tek tek düşünülebilir. Ya da yazılabilecek **tüm** sayılardan **şartı sağlamayan** sayılar çıkartılır.)

Soru: { 1 , 2 , 3 , 4 , 5 , 6 } kümesinin elemanları kullanılarak yazılabilecek üç basamaklı, rakamları farklı sayıların kaç tanesinde 4 rakamı vardır ?

Faktöriyel

1 'den n 'ye kadar olan sayıların çarpımına “ n faktöriyel ” adı verilir ve $n !$ olarak gösterilir.

$n ! = 1 . 2 . 3 . . . (n - 2) . (n - 1) . n$ olarak açılır.

Özellikler :

1) $n \in \mathbb{N}$ olmalıdır.

2) $1 ! = 1$ 'dir. $0 ! = 1$ olarak kabul edilir.

3) $1 . 2 . 3 . . . (n - 2) . (n - 1) . n = n !$

$$= n . (n - 1) !$$

$$= n . (n - 1) . (n - 2) !$$

.

.

.

olarak alınabilir.

(Faktöriyel'deki sayı ayrı tutulursa sayının bir eksiğinin faktöriyeli alınmış olur.)

Soru : $\frac{12!}{10!} - \frac{8!}{7!} = ?$

Soru : $\frac{10! + 7!}{6!} = ?$

Soru : $\frac{(n + 2)!}{(n + 1)!} = 8$ ise $n! = ?$

Soru : $\frac{(n+1)!}{(n-1)!} : \frac{n+1}{n} = ?$

Soru : $-5n + \frac{(n+3)!}{(n+1)!} = 70$ ise $n = ?$

Soru : $\frac{(n+2)!}{n!} = 42 + \frac{n!}{(n-2)!} \text{ ise } n = ?$

Soru :
$$\frac{11 + n^2}{n!} = \frac{2}{(n-1)!} + \frac{1}{(n-2)!} \quad \text{ise } n = ?$$

Soru : $\frac{n!}{(n-2)!} = 30$ ise $n = ?$ (2. dereceden denklemler

3. ünite konusu. 8.sınıfta da işlenmişti. İstersek çarpanlara ayırmadan da çözümü bulabiliriz. Sonucu sağlayacak olan n değerini **tahmin** etmeliyiz.)

Soru : $\frac{(n + 3)!}{(n + 1)!} = 90$ ise $n = ?$

Soru : $\frac{(n - 2)!}{(n - 4)!} = n + 46$ ise $n = ?$

Soru : $\frac{-4! + 5!}{5! + 3!} = ?$ (Faktöriyeli büyük olan sayılar verilseydi

o zaman sonucu hesaplamak çok zor olurdu. Bu tür sorularda pay ile paydada **ortak** olan sayının faktöriyeli ortak paranteze alınır ve sadeleştirme yapılarak kalanların işlem sonucu bulunur.)

Soru :
$$\frac{11! + 10! - 9!}{10! + 8!} = ?$$

Soru : $\frac{(n + 2)! - n!}{n! + (n + 1)!} = ?$

Soru : $x! = 20 \cdot y!$ ise x sayısı ne olabilir ?

(**1. Durum :** Bilinen çarpana göre y tahmin edilir ve x sayısı bulunur. **2. Durum :** Bilinen sayının ardışık çarpanları bulunarak y sayısı tahmin edilir ve x sayısı bulunur.)

Soru : $x! = 72 \cdot y!$ ise x sayılarının toplamı ne olabilir ?

Soru : $x! = 210 \cdot y!$ ise x sayıları ne olabilir ?

(İki farklı çarpan grubu var.)

Permütasyon (Diziliş)

Sonlu bir kümenin elemanlarının belirli bir sıra ile dizilişleri-nin her birine o kümenin bir “permütasyonu” adı verilir.

Kural: A) n elemanlı bir kümenin n ’li dizilişlerinin sayısı

$P(n, n) = n!$ olarak alınır.

B) n elemanlı bir kümenin r ’li dizilişlerinin sayısı

$P(n, r) = \frac{n!}{(n - r)!}$ olarak alınır. (Kısayol: n ’den iti-

baren sayı r adım sırayla azaltılır. Elde edilen sayılar çarpılır.)

Soru : $P(5, 5) + P(6, 3) = ?$

Soru :
$$\frac{P(5, 4) - P(8, 2)}{P(3, 3) + P(4, 1)} = ?$$

Soru :

$$\frac{P(7, 3) - P(5, 1)}{(3!)! + P(4, 2)} = ?$$

Soru : $P (n + 1 , 2) = 100 + n$ ise $n = ?$

Soru : $P(n - 2, 2) + 5n = 262$ ise $n = ?$

Soru : $P(2n + 1, 2) - P(n, 2) = 90$ ise $n = ?$ (En son
aşamada denklemi sağlayan n değeri deneme yolu ile bulunabilir.)

Soru: $A = \{ a , b , c , d , e , f , g \}$ kümesinin 3 'lü permütasyonlarının kaçında ;

A) b yoktur ?

$A = \{ a , b , c , d , e , f , g \}$ kümesinin 3 'lü permütasyonlarının kaçında ;

B) b vardır ? (1.Yol: Tüm durumdan b 'nin olmadığı durum çıkartılır. 2.Yol: b 'nin dizilişteki yerine göre ihtimaller düşünülür.)

$A = \{ a , b , c , d , e , f , g \}$ kümesinin 3 'lü permütasyonlarının kaçında ;

C) c var fakat e yoktur ?

$A = \{ a , b , c , d , e , f , g \}$ kümesinin 3 'lü permütasyonlarının kaçında ;

D) a veya d vardır ?

$A = \{ a , b , c , d , e , f , g \}$ kümesinin 3 'lü permütasyonlarının kaçında ;

E) a ve b birlikte bulunur ?

Soru : Boyları farklı 12 çocuk yan yana dizileceklerdir.



A) Kaç farklı şekilde dizilebilirler ?

Boyları farklı 12 çocuk yan yana dizileceklerdir.

B) İki başta en kısa boylular olması şartıyla kaç farklı diziliş yapılabilir ?

Soru : Birbirinden farklı; 4 matematik, 3 fizik, 2 kimya kitabı bir rafa yan yana dizilecektir.



A) Kaç farklı şekilde dizilebilirler ?

Birbirinden farklı 4 matematik, 3 fizik, 2 kimya kitabı bir rafa yan yana dizilecektir.

B) Aynı tür kitaplar bir arada olacak şekilde kaç farklı diziliş yapılabilir ? (1.Aşama: Bir arada olması istenen kitaplar 1 kitap gibi düşünülür. 2.Aşama: Grupta toplamda kaç kitap (grubun dizilişi) olduysa önce toplamın faktöriyeli alınır. 3.Aşama: Her grubun adet faktöriyeli (yani kendi içindeki diziliş sayısı) çarpım olarak 2.aşamadaki faktöriyelin yanına çarpım olarak eklenir.)

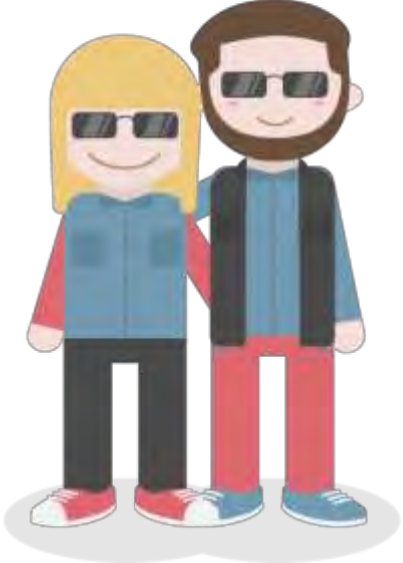
Birbirinden farklı 4 matematik, 3 fizik, 2 kimya kitabı bir rafa yan yana dizilecektir.

C) Sadece fizik kitapları bir arada olacak şekilde kaç farklı diziliş yapılabilir ?

Birbirinden farklı 4 matematik, 3 fizik, 2 kimya kitabı bir rafa yan yana dizilecektir.

D) Başta ve sonda kimya kitabı, matematik kitapları ise bir arada olacak şekilde kaç farklı diziliş yapılabilir ?

Soru : 4 evli çift, çiftler bir arada olacak şekilde kaç farklı yan yana sıralanabilirler ?



Soru : Ali ile Veli'nin bulunduğu 6 kişilik grup yan yana dizileceklerdir. Bu ikisinin bir arada olmadığı kaç farklı diziliş yapılabilir ?

Soru : 5 doktor ile 4 hemşire yan yana oturacaklardır. İki doktorun arasına bir hemşire gelecek şekilde kaç farklı şekilde diziliş yapılabilir ? (Bu tarz sorularda dizilişe karar vermek gerekir.)



Soru : 4 kız ile 4 erkek öğrenci, herhangi iki kız veya iki erkek öğrenci yan yana gelmeyecek şekilde kaç farklı sayıda yan yana sıralanabilir ?



Tekrarlı Permütasyon

n tane elemanın içinde özdeş elemanlar bulunuyorsa, bu n elemanın diziliş sayısında $n!$ sayısının paydasına bu özdeş elemanların sayısının faktöryel çarpımları yazılır.

$n_1 + n_2 + n_3 + \dots + n_r = n$ olmak üzere n tane nesnenin; n_1 tanesi özdeş, n_2 tanesi özdeş, \dots , n_r tanesi özdeş ise bu n tane nesnenin farklı dizilişlerinin sayısı

$$\frac{n!}{n_1! \cdot n_2! \cdot n_3! \cdot \dots \cdot n_r!}$$

ile bulunur.

Soru : LALE kelimesinin harflerinin yerleri değiştirilerek oluşturulan anlamlı ya da anlamsız 4 harfli kaç kelime yazılabilir ? (Tek tek yazmak işi uzatır.)

Soru : SARRAF kelimesinin harflerinin yerleri değiştirilerek oluşturulan anlamlı ya da anlamsız 6 harfli;

A) Kaç kelime yazılabilir ?

SARRAF kelimesinin harflerinin yerleri değiştirilerek oluşturulan anlamlı ya da anlamsız 6 harfli;

A) Sesli harf ile başlayan kaç kelime yazılabilir ?

Soru : KARAMAN kelimesinin harflerinin yerleri değiştirilerek oluşturulan anlamlı ya da anlamsız 7 harfli kelimelerden kaçısı sert ünsüz ile biter ?

Soru : 1123333 sayısının rakamları kullanılarak oluşturulacak;

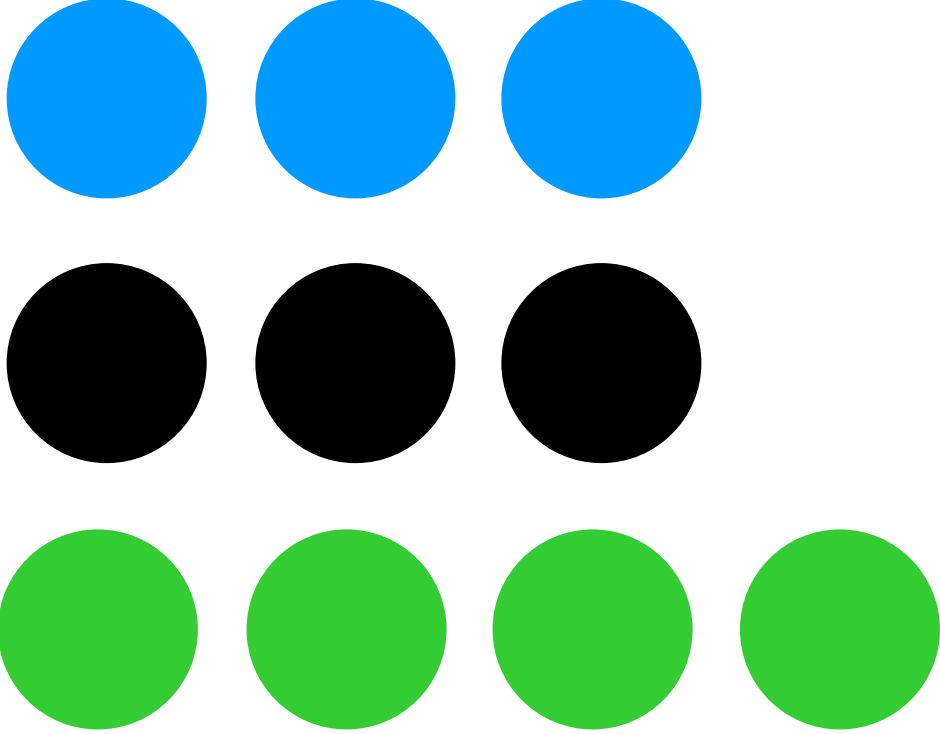
A) 7 basamaklı kaç çift sayı yazılır ?

1123333 sayısının rakamları kullanılarak oluşturulacak;

B) 6 basamaklı kaç sayı yazılır ? (Çözüm için verilen rakamlardan birini yok saymamız gerekiyor.)

Soru : 2031332 sayısının rakamları kullanılarak yedi basamaklı kaç sayı sayılabilir ? (Tüm durumdan şartı sağlamayan durum çıkartılır.)

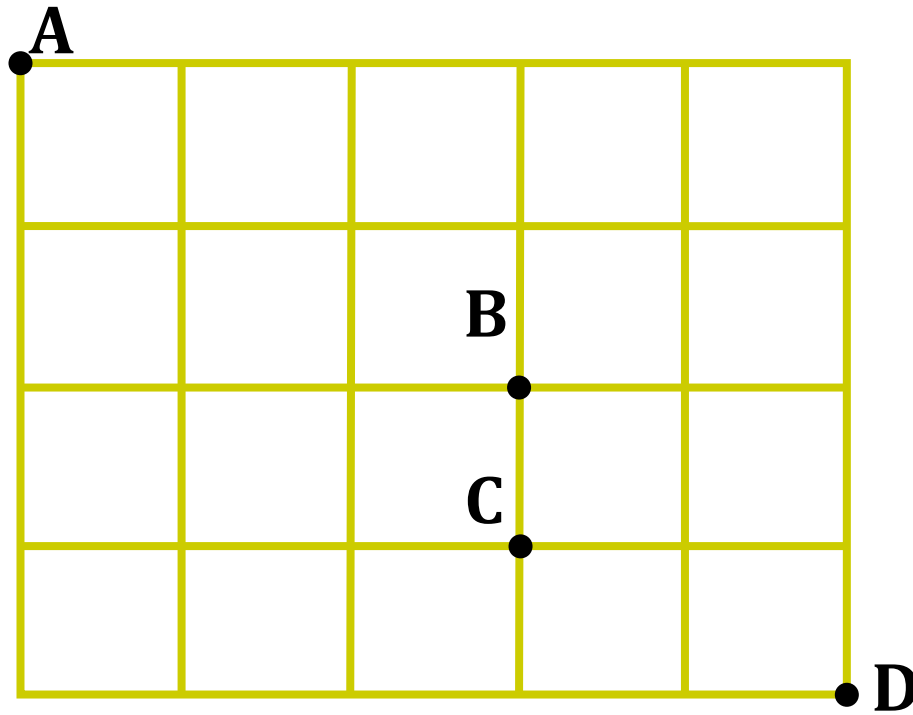
Soru : Özdeş olan; 3 mavi, 3 siyah ve 4 yeşil bilye yan yana dizi-
leceklerdir. Mavi bilyeler bir arada olacak şekilde kaç farklı diziliş
yapılabilir ?



Soru : İki basketbol takımı birbiri ile 7 final maçı yapacaktır. Bu maçlardan 4 'ünü kazanan şampiyon olacaktır. 7 maçta oynandığına göre karşılaşmalar sonuç bakımından kaç farklı şekilde sonuçlanır ?



Soru :



Şekilde bir bölgedeki yatay ve dikey yollar gösterilmiştir.

A noktasından yola çıkan bir araç en kısa yoldan;

A) Kaç farklı şekilde D noktasına ulaşır ?

Not :

Başlangıç noktasından

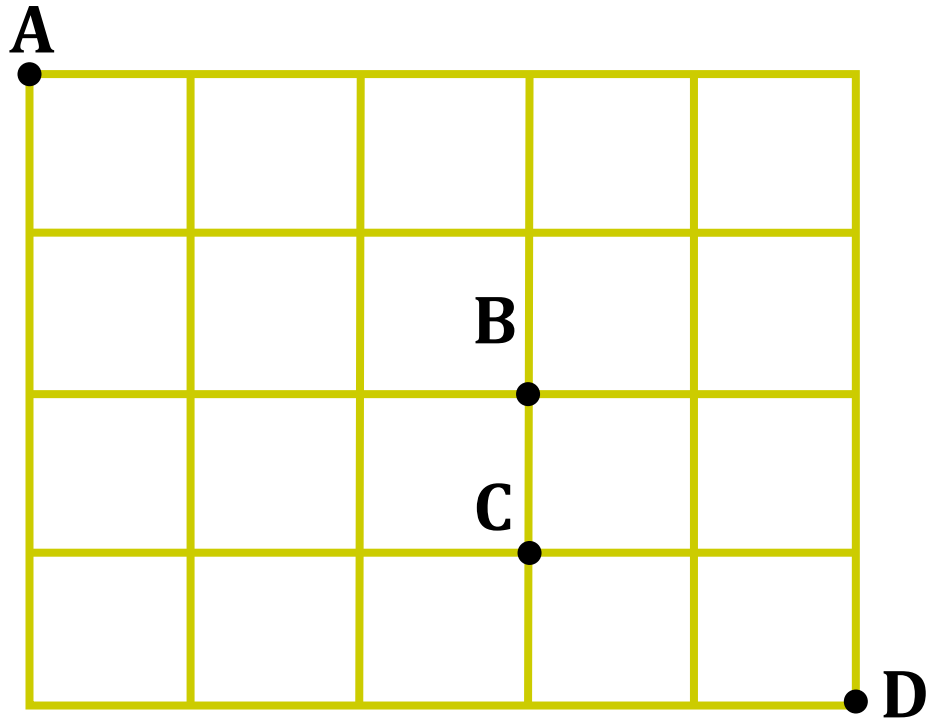
istenilen mesafeye toplam **a** defa yön kullanılsın. Örneğin bunun için

b defa bir yöne, **c** defa diğer yöne hareket ediliyorsa, istenilen yere

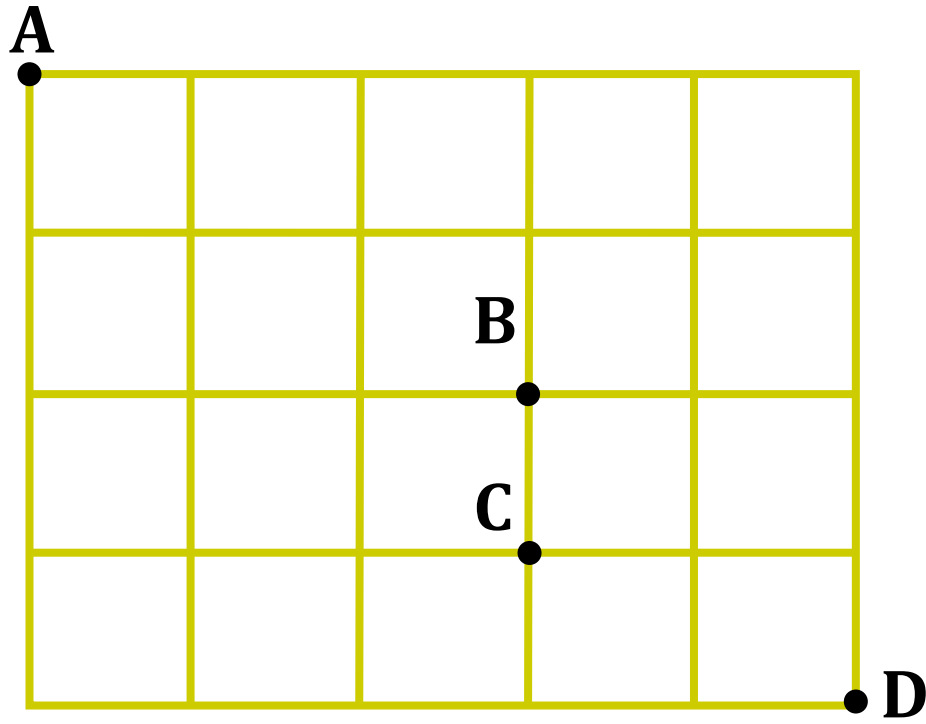
toplam ulaşım sayısı

$$\frac{a!}{b! \cdot c!}$$

ile bulunur.



B) Kaç farklı şekilde B noktasına uğrayıp D noktasına ulaşır ?



C) Kaç farklı şekilde BC yolunu takip edip D noktasına ulaşır ?

Soru :

		K		Sol baştaki T harfinden başlayıp E
	R		İ	harfine kadar komşu harfleri
Ü		K	Y	izleyerek TÜRKİYE kelimesi
T	R		İ	E kaç defada okunabilir ?
Ü		K	Y	
	R		İ	
		K		

(Bu bölümde işlenecek olan konuların, matematik müfredat programındaki yeri altta gösterilmiştir.)

Terimler ve Kavramlar : Kombinasyon

Sembol ve Gösterimler : $C (n , r) , \left(\begin{matrix} n \\ r \end{matrix} \right)$

10. 1. 1. 4. n elemanlı bir kümenin r tane elemanının kaç farklı şekilde seçilebileceğini hesaplar.

A) Kombinasyon kavramı alt küme sayısı ile ilişkilendirilir.

B) Kombinasyon kavramının aşağıdaki temel özellikleri incelenir:

- $C (n , r) = C (n , n - r)$

- $C (n , 0) + C (n , 1) + \dots + C (n , n) = 2^n$

Kombinasyon

n elemanlı bir kümenin elemanlarıyla oluşturulan grupların her birine “kombinasyon” adı verilir.

$n, r \in \mathbb{N}$, $n \geq r$ olmak üzere n elemanlı bir kümenin r elemanlı tüm alt kümelerinin sayısı $C(n, r)$ veya $\binom{n}{r}$ ile gösterilir.

$$C(n, r) = \binom{n}{r} = \frac{n!}{(n-r)! \cdot r!} \quad \text{olarak hesaplanır.}$$

(Kısayol: n ’den itibaren sayı r adım sırayla azaltılır. Elde edilen sayılar çarpılır. Çarpımın paydasına adım sayısının faktöriyeli yazılır.)

Soru : $\begin{pmatrix} 8 \\ 3 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 7 \\ 2 \end{pmatrix} = ?$

Soru : $\begin{pmatrix} 9 \\ 2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 8 \\ 4 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 10 \\ 1 \end{pmatrix} = ?$

Soru : $\begin{pmatrix} 10 \\ 3 \end{pmatrix} : \begin{pmatrix} 6 \\ 4 \end{pmatrix} = ?$

Soru :
$$\frac{C(10, 3) - P(8, 2)}{P(7, 3) + C(6, 2)} = ?$$

Soru : $C(n + 1, 3) = 3 \cdot C(n, 2)$ ise $n = ?$

Soru : $12 \cdot C(n + 6, 4) = (2n + 20) \cdot C(n + 5, 3)$ ise
 $n = ?$

Özellikler: 1) $\binom{n}{r}$ ifadesinde $n, r \in \mathbb{N}$ ve $r \leq n$ olmalıdır.

2) $\binom{n}{0} = \binom{n}{n} = 1$

Örneğin; $\binom{4}{0} = 1$ ve $\binom{4}{4} = 1$ 'dir.

3) $\binom{n}{1} = \binom{n}{n-1} = n$

Örneğin; $\binom{5}{1} = 5$ ve $\binom{5}{4} = 5$ 'tir.

4) $\binom{n}{r} = \binom{n}{k}$ ise $r = k$ veya $r + k = n$ olmalıdır.

Örneğin; $\binom{5}{2} = \binom{5}{2}$ ve $\binom{5}{2} = \binom{5}{3}$ eşitlikleri sağlanır.

Bu yüzden, örneğin $\binom{13}{10}$ yerine $\binom{13}{3}$ ifadesini kullanabiliriz.

Soru : $\begin{pmatrix} 12 \\ 10 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 15 \\ 14 \end{pmatrix} = ?$

Soru : $2 \cdot \binom{n+1}{n} - 1 = 15$ ise $n = ?$

Soru : $\binom{8}{n+2} = \binom{8}{1+2n}$ ise $n = ?$ ($\binom{n}{r} = \binom{n}{k}$ ise $r = k$ veya $r + k = n$ olmalıydı.)

Soru : $\begin{pmatrix} n + 2 \\ n - 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} n + 2 \\ 2n - 7 \end{pmatrix}$ ise n sayılarının çarpımı ne olur ?

Soru : $\binom{33}{n+3} = \binom{33}{2n-6}$ ise $\binom{n}{10} = ?$

5) $\binom{n}{0} + \binom{n}{1} + \binom{n}{2} + \dots + \binom{n}{n-1} + \binom{n}{n} = 2^n$

olarak alınır.

Soru: $\binom{6}{0} + \binom{6}{1} + \binom{6}{2} + \dots + \binom{6}{5} + \binom{6}{6} + \binom{7}{2} = ?$

Soru : $\binom{9}{0} + \binom{9}{1} + \binom{9}{2} + \dots + \binom{9}{7} + \binom{9}{8} = ?$

(Grup tam düşünülür. Grupta olmayan terim sonuçtan çıkartılır.)

Soru : $\binom{10}{0} + \binom{10}{1} + \binom{10}{3} + \binom{10}{4} + \dots + \binom{10}{9} + \binom{10}{10} = ?$

Karışık Uygulamalar

Soru: $A = \{ 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 \}$ kümesinin;

A) 5 elemanlı alt küme sayısını bulunuz.

$A = \{ 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 \}$ kümesinin;

B) En az 7 elemanlı alt küme sayısını bulunuz.

$A = \{ 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 \}$ kümesinin;

C) En çok 3 elemanlı alt küme sayısını bulunuz.

$A = \{ 1 , 2 , 3 , 4 , 5 , 6 , 7 , 8 \}$ kümesinin;

D) 4 elemanlı alt kümelerinin kaç tanesinde 5 yoktur ?

$A = \{ 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 \}$ kümesinin;

E) 4 elemanlı alt kümelerinin kaç tanesinde 7 vardır ?

$A = \{ 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 \}$ kümesinin;

F) 4 elemanlı alt kümelerinin kaç tanesinde 2 var ama 4 yoktur ?

$A = \{ 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 \}$ kümesinin;

G) 4 elemanlı alt kümelerinin kaç tanesinde 1 veya 8 vardır ?

Soru : n elemanlı bir kümenin 4 elemanlı alt küme sayısı 6 elemanlı alt küme sayısına eşit ise kümenin 2 elemanlı alt küme sayısını bulunuz.

Soru: n elemanlı bir kümenin 2 elemanlı alt küme sayısı 28 ise bu kümenin 3 elemanlı alt küme sayısı kaçtır ?

Not : Çözümlerde yeri geldiğinde toplama – çarpma ile sayma ve permütasyon yöntemlerini kullanabiliriz.

Soru : 10 kişilik bir gruptan 3 kişi ve bu 3 kişi içinden 1 başkan kaç farklı şekilde seçilebilir ?

Soru : 7 matematik, 5 fizikçi arasından 3 matematik ve 2 fizikçi kaç farklı şekilde seçilebilir ?

Soru : 9 kişilik gruptan seçilen 4 kişi kaç farklı şekilde yan yana dizilebilir ?

Soru : 4 kimya ve 5 tarih kitabı arasından; 3 kimya ve 2 tarih kitabı seçilip, tarih kitapları bir arada olacak şekilde kaç farklı yan yana dizilebilir ?

Soru : 6 doktor ve 5 hemşire arasından, grupta **en çok** 1 doktor olacak şekilde kaç farklı **üçlü** ekip oluşturulabilir ?

Soru : 4 matematik, 3 fizik ve 2 kimyacı arasından 4 kişilik komisyon oluşturulacaktır. Komisyonda her branştan en az 1 kişinin bulunduğu kaç farklı seçim yapılabilir ?

Soru : 6 negatif ve 4 pozitif sayı arasından 3 sayı seçiliyor. Bu sayıların çarpımı negatif ise kaç farklı seçim yapılabilir ?

Soru : 8 diziden 3 'ü aynı saatte yayınlanmaktadır. 3 dizi izleyecek olan kişi kaç farklı seçim yapabilir ?

Soru : 10 soruluk bir sınavda öğrencinin 8 soruyu cevaplamaı istenmektedir. Öğrencinin;

A) İlk 3 soruyu cevaplamaı şartı ile kaç farklı seçim yapabilir ?

10 soruluk bir sınavda öğrencinin 8 soruyu cevaplaması istenmektedir. Öğrencinin;

B) İlk 6 sorudan en az 5 'ini cevaplaması şartı ile kaç farklı seçim yapabilir ?

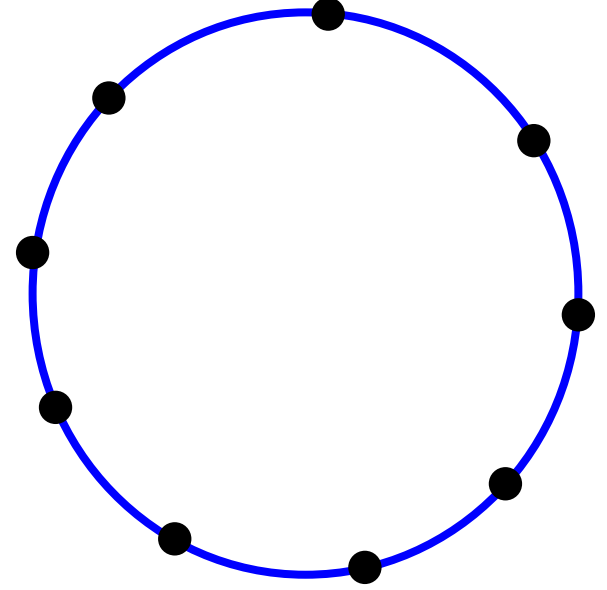
Soru : 12 soruluk bir sınavda öğrencinin 8 soruyu cevaplaması istenmektedir. Öğrenci ilk 4 sorudan **en çok** 1 'ini cevaplaması şartı ile kaç farklı seçim yapabilir ?

Soru : 1 , 2 , 3 , 4 , 5 , 6 rakamları kullanılarak $x < y < z$ şartını sağlayan üç basamaklı kaç farklı xyz sayısı yazılabilir ?
(Gruptan seçilebilecek herhangi üç sayı ile şartı sağlayan sayı yazılabilir.)

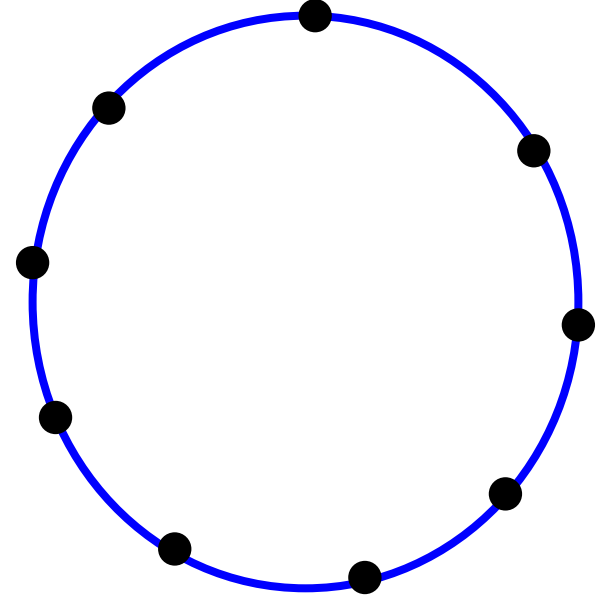
Soru : x , y , z birer rakam olmak üzere $x < y < z$ şartını sağlayan üç basamaklı kaç farklı xyz sayısı yazılabilir ?

Soru : Bir çember üzerindeki 9 noktadan;

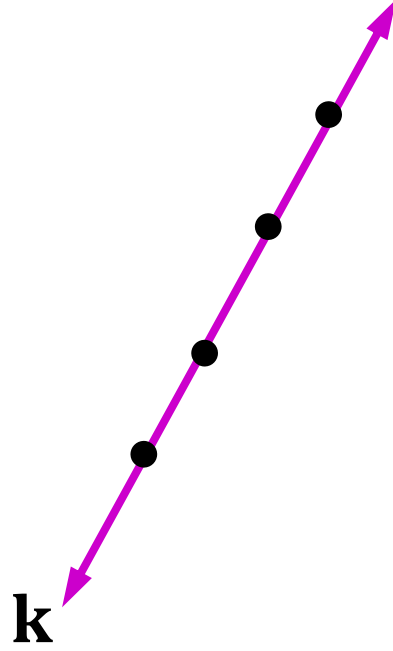
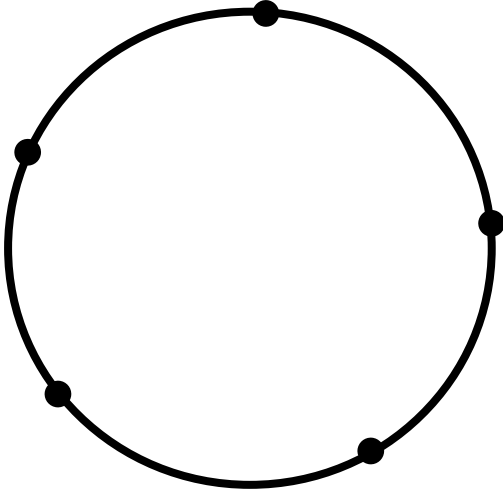
A) Kaç doğru geçebilir ?

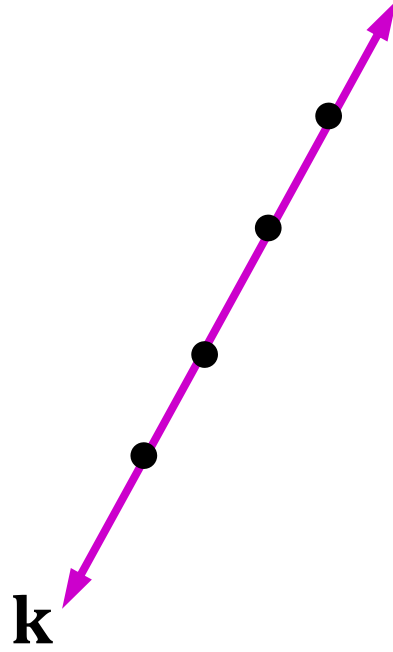
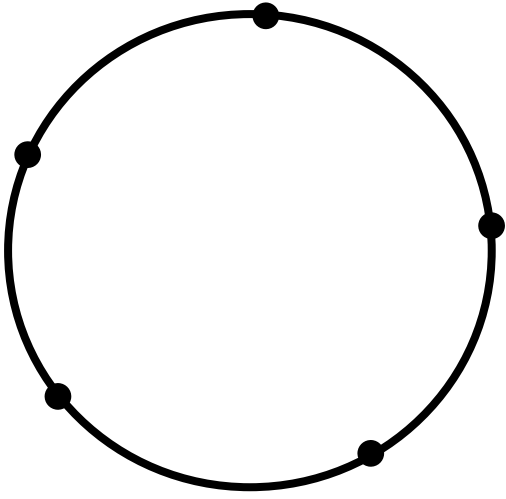


B) Kaç üçgen çizilebilir ?



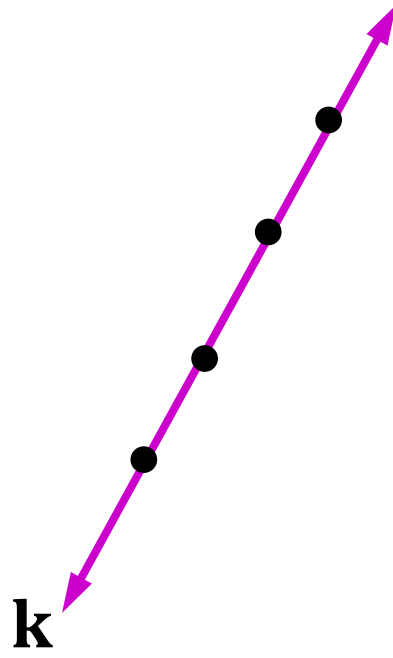
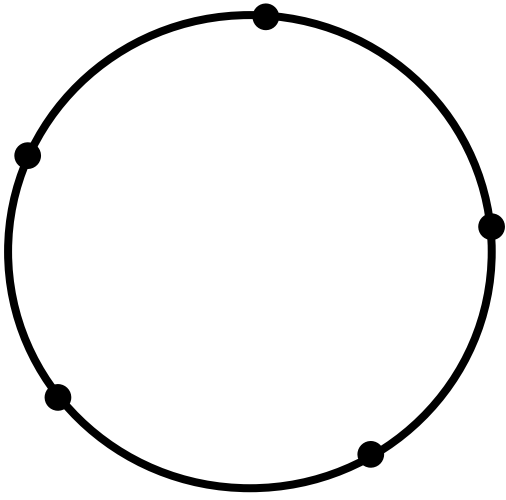
Soru : Verilen noktalardan; **A)** Kaç doğru geçebilir ?





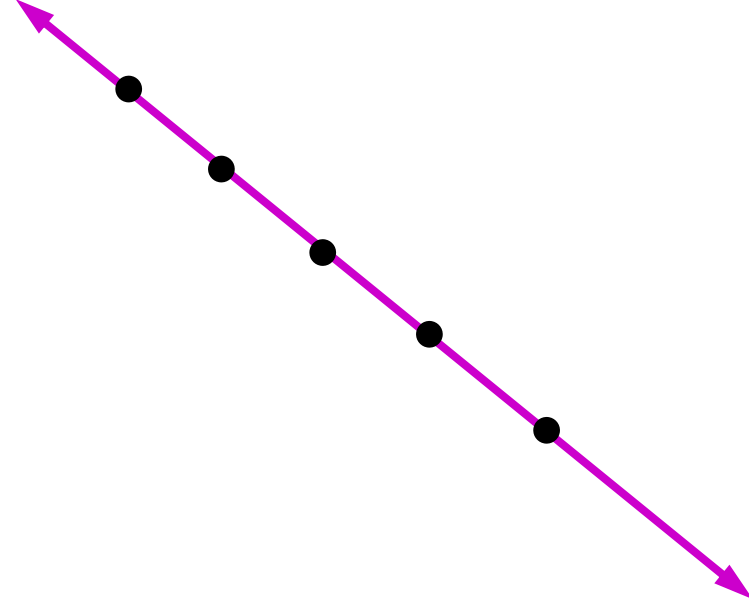
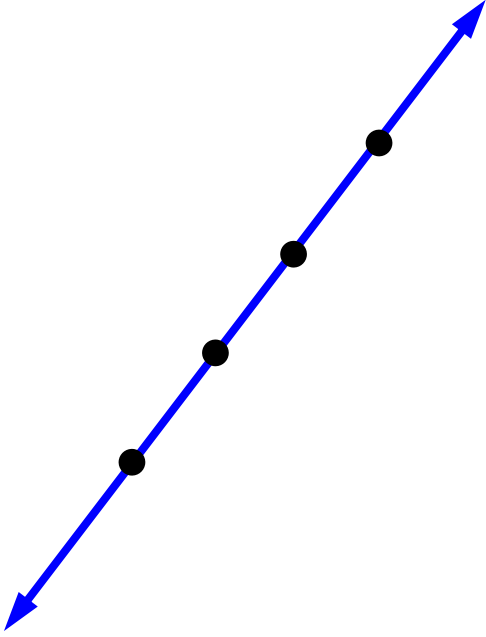
B) Kaç üçgen çizilebilir ?

(2.yol : Tüm durumdan,
üçgen oluşturamayacak
olan durum çıkartılır.)

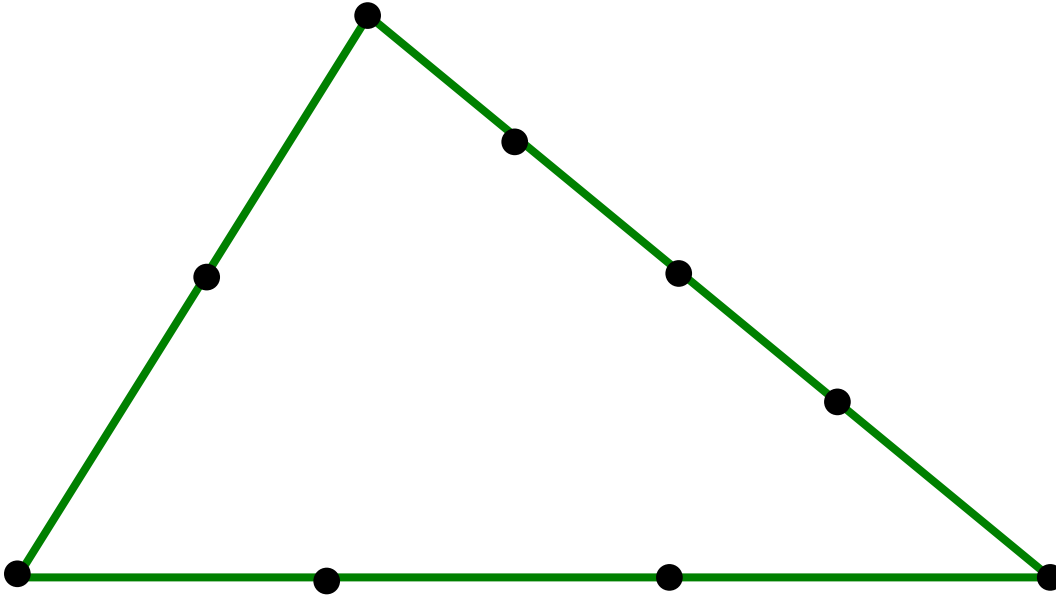


C) Kaç dörtgen çizilebilir ?

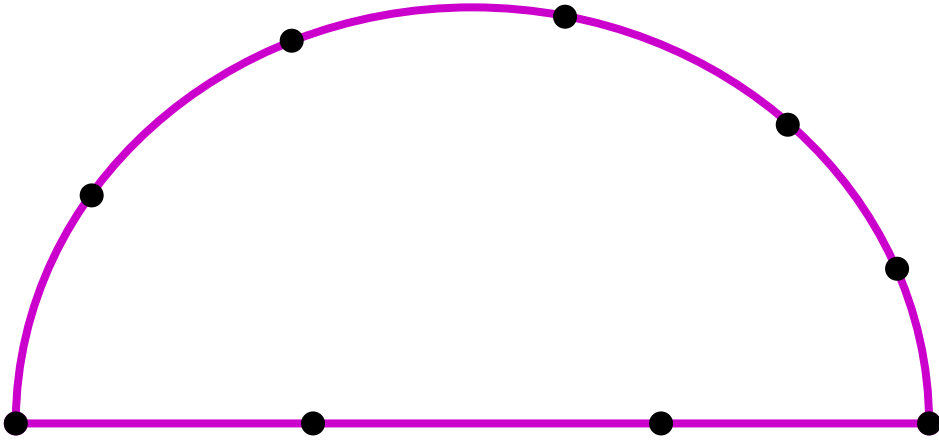
Soru : Verilen noktalar kullanılarak kaç üçgen oluşturulabilir ?



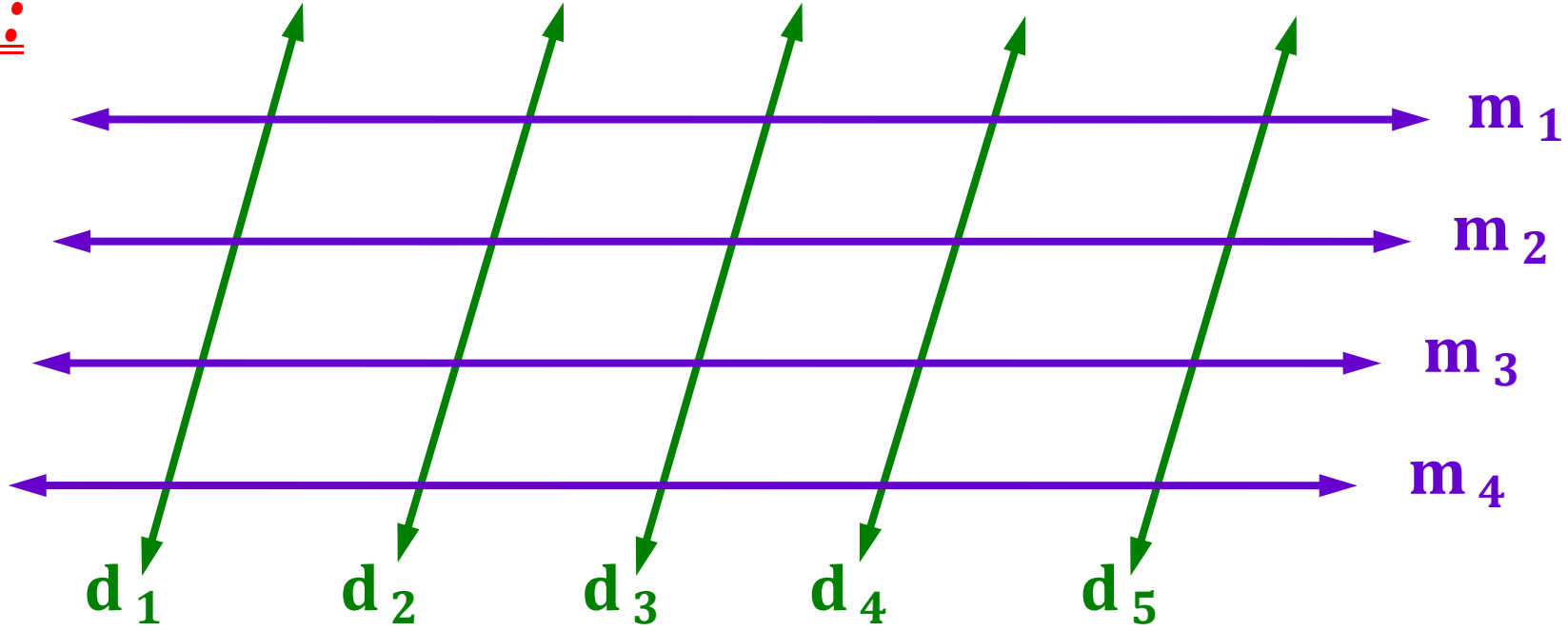
Soru : Şekildeki noktalar kullanılarak kaç farklı üçgen çizilebilir ?



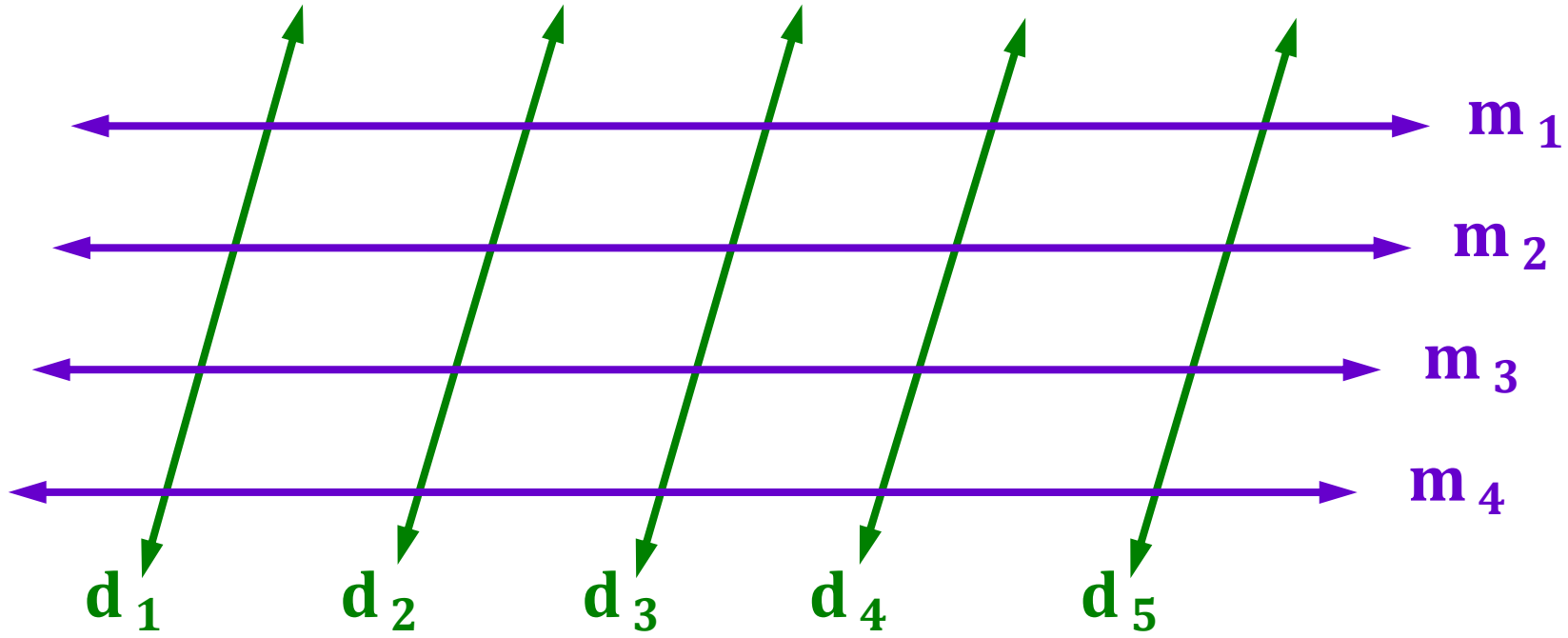
Soru : Verilen noktalar kullanılarak kaç doğru çizilebilir ?



Soru :

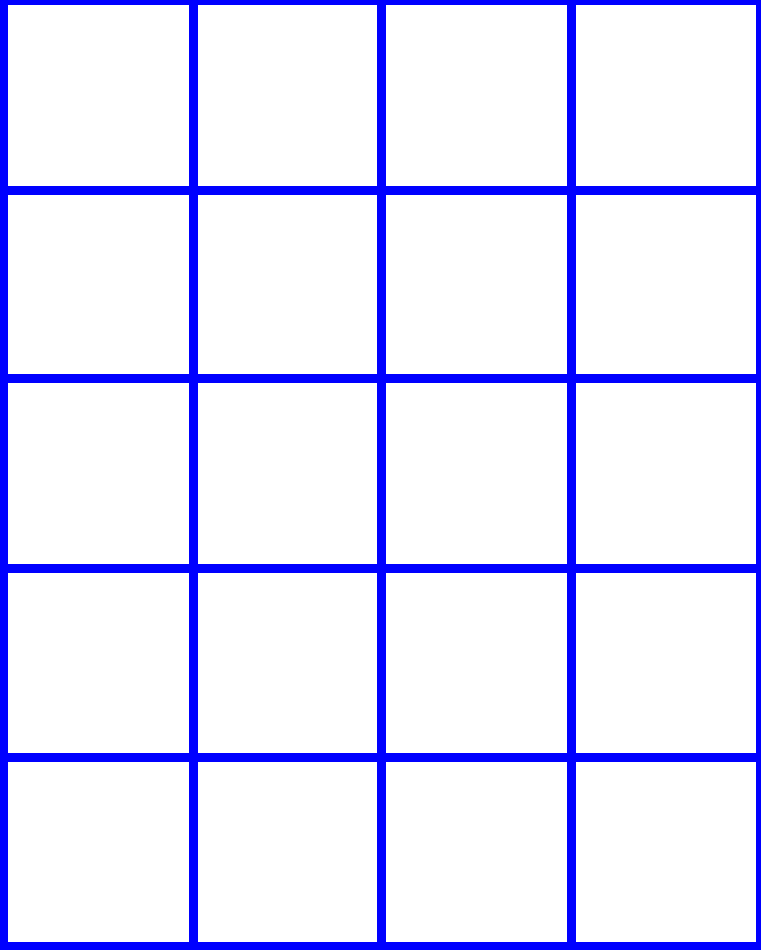


$d_1 // d_2 // d_3 // d_4 // d_5$ ve $m_1 // m_2 // m_3 // m_4$ doğrularını kullanarak; **A)** Kaç dörtgen çizilebilir ?

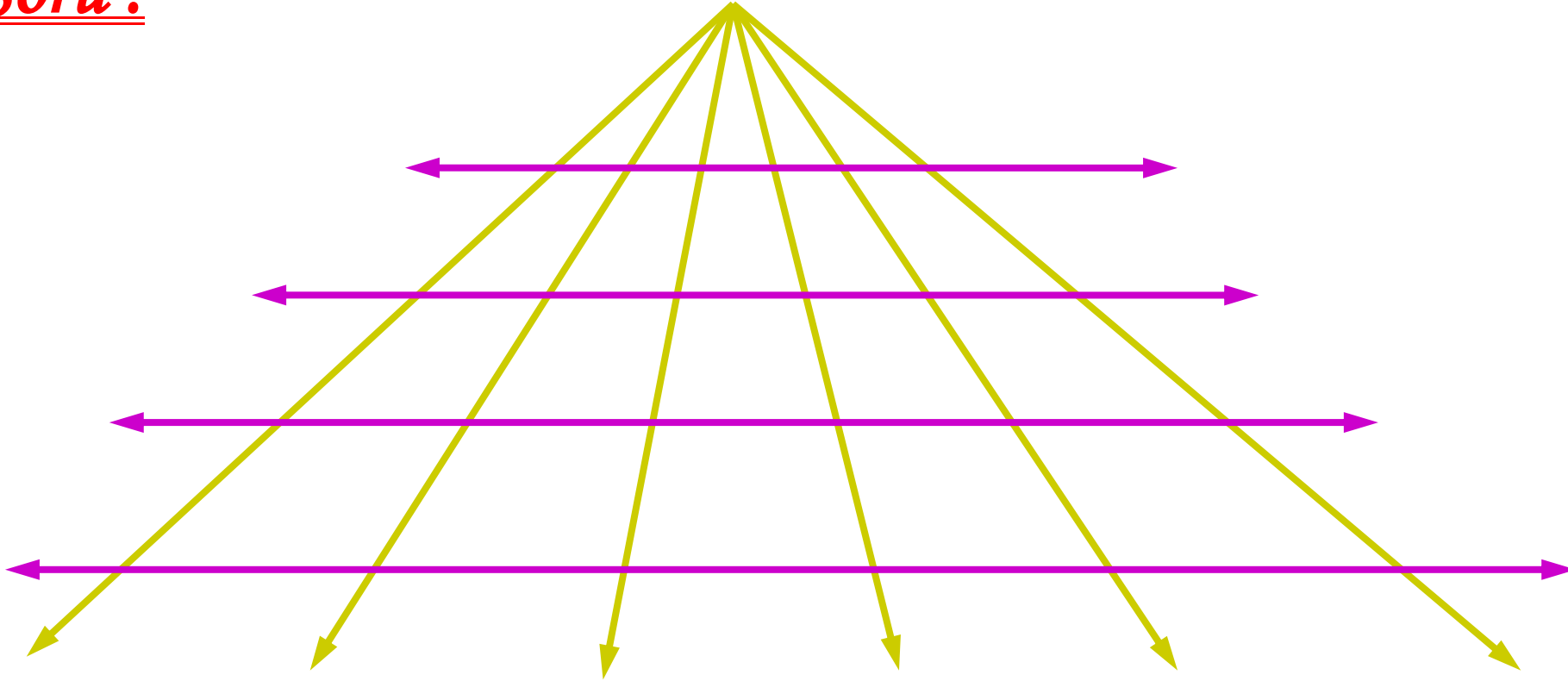


B) Bir köşesi d_4 üzerinde
olan kaç dörtgen çizilebilir ?

Soru : Kenar uzunlukları 1 br olan karelerin oluşturduğu şekilde, alanı 1 br² 'den büyük olan kaç dikdörtgen vardır ?



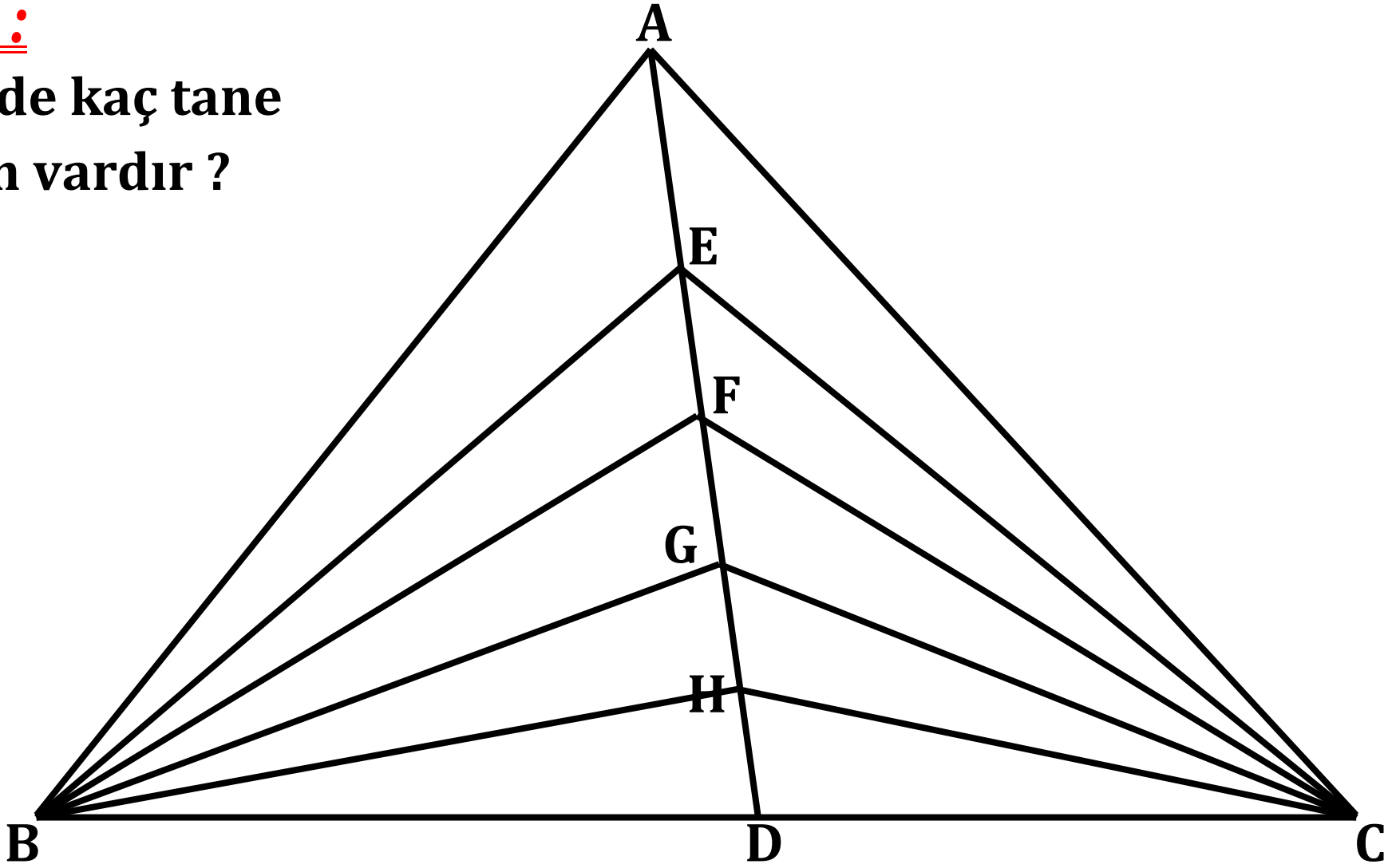
Soru :



Şekilde kaç üçgen vardır ? (Sayarak ta bulunabilir.)

Soru :

**Şekilde kaç tane
üçgen vardır ?**



Soru : Aynı düzlemdeki birbirinden farklı olan 5 çemberin en çok kaç farklı noktada kesişebileceğini bulunuz. (İki farklı çemberin en çok kaç noktada kesişebileceği şekiller üzerinde denenir. Nokta sayısı bulunursa çözüm $k \cdot \binom{n}{2}$ olarak bulunur.

Nokta sayısı

Gruptan seçilen iki çember

Soru : Aynı düzlemdeki birbirinden farklı olan 6 üçgenin en çok kaç farklı noktada kesişebileceğini bulunuz.

(Bu bölümde işlenecek olan konuların, matematik müfredat programındaki yeri altta gösterilmiştir.)

Terimler ve Kavramlar: Pascal üçgeni, Binom açılımı

10. 1. 1. 5. Pascal üçgenini açıklar.

Pascal üçgeninin, aralarında Ömer Hayyam'ın da bulunduğu Hint, Çin, İslam medeniyetlerindeki matematikçi ve düşünürler tarafından Pascal'dan çok önceleri ele alındığı; bu çerçevede matematiksel bilginin oluşumunda farklı kültür ve bilim insanların rolü vurgulanır.

10. 1. 1. 6. Binom açılımını yapar.

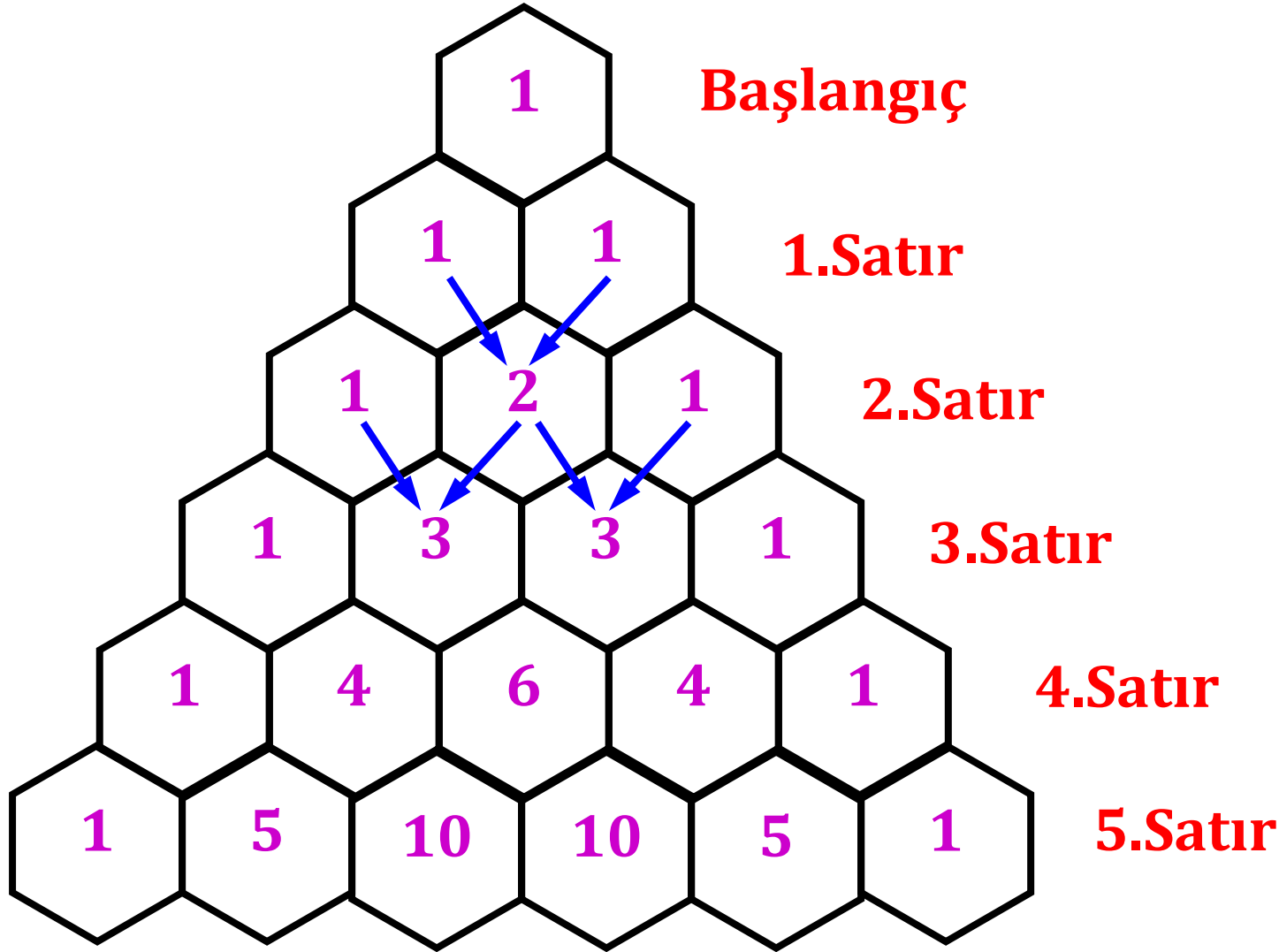
A) Binom açılımı Pascal üçgeni ile ilişkilendirilir.

B) Sadece iki terimli ifadelerin açılımı ele alınır.

C) Binom formülü ile ilgili örnekler yapılır ancak

$(ax + by)^n$ açılımında $n \in \mathbb{N}$ ve $a , b \in \mathbb{Q}'$ şeklindeki örneklerle yer verilmez.

Pascal Üçgeni



. . . olarak devam eder.

Üstteki şekil **Pascal üçgeni** olarak adlandırılır.

Pascal üçgeni aşağıdaki özelliklere sahiptir:

1) Pascal üçgeninin tepesinde 1 sayısı bulunur.

2) Her satır bir önceki satırın eleman sayısından bir fazladır.

3) Her satır 1 ile başlar ve 1 ile biter. Aradaki sayılar ise bir üst satırda kendisine komşu olan iki sayının toplamıdır.

4) n. satırdaki elemanların toplamı 2^n üslü sayısı ile bulunur.

Her satır ile kombinasyon ilişkisi aşağıda belirtilmiştir.

$$1 = 2^0 = 1 = \binom{0}{0}$$

$$1 + 1 = 2^1 = 2 = \binom{1}{0} + \binom{1}{1}$$

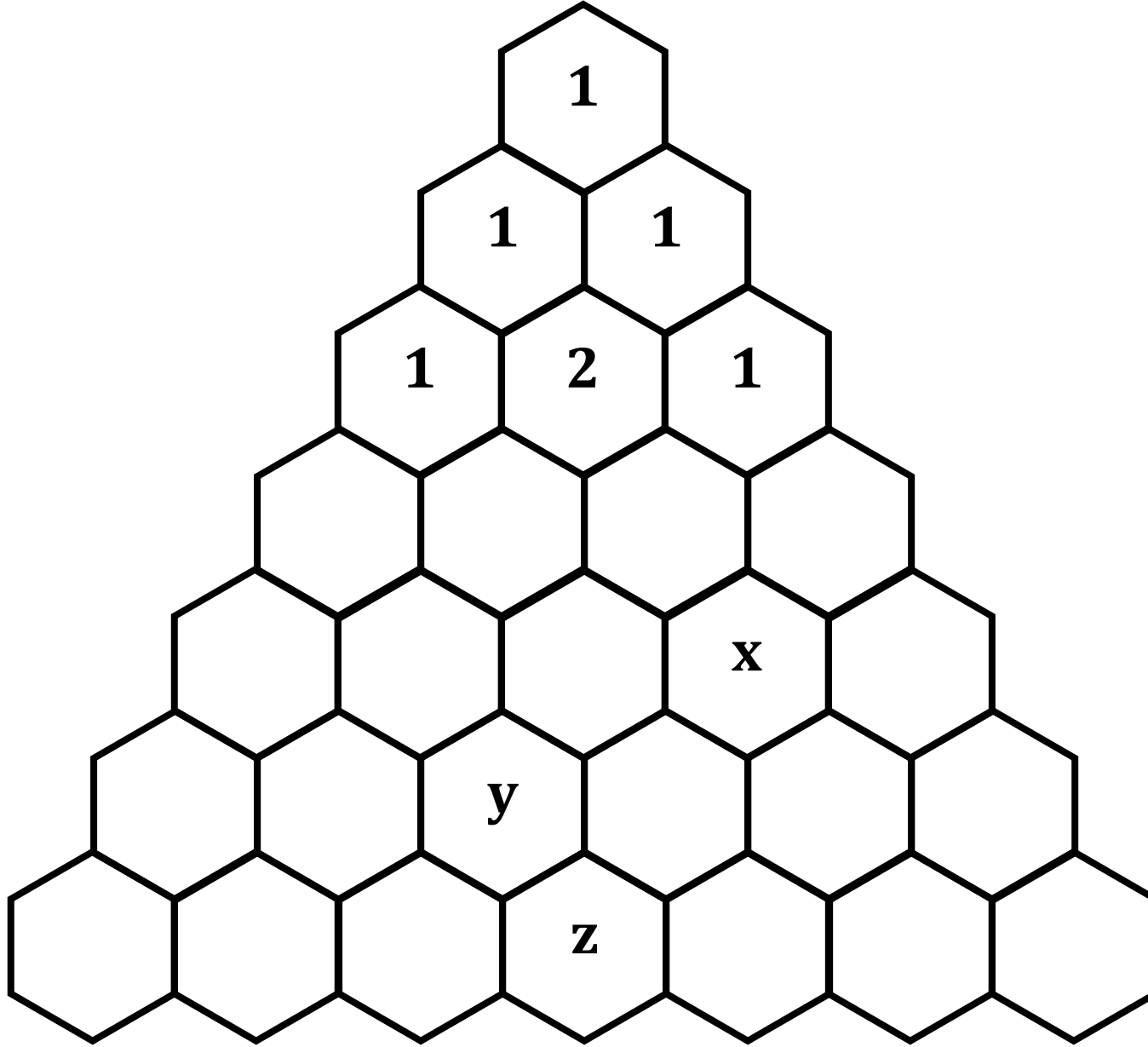
$$1 + 2 + 1 = 2^2 = 4 = \binom{2}{0} + \binom{2}{1} + \binom{2}{2}$$

$$1 + 3 + 3 + 1 = 2^3 = 8 = \binom{3}{0} + \binom{3}{1} + \binom{3}{2} + \binom{3}{3}$$

$$1 + 4 + 6 + 4 + 1 = 2^4 = 16 = \binom{4}{0} + \binom{4}{1} + \binom{4}{2} + \binom{4}{3} + \binom{4}{4}$$

~ 146 ~

Soru : Altta verilen Pascal üçgeninde $x + y + z = ?$



Soru : Pascal üçgenindeki 7.satırdaki ikinci eleman x ve satırın tüm sayılarının toplamı y ise $x + y = ?$

Binom Açılımı

Her $x, y \in \mathbb{R}$ ve her $n \in \mathbb{N}$ için;

$$(x + y)^n = \binom{n}{0} \cdot x^n \cdot y^0 + \binom{n}{1} \cdot x^{n-1} \cdot y^1 + \binom{n}{2} \cdot x^{n-2} \cdot y^2$$

$$+ \dots + \binom{n}{n-1} \cdot x^1 \cdot y^{n-1} + \binom{n}{n} \cdot x^0 \cdot y^n \quad \text{olarak açılır.}$$

Soru: $(x - 2y)^2$ ifadesinin açılımını bulunuz.

Soru : $(3x + y)^3$ ifadesinin açılımını bulunuz.

Soru : $(2x - 3 / x)^4$ ifadesinin açılımını bulunuz.

Kural 1: $(ax + by)^n$ açılımında;

A) $n + 1$ tane terim vardır.

B) Açılımdaki her bir terimdeki x ve y değişkenlerinin üsleri toplamı n 'dir.

B) Katsayılar toplamı için x ve y yerine 1 , sabit terim için ise x ve y yerine 0 yazılır.

Soru : $(3x - y)^4$ açılımındaki terim sayısı ile açılımın katsayılar toplamının çarpımını bulunuz.

2.yol: $(3x - y)^4$ ifadesinin binom açılımından da istenenler bulunabilir.

Soru : $(2 - x)^5$ açılımındaki sabit terim ile katsayılar toplamını bulunuz.

Soru : $(3x + 5)^3$ açılımındaki sabit terim, katsayılar toplamından kaç eksiktir ?

Soru : $(x - 3y)^n$ açılımında 6 terim varsa açılımın katsayılar toplamını bulunuz.

Soru : $(2x + 5y)^{12}$ açılımındaki bir terim $a . x^{2k + 1} . y^{k - 4}$
ise $k = ?$

Soru : $(x - 3y)^m$ açılımındaki bir terim $a \cdot x^{5-m} \cdot y^{m+2}$ ise açılımındaki katsayılar toplamını bulunuz.

Kural 2 : A) $(ax + by)^n$ açılımındaki **baştan** $(r + 1)$.

terim $\binom{n}{r} \cdot (ax)^{n-r} \cdot (by)^r$ olarak elde edilir.

B) $(ax + by)^n$ açılımındaki **sondan** $(r + 1)$. **terim**

$\binom{n}{r} \cdot (ax)^r \cdot (by)^{n-r}$ olarak elde edilir.

Soru : $(x + 3y)^5$ açılımındaki baştan 3. terimi bulunuz.

Soru : $(2x + 5)^4$ açılımındaki baştan 2. terimi bulunuz.

Soru : $(3x - 2y)^6$ açılımındaki baştan 4. terimi bulunuz.

Soru : $(2x + 1 / x)^7$ açılımındaki baştan 5. terimi bulunuz.

Soru : $(2m - 2)^5$ açılımındaki sondan 4. terimi bulunuz.

Soru : $(x^2 + 2x)^6$ açılımındaki sondan 3. terimi bulunuz.

Soru : $(\sqrt{x} + \sqrt[4]{x})^{10}$ açılımındaki sondan 7. terimi bulunuz.

Kural 2 : C) $(ax + by)^{2n}$ açılımındaki **ortanca terim**

$\binom{2n}{n} \cdot (ax)^n \cdot (by)^n$ olarak elde edilir.

Soru : $(-2x + 3)^6$ açılımındaki ortanca terimi bulunuz.

Soru : $(- 1 + 2 / x)^8$ açılımındaki ortanca terimi bulunuz.

Soru : $(2x + x^2)^8$ açılımındaki ortanca terimi bulunuz.

Soru : $(\sqrt{x} + \sqrt[3]{x})^{12}$ açılımındaki ortanca terimi bulunuz.

Soru : $(x^2 + 2)^7$ açılımındaki bir terim $A \cdot x^8$ ise $A = ?$

Not : Baştan $(r + 1)$. terim $A \cdot x^8$ olsun. **Üslü terimlerin eşitliğinden** r bulunur ve r çözümde yerine yazılarak A sayısı elde edilir.

Soru : $(3 + 2x^3)^5$ açılımındaki bir terim $A . x^6$ ise $A = ?$

Soru : $(3x + x^2)^6$ açılımındaki bir terim $A . x^{10}$ ise $A = ?$

Soru : $(-x^2 + 2/x)^7$ açılımındaki x^8 'li terimin katsayısını bulunuz.

Soru : $(2x^3 - 1 / x)^{11}$ açılımındaki bir terim $A . x$ ise $A = ?$

Not : Sabit terim istendi diye **x** yerine **0** yazamayız. Çünkü parantezdeki 2. terim tanımsız oluyor. Çözüm yolunda istenen, baştan **(r + 1).** terim **A . x⁰** olarak alınır.

Soru : $(x + 1 / x^2)^6$ açılımındaki sabit terimi bulunuz.

Soru : $(x + 3/x)^6$ açılımındaki sabit terimi bulunuz.

Soru : $(x^2 + 2/x^3)^{10}$ açılımındaki sabit terimi bulunuz.

(Bu bölümde işlenecek olan konuların, matematik müfredat programındaki yeri altta gösterilmiştir.)

10. 1. 2. Basit Olayların Olasılıkları

Terimler ve Kavramlar : Örnek uzay, olay, deney, çıktı, kesin olay, imkânsız olay, ayrık olay, ayrık olmayan olay, bir olayın tümleyeni, olasılık

Sembol ve Gösterimler : E , $P (A)$, $P (A')$, $P (A \cup B)$,
 $P (A \cap B)$

10. 1. 2. 1. Örnek uzay, deney, çıktı, bir olayın tümleyeni, kesin olay, imkânsız olay, ayrık olay ve ayrık olmayan olay kavramlarını açıklar.

A) Örnek uzay, deney, çıktı kavramları eş olası durumlardan yola çıkılarak eş olası olmayan durumlar için de örneklendirilir ve tanımlanır.

B) Ayırık olay ve ayırık olmayan olaylar üzerinde durulur.

C) El Kindî ve Laplace'ın çalışmalarına yer verilir.

10. 1. 2. 2. Basit olayların olasılıklarını hesaplar.

Bir olayın tümleyeni ile olasılık değeri ilişkilendirilir.

10. 1. 2. 3. Tümleyen, ayırık olay ve ayırık olmayan olay ile ilgili olasılıkları hesaplar.

Sadece sonlu ve ayırık kümeler üzerinde tanımlı olayların olasılıkları üzerinde durulur.

Basit Olayların Olasılıkları

Tekrarlanabilen, her seferinde farklı sonuçlar elde edilebilen aşamalara birer “**deney**” adı verilir. Deneylerde elde edilen sonuçların her birine de “**çıktı**” adı verilir.

Bir deneyin mümkün olan tüm çıktılarının kümesine “**örnek uzay**” adı verilir ve **E** harfi ile gösterilir.

Örnek uzayın her bir alt kümesine “ olay ” adı verilir.

Bir A olayının dışında kalan, örnek uzayın diğer çıktılarını içeren olaya da “ A olayın tümleyeni ” adı verilir ve A' ile gösterilir.



Madeni bir paranın atılması deneyinde örnek uzay

$E = \{ \text{Yazı}, \text{Tura} \}$ olur. Paranın üst yüzüne; yazı gelmesi olayı

$A = \{ \text{Yazı} \}$ ise yazı gelmemesi olayı $A' = \{ \text{Tura} \}$ olur.

$s(E) = 2$ olup, $s(A) = 1$ ve $s(A') = 1$ olduğundan

$s(A) + s(A') = s(E)$ olur.

Soru : İki madeni paranın atılma olayındaki örnek uzayları bulunuz.



Soru : Üç madeni paranın atılma olayındaki örnek uzayları bulunuz.



Not : n tane madeni paranın atılması olayında örnek uzayın 2^n tane elemanı vardır.

Soru : Bir zarın atılması olayındaki örnek uzayların elemanlarını bulunuz.



Soru : İki zarın atılması olayındaki örnek uzayların elemanlarını bulunuz.



Not : n tane zarın atılması olayında örnek uzayın 6^n tane elemanı vardır.

Soru : 4 hemşire, 2 doktor ve 3 hasta bakıcının olduğu gruptan;

A) İki kişinin seçilmesi olayına ait örnek uzayın eleman sayısı kaçtır ? (Kombinasyondan faydalanılır.)

4 hemşire, 2 doktor ve 3 hasta bakıcının olduğu gruptan;

B) Üç kişinin seçilmesi olayında her branştan bir kişinin olması olayına ait örnek uzayın eleman sayısı kaçtır ?

4 hemşire, 2 doktor ve 3 hasta bakıcının olduğu gruptan;

C) Seçilecek olan iki kişinin de aynı branştan olması olayına ait örnek uzayın eleman sayısı kaçtır ?

Soru : 62663644 sayısının rakamları kullanılarak yazılabilecek sekiz basamaklı farklı tek sayıların oluşturduğu olaya ait örnek uzayın eleman sayısı kaçtır ? (Tekrarlı permütasyondan faydalanılır.)

Tanım : Aynı örnek uzaydaki bir olaya ait olası durumların sayısı başka bir olaya ait olası durumların sayısına eşit ise bu olaylara “ eş olası olaylar ”, eşit değil ise “ eş olası olmayan olaylar ” denir.

Soru : Bir zarın atılması olayında zarın üst yüzüne; çift gelmesi olayı A , asal sayı gelmesi olayı B ve üçe bölünebilen bir sayı gelmesi olayı C ise olaylardan eş olası durumda olan ve eş olası durumda olmayan olayları yazınız.

Tanım : Ortak elemanları olmayan olaylara “ayrık olaylar” denir.

A ve B ayrık iki olay ise $A \cap B = \emptyset$ olur.

İki olayın ortak elemanı varsa bu olaylara “ayrık olmayan olaylar” denir. A ve B ayrık olmayan iki olay ise $A \cap B \neq \emptyset$ olur.

Soru : Bir zarın atılması olayında zarın üst yüzüne; tek sayı gelmesi olayı A , asal sayı gelmesi olayı B ve iki ile bölünebilen bir sayı gelmesi olayı C ise olaylardan ayrık ile ayrık olmayan olayları inceleyiniz.

Kural: A , E örnek uzayda bir olay olsun. A olayının gerçekleşme olasılığı $P (A)$ ile gösterilir.

$$P (A) = \frac{\text{A olayının eleman sayısı}}{\text{Örnek uzayın eleman sayısı}} = \frac{s (A)}{s (E)}$$

oranı ile bulunur.

Bir A olayının olma olasılık değeri $[0 , 1]$ aralığında olmalıdır. Yani $0 \leq P (A) \leq 1$ olmalıdır.

Olasılığı 0 olan olaya “**imkansız olay**” (Örneğin bir zarın atılması olayında üst yüze 7 sayısının gelmesi imkansızdır.) adı verilir.

Olasılığı 1 olan olaya “**kesin olay**” (Örneğin bir zarın atılması olayında üst yüze bir rakamın gelmesi kesin bir olaydır.) adı verilir.

Soru : $P (K) = 2$, $P (L) = \frac{3}{7}$, $P (M) = - 1$, $P (N) = \frac{5}{3}$

$P (R) = \frac{4}{9} + \frac{1}{5}$ ile $P (S) = 1\frac{2}{3}$ sonuçlarından hangisi ya

da hangileri olasılık değeri olarak alınabilir ?

Soru : İki madeni paranın atılması olayında üst yüze gelenlerden **birinin yazı** gelme ihtimalini bulunuz.

Soru : Üç madeni paranın atılması olayında üst yüze;

A) Gelenlerden birinin tura gelmesi olasılığı kaçtır ?

Üç madeni paranın atılması olayında üst yüze;

B) Gelenlerden en az ikisinin yazı gelmesi olasılığı kaçtır ?

Soru : Dört madeni paranın atılması olayında; üst yüze gelenlerden ikisinin tura, ikisinin de yazı gelmesi olasılığı kaçtır ?

Soru : İki zar havaya atılıyor. Üst yüze gelen sayıların;

A) İkisinin de aynı olma ihtimali kaçtır ?

İki zar havaya atılıyor. Üst yüze gelen sayıların;

B) İkisinin de farklı olması olasılığı kaçtır ?

İki zar havaya atılıyor. Üst yüze gelen sayıların;

C) İkisinin de asal sayı olması olasılığı kaçtır ?

İki zar havaya atılıyor. Üst yüze gelen sayıların;

D) Birinin diğerinden 1 fazla olma olasılığı kaçtır ?

İki zar havaya atılıyor. Üst yüze gelen sayıların;

E) Toplamının en az 10 olması olasılığı kaçtır ?

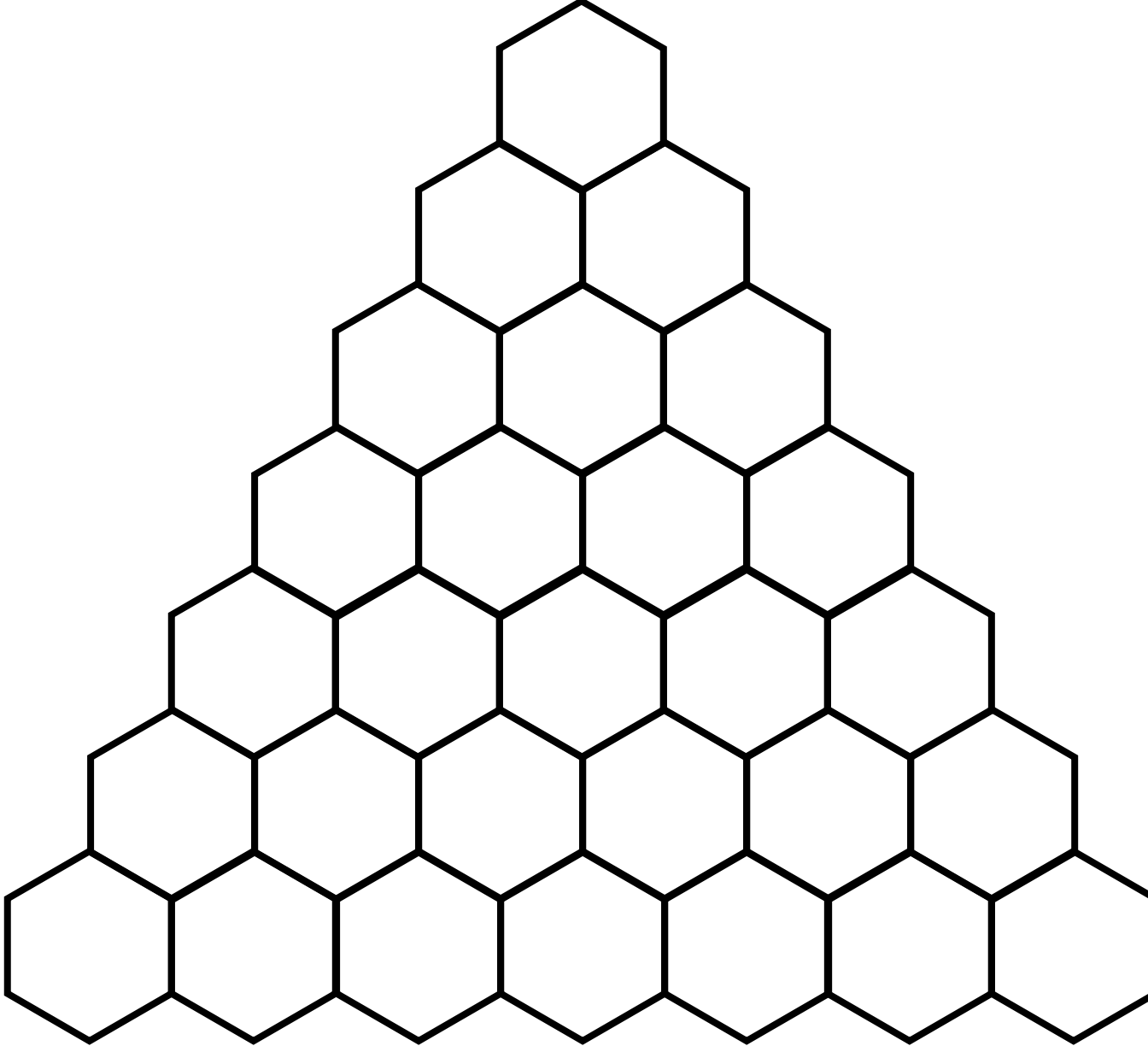
İki zar havaya atılıyor. Üst yüze gelen sayıların;

F) Birinin, diğerinin tam katı olma olasılığı kaçtır ?

Soru : Herkesin İngilizce veya Almanca bildiği 48 kişilik kafilede; 32 kişi İngilizce, 21 kişi de Almanca bilmektedir. Bu kafileden seçilen birinin her iki dili de bilme olasılığı kaçtır ? (Küme çözümünden yararlanır.)

Soru : 4 siyah, x beyaz ve y mavi topun bulunduğu bir kutudan rengine bakılmaksızın alınan bir topun; beyaz gelme olasılığı $\frac{3}{10}$, mavi gelme olasılığı ise $\frac{1}{2}$ 'dir. Buna göre bu kutuda toplam kaç top bulunmaktadır ?

Soru : Pascal üçgeninde bulunan 6. satırdaki elemanlardan seçilen birinin 10 sayısından büyük olma olasılığı kaçtır ?



Soru : 1 , 2 , 3 , 4 , 5 , 6 , 7 rakamları kullanılarak yazılabilecek üç basamaklı rakamları farklı tüm sayılar içinden alınan bir sayının 5 ile bölünebilme olasılığı kaçtır ? (Sayma kurallarından yararlanır.)

Soru : Farklı 4 tarih ve 3 coğrafya kitabı bir rafa yan yana diziliyor. 4 tarih kitabının bir arada olma olasılığı kaçtır ? (Permütasyondan yararlanılır.)

Soru : Bir torbada 4 kırmızı, 3 beyaz ve 2 siyah top vardır. Bu torbadan rengine bakılmaksızın çekilen üç topun;

A) İkisinin beyaz, birinin kırmızı olma olasılığı kaçtır ? (Kombi-nasyondan faydalanılır.)

Bir torbada 4 kırmızı, 3 beyaz ve 2 siyah top vardır. Bu torbadan rengine bakılmaksızın çekilen üç topun;

B) İkisinin kırmızı olma olasılığı kaçtır ?

Bir torbada 4 kırmızı, 3 beyaz ve 2 siyah top vardır. Bu torbadan rengine bakılmaksızın çekilen üç topun;

C) Her birinin farklı renkte olma olasılığı kaçtır ?

Soru : 5 pozitif, 4 negatif sayının yazıldığı ayrı kağıtlar içinden sayılara bakmadan üç sayı seçiliyor. Seçilen sayıların çarpımının negatif olma ihtimali kaçtır ?

Soru :



Noktalardan oluşturulacak olan çokgenin üçgen olma olasılığı kaçtır ?

Kural: Kümeler konusundan hatırlarsak $A \cup A' = E$ ve $s(A) + s(A') = s(E)$ idi. Dolayısıyla, $P(A) + P(A') = P(E)$ ise **$P(A) + P(A') = 1$** olmalıdır.

Soru: $P(A) = \frac{3}{8}$ ise $P(A) \cdot P(A') = ?$

Soru : $P(A) = \frac{7}{13}$ ise $2 \cdot P(A) - P(A') = ?$

Soru : A olayının olma olasılığı, A ' olayının olma olasılığının 5 katı ise $P (A) - P (A ') = ?$

Soru : $P (A) + 3 . P (A ') = \frac{11}{5}$ ise $P (A) = ?$

(**1.yol:** Kurala benzer hale getirmek için düzenleme yapılır.

2.yol: Kural verilen denklemin altına yazılır ve taraf tarafa yok etme metodu kullanılır.)

Soru : $P (A) - 2 . P (A ') = - \frac{4}{5}$ ise $P (A ') = ?$

Soru :
$$\left. \begin{aligned} P(A) + P(B') &= \frac{5}{7} \\ P(A') + P(B') &= \frac{8}{7} \end{aligned} \right\} \text{ ise } P(B) = ?$$

Soru : Bir atıcının yaptığı tüm atışlar ölçülmüş ve bir hedefi vurma olasılığı $\frac{7}{20}$ olarak belirlenmiştir. Buna göre atıcının bir atış yaptığında bu hedefi vuramama olasılığı;

A) Kaçtır ?

B) Yüzde kaçtır ?

Soru : Bir kutuda bulunan 4 yeşil ve 3 mavi top arasından rengine bakılmaksızın iki top çekiliyor. Çekilen toplardan en az birinin yeşil olma ihtimali kaçtır ? (Kombinasyondan da yapılır. Ya da

1 – Sağlamayan Seçim sonucu bize istenileni verir.)

Kural: **A)** A ve B, E örnek uzayda iki **ayrık olmayan** olay olsun.

$$P (A \cup B) = P (A) + P (B) - P (A \cap B) \text{ olarak alınır.}$$

↓
Veya

↓
Ve

Soru: A ve B, E örnek uzayda ayrık olmayan iki olay olsun.

$$P (A) = \frac{3}{5} , P (B) = \frac{2}{15} \text{ ve } P (A \cap B) = \frac{4}{25} \text{ ise}$$

$$P (A \cup B) = ?$$

Soru: A ve B, E örnek uzayda ayrık olmayan iki olay olsun.

$$P(A) = \frac{1}{9}, \quad P(B) = \frac{5}{6} \quad \text{ve} \quad P(A \cup B) = \frac{25}{36} \quad \text{ise}$$

$$P(A \cap B) = ?$$

Soru: A ve B, E örnek uzayda iki ayrık olmayan olay olsun.

$$P (A \cap B) = \frac{1}{2} , P (A) = \frac{5}{8} , P (B) = \frac{1}{8} \text{ ise;}$$

A) $P (A \cup B) = ?$

$$P(A \cap B) = \frac{1}{2}, \quad P(A) = \frac{5}{8}, \quad P(B) = \frac{1}{8}$$

B) $P(A \cap B') = ?$ ($A \cap B' = A - B$ idi.)

Soru : Bir grupta 12 kadın ve 18 erkek vardır. Kadınların 3 'ü, erkeklerin ise 5 'i gözlüklüdür. Gruptan seçilen bir kişinin erkek veya gözlüklü olma ihtimali kaçtır ?

Kural: **B)** A ve B iki ayrık olay ise $A \cap B = \emptyset$ idi.

$P (A \cap B) = 0$ olur. Dolayısıyla,

$$P (A \cup B) = P (A) + P (B) - \underbrace{P (A \cap B)}_{0}$$

$P (A \cup B) = P (A) + P (B)$ olarak alınır.

Soru: A ve B iki ayrık olaydır. $P (A \cup B) = \frac{19}{24}$ ve

$$P (A) = \frac{5}{18} \text{ ise } P (B) = ?$$

Soru : A ve B ayrık olaylardır. $P (A' \cap B') = \frac{2}{7}$ ve

$P (A) = \frac{1}{5}$ ise $P (B) = ?$ ($A' \cap B' = (A \cup B)'$ idi.)

Soru : Bir kutuda bulunan 5 beyaz, 4 sarı ve 6 mor bilye arasından rengine bakılmaksızın çekilen bir topun sarı veya mor olma ihtimali kaçtır ?

Kural: **C)** A ve B ayrık olayları, E örnek uzayın alt kümeleridir.
A \cup B = E olduğundan $P (A \cup B) = P (E)$ olur. Dolayısıyla
 $P (A) + P (B) = 1$ olarak alınır.

Aynı şekilde A , B ve C ikişer ikişer ayrık olayları, E örnek uzayın alt kümeleri ise $P (A) + P (B) + P (C) = 1$ olarak alınır.

Soru : A , B ve C ikişer ikişer ayrık olayları, E örnek uzayın alt kümeleridir. $P (A) = \frac{5}{12}$ ve $P (B) = \frac{1}{2}$ ise $P (C) = ?$

Soru : Bir deney için A , B ve C üç ayrık olay tanımlanıyor.

$$P (A \cup B) = \frac{2}{3} , P (B \cup C) = \frac{5}{6} \text{ ise } P (A) = ?$$

Soru : A ve B ayrık olayları, E örnek uzayın alt kümeleridir. A 'nın olma olasılığı B 'nin olma olasılığının $\frac{5}{9}$ fazlasıdır. Buna göre B olayının olma olasılığı kaçtır ?

Soru : Bir deney için üç ayrık A , B , C olayı vardır. A 'nın olma olasılığı B 'nin olma olasılığının 2 katı, C 'nin olma olasılığı A 'nın olma olasılığının üçte biridir. Buna göre B olayının olma olasılığı kaçtır ?

(Bu bölümde işlenecek olan konuların, matematik müfredat programındaki yeri altta gösterilmiştir.)

10. 2. FONKSİYONLAR

10. 2. 1. Fonksiyon Kavramı ve Gösterimi

Terimler ve Kavramlar : Fonksiyon, tanım kümesi, değer kümesi, görüntü kümesi

Sembol ve Gösterimler: $f : A \longrightarrow B$, $f (A)$, $y = f (x)$

10. 2. 1. 1. Fonksiyonlarla ilgili problemler çözer.

A) Fonksiyon kavramı açıklanır.

B) Sadece gerçekte sayılar üzerinde tanımlanmış fonksiyonlar ele alınır.

2. ÜNİTE : FONKSİYONLAR

Fonksiyon Kavramı ve Gösterimi

A ve B boş olmayan iki küme olsun. A'nın her bir elemanını B'nin yalnız bir elemanına eşleyen f ilişkisine, A'dan B'ye bir “fonksiyon” adı verilir.

$f : A \longrightarrow B$ veya $A \xrightarrow{f} B$ olarak gösterilir.

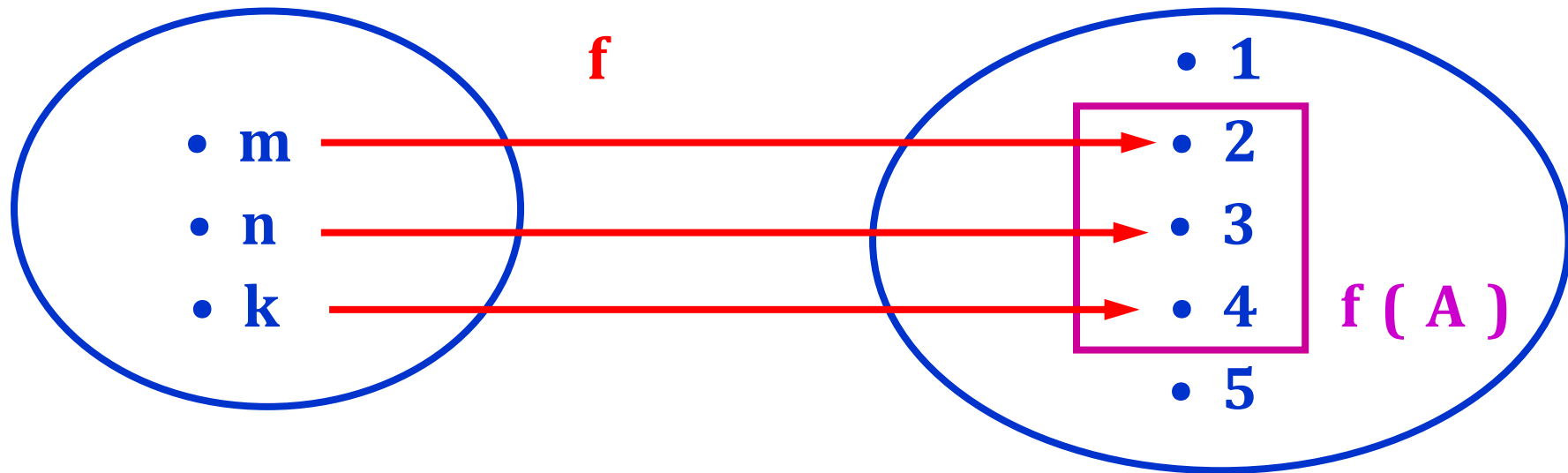
A : Tanım kümesi

B : Değer kümesi olarak adlandırılır.

A kümesinin f fonksiyonu sonucundaki görüntüsü $f(A)$ kümesi olarak belirtilir. $f(A)$ 'ya “görüntü kümesi” adı verilir.

Örneğin; A (Tanım Kümesi)

B (Değer Kümesi)



$f(m) = 2$, $f(n) = 3$, $f(k) = 4$ olarak ifade alınır.

f fonksiyonu sıralı ikililer kullanılarak $f = \{ (m, 2) , (n, 3) , (k, 4) \}$ biçiminde de gösterilir.

$A = \{ m , n , k \}$ olup $f(A) = \{ 2 , 3 , 4 \}$ olarak alınır.

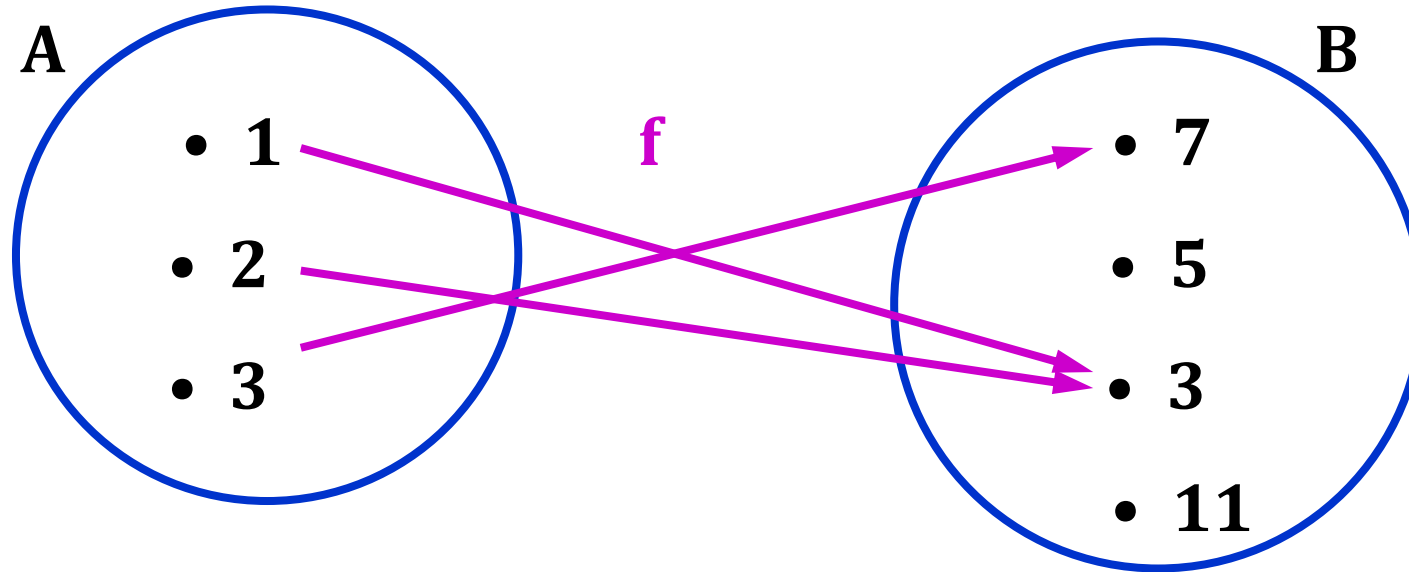
Not : (*Fonksiyon Olma Şartı*)

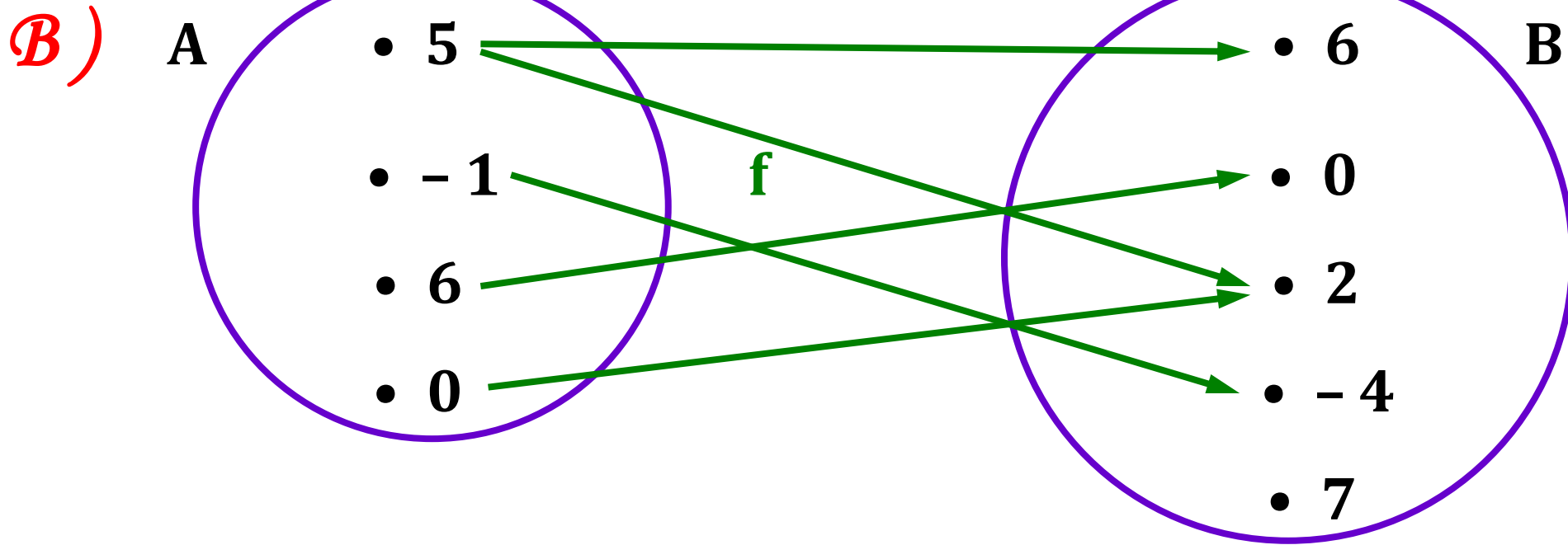
1) Tanım kümesinde açıkta eleman kalmamalıdır. Değer kümesinde açıkta eleman kalabilir.

2) Tanım kümesinde her elemanın yalnız bir görüntüsü vardır. Tanım kümesindeki farklı elemanların görüntüsü aynı olabilir.

Soru : Verilen f ifadelerinin fonksiyon olup olmadığını kontrol ediniz.

A)





C) $A = \{ 2, 4, 6, 8 \}$ ve $B = \{ 5, 9, 17, 20 \}$ olup
 $f = \{ (2, 5), (4, 9), (8, 17) \}$

Soru: $f : A \longrightarrow B$ olsun. $A = \{ -2 , 0 , 3 \}$ ve $B = \{ -3 , 0 , 1 , 5 \}$ veriliyor. $x \in A$ olup, $f(x) = 2x + 1$ ise f fonksiyon mudur ? (A 'daki elemanlara karşılık gelen sayılar bulunur. Şemasız da fonksiyon şartı kontrol edilebilir.)

Soru: $f : A \longrightarrow B$ olsun. $A = \{ -3 , 1 , 4 , 6 \}$ ve $B = \{ -1 , 1 , 4 , 6 , 8 \}$ veriliyor. $x \in A$ olup, $f(x) = 5 - x$ ise f fonksiyon mudur ?

Soru : $f : A \longrightarrow B$ olsun. $A = \{ -1 , 0 , 1 , 3 \}$ ve $B = \{ 2 , 3 , 6 , 11 , 18 \}$ veriliyor. $x \in A$ olup, $f (x) = x^2 + 2$ ise f fonksiyon mudur ?

Soru: $f : \mathbb{Z} \text{ (Tam Sayılar)} \longrightarrow \mathbb{N} \text{ (Doğal sayılar)}$ veriliyor.

$x \in \mathbb{Z}$ olup, $f(x) = x + 3$ ise f fonksiyon mudur ?

(Şema ile eşleme yapılarak gösterim yapılabilir. Bunun yerine tanım kümesindeki bir sayının bile karşılığının olmaması fonksiyon olma şartı için yeterlidir.)

Soru : $f : \mathbb{N} \longrightarrow \mathbb{N}$ veriliyor. $x \in \mathbb{N}$ olup, $f(x) = |x - 5|$
ise f fonksiyon mudur ?

Soru : $f : \mathbb{Z} \longrightarrow \mathbb{Q}$ (Rasyonel Sayılar) veriliyor. $x \in \mathbb{Z}$ olup,
 $f(x) = \frac{5}{x-2}$ ise f fonksiyon mudur ?

Soru: $f : \mathbb{N} \longrightarrow \mathbb{R}$ veriliyor. $x \in \mathbb{Z}$ olup, $f(x) = \sqrt{3x - 1}$
ise f fonksiyon mudur ?

Not : A kümesinin f fonksiyonu sonucundaki görüntüsü $f (A)$ kümesi olarak belirtilir. $f (A) = \{ f (x) : x \in A \}$ olarak yazılır. x değerleri f fonksiyonunda x görülen yere yazılır. Bulunan sonuçlar $f (A)$ kümesini oluşturur.

Soru : $f : A \longrightarrow \mathbb{R}$ fonksiyonu veriliyor. $A = \{ -2 , 1 , 3 \}$ ve $f (x) = 4 - 3x$ veriliyor. $x \in A$ için $f (A) = ?$

Soru: $f : A \longrightarrow \mathbb{R}$ fonksiyonu veriliyor. $A = \{ -1, 0, 2, 4 \}$ ve $f(x) = x^2 - 2x$ veriliyor. $x \in A$ için $f(A)$ kümesinin elemanlarının toplamını bulunuz.

Soru: $f : A \longrightarrow \mathbb{R}$ fonksiyonu veriliyor. $A = \{ -11 , 7 , 25 \}$
ve $f(x) = \frac{2x - 5}{3}$ veriliyor. $x \in A$ için $f(A)$ kümesindeki
elemanların çarpımını bulunuz.

Soru : $f : A = (- 3 , 5] \longrightarrow \mathbb{R}$ fonksiyonu veriliyor. $x \in A$
ve $f (x) = - 5 + 3x$ ise $f (A)$ kümesinin çözüm aralığı ne ol-
malıdır ? (**Not :** A 'nın sınır değerleri sırası ile x yerine yazılır.
Sonuçlar $f (A)$ kümesinin sınırlarını verir.)

Soru : $f : A = [- 9 , 6) \longrightarrow \mathbb{R}$ fonksiyonu veriliyor. $x \in A$ ve

$f (x) = \frac{- 3x + 8}{5}$ ise $f (A)$ kümesinin çözüm aralığı ne olacaktır ?

Soru : $f : A \longrightarrow \mathbb{R}$ fonksiyonu veriliyor. $f(x) = 2x - 1$ ve $f(A) = \{-5, 1, 11\}$ veriliyor. $x \in A$ için A kümesinin elemanlarını bulunuz. (**Not:** $f(A)$ kümesinin elemanları sırası ile $f(x)$ fonksiyonuna eşitlenir ve x değerleri bulunur.)

Soru : $f : A \longrightarrow \mathbb{R}$ fonksiyonu veriliyor. $f (x) = 3 - x$ ve $f (A) = \{ -2 , 0 , 2 , 5 \}$ veriliyor. $x \in A$ için A kümesinin elemanlarının toplamını bulunuz.

Soru : $f : A \longrightarrow \mathbb{R}$ fonksiyonu veriliyor. $f(x) = \frac{x - 2}{4}$ ve $f(A) = \{-3, 1, 7\}$ veriliyor. $x \in A$ için A kümesinin elemanlarının çarpımını bulunuz.

Soru : $f : A \longrightarrow f(A) = [-2, 8]$ fonksiyonu veriliyor.

$x \in A$ ve $f(x) = 2x - 8$ ise A kümesinin çözüm aralığı ne olacaktır ?

Soru : $f : A \longrightarrow f(A) = [-1, 3]$ fonksiyonu veriliyor.

$f(x) = \frac{4-x}{5}$ ve $x \in A$ için A kümesinin çözüm aralığı ne olmalıdır ?

Karışık Uygulamalar

Soru : $f(x) = 3x - 7$ ise $f(5) - f(-1) + f(0) = ?$

(x yerine verilen sayılar konulur.)

Soru : $f(x) = 4 - x + x^2$ ise
 $f(2) + f(-3) + 2.f(0) = ?$

Soru : $f(x) = x^4 - x^2$ ise $f(-2) + f(\sqrt{3}) = ?$

Soru: $f(x) = 5 - 2x$ ise $f\left(\frac{1}{2}\right) + f\left(\frac{-3}{4}\right) = ?$

Soru : $f(x) = 4mx - m + 2$ fonksiyonu için $f(2) = 37$ ise
 $m = ?$

Soru : $f(x) = x^2 + kx - 11$ ve $f(-3) = -23$ ise $k = ?$

Soru : $f(x) = 6 + 5k - kx$ ve $f(2) = 18$ ise $f(5) = ?$

Soru: $f(x) = 2x^2 - x$ ve $h(x) = k - 3x$ veriliyor.

$$5 \cdot f(-2) + 3 \cdot h(2) = 11 \text{ ise } k = ?$$

Soru : $f(x) = 10 - 4x$ ise $f(2x - 5) = ?$

(x görülen yere fonksiyonda istenen yazılır ve sonuç bulunur.)

Soru : $f(x) = 5x - 15$ ise $f(6 - 2x) = ?$

Soru : $f(x) = 2x + 1$ ise $f(x - 1) + f(x + 2) = ?$

Soru : $f(x) = 5 + 3x$ ise $f(x + 3) - f(x - 1) = ?$

Soru : $f(x) = x^2 - x$ ise $f(x + 4) = ?$

Soru : $f(x) = x^2 + 3x - 1$ ise $f(2x - 5) = ?$

Soru : $f (3x - 1) = 7x + 2$ ise $f (14) = ?$

(Parantezin içerisini sağlayan x değeri bulunur ve eşitliğin karşısında yazılır.)

Soru : $f (5 + 2x) = 11 - 4x$ ise $f (- 1) = ?$

Soru : $f\left(\frac{6 + 2x}{3}\right) = x^2 + 4x$ ise $f(8) = ?$

Soru : $f\left(\frac{4x - 2}{5}\right) = 8x + 1$ ise $f(3) = ?$

Soru: $f(x + 1) = x \cdot f(x)$ veriliyor. $f(2) = 5$ ise $f(5) = ?$

(İsteneni tek seferde bulmak mümkün değildir. x'e sıra ile değerler verilir ve istenen bulunur.)

Soru: $f(x + 3) = f(x + 2) + 4x$ veriliyor. $f(3) = 6$ ise
 $f(6) = ?$

Soru: $f(x + y) = f(x) \cdot f(y)$ veriliyor. $f(4) = 10$ ise
 $f(16) = ?$

Soru : $f (x + 1) = f (x) . x$ veriliyor. $f (1) = 4$ ise

$f (50) = ?$ (İlk terimden son terime kadar tek tek sonuçları bulmak işi uzatır. Gidişata göre çözüm üretilir.)

Soru : $f(x) - 2.f(-x) = 3x + 4$ ise $f(1) = ?$

(x 'e 1 ve -1 değerlerini ver ve iki denklemini taraf tarafa çöz.)

Soru : $f(x) + 4 \cdot f(-x) = 5 + 3x$ ise $f(-2) = ?$

Soru: $f(x) = 3x + 2$ ise $f(2x + 1)$ fonksiyonunun $f(x)$ cinsinden sonucunu bulunuz.

($f(x)$ fonksiyonundan x yalnız bırakılır. $f(2x + 1)$ fonksiyonu bulunur ve x yerine ilk bulduğumuz ifade yazılır.)

Soru: $f(x) = 4x - 3$ ise $f(12x - 5)$ fonksiyonunun $f(x)$ cinsinden sonucunu bulunuz.

Soru: $f(x) = 3^{x+2} - 1$ ise $f(x+2)$ fonksiyonunun $f(x)$ cinsinden sonucunu bulunuz. ($f(x)$ fonksiyonda 3^x bulunur. Ardından $f(x+2)$ sonucu bulunur ve işlemde 3^x yerine ilk elde ettiğimiz değer yazılır.)

Soru : $f(x) = 2^{x-1} + 3$ ise $f(x+4)$ fonksiyonunun $f(x)$ cinsinden sonucunu bulunuz.

Soru : $f(x) = 3^x - 1$ ise $f(2x)$ fonksiyonunun $f(x)$ cinsinden sonucunu bulunuz.

Soru : $f(x^2 + x) = 2x^2 + 2x - 7$ ise $f(5) = ?$

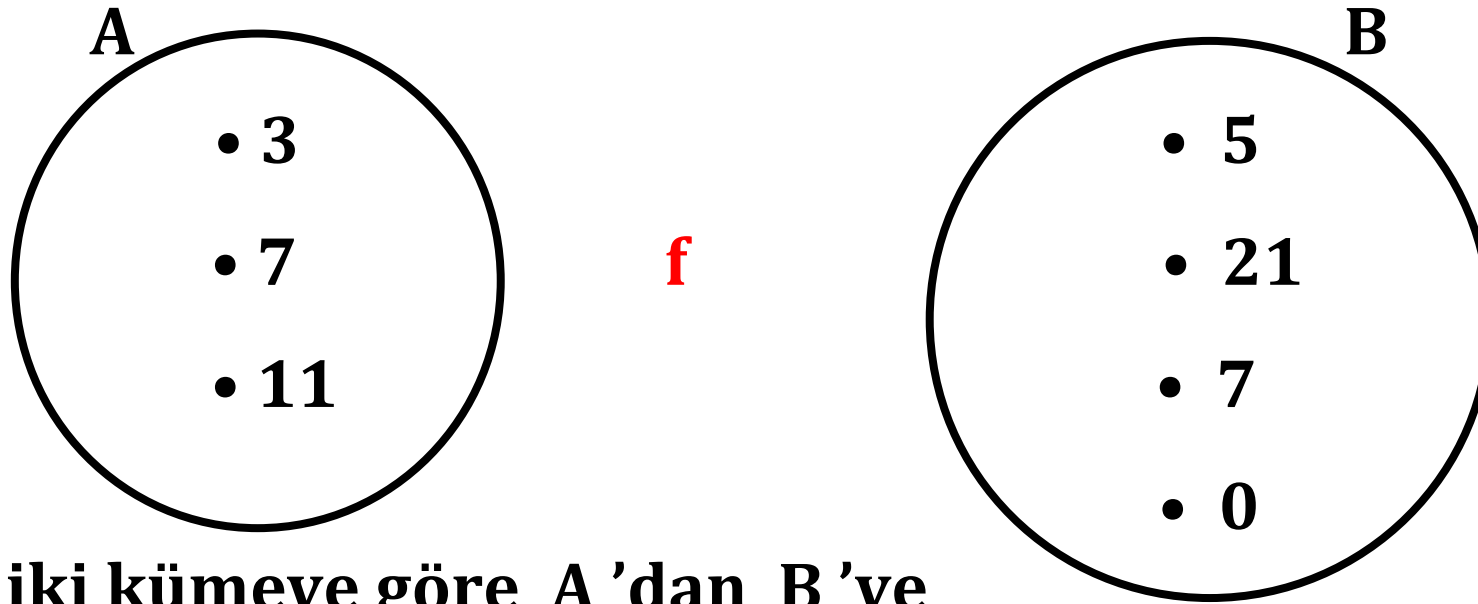
(İçeriği sağlayan sayıyı bulmak mümkün olmayabilir. Bunun yerine iç kısım ile sonucun benzerliğini görmek gerekir.)

Soru : $f (3x^2 - 2x) = - 9x^2 + 6x + 1$ ise $f (10) = ?$

Soru : $f (x^2 + 3x - 1) = 4x^2 + 12x + 3$ ise $f (2) = ?$

Soru : $f (x^2 - 5x + 2) = -3x^2 + 15x + 6$ ise $f (5) = ?$

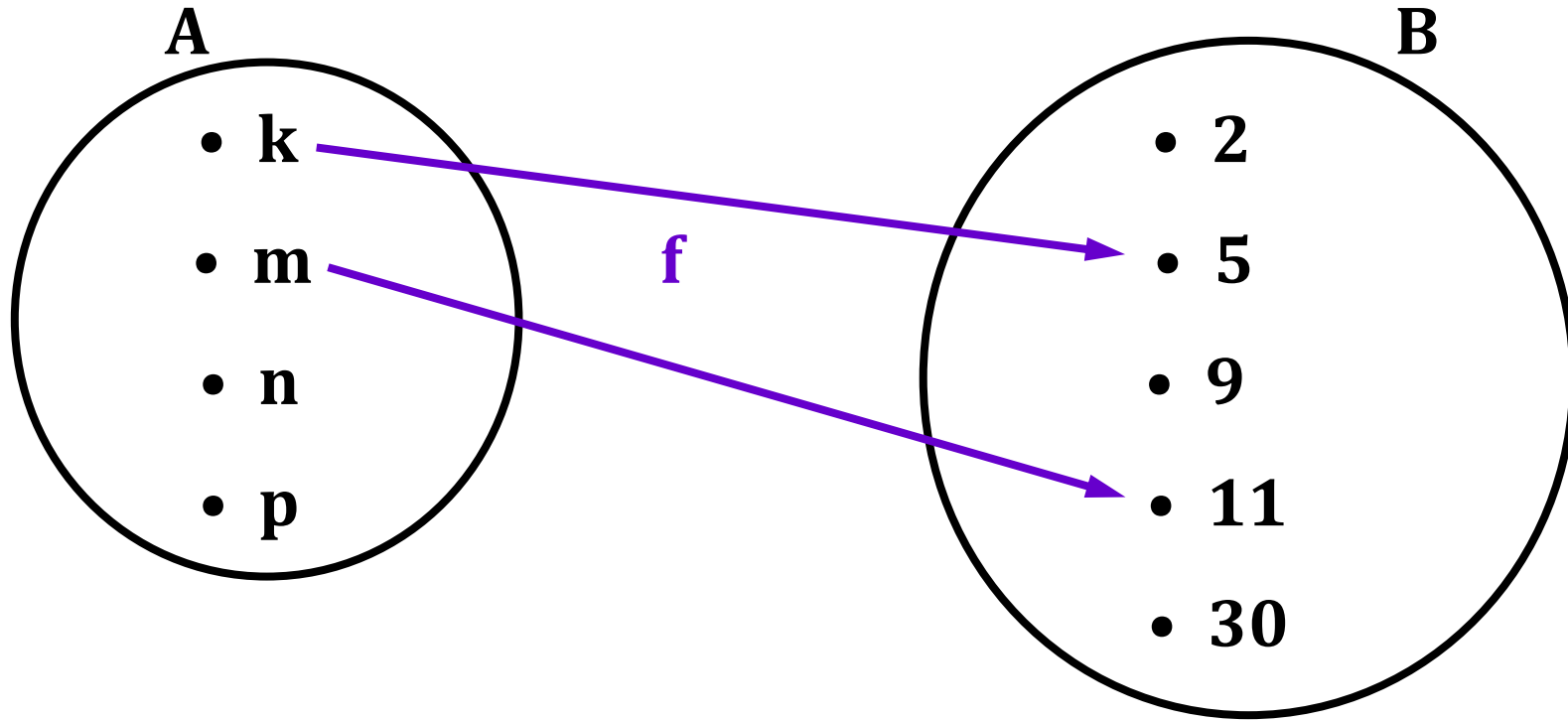
Soru :



Verilen iki kümeye göre A'dan B'ye tanımlı kaç fonksiyon tanımlanabilir ? (Fonksiyon şartını düşünerek kaç eşleme yapılabileceği bulunur. Sayma kuralındaki çözüm yöntemi kullanılır.)

Not : A ve B boş kümeden farklı birer küme olmak üzere, $s(A) = m$ ve $s(B) = n$ ise A kümesinden B kümesine tanımlı fonksiyon sayısı n^m 'dir.

Soru :



Verilen iki kümeye göre A 'dan B 'ye tanımlı;

A) Kaç fonksiyon tanımlanabilir ?

B) Her eleman farklı bir eleman ile eşleşmek üzere kaç farklı fonksiyon tanımlanabilir ?

Soru : Sabit ücretin 8 ₺ olduğu cep tarifesinde dakika ücreti 0,125 ₺ 'dir. **A)** Dakika hesabına göre konuşma sonucu ödenecek olan faturayı belirten fonksiyonu oluşturunuz. (Verilenlere göre bilinmeyenin x olduğu bir fonksiyon bulunur.)



B) Bu tarifiede ayda 200 dk konuşan biri ay sonunda kaç ₺ fatura öder ?

Soru : 7500 m³ su alan ve tam dolu olan bir depoda boşaltım vanası dakikada 0,25 m³ su boşaltmaktadır. **A)** Bir süre açılacak olan vana sonucunda depoda kalan su miktarını belirten fonksiyonu oluşturunuz.



7500 m³ su alan ve tam dolu olan bir depoda boşaltım vanası dakikada 0,25 m³ su boşaltmaktadır.

B) Depo kaç dakikada boşalır ?

Soru : Araç kiralama şirketinde bir araç için 1. gün kira bedeli 100 ₺, sonraki günler ise kira bedeli 85 ₺'dir. Bir süre kiralanan araç için ödenecek olan miktarı belirten fonksiyonu oluşturunuz.



(Bu bölümde işlenecek olan konuların, matematik müfredat programındaki yeri altta gösterilmiştir.)

Terimler ve Kavramlar : İçine fonksiyon, örten fonksiyon, bire bir fonksiyon, eşit fonksiyon, birim fonksiyon, doğrusal fonksiyon,

Sembol ve Gösterimler : $f + g$, $f - g$, $f \cdot g$, f / g

10. 2. 1. 1. Fonksiyonlarla ilgili problemler çözer.

C) İçine fonksiyon, örten fonksiyon, bire bir fonksiyon, eşit fonksiyon, birim (özdeşlik) fonksiyon, sabit fonksiyon, doğrusal fonksiyon açıklanır.

D) İki fonksiyonun eşitliği örneklerle açıklanır.

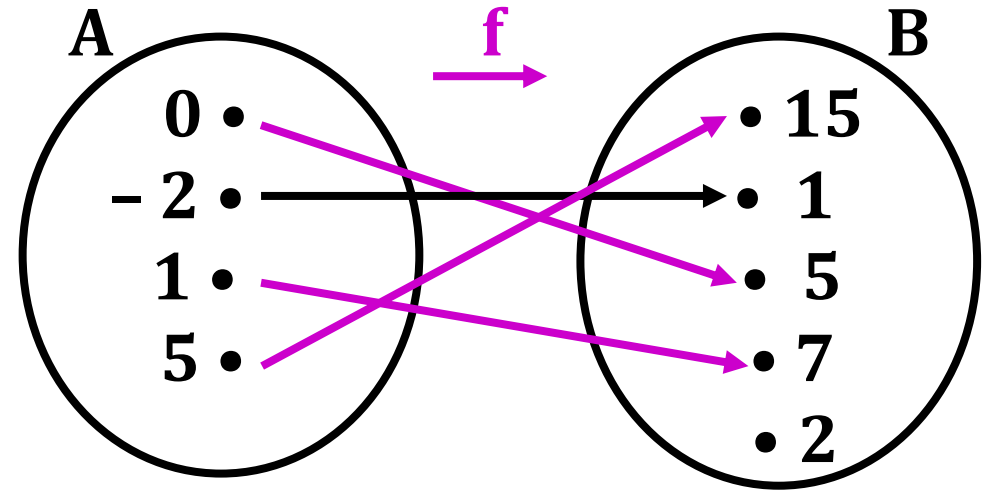
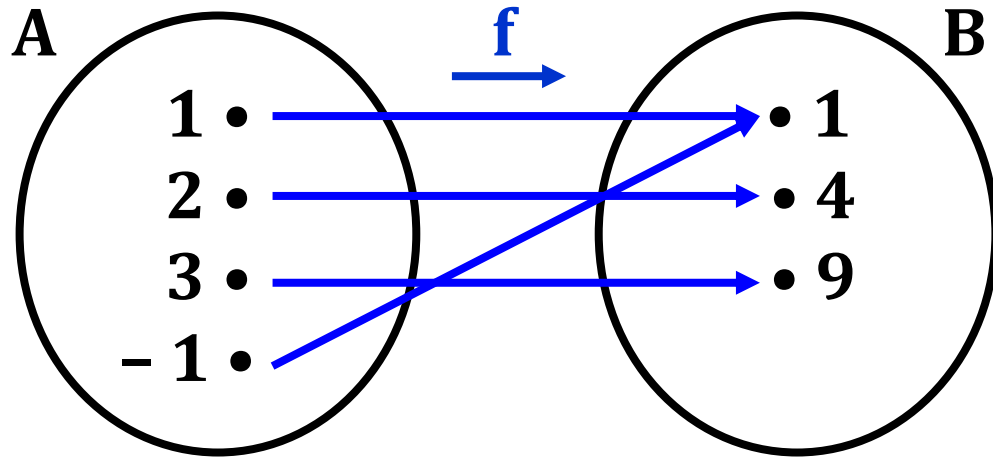
Bire Bir (1 – 1), Örten – İçine Fonksiyon

$f : A \longrightarrow B$ fonksiyonu verilsin. A 'nın her bir elemanı B 'nin farklı bir elemanı ile eşleşiyorsa f 'e “ bire bir (1 – 1) fonsiyon ” adı verilir.

B değer kümesinde açıkta eleman kalmıyorsa f fonksiyonuna “ örten fonksiyon ” adı verilir. $f (A) = B$ ise f örten fonksiyondur.

B değer kümesinde açıkta eleman kalıyorsa f fonksiyonuna “ içine fonksiyon ” adı verilir.

Soru: Aşağıdaki fonksiyonların bire bir, örten, içine durumunu inceleyiniz.



Soru : $f : A = \{ -3 , 1 , 4 \} \longrightarrow B = \{ -3 , 3 , 11 \}$ veriliyor.

$f (x) = - 2x + 5$ fonksiyonu bire bir, örten, içine midir ? (İki küme şema ile gösterilerek, eşleştirmeden de durumlar incelenebilir.)

Soru: $f : A = \{ -4 , 0 , 2 , 4 \} \longrightarrow B = \{ -15 , 1 , 5 , 17 \}$
veriliyor. $f (x) = x^2 + 1$ fonksiyonu bire bir, örten, içine midir ?

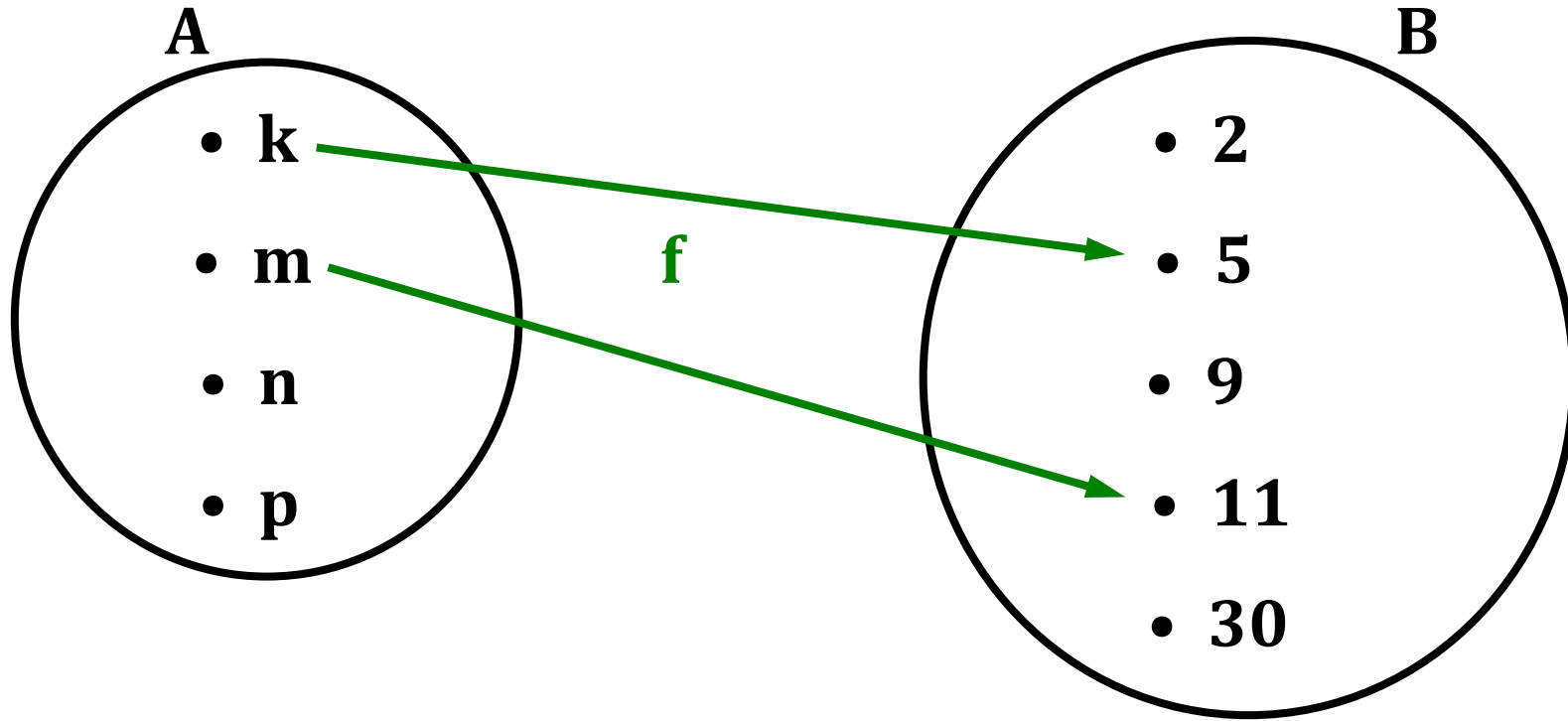
Soru: $f : \mathbb{N} \longrightarrow \mathbb{N}$ veriliyor. $f(x) = 2x + 1$ fonksiyonu bire bir, örten, içine midir ? (Şema ile görmek daha kolaydır.)

Soru: $f : \mathbb{Z} \longrightarrow \mathbb{Z}$ veriliyor. $f(x) = x + 2$ fonksiyonu bire bir, örten, içine midir ?

Soru: $f : \mathbb{Z} \longrightarrow \mathbb{N}$ veriliyor. $f(x) = x^2$ fonksiyonu bire bir, örten, içine midir ?

Soru: $A = \{ p, q, r \}$ ve $B = \{ 2, 4, 6, 8, 10 \}$ kümeleri veriliyor. Buna göre A kümesinden B kümesine tanımlı kaç farklı bire bir fonksiyon yazılabileceğini bulunuz. (Çarpma ile sayma metodu kullanır.)

Soru :



Verilen iki kümeye göre A 'dan B 'ye tanımlı, her eleman farklı bir eleman ile eşleşmek üzere kaç farklı fonksiyon tanımlanabilir ?

Not : **f** bire bir fonksiyon ise, “ $f (a) = f (b)$ ise $a = b$ ”

şartını sağlaması gerekir. Bu yöntemde eşleştirmeye gerek kalmaz.

Soru : $f (x) = 5x + 11$ fonksiyonu bire bir fonksiyon mudur ?

Soru: Aşağıda verilen fonksiyonlardan hangisi – hangileri bire bir fonksiyondur ?

A) $f(x) = 6 - 2x$

B) $f(x) = \frac{1}{x}$

$$\textcolor{red}{C}) \quad f(x) = x^3 - 1$$

$$\textcolor{red}{D}) \quad f(x) = x^2 + 1$$

Eşit Fonksiyon

Tanım ve görüntü kümeleri aynı olan iki fonksiyona “ eşit fonksiyon ” adı verilir.

$f : A \longrightarrow B$ ve $h : A \longrightarrow B$ için $f(A) = h(A)$ ise f ile h fonksiyonları eşit fonksiyonlardır.

Soru : $f : A = \{ -2 , 4 \} \longrightarrow B$ ve $h : A = \{ -2 , 4 \} \longrightarrow B$ veriliyor. $f(x) = 3x + 2$ ve $h(x) = x^2 - 8$ fonksiyonları eşit midir ?

Soru : $f : \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}$ ve $h : \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}$ fonksiyonları veriliyor.

$$\left. \begin{array}{l} f(x) = (2a - 3)x^3 - kx + 5 \\ h(x) = 6x + m + x^3 + 1 \end{array} \right\} \begin{array}{l} \text{eşit fonksiyonlar ise} \\ k + a + m = ? \end{array}$$

(Benzer x 'li terimler birbirine eşitlenir. Aynı şekilde x 'li olmayan terimlerde birbirine eşitlenir.)

Soru : $f : \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}$ ve $h : \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}$ fonksiyonları veriliyor.

$$\left. \begin{array}{l} f(x) = 2p + (4 + k)x^4 - 3kx + 1 \\ h(x) = 8x^4 + (q + k)x + 11 \end{array} \right\} \begin{array}{l} f(x) = h(x) \text{ ise} \\ k \cdot p \cdot q = ? \end{array}$$

Soru: $f : \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}$ ve $h : \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}$ fonksiyonları veriliyor.

$$\left. \begin{array}{l} f(x) = (2x + 4) \cdot (x - 3) + m - 1 \\ h(x) = (m - n)x + kx^2 + 5 \end{array} \right\} \begin{array}{l} f(x) = h(x) \\ \text{ise } k + m + n = ? \end{array}$$

Birim Fonksiyon

Tanım kümesindeki her elemanı kendisine eşleyen fonksiyona

“birim fonksiyon” adı verilir. Genellikle **I** harfi ile gösterilir.

$I(x) = x$ birim fonksiyondur. Ama biz birim fonksiyon olarak

$f(x) = x$ gösterimini kullanacağız.

$$f(x) = x$$



Sayının görüntüsü kendisine eşittir.

Soru: $f(m + 4) = 4m - 11$ birim fonksiyon ise $m = ?$

Soru : $f (2k + 3) + f (4 - 4k) = 33$ **birim fonksiyon** ise
 $k = ?$

Soru : $f (5 + k) + f (3k - 1) = f (k + 16)$ **birim fonksiyon**
ise $f (k - 4) = ?$

Not : f birim fonksiyon ise $f(x) = x$ yani $f(x) = 1x + 0$ olarak alınır. *** Eşitliğin sağında x 'in kat sayısı 1 olmalıdır.

Yanında x 'in başka kuvvetleri ve sabit sayı bulunmamalıdır.

Soru : $f(x) = (3a - 11)x + b + 2$ birim fonksiyon ise
 $a \cdot b = ?$

Soru: $f(x) = (7 - 2m)x + m - n + 1$ **birim fonksiyon** ise
 $m + n = ?$

Soru: $f(x) = kx - 4x + 2k - m + 3$ birim fonksiyon ise
 $k + m = ?$

Soru: $f(x) = (a + 3)x^2 + (4b - 15)x + c - 1$ **birim**
fonksiyon ise $a \cdot b \cdot c = ?$

Sabit Fonksiyon

$f : A \longrightarrow B$ olsun. Her $x \in A$ için $f(x) = c$ (c sabit bir sayı)

fonksiyonuna “ sabit fonksiyon ” adı verilir. Sabit fonksiyonda x ’in her değeri aynı sonucu verir.

Not : 1) f sabit fonksiyon ise $f(x) = c = 0 \cdot x + c$ olarak alınır. Yani sabit fonksiyonda x ’li terimler olmamalıdır.

Soru : $f(x) = (-6 + 3n)x + 5 - n$ sabit fonksiyon ise $f(x) = ?$

Soru : $f(x) = 6x + kx + 3k - 2$ sabit fonksiyon ise $f(x) = ?$

Soru: $f(x) = (2 + m)x^2 + (-n + 4)x + m \cdot n - 5$ **sabit**
fonksiyon ise $f(111) = ?$

Soru: f birim h ise sabit fonksiyondur.

$$f(2x - 3) = f(5 + 2x) + h(x) \text{ ise } h(2018) = ?$$

Soru : f birim g ise sabit fonksiyondur.

$$f (4x + 6) + g (x) - g (x + 3) = f (x + 16) \text{ ise } x = ?$$

Not : 2) f sıfır fonksiyon ise $f(x) = 0 = 0x + 0$ olarak alınır.

Yani sıfır fonksiyonunda x 'li terimler olmamalı, kalanlar da sıfırlanmalıdır.

Soru : $f(x) = (3k - 21)x + 8 - 2m$ sıfır fonksiyonu ise $k + 2m = ?$

Soru : $f(x) = 2kx - 16x + k - 2m + 4$ sıfır fonksiyonu ise
 $k \cdot m = ?$

Not : 3) Fonksiyon kesirli verilirse;

A) $f(x) = \frac{ax + b}{cx + d}$, $f(x) = \frac{ax^2 + bx + c}{dx^2 + ex + f}$ **sabit fonk-**

siyonlar ise **pay ile paydadaki benzer terimlerin oranı birbiri-**

ne eşittir. $\frac{a}{c} = \frac{b}{d}$, $\frac{a}{d} = \frac{b}{e} = \frac{c}{f}$ **orantısından istenen**

bulunur.

B) Pay ile paydadaki ortak çarpan sadeleştirilerek fonksiyonun sonucu bulunur.

Kısa yolu : Pay ile paydadaki benzer terimlerden **bilinen**
ikisinin oranı fonksiyonun sonucunu verir.

Soru : $f(x) = \frac{2x - 3}{m + 4x}$ **sabit fonksiyon** ise $m = ?$, $f(x) = ?$

Soru : $f(x) = \frac{-9x + 3}{6x + m}$ sabit fonksiyon ise $m = ?$, $f(x) = ?$

Soru: $f(x) = \frac{(3 - m)x + 10}{25 - 10x}$ sabit fonksiyon ise $m = ?$,
 $f(x) = ?$

Soru : $f(x) = \frac{16x + 4x^2 - 2m}{kx + 12 + x^2}$ **sabit fonksiyon ise $m = ?$,**
 $k = ?$, $f(x) = ?$

Doğrusal Fonksiyon

$m, n \in \mathbb{R}$ olsun. $y = f(x) = mx + n$ şeklinde tanımlanan f fonksiyonuna “**doğrusal fonksiyon**” adı verilir. f bir doğrusal fonksiyon ise grafiği bir doğrudur. Doğrusal fonksiyonda x 'in diğer kuvvetleri bulunamaz.

Soru : f doğrusal fonksiyondur.

$$f(x) = (2 - k)x^2 + kx - 2 + 4x + mx^4 \text{ ise } f(5) = ?$$

Soru : f doğrusal fonksiyon olsun. $f (1) = - 6$ ve $f (- 2) = 3$
ise $f (2) = ?$

Soru : f doğrusal fonksiyon olsun. $f (- 1) = 4$ ve $f (3) = 12$
ise $f (5) = ?$

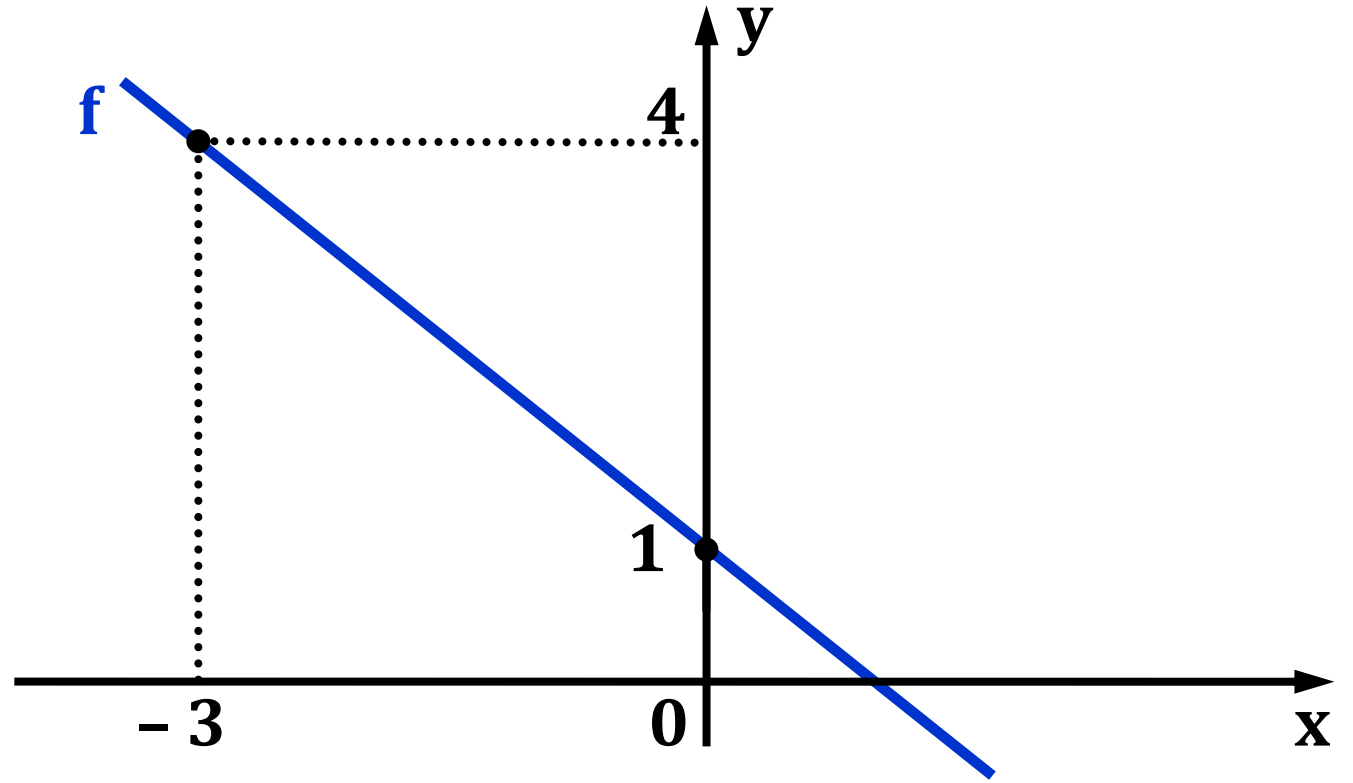
Soru :

f doğrusal fonksiyon

ise $f(-1) = ?$

(Noktalar (x, y)

olarak alınırdı.)



Soru : f doğrusal fonksiyon olsun. $f (x + 1) + f (2x) = 9x - 7$
ise $f (2) = ?$ (İki denklemin eşitliğinde; x 'li terimler birbirine,
sabit terimler de birbirine eşitlenir.)

Soru : f doğrusal fonksiyondur. $f (x - 1) + f (x + 3) = 4x + 10$
ise $f (- 4) = ?$

Not : (Doğrusal Fonksiyonlarla Modellenebilen Günlük Hayat Durumları) Verilen problemlere uygun olarak noktalar oluşturulur ve doğrusal grafik çizilir.

Soru : Bir su deposunun su alma kapasitesi 72 m^3 'tür. Bu depoyu doldurma amaçlı üretilen bir vanadan ise saatte 16 m^3 su geçmektedir. Depo boş durumda iken açılan vana;

A) Depoyu kaç saatte doldurur ? **B)** Deponun doluluk oranını gösteren zamana bağlı doğrusal grafiğini çiziniz.

Soru : Maaşı 4000 ₺ olan bir kişi maaşı aldığı gün kira ve fatura ödemeleri için 2500 ₺'sini ayırıyor. Kalan parayı iki günde 125 ₺ harcayacak şekilde planlama yapıyor. Buna göre;

A) Kalan parası planlamaya göre kaç gün yeter ?

B) Harcama planlamasına göre kalan para – zaman ilişkisini gösteren doğrusal fonksiyonun grafiğini çiziniz.

Soru : Başlangıçta 50 cm ve 70 cm olan iki fidandan birincisi ayda 6 cm, ikincisi ise ayda 4 cm uzamaktadır. Verilenlere göre;

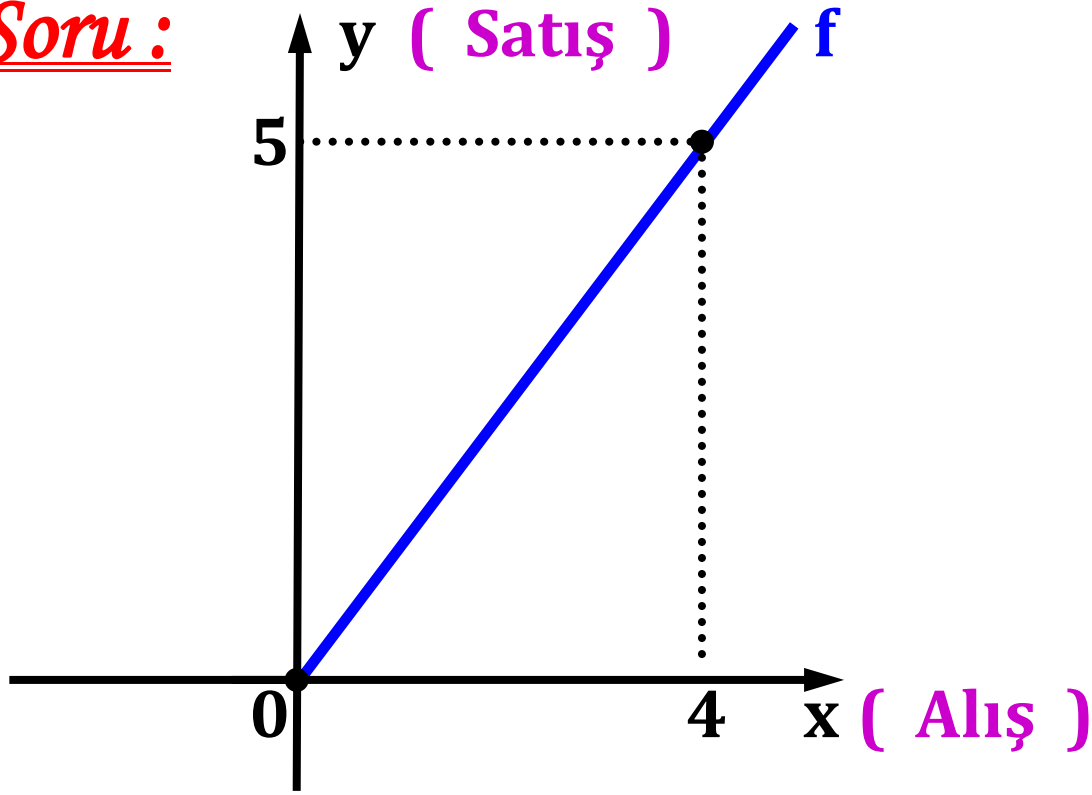
A) Fidanların aya göre boyunu hesaplayan fonksiyonları yazınız.

B) Fidanların zamana bağı boy değışimini veren doğrusal grafiklerini çiziniz.

Başlangıçta 50 cm ve 70 cm olan iki fidandan birincisi ayda 6 cm, ikincisi ise ayda 4 cm uzamaktadır. Verilenlere göre;

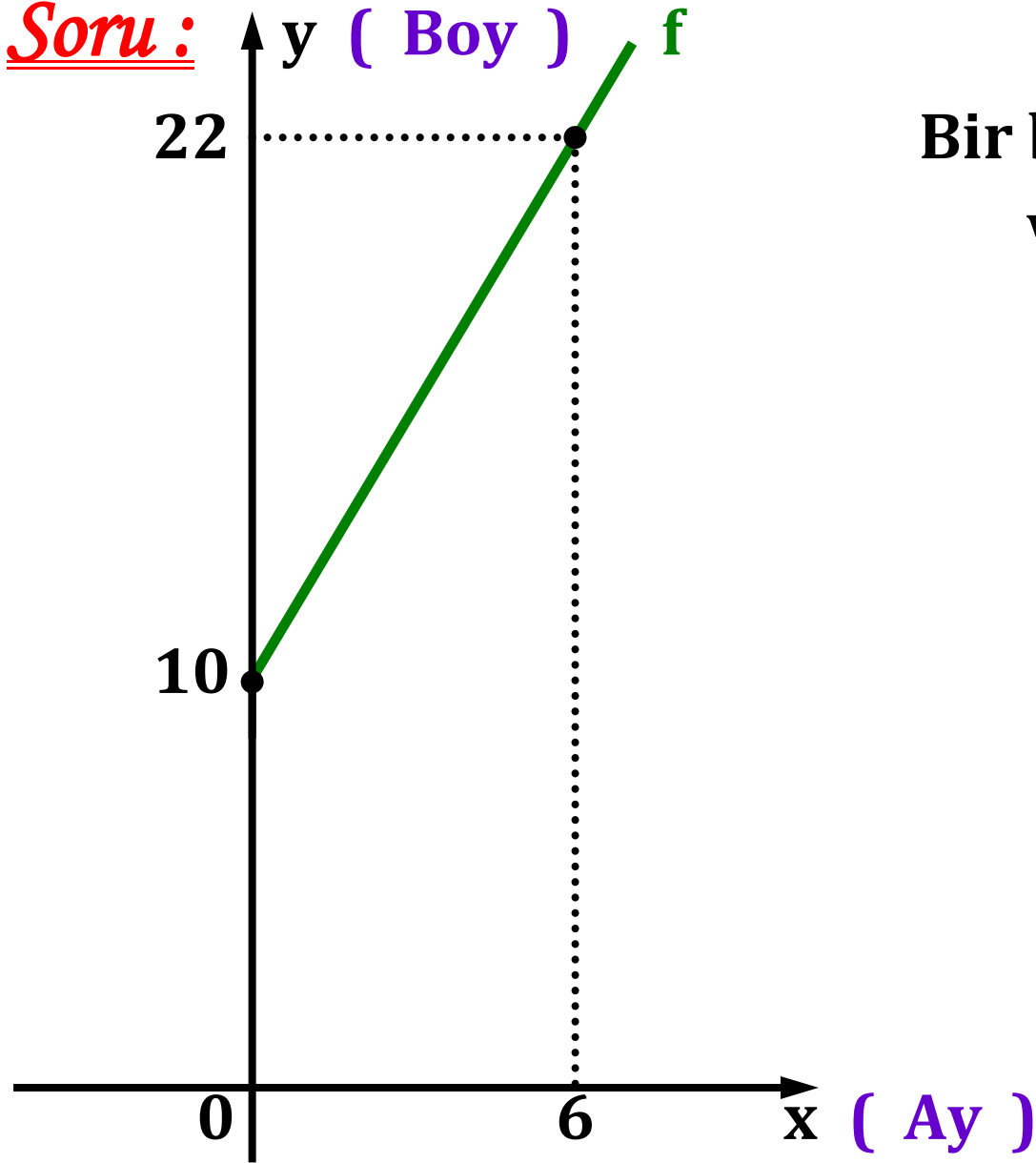
C) İki fidanın boyu hangi ayda eşit duruma gelir ?

Soru :



f 'in grafiği doğrusaldır.
Grafiğe göre 300 ₺'ye satılan
bir mal kaç ₺'ye alınmıştır ?
(Üçgen benzerliğinden veya
orantıdan da çözülebilir.)

Soru :

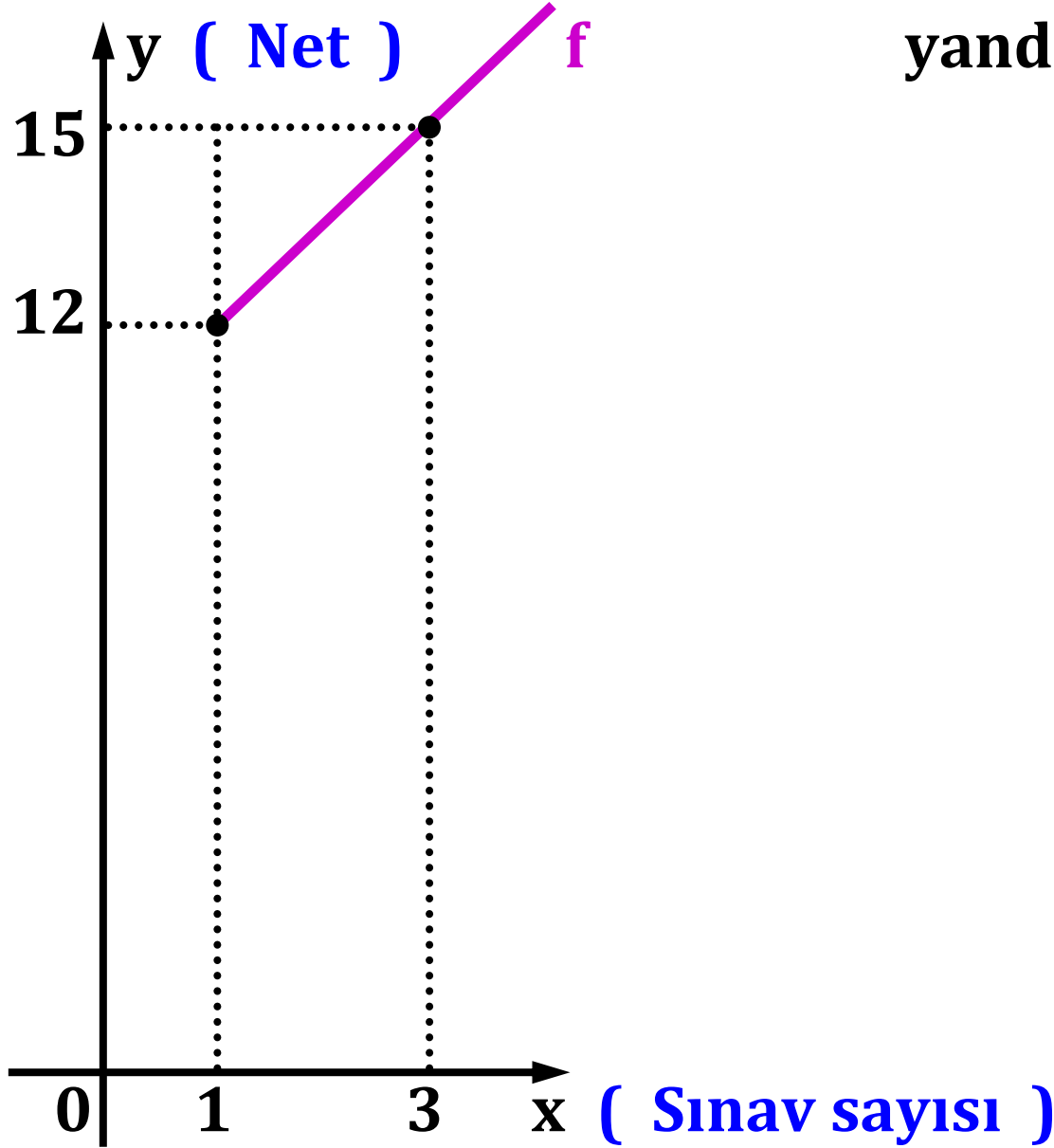


f 'in grafiği doğrusaldır.

Bir bitkinin boy - zaman grafiği yanda verilmiştir. Buna göre bitkinin 15. aydaki boyu kaç br olur ?

Soru : Bir öğrencinin girdiği sınavlardaki yaptığı netlerin grafiği
yanda verilmiştir. Grafik doğrusaldır.

Buna göre öğrencinin kaçınıcı
sınavdaki net sayısı 27 olur ?



(Bu bölümde işlenecek olan konuların, matematik müfredat programındaki yeri altta gösterilmiştir.)

Terimler ve Kavramlar : Tek fonksiyon, çift fonksiyon, dikey (düşey) doğru testi

Sembol ve Gösterimler : $f + g$, $f - g$, $f \cdot g$, f / g

10. 2. 1. 1. Fonksiyonlarla ilgili problemler çözer.

C) Tek fonksiyon, çift fonksiyon ve parçalı tanımlı fonksiyon açıklanır.

E) f ve g fonksiyonları kullanılarak $f + g$, $f - g$, $f \cdot g$, $\frac{f}{g}$ işlemleri yapılır, ancak parçalı tanımlı fonksiyonlarda bu işlemlere girilmez.

F) Gerçek hayat problemlerine ve tablo-grafik kullanımına yer verilir.

Çift Fonksiyon

$f(-x) = f(x)$ ise f 'e “çift fonksiyon” adı verilir.

1) f çift fonksiyon ise, f 'in grafiği y eksenine göre simetrik.

Örnek:

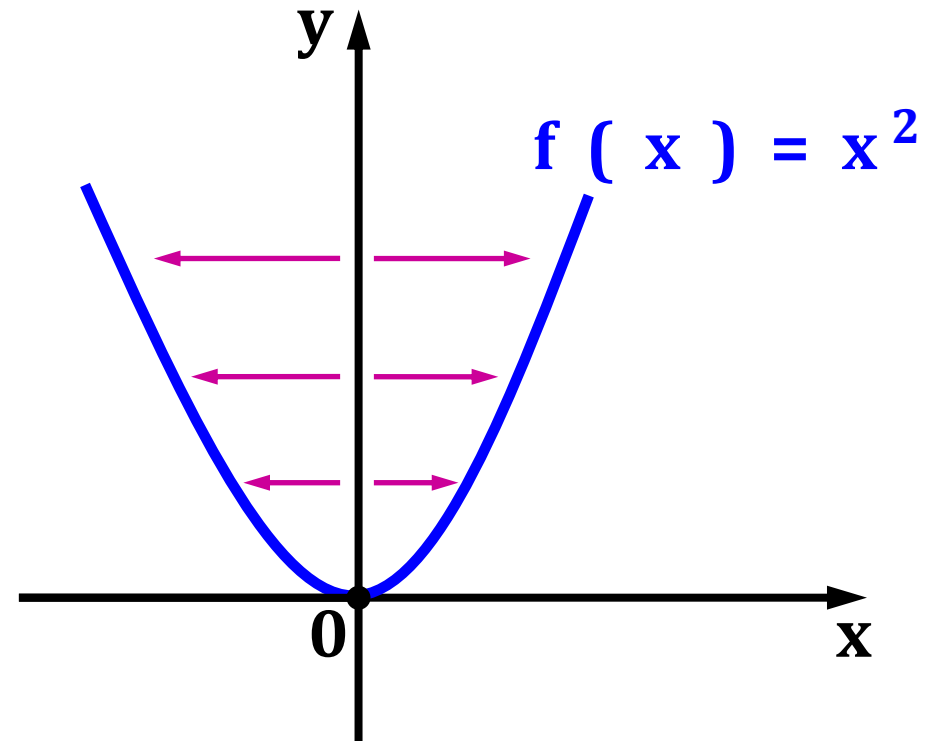
$f(x) = x^2$ fonksiyonu için

$$f(-x) = (-x)^2 = x^2 = f(x)$$

olur. Dolayısıyla f çift

fonksiyondur. Yanda fonksiyonun

grafiği verilmiştir.



2) f çift fonksiyon ise, f 'in denkleminde x 'in tek dereceli terimleri bulunmaz. x 'in çift kuvveti ve sabit sayılar bulunabilir.

Soru : $f(x) = 3x + 2$, $f(x) = x^3 + 2x$, $f(x) = 4$ ile $f(x) = x^4 + 1$ fonksiyonlarından hangileri çift fonksiyondur ?

Soru: $f(x) = 2x^2 + m + (3m - 3)x$ fonksiyonu çift fonksiyon ise $f(5) = ?$

Soru: $f(x) = (3m - 6)x^3 + 8 + (m + 1)x^2$ fonksiyonu
çift fonksiyon ise $f(2) = ?$

Soru: $f(x) = (2k + 6)x^5 + (m - 2)x^3 + (k + m)x^2$
fonksiyonunun grafiği y eksenine göre simetrik ise $f(4) = ?$

Soru: $f(x) = (a + 2)x^4 + ax - 4x + 2$ fonksiyonu çift **fonk-**
siyon ise $f(1) = ?$

Soru : **f çift fonksiyondur.** $f (x) + 3 . f (- x) = 4x^2 - 2$ ise
 $f (2) = ?$ ($f (- x) = f (x)$ kullanılır.)

Soru : f fonksiyonunun grafiği y eksenine göre simetriktir.

$$- 4 . f (- x) + f (x) = x^2 - x^4 + 6 \text{ ise } f (3) = ?$$

Soru : f çift fonksiyondur. $f (2) = 6 - 2m$ ve
 $f (- 2) = - m + 14$ ise $m = ?$

Soru : f çift fonksiyondur. $f (- 1) = \frac{m}{2} - 4$ ve
 $f (1) = 16 + 3m$ ise $m = ?$

Tek Fonksiyon

$f(-x) = -f(x)$ ise f 'e “tek fonksiyon” adı verilir.

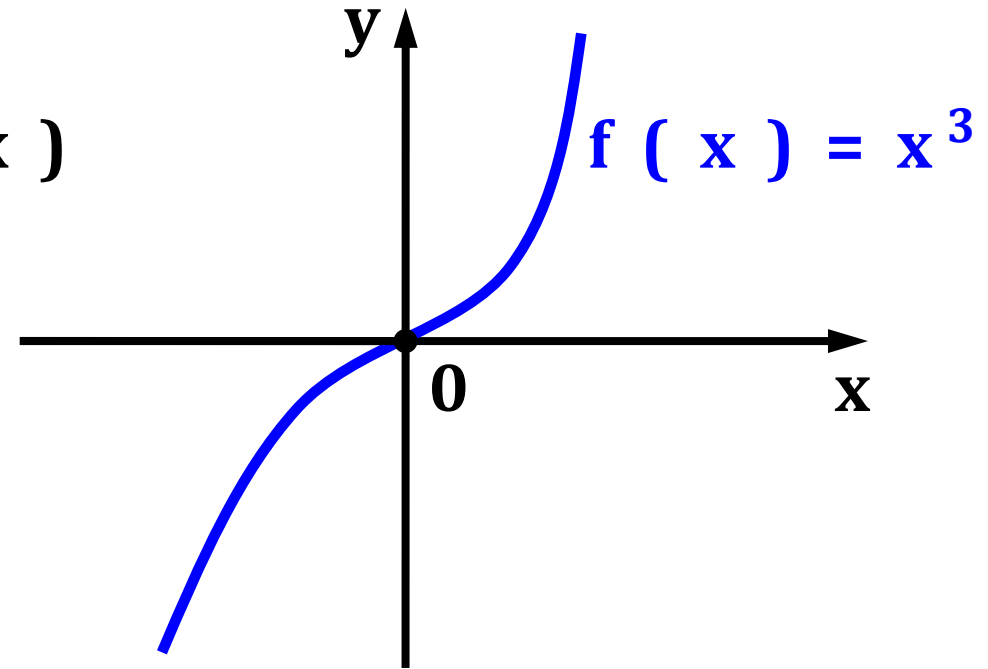
1) f tek fonksiyon ise, f 'in grafiği orijine göre simetriktir.

Örnek:

$f(x) = x^3$ fonksiyonu için

$$f(-x) = (-x)^3 = -x^3 = -f(x)$$

olur. Dolayısıyla f tek fonksiyondur. Yanda fonksiyonun grafiği verilmiştir.



2) f tek fonksiyon ise, f 'in denkleminde x 'in çift dereceli terimleri ve sabit sayılar bulunmaz.

Soru: $f(x) = x^3 + 2x$, $f(x) = x^5 + x + 2$, $f(x) = -7$
ile $f(x) = \sqrt[4]{x^{20}} + x^{11}$ fonksiyonlarının tek – çift fonksiyon ol-
ma durumunu inceleyiniz.

Soru: $f(x) = 3x + (4m - 4)x^2 + 2mx$ fonksiyonu tek fonksiyon ise $f(5) = ?$

Soru: $f(x) = (2m + 4)x^3 + (3 - m)x^4 + mx$ fonksiyonunun grafiği orijine göre simetrik ise $f(-1) = ?$

Soru: $f(x) = (m + 2)x^2 + (2m + 6)x - m + n + 6$
fonksiyonu tek fonksiyon ise $m + n = ?$

Soru : f tek fonksiyondur. $-3 f (-x) + f (x) = 9x - x^3$ ise
 $f (-1) = ?$ ($f (-x) = -f (x)$ kullanılır.)

Soru : f fonksiyonunun grafiği orijine göre simetriktir.

$$f(x) + 4f(-x) = x^3 - 7x \text{ ise } f(4) = ?$$

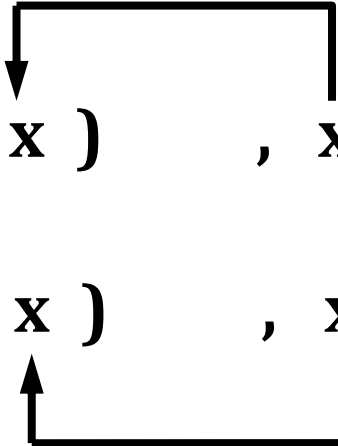
Soru : f tek fonksiyondur. $f (- 4) = 6 + m$ ve
 $f (4) = 12 - 2m$ ise $f (4) = ?$

Soru : **f tek fonksiyondur.** **$f (3) = 3m + 7$** ve
 $f (- 3) = - m - 15$ ise **$m = ?$**

Parçalı Fonksiyonlar

Tanım kümesinin ayrık altkümelerinde farklı kurallarla tanımlı olan fonksiyonlara “**parçalı fonksiyonlar**” adı verilir.

Örneğin ;

$$f(x) = \begin{cases} g(x) & , x \in (a, b) \text{ ise} \\ h(x) & , x \in (c, d) \text{ ise} \end{cases}$$
A diagram with two horizontal lines. The top line has a downward arrow pointing to the expression 'g (x)' in the first case of the piecewise function. The bottom line has an upward arrow pointing to the expression 'h (x)' in the second case. A horizontal line connects the two vertical lines, with a rightward arrow pointing from the first case to the second case.

fonksiyonu parçalı bir fonksiyondur.

*** Verilen x değeri hangi aralığın içerisindeyse, x 'i şartı

sağlanan fonksiyonda yerine yazarız.

Soru :

$$f(x) = \begin{cases} 6 + 2x & , -8 < x \leq 5 \text{ ise} \\ x^2 - 3x & , 5 < x \leq 15 \text{ ise} \end{cases}$$

fonksiyonu veriliyor. Buna göre $f(7) + f(-4) = ?$

Soru :

$$f(x) = \begin{cases} x^2 + 4x & , x \leq 2 \text{ ise} \\ 5 - 2x & , 2 < x \text{ ise} \end{cases}$$

fonksiyonu veriliyor. Buna göre $f(-5) \cdot f(4) + f(2) = ?$

Soru :

$$f(x) = \begin{cases} 4 + x & , \quad x < -3 \text{ ise} \\ x^2 - x^3 & , \quad -3 \leq x < 2 \text{ ise} \\ 2x + 1 & , \quad 2 \leq x \text{ ise} \end{cases}$$

fonksiyonu veriliyor. Buna göre $f(-2) + f(3) + f(-6) = ?$

Soru :

$$f(x) = \begin{cases} 3 + x & , \text{ x çift sayı ise} \\ x^2 - 11 & , \text{ x tek sayı ise} \end{cases}$$

fonksiyonu veriliyor. Buna göre $f \{ f [f (2)] \} = ?$

(En içten dışa doğru çözüm yürütülür.)

Soru :

$$f(x) = \begin{cases} -6x + 10 & , x \in (-\infty, 5) \text{ ise} \\ mx + 2m & , x \in [5, +\infty) \text{ ise} \end{cases}$$

fonksiyonu veriliyor. $f(-4) + f(6) = -30$ ise $m = ?$

Soru :

$$f(x) = \begin{cases} 3k - 2x & , \quad x > 3 \quad \text{ise} \\ \frac{2x + 3 + k}{x - 4} & , \quad x \leq 3 \quad \text{ise} \end{cases}$$

fonksiyonu veriliyor. $f(3) + f(-1) = 7$ ise $k = ?$

Soru :

$$f(x) = \begin{cases} 5 \text{ ₺} & , x \leq 2 \text{ ise} \\ 5 + x \text{ ₺} & , 2 < x < 24 \text{ ise} \end{cases} \quad \text{ve } f(t) = 15t$$

fonksiyonları bir otoparktaki araç ücret tespiti gösteren ifadelerdir. x saat, t gün sayısını göstermek üzere bu otoparkta; 12 saat, 4 gün ve 6 gün 2 saat kalan üç aracın ödeyeceği toplam park ücreti kaç ₺ olur ?

Fonksiyonlarda İşlemler

Fonksiyon dört işlem sorularında işlem önceliğine dikkat edilerek istenen elde edilir.

$$(f + g)(x) = f(x) + g(x)$$

$$(f - g)(x) = f(x) - g(x)$$

$$(f \cdot g)(x) = f(x) \cdot g(x)$$

$$\left(\frac{f}{g}\right)(x) = \frac{f(x)}{g(x)}$$

$$(a \cdot f + b \cdot g)(x) = a \cdot f(x) + b \cdot g(x) \quad \text{olarak alınır.}$$

Soru: $f(x) = 3x - 2$ ve $g(x) = 5 - 6x$ ise;

A) $(f - g)(x) = ?$

B) $(f + g)(4) = ?$

$f(x) = 3x - 2$ ve $g(x) = 5 - 6x$ ise;

C) $(2f + 3g)(x) = ?$

Soru: $f(x) = 10 + 3x$ ve $g(x) = 2x - 5$ ise;

A) $(f \cdot g)(x) = ?$

B) $(f + g)(-2) = ?$

$f(x) = 10 + 3x$ ve $g(x) = 2x - 5$ ise;

c) $\left(\frac{f}{g}\right)(20) = ?$

$f(x) = 10 + 3x$ ve $g(x) = 2x - 5$ ise;

D) $(3f - 4g)(2) = ?$

Soru : $f(x) = 4x - 1$ ve $g(x) = -x + 7$ ise;

A) $(f^2 + g^3)(3) = ?$

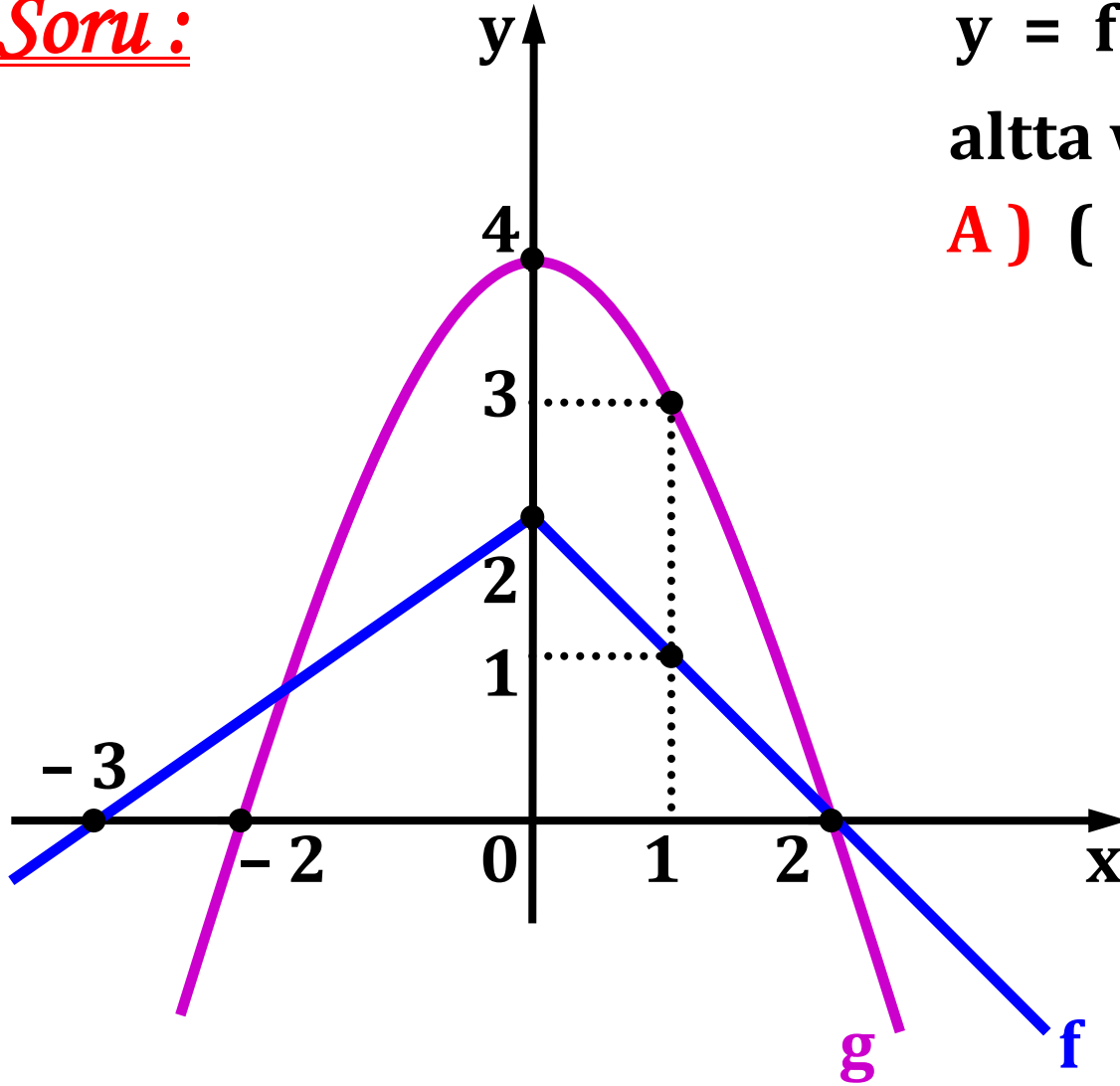
$f(x) = 4x - 1$ ve $g(x) = -x + 7$ ise;

B) $(f \cdot g)(2) - (f + g)(5) = ?$

Soru :

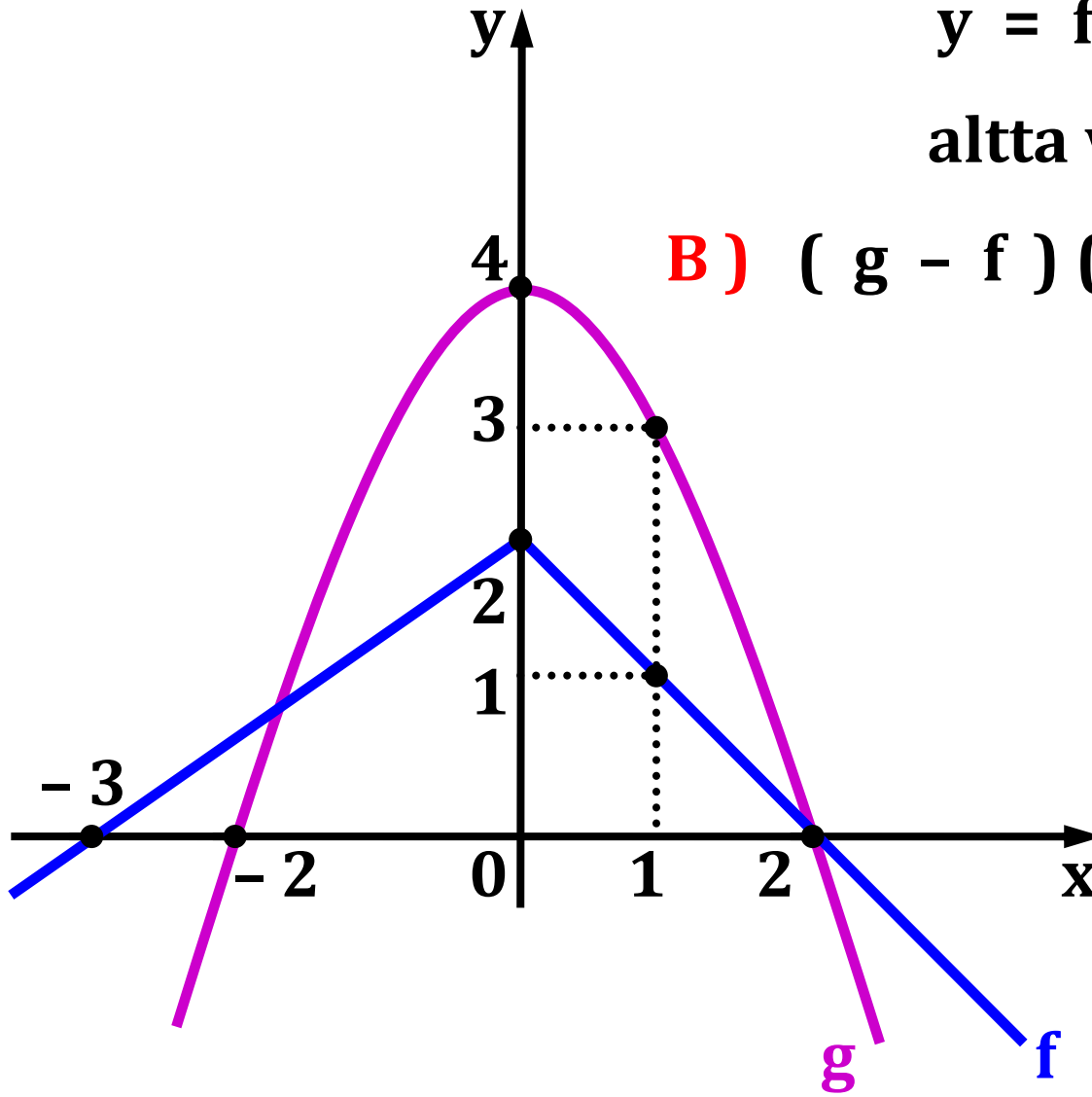
$y = f(x)$ ve $y = g(x)$ 'in grafiği
altta verilmiştir. Buna göre;

A) $(f + g)(0) + (f \cdot g)(2) = ?$



$y = f(x)$ ve $y = g(x)$ 'in grafiği
altta verilmiştir. Buna göre;

B) $(g - f)(1) + f(-3) + 2 \cdot g(0) = ?$



Soru : $(f + g)(x) = 5x - 5$ ve $(2f - g)(x) = x + 23$ ise
 $f(6) = ?$ (Yok etme metodu kullanılır.)

Soru : $(f \cdot g)(x) = x^2 + 15x - 7$ ve $g(x) = 2x + 5$ ise
 $f(2) = ?$ (Çarpanlardan biri biliniyorsa diğeri de bulunur.)

Not : $f : A \longrightarrow B$, $g : C \longrightarrow D$ fonksiyonları verilsin. f ve g 'nin bir arada bulunduğu işlemler $A \cap C$ kümesi üzerinde tanımlanır. Bulunan değerler işlemin görüntü kümesini oluşturur.

Soru : $f : \{ -3 , -2 , -1 , 0 , 1 \} \longrightarrow K$ ve $g : \{ -2 , 1 , 3 , 4 \} \longrightarrow M$ veriliyor. $f (x) = x^2 + x$ ve $g (x) = x^2 + 6$ ise;

A) $(f + g) (x)$ fonksiyonunun görüntü kümesini bulunuz.

$f : \{ -3 , -2 , -1 , 0 , 1 \} \longrightarrow K$ ve

$g : \{ -2 , 1 , 3 , 4 \} \longrightarrow M$ veriliyor. $f (x) = x^2 + x$ ve

$g (x) = x^2 + 6$ ise;

B) $(f . g) (x)$ fonksiyonunun görüntü kümesini bulunuz.

Soru : $f : \{ -6 , -3 , 0 , 2 , 4 \} \longrightarrow K$ ve

$g : \{ -4 , -3 , 1 , 4 , 6 \} \longrightarrow M$ veriliyor. $f (x) = x^2 - 2x$ ve $g (x) = 4x + 2$ ise;

A) $(f - g) (x)$ fonksiyonunun görüntü kümesini bulunuz.

$f : \{ -6 , -3 , 0 , 2 , 4 \} \longrightarrow K$ ve

$g : \{ -4 , -3 , 1 , 4 , 6 \} \longrightarrow M$ veriliyor. $f (x) = x^2 - 2x$ ve $g (x) = 4x + 2$ ise;

B) $\left(\frac{g}{f} \right) (x)$ fonksiyonunun görüntü kümesini bulunuz.

Soru: $f = \{ (-1, -2), (3, 7), (8, 25) \}$ ve
 $h = \{ (-1, 5), (4, 20), (8, 68) \}$ fonksiyonları veriliyor.

Buna göre;

A) $2f = ?$

B) $f + h = ?$

$f = \{ (-1, -2), (3, 7), (8, 25) \}$ ve
 $h = \{ (-1, 5), (4, 20), (8, 68) \}$ fonksiyonları veriliyor.
Buna göre;

C) $f(3) \cdot h(4) + (h - f)(8) = ?$

10.2.1.2. Fonksiyonların grafiklerini çizer.

A) $f(x) = ax + b$ şeklindeki fonksiyonların grafikleri ile ilgili uygulamalar yapılır.

B) Parçalı tanımlı şekilde verilen fonksiyonların grafikleri çizilir.

10.2.1.3. Fonksiyonların grafiklerini yorumlar.

A) Grafiği verilen fonksiyonların tanım ve görüntü kümeleri gösterilir.

B) Bir fonksiyon grafiğinde, fonksiyonun x ekseninde tanımlı olduğu her bir noktadan y eksenine paralel çizilen doğruların, grafiği yalnızca bir noktada kestiğine (düşey / dikey doğru testi) işaret edilir.

C) Bir f fonksiyonunun grafiğinin $y = f(x)$ denkleminin grafiği olduğu ve grafiğin (varsa), x eksenini kestiği noktaların $f(x) = 0$ denkleminin gerçekte sayılardaki çözüm kümesi olduğu vurgulanır.

Doğru Çizimi

$a, b \in \mathbb{R}$ olmak üzere $f(x) = ax + b$ fonksiyonunun grafiği dik koordinat sisteminde $y = ax + b$ doğrusunun grafiğini belirtir. Bir doğrunun grafiğini dik koordinat sisteminde çizmek için bu doğrunun geçtiği en az 2 noktaya ihtiyaç vardır. (x, y) sıralı ikilisi seçilip bu sıralı ikililer dik koordinat sisteminde işaretlenir ve işaretlenen noktalar bir doğru parçası oluşturacak şekilde birleştirilip doğru çizilir.

Noktaların bulunurken aşağıdaki sıra takip edilir.

1) $x = 0$ için y değeri bulunur. $A(0, y)$ noktası işaretlenir.

2) $y = 0$ için x değeri elde edilir. $B(x, 0)$ noktası işaretlenir.

Noktalardan geçen grafik (doğru) çizilir.

Soru : $f(x) = y = 6 - 2x$ doğrusunun grafiğini çiziniz.

Soru : $f(x) = y = 5x + 10$ doğrusunun grafiğini çiziniz.

Soru : $f(x) = y = \frac{2x}{3} - 4$ doğrusunun grafiğini çiziniz.

Soru : $y = f(x)$, $3y - 4x = 12$ doğrusunun grafiğini çiziniz.

Soru : $\frac{x}{4} + \frac{2y}{5} = 2$ doğrusunun grafiğini çiziniz.

Soru : $y = f(x) = 4x$ doğrusunun grafiğini çiziniz.

($x = 0$ ve $y = 0$ için aynı nokta bulunuyorsa grafiği çizmek için bir noktaya daha ihtiyacımız vardır. x için rastgele bir sayı alınır ve y değeri bulunur ve noktalardan geçen grafik çizilir.)

Soru : $y = f(x) = 2$ doğrusunun grafiğini çiziniz.

($y = 0$ alınamayacağından x 'e değerler verilir ve noktalardan geçen doğru grafiği çizilir. $y = a$ doğrusu y ekseninde a noktasından geçen ve x eksenine paralel olan bir doğrudur.)

Soru : $y = f(x) = -2$ ve $y = f(x) = 3$ doğrularının grafiğini çizip doğrular arasındaki uzaklığı bulunuz.

Parçalı Fonksiyonun Grafiği

Fonksiyon parçalı olarak verilirse, her bir parçayı tanımlı olduğu aralıkta çizeriz. Yani fonksiyonun grafiği şartı sağladığı kısımdan itibaren çizilir.

Soru :

$$y = f(x) = \begin{cases} 3 - x, & x < 1 \text{ ise} \\ x + 1, & x \geq 1 \text{ ise} \end{cases}$$

parçalı fonksiyonunun grafiğini çiziniz.

Soru :

$$y = f(x) = \begin{cases} -x - 2 & , \quad x \leq 0 \quad \text{ise} \\ -2 + x/2 & , \quad x > 0 \quad \text{ise} \end{cases}$$

parçalı fonksiyonunun
grafğini çiziniz.

Soru :

$$y = f(x) = \begin{cases} 4 & , \quad x \leq -1 \quad \text{ise} \\ 2 - 2x & , \quad x > -1 \quad \text{ise} \end{cases}$$

**parçalı fonksiyonunun
grafğini çiziniz.**

Soru :

$$y = f(x) = \begin{cases} x + 3 & , \quad x < 0 \quad \text{ise} \\ 3 & , \quad 0 \leq x < 2 \quad \text{ise} \\ -x + 5 & , \quad x \geq 2 \quad \text{ise} \end{cases}$$

**parçalı fonksiyonunun
grafğini çiziniz.**

Soru :

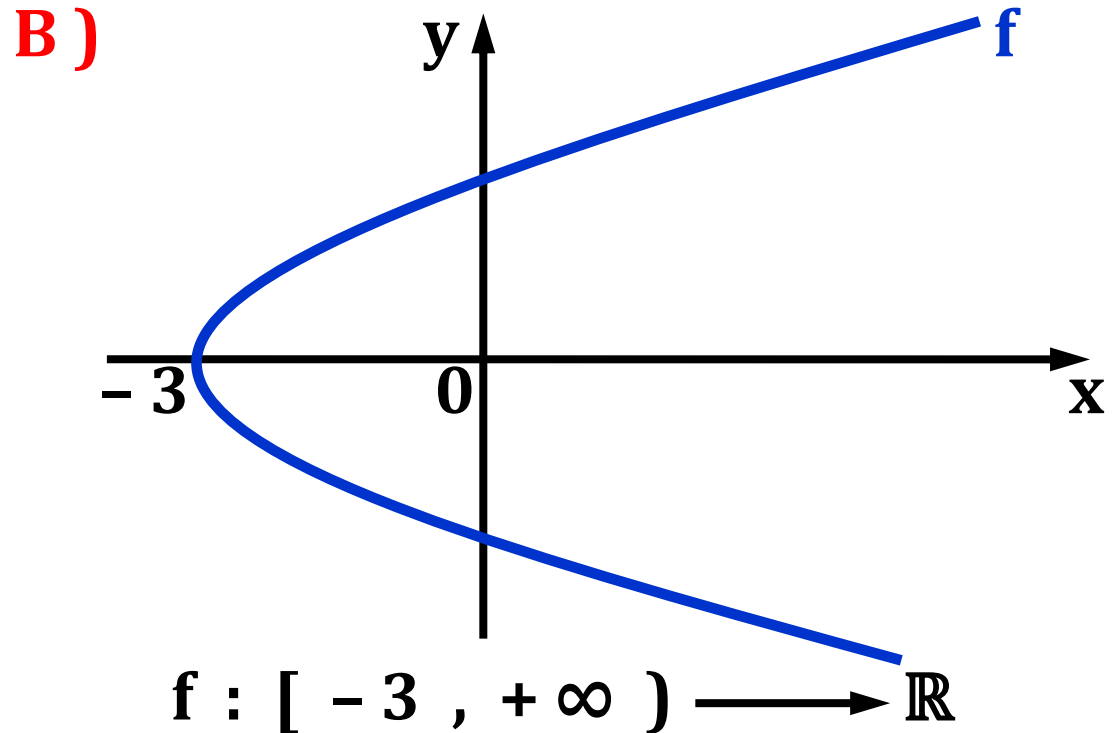
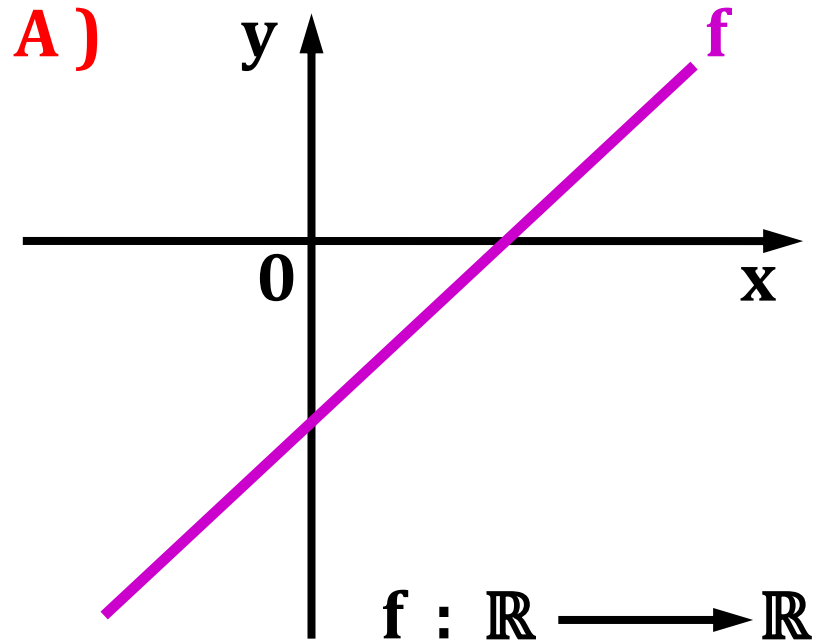
$$y = f(x) = \begin{cases} -2 & , x < 0 \text{ ise} \\ x - 2 & , 0 \leq x < 4 \text{ ise} \\ 2 & , x \geq 4 \text{ ise} \end{cases}$$

parçalı fonksiyonunun
grafiğini çiziniz.

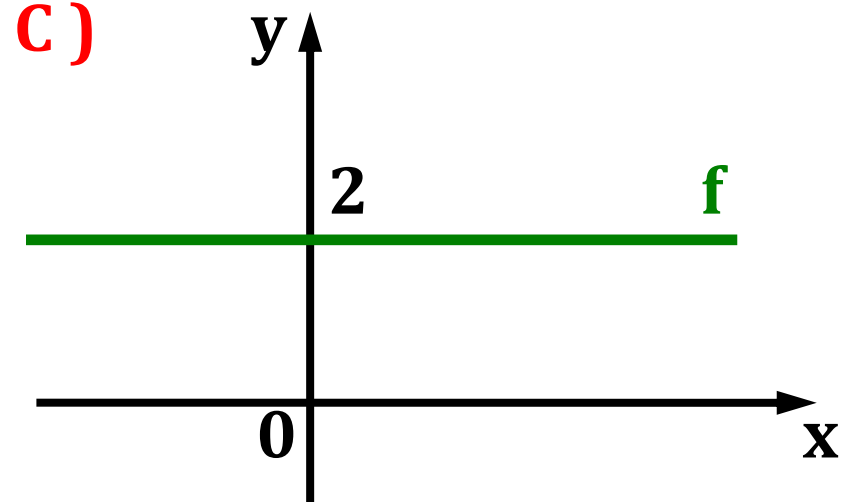
Fonksiyon Grafiklerini Okuma ve Yorumlama

Not 1: Grafik sorularında da f ifadesi için fonksiyon olma şartı aynen geçerlidir. Grafik üzerinde y eksenine paralel olacak şekilde düz doğru çizilir. Çizilen doğru grafiği **tek noktadan fazla** keserse f fonksiyon değildir.

Soru: Aşağıdaki grafiği verilen ifadelerin fonksiyon olup olmadığını kontrol ediniz.

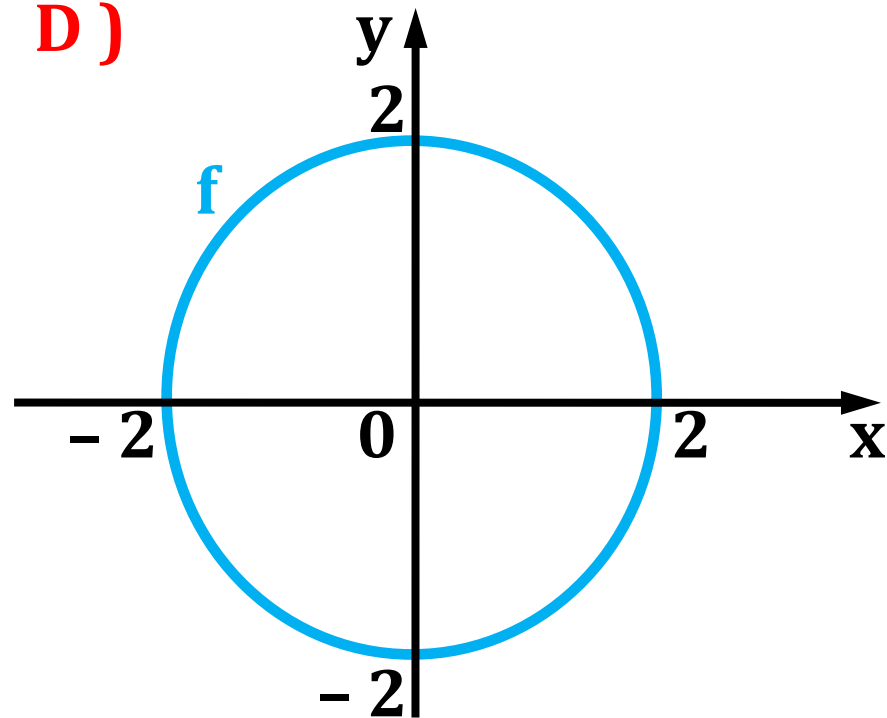


C)



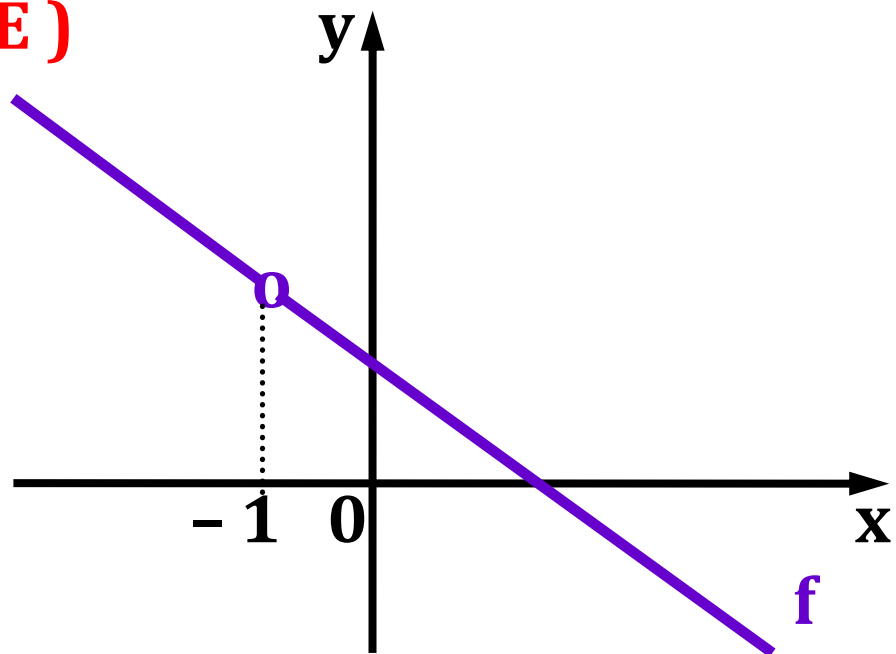
$$f : \mathbb{R} \longrightarrow \{ 2 \}$$

D)



$$f : [- 2 , 2] \longrightarrow [- 2 , 2]$$

E)



$$f : \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}$$

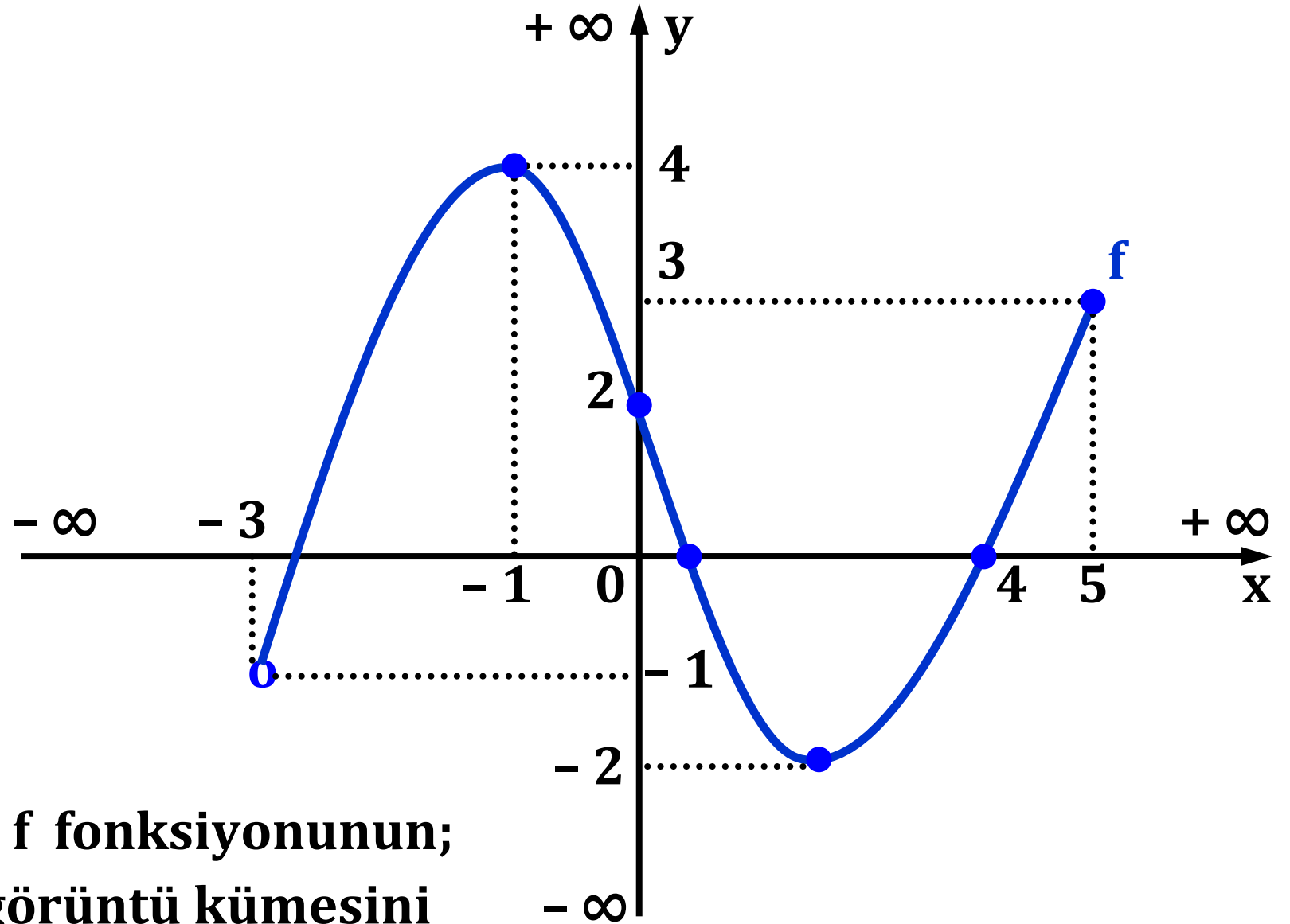
Not 2: $f : A \longrightarrow B$ fonksiyonunda A kümesi elemanları x ekseninden, B kümesi elemanları ise y ekseninden alınır.

Grafiğin x eksenindeki sol ve sağ sınırı fonksiyonun tanım kümesini (T . K.) verir. Grafik parçalı olarak veriliyorsa, tanım kümesi parçalı fonksiyonların bileşkesi olarak alınır.

Grafiğin y eksenindeki alt ve üst sınırı fonksiyonun görüntü kümesini (G. K.) verir. Grafik parçalı olarak veriliyorsa, görüntü kümesi parçalı fonksiyonların bileşkesi olarak alınır.

Not 3: f fonksiyonunun grafiğinde; grafiğin çıkabildiği en üst y değerine fonksiyonun alabileceği en büyük değer (maksimum değer), grafiğin inebildiği en alt değere de fonksiyonun alabileceği en küçük değer (minimum değer) olarak adlandırılır.

Soru :

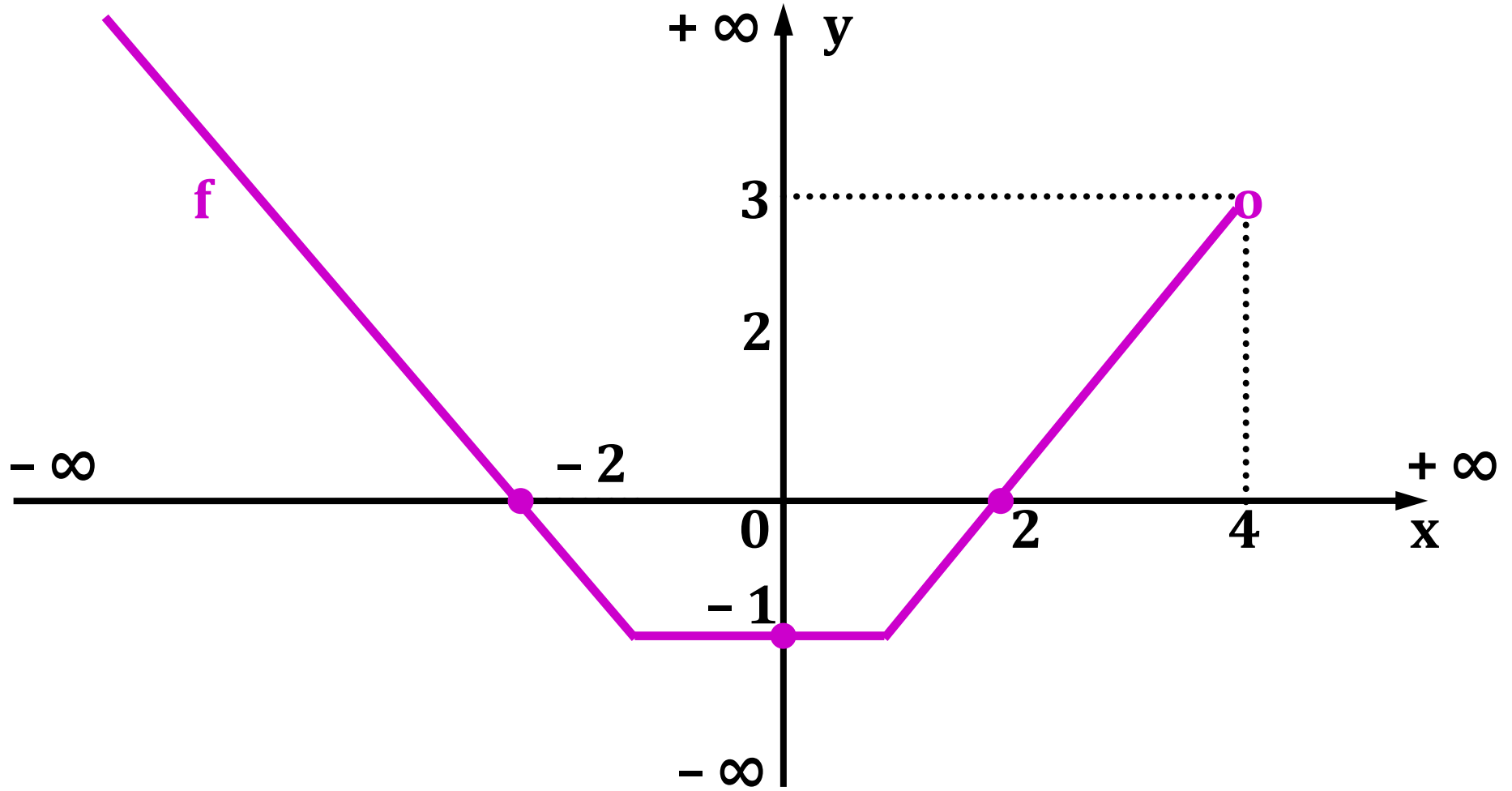


Grafiği verilen f fonksiyonunun;

A) Tanım ve görüntü kümesini bulunuz.

B) En büyük ve en küçük değeri bulunuz.

Soru :

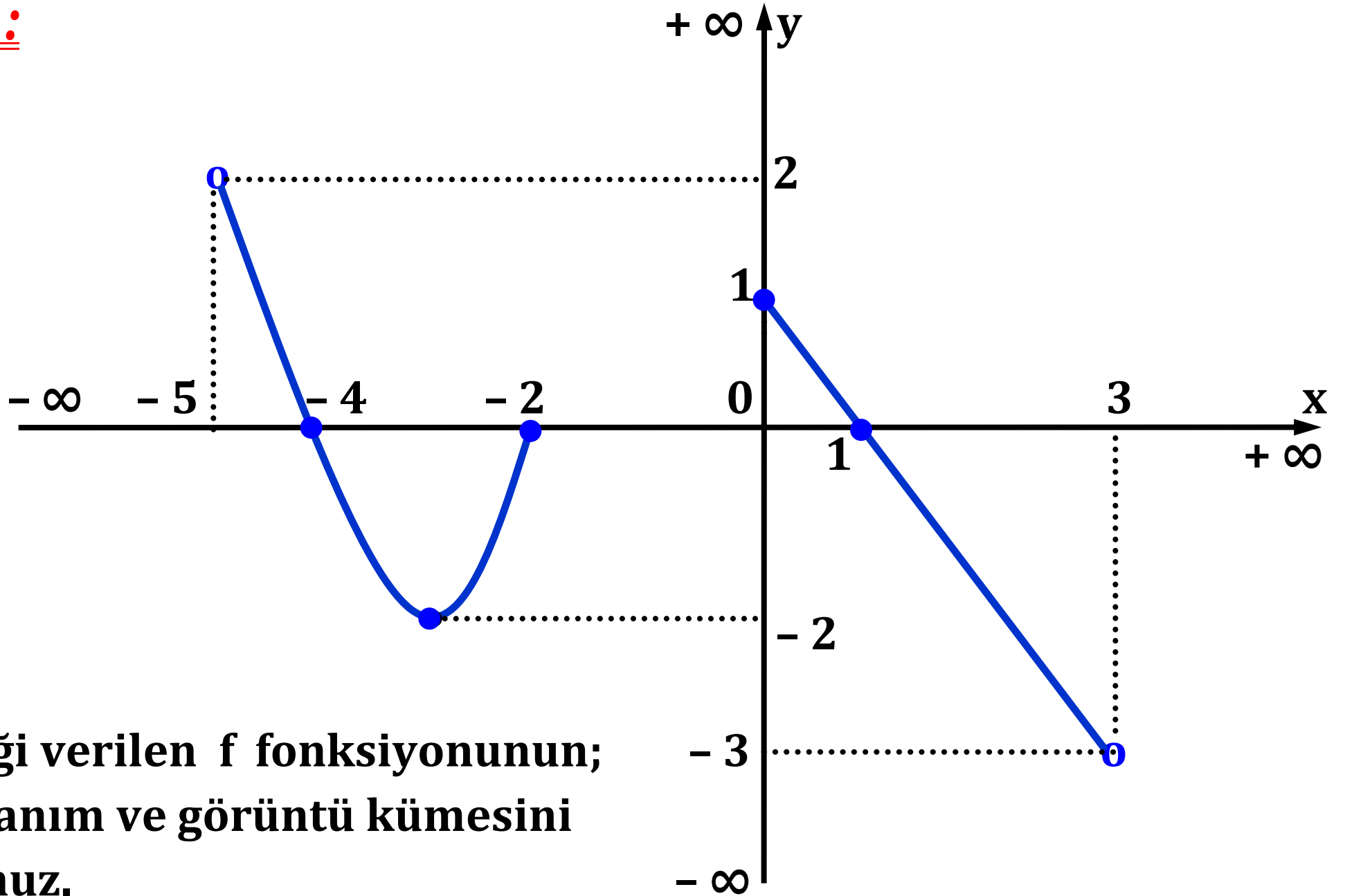


Grafiği verilen f fonksiyonunun;

A) Tanım ve görüntü kümesini bulunuz.

B) En büyük ve en küçük değerini bulunuz.

Soru :



Grafiği verilen f fonksiyonunun;

A) Tanım ve görüntü kümesini bulunuz.

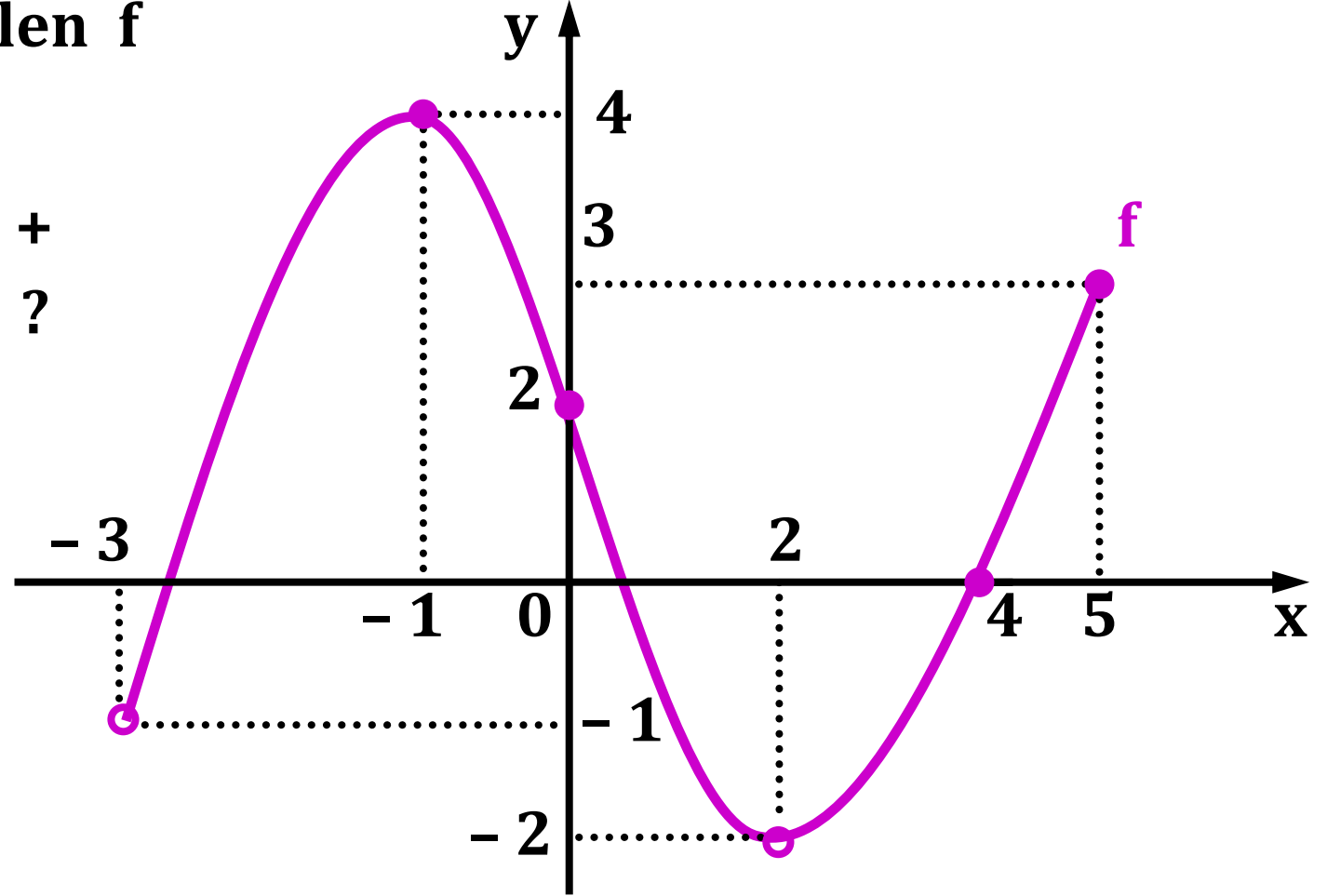
B) En büyük ve en küçük tam sayı değerini bulunuz.

Not 3: $f : A \longrightarrow B$, $x \in A$, $y \in B$ ve $y = f (x)$ verilsin.

$y = f (x)$ fonksiyonunda x 'in görüntüsü y olarak alınır.

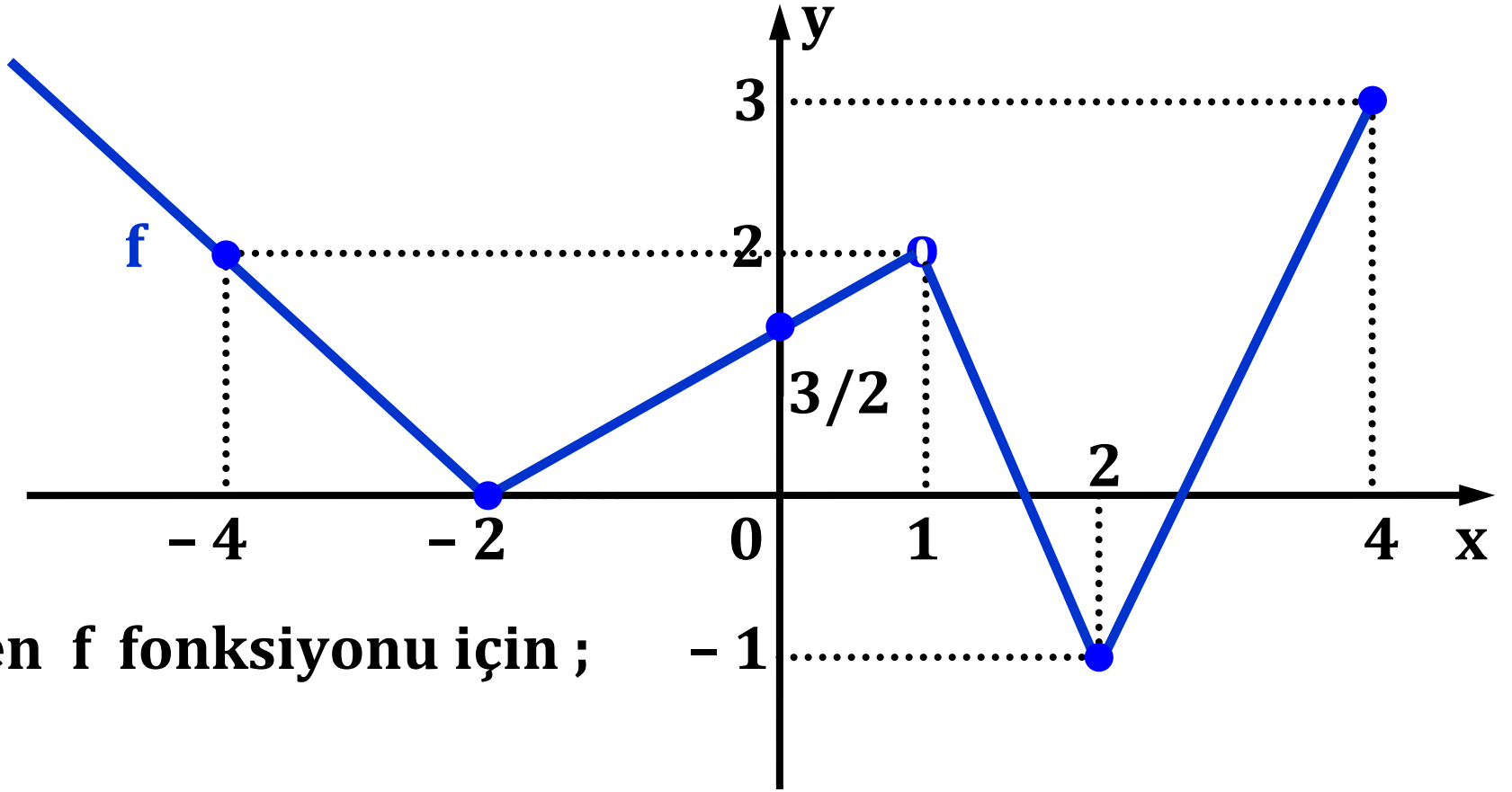
Soru : Grafiği verilen f fonksiyonu için;

A) $f (- 1) . f (5) +$
 $f (4) = ?$



B) $f (2) = ?$

Soru :

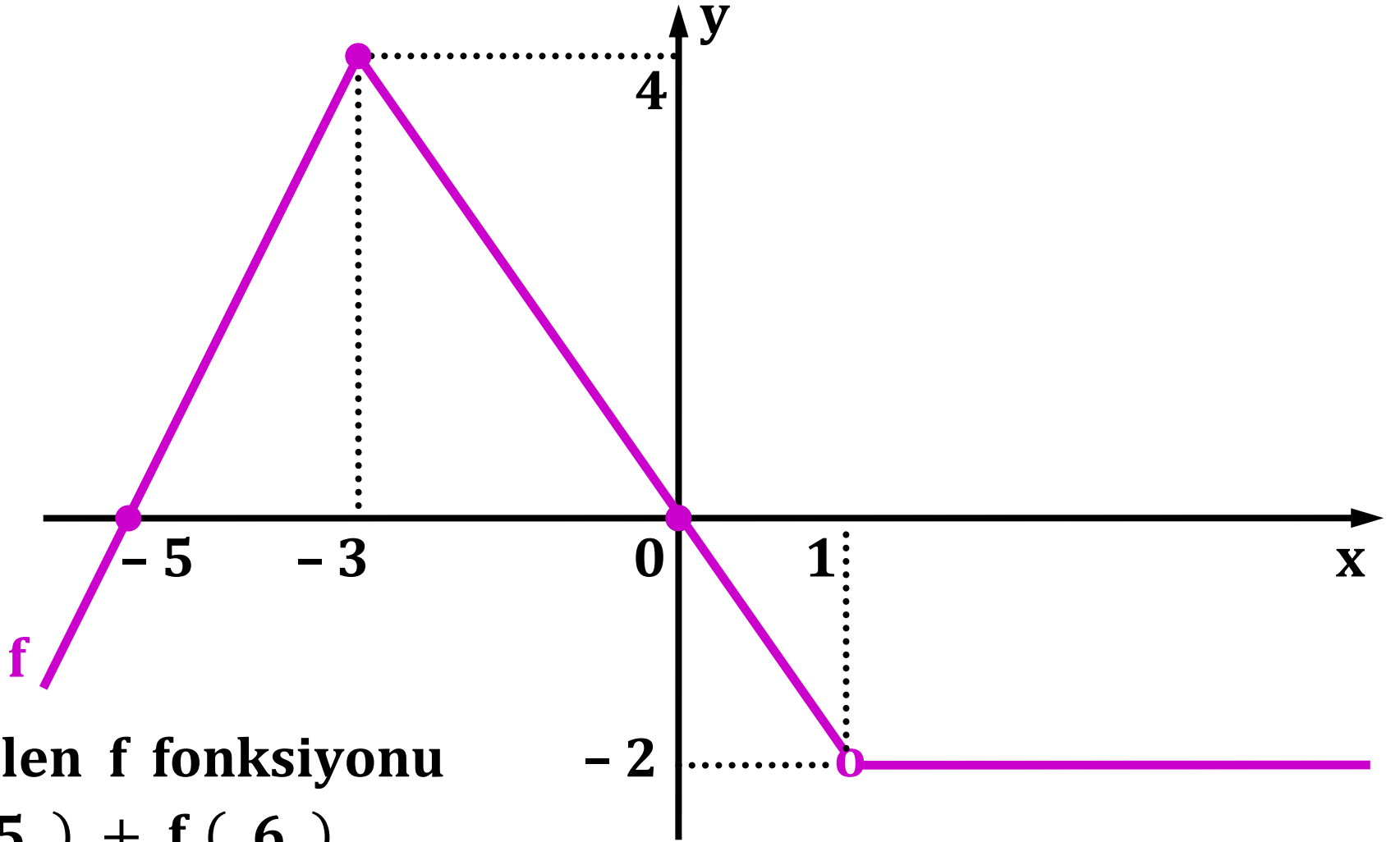


Grafiği verilen f fonksiyonu için ;

A) $f(2) + f(0) \cdot f(-4) + f^2(4) = ?$

B) $f[f(-2)] = ?$

Soru :



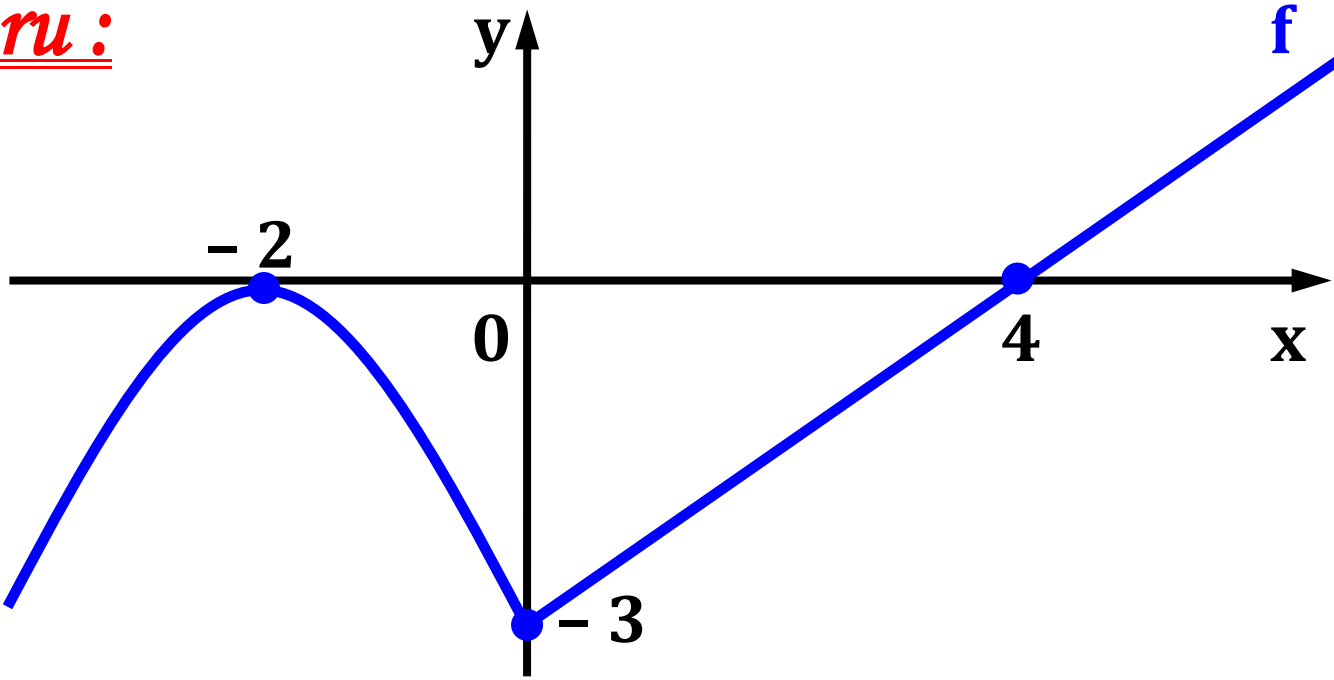
Grafiği verilen f fonksiyonu

için
$$\frac{f(-5) + f(6)}{f(-3) + f(0)} = ?$$

Not 4: $f(x) = 0$ denkleminin çözüm kümesinin elemanlarından biri, grafiğin x eksenini kestiği noktadaki apsis değeridir.

Bir fonksiyonun grafiğinde $f(x) = 0$ denkleminin çözüm kümesinin elemanlarına “ f ’in sıfırları” adı verilir. Grafik x eksenini kesmiyorsa $f(x) = 0$ denkleminin gerçekte sayılarda çözümü yoktur.

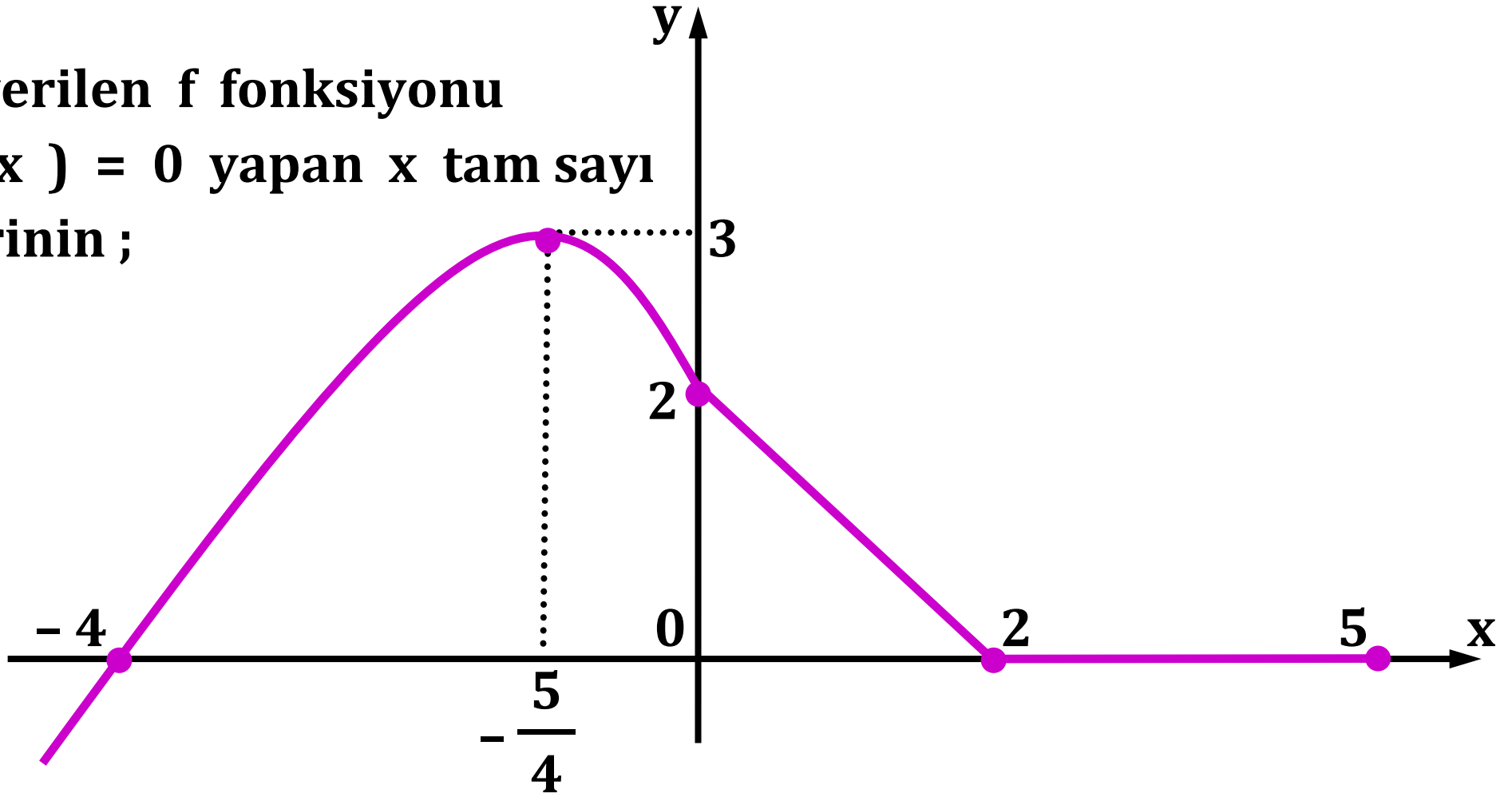
Soru :



Grafiği verilen f fonksiyonunun sıfırlarını ve bu noktaları bulunuz.

Soru :

Grafiği verilen f fonksiyonu
için $f(x) = 0$ yapan x tam sayı
değerlerinin ;

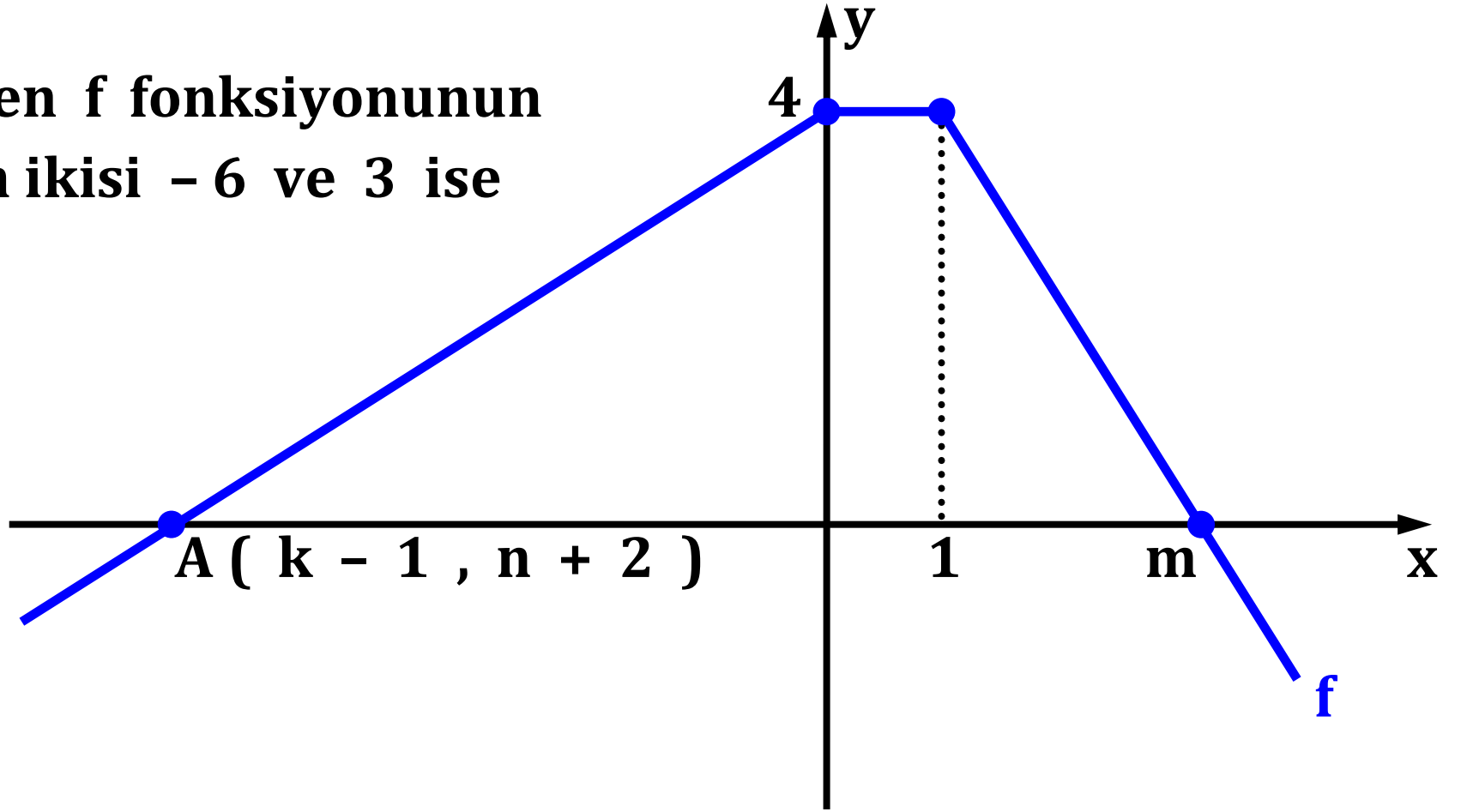


A) Adedini bulunuz.

B) Bu x değerleri biliniyorsa bu değerlerin çarpımı ne olur ?

Soru :

Grafiği verilen f fonksiyonunun
sıfırlarından ikisi -6 ve 3 ise
 $k . m . n = ?$



Not 5: Grafik sorularında ;

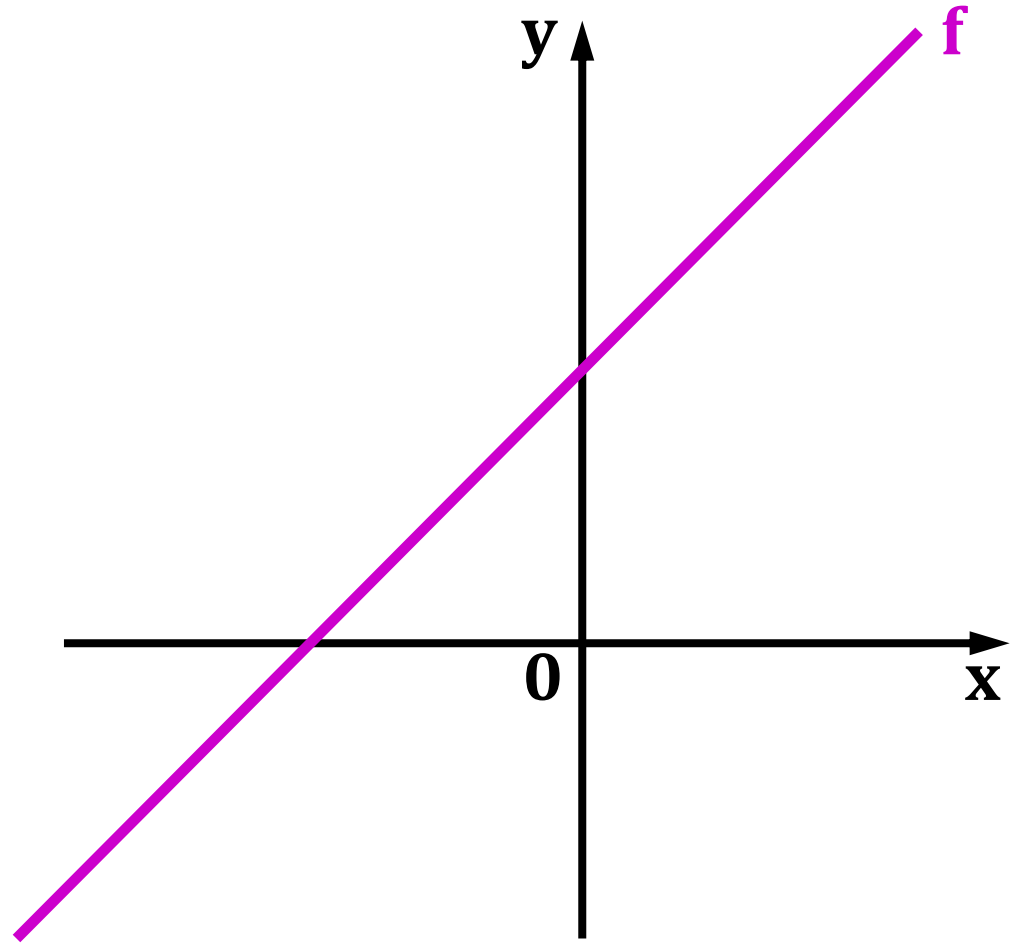
A) Bire bir şartı için grafik üzerinde x eksenine paralel olacak şekilde yatay doğrular çizilir. Çizilen doğrular grafiği tek noktada keserse fonksiyon bire birdir.

B) Örten şartı içinse, grafik değer kümesi (alt sınır – üst sınır) aralığında çizilmelidir. ($f : A \longrightarrow B$ ifadesinde **B** değer kümesiydi.)

Soru : $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$

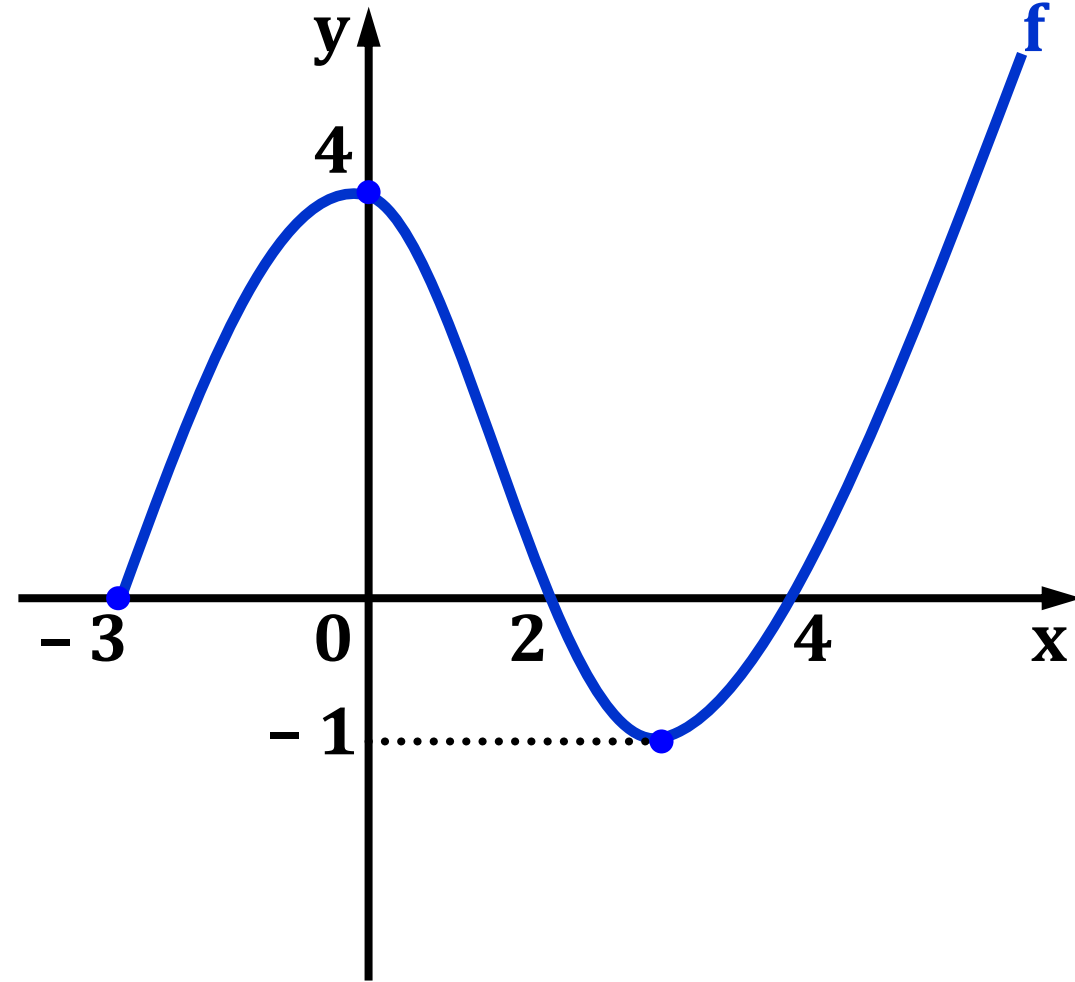
olsun. Grafiği verilen
 f fonksiyonu bire bir
ve örten midir ?

($\mathbb{R} = (-\infty , +\infty)$
aralığı idi.)



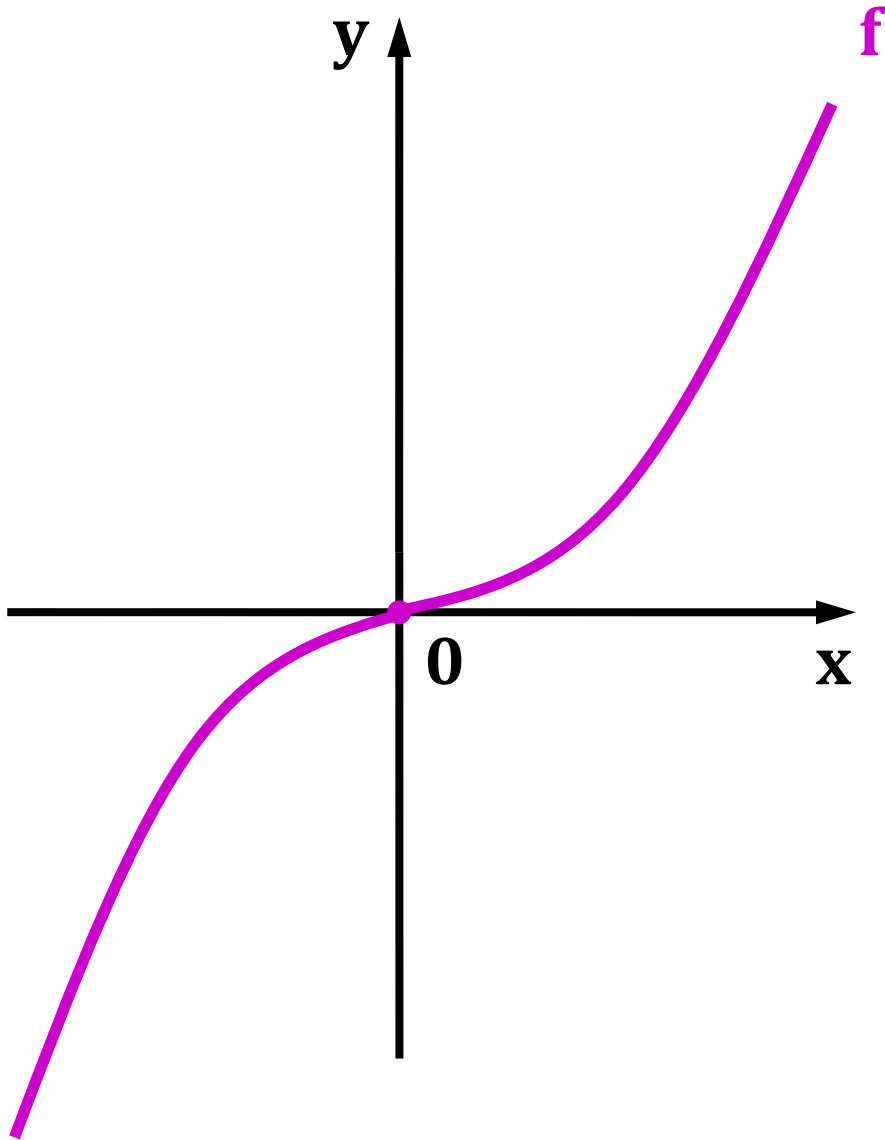
Soru : Aşağıda grafiği verilen f fonksiyonlarının bire bir ve örten olma durumunu inceleyiniz.

1) $f : [- 3 , + \infty) \longrightarrow \mathbb{R}$



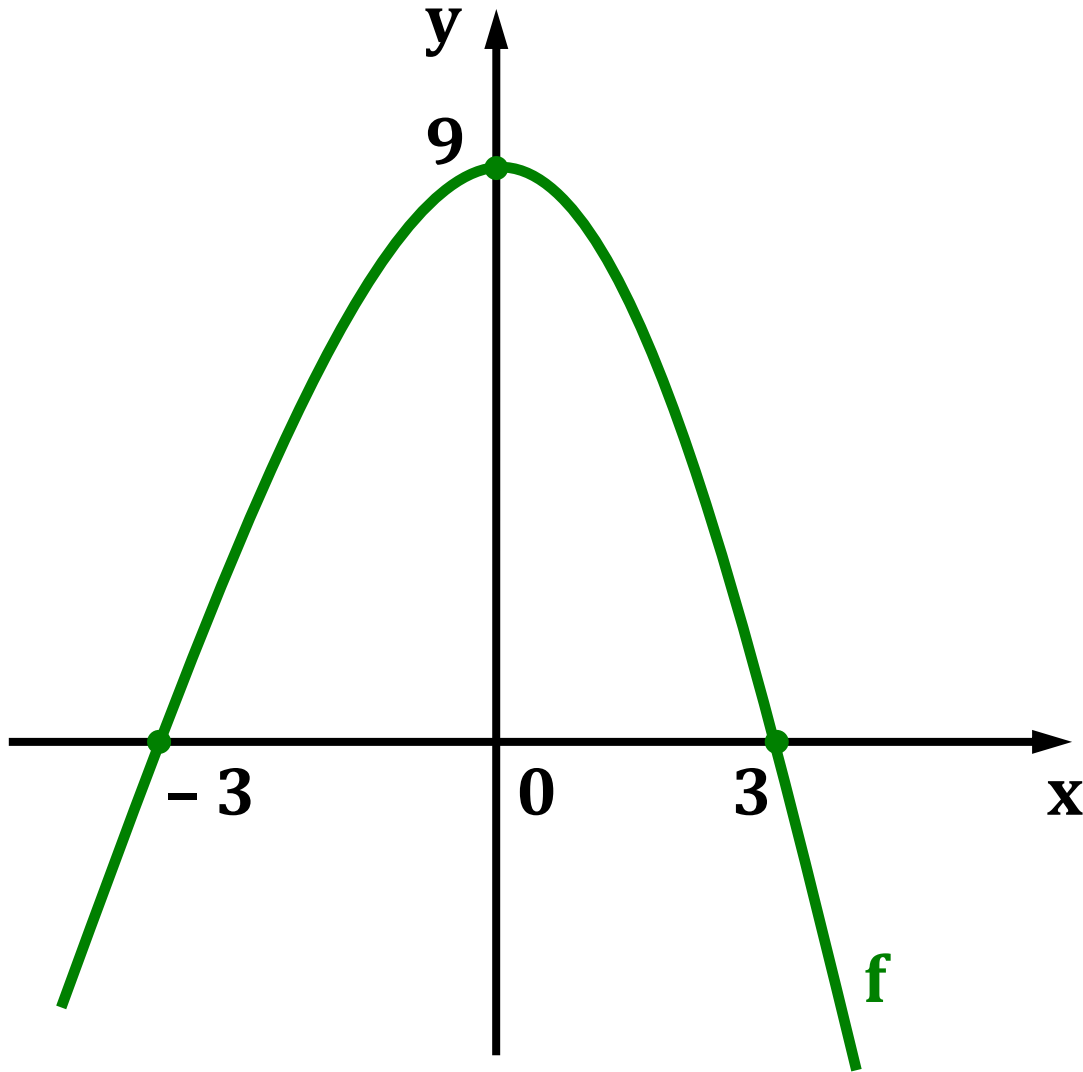
- A)** Bire bir ama örten değil.
- B)** Bire bir ve örtendir.
- C)** Bire bir ve örten değil.
- D)** Bire bir değil ama örtendir.

2) $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$



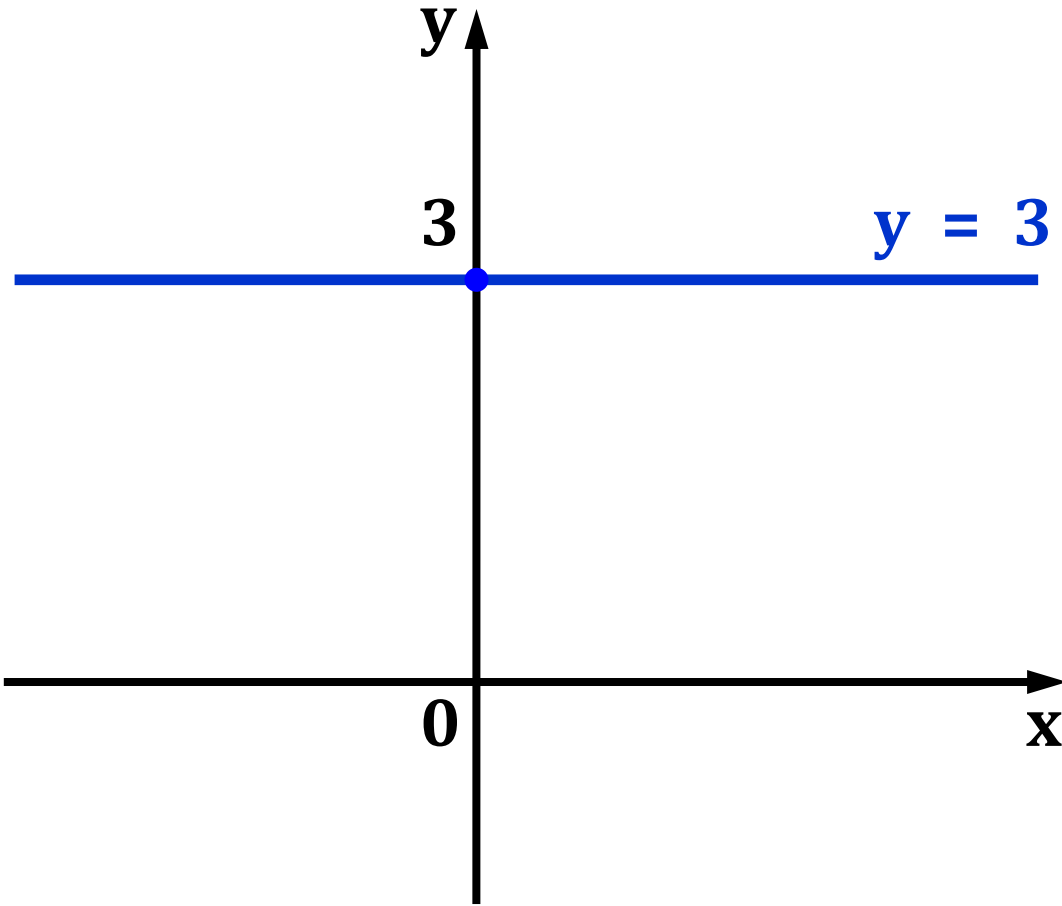
- A) Bire bir ama örten değil.
- B) Bire bir ve örtendir.
- C) Bire bir ve örten değil.
- D) Bire bir değil ama örtendir.

3) $f : \mathbb{R} \rightarrow (-\infty, 9]$



- A) Bire bir ama örten değil.
- B) Bire bir ve örtendir.
- C) Bire bir ve örten değil.
- D) Bire bir değil ama örtendir.

4) $f : \mathbb{R} \rightarrow \{ 3 \}$



- A) Bire bir ama örten değil.
- B) Bire bir ve örtendir.
- C) Bire bir ve örten değil.
- D) Bire bir değil ama örtendir.

Soru : $f : \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}$, $f (x) = 4 - 2x$ fonksiyonu bire bir ve örten midir ? (Grafik çizilir ve nottaki şartlar kontrol edilir.)

(Bu bölümde işlenecek olan konuların, matematik müfredat programındaki yeri altta gösterilmiştir.)

10. 2. 2. İki Fonksiyonun Bileşkesi ve Bir Fonksiyonun Ters

Terimler ve Kavramlar : Bileşke fonksiyon, fonksiyonun tersi

Sembol ve Gösterimler : $f \circ g$, f^{-1}

10. 2. 2. 1. Bire bir ve örten fonksiyonlar ile ilgili uygulamalar yapar.

A) Bir fonksiyonun bire bir ve örtenliği grafik üzerinde yatay doğru testiyle incelenir ve cebirsel olarak ilişkilendirilir.

B) Bilgi ve iletişim teknolojileri yardımıyla bir fonksiyonun bire bir ve örten olup olmadığı belirlenir.

10.2.2.2. Fonksiyonlarda bileşke işlemiyle ilgili işlemler yapar.

A) Bileşke işlemi, fonksiyonların cebirsel ve grafik gösterimleri ile ilişkilendirilerek ele alınır.

B) Fonksiyonlarda bileşke işleminin birleşme özelliğini olduğu belirtilir, değişme özelliğinin olmadığı örneklerle gösterilir.

C) Parçalı tanımlı fonksiyonların bileşkesine girilmez.

10.2.2.3. Verilen bir fonksiyonun tersini bulur.

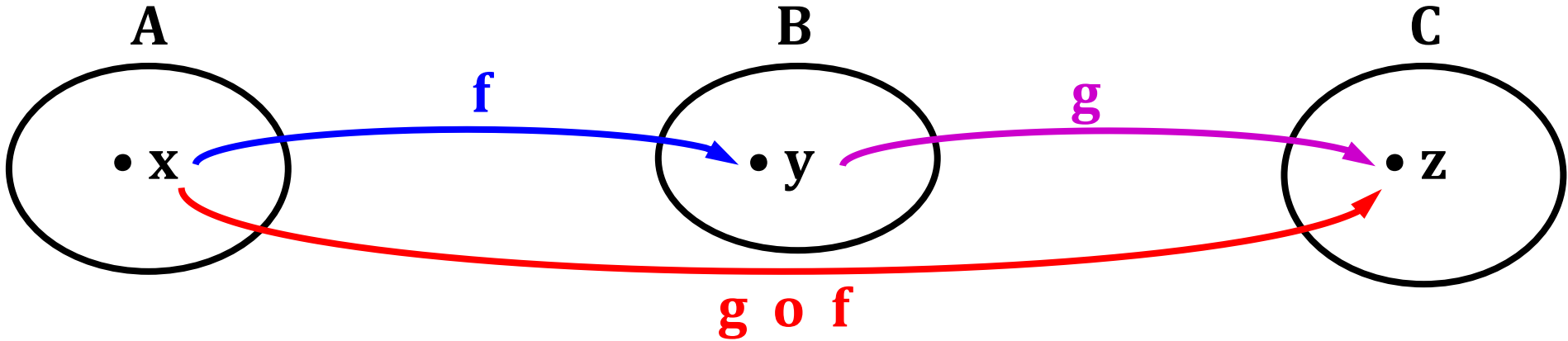
A) Bir fonksiyonun tersinin de fonksiyon olması için gerekli şartlar belirtilir.

B) Sadece bire bir ve örten doğrusal fonksiyonun tersinin grafiği çizilir; fonksiyonun grafiği ile tersinin grafiğinin $y = x$ doğrusuna göre simetrik olduğu gösterilir.

C) Parçalı tanımlı fonksiyonların tersi verilmez.

İki Fonksiyonun Bileşkesi

$f : A \longrightarrow B$ ve $g : C \longrightarrow D$ fonksiyonları verilsin. A kümesindeki her elemanı f ve g fonksiyonları yardımı ile C kümesinde yalnız bir elemana eşleyen fonksiyona “bileşke fonksiyon” adı verilir.



f ile g fonksiyonlarının bileşkesi $g \circ f$ ile gösterilir. \circ bileşke işlemini gösteren semboldür. $f(x) = y$, $g(y) = z$ olduğundan $(g \circ f)(x) = z$ olarak alınır.

Kural: $(g \circ f)(x) = g[f(x)]$ olarak alınır. Yani, g fonksiyonunda x görülen yere $f(x)$ yazılır ve sonuç bulunur.

******* Her zaman için sağdaki fonksiyon, soldaki fonksiyonda x görülen yere yazılır.

Soru: $f(x) = 2x - 1$ ve $g(x) = 3x + 2$ ise $g \circ f(x)$ ve $f \circ g(x)$ fonksiyonlarını bulunuz.

Not : Bazı özel durumlar dışında bileşke fonksiyonun **değişme özelliği yoktur.** Yani $(f \circ g)(x) \neq (g \circ f)(x)$ olur.

Soru : $f(x) = 5 - 4x$ ve $g(x) = 2x + 1$ ise
 $g \circ f(x) + f \circ g(x) = ?$

Soru : $f(x) = 3x + 2$ ve $g(x) = x^2 - x$ ise $g \circ f(x) = ?$

Soru : $f(x) = x^2 + 2x$ ve $g(x) = 2x - 1$ ise $f \circ g(x) = ?$

Soru: $f(x) = 3x - 2$, $g(x) = x + 4$ ve $h(x) = 2x + 1$
ise $f \circ g \circ h(x) = ?$

Soru: $f(x) = 2x + 4$, $g(x) = 2x - 1$ ve $h(x) = 1 + 3x$
ise $g \circ h \circ f(x) = ?$

Soru : $f(x) = 4x + 5$ ve $g(x) = 3x - 2$ ise $f \circ g(3) = ?$

(Bileşke fonksiyonu bulmadan; $f[g(3)]$ ifadesinde önce $g(3)$ sonucunu, sonra da bulduğumuz sayıyı f fonksiyonuna uygulayarak istenen sonucu buluruz.)

Soru: $f(x) = x^2 + 4x$ ve $g(x) = 2x + 5$ ise
 $g \circ f(-2) = ?$

Soru: $f(x) = 3x + 2$ ve $g(x) = x^2 - x$ ise
 $g \circ f(1) + f \circ g(2) = ?$

Soru: $f(x) = x^2 + x$, $g(x) = 2x + 1$ ve $h(x) = x + 2$
ise $f \circ g \circ h(0) = ?$

Soru: $f(x) = 3x - 2$, $g(x) = x^3 + 2x$ ve $h(x) = 4 - 2x$
ise $g \circ f \circ h(1) = ?$

Soru: $f(x) = 2x + m$ ve $g(x) = 3x + 5$ veriliyor.

$g \circ f(1) = 23$ ise $m = ?$

Soru: $f(x) = 4x + 2$ ve $g(x) = 3x - k$ veriliyor.

$f \circ g(2) = 34$ ise $g(1) = ?$

Soru :

$$f(x) = \begin{cases} 2x + 4 & , \quad x < 2 \quad \text{ise} \\ x + 3 & , \quad x \geq 2 \quad \text{ise} \end{cases}$$

parçalı fonksiyonu veriliyor. $f \circ f(1) + f(2) = ?$

Soru :

$$f(x) = \begin{cases} x^2 + 1 & , \quad x < -1 \text{ ise} \\ x - 2 & , \quad -1 \leq x < 3 \text{ ise} \\ 3x - 4 & , \quad 3 \leq x \text{ ise} \end{cases}$$

parçalı fonksiyonu veriliyor. $f \circ f \circ f(0) = ?$

Soru :

$$f(x) = \begin{cases} x + 3 & , \text{ x tek ise} \\ 2x + 1 & , \text{ x çift ise} \end{cases}$$

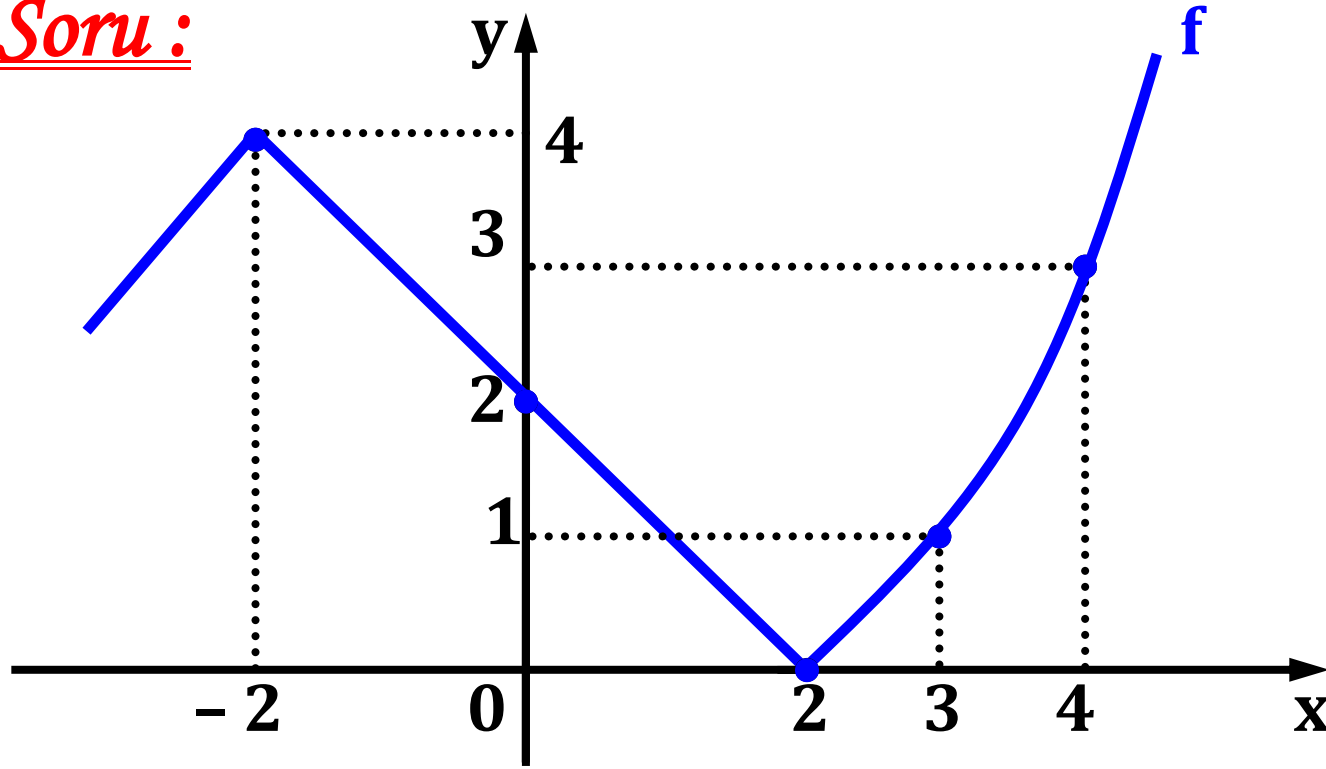
parçalı fonksiyonu veriliyor. $f \circ f \circ f \circ f(2) = ?$

Soru : $f(x) = 2x + 4$ ve $f \circ g(x) = 4x + 20$ ise $g(x) = ?$

(Bileşke fonksiyonun kuralı uygulanır ve işlemde g fonksiyonu yalnız bırakılır.)

Soru : $f(x) = 3x - 2$ ve $fo g(x) = 10 + 3x$ ise $g(7) = ?$

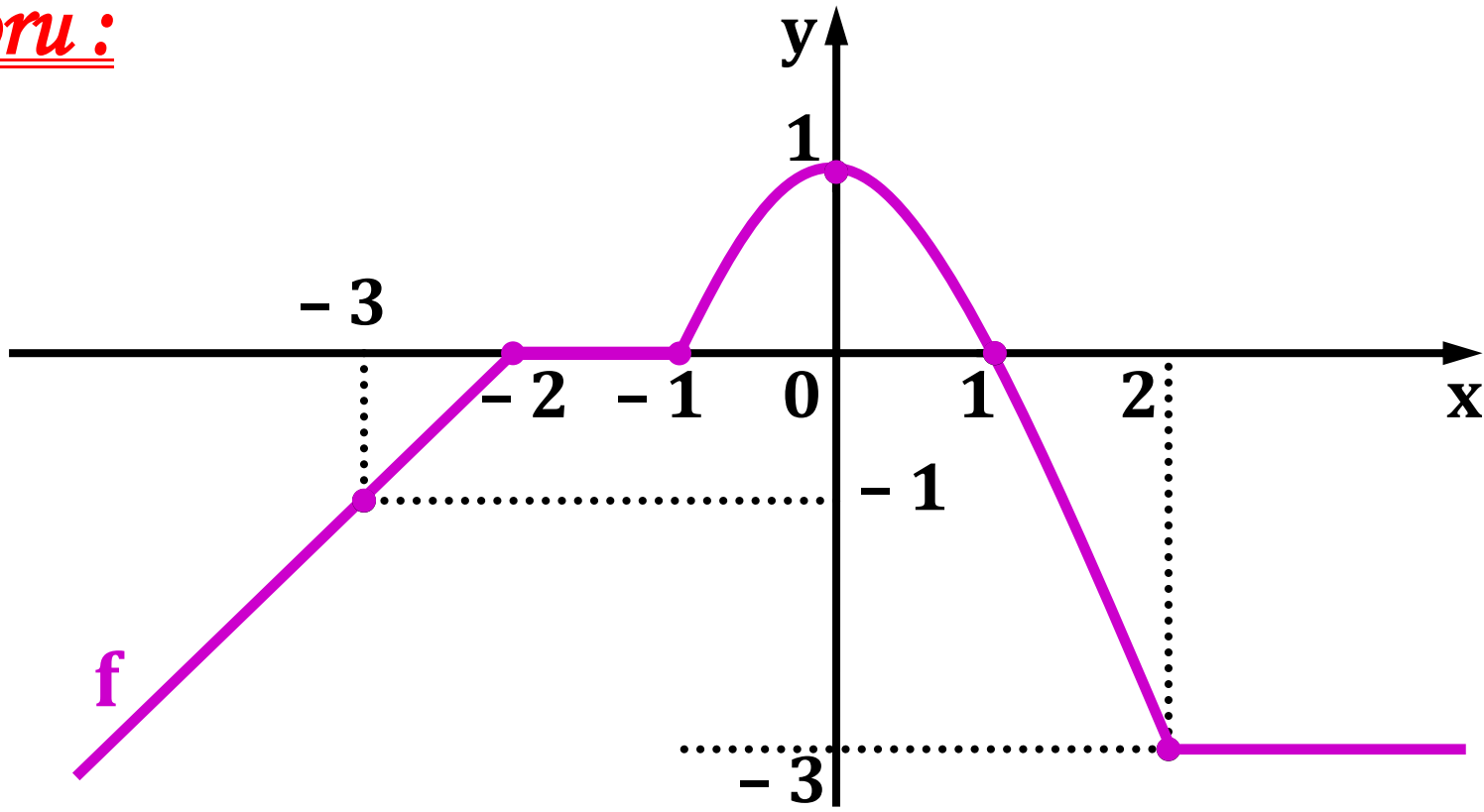
Soru :



f fonksiyonunun
grafiği yanda
veriliyor.
Buna göre

$$f \circ f \circ f (-2) = ?$$

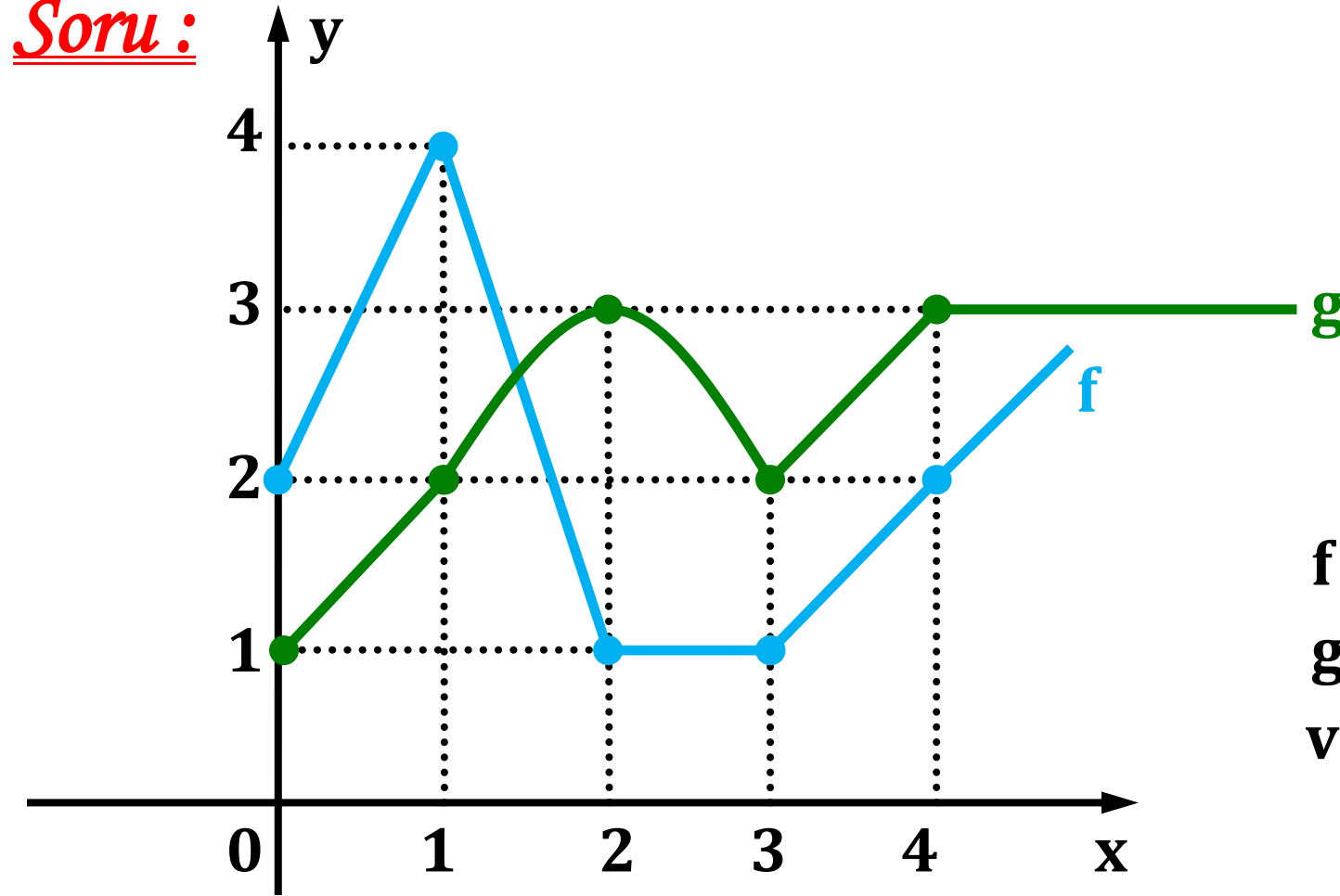
Soru :



f fonksiyonunun

grafiği yukarıda veriliyor. Buna göre $f \circ f \circ f \circ f (2) = ?$

Soru :



f ve g fonksiyonlarının grafikleri yanda verilmiştir.

$$f \circ g \circ g \circ f (3) + f \circ g (0) = ?$$

Bir Fonksiyonun Ters

Bir f fonksiyonunun tersi f^{-1} ile gösterilir.

$f : A \longrightarrow B$ ise $f^{-1} : B \longrightarrow A$ olur. $y = f(x)$ bire bir ve

örten ise $f(x)$ fonksiyonunun tersi de fonksiyon olur.

$y = f(x)$ fonksiyonunda x yalnız bırakılır. x yerine y , y

yerine x yazılarak $y = f^{-1}(y)$ ters fonksiyonu elde edilir.

Soru: $y = f(x) = 3x - 2$ ise $f^{-1}(y) = ?$

Soru : $y = f(x) = 5 - 8x$ ise $f^{-1}(x) = ?$

Soru : $y = f(x) = \frac{3x - 11}{4}$ ise $f^{-1}(x) = ?$

Soru : $y = f(x) = (x + 2)^3 - 1$ ise $f^{-1}(x) = ?$

Soru: $x > 1$ olmak üzere $y = f(x) = 4 + (x - 1)^2$ ise
 $f^{-1}(20) = ?$

Kural: $y = f(x)$ fonksiyonunun tersini kısa yoldan aşağıdaki yöntemler kullanarak bulabiliriz.

1) $f(x) = x \mp a$ ise $f^{-1}(x) = x \pm a$

2) $f(x) = ax$ ise $f^{-1}(x) = \frac{x}{a}$

3) $f(x) = ax \mp b$ ise $f^{-1}(x) = \frac{x \pm b}{a}$

4) $f(x) = \frac{ax \mp b}{c}$ ise $f^{-1}(x) = \frac{cx \pm b}{a}$

5) $f(x) = \frac{ax + b}{cx + d}$ ise $f^{-1}(x) = \frac{-dx + b}{cx - a}$ (Üstteki

x 'in katsayısı ile alttaki sabit sayı, yer ve işaret değiştirir.) olarak alınır.

Soru : Aşağıda verilen $y = f (x)$ fonksiyonlarının ters fonksiyonlarını bulunuz.

A) $f (x) = 4 + x$

B) $f (x) = - 7x$

C) $f(x) = \frac{3x}{2}$

D) $f(x) = 3x - 12$

$$\textbf{E) } f (x) = 9 - 4x$$

$$\textbf{F) } f (x) = \frac{3x - 15}{8}$$

$$\text{G) } f(x) = \frac{6 - 2x}{5}$$

$$\text{H) } f(x) = \frac{2x - 1}{4 + 5x}$$

$$\textbf{i) } f(x) = \frac{4 + 3x}{7 - 2x}$$

$$\textbf{J) } f(x) = \frac{3x}{5 + 2x}$$

$$\textbf{K) } f (x) = \frac{6}{2x - 3}$$

$$\textbf{L) } f (x) = \frac{3x - 4}{7x}$$

Soru : $f(x) = \frac{2x - 1}{5 + x}$ ise $f^{-1}(7) = ?$

Soru : $f(x) = \frac{3x + 5}{11}$ ve $f^{-1}(10) = k + 1$ ise $k = ?$

Not : $f [h (x)]$ durumunda $f (x)$ istenirse, işlemde $h (x)$ fonksiyonunun tersi x yerine yazılır.

Soru : $f (2x + 1) = 6x - 4$ ise $f (x) = ?$

Soru : $f(3x - 4) = 8 - 9x$ ise $f(x) = ?$

Soru : $f (- 8 + 5x) = - 3x + 10$ ise $f (x) = ?$

Soru : $f\left(\frac{3x-4}{5}\right) = 12x + 1$ ise $f(x) = ?$

Soru : $f\left(\frac{5 + 2x}{7}\right) = 5x + \frac{17}{3}$ ise $f(x) = ?$

Soru : $f\left(\frac{3x + 2}{4 + 2x}\right) = 5x + 1$ ise $f(x) = ?$

Soru : $f \circ g (x) = x^2 + 3x$ ve $g (x) = 3x - 4$ ise
 $f (5) = ?$

Soru: $g \circ f (x) = - x^3 + 2x$ ve $f (x) = 2x + 3$ ise
 $g (11) = ?$

Soru: $f(x) = 3x - 5$ ve $g(x) = 2x - 4$ ise
 $f \circ g^{-1}(x) = ?$

Soru : $f(x) = \frac{5x - 1}{2}$ ve $g(x) = 10x - 3$ ise
 $g \circ f^{-1}(x) = ?$

Soru : $f(x) = \frac{x+1}{3}$ ve $g(x) = 4-x$ ise
 $f^{-1} \circ g^{-1}(x) = ?$

Kural: 1) $(f^{-1})^{-1}(x) = f(x)$ yani bir fonksiyonun tersinin tersi fonksiyonunun kendisini verir.

Örneğin; $f(x) = x + 4$ ise $f^{-1}(x) = x - 4$ olur.

$(f^{-1})^{-1}(x) = x + 4 = f(x)$ sağlanır.

2) $(f \circ g)^{-1}(x) = g^{-1} \circ f^{-1}(x)$ olarak alınır. Ya da önce bileşke fonksiyon bulunur. Sonrasında ise bileşke fonksiyonun tersi alınır.

Soru: $f(x) = 2x - 7$ ve $g(x) = 6 + 3x$ ise
 $(f \circ g)^{-1}(x) = ?$

Soru: $f(x) = -3x + 4$ ve $g(x) = 2x + 9$ ise
 $(g \circ f)^{-1}(x) = ?$

Soru: $f(x) = \frac{x+1}{3}$ ve $g(x) = 2x+5$ ise


$$(f \circ g^{-1})^{-1}(x) = ?$$

Soru : $f(x) = \frac{3x - 6}{4}$ ve $g(x) = 5x + 1$ ise
 $(g^{-1} \circ f)^{-1}(2) = ?$

Soru : $f(x) = \frac{5x - 7}{3}$ ve $g(x) = \frac{3x + 6}{5}$ ise

$$(f \circ g^{-1})^{-1}(11) = ?$$

Kural:

$$f : \mathbb{R} - \{ a \} \longrightarrow \mathbb{R} - \{ b \}$$


Fonksiyonun tanım kümesidir.

Fonksiyonun paydasını sıfır yapan değer bulunur ve reel sayılar kümesinden çıkartılır.

Fonksiyonun değer kümesidir.

Ters fonksiyonun paydasını sıfır yapan değer bulunur ve reel sayılar kümesinden çıkartılır.

Soru: $f(x) = \frac{-9x + 5}{3x - 6}$ fonksiyonunun tanım ve değer kümesini bulunuz.

Soru : Aşağıdaki fonksiyonları tanım ve değer kümesini bulunuz.

A) $f(x) = \frac{3x + 5}{8 - 2x}$

$$\text{B) } f(x) = \frac{-10 + 4x}{5x - 15}$$

$$\text{c) } f(x) = \frac{3}{x+1}$$

$$\text{D) } f(x) = \frac{15x - 20}{3x}$$

Soru : $f : \mathbb{R} - \{ 2 \} \longrightarrow \mathbb{R} - \{ 3 \}$ ve $f (x) = \frac{ax - 4}{3x - b}$ ise
 $a . b = ?$

Soru: $f : \mathbb{R} - \{ 4 \} \longrightarrow \mathbb{R} - \{ -2 \}$ ve $f(x) = \frac{2 + kx}{-3x + m}$

ise $k + m = ?$

Soru : $f : \mathbb{R} - \{ 6 \} \longrightarrow \mathbb{R} - \{ -3 \}$ ve $f (x) = \frac{2nx - 6}{4x - 3m}$
ise $m - n = ?$

Soru : $f : \mathbb{R} - \{ 2 \} \longrightarrow \mathbb{R} - \{ -3 \}$ ve $f (x) = \frac{-4 + 3mx}{nx + 12}$
ise $m + n = ?$

Kural: $y = f(x) \Leftrightarrow x = f^{-1}(y)$ olarak alınır.

Yani, parantez içi ile eşitliğin karşısındaki terim yer değiştirirse
fonksiyon ters fonksiyona dönüşür.

Soru: $f(x) = \frac{2x + k}{3}$ ve $f^{-1}(-2) = -1$ ise $k = ?$

Soru : $f(x) = \frac{3kx - 4}{5}$ ve $f^{-1}(k + 1) = 2$ ise $k = ?$

Soru : $f(x) = \frac{2k - 3x}{4 + kx}$ ve $f^{-1}(3) = 6$ ise $k = ?$

Soru : $f(x) = \frac{3k - 2x + 4}{11}$ ve $f^{-1}(-3) = 5$ ise
 $f(1) = ?$

Soru : $f (3x + 2) = 2 - 4x$ ve $f^{-1} (6) = ?$

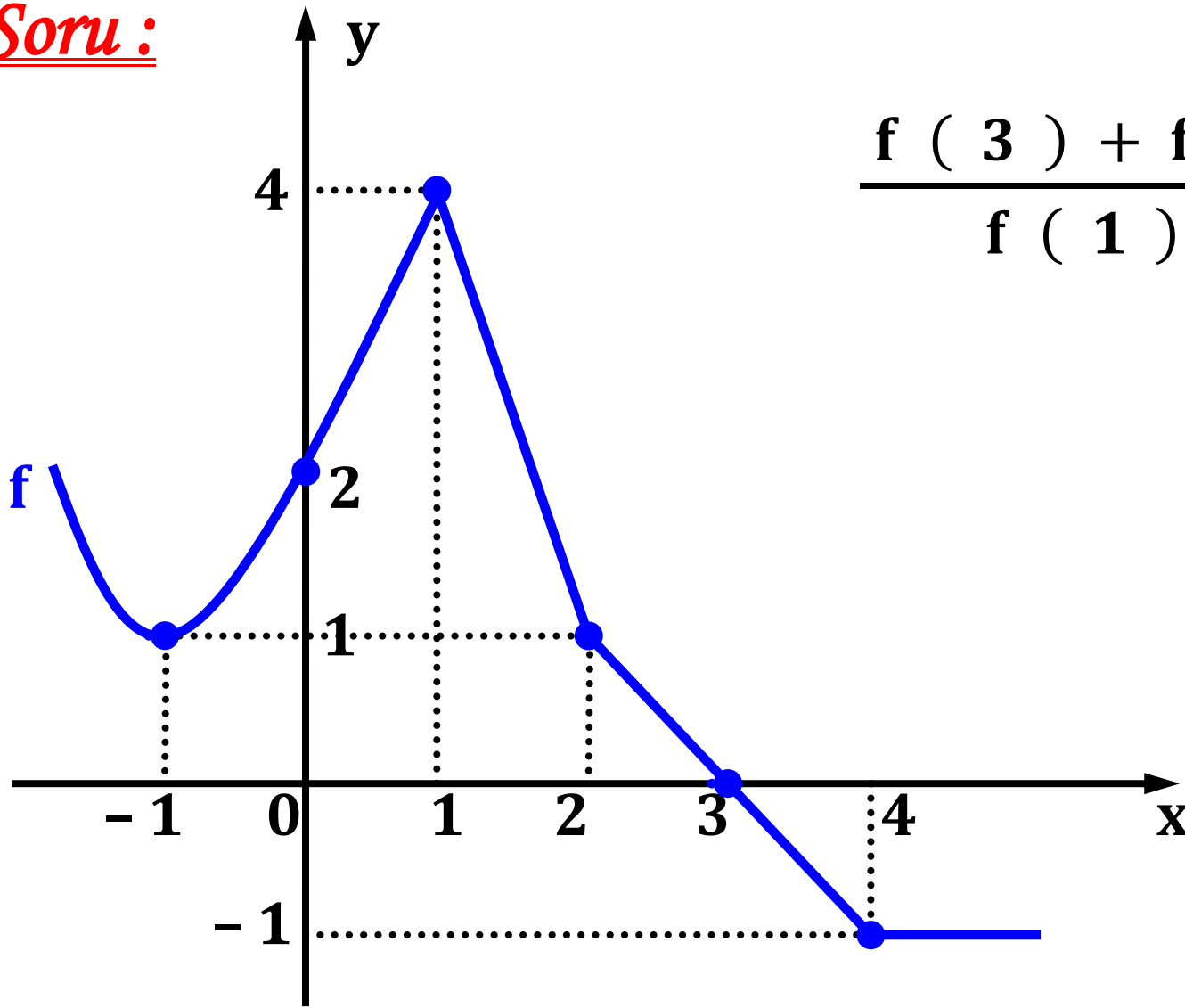
Soru : $f\left(\frac{5x-3}{6}\right) = 4x-7$ ve $f^{-1}(5) = ?$

Soru : $f\left(\frac{5x+1}{1-2x}\right) = \frac{4-3x}{2}$ ve $f^{-1}(8) = ?$

Soru :

Verilen grafiğe göre

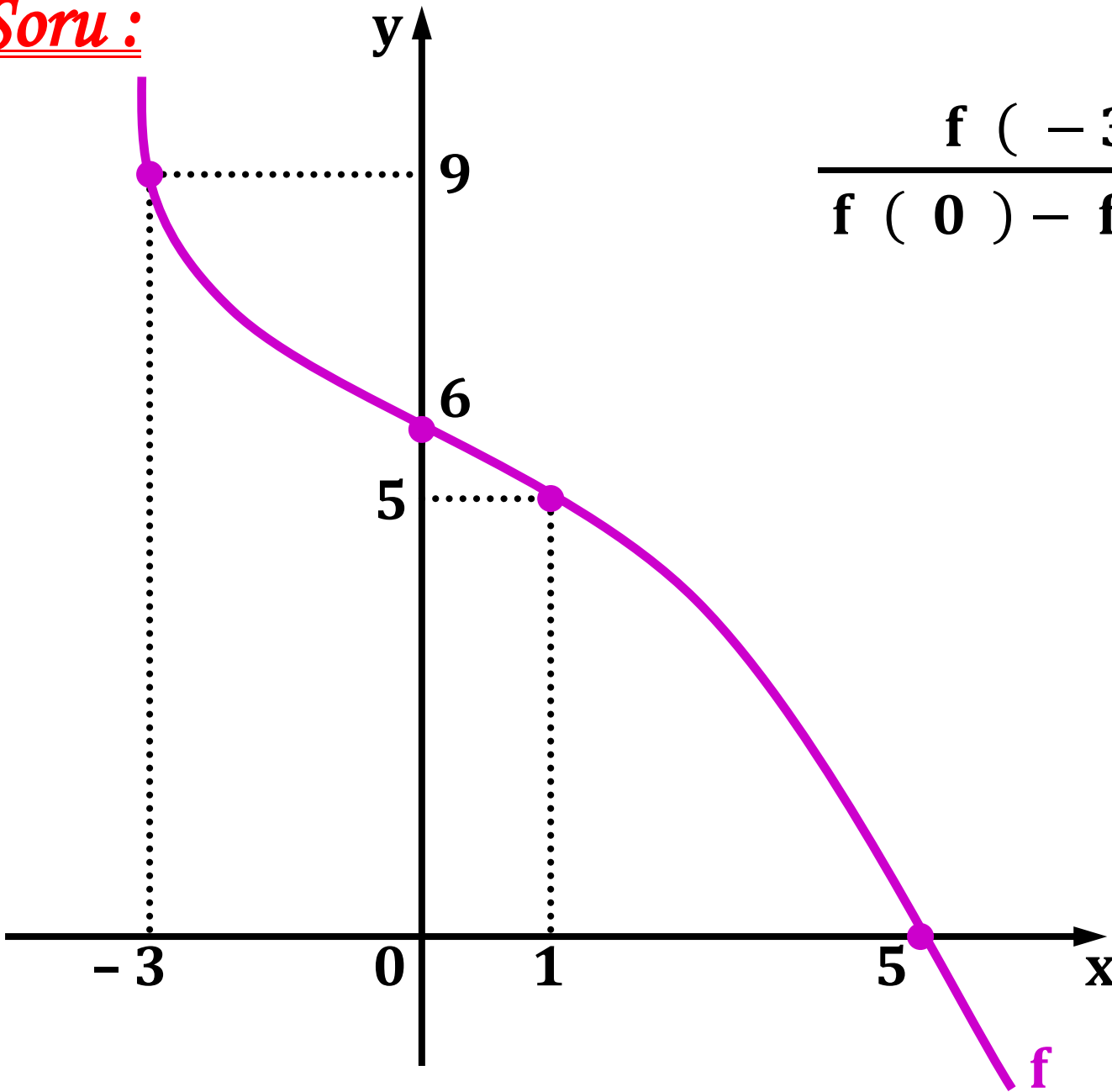
$$\frac{f(3) + f(4) - f^{-1}(2)}{f(1) + f^{-1}(-1)} = ?$$



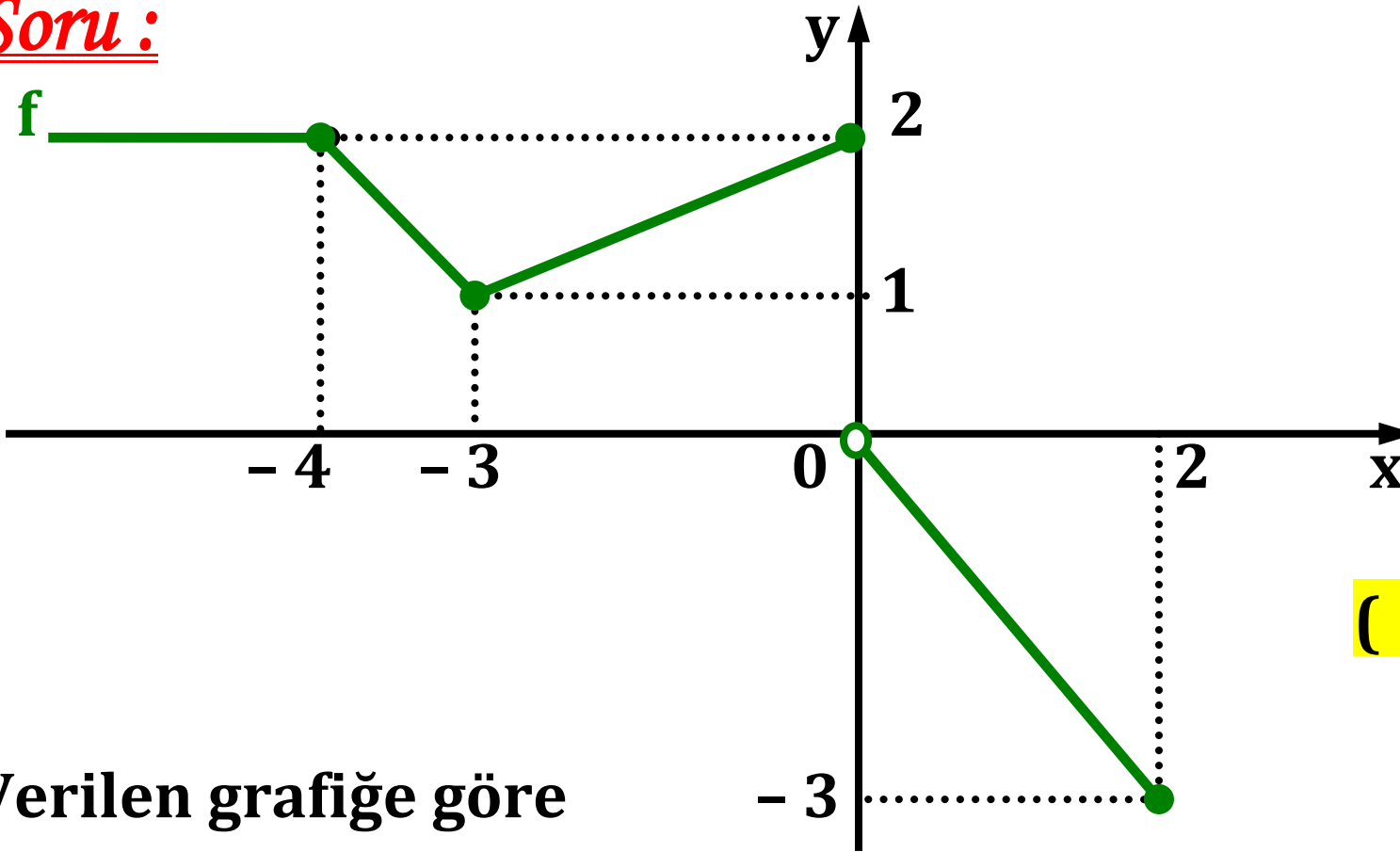
Soru :

Verilen grafiğe göre

$$\frac{f(-3) - f^{-1}(9)}{f(0) - f^{-1}(0) + f(1)} = ?$$



Soru :

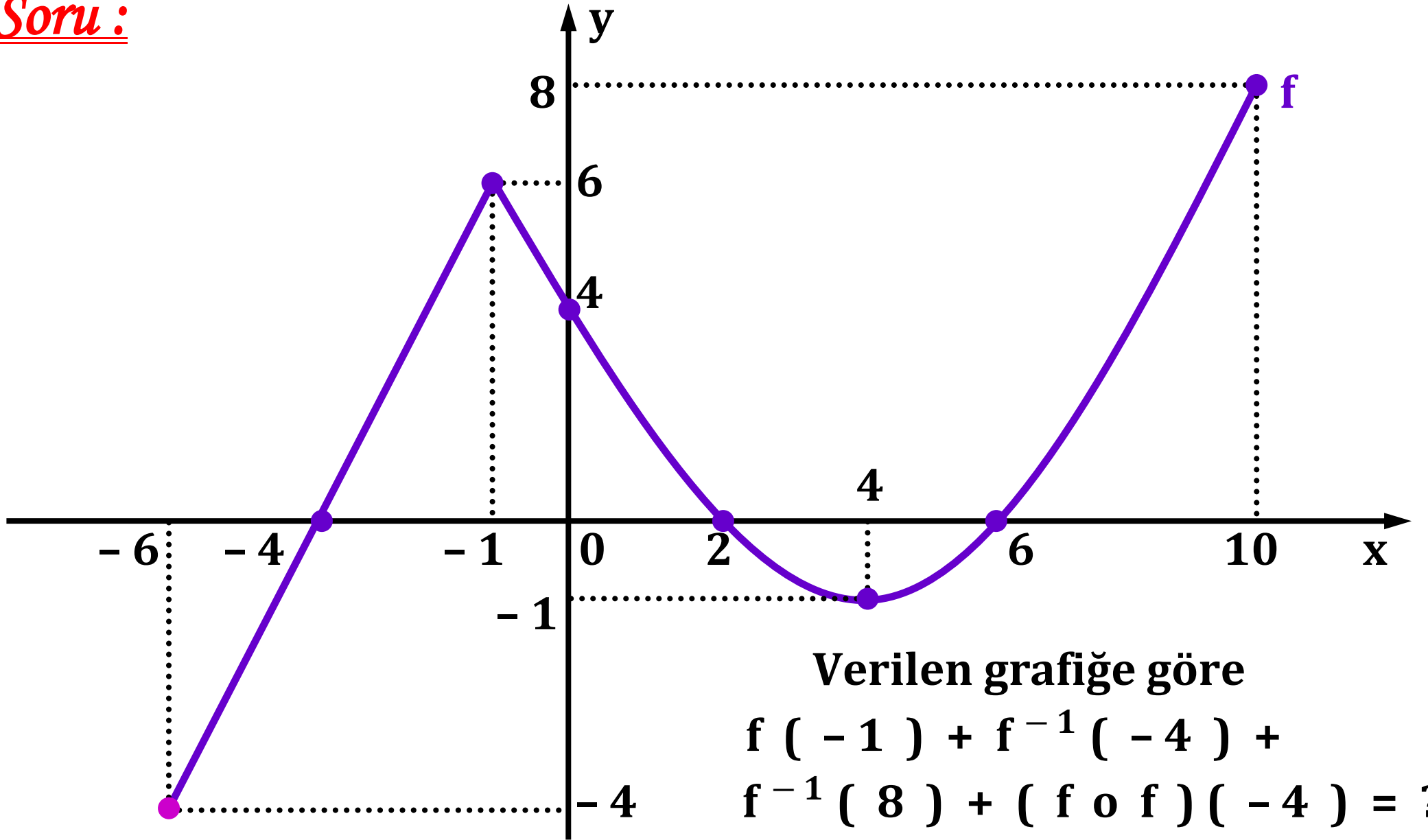


(Verilmeyen değerin
görüntüsü grafiğe
göre alınır.)

Verilen grafiğe göre

$$f^{-1}(1) + (f \circ f)(2) + f(-5) + f(0) = ?$$

Soru :



Kural: $\mathcal{A}) \quad f \circ f^{-1} (x) = f^{-1} \circ f (x) = I (x)$

olarak alınır. Yani bir fonksiyon ile bu fonksiyonun tersinin bileşkesi birbirini etkisiz hale (nötr) getirir. (I : Etkisiz fonksiyon)

$\mathcal{B}) \quad f (x) = g (x) \text{ ise } h \circ f (x) = h \circ g (x)$

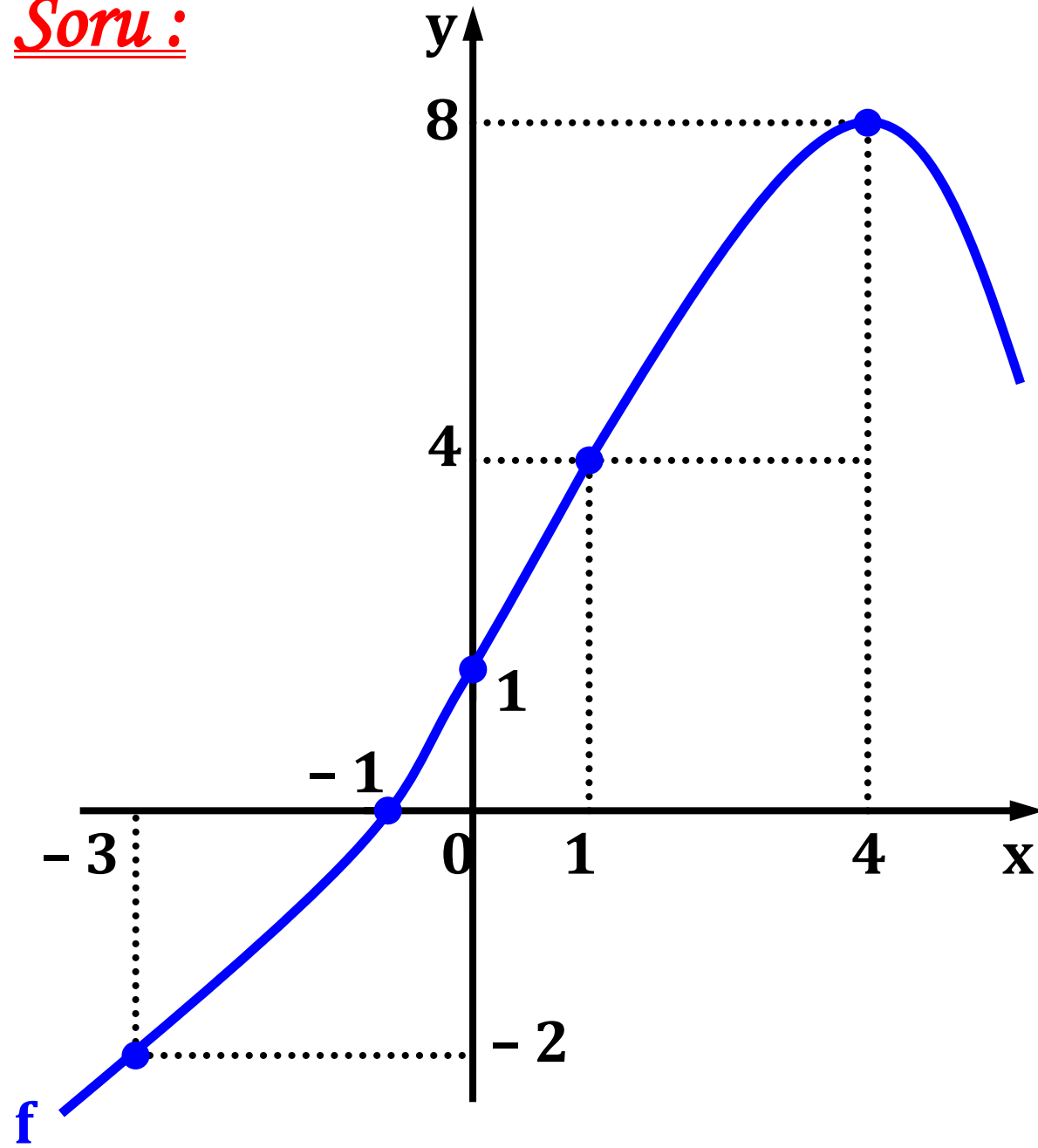
veya $f \circ h (x) = g \circ h (x)$ olarak alınır. Yani eşitliğin iki tarafını, aynı fonksiyon ile aynı taraftan bileşke uygulayabiliriz.

Soru: $g(x) = -4x + 3$ ve $f^{-1} \circ g(x) = 2x + 5$ ise
 $f(x) = ?$

Soru : $f(x) = \frac{6x + 1}{5}$ ve $g^{-1} \circ f(x) = \frac{3x - 1}{2}$ ise
 $g(x) = ?$

Soru : $g(x) = 5x - 1$ ve $g \circ f^{-1}(x) = \frac{x - 3}{2}$ ise
 $f(x) = ?$

Soru :

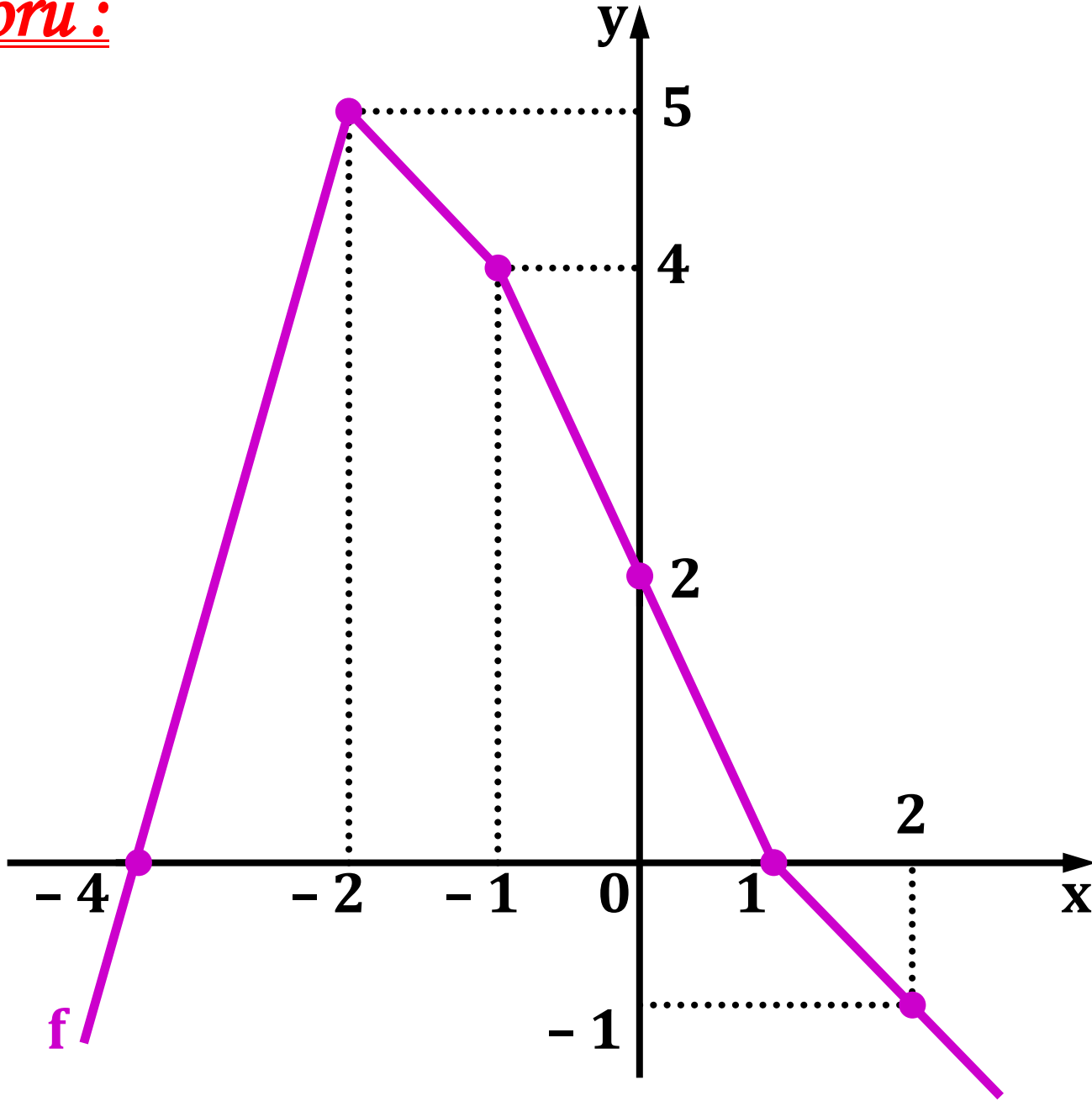


Grafiğe göre

$$f \circ f \circ f (k) = 8$$

ise $k = ?$

Soru :



Grafiğe göre

$$f \circ f \circ f \circ f (m) = 4$$

ise $m = ?$

Not : $y = f (x)$ ile $y = f^{-1} (x)$ fonksiyonlarının grafikleri

$y = x$ doğrusuna göre birbirlerine simetriktirler.

Soru : $y = f (x) = x + 3$ fonksiyonu veriliyor. f ve f^{-1} fonksiyonlarının grafiklerini çiziniz.

Soru: $y = f(x) = 2x - 4$ fonksiyonu veriliyor. f ve f^{-1} fonksiyonlarının grafiklerini çizin.

Soru : $f(x) = \frac{x - 5}{4}$ fonksiyonunun grafiğinin $y = x$ doğrusuna göre simetriği olan grafik $h(x) = (k + 3)x + m$ fonksiyonuna ait ise $k.m = ?$

(Bu bölümde işlenecek olan konuların, matematik müfredat programındaki yeri altta gösterilmiştir.)

10. 3. POLİNOMLAR

10. 3. 1. Polinom Kavramı ve Polinomlarla İşlemler

Terimler ve Kavramlar : Polinom, polinomun derecesi, polinomun katsayıları, polinomun baş katsayısı, polinomun sabit terimi, sabit polinom, sıfır polinomu, polinomun sıfırları

Sembol ve Gösterimler: $P (x)$

10. 3. 1. 1. Bir değişkenli polinom kavramını açıklar.

A) Polinomun derecesi, katsayıları ve sabit terimi belirtilir.

B) Sabit polinom, sıfır polinomu ve iki polinomun eşitliği örneklerle açıklanır.

10. 3. 1. 2. Polinomlarla toplama, çıkarma, çarpma ve bölme işlemlerini yapar.

A) Bir $P (x)$ polinomunun $x - a$ ile bölümünden kalan $P (a)$ 'dir.

$P (a) = 0 \Leftrightarrow x - a$, $P (x)$ 'in bir çarpanıdır.

B) Polinomun sıfırı kavramı bölme işlemiyle ilişkilendirilir.

3. ÜNİTE : POLİNOMLAR

$a_0 , a_1 , a_2 , \dots , a_n \in \mathbb{R}$ (katsayılar) , $n \in \mathbb{N}$ ve x bir bilinmeyen olmak üzere;

$$P (x) = a_0 + a_1 \cdot x + a_2 \cdot x^2 + a_3 \cdot x^3 + \dots + a_n \cdot x^n$$

ifadesine “ bir bilinmeyenli reel katsayılı polinom ” adı verilir.

- Polinomlarda x 'in kuvvetleri doğal sayı olmalıdır.
- Derecesi en büyük olan terimin katsayısına “ **baş katsayı** ” ve bu terimin derecesine “ **polinomun derecesi** ” adı verilir.

der [P (x)] : Polinomun derecesini gösterir.

a₀ : Polinomun sabit terimini gösterir. (x 'li olmayan terim)

Soru : Aşağıdaki ifadelerin polinom olup olmadığını kontrol ediniz.

A) $P(x) = -4 + x + 3x^2$ **B)** $P(x) = 2x - x^3 + \frac{6}{x}$

C) $P(x) = 17$

D) $P(x) = 5x^6 - \sqrt{3}x + 8$

$$\text{E) } P(x) = 2x + \sqrt[5]{x^2} - 7 \quad \text{F) } P(x) = \frac{2x^6}{x^2} - 10x^9 + 1$$

Soru : $P(x) = 7x^2 - x^3 + 4x^5 - 6 + 3x$ polinomunun; sabit terimi, baş katsayısı ile derecesinin çarpımı kaç olur ?

Soru : $P(x) = x^5 - 2x^3 \cdot x^{11} + 8x^2 + 6x$ polinomunun; sabit terimi, baş katsayısı ile derecesinin toplamı kaç olur ?

Soru: $P(x) = 2x^{\frac{7}{m-1}} - 8x$ polinom ise m değerleri ne olabilir? (Kuvvet doğal sayı olacak şekilde çözüm üretilir.)

Soru : $P(x) = 4x^2 - x^{\frac{6}{m+2}}$ polinom ise m değerlerinin toplamı kaçtır ?

Soru: $P(x) = 12 + x^{\frac{12}{1+m}} + 3x^{5-m}$ polinom ise m değerlerinin adedini bulunuz.

Hatırlatma : $P (x)$ polinomu verildiğinde $P (a)$ istenirse, eşitlikte x yerine a yazılır. (Fonksiyon konusunda işlenmişti.)

Soru : $P (x) = 2x - x^3 + 3$ için $P (3) = ?$

Soru : $P(x) = x^2 - 4x + 5$ için $P(-2) + P(5) = ?$

Soru : $P(x) = 3x - 11$ için $P(4x + 5) = ?$

Soru : $P(x) = 5 - 2x$ için $P(x + 2) - P(x - 3) = ?$

Soru : $P (3x + 1) = 4x - 22$ ise $P (22) = ?$

(İsteneni verecek şekilde x için uygun sayı kullanılır. Fonksiyon konusunda da işlenmişti.)

Soru : $P (5x - 7) = x^2 - 2x + 5$ ise $P (- 17) = ?$

Soru: $P(x - 3, 2y + 4) = x^2 \cdot y + 2x - x^3 \cdot y^2 + 3y - 4$ için
 $P(0, 6) = ?$

Soru: $P(x + 4) + x \cdot Q(2x - 1) = 5x - x^2 + 19$ için

$P(6) = 11$ ise $Q(3) = ?$

Soru: $3 \cdot P(x - 2) - 2 \cdot Q(x + 5) = x^3 + 4x - 1$ için
 $Q(8) = 4$ ise $P(1) = ?$

Hatırlatma : $P [Q (x)]$ verildiğinde $P (x)$ 'i bulmak için eşitlikte x yerine $Q (x)$ 'in tersi yazılır. (Fonksiyon konusunda işlenmişti.)

Soru : $P (x - 4) = 6 - 5x$ ise $P (x) = ?$

Soru : $P (2x + 8) = 4x - 11$ ise $P (x) = ?$

Soru : $P \left(\frac{3x - 5}{4} \right) = 7x - 2$ ise $P(x) = ?$

Kural: **A)** Bir polinomun **sabit terimi** için, polinomda **x yerine 0** yazılarak istenen bulunur.

B) Bir polinomun **katsayılar toplamı** için, polinomda **x yerine 1** yazılarak istenen bulunur.

Soru: $P(x) = (3x - 2)^2 + 4x - 5$ polinomunun sabit terimi ile katsayılar toplamını bulunuz.

Soru: $P(x) = (7x + x^2 - 5)^3 + 2x$ polinomunun sabit terimi ile katsayılar toplamını bulunuz.

Soru : $P(x) = (2x + 1)^4 \cdot (x - 2)^5$ polinomunun sabit terimi ile katsayılar toplamının toplamını bulunuz.

Soru: $P(x) = 2x^4 + a - 5x + 4$ polinomunun sabit terimi 7,
katsayılar toplamını b ise $a \cdot b = ?$

Soru : $P (x - 1) + P (x + 1) = x^2 + 6x - 9$ veriliyor.

$P (3) = 11$ ise $P (x)$ polinomunun katsayılar toplamını bulunuz.

(İsteneni bulmak ve verileni kullanmak için eşitlikte x yerine uygun sayı alınır.)

Soru: $P(x - 2) - P(x + 3) = 2x^2 - 3x + 1$ veriliyor.

$P(5) = 8$ ise $P(x)$ polinomunun sabit terimini bulunuz.

Soru: $P(2x - 7) = x^2 - 3x + 2$ veriliyor. $P(x + 4)$ polinomunun katsayılar toplamını bulunuz.

Soru: $P(1 + x) = 2x^3 + 3x - 1$ veriliyor. $P(2x - 3)$ polinomunun sabit terimini bulunuz.

Kural: Bir $P(x)$ polinomunda;

A) Çift dereceli terimlerin katsayıları toplamı $\frac{P(1) + P(-1)}{2}$,

B) Tek dereceli terimlerin katsayıları toplamı $\frac{P(1) - P(-1)}{2}$

kesirleri kullanılarak bulunur.

Soru: $P(x) = (x + 2)^4 \cdot 3x^5$ polinomunun çift dereceli ve tek dereceli terimlerinin katsayılar toplamını bulunuz.

Soru : $P(x) = (3 - x)^2 \cdot (x + 2)^3$ polinomunun çift dereceli ve tek dereceli terimlerinin katsayılar toplamını bulunuz.

Sabit Polinom

$c \in \mathbb{R}$ olmak üzere $P(x) = c$ polinomuna “sabit polinom” adı verilir. x ’in her değeri için polinomun sonucu aynıdır.

*** Sabit polinomda x ’li terim bulunmamalıdır. (Sabit fonksiyonda da aynı konu işlenmişti.)

Soru: $P(x) = (9 - 3k)x + k - 12$ sabit polinom ise
 $P(6) = ?$

Soru : $P(x) = (2m - n)x^2 + (m + 4)x + n$ sabit polinom
ise $P(1) = ?$

Soru : $P(x) = 12x + 3k - 2kx + 1$ sabit polinom ise
 $k + P(2019) = ?$

Not: $P(x) = 0$ polinomuna “sıfır polinomu” adı verilir.

******* Sıfır polinomunda x ’li terim bulunmamalıdır. x ’li terim dışındakilerde 0’a eşitlenir.

Soru: $P(x) = mx - 2x + 4n + 12$ sıfır polinomu ise $m \cdot n = ?$

Soru: $P(x) = (2k + 4)x^{11} + (m - 3)x + n - m + 1$
sıfır polinomu ise $k + m + n = ?$

İki Polinomun Eşitliği

$P(x)$ ve $Q(x)$ gibi iki polinomun dereceleri aynı ve aynı dereceli terimlerin katsayıları da birbirine eşit ise bu iki polinoma “**eşit polinom**” adı verilir.

İki eşit polinomda aynı dereceli terimlerin katsayıları birbirine, sabit sayılar da birbirine eşitlenir. (Fonksiyonlar konusunda da işlenmişti.)

Soru: $P(x) = (a - 1)x^3 - 7x + 8 + (b + 1)x^2$ ile

$Q(x) = 4x^3 + 3x^2 - cx + d$ polinomları birbirine eşit ise

$$a + b + c + d = ?$$

Soru: $P(x) = (a - 3)x^8 + x^5 + dx - c + 2$ ile

$Q(x) = 5 + 7x^8 + (2b - 3)x^5$ polinomları birbirine eşit ise

$a \cdot b \cdot c + d = ?$

Soru: $(2k - 5)x^2 + 5x + m - 1 = 6 + x^2 + 2x + nx$ ise
 $k . m . n = ?$

Soru : $(2x + 1) . (x - 3) = ax^2 + c + 4 + (b - 2) x$
ise $a + b + c = ?$

Soru : $P (x - 3) + P (x - 1) = 6x - 10$ ise $P (x) = ?$

(Toplamın sonucu 1. dereceden olduğuna göre $P (x)$ polinomu 1. dereceden bir ifade olarak alınır. $P (x) = ax + b$ olarak alınır ve eşitlik kullanılarak a ve b elde edilir.)

Soru : $P (2x - 3) + P (x + 1) = - 3x + 6$ ise $P (x) = ?$

Polinomlarda Toplama – Çıkartma ve Çarpma İşlemi

Aynı dereceden olan ifadelerin katsayıları verilen işleme göre toplanır veya çıkartılır. Çarpma işleminde ise dağılma özelliği kullanılır ve katsayılar çarpılır, x 'li terimlerin kuvveti toplanır.

(Fonksiyonlar konusunda da işlenmişti.)

Soru: $P(x) = 3x - 9$ ve $Q(x) = 10 - x$ ise;

A) $Q(x) - P(x) = ?$ **B)** $2P(x) - 4Q(x) = ?$

Soru: $P(x) = 8x^2 - 12x + 20$ ve $Q(x) = -x^2 + 2x + 5$

ise $\frac{P(x)}{4} + 2Q(x) = ?$

Soru: $P(x) = x^2 - 4x$ ve $Q(x) = 3x + 7$ ise

$$P(x) \cdot Q(x) = ?$$

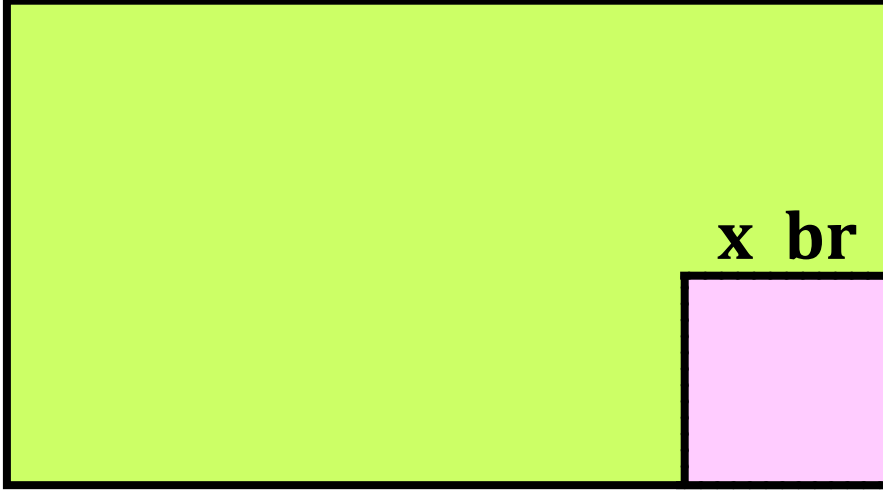
Soru : $(4x^2 + 3x - 6) . (5x - x^2 + 2)$ çarpımının açılımında x^2 'li terimin katsayısı ne olur ?

Soru : $P(x) = 2x^2 - x^3 + 4x + 1$ veriliyor. $P^2(x)$ polinomunda x^4 'l  terimin katsayısını bulunuz.

Soru :

$$x^2 - 4x \text{ br}$$

$$x + 6 \text{ br}$$



Büyük şekil bir dikdörtgendir. Buna göre;

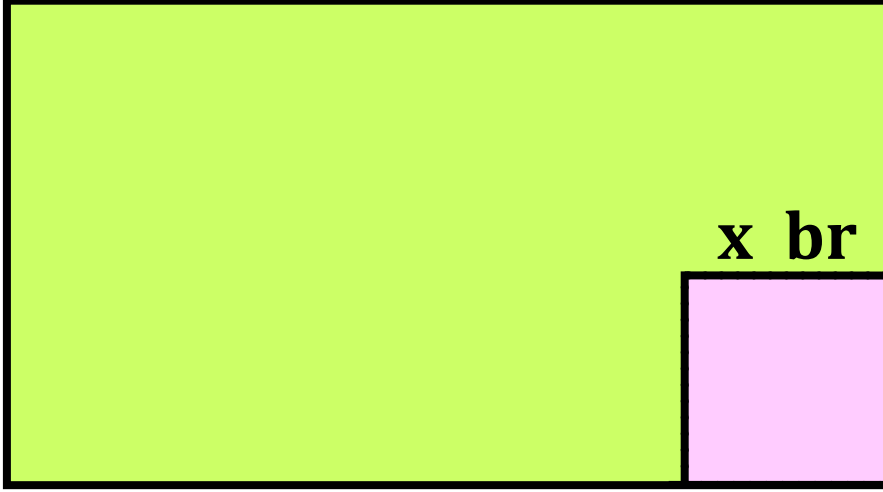
A) Şeklin çevre uzunluğu kaç br 'dir ?

B) Şeklin alanı kaç br^2 'dir ?

$$x^2 - 4x \text{ br}$$

Büyük şekil bir dikdörtgendir. Buna göre;

$$x + 6 \text{ br}$$



$$x \text{ br}$$

C) Şeklin sağ alt tarafından

kenar uzunluğu x br olan kare şekli kesilirse kalan şeklin çevre uzunluğu kaç br olur ?

Polinomlarda Bölme İşlemi

$P(x)$ ve $Q(x)$ iki polinom olsun.

$\deg[P(x)] \geq \deg[Q(x)]$ ve $Q(x) \neq 0$ olmak

üzere iki polinomun bölme işlemi verilirse bildiğimiz bölme işlemi yapılır. Kalanın derecesi bölenden küçük olana kadar bölme işlemi devam ettirilir.

$$\begin{array}{r|l} P(x) & Q(x) \\ \hline - & R(x) \\ \hline K(x) & \end{array}$$

P : Bölünen

Q : Bölen

R : Bölüm

K : Kalan

$$\text{Bölünen} = \text{Bölen} \cdot \text{Bölüm} + \text{Kalan}$$

olarak alınırdı.

$$P(x) = Q(x) \cdot R(x) + K(x) \text{ olarak yazılır.}$$

Soru: Bir $P(x)$ polinomunun $x^2 + 3$ ile bölümünden bölüm $x - 1$ ve kalan $2x + 1$ elde ediliyorsa $P(x) = ?$

Soru : Aşağıdaki bölme işlemini yapınız.

$$\begin{array}{r|l} x^2 - 5x + 7 & x - 2 \end{array}$$

Not : Bölme işleminde ilk önce en büyük dereceli x 'li terim yok edilir.

Soru :

$$\begin{array}{r|l} 2x^2 - 9x - 6 & x + 3 \\ \hline \end{array}$$

Soru :

$$\begin{array}{r|l} -x^3 + 2x^2 - 5x + 4 & x + 1 \\ \hline \end{array}$$

Soru :

$$4x^3 - 7x^2 + 6x + 2 \quad | \quad x - 1$$

Soru :

$$\begin{array}{r|l} x^4 - 2x^2 + 3x - 1 & x^2 + x \end{array}$$

Soru : $(x - 1) \cdot P(x) + x - 1 = 4x^2 - 5kx + 6$ ise

$k + P(x) = ?$ (Önce k değeri bulunmaya çalışılır. Ardından

$P(x)$ polinomu yalnız bırakılır.)

Kural: (Kalanı Kısa Yoldan Bulma)

Bir $P(x)$ polinomunun $ax + b$ ile bölümünden kalanı bulmak için;

A) $ax + b = 0$ eşitliğinden x değeri bulunur.

B) Bulunan x değeri polinomda yerine yazılır.

Soru: $P(x) = 2x^2 - 5x + 3$ polinomunun $x - 2$ ile bölümünden kalanı bulunuz.

Soru : $P(x) = x^3 + x^2 - 4x + 2$ polinomunun $x + 3$ ile bölümünden kalanı bulunuz.

Soru: $P(x) = -x^5 + 2x^3 + x^2 - x + 4$ polinomunun $2x + 2$ ile bölümünden kalanı bulunuz.

Soru: $P(x) = x^2 - ax + 5$ polinomunun $x - 4$ ile bölümünden kalan 1 ise $a = ?$

Soru: $P(x) = 3x^4 + 5x^2 - m + 1$ polinomunun $x - \sqrt{2}$ ile bölümünden kalan -2 ise $m = ?$

Soru: $P(x) = -x^3 + kx^2 - 2x + k$ polinomunun $2x + 4$ ile bölümünden kalan 2 ise polinomun $x - 1$ ile bölümünden kalan kaçtır ?

Soru : $P(3 - x) = 2x^3 + x^2 + 4x - 1$ ise $P(x)$ polinomu-
nun $x - 2$ ile bölümünden kalanı bulunuz. (İsteneni bulmak için
verilen denklemde x yerine uygun bir sayı almalıyız.)

Soru: $P(2x + 4) = -x^4 + 2x^3 - 5x + 2$ ise $P(x + 9)$ polinomunun $x + 1$ ile bölümünden kalanı bulunuz.

Soru: $P(x + 2) = (x^3 - 2x - 3) \cdot Q(x) + x^2 + x + 1$
veriliyor. $Q(x)$ 'in sabit terimi 5 ise $P(x)$ polinomunun
 $-3x + 6$ ile bölümünden kalanı bulunuz.

Kural: (Derece Uygulamaları)

der [P (x)] = m ve der [Q (x)] = n olsun.

(Sorularda basit olarak P (x) = x^m ve Q (x) = xⁿ olarak alınabilir.)

1) der [P (x) . Q (x)] = m + n olarak alınır.

2) der [P (x) / Q (x)] = m - n olarak alınır.

3) der [P (x) \mp Q (x)] = m (m > n ise)

veya = n (n < m ise) olarak

alınır. Toplamda hangi polinomun derecesi büyük ise sonuç

olarak o polinomun derecesi alınır.

4) $\text{der} [k . P (x)] = m$ olarak alınır. Katsayı polinomun derecesini etkilemez.

5) $\text{der} [P (x^k)] = k . m$ olarak alınır.

6) $\text{der} [P^k (x)] = k . m$ olarak alınır.

Soru: $\text{der} [P (x)] = 5$ ve $\text{der} [Q (x)] = 3$ ise;

A) $\text{der} [P (x) . Q (x)] + \text{der} [P (x) / Q (x)] = ?$

der [$P(x)$] = 5 ve der [$Q(x)$] = 3 ise;

B) der [$P(x) + Q(x)$] = ?

der [P (x)] = 5 ve der [Q (x)] = 3 ise;

C) der [P (x)] + 5 . der [Q (x)] = ?

der [$P(x)$] = 5 ve **der [$Q(x)$] = 3** ise;

D) der [$P^3(x)$] - der [$4 \cdot Q(x)$] = ?

der [$P(x)$] = 5 ve **der [$Q(x)$] = 3** ise;

E) **der [$x^8 \cdot P(x^2) \cdot Q(x)$] = ?**

Soru: der $[P (x)] = 4$ ve der $[Q (x)] = 8$ ise;

A) der $[P^4 (x) . Q (x)] = ?$

$$\text{der } [P (x)] = 4 \text{ ve } \text{der } [Q (x)] = 8$$

$$\text{B) } \text{der } [9 . P (x) + 4 . Q (x)] = ?$$

der [$P(x)$] = 4 ve **der [$Q(x)$] = 8**

C) der [$x^{12} \cdot P(x) + Q(x^3)$] = ?

der [P (x)] = 4 ve der [Q (x)] = 8

D) der [P ² (x ⁵)] = ?

Soru: $\deg [P (x) . Q (x)] = 5$ ve

$\deg [P (x) / Q (x)] = 3$ ise P ve Q polinomlarının derecesini bulunuz.

Soru : der $[P^2 (x) . Q (x)] = 15$ ve

der $[P (x) / Q (x^2)] = 5$ ise der $[P (x) + Q (x)] = ?$

Soru: der $[P^2 (x) . Q (x^3)] = 20$ ve

der $[P (x) . Q (x)] = 7$ ise der $[Q (x) / P (x)] = ?$

Polinomun Kökleri

Kökleri (sıfırları) x_1 ve x_2 olan ikinci dereceden polinomun denklemi $P(x) = a \cdot (x - x_1) \cdot (x - x_2)$ eşitliği ile bulunur.

Kökleri x_1 , x_2 ve x_3 olan üçüncü dereceden polinomun denklemi $P(x) = a \cdot (x - x_1) \cdot (x - x_2) \cdot (x - x_3)$ eşitliği ile bulunur.

Kökler daha fazla verilirse benzer denklemler oluşturulur. Sorularda kökleri vermezse polinom $x - x_1$, $x - x_2$, . . . elemanlarına tam bölünür diyebilir.

a 'yı bulmak için soruda verilen diğer terim kullanılır. Başka eleman verilmezse istenene göre çözüm yapılır.

Soru : Kökleri -1 , 1 ve -2 olan $P (x)$ polinomu için
 $P (2) = 12$ ise polinomun denklemini bulunuz.

Soru: Kökleri -1 , 2 ve 3 olan $P(x)$ polinomu için
 $P(0) = -6$ ise polinomun denklemini bulunuz.

Soru: $P(x)$ ikinci dereceden bir polinom olup $x + 2$ ve $x - 4$ ile tam bölünmektedir. Polinomun katsayılar toplamı -18 ise $P(5) = ?$

Soru : $P (x)$ üçüncü dereceden bir polinom olup $x - 1$, $x + 5$
ve $x - 3$ ile tam bölünmektedir. Buna göre $\frac{P (6)}{P (- 2)} = ?$

(Bu bölümde işlenecek olan konuların, matematik müfredat programındaki yeri altta gösterilmiştir.)

10. 3. 2. Polinomların Çarpanlara Ayrılması

Terimler ve Kavramlar : Çarpan, özdeşlik, değişken değiştirme, rasyonel ifade

10. 3. 2. 1. Bir polinomu çarpanlarına ayırır.

A) Ortak çarpan parantezine alma ve değişken değiştirme yöntemleri kullanılarak çarpanlara ayırma uygulamaları yapılır.

B) Tam kare, iki kare farkı, iki terimin toplamının ve farkının küpü, iki terimin küplerinin toplamı ve farkına ait özdeşlikler kullanılarak çarpanlara ayırma uygulamaları yapılır.

C) $ax^2 + bx + c$ biçimindeki ifadeler çarpanlarına ayrılır.

10.3.2.2. Rasyonel ifadelerin sadeleştirilmesi ile ilgili işlemler yapar.

A) Rasyonel ifade kavramı tanıtılır.

B) Çarpanları polinom olmayan ifadelerde çarpanlara ayırma uygulamalarına yer verilmez.

ÇARPANLARA AYIRMA

Bir polinomun iki ya da daha fazla polinomun çarpımı biçiminde yazılması işlemine “ çarpanlara ayırma ” denir.

Kural 1: (Ortak Çarpan Parantezine Alma)

Verilen ifadelerin her birinde ortak olan bir çarpan varsa, bu çarpan parantezin içine alınır. Kalan terimler parantezin içine alınır.

Soru : Aşağıdaki verilen ifadeleri çarpanlarına ayırınız.

A) $k^5 + 2k^3 =$

B) $2x^3 - 6x + 8x^2 =$

C) $4a^3b^2 - 12a^2b^3 =$

D) $7x \cdot (x - y) - 2 \cdot (x - y) + 6y \cdot (-x + y) =$

E) $(x + y) \cdot (x - y) - (x + y)^2 =$

F) $(a + b)^2 - 2a - 2b =$

G) $(x - 2y)^2 - 4x + 8y =$

H) $(a - 2)^5 + (-a + 2)^4 =$

Kural 2: (Gruplandırma Yöntemi İle Çarpanlara Ayırma)

Bir grupta benzer terimlere sahip olan elemanlar gruplandırılır. Her grup parantezi içindeki ifadeleri aynı olacak biçimde çarpanlarına ayrılır. Sonra gruplar, ortak çarpan parantezine alınır.

Soru: Aşağıdaki verilen ifadeleri çarpanlarına ayırınız.

A) $a^2 - 2a - ab + 2b =$

B) $2 - 12n - 4x + 24nx =$

C) $xy^2 + 16x + 4x^2y + 4y =$

D) $8x^3 + 15 - 10x - 12x^2 =$

E) $6ab - 15bc - 10cd + 4ad =$

F) $ax + by + bx + cy + ay + cx =$

G) $2mx - 4nx - my + 2xz - yz + 2ny =$

Kural 3: (İki Kare Farkı)

$a^2 - b^2 = (a - b) \cdot (a + b)$ olarak çarpanlara ayrılır.

Soru: Aşağıdaki verilen ifadeleri çarpanlarına ayırınız.

A) $x^2 - 144 =$

B) $9x^2 - 25 =$

C) $36a^2 - 81b^2 =$

D) $x^4 - 1 =$

E) $(\mathbf{x} + \mathbf{y})^2 - (\mathbf{x} - \mathbf{y})^2 =$

$$\textbf{F)} \quad (\textbf{a} + \textbf{b} + \textbf{c})^2 - (\textbf{a} - \textbf{b} - \textbf{c})^2 =$$

Not: Grup iki kare farkını sağlamıyorsa terimlerde ortak çarpan vardır.

G) $8x^2 - 50 =$

H) $a^3 - 4ab^2 =$

Soru : $511^2 - 421^2 = 360x$ ise $x = ?$

Soru :

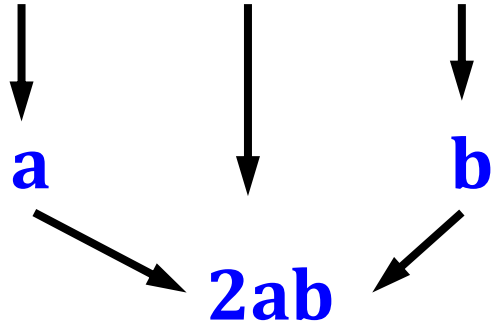
$$A = (5^2 - 1) . (5^2 + 1) . (5^4 + 1) . (5^8 + 1) . (5^{16} + 1)$$

işleminin sonucunu üslü olarak içerecek şekilde bulunuz.

Soru : $x^2 - y^2 = 17$ olup x ve y pozitif tam sayılardır. Buna göre $x . y = ?$ (İki kare farkından denklemlerin karşılığı bulunur. Taraf tarafa yok etme metodundan sayılar bulunur.)

Kural 4: (Tam Kare Özdeşliği)

$$a^2 + 2ab + b^2 = (a + b)^2 \quad \text{olarak çarpanlara ayrılır.}$$



Terimin karekökü aşağı alınır.

İki terimin çarpımının 2 katı orta terimi sağlamalıdır.

$$a^2 - 2ab + b^2 = (a - b)^2 \quad \text{olarak alınır.}$$

Soru: Aşağıdaki verilen ifadeleri çarpanlarına ayırınız.

A) $x^2 + 8x + 16 =$

B) $4x^2 - 12xy + 9y^2 =$

C) $\frac{x^2}{25} + \frac{xy}{10} + \frac{y^2}{16} =$

D) $4x^2 - \frac{6x}{5} + \frac{9}{25} =$

E) $3x^2 + 12x + 12 =$

(Tam kare özdeşliğini
sağlamıyorsa, grup
ortak paranteze alınır.)

$$\textbf{F)} \quad -a^2 - 10a - 25 =$$

G) $\sqrt{\frac{9}{4} - \frac{15}{4} + \frac{25}{16}} =$

(Kökün derecesi
çift ise içerden çıkan
sonucun mutlak
değeri alınır.)

H) $\sqrt{\frac{121}{100} - \frac{77}{40} + \frac{49}{64}} =$

Soru : $9x^2 + 24x + k$ ifadesi bir tam kare ise $k = ?$

Soru : $16x^2 - 24x + m + 1$ ifadesi bir tam kare ise $m = ?$

Soru : $4x^2 + (k + 1)x + 25$ ifadesi bir tam kare ise $k = ?$

Soru : $x^2 + (1 - k)x + 49$ ifadesi bir tam kare ise k sayılarının toplamı ne olur ?

Not : Tam kare özdeşliği ve iki kare farkının bulunduğu ifadelerde ; önce tam kare özdeşliği bulunur, ardından iki kare farkı kullanılır.

Soru : $9m^2 - 6m + 1 - n^2$ ifadesini çarpanlarına ayırınız.

Soru : Aşağıdaki ifadeleri çarpanlarına ayırınız.

A) $x^2 - 12x - 4y^2 + 36 =$

B) $9x^2 + y^2 - 4a^2 + 6xy =$

C) $16a^2 - n^2 - 6n - 9 =$

D) $a^2 - 2ma - n^2 + m^2 + 2bn - b^2 =$

Soru : $x - 2y = 7$ ve $x \cdot y = 4$ ise $x^2 + 4y^2 = ?$

($x - 2y = 7$ eşitliğinin karesi alınır ve tam kare özdeşliğinden yararlanılır.)

Soru : $2a + 3b = -11$ ve $a \cdot b = 5$ ise $4a^2 + 9b^2 = ?$

Soru : $2x + y = 10$ ve $4x^2 + y^2 = 40$ ise $x.y = ?$

Soru : $x - \frac{3}{x} = 5$ ise $x^2 + \frac{9}{x^2} = ?$

Soru : $2x - \frac{5}{x} = -6$ ise $4x^2 + \frac{25}{x^2} = ?$

Soru : $x^2 + 25y^2 = 44$ ve $x.y = 10$ ise $x + 5y$ 'nin negatif değeri kaç olur ? ($x + 5y = k$ denir ve aynı çözüm uygulanır.)

Soru : $4m^2 + 9n^2 = 81$ ve $m \cdot n = 3$ ise $2m - 3n$ 'nin pozitif
değeri kaç olur ?

Soru : $x^2 - 5x + 4 = 0$ ise $x^2 + \frac{16}{x^2} = ?$ (Denklem x ile bölünür ve çözüm uygulanır.)

Soru : $x^2 + 8x - 5 = 0$ ise $x^2 + \frac{25}{x^2} = ?$

Kural 5: (İki Küp Farkı , Toplamı)

$$a^3 - b^3 = (a - b) \cdot (a^2 + ab + b^2)$$

$$a^3 + b^3 = (a + b) \cdot (a^2 - ab + b^2)$$

olarak çarpanlarına ayrılır.

Soru: Aşağıdaki ifadeleri çarpanlarına ayırınız.

A) $x^3 - 27 =$

B) $x^3 + 64 =$

C) $8x^3 - 27y^3 =$

D) $x^6 + y^6 =$

E) $(a - 1)^3 - 8 =$

$$\textbf{F) } (k - 1)^3 - (k + 1)^3 =$$

G) $3x^3 + 81 =$

(İki küp farkını, toplamını sağlamıyorsa
grup ortak paranteze alınır.)

H) $250x^4 - 128x =$

Soru : $x - 2y = 4$ ve $x \cdot y = 2$ ise $x^3 - 8y^3 = ?$

(K p farkının açılımı bulunur. Eksik parçalar tam kare  zde li inden bulunur.)

Soru : $x + y = 2$ ve $x \cdot y = -8$ ise $x^3 + y^3 = ?$

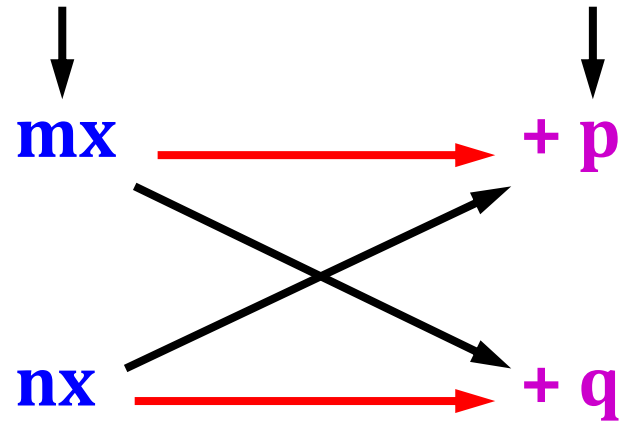
Soru : $x - y = 4$ ve $x^3 - y^3 = 76$ ise $x.y = ?$

Soru : $x + \frac{1}{x} = 6$ ise $x^3 + \frac{1}{x^3} = ?$

Soru : $x - \frac{1}{x} = 4$ ise $x^3 - \frac{1}{x^3} = ?$

Kural 6: ($ax^2 + bx + c$ 'nin Çarpanları)

$$ax^2 + bx + c = (mx + p) \cdot (nx + q) \quad \text{olarak çarpanlarına ayrılır.}$$



Çapraz elemanların çarpımlarının toplamı ortayı sağlarsa, elemanlar yan yana alınır ve çarpanlar bulunur.

Soru: Aşağıdaki ifadeleri çarpanlarına ayırınız.

A) $x^2 - 5x - 24 =$

B) $x^2 + 4x - 60 =$

C) $6x^2 - 13x + 5 =$

D) $4x^2 + 11x - 20 =$

E) $-x^2 - 8x + 9 =$

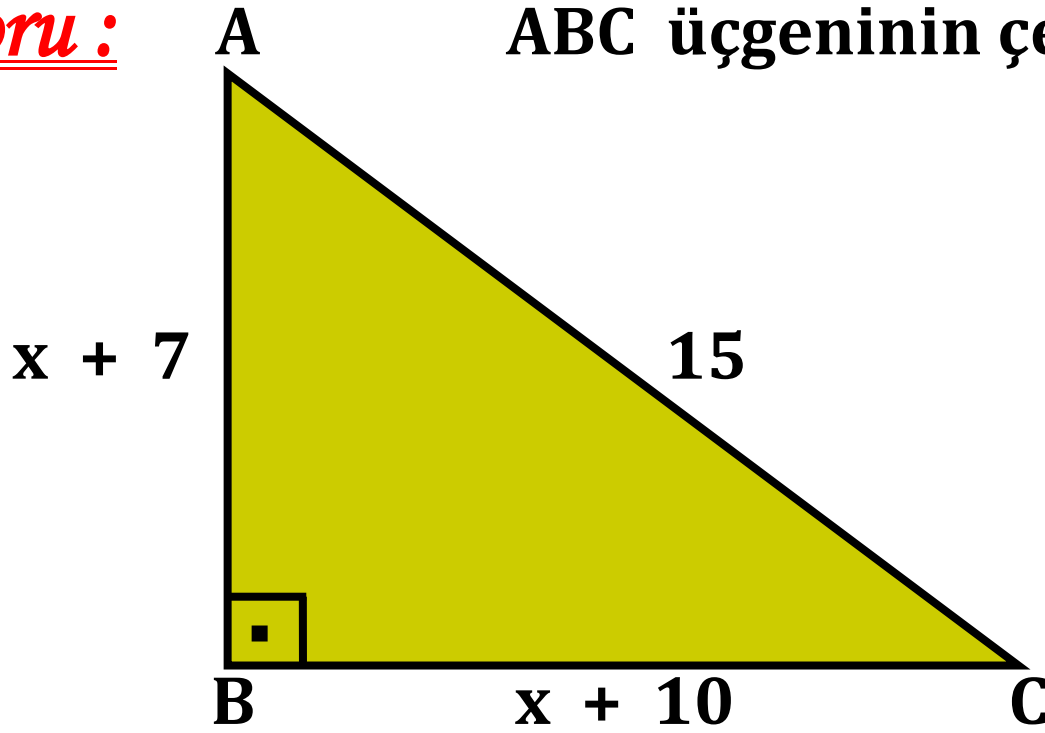
F) $x^2 + 4xy - 45y^2 =$

G) $abx^2 + (b - 2a)x - 2 =$

H) $x - 14\sqrt{x} + 24 =$

Soru :

ABC üçgeninin çevre uzunluğunu bulunuz.



Kural 7: (Değişken Değiştirme)

İçinde aynı terim bulunan polinomda; aynı terimlere değişken değiştirmesi yapılarak, polinom $ax^2 + bx + c$ türüne çevrilir ve çarpanlarına ayrılır.

Soru: Aşağıdaki ifadeleri çarpanlarına ayırınız.

A) $(x + 3)^2 + 3(x + 3) + 2 =$

B) $2 (x - 4)^2 - (x - 4) - 10 =$

C) $(x^2 + x)^2 - 8(x^2 + x) + 12 =$

D) $(x^2 + 3x)^2 + 16(-x^2 - 3x) - 36 =$

E) $4^x - 2^{x+1} - 8 =$

F) $9^x - 2 \cdot 3^{x+1} + 5 =$

Soru : $\sqrt{2017 \cdot 2019 + 1}$ işleminin sonucunu bulunuz.

(Büyük sayılardan birine değişken verilir ve çarpanlara ayırma kurallarından faydalanılır.)

Soru : $\sqrt{510 \cdot 515 + 519}$ işleminin sonucunu bulunuz.

RASYONEL İFEDELER

1) Sadeleştirme Uygulamaları

$\frac{P(x)}{Q(x)}$ ifadesinde; pay ve paydada ortak çarpanlar, varsa

bu çarpanlar sadeleştirilir.

Soru : Aşağıdaki ifadelerin en sade halini bulunuz.

A) $\frac{3x - 12}{20 - 5x} =$

B) $\frac{2m^3 - 8m^2n}{m^2n - 4mn^2} =$

c)
$$\frac{mx + 3y + my + 3x}{x + y} =$$

D)
$$\frac{4ab - 2a - 2b^2 + b}{2a - b} =$$

E)
$$\frac{k_x^2 - k_y^2}{k_x - k_y} =$$

F) $\frac{3x^2 - 27}{6x^2 + 18x} =$

G)
$$\frac{2x^2 - 3x - 2}{x^2 + 2x - 8} =$$

H) $\frac{-m^2 + m + 6}{m^2 + 7m + 10} =$

i)
$$\frac{2x^2 + xy - 6y^2}{4x^2 - 8xy + 3y^2} =$$

J)
$$\frac{x^2 - 16}{x^2 - 3x - 4} : \frac{x^2 + 4x}{x^2 + x} =$$

K)
$$\frac{x^2 - 3x + 2}{x^2 + x - 2} : \frac{x^2 + x}{x^2 + 3x + 2} =$$

L)
$$\frac{3x^2 - 5x - 2}{x^2 + x + 1} : \frac{x^2 - 4}{x^3 - 1} =$$

$$\text{M) } \frac{(x^2 - y^2) \cdot (x^2 + xy + y^2)}{(x^3 - y^3) \cdot \left(\frac{1}{x} + \frac{1}{y}\right)} =$$

Soru : $\frac{x^2 - mx + 36}{x^2 - 6x + 5}$ kesri sadeleştirilebilir ise m pozitif tam sayısı ne olmalıdır ? (Pay ve paydadaki ortak çarpan bulunur.)

$$\frac{x^2 - mx + 36}{x^2 - 6x + 5}$$

Soru : $\frac{x^2 + ax - 11}{3x^2 - 5x - 8}$

sayısı ne olmalıdır ?

kesri sadeleştirilebilir ise a negatif tam

$$\frac{x^2 + ax - 11}{3x^2 - 5x - 8} =$$

Soru : $\frac{4x^2 + 7x - 15}{x^2 - mx + 12}$ kesri sadeleştirilebilir ise $m \in \mathbb{Z}$ ne olmalıdır ?

$$\frac{4x^2 + 7x - 15}{x^2 - mx + 12} =$$

Soru : $\frac{x^2 + kx + m}{x^2 - 3x - 4}$ kesrinin sadeleştirilmiş hali $\frac{x - 2}{x + 1}$ ise
k . m = ?

2) Rasyonel İfadelerle İşlemler

Verilen ifadelerde payda eşitleme, sadeleştirme v.b. işlemler yapılarak işlemin sonucu bulunur.

Soru : $\frac{x}{x+1} + \frac{-x}{x-1} = ?$

Soru : $\frac{x}{x+3} - \frac{9-3x}{x^2-9} = ?$

Soru : $\frac{x - y}{x + y} - \frac{x + y}{x - y} = ?$

Soru :

$$\frac{m}{m + 1} + \frac{m}{1 + 1 / m} = ?$$

Soru : $\frac{x^2 - 8x}{x - 3} + \frac{30}{2x - 6} = ?$

Soru : $\frac{1}{x^2 - 16} = \frac{A}{x - 4} + \frac{B}{x + 4}$ ise A ve B'yi bulunuz.

(İki tarafında paydası eşitlenir ve ortak payda kaldırılır. **1.yol :**
Polinom eşitliğinden çözüm bulunur. **2.yol :** x'e uygun değerler
verilir ve A ile B sayıları bulunur.)

Soru :

$$\frac{10 + x}{x^2 + 5x + 4} = \frac{A}{x + 4} + \frac{B}{x + 1} \quad \text{ise } A \text{ ve } B \text{ 'yi bulu-}$$

nuz.

Soru :
$$\frac{6x}{x^2 + x - 2} = \frac{A}{x - 1} + \frac{B}{x + 2} \quad \text{ise } A \cdot B = ?$$

(Bu bölümde işlenecek olan konuların, matematik müfredat programındaki yeri altta gösterilmiştir.)

10. 4. İKİNCİ DERECEDEN DENKLEMLER

10. 4. 1. İkinci Dereceden Bir Bilinmeyenli Denklemler

Terimler ve Kavramlar : İkinci dereceden bir bilinmeyenli denklem, denklemin kökü, diskriminant, karmaşık sayı, eşlenik

Sembol ve Gösterimler : Δ , i , $a + ib$, z , \bar{z} , \mathbb{C}

10. 4. 1. 1. İkinci dereceden bir bilinmeyenli denklem kavramını açıklar.

10. 4. 1. 2. İkinci dereceden bir bilinmeyenli denklemleri çözer.

A) $ax^2 + bx + c$ biçimindeki cebirsel ifadelerin; tam kare ve iki kare farkına ait özdeşlikler kullanılarak çarpanlara ayrılmasıyla ilgili uygulamalar yapılır.

B) İkinci dereceden bir bilinmeyenli denklemler; tam kareye tamamlanarak, çarpanlarına ayrılarak ve diskriminant kullanılarak çözülür.

C) Gerçek hayat problemlerine yer verilir.

4. ÜNİTE : İKİNCİ DERECEDEDEN DENKLEMLER

İkinci Dereceden Bir Bilinmeyenli Denklemler

Tanım : x bilinmeyen ve $a, b, c \in \mathbb{R}$ ($a \neq 0$) olmak üzere, $ax^2 + bx + c = 0$ denklemine “ ikinci dereceden bir bilinmeyenli denklem ” adı verilir. Denkleminde ikinci dereceden daha büyük x ’li terim bulunamaz.

Soru : $(x + 3)^2 - 2(x + 5) + 8 = 0$ denklemini
 $ax^2 + bx + c = 0$ şeklinde yazıp $a . b . c$ sonucunu bulunuz.

Soru : $(2a - 6)x^3 + 6x^{7+b} - 2 = 0$ denklemi ikinci derece-
den bir denklem belirtiyor. Buna göre $a \cdot b = ?$

Soru : $2x^{3-n} + x^2 - 4 = 0$ denklemini ikinci dereceden bir denklem belirtiyor. Buna göre n sayısı ne olabilir ?

Kural 1: $ax^2 - b = 0$ denkleminde **iki kök** (denklemini sağlayan x_1 ve x_2 değerleri) **ters işaretli** ve mutlak değerce birbirine eşit ($|x_1| = |x_2|$) ise bu köklere “**simetrik kökler**” adı verilir.

Soru : $25 - x^2 = 0$ denkleminin çözüm kümesini bulunuz.

Soru : $4x^2 - 36 = 0$ denkleminin çözüm kümesini bulunuz.

Soru : $49 - 25x^2 = 0$ denkleminin çözüm kümesini bulunuz.

Soru : $2x^2 + 98 = 0$ denkleminin çözüm kümesini bulunuz.

Not : $ax^2 - b = 0$ denklemi simetrik köklere sahipse, **denklem-**
de x 'li terim olmamalıdır. Yani, $ax^2 + 0x - b = 0$ olmalıdır.



x 'in katsayısı 0 alınır.

Soru : $3x^2 + (m - 48)x - m = 0$ denklemi simetrik köklere
sahipse bu kökleri bulunuz.

Soru : $4x^2 + (30 + 5m)x + 2m - 88 = 0$ denklemi simetrik köklere sahipse bu kökleri bulunuz.

Soru : $-x^2 + 36x + mx - m = 0$ denklemi simetrik köklere sahipse, bu köklerin çarpımını bulunuz.

Kural 2: $ax^2 + bx = 0$ denklemi x ortak parantezine alınarak çarpanlar sıfıra eşitlenir ve çözümlerden kökler bulunur.

Soru : $-x^2 + 5x = 0$ ise Ç = ?

Soru : $3x^2 - 75x = 0$ ise $\zeta = ?$

Kural 3: $ax^2 + bx + c = 0$ denkleminde;

Çarpanları

$$\begin{array}{ccccc} ax^2 & + & bx & + & c = 0 \\ \downarrow & & & & \downarrow \\ mx & & & & + p \\ & \nearrow & \searrow & & \\ nx & & & & + q \end{array}$$

Çapraz çarpım sonuçları toplandığında orta terimi veriyorsa, çarpanlar karşılıklı alınır.

$(mx + p) \cdot (nx + q) = 0$ olarak alınır. Her bir çarpan sıfıra eşitlenir ve denklem çözümünden x değerleri elde edilir.

Soru : $x^2 - 5x - 36 = 0$ denkleminin çözüm kümesini bulunuz.

Soru : $x^2 - 18x + 32 = 0$ denkleminin çözüm kümesini bulunuz.

Soru : $x^2 + 19x + 60 = 0$ denkleminin çözüm kümesini bulunuz.

Soru : $-x^2 + 5x + 24 = 0$ denkleminin çözüm kümesini bulunuz.

Soru : $-2x^2 + 13x - 20 = 0$ denkleminin çözüm kümesini bulunuz.

Soru : $3x^2 + 10x + 8 = 0$ denkleminin çözüm kümesini bulunuz.

Soru : $4x^2 - 16x + 15 = 0$ denkleminin çözüm kümesini bulunuz.

Not: Verilen bir kök denklemi sağlar. (Verilen kök denklemde x yerine yazılır.)

Soru: $x^2 - 5x + ax - 3 = 0$ denkleminin bir kökü 3 ise denklemin diğer kökünü de bulunuz.

Soru : $x^2 + (-1 + m)x - 4 - m = 0$ denkleminin bir kökü 2
ise denklemin diğer kökünü de bulunuz.

Soru : $2x^2 - 3x - k = 0$ denkleminin bir kökü -1 ise denklemin diğer kökü ile k 'nın çarpımını bulunuz.

Soru : $(m - 1)x^2 + (2 + m)x - 12 = 0$ denkleminin bir kökü -4 ise denklemin diğer kökünü de bulunuz.

Tanım : Denklemın kökleri birbirine eşit çıkarsa bu köklere “ çakışık kökler ” adı verilir.

Soru : $x^2 - 16x + 64 = 0$ denkleminin çözüm kümesini bulunuz.

Soru : $2x^2 + 20x + 50 = 0$ denkleminin çözüm kümesini bulunuz.

Soru : $x \in \mathbb{N}$ olmak üzere; bir malın alış fiyatı $x + 4$ ₺, satış fiyatı ise $x^2 + 3x$ ₺ 'dir. Satıcı bu üründen 4 ₺ kar elde ettiğine göre satıcı ürünü kaç ₺ 'ye almıştır ?

Kural 4: $ax^2 + bx + c = 0$ denklemi çarpanlarına ayrılmazsa $\Delta = b^2 - 4ac$ (Delta veya diskriminant adı verilir) bulunur.

A) $\Delta > 0$ ise denklemin **farklı reel iki kökü vardır.**

$$x_1 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a} \quad \text{ve} \quad x_2 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a} \quad \text{olarak bulunur.}$$

B) $\Delta = 0$ ise denklemin birbirine **eşit (çakışık ya da çift**

katlı kök) reel iki kökü vardır. $x_1 = x_2 = \frac{-b}{2a}$ olarak bulunur.

C) $\Delta < 0$ ise denklemin **reel kökü yoktur.** $\mathcal{C} = \emptyset$ olarak alınır.

Soru : $x^2 - 6x + 7 = 0$ denkleminin köklerini bulunuz.

Soru : $x^2 - 8x + 13 = 0$ denkleminin köklerini bulunuz.

Soru : $x^2 + 4x - 15 = 0$ denkleminin köklerini bulunuz.

Soru : $2x^2 - 8x - 2 = 0$ denkleminin köklerini bulunuz.

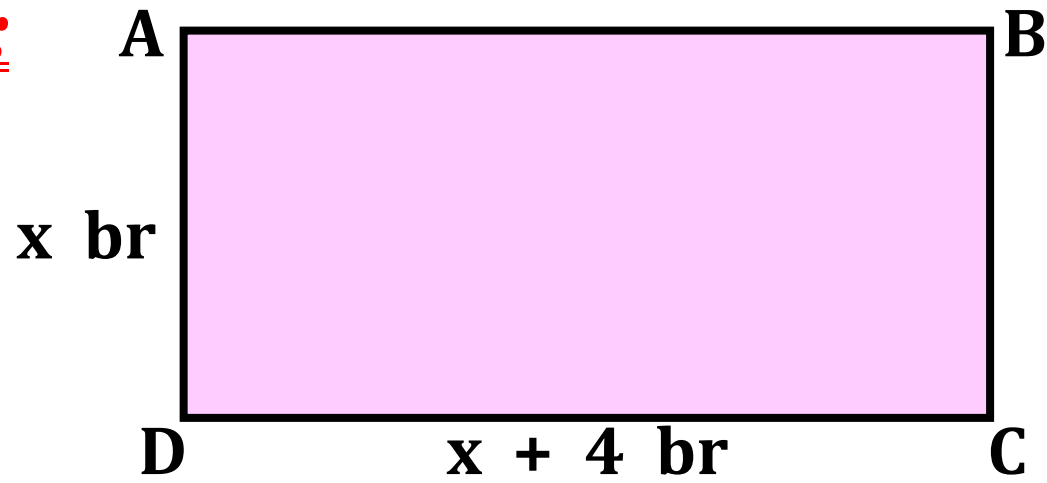
Soru : $-x^2 + 10x - 23 = 0$ denkleminin köklerini bulunuz.

Soru : $x^2 - x - \frac{3}{2} = 0$ denkleminin köklerini bulunuz.

Soru : $x^2 - 6x + 9 = 0$ denkleminin köklerini bulunuz.

Soru : $x^2 + 8x + 20 = 0$ denkleminin köklerini bulunuz.

Soru :



ABCD dikdörtgeninin
alanı 10 br^2 ise $x = ?$

Soru : $m \in \mathbb{Z}$ 'dir. $x^2 + 10x - m = 0$ denkleminin farklı iki reel kökü varsa; **A)** m 'nin çözüm aralığı ne olur ?

B) m en az kaç olmalıdır ?

Soru : $k \in \mathbb{Z}$ 'dir. $2x^2 + 8x + k = 0$ denkleminin reel kökü
yoksa; **A)** k 'nın çözüm aralığı ne olur ?

B) k en az kaç olmalıdır ?

Soru: $m \in \mathbb{Z}$ 'dir. $mx^2 + 2\sqrt{2}x - 1 = 0$ denkleminin reel kökü
yoksa m en çok kaç olmalıdır ?

Soru : $ax^2 + 7x + 3 = 0$ denkleminin çözüm kümesi iki elemanlı
ise a pozitif tam sayıları ne olmalıdır ?

Soru: $(m - 1)x^2 - 4x - 3 = 0$ denkleminin iki farklı kökü varsa m 'nin çözüm aralığı ne olmalıdır ?

Soru: $x^2 + 10x + m + 4 = 0$ denkleminin çakışık iki kökü varsa
m sayısı ne olmalıdır ?

Soru : $(2k + 1)x^2 - 3kx + k = 0$ denkleminin çözüm kümesi
tek elemanlı ise k ne olabilir ?

Soru : $m^2x^2 + (2m + 1)x + 1 = 0$ denkleminin çakışık iki kökü var ise m ne olmalıdır ?

(Bu bölümde işlenecek olan konuların, matematik müfredat programındaki yeri altta gösterilmiştir.)

10. 4. 1. 3. Diskriminantın sıfırdan küçük olduğu durumlarda ikinci dereceden bir bilinmeyenli denklemleri çözer.

A) Gerçek sayılar kümesini de kapsayan yeni bir sayı kümesi, tanımlama gereği örneklerle açıklanır.

B) $i^2 = -1$ olmak üzere, bir karmaşık sayı $a + ib$ ($a, b \in \mathbb{R}$) biçiminde gösterilir.

C) Köklerin birbirinin eşleniği olduğu belirtilir.

Ç) Karmaşık sayının eşleniği dışındaki özelliklere ve işlemlere girilmez.

10. 4. 1. 4. İkinci dereceden bir bilinmeyenli denklemin kökleri ile katsayıları arasındaki ilişkileri kullanarak işlemler yapar.

A) Sadece kökler toplamı ve çarpımı ile denklemin katsayıları arasındaki ilişkiler üzerinde durulur.

B) Kökleri verilen ikinci dereceden denklemi elde etme ile ilgili uygulamalara yer verilir.

Karmaşık Sayılar

$x^2 + 1 = 0$ denkleminde $x^2 = -1$ olur. Reel sayılarda karesi -1 olan sayı olmadığından denklemin çözüm kümesi boş küme olarak alınır.

Tanım : Bu tarz denklemlerin çözüm kümesini ve reel sayılar kümesini de kapsayan kümeye “karmaşık sayılar” kümesi adı verilir. Küme \mathbb{C} harfi ile gösterilir. Her gerçek sayı aynı zamanda bir karmaşık sayıdır. $\mathbb{N} \subset \mathbb{Z} \subset \mathbb{Q} \subset \mathbb{R} \subseteq \mathbb{C}$ olur.

Kural: $\sqrt{-1}$ sayısı reel sayı değildir. $\sqrt{-1} = i$ sayısı tanımlanarak bu i sayısına “sanal birim” adı verilir.

$i = \sqrt{-1}$ ise $i^2 = -1$ olarak alınır.

Soru: $x^2 + 4 = 0$ denkleminin çözüm kümesini bulunuz.

Soru : $100 + 4x^2 = 0$ denkleminin çözüm kümesini bulunuz.

Not : Kök dereceleri aynı olsa bile karmaşık sayılarda çarpım tek kök altında yazılmaz.

Soru : $\sqrt{-9} \cdot \sqrt{-4} = ?$

Soru : $\sqrt{-36} \cdot \sqrt{-25} \cdot \sqrt{-1} = ?$

Soru : $\sqrt{-16} \cdot \sqrt{-9} \cdot \sqrt{-4} \cdot \sqrt{-100} = ?$

Soru : $\sqrt{-6} \cdot \sqrt{-24} = ?$

Soru : $\sqrt{-4} \cdot \sqrt{12} \cdot \sqrt{-18} \cdot \sqrt{-6} = ?$

Soru : $\sqrt{-64} + \sqrt{-16} - \sqrt{-4} = ?$

Kural: (i 'nin kuvvetleri)

$$i^1 = i$$

$$i^2 = -1$$

$$i^3 = i^2 \cdot i = -1 \cdot i = -i$$

$$i^4 = i^2 \cdot i^2 = -1 \cdot (-1) = 1$$

$$i^5 = i^4 \cdot i = 1 \cdot i = i$$

$$i^6 = i^5 \cdot i = i \cdot i = i^2 = -1$$

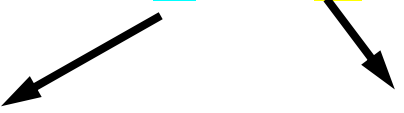
$$i^7 = i^6 \cdot i = -1 \cdot i = -i$$

$$i^8 = i^7 \cdot i = -i \cdot i = -i^2 = -(-1) = 1$$

...

Adımlara bakılırsa gidişatta döngü olduğu görülür. i 'nin tüm kuvvetleri bu dört sonuçtan birini verir.

Kural: Karmaşık sayılarda (\mathbb{C}) herhangi bir sayı z olsun.
 $a, b \in \mathbb{R}$ olmak üzere $z = a + bi$ olarak gösterilir.

$$z = a + bi$$


Sayının **reel** kısmı olarak
adlandırılır ve **$\text{Re}(z)$**
olarak gösterilir.

Sayının **imajiner (sanal)**
kısmı olarak adlandırılır ve
 $\text{İm}(z)$ olarak gösterilir.

Aşağıdaki sayıların reel ve sanal kısımlarını tabloya yerleştiriniz.

Sayı	$\text{Re}(z)$	$\text{İm}(z)$
$z = 6 - 5i$		
$z = 9i$		

Sayı	Re (z)	İm (z)
$z = 8$		
$z = 4i + 2$		

Soru : $z = \sqrt{-36} + \sqrt{-9} + 1$ ise z sayısında Re (z) = ?
ve İm (z) = ?

Soru : $z = \sqrt{144} + \sqrt{-49} + 2i$ ise $\text{Re} (z) . \text{İm} (z) = ?$

Soru : $z = 2i \cdot (5 - 4i)$ ise $\text{Im} (z) - \text{Re} (z) = ?$

Soru : $z = (3 - 4i) . (5 + 2i)$ ise $\text{Re} (z) + \text{Im} (z) = ?$

Kural: z karmaşık sayısının eşleniği \overline{z} ile gösterilir.

$z = a + bi$ ise $\overline{z} = a - bi$ olarak alınır.

***** Eşlenik bulunurken verilen karmaşık sayının sadece sanal kısmının işareti değiştirilir.**

Aşağıdaki sayıların eşleniğini tabloda yazınız.

Sayı	Eşleniği	Sayı	Eşleniği
$z = 4 - 2i$		$z = 80$	
$z = 3i$		$z = -i - 6$	

Soru : $z = 12 - 6i$ ise $z + \overline{z} = ?$

Soru : $z = 5 + 2i$ ise $z - 2\overline{z} = ?$

Soru : $z = 6 + 4i$ ise $\operatorname{Re} (\overline{z} + 2z) = ?$

Soru : $z = 5i - 6$ ise $\overline{z} + z \cdot \overline{z} = ?$

Soru: $z = 2 + 2i$ ve $w = i + 3$ ise $z - 3w + (\overline{z})^2 = ?$

Soru : $z = 7 + i$ ve $w = 4 - 5i$ ise $\overline{3z - 4w} = ?$

Soru: $x^2 - 2x + 2 = 0$ denkleminin karmaşık sayılardaki çözüm kümesini bulunuz. (**Not:** Denklem çarpanlarına ayrılmıyorsa Δ 'dan faydalanılır. Bulunan kökler birbirinin eşleniğidir.)

Soru : $x^2 - 2x + 10 = 0$ denkleminin karmaşık sayılardaki çözüm kümesini bulunuz.

Soru: $x^2 - 4x + 7 = 0$ denkleminin karmaşık sayılardaki kök-
leri x_1 ve x_2 ise $\operatorname{Re}(x_1) + \operatorname{Im}(x_1) \cdot \operatorname{Im}(x_2) = ?$

İkinci Dereceden Bir Bilinmeyenli Denklemlerin Kökleri İle Katsayıları Arasındaki Bağlantılar

$ax^2 + bx + c = 0$ denkleminin kökleri x_1 ve x_2 olsun.

$$x_1 + x_2 = -\frac{b}{a} \quad , \quad x_1 \cdot x_2 = \frac{c}{a} \quad \text{olarak alınır.}$$

Soru: $2x^2 - 3x - 1 = 0$ denkleminin kökleri x_1 ve x_2 olsun.

Buna göre $x_1 + x_2 - x_1 \cdot x_2 = ?$

Soru : $-4x^2 + 8x + 3 = 0$ denkleminin kökleri x_1 ve x_2 olsun.

Buna göre $x_1 + x_2 + x_1 \cdot x_2 = ?$

Soru : $3x^2 - 4x + 1 = 0$ denkleminin kökleri x_1 ve x_2 olsun.

Buna göre $x_1 + x_2 + x_1^2 \cdot x_2^2 = ?$

Soru : $x^2 - 6x + 3 = 0$ denkleminin kökleri x_1 ve x_2 olsun.

Buna göre $(2x_1 + 1) \cdot (2x_2 + 1) = ?$

Soru : $x^2 + 7x + 5 = 0$ denkleminin kökleri x_1 ve x_2 olsun.

Buna göre $(3x_1 - 2) \cdot (3x_2 - 2) = ?$

Soru : $x^2 - 8x - 5 = 0$ denkleminin kökleri x_1 ve x_2 olsun.

Buna göre $\frac{1}{2x_1 - 1} + \frac{1}{2x_2 - 1} = ?$

Soru : $x^2 + 12x - 6 = 0$ denkleminin kökleri x_1 ve x_2 olsun.

Buna göre $x_1^2 + x_2^2 = ?$ (Kökler toplamının karesi alınır ve istenen bulunur.)

Soru: $x^2 - x + 4 = 0$ denkleminin kökleri x_1 ve x_2 olsun.

$\sqrt{x_1} + \sqrt{x_2}$ toplamının pozitif sonucu kaçtır ?

($\sqrt{x_1} + \sqrt{x_2} = a$ denir ve eşitliğin karesi alınır.)

Soru: $(k - 1)x^2 + (2k + 1)x - k = 0$ denkleminin kökler toplamı -1 ise kökler çarpımı kaçtır?

Soru: $(m + 2)x^2 + (2m - 5)x + m = 0$ denkleminin kök-
ler çarpımı 2 ise kökler toplamı kaçtır ?

Soru : $mx^2 + (1 - 5m)x + 3m = 0$ denkleminde, kökler toplamının kökler çarpımına oranı $\frac{4}{3}$ ise $m = ?$

Soru : $x^2 - 4x + 2m - 3 = 0$ denkleminin kökleri x_1 ve x_2 olsun. $2x_1 + x_2 = 7$ ise $m = ?$ (Taraf tarafa yok etme metodu kullanılır.)

Soru: $kx^2 - 3kx + 3k - 2 = 0$ denkleminin kökleri x_1 ve x_2 olsun. $3x_1 - x_2 = 1$ ise $k = ?$

Soru: $x^2 - 5x + m - 3 = 0$ denkleminin kökleri x_1 ve x_2 olsun. $x_1^2 - x_2^2 = 15$ ise $m = ?$

($x_1^2 - x_2^2 = (x_1 - x_2) \cdot (x_1 + x_2)$ eşitliğinden yararlanılır.)

Soru : $x^2 + (x_1 + 4)x - 3x_2 = 0$ denkleminin kökleri x_1 ve x_2 ise bu kökleri bulunuz. (Kökler çarpımından faydalanılır.)

Soru: $x^2 + (k - 2)x + 81 = 0$ denkleminin pozitif kökleri x_1 ve x_2 olsun. $x_1 = x_2^3$ ise $k = ?$

Soru: $x^2 + (m - 6)x + m + 4 = 0$ denkleminin kökleri x_1 ve x_2 olsun. $x_1^2 + x_2^2 = 43$ ise m negatif tam sayısı ne olmalıdır? $((x_1 + x_2)^2 = x_1^2 + 2 \cdot x_1 \cdot x_2 + x_2^2$ eşitliğinden yararlanılır.)

Soru :
$$\left. \begin{array}{l} mx^2 + (-1 - m)x + n = 0 \\ 4x^2 - 6x + n + 2 = 0 \end{array} \right\} \begin{array}{l} \text{denklemlerinin } \underline{\text{k\"okleri}} \\ \underline{\text{aynı}} \text{ ise } m + n = ? \end{array}$$

(İki denklemin önce kökler toplamı ardından kökler çarpımı birbirine eşitlenir.)

Soru :
$$\left. \begin{aligned} 3x^2 + (-m + 1)x + n &= 0 \\ 2x^2 + (-2 - m)x + n + 1 &= 0 \end{aligned} \right\} \begin{array}{l} \text{denklemlerinin} \\ \text{\underline{kökleri aynı} ise} \end{array}$$

$m \cdot n = ?$

Soru: $x^2 + (m - 3)x + k - 1 = 0$ denkleminin bir kökü -4 ,
 $x^2 - mx + n = 0$ denkleminin bir kökü 5 olup iki denklemin di-
ğer kökleri ortaktır. Buna göre $k . m . n = ?$ (Ortak kök t olsun.)

Soru : $x^2 + (2 - 2m)x + k = 0$ denkleminin bir kökü 1 ,
 $x^2 + 2mx + n = 0$ denkleminin bir kökü - 1 olup iki denklemin
diğer kökleri ortaktır. Buna göre $k + m + n = ?$

Soru : $x^2 + kx - 2x - 4 = 0$ ile $x^2 + kx + 2x + 12 = 0$

denklemlerinin birer kökü ortak ise $k = ?$ (İki denklem taraf
tarafa çözülür ve ortak kök bulunur. Kök denklemi sağlar.)

Soru: $x^2 + (k - 2)x - 2 = 0$ ile $x^2 + (k + 3)x - 7 = 0$
denklemlerinin birer kökü ortak ise $k = ?$

Kökleri Verilen İkinci Dereceden Bir Bilinmeyenli Denklemi Bulma

x_1 ve x_2 iki kök olsun. $T = x_1 + x_2$ ve $\mathcal{C} = x_1 \cdot x_2$

olmak üzere, kökleri x_1 ve x_2 olan ikinci dereceden bir bilinmeyenli denklem $x^2 - Tx + \mathcal{C} = 0$ eşitliği ile bulunur.

Soru: Kökleri 7 ve -3 olan ikinci dereceden bir bilinmeyenli denklemi bulunuz.

Soru : Aşağıda kökleri verilen ikinci dereceden bir bilinmeyenli denklemi bulunuz.

A) - 15 ve 8

$$\textcolor{red}{\mathcal{B}}) \quad \frac{2}{3} \text{ ve } - \frac{1}{2}$$

$$c) -\frac{3}{4} \text{ ve } -\frac{5}{3}$$

D) – 6

(Çakışık kök)

Not: ***A***) İkinci dereceden bir bilinmeyenli denklemin köklerinden biri $a + \sqrt{b}$ ise diğer kök $a - \sqrt{b}$ (verilen kökün eşleniği) olarak alınır.

Soru: Bir kökü $4 + \sqrt{3}$ olan ikinci dereceden bir bilinmeyenli denklemi bulunuz.

Soru : Aşağıda bir kökü verilen ikinci dereceden bir bilinmeyenli denklemi bulunuz.

$$\textcolor{red}{A)} - 6 - \sqrt{7}$$

$$\textcolor{red}{B}) \quad 4 - 2\sqrt{5}$$

Not : **B)** İkinci dereceden bir bilinmeyenli denklemin köklerinden biri $a + bi$ ise diğer kök $a - bi$ (verilen kökün eşle- niği) olarak alınır.

Soru : Aşağıda bir kökü verilen ikinci dereceden bir bilinmeyenli denklemi bulunuz.

A) $5 + 2i$

$$\textcolor{red}{B}) \quad -4i - 6$$

Soru : $x^2 - 3x - 5 = 0$ denkleminin kökleri x_1 ve x_2 olsun.
Kökleri $x_1 - 2$ ve $x_2 - 2$ olan yeni denklemi bulunuz.

Soru: $x^2 + 6x - 8 = 0$ denkleminin kökleri x_1 ve x_2 olsun.
Kökleri $2x_1 + 1$ ve $2x_2 + 1$ olan yeni denklemi bulunuz.

Soru : $4x^2 - 5x - 3 = 0$ denkleminin köklerinin çarpmaya göre tersini kök kabul eden yeni denklemi bulunuz.

(Bu bölümde işlenecek olan konuların, matematik müfredat programındaki yeri altta gösterilmiştir.)

10. 5. DÖRTGENLER ve ÇOKGENLER

10. 5. 1. Çokgenler

Terimler ve Kavramlar : Çokgen, düzgün çokgen

10. 5. 1. 1. Çokgen kavramını açıklayarak işlemler yapar.

A) İçbükey çokgenlere girilmez.

B) Düzgün çokgenlerden bahsedilir, iç ve dış açılarının ölçüleri bulunur.

C) Çokgenlerin köşegenleri ile ilgili özelliklere ve alan problemlerine yer verilmez.

10. 5. 2. Dörtgenler ve Özellikleri

Terimler ve Kavramlar : Dışbükey dörtgen, içbükey dörtgen, köşegen, çevre, alan

Sembol ve Gösterimler : \square (ABCD) , A (ABCD)

10. 5. 2. 1. Dörtgenin temel elemanlarını ve özelliklerini açıklayarak problemler çözer.

A) Dışbükey ve içbükey dörtgen kavramları açıklanır.

Bundan sonra dörtgen denildiğinde dışbükey dörtgen anlaşılmalıdır.

B) Dörtgenin iç ve dış açılarının ölçüleri toplamı bulunur.

C) Dörtgenin çevresi ve alanı üzerinde durulur.

5. ÜNİTE : ÇOKGENLER

Çokgenler ve Çokgenlerde Açılar

Kural: *A)* n kenarlı bir çokgenin iç açılarının ölçüleri

toplamı $(n - 2) \cdot 180^\circ$ ifadesi ile bulunur.

B) n kenarlı bir çokgenin iç açı ölçülerinin aritmetik

ortalaması $\frac{(n - 2) \cdot 180^\circ}{n}$ ifadesi ile bulunur.

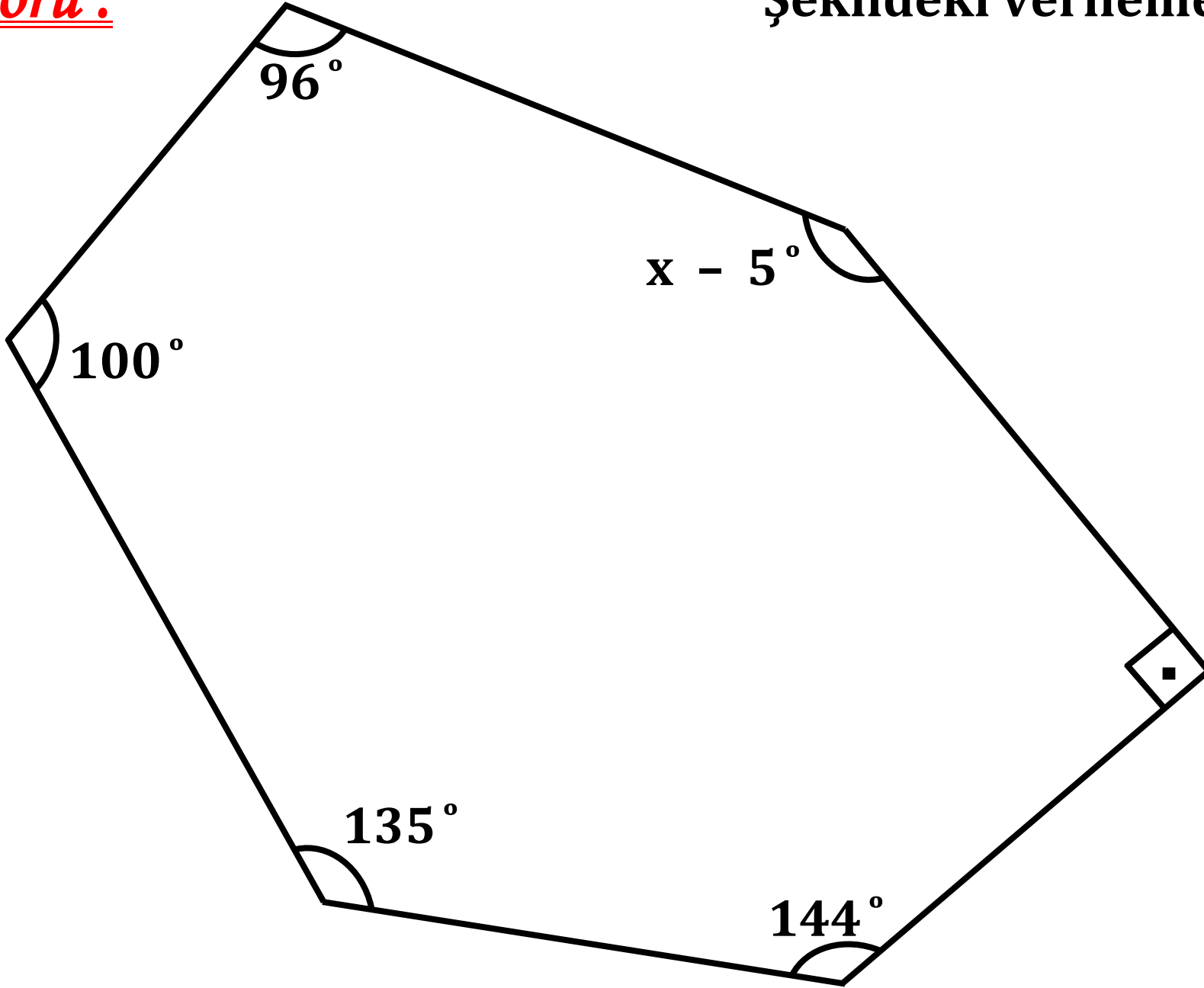
C) Çokgende iç açılarının bütünleri olan dış açılarının ölçüleri

toplamı 360° 'dir.

*** Çokgende, kenar sayısı iç açı sayısına eşittir.

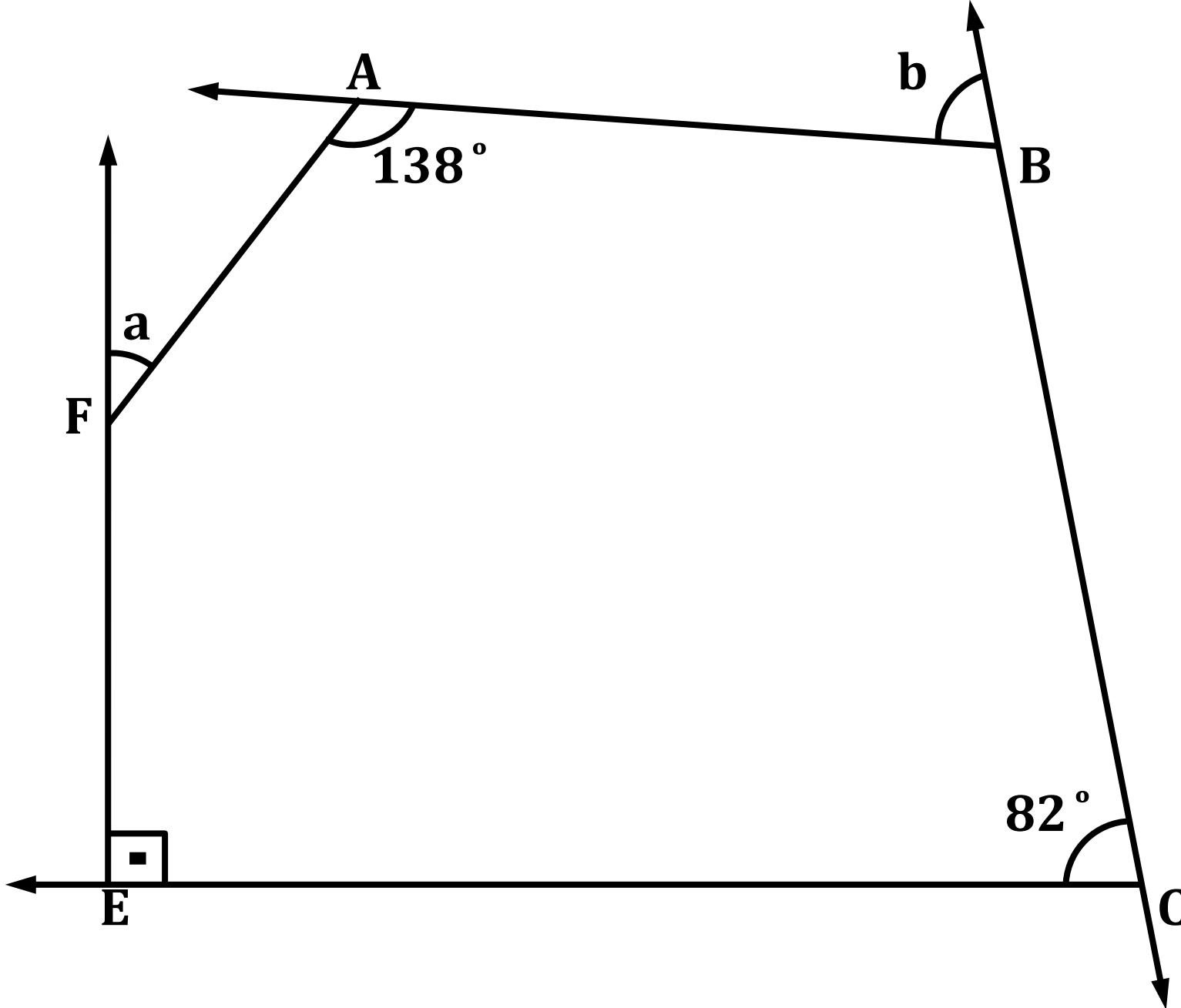
Soru :

Şekildeki verilene göre $x = ?$



Soru :

Verilenlere göre $a + b = ?$



Soru : Dış bükey bir beşgende dış açı ölçüleri sırası ile 2 , 3 , 4 , 5 ve 6 ile doğru orantılı ise bu çokgendeki en büyük iç açının ölçüsü kaç derecedir ?

Soru : İç açılarının ölçüleri toplamı 1080° olan bir çokgenin kenar sayısını bulunuz.

Soru : İç açı ölçülerinin aritmetik ortalaması 140° olan bir çokgenin kenar sayısını bulunuz.

Soru : İç açıları ölçüleri toplamı, dış açı ölçüleri toplamının 4 katı olan bir çokgenin kenar sayısını bulunuz.

Soru : **Ardışık** iç açıların ölçüleri arasındaki farkın 20° olduğu bir altıgendeki en büyük iç açının ölçüsünü bulunuz.

Soru : Bir ongenin iç açılarından birinin ölçüsü 135° 'dir. Diğer iç açıların ölçüleri eşit ise bu açının ölçüsünü bulunuz.

Soru : Bir çokgende iki iç açının ölçüsü 140° ve 160° 'dir. Diğer iç açılarının ölçüsü birbirine eşit olup ölçüsü 150° 'dir. Buna göre bu çokgen kaç kenarlıdır ?

Soru : Bir çokgende üç iç açının ölçüsü 100° , 110° ve 120° 'dir. Diğer iç açılarının ölçüsü birbirine eşit olup ölçüsü 130° 'dir. Buna göre bu çokgen kaç kenarlıdır ?

Düzgün Çokgen

Bütün kenar uzunlukları aynı ve tüm iç açılarının ölçüsü birbirine eşit olan çokgene “ düzgün çokgen ” adı verilir.

Kural 1: *A*) n kenarlı düzgün bir çokgende bir dış açının

ölçüsü $\frac{360^\circ}{n}$ olarak bulunur.

B) n kenarlı düzgün bir çokgende bir iç açının ölçüsü

$\frac{(n - 2) \cdot 180^\circ}{n}$ olarak bulunur.

Soru : 9 kenarlı düzgün çokgende bir iç açı ile dış açının ölçüsünün farkını bulunuz.

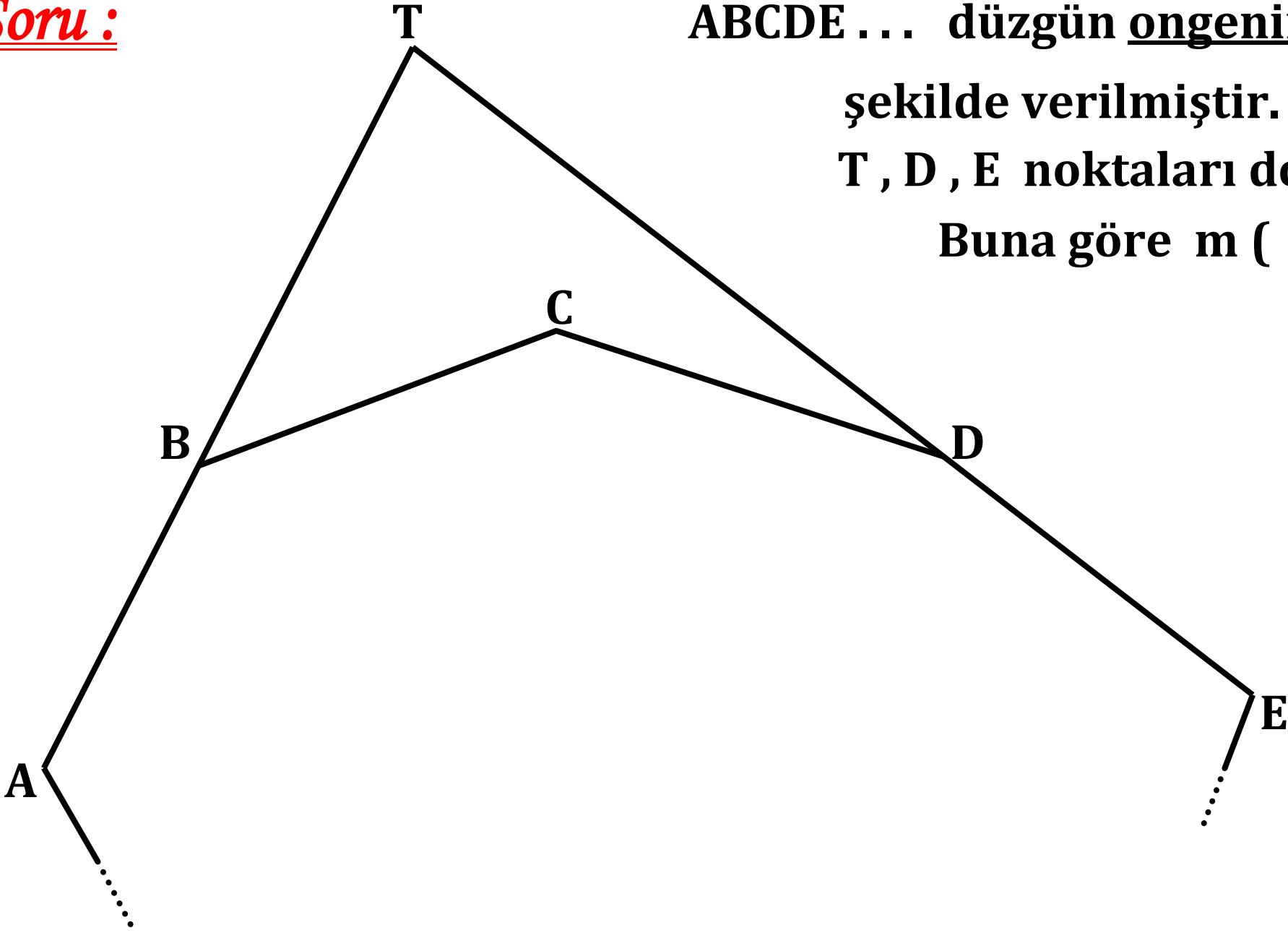
Soru : Bir iç açısının ölçüsü 160° olan düzgün çokgen kaç kenarlıdır ?

Soru : Bir dış açısının ölçüsünün, bir iç açısının ölçüsüne oranı $\frac{1}{4}$ olan düzgün çokgen kaç kenarlıdır ?

Soru : Bir düzgün çokgenin bir dış açısı α ve $24^\circ < \alpha < 45^\circ$ olduğuna göre bu çokgen en fazla kaç kenarlı olmalıdır ?

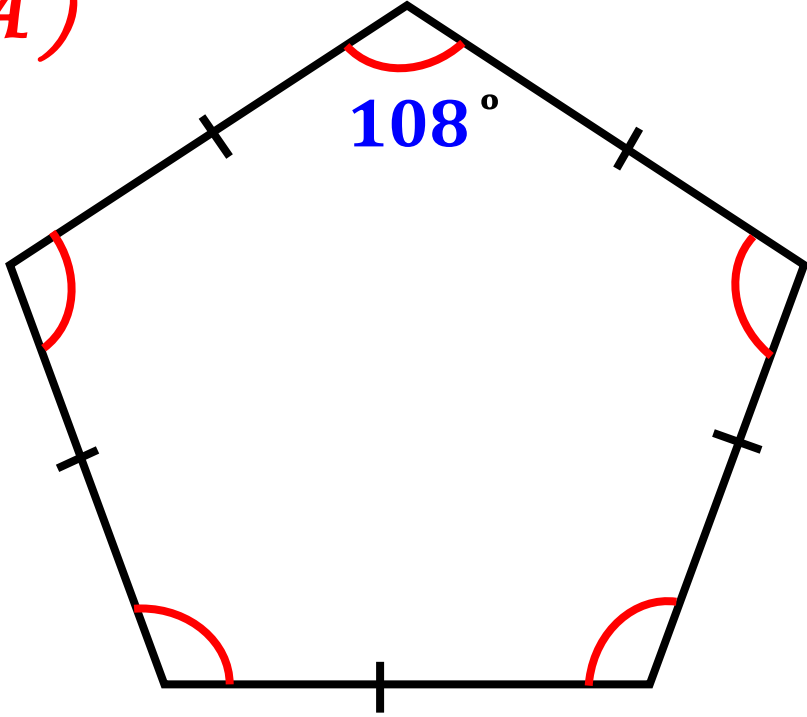
Soru :

ABCDE ... düzgün ongenin bir kısmı
şekilde verilmiştir. A , B , T ve
T , D , E noktaları doğrusaldır.
Buna göre $m (\widehat{BTD}) = ?$



Kural 2: (Düzgün Beşgen)

A)

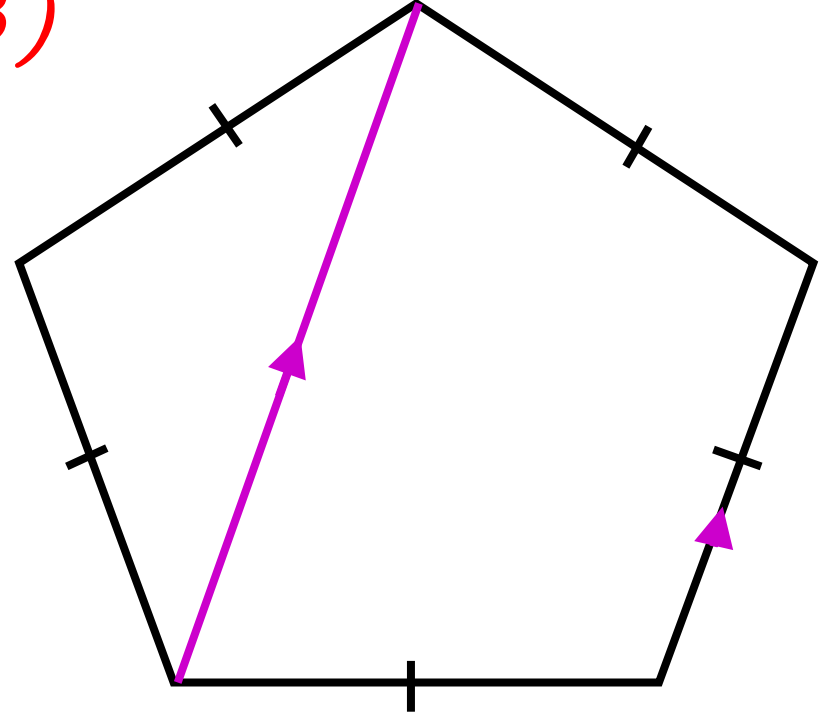


Düzgün beşgende bir

iç açının ölçüsü

108° 'dir.

B)

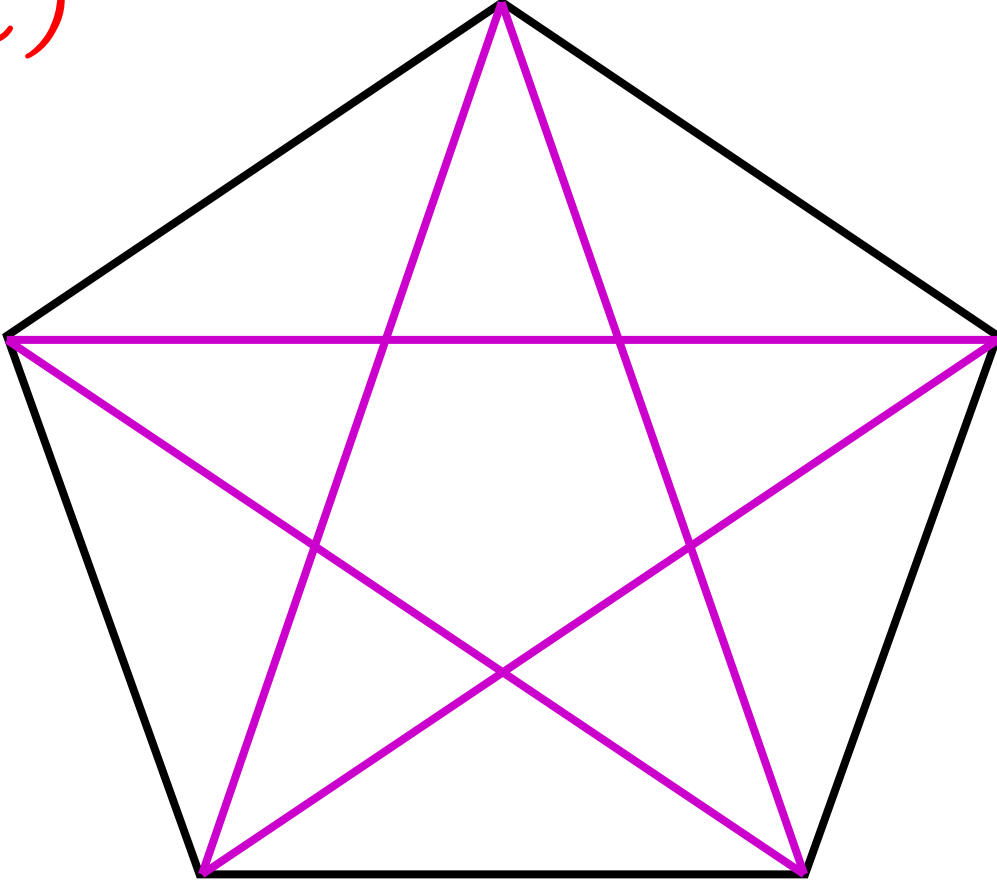


Düzgün bir beşgende

herhangi bir köşegen karşısındaki

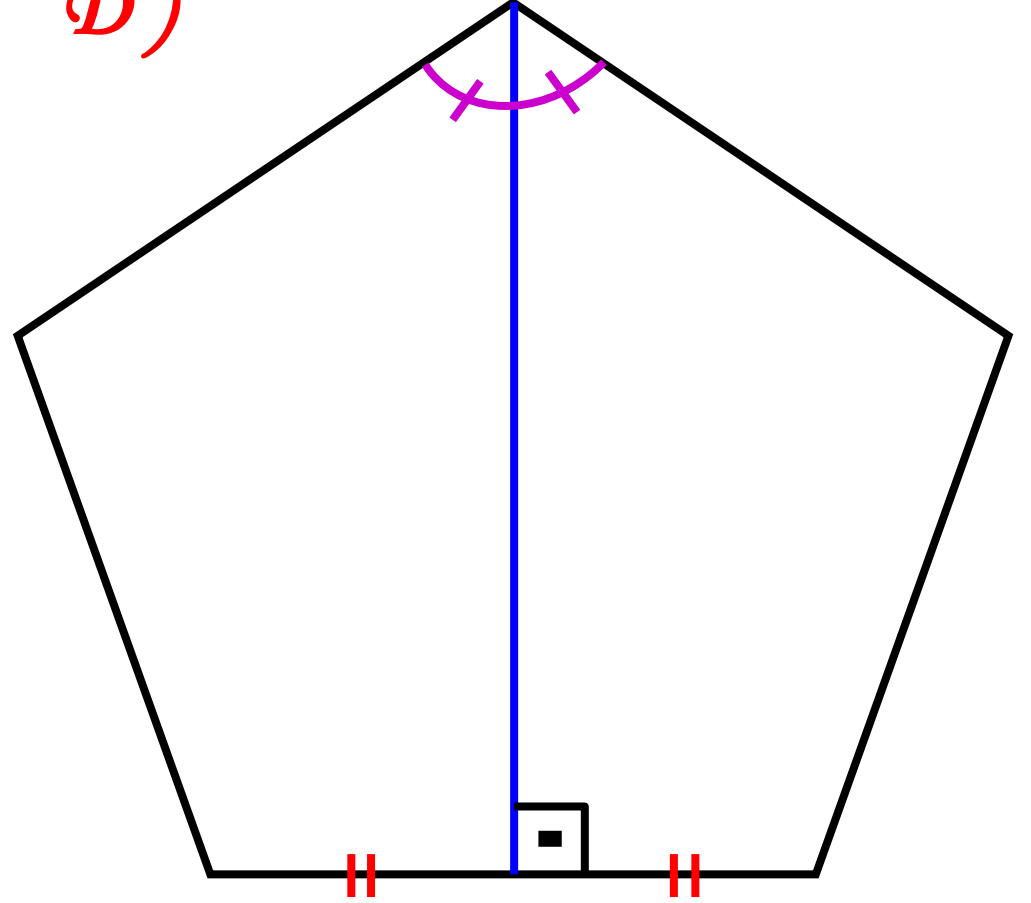
kenara paraleldir.

C)



**Düzgün beşgende köşegenler
birbirine eşittir.**

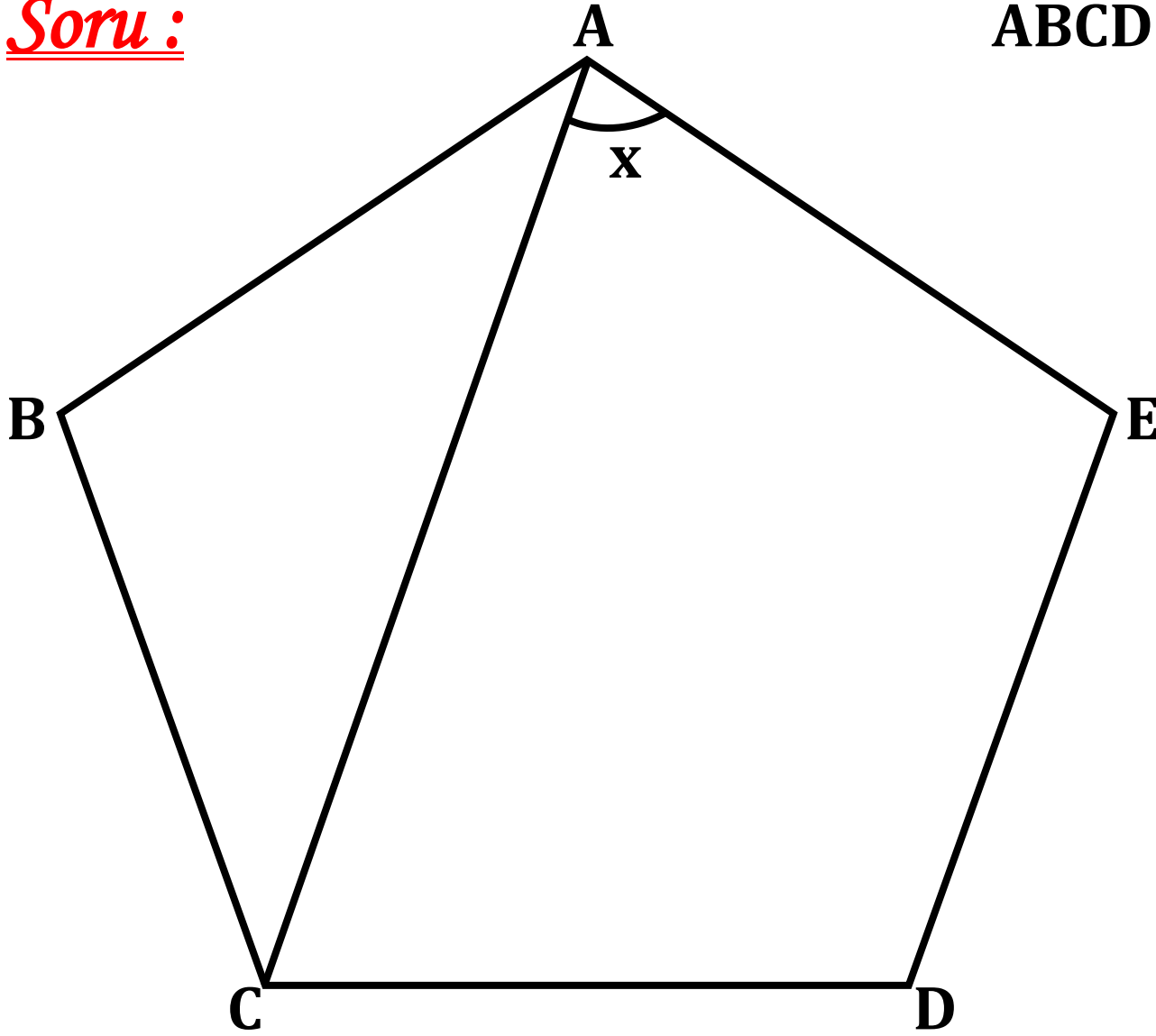
D)



**Düzgün beşgende bir
köşeden indirilen dikme hem
açıortay hem de kenarortaydır.**

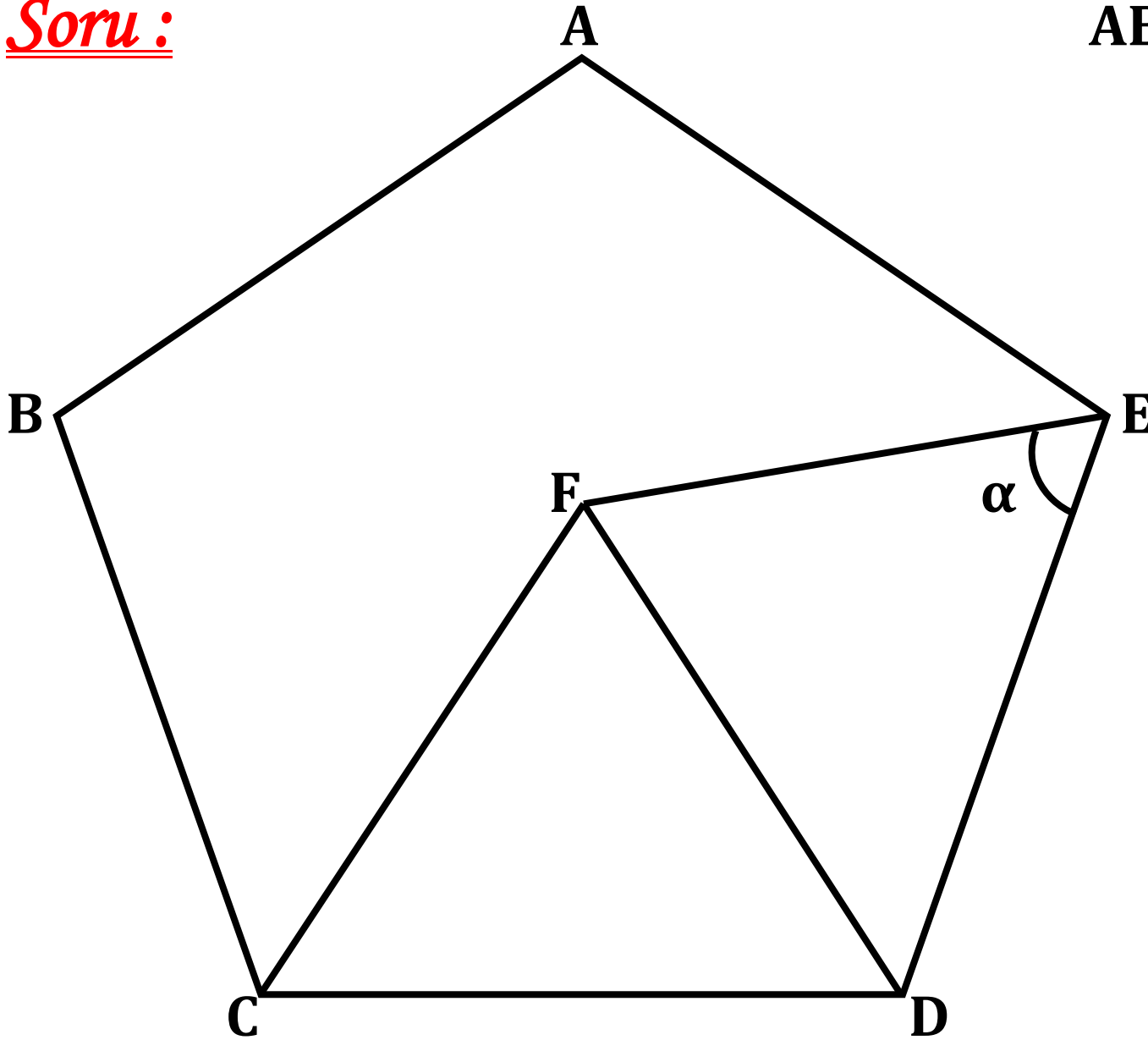
Soru :

ABCDE düzgün beşgen ise $x = ?$



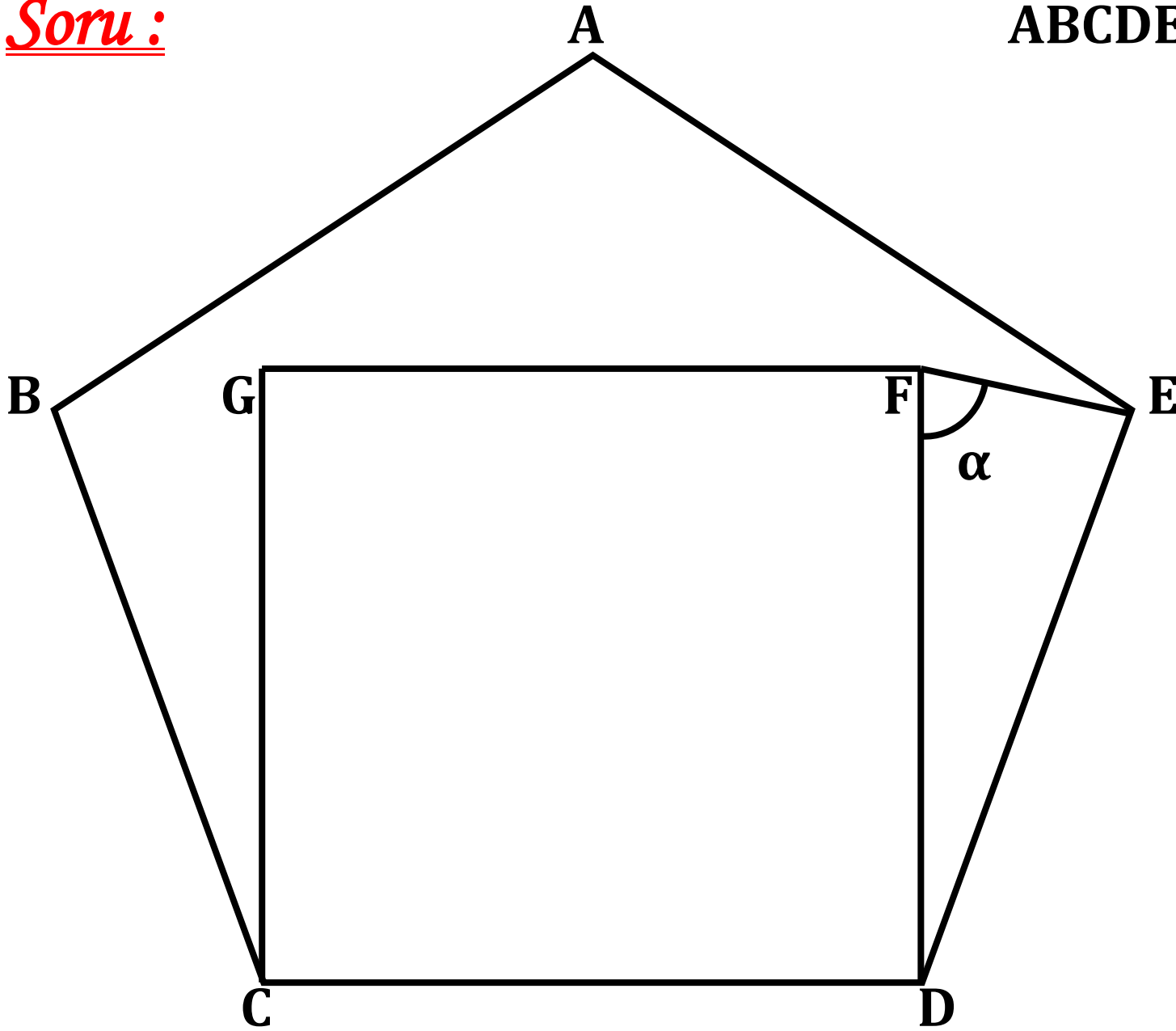
Soru :

ABCDE düzgün beşgen, CDF
eşkenar üçgen ise $\alpha = ?$



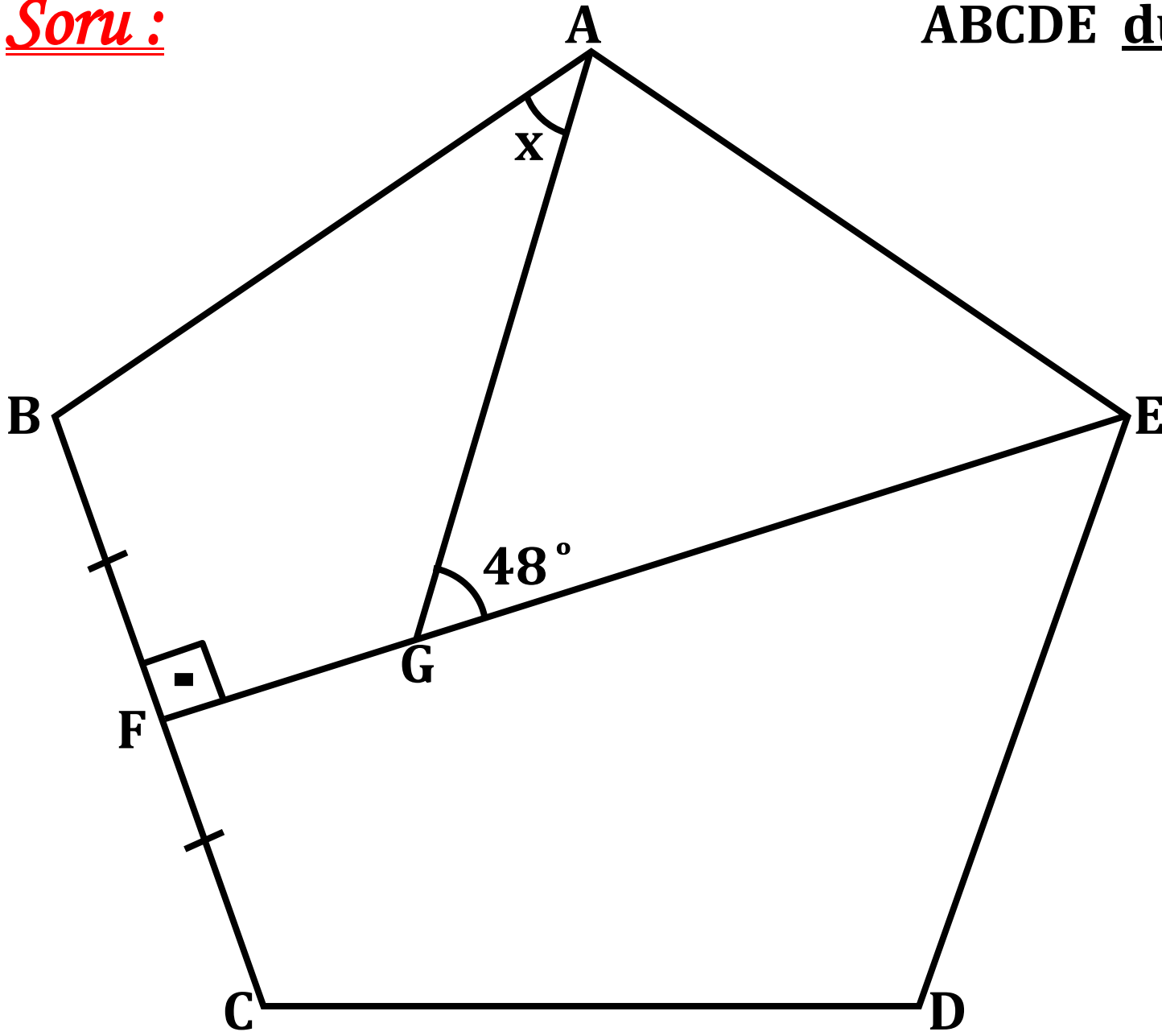
Soru :

ABCDE düzgün beşgen, CDFG
kare ise $\alpha = ?$



Soru :

ABCDE düzgün beşgen ise $x = ?$

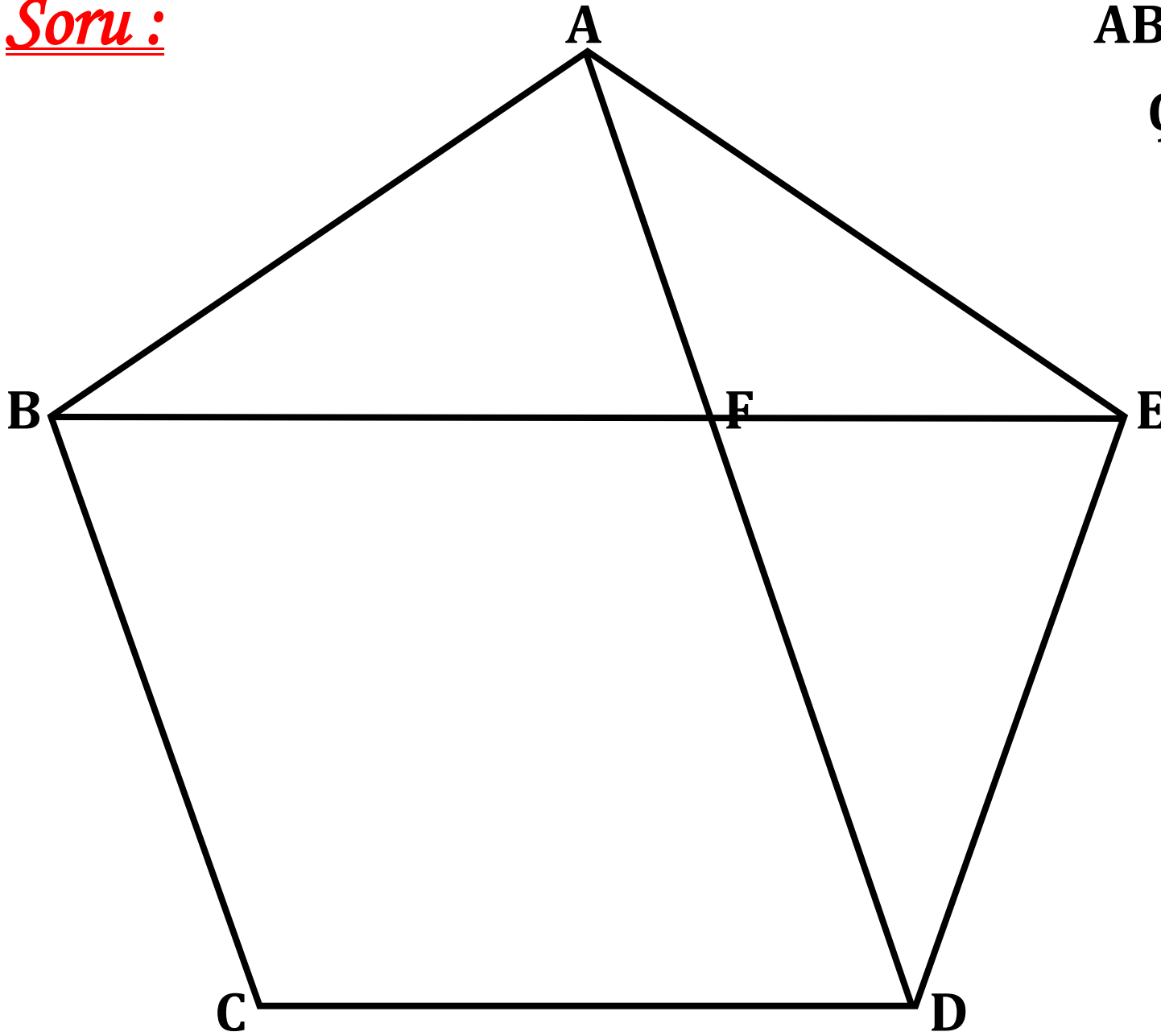


Soru :

ABCDE düzgün beşgen ve

$\angle (BCDF) = 20$ br ise

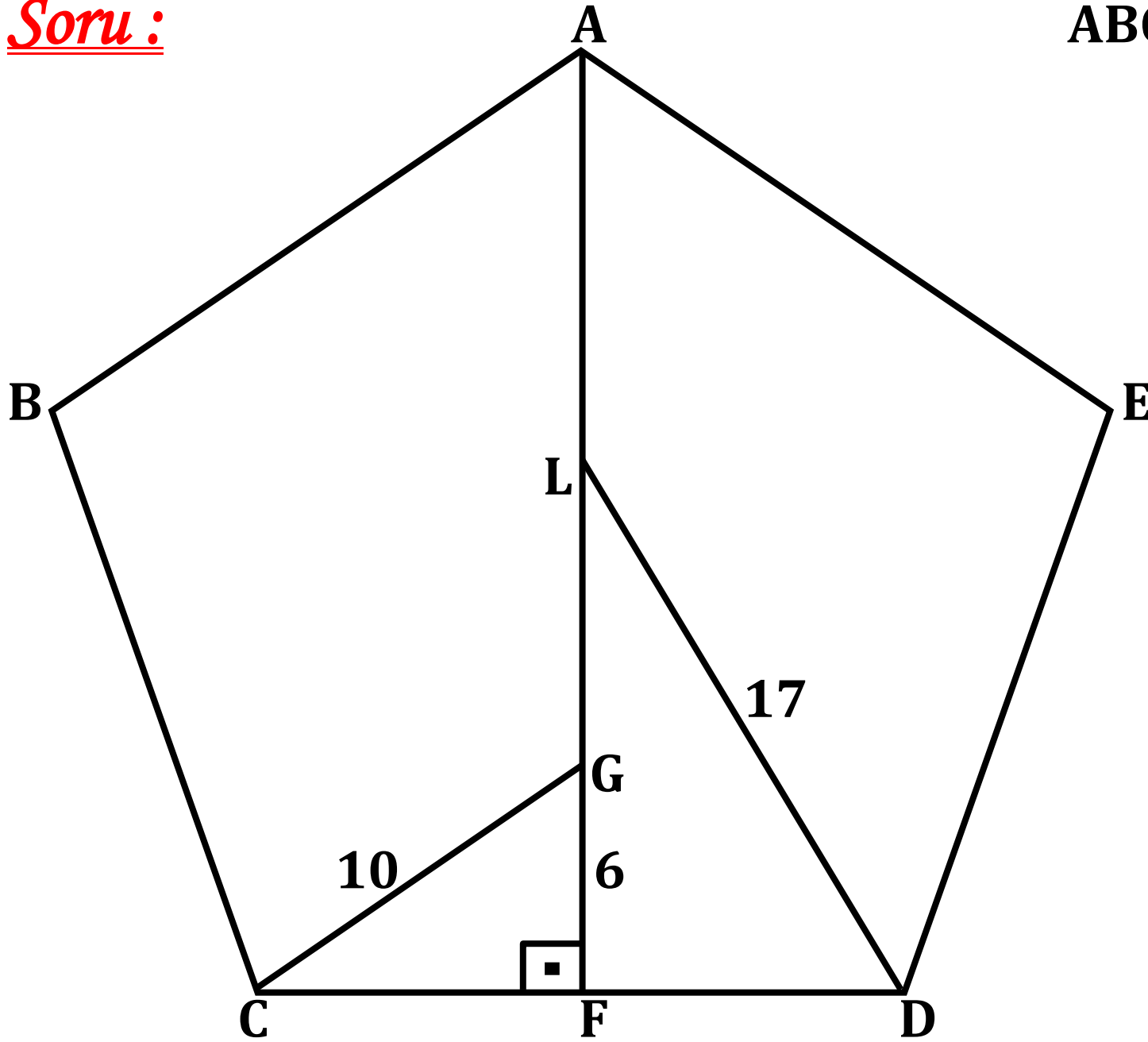
$\angle (ABCDEF) = ?$



Soru :

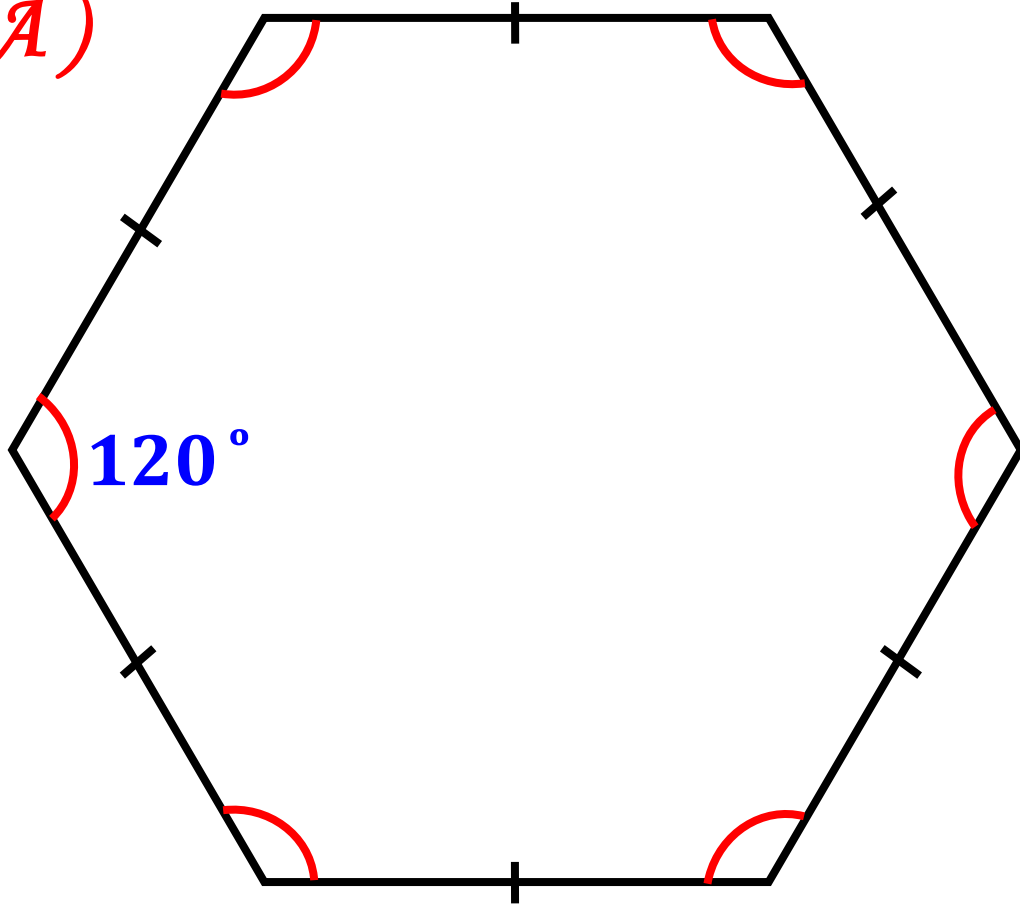
ABCDE düzgün beşgen ise

$$| LG | + | FD | = ?$$



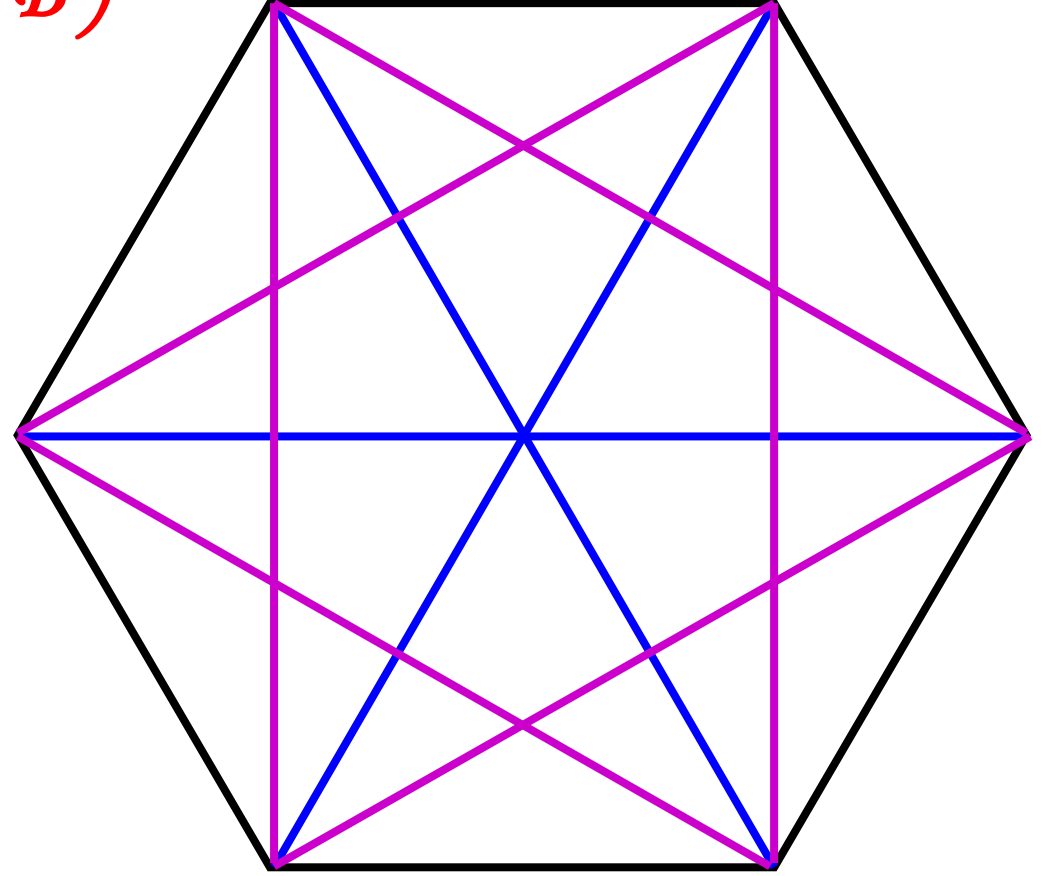
Kural 3: (Düzgün Altıgen)

A)



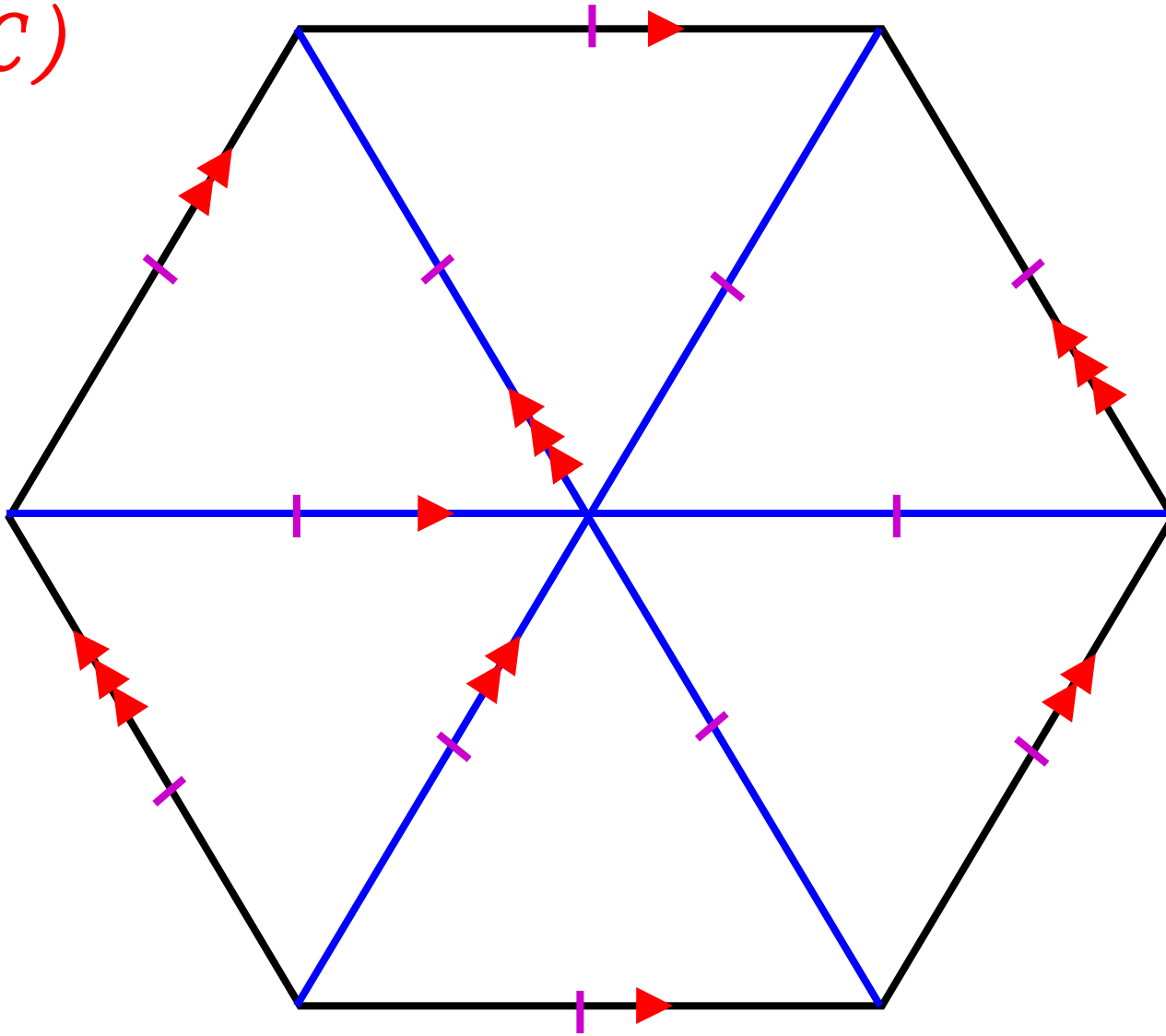
Düzgün altıgende bir iç
açının ölçüsü 120° 'dir.

B)



Düzgün altıgende; 6 tane
eş kısa köşegen, 3 tane de eş
uzun köşegen vardır.

c)



Düzgün altıgende uzun
köşegenler çizildiğinde

6 tane eş eşkenar

üçgen oluşur. 1) Uzun

köşegenler aynı yönlü
olan tabanlara

paraleldir. 2) Uzun

köşegen uzunluğu,

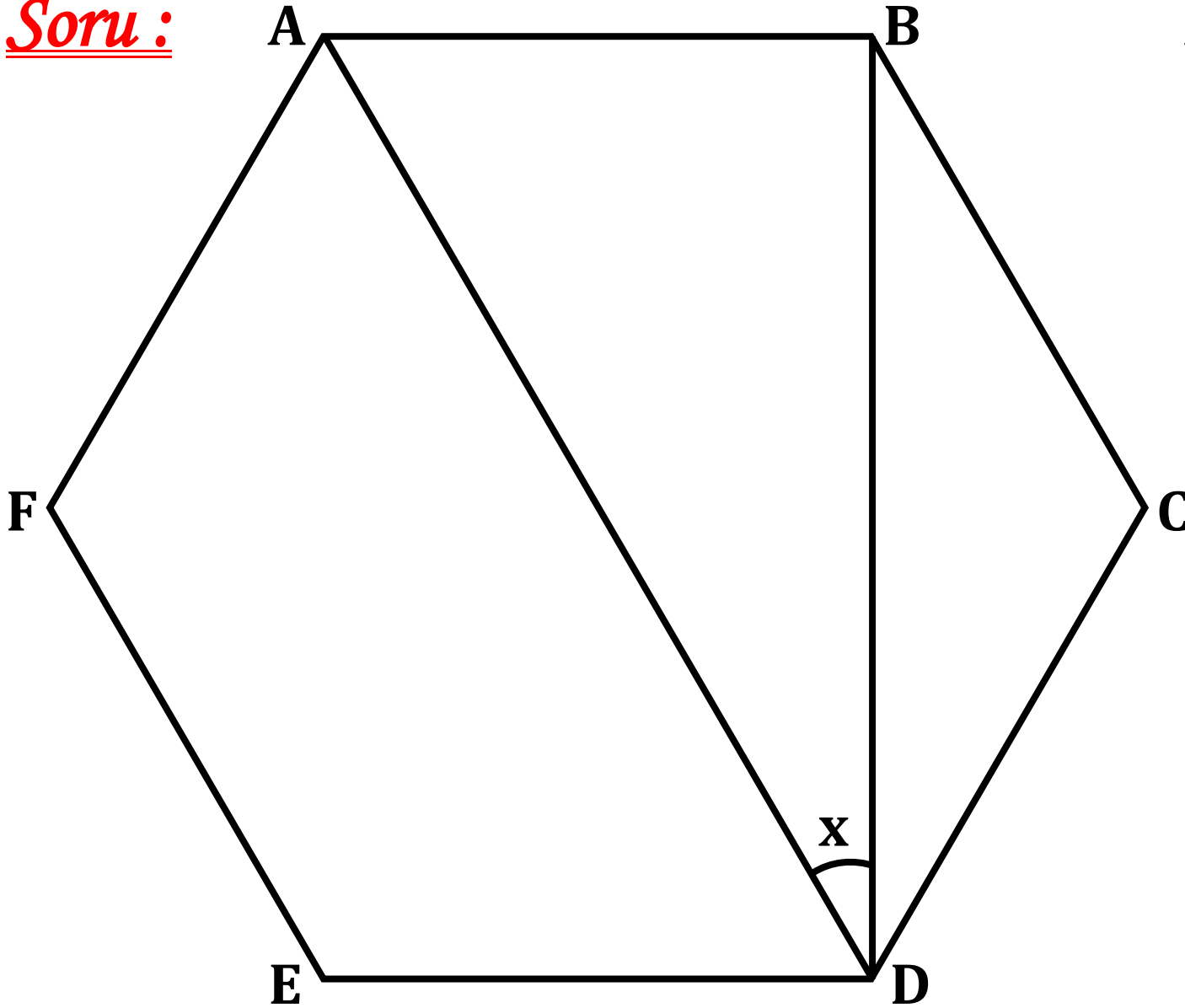
altıgenin taban uzunluğunun

2 katına eşittir.

Soru :

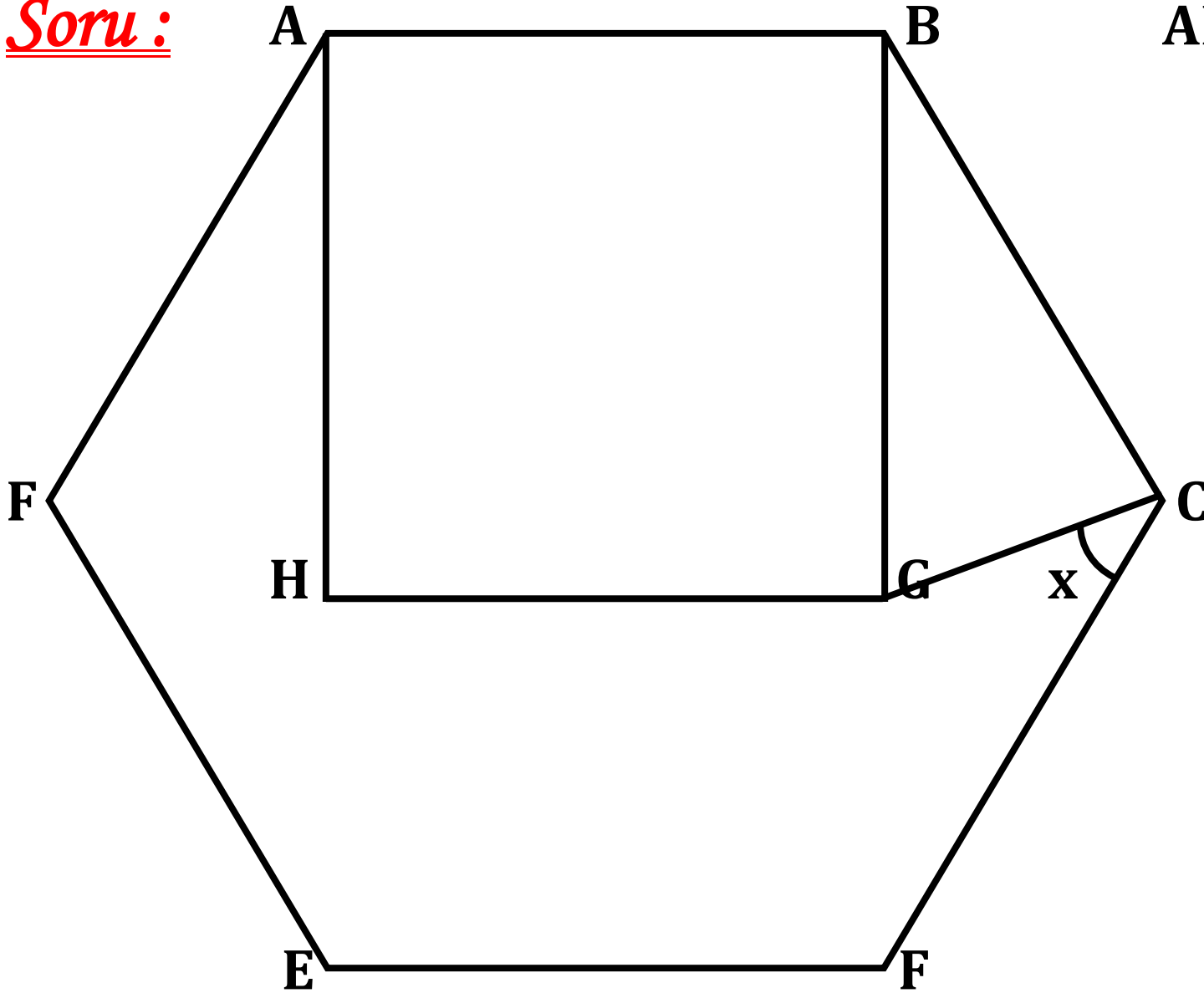
ABCDEF düzgün altıgen

ise $x = ?$



Soru :

ABCDEF düzgün altıgen,
ABGH kare ise $x = ?$

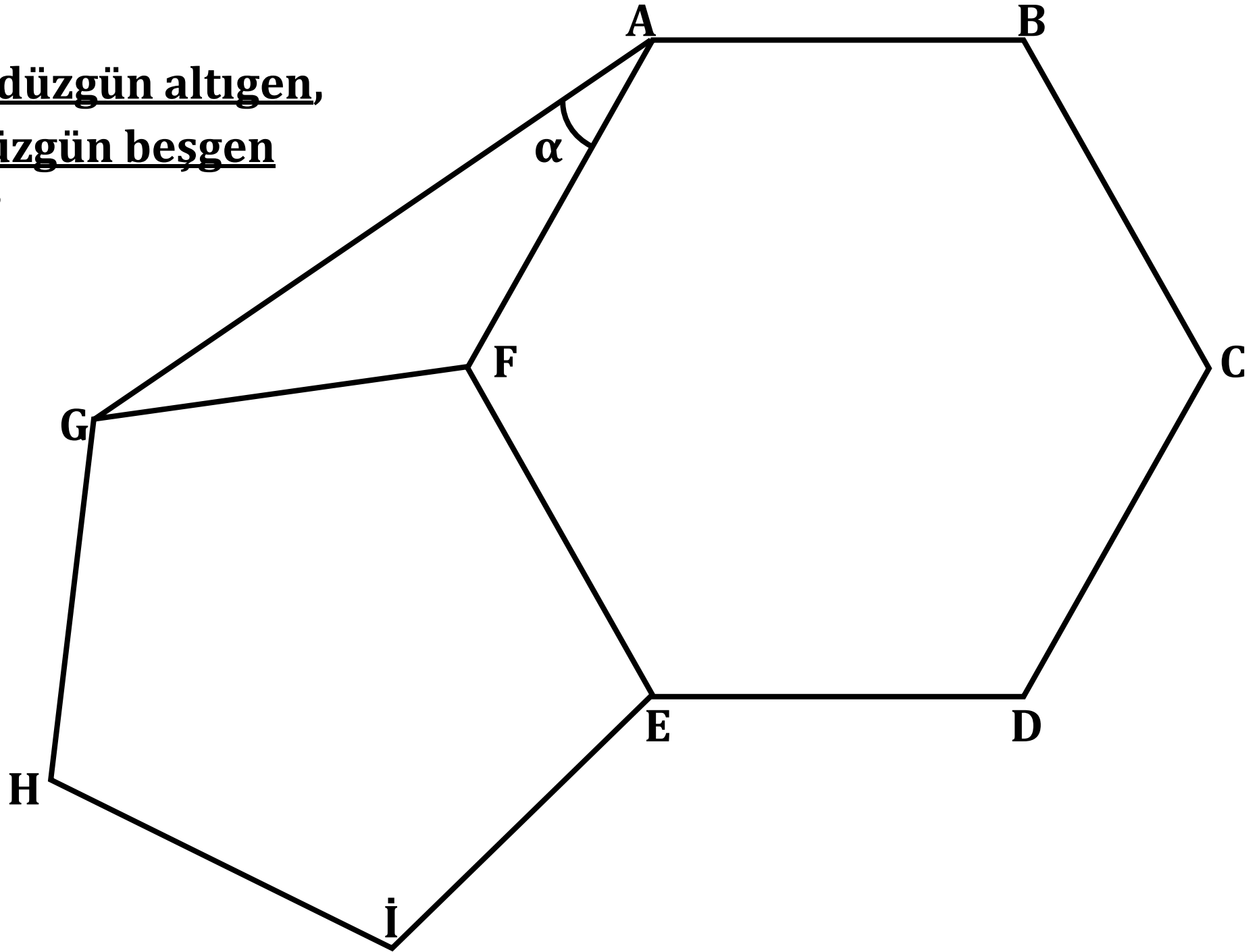


Soru :

ABCDEF düzgün altıgen,

EFGHI düzgün beşgen

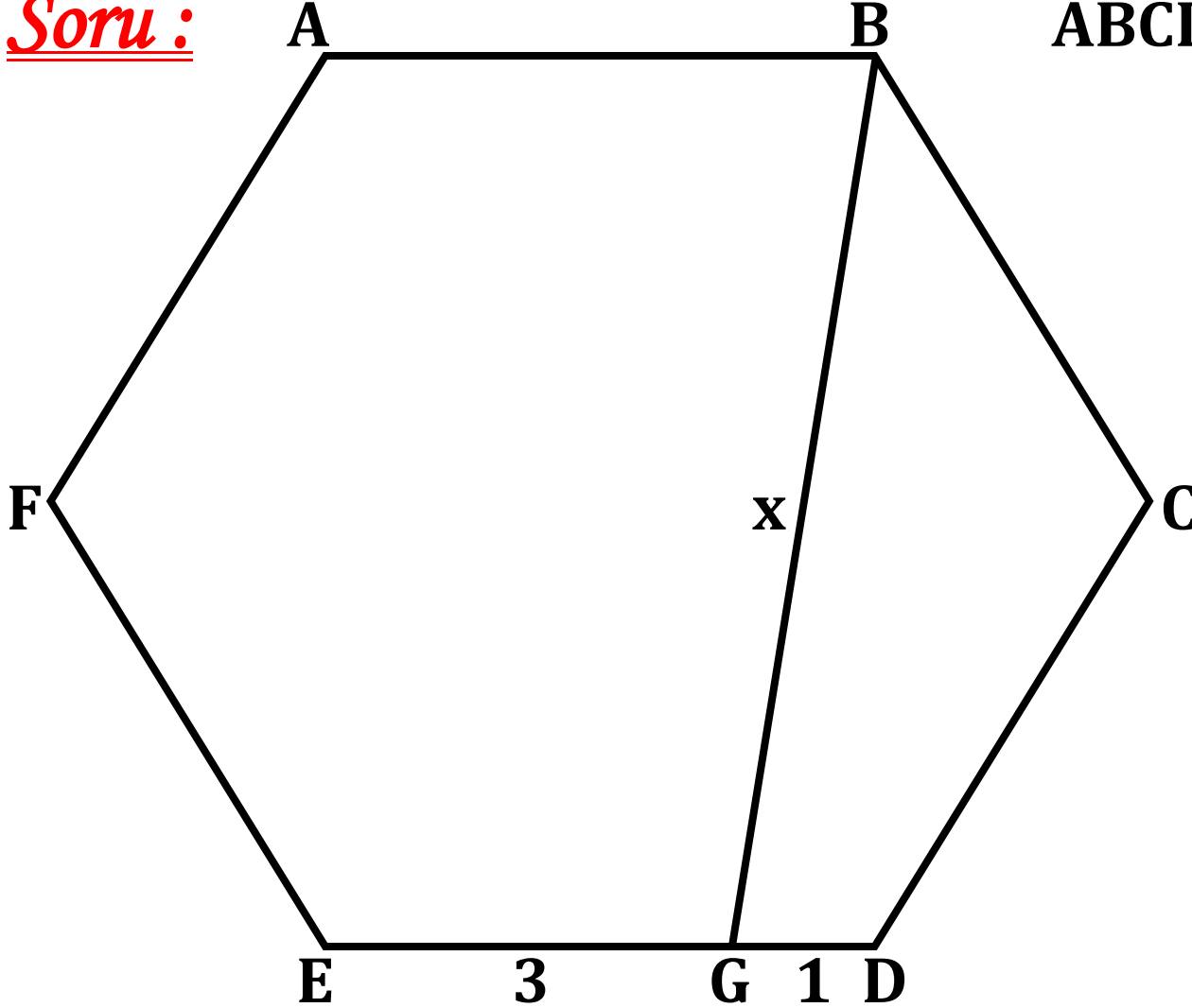
ise $\alpha = ?$



Hatırlatma : $30^\circ - 30^\circ - 120^\circ$ üçgeninde; 30° 'nin gördüğü kenar uzunluğu **x** br ise, 120° 'nin gördüğü kenar uzunluğu **$x\sqrt{3}$** br'dir.

Soru :

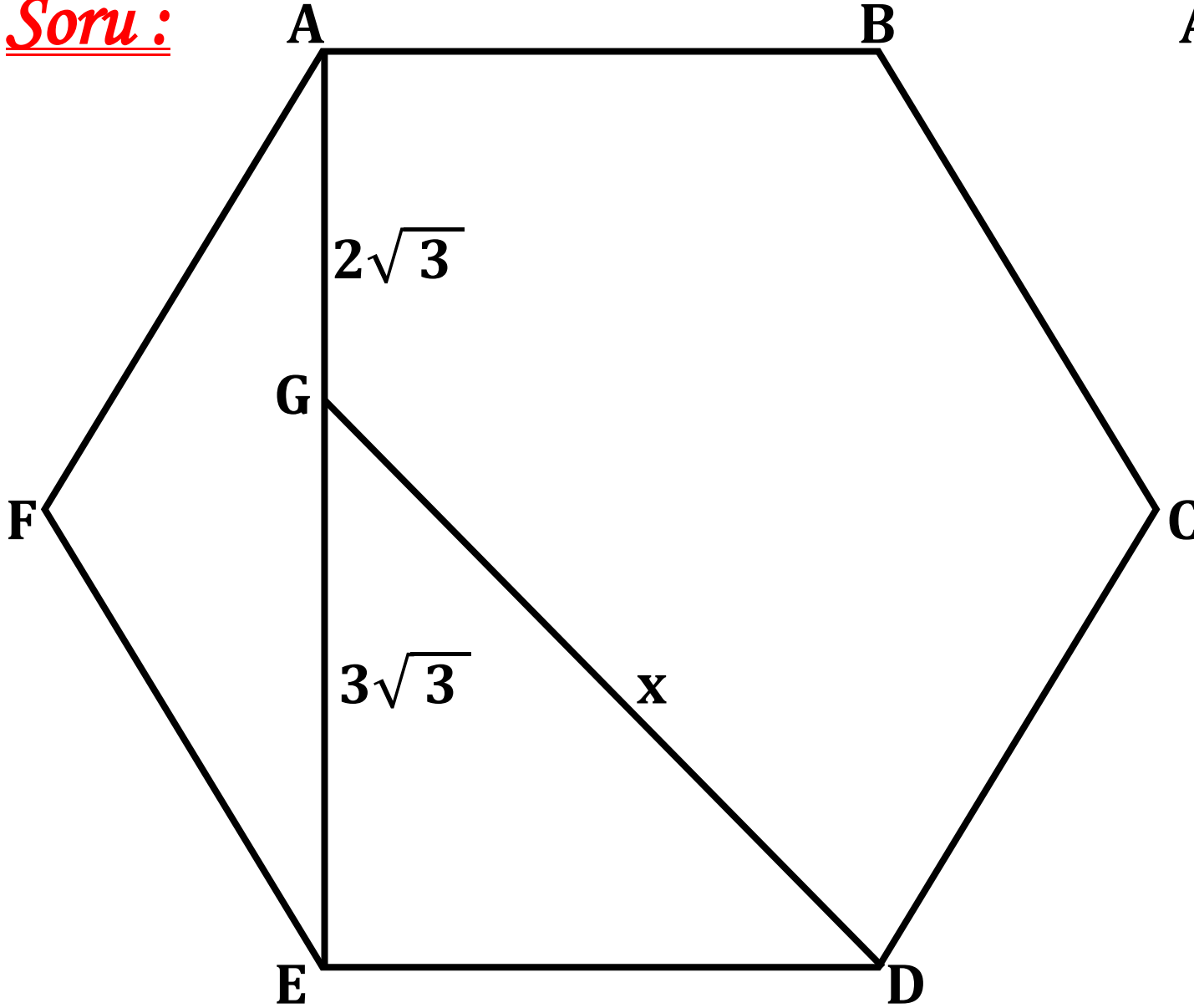
ABCDEF düzgün altıgen ise $x = ?$



Soru :

ABCDEF düzgün altıgen

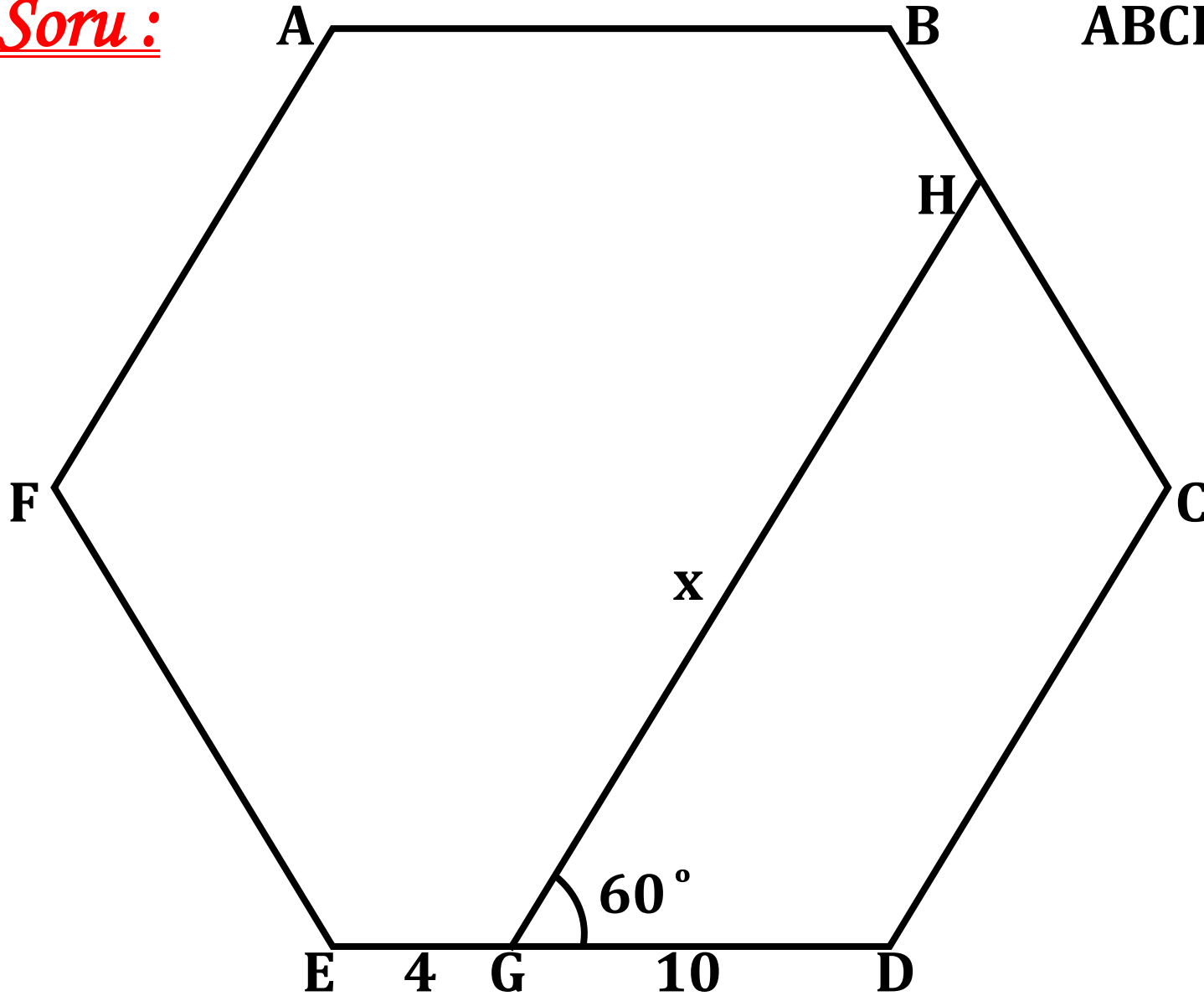
ise $x = ?$



Soru :

ABCDEF düzgün altıgen ise

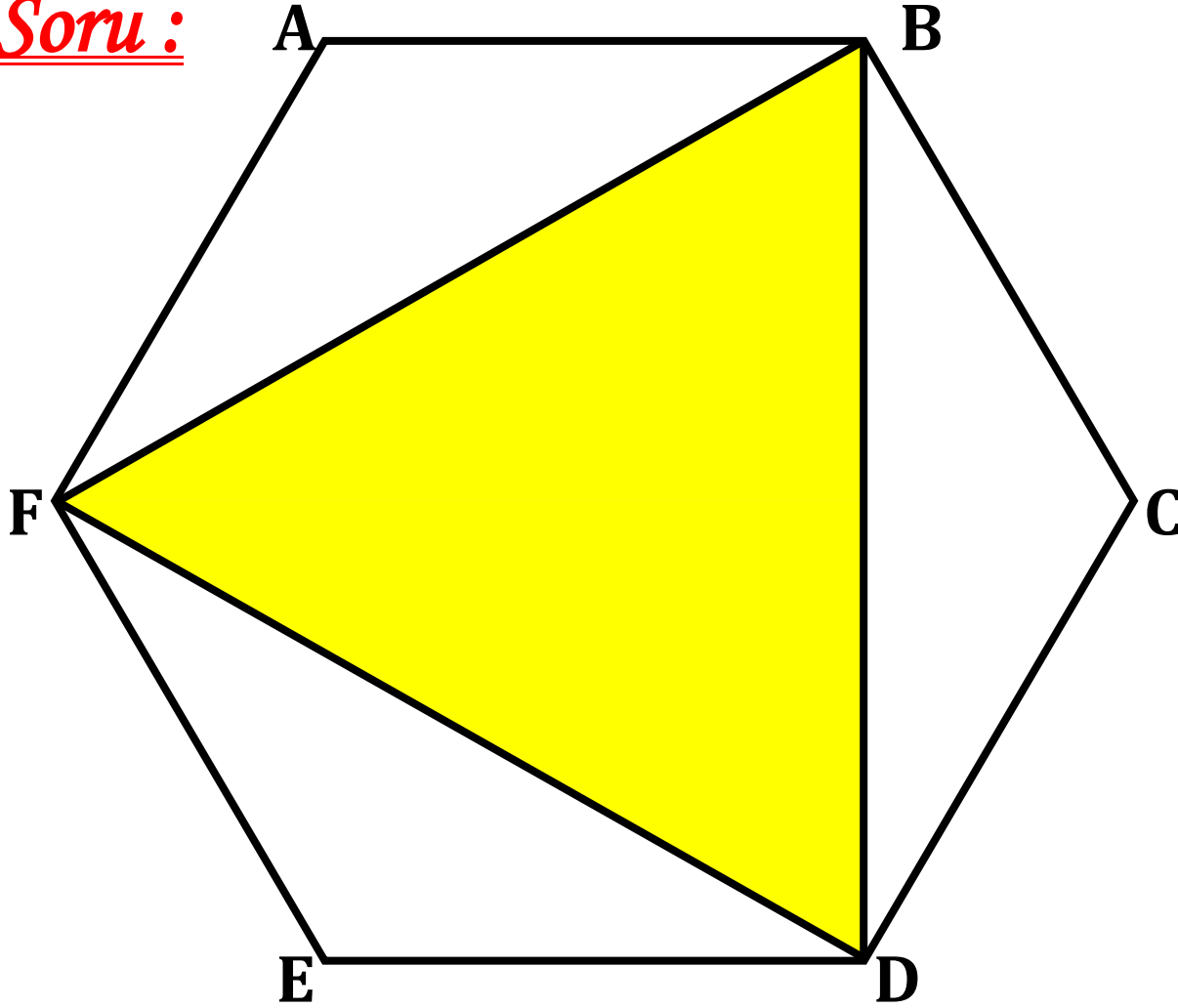
$x = ?$



(C ile D'yi uzat ve birleştir. Oluşan özel üçgenlerden x bulunur.)

~ 889 ~

Soru :



ABCDEF düzgün altıgen olup

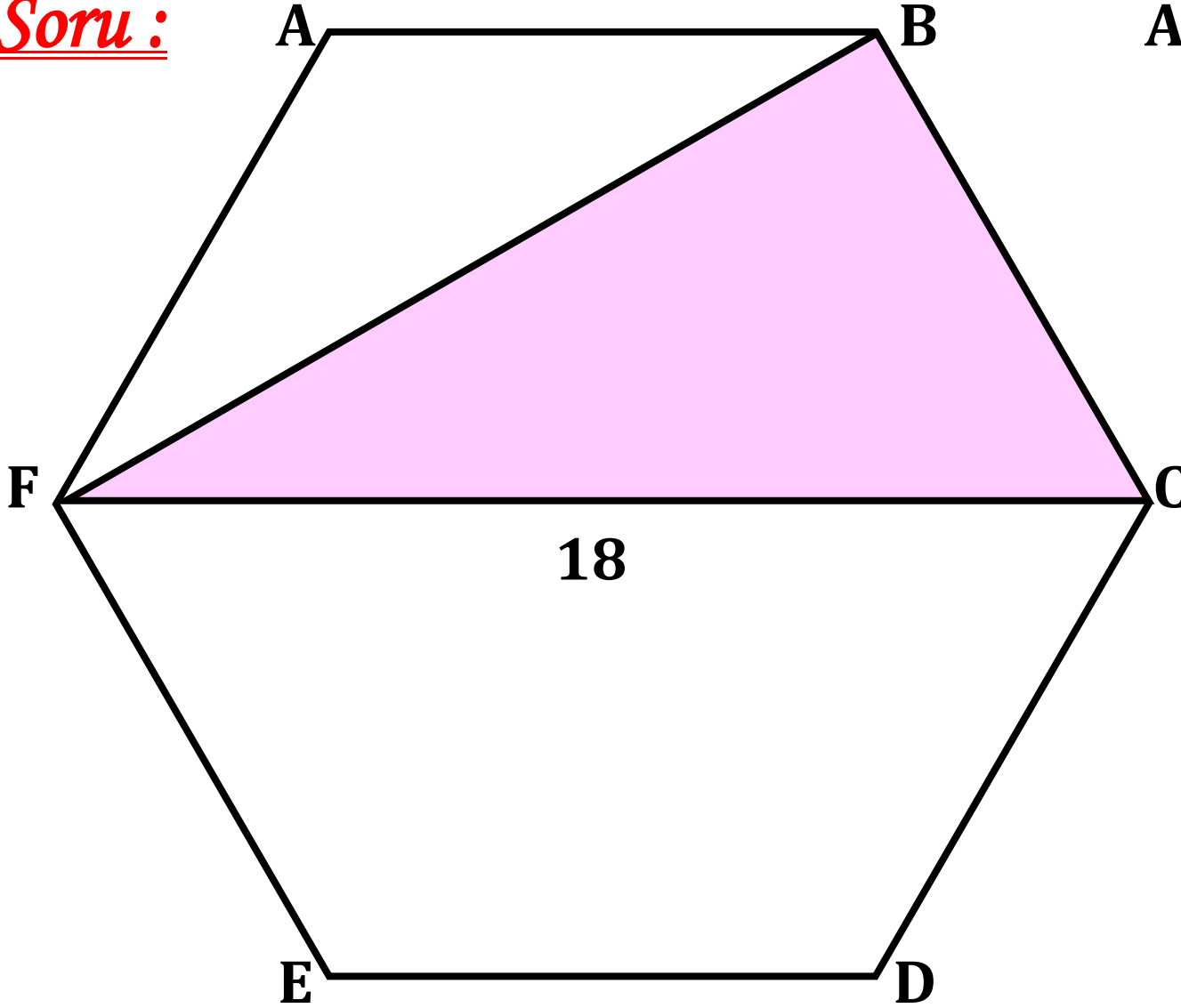
$\angle (ABCDEF) = 36$ br ise

A) $\angle (BDF) = ?$

B) $\Delta A (BDF) = ?$

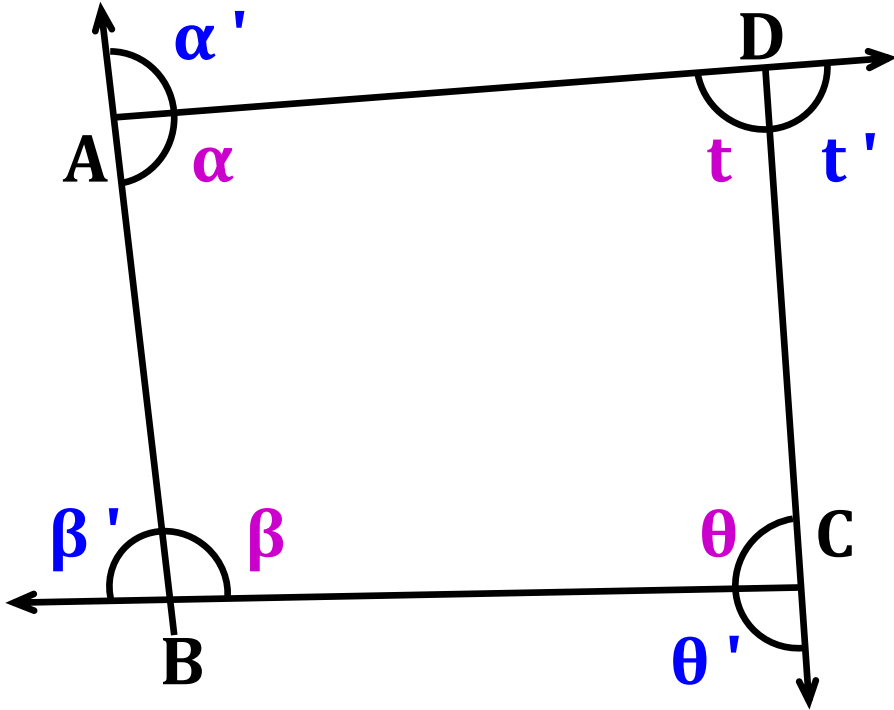
Soru :

**ABCDEF düzgün altıgen ise
boyalı bölgenin alanını
bulunuz.**



Dörtgenler Ve Özellikleri

Kural 1:



ABCD dörtgeninde ;

1) İç açılarının ölçüleri toplamı 360° 'dir.

$$\alpha + \beta + t + \theta = 360^\circ \text{ 'dir.}$$

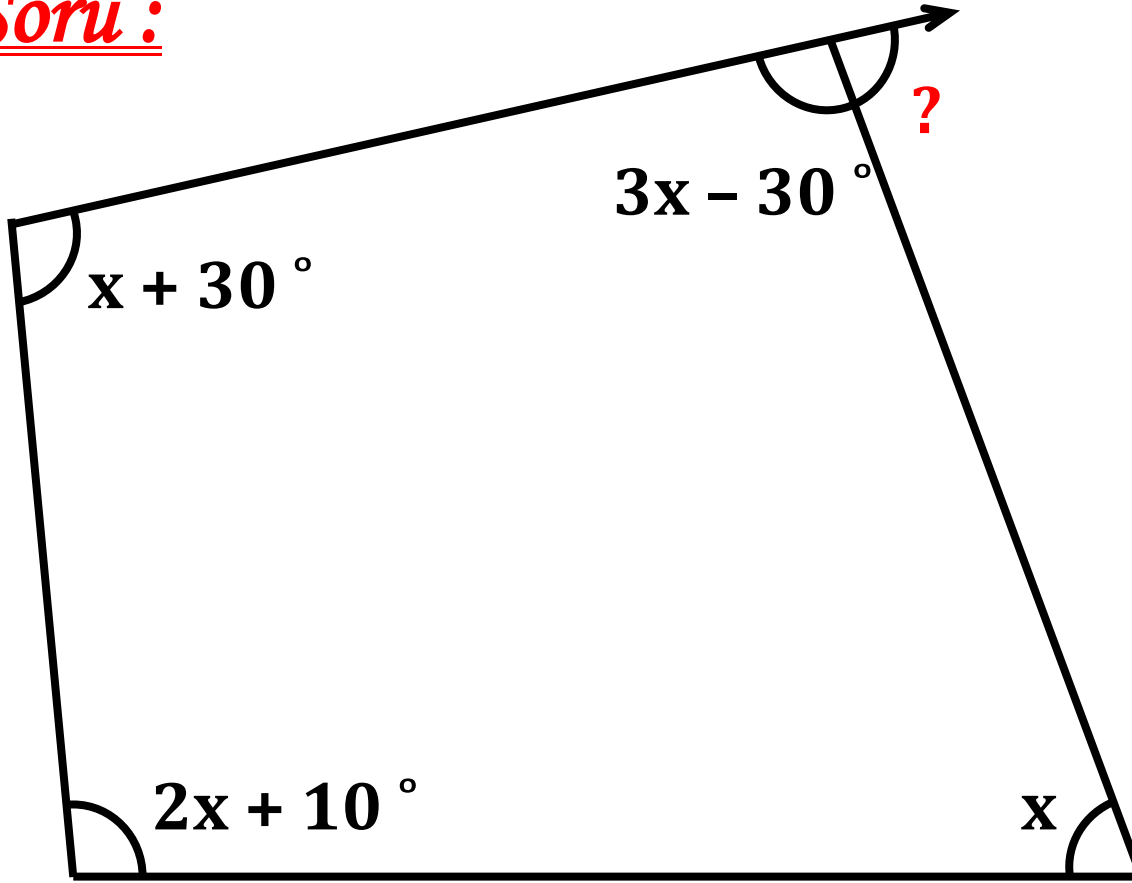
2) Dış açılarının ölçüleri toplamı da 360° 'dir.

$$\alpha' + \beta' + t' + \theta' = 360^\circ \text{ 'dir.}$$

*** Bütünler olan komşu iki açının toplamı 180° idi.

$$\alpha + \alpha' = t + t' = \beta + \beta' = \theta + \theta' = 180^\circ \text{ 'dir.}$$

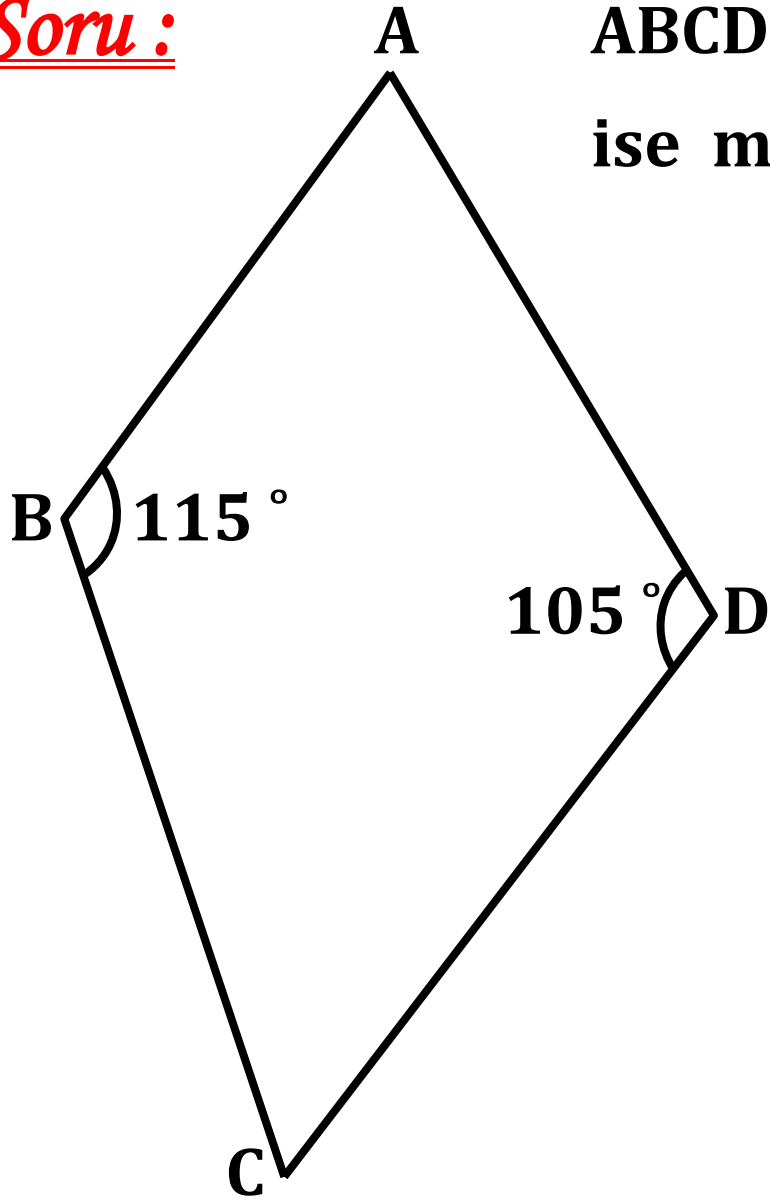
Soru :



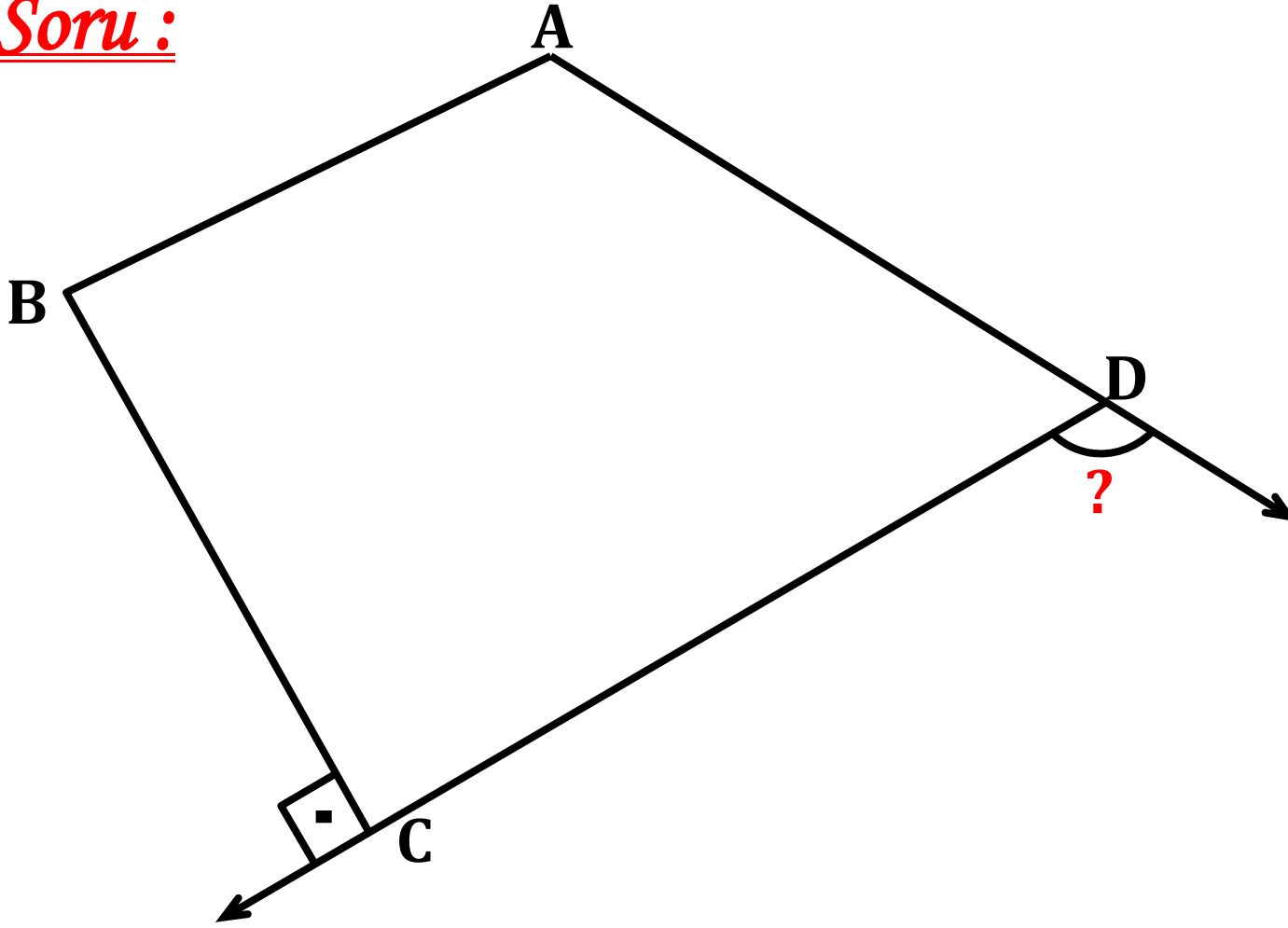
**Dörtgende verilenlere göre
istenen açıyı bulunuz.**

Soru :

ABCD dörtgeninde $3 \cdot m(\widehat{BAD}) = 4 \cdot m(\widehat{BCD})$
ise $m(\widehat{BAD}) = ?$



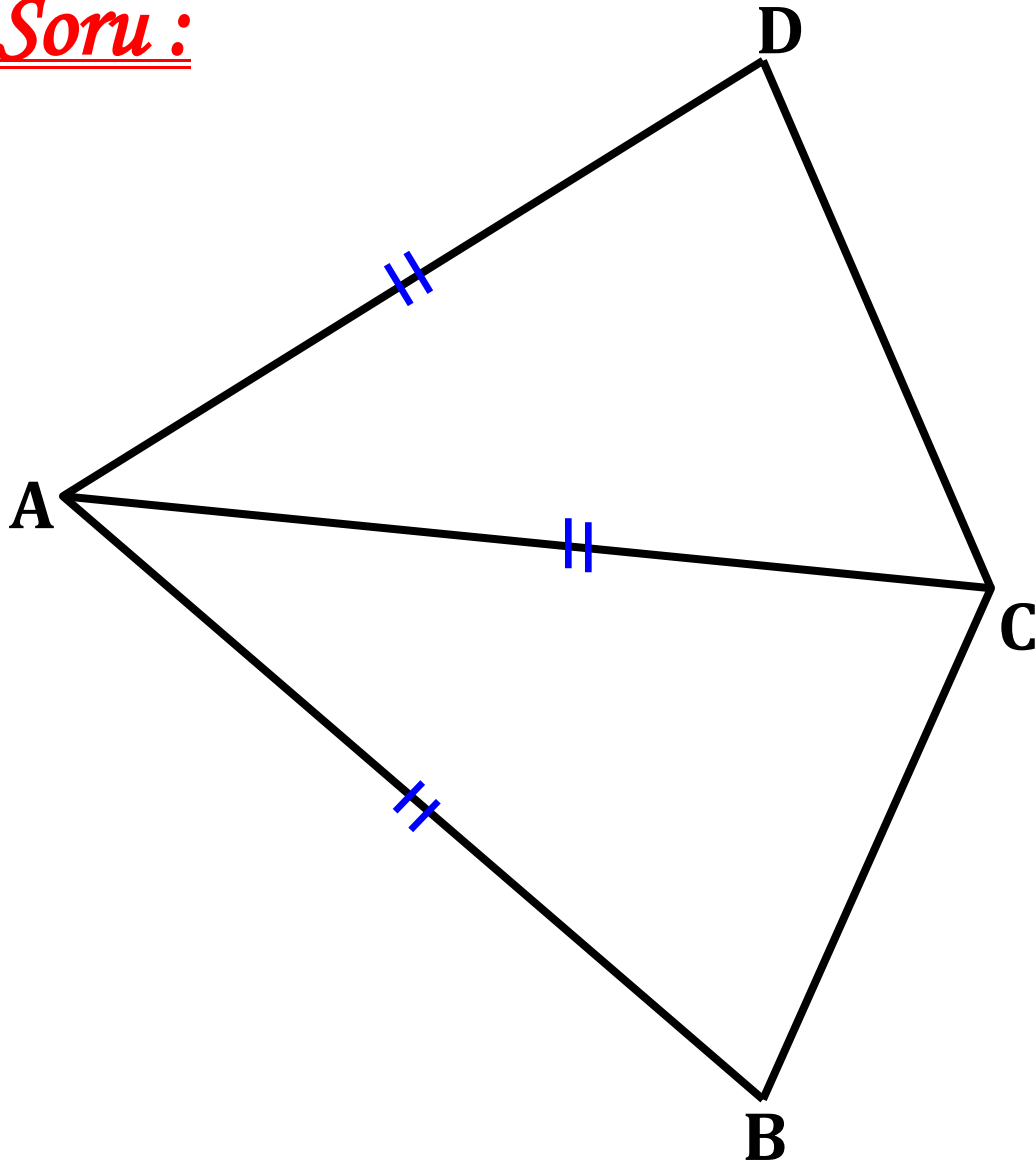
Soru :



ABCD dörtgeninde

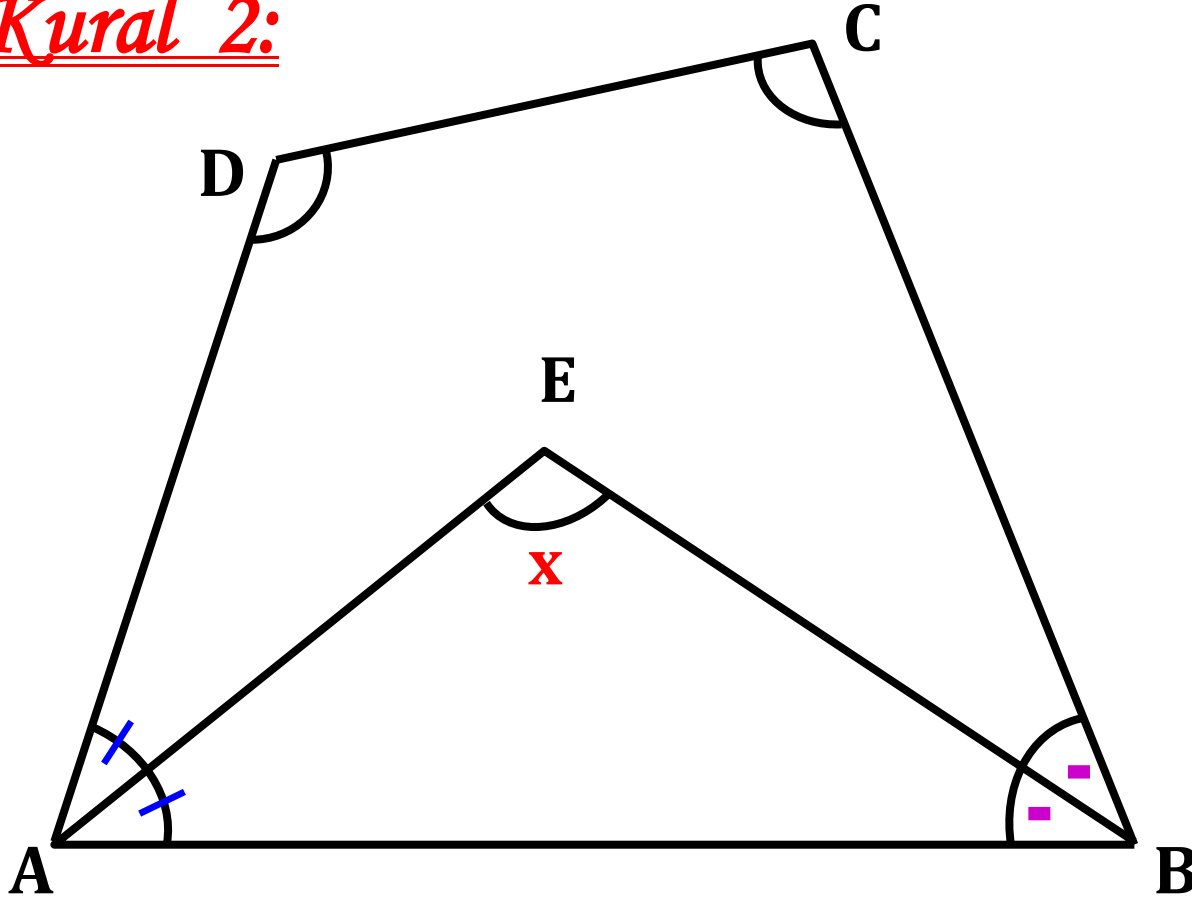
$3 \cdot m(\widehat{BAD}) = 10 \cdot m(\widehat{ADC}) = 6 \cdot m(\widehat{ABC})$ ise istenen açıyı bulunuz.

Soru :



ABCD dörtgeninde $m(\widehat{DAB}) = 70^\circ$ ise $m(\widehat{BCD}) = ?$

Kural 2:



[AE] ve [BE] açıortay ise

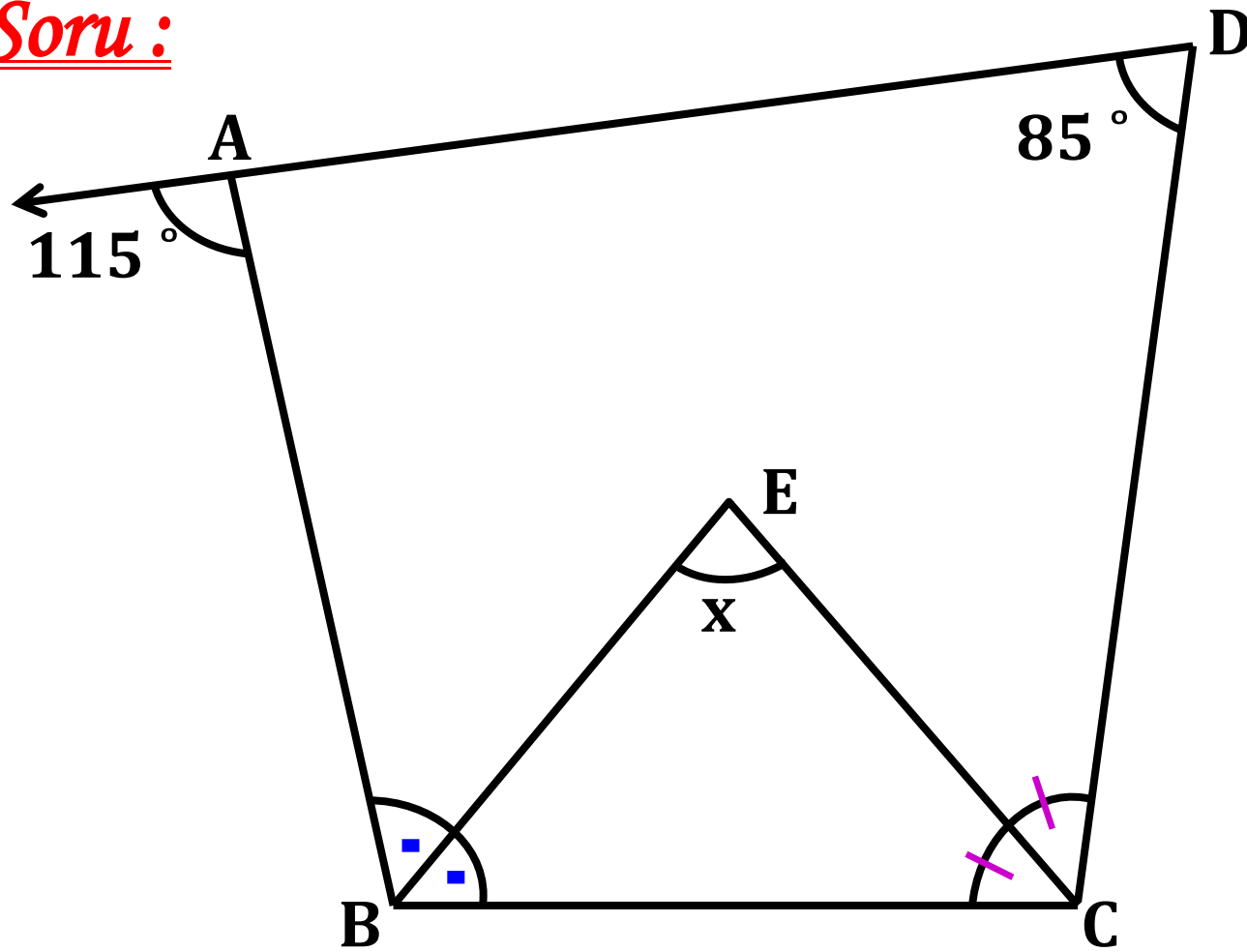
$$x = \frac{m(\widehat{D}) + m(\widehat{C})}{2}$$

olarak alınır.

**Açıortayın bulunmadığı
köşe açılarının toplamının
yarısı alınır.**

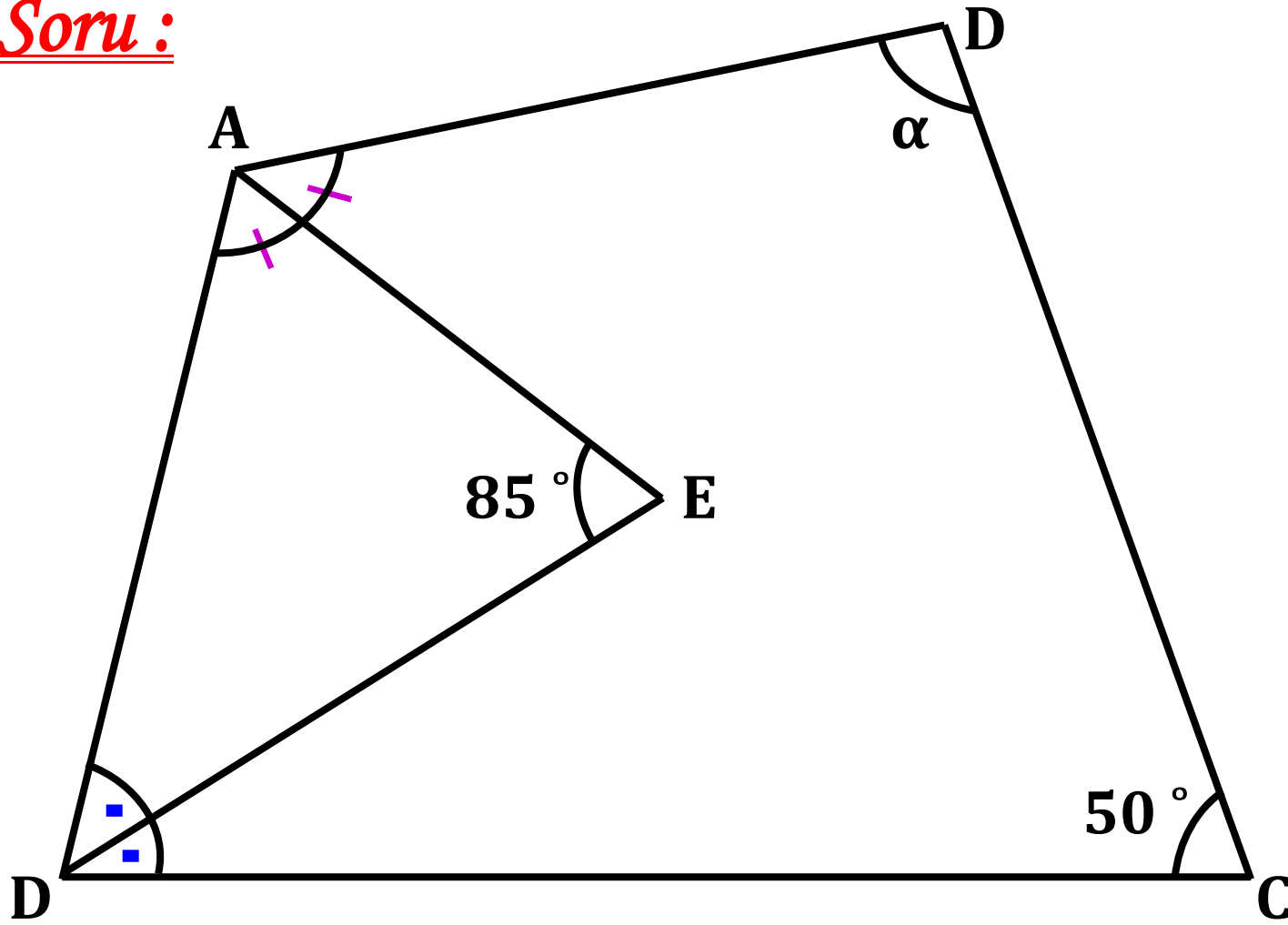
**2. Yol: Dörtgendeki ve üçgendeki iç açılar toplamından da
sonuca gidilebilir.**

Soru :



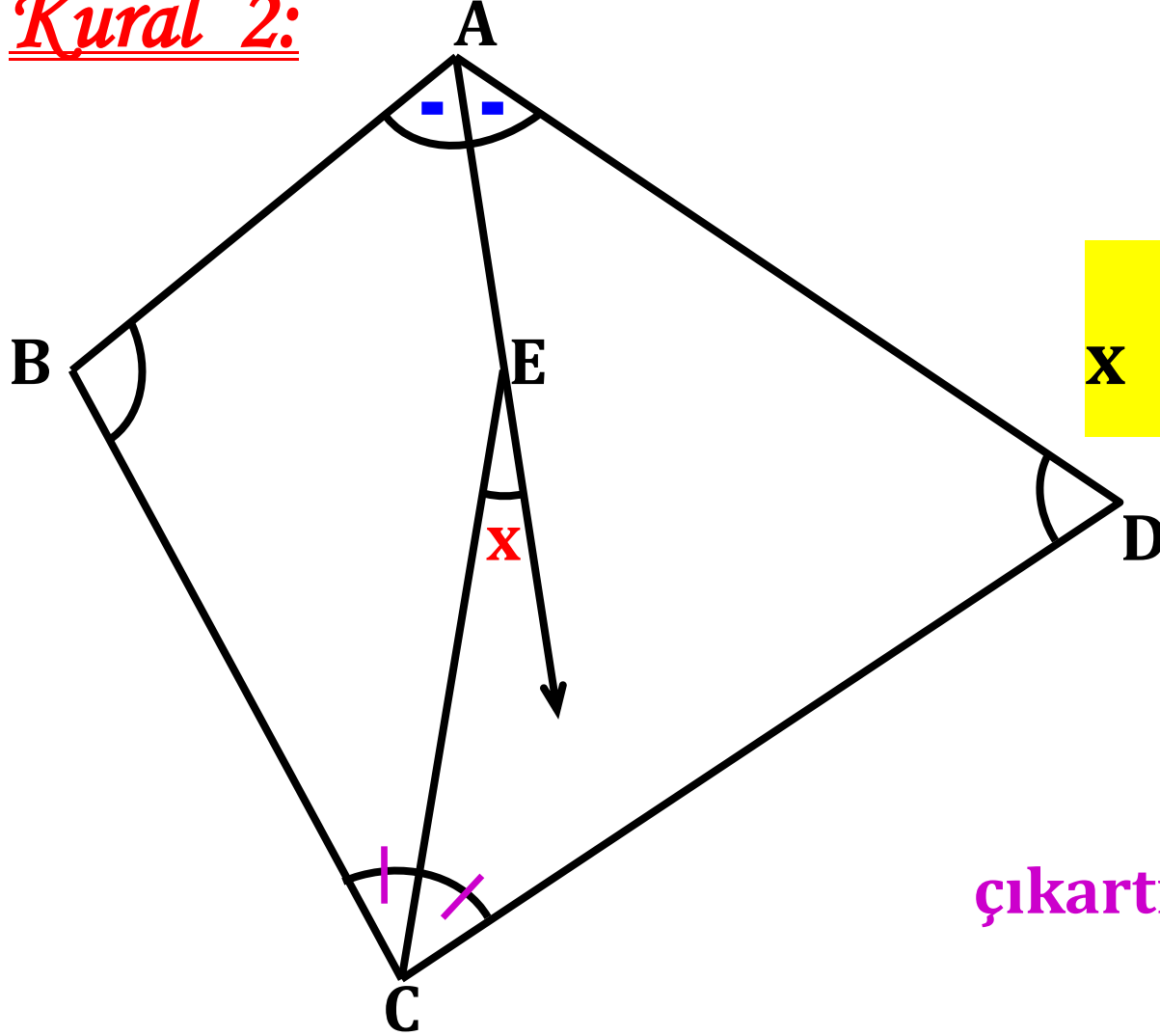
$$x = ?$$

Soru :



$$\alpha = ?$$

Kural 2:



[AE] ve [CE] açıortay ise

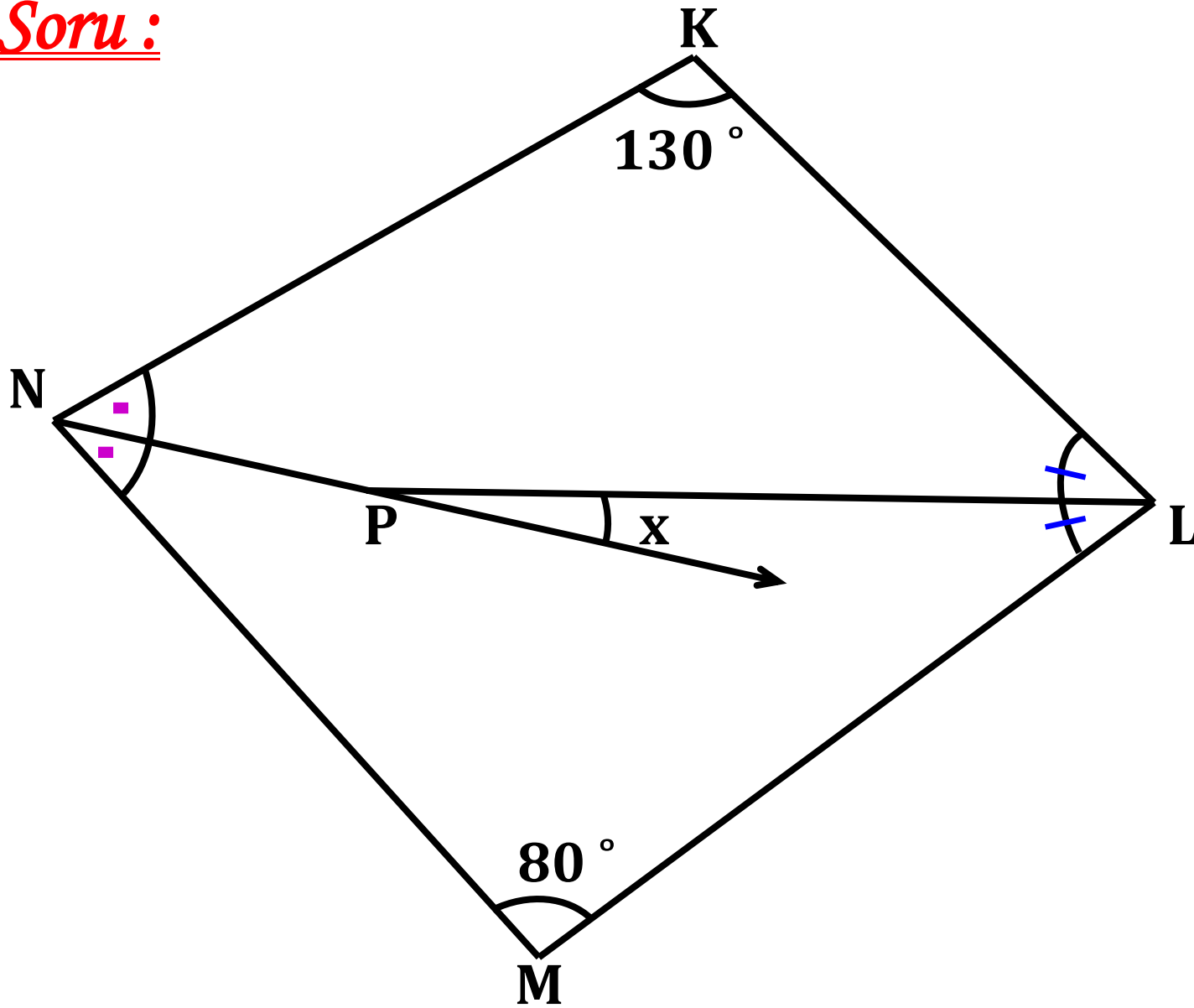
$$x = \frac{| m(\widehat{B}) - m(\widehat{D}) |}{2}$$

olarak alınır.

*** Büyük açıdan küçük açı
çıkartılıyorsa, mutlak değeri almaya
gerek yoktur.

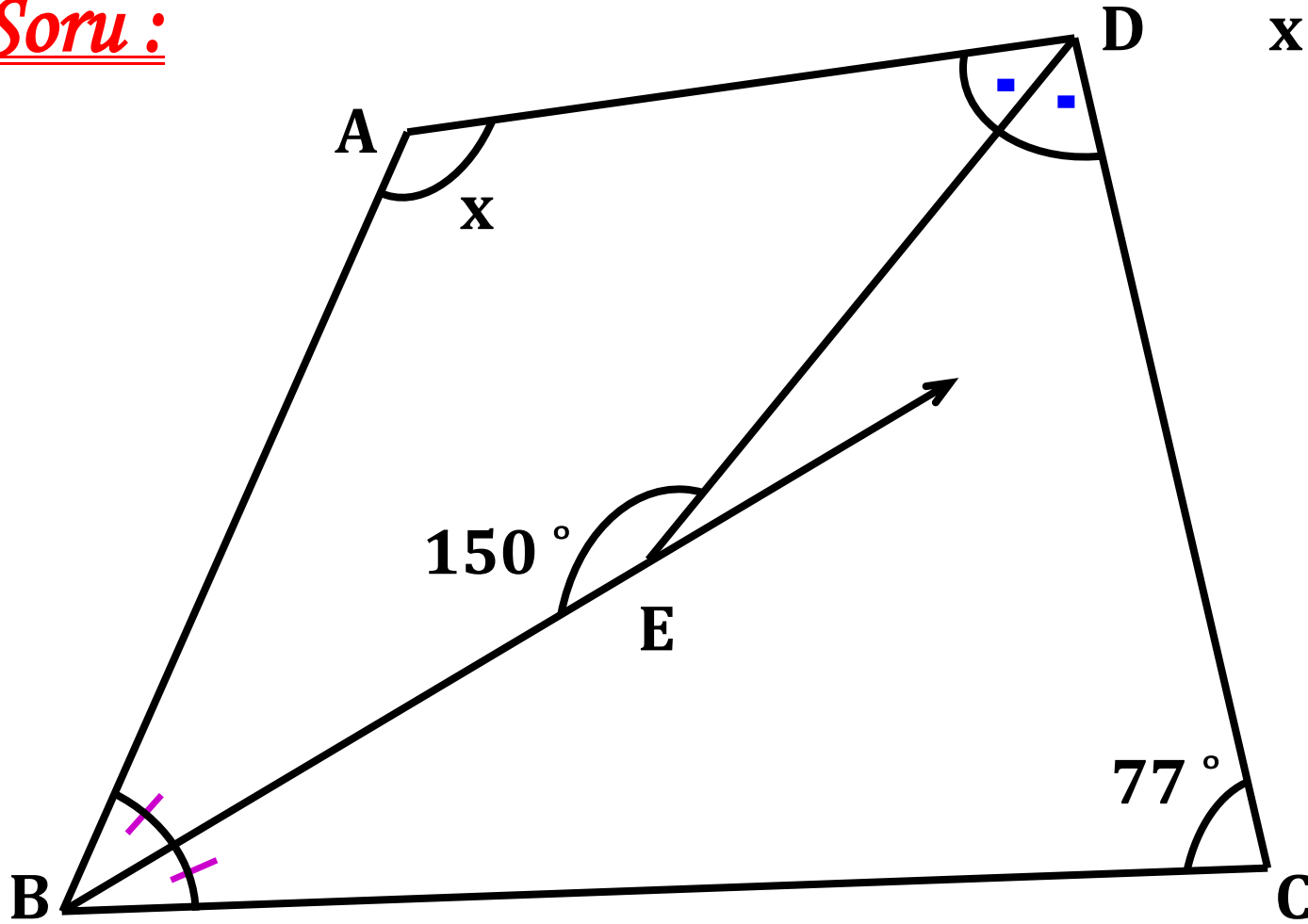
2. Yol: Büyük dörtgen ve iç dörtgenlerdeki açılardan da
sonuca gidilebilir.

Soru :



$$x = ?$$

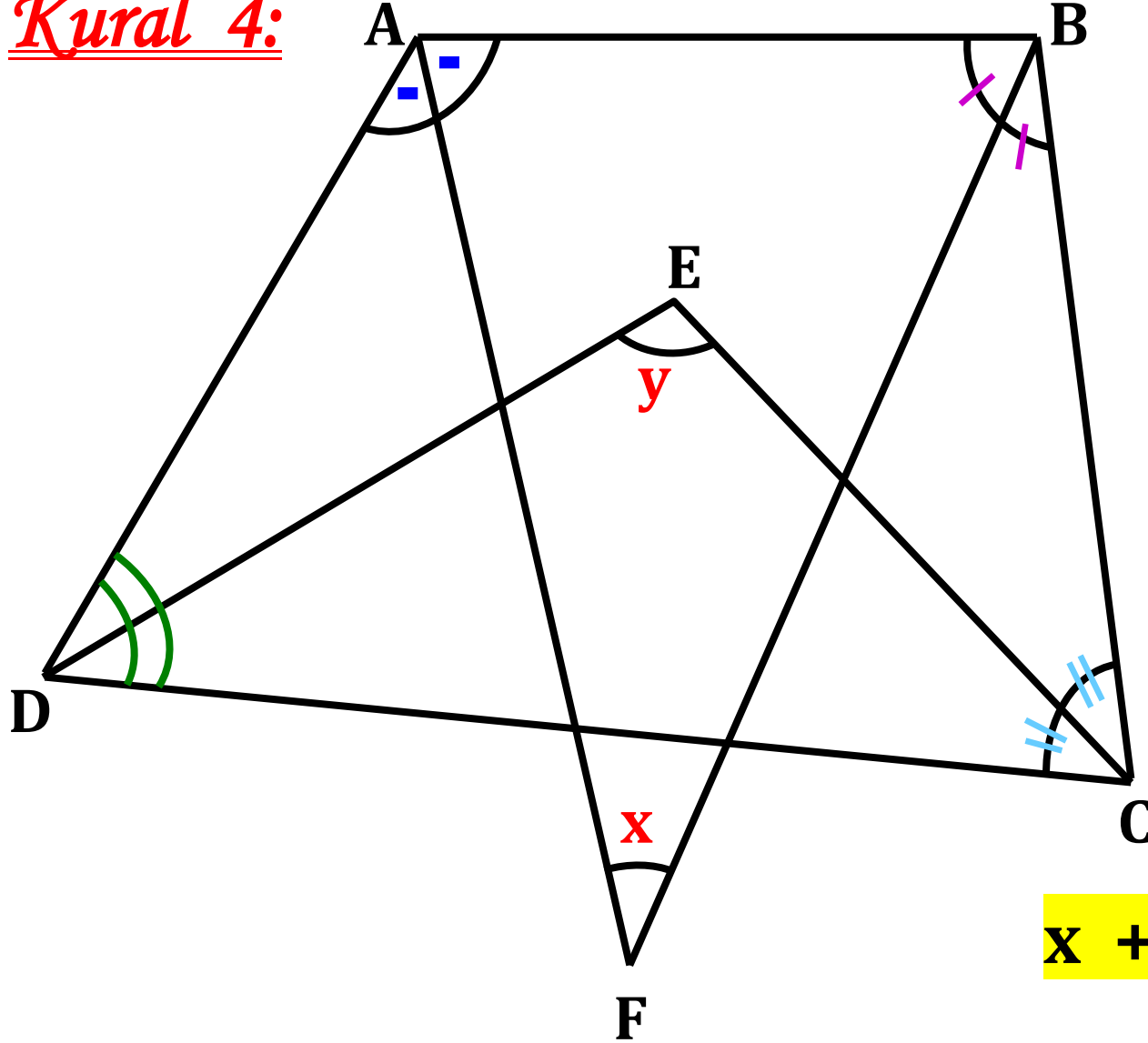
Soru :



x geniş açıdır. Buna göre

$$x = ?$$

Kural 4:

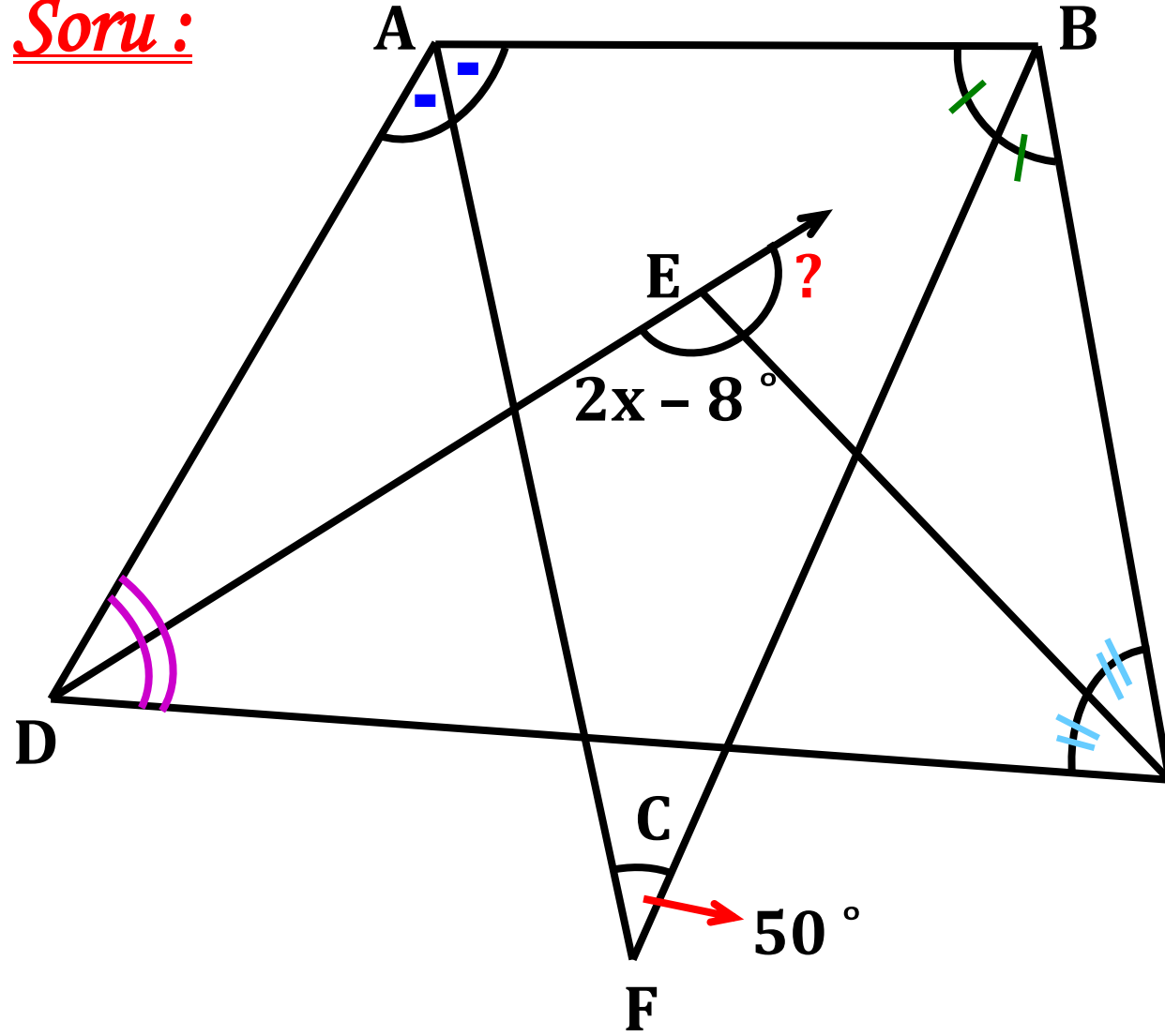


[AF], [BF], [CE] ve
[DE] açıortaylar ise ,
açıortayların oluşturduğu
dörtgende çapraz köşe
açılarının ölçüleri toplamı
180 °'dir.

$$x + y = 180^\circ \text{ olarak alınır.}$$

2. Yol: Üçgen ve dörtgen açı kurallarından da bulunabilir.

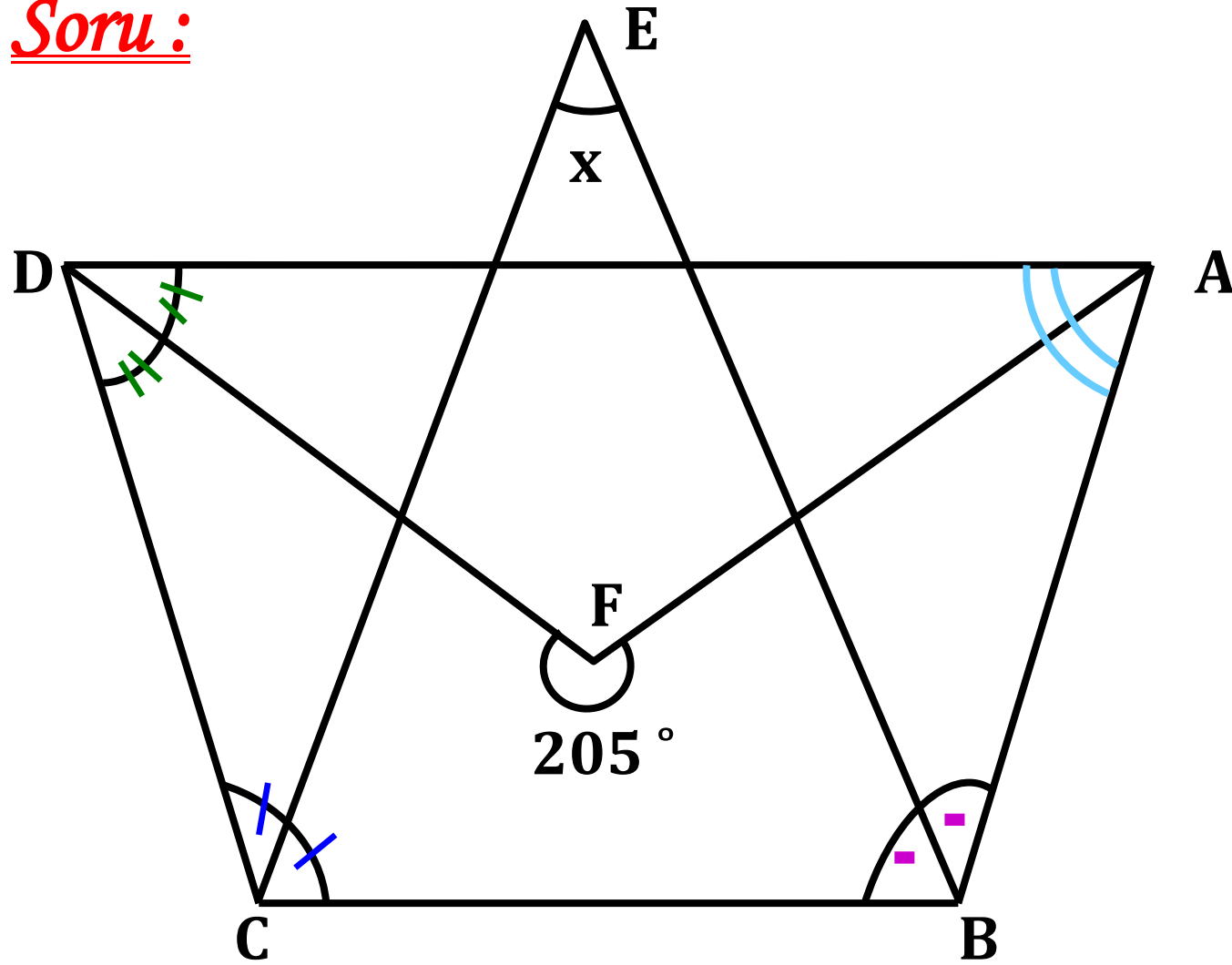
Soru :



A) $x = ?$

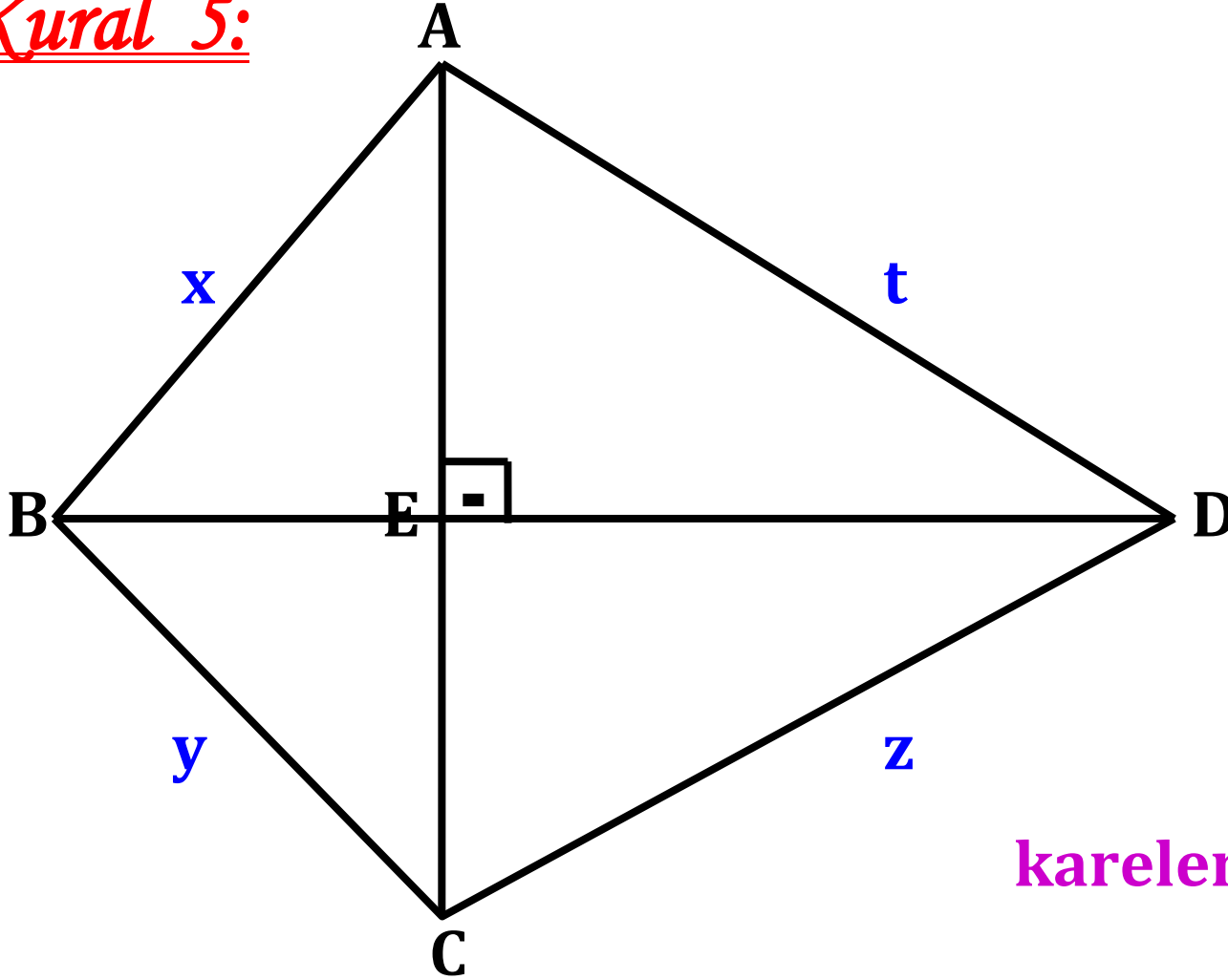
B) İstenen açıyı bulunuz.

Soru :



$$x = ?$$

Kural 5:

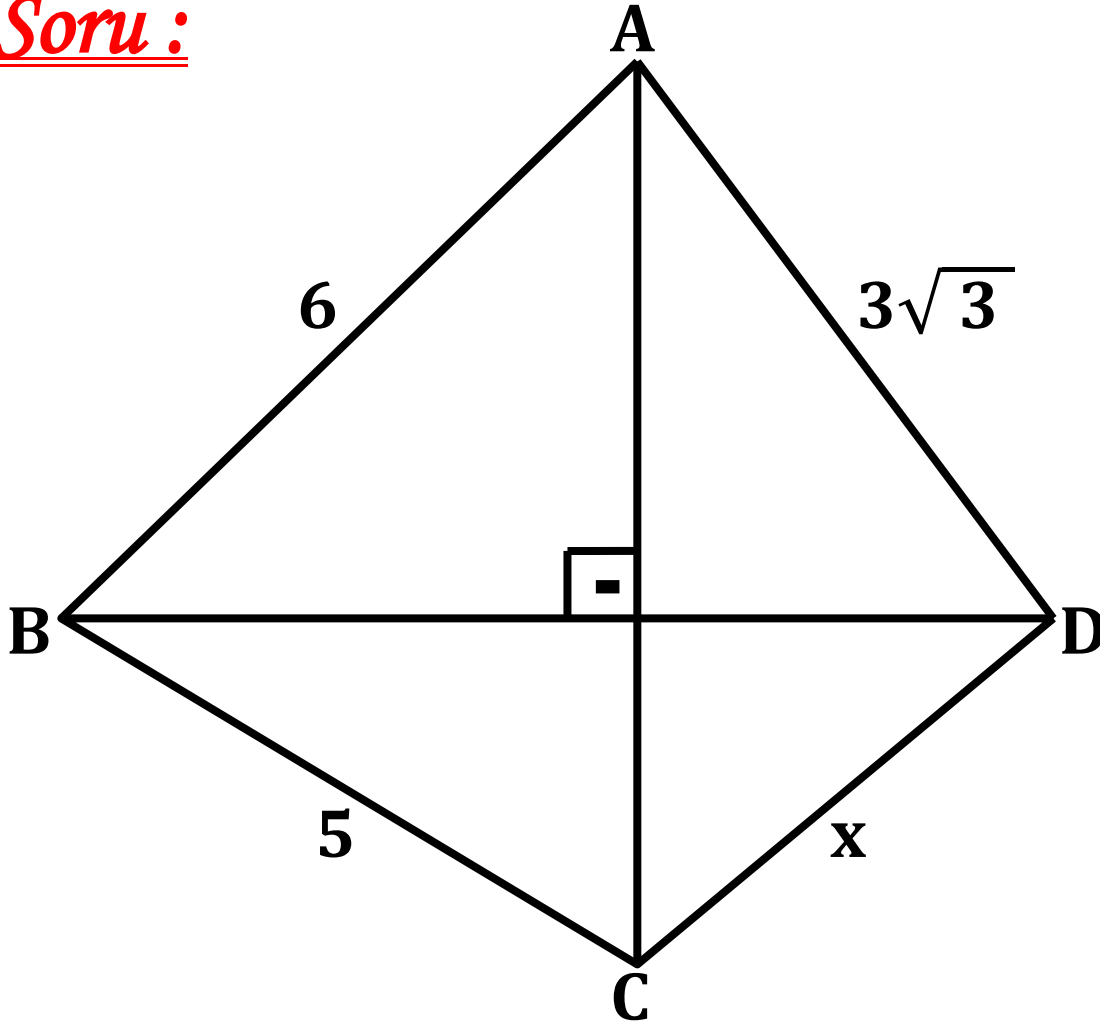


ABCD dörtgeninde
köşegenler dik
kesişıyorsa,
dörtgenin çapraz
kenar uzunluklarının
kareleri toplamı birbirine eşittir.

$$x^2 + z^2 = y^2 + t^2 \text{ olarak alınır.}$$

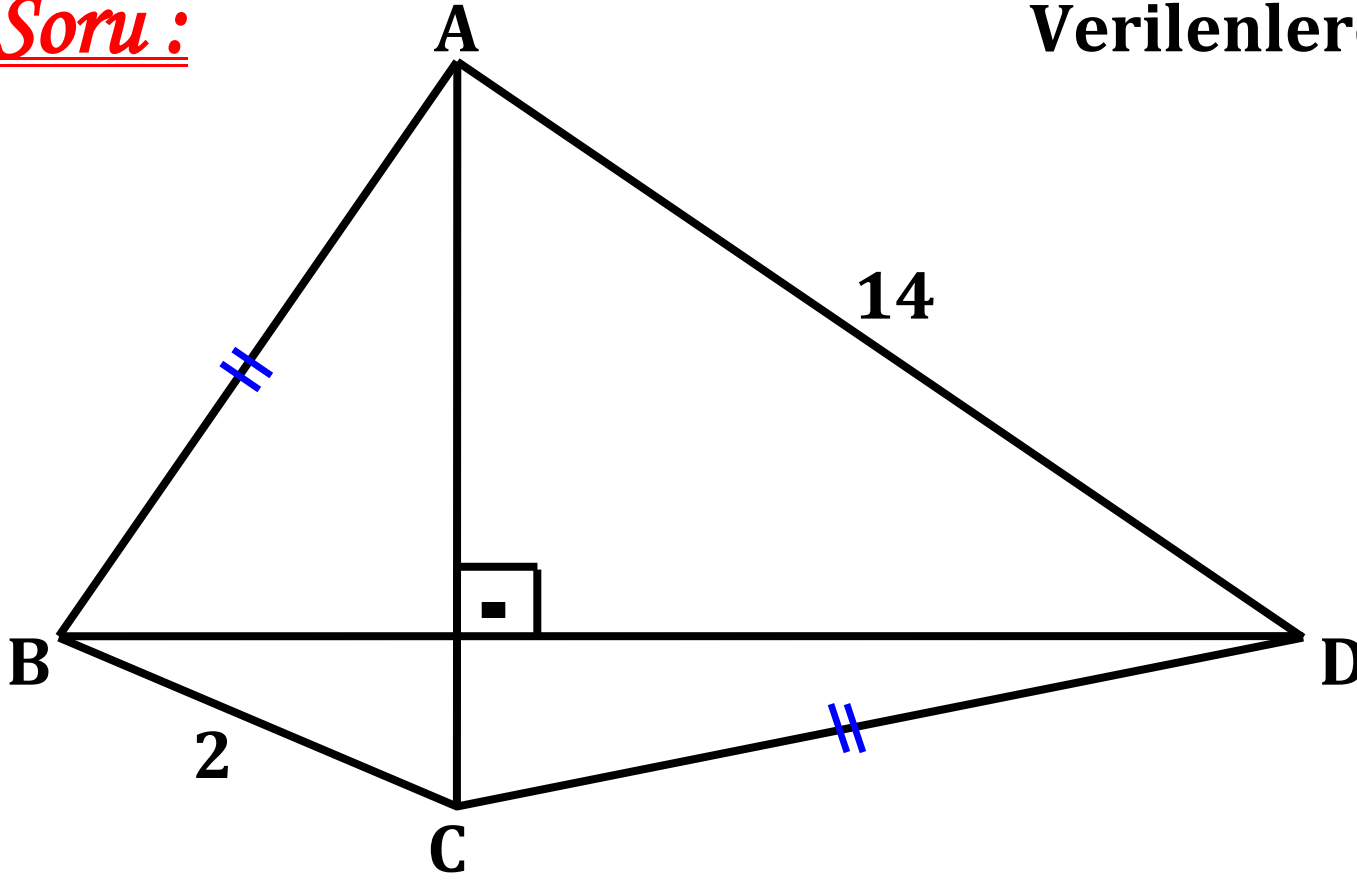
Soru :

Verilenlere göre $x = ?$



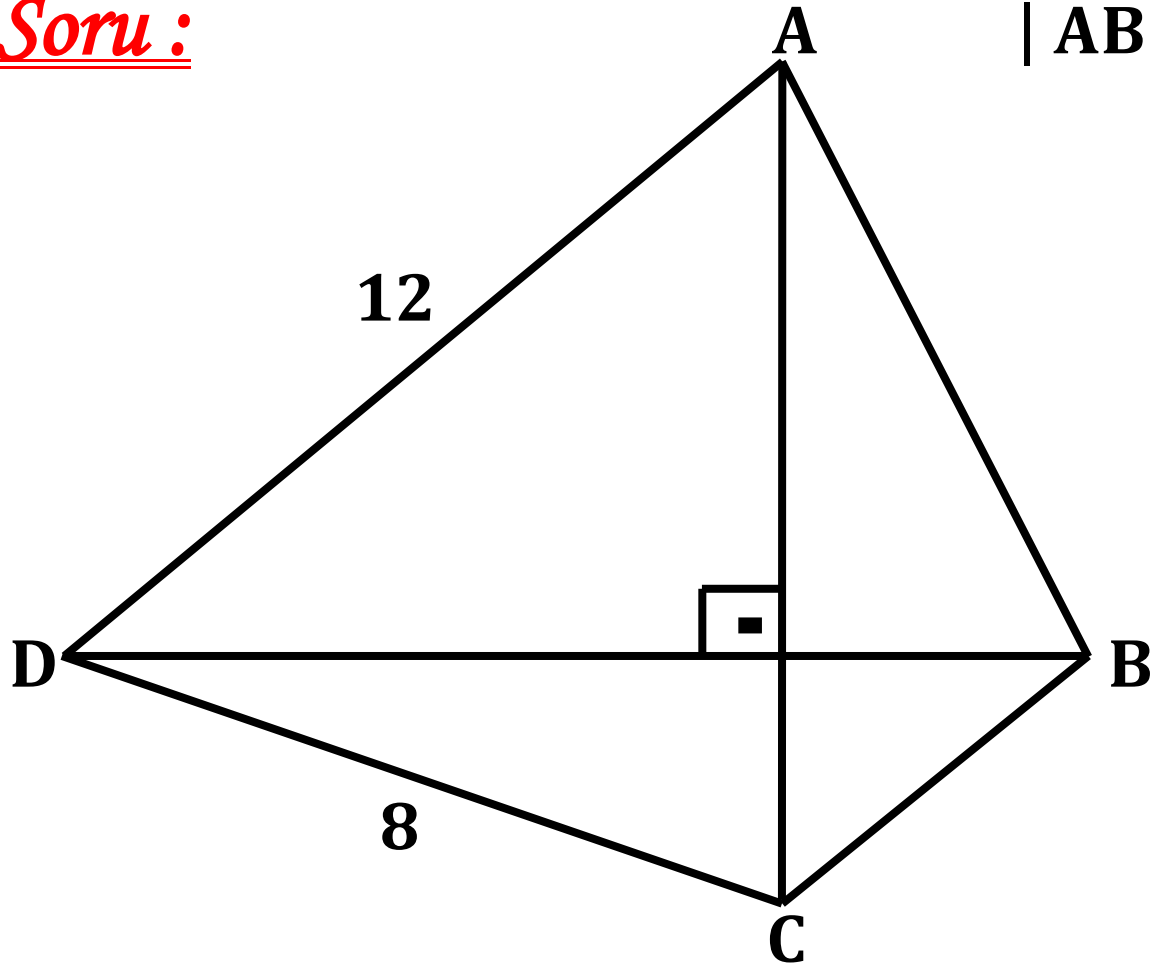
Soru :

Verilenlere göre $\angle (ABCD) = ?$



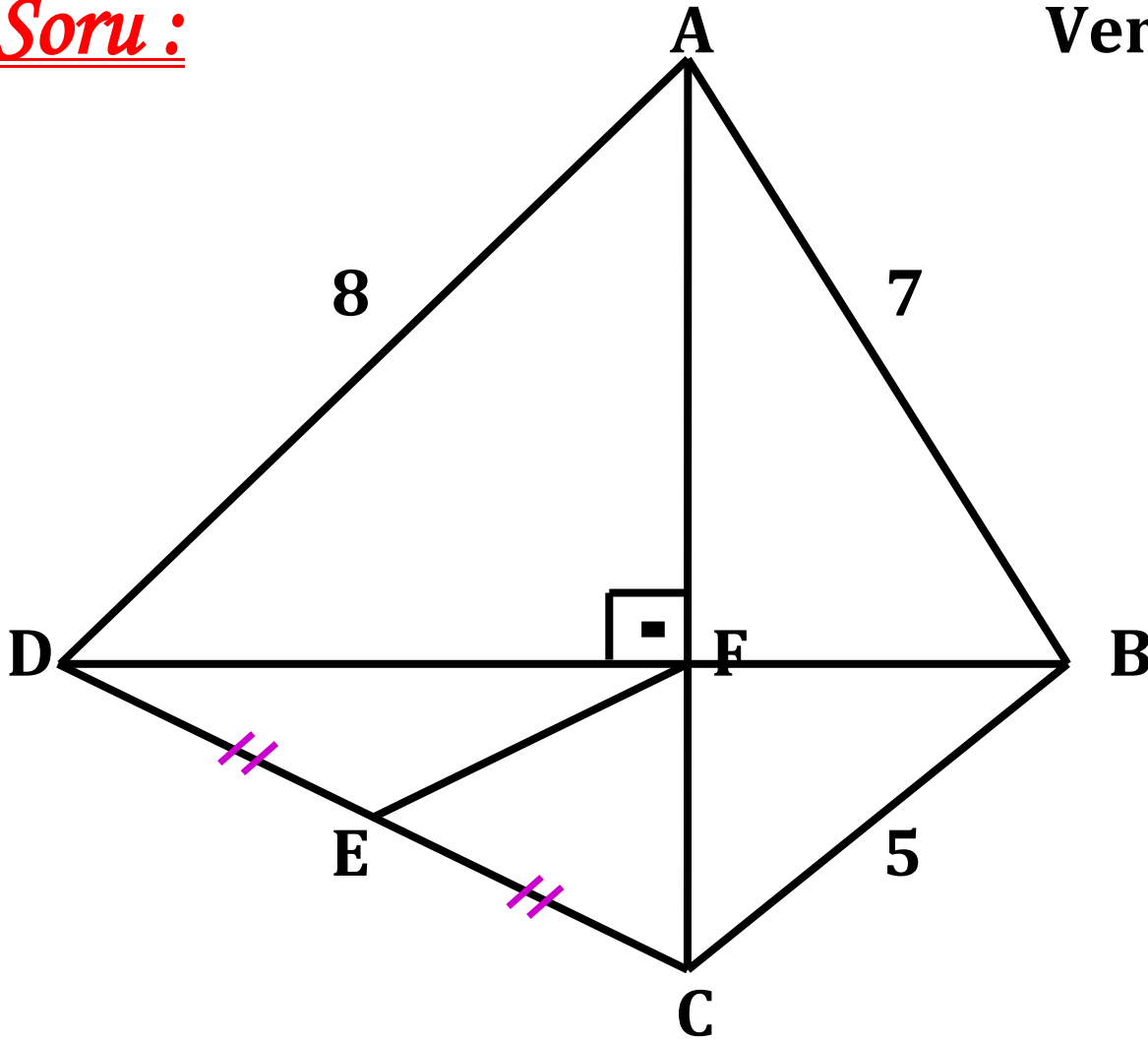
Soru :

$|AB| = 3 \cdot |BC|$ ise $|BC| = ?$

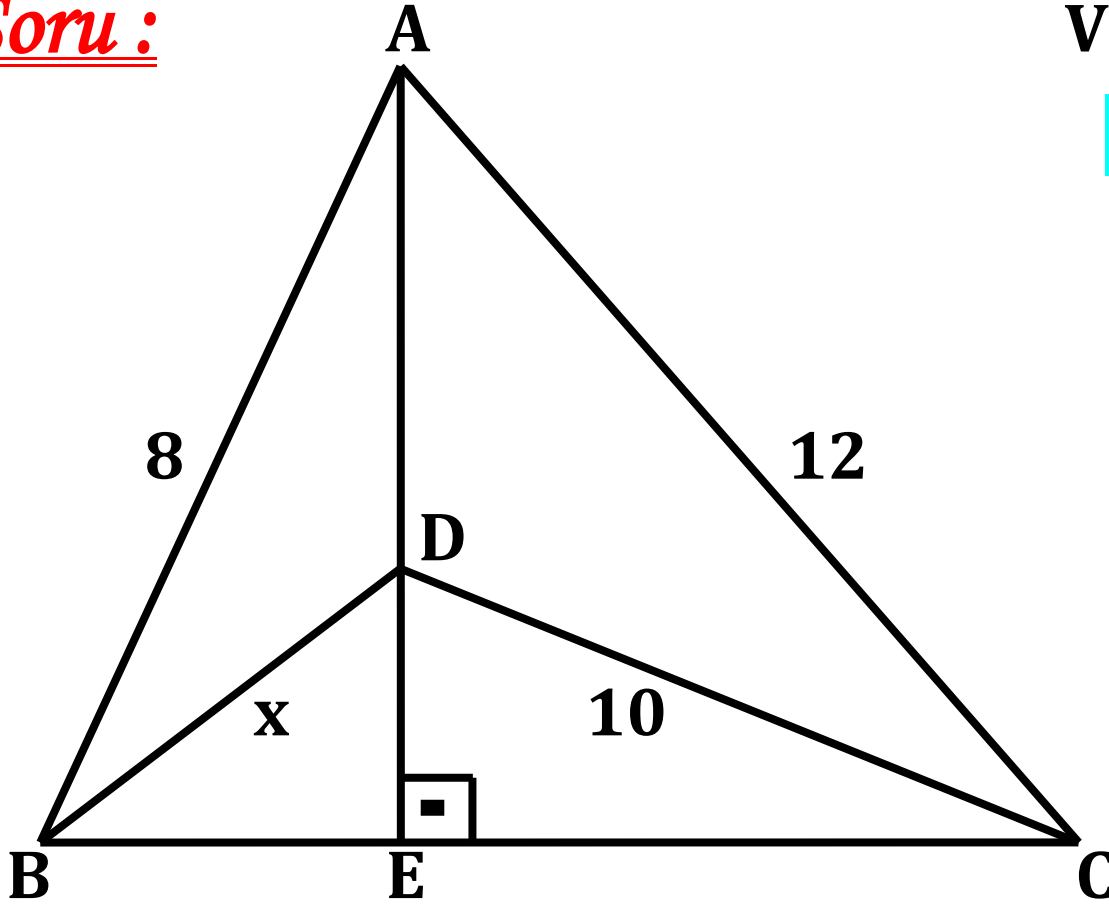


Soru :

Verilenlere göre $|EF| = ?$



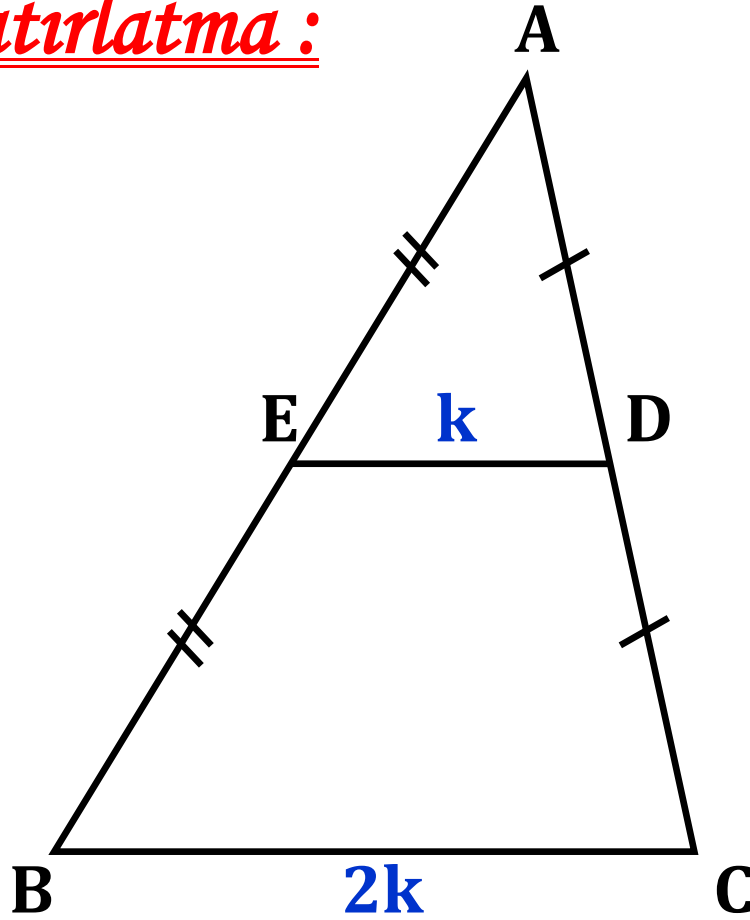
Soru :



Verilenlere göre $x = ?$

(BDC üçgeninin simetriği aşağı çizilir ve kural uygulanır.)

Hatırlatma :



(Temel Orantı)

E ile D orta noktalar ise,
büyük ile küçük üçgen arasında
1 'e 2 oranı vardı.

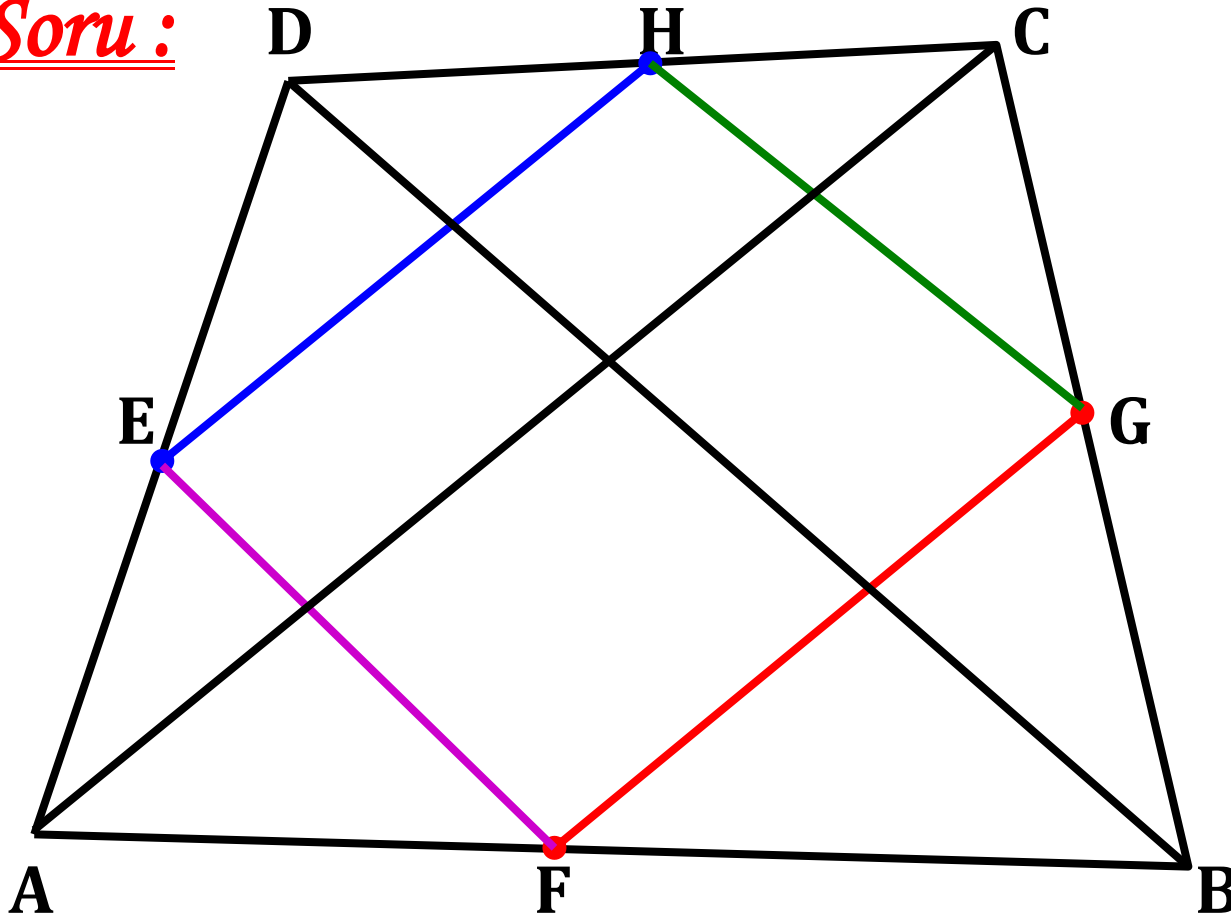
[ED] // [BC] olmalıdır.

$$\frac{|AE|}{|AB|} = \frac{|AD|}{|AC|} = \frac{k}{2k}$$

orantısı sağlanır.

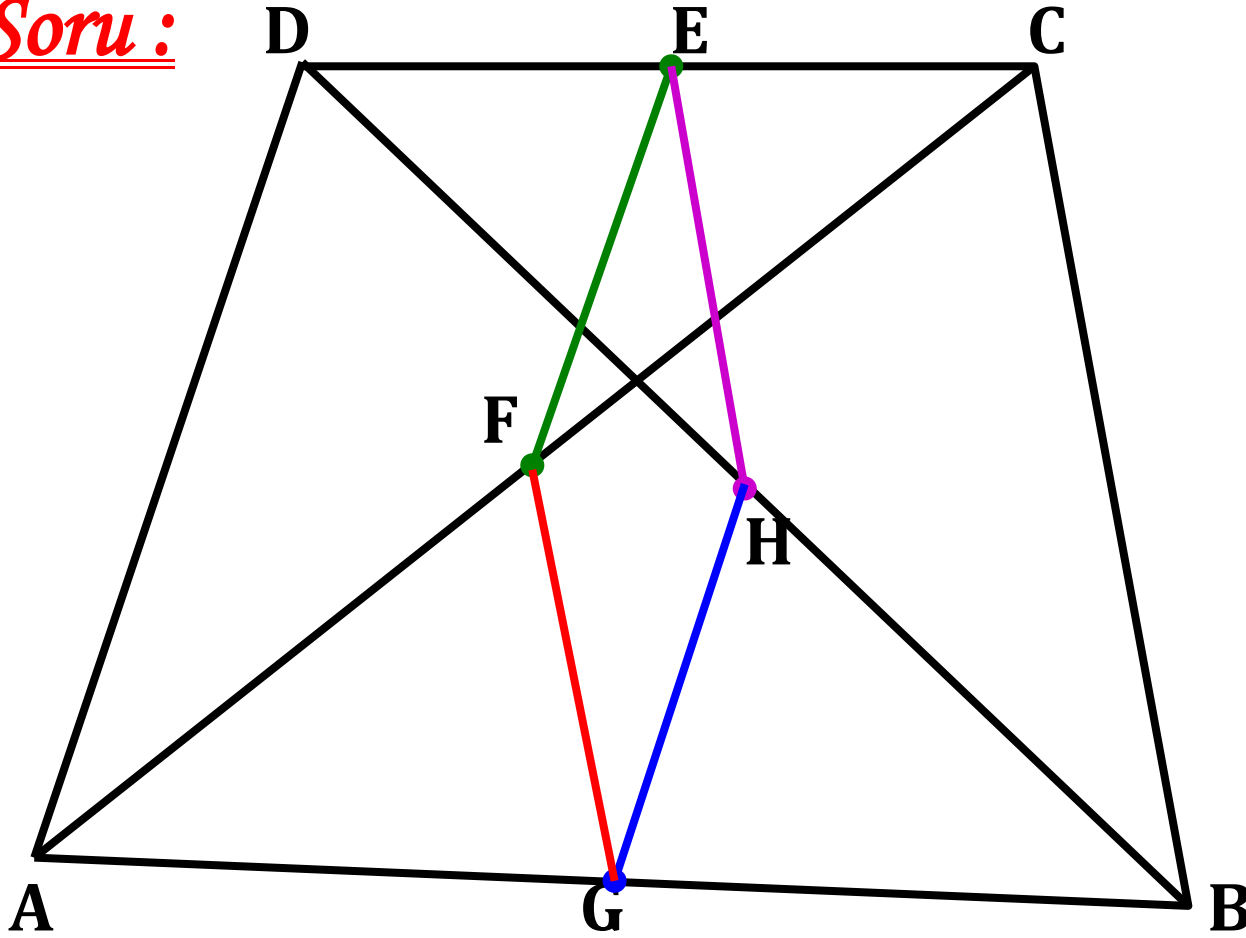
*** Bu kural dörtgende verilenlere uygulanarak istenen
elde edilir.

Soru :



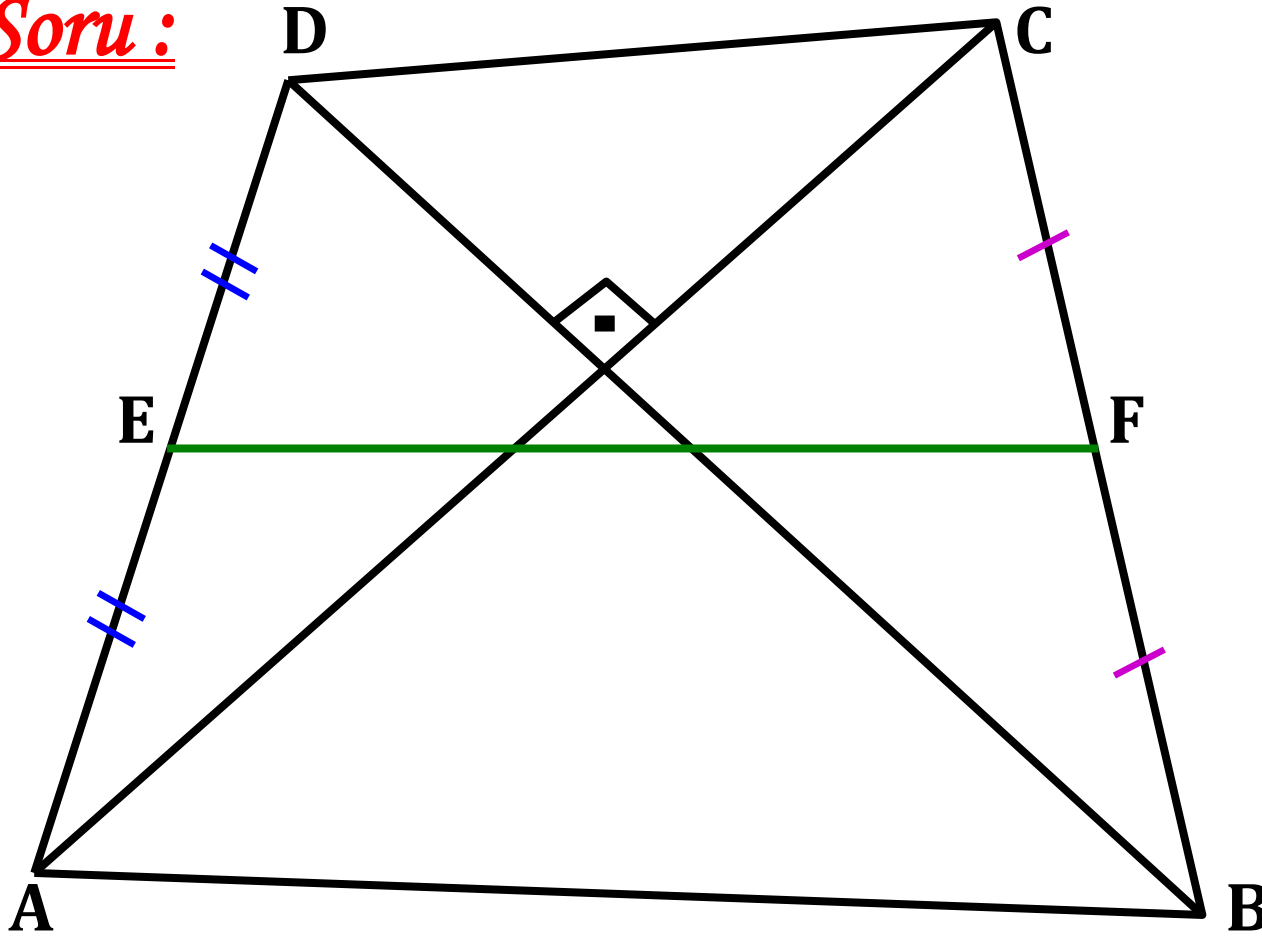
ABCD dörtgeninde; E , F
G , H orta noktalar olup
 $|AC| = 12$, $|BD| = 14$
br ise $\angle (EFGH) = ?$

Soru :



ABCD dörtgeninde ; E , F
G , H orta noktalar olup
 $|EF| = 5$, $|EH| = 4$ br ise
 $|AD| + |BC| + |FG| +$
 $|GH| = ?$

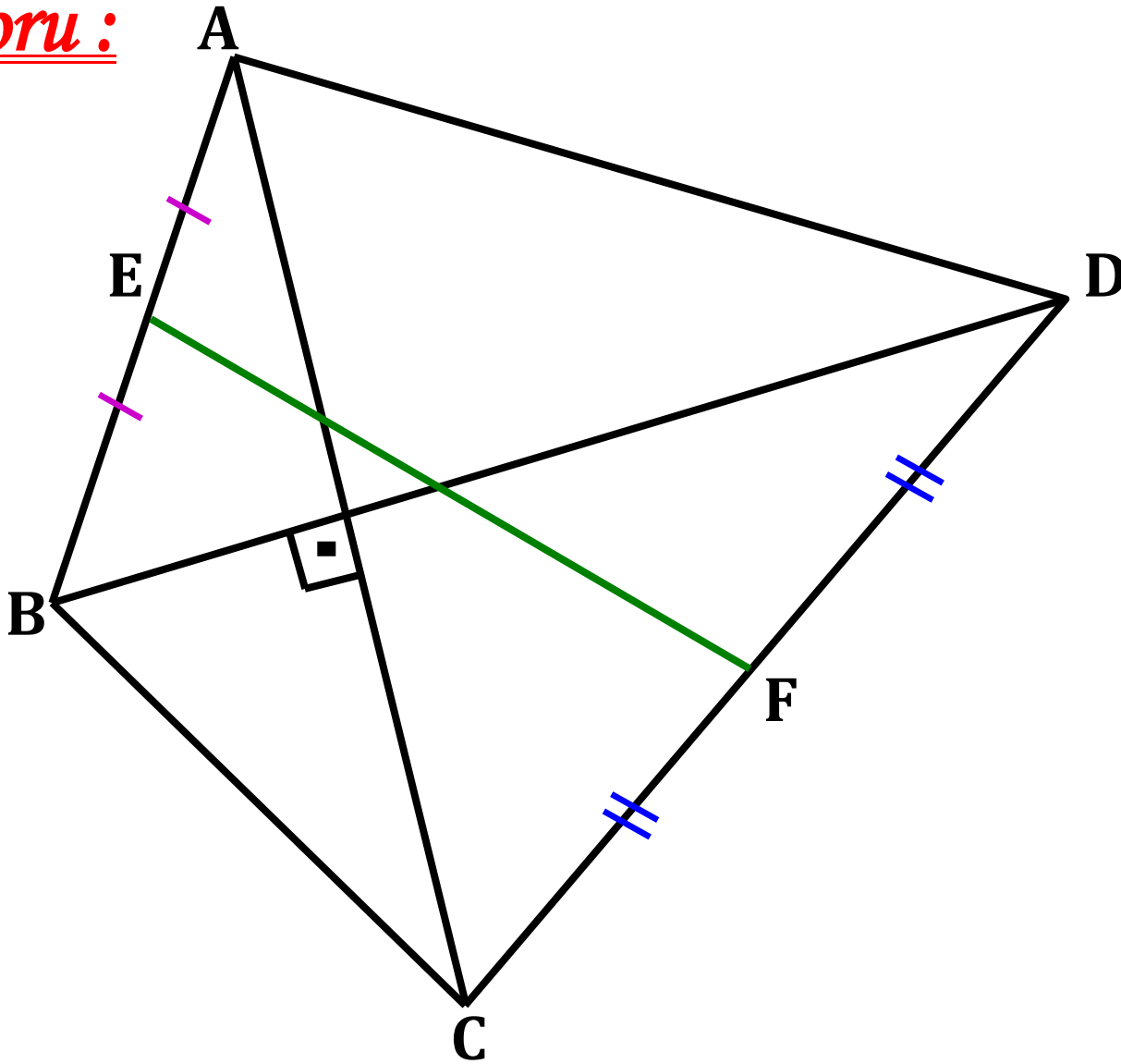
Soru :



ABCD dörtgeninde
 $|AC| = 12$, $|BD| = 16$
br ise $|EF| = ?$

(E ile F den $[AB]$ 'ye köşegenlere paralel olacak şekilde doğru parçaları çiz ve dik üçgen oluştur.)

Soru :



ABCD dörtgeninde

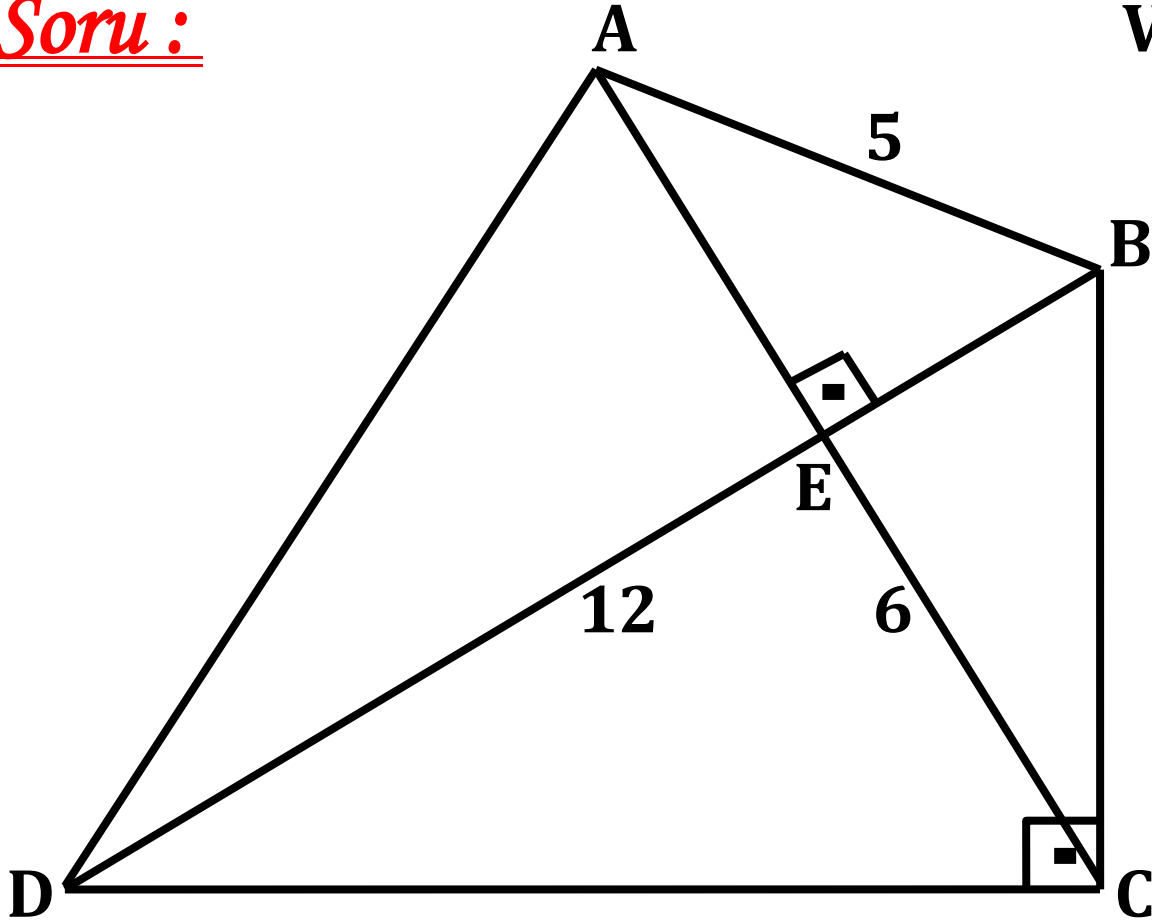
$$|EF| = 15,$$

$$|AC| = 24 \text{ br ise}$$

$$|BD| = ?$$

Soru :

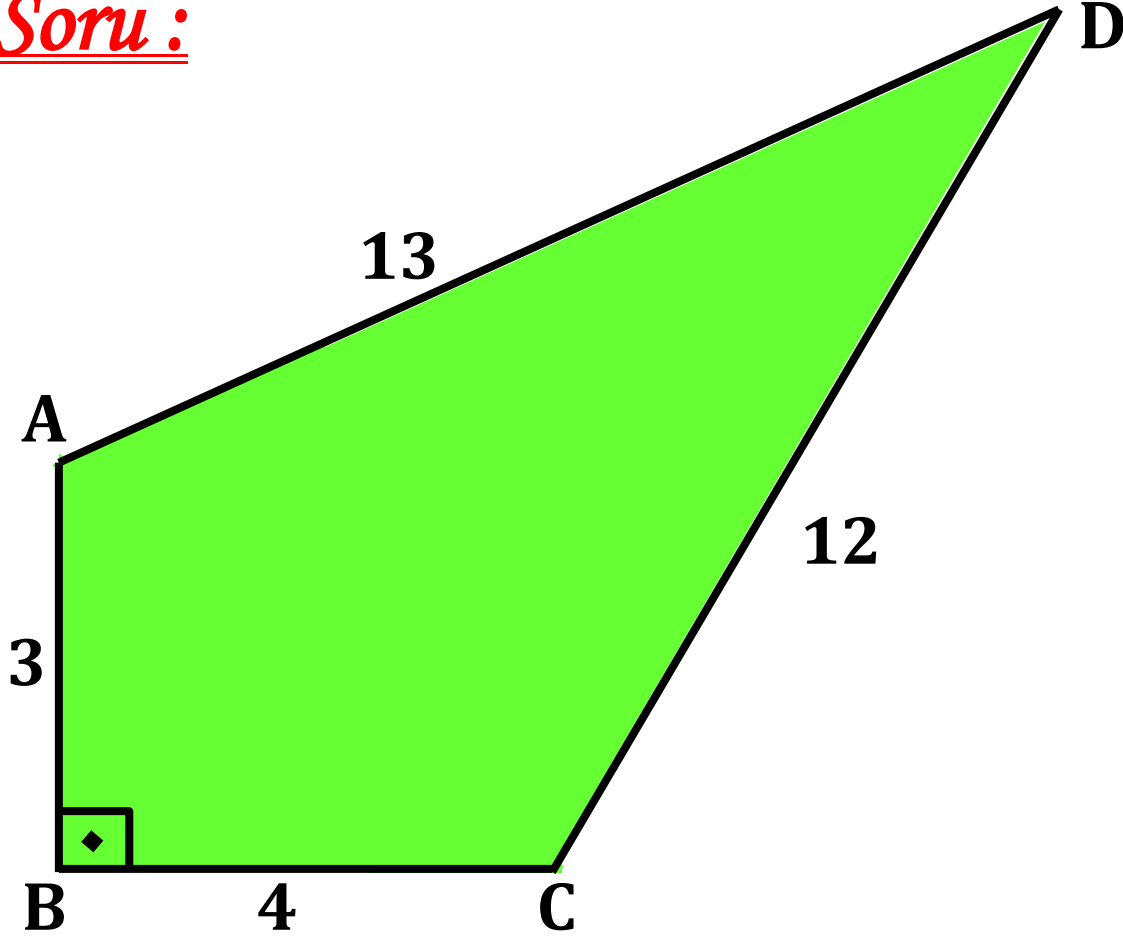
Verilenlere göre $A (ABCD) = ?$



(Dörtgeni oluşturan üçgenlerin alanları bulunarak istenen elde edilir.)

Soru :

**ABCD dörtgeninin
alanını bulunuz.**



(Bu bölümde işlenecek olan konuların, matematik müfredat programındaki yeri altta gösterilmiştir.)

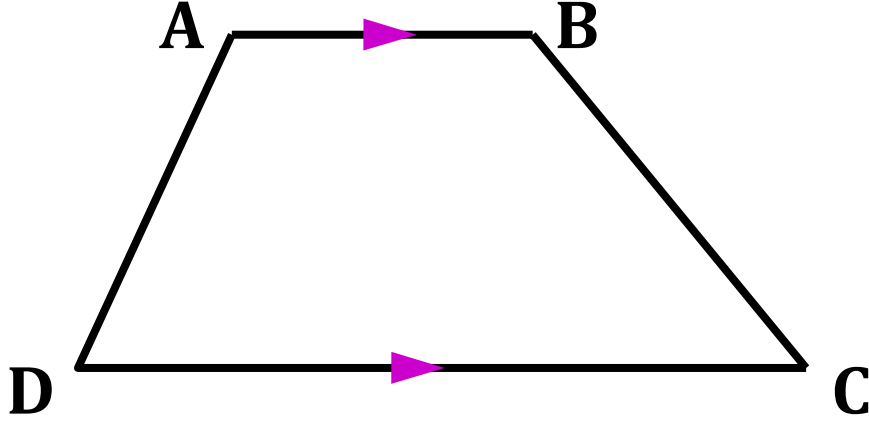
10. 5. 3. Özel Dörtgenler

Terimler ve Kavramlar : Yamuk, ikizkenar yamuk, dik yamuk, paralelkenar, eşkenar dörtgen, dikdörtgen, kare, deltoid

10. 5. 3. 1. Özel dörtgenlerin açı, kenar, köşegen ve alan özelliklerini açıklayarak problemler çözer.

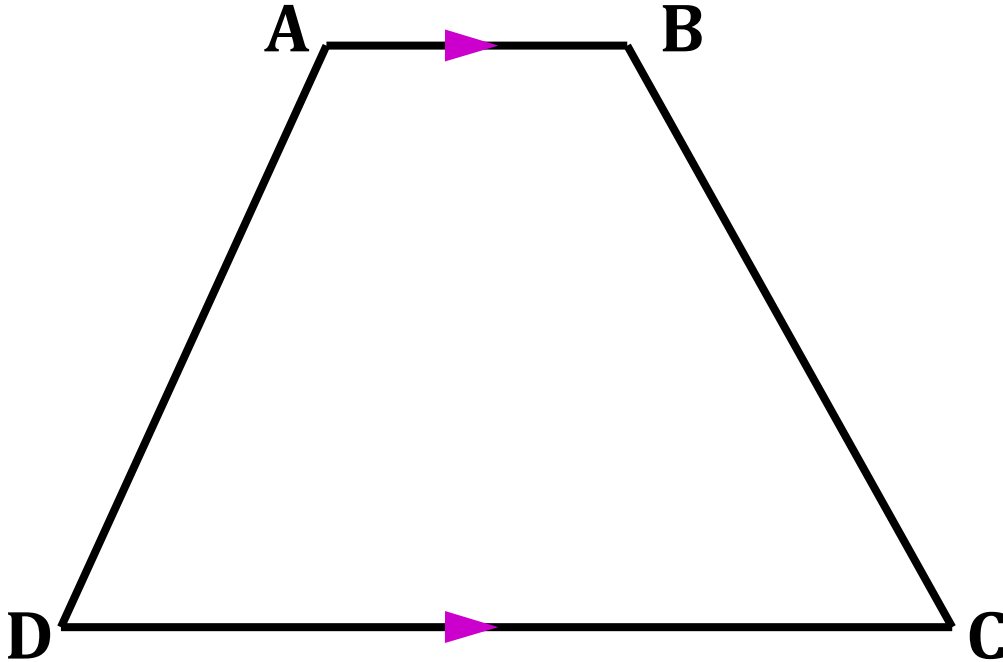
- A)** Yamuk, paralelkenar, eşkenar dörtgen, dikdörtgen, kare ve deltoid arasındaki hiyerarşik ilişkilere yer verilir.
- B)** Hiyerarşik ilişkiye göre her bir özel dörtgen kendi içerisinde; açı, kenar, köşegen ve alan özellikleri bağlamında ele alınır.
- C)** Origami, tangram gibi uygulamalar yapılır.
- Ç)** Geleneksel mimaride kullanılan motif örneklerinde yer alan düzgün çokgen örneklerine yer verilir.
- D)** Bilgi ve iletişim teknolojilerinden yararlanılır.

YAMUK



Sadece iki kenarı birbirine paralel olan
dörtgene “yamuk” adı verilir.

Kural 1: (Yamukta Açı Özellikleri)



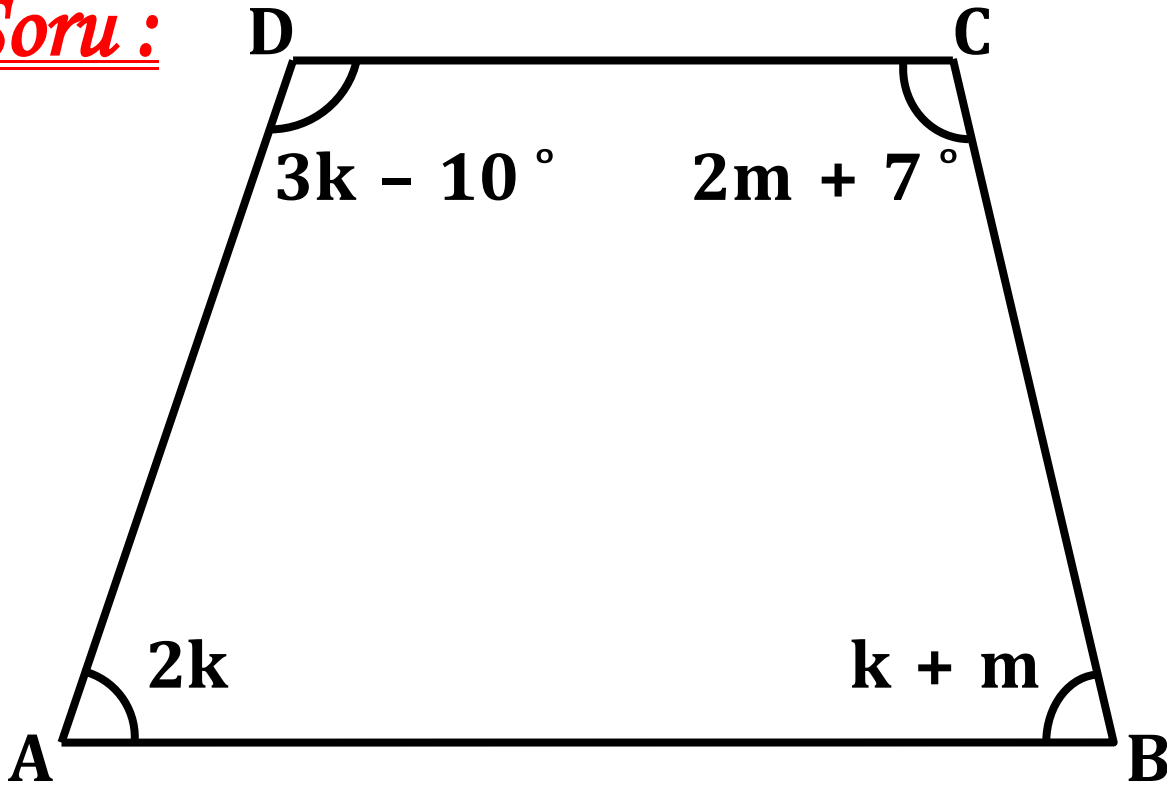
ABCD yamuğunda, karşılıklı
alt ve üst açılar toplamı 180° 'dir.

$$m(\widehat{A}) + m(\widehat{D}) = 180^\circ$$

$$m(\widehat{B}) + m(\widehat{C}) = 180^\circ$$

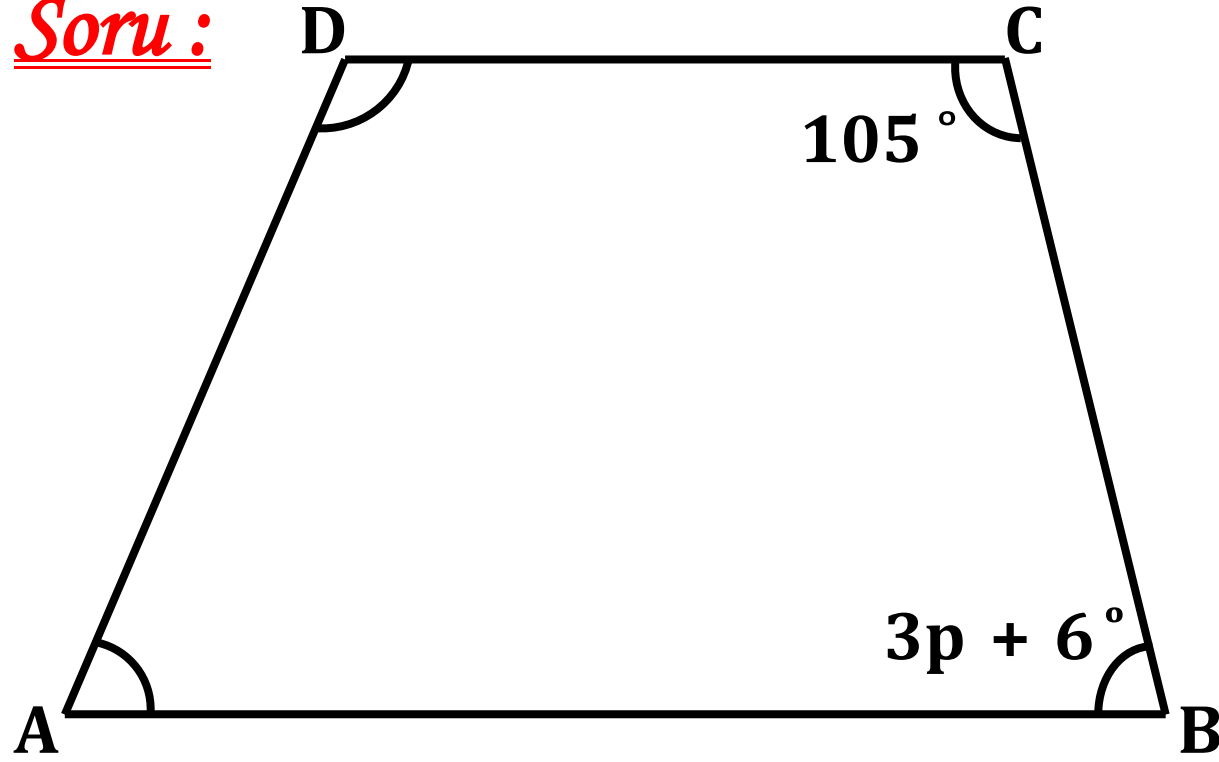
olarak alınır.

Soru :



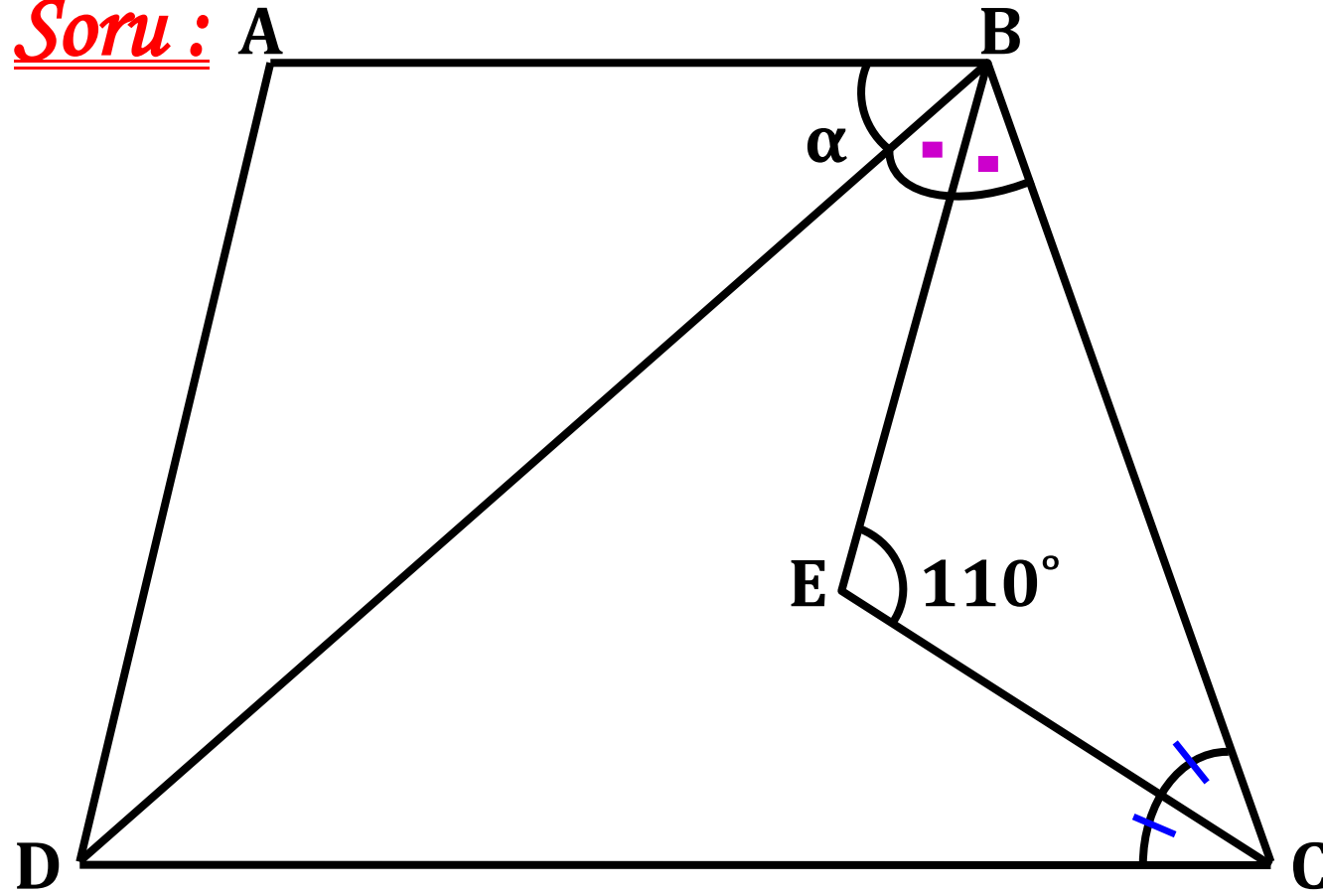
ABCD yamuk ise $m = ?$

Soru :



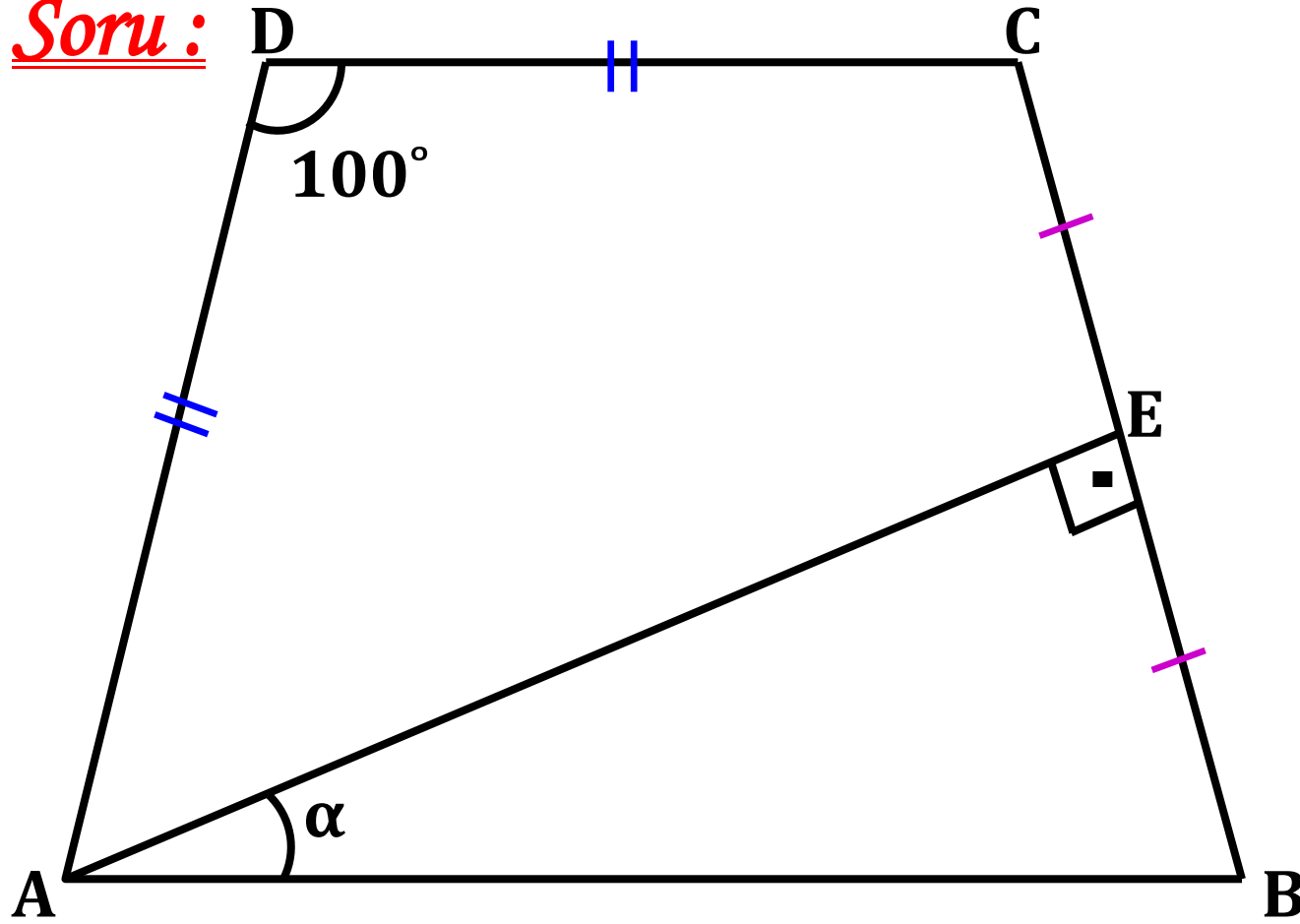
ABCD yamuk ve
 $m(\widehat{ADC}) = 3 \cdot m(\widehat{DAB})$
ise $p + m(\widehat{ADC}) = ?$

Soru :



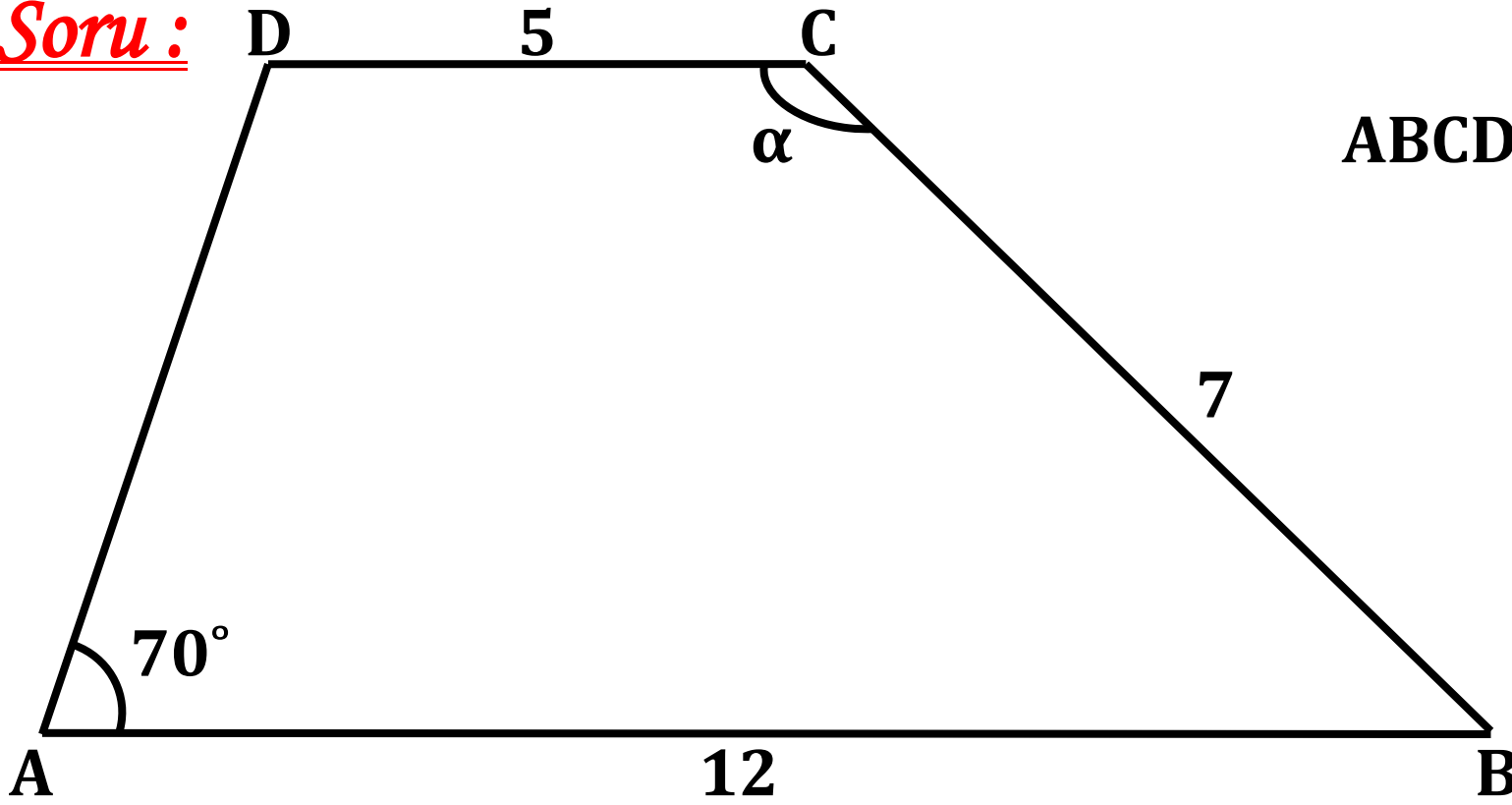
ABCD yamuğunda $\alpha = ?$

Soru :



$ABCD$ yamuğunda $\alpha = ?$

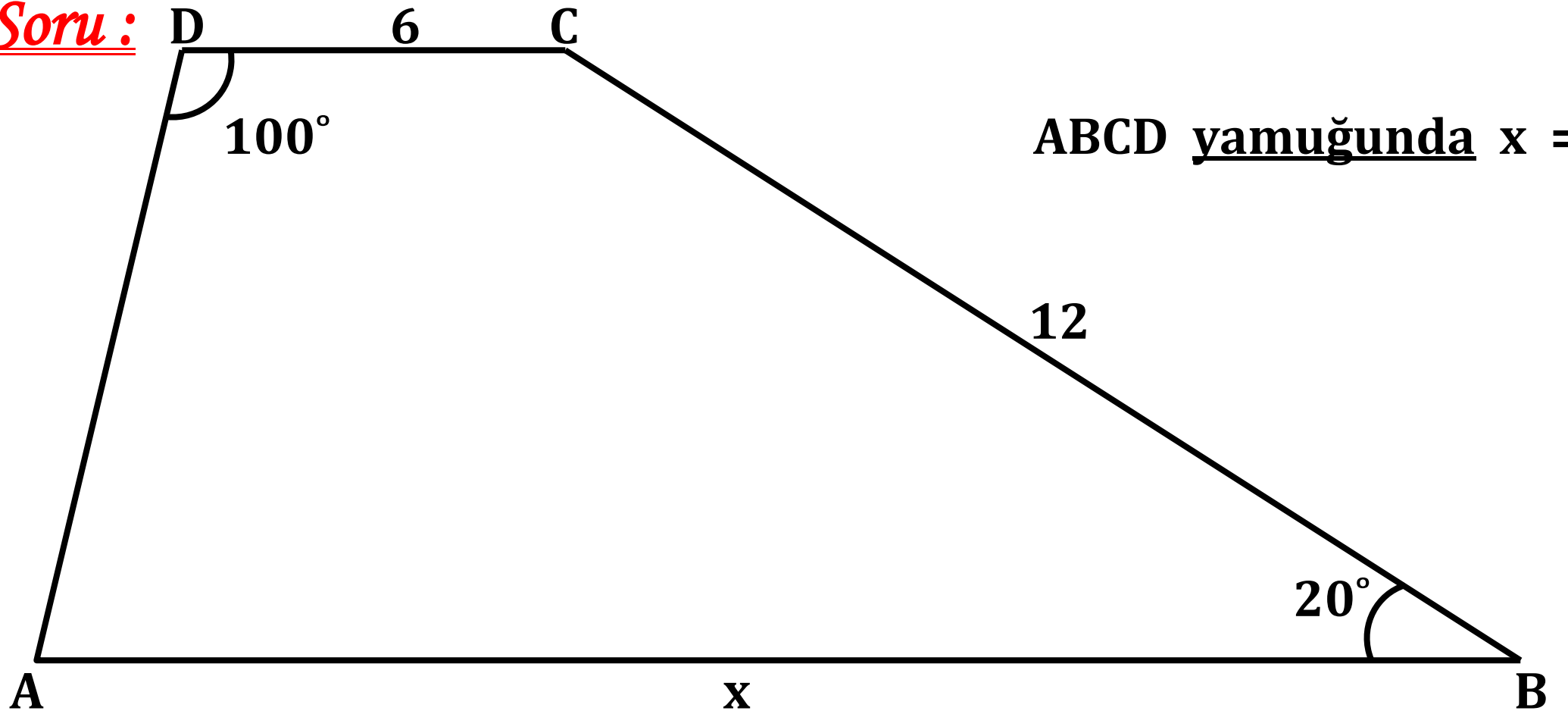
Soru :



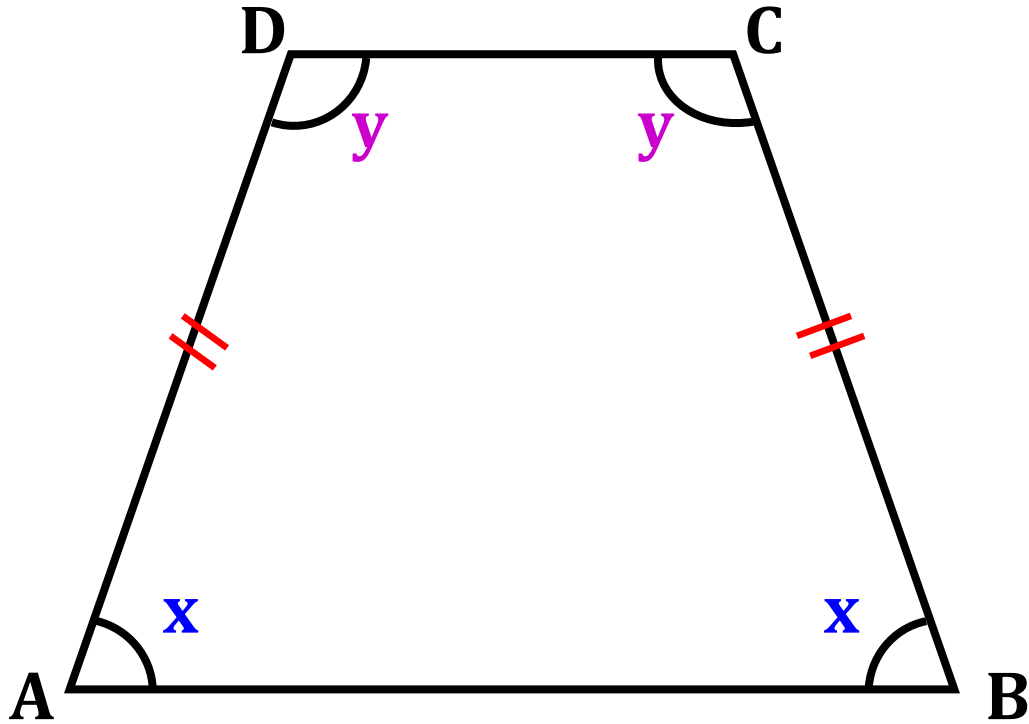
ABCD yamuğunda $\alpha = ?$

Not : Bu tarz sorularda üstteki noktalardan birinden alt tabana, yan tabanlardan birine paralel olacak şekilde bir doğru parçası indirilir. İkizkenar üçgen, yöndeş – ters açılardan sonuca gidilir.

Soru :



Kural 2: Yamukta paralel olmayan iki kenar birbirine eşitse, bu yamuğa “ ikizkenar yamuk ” adı verilir.



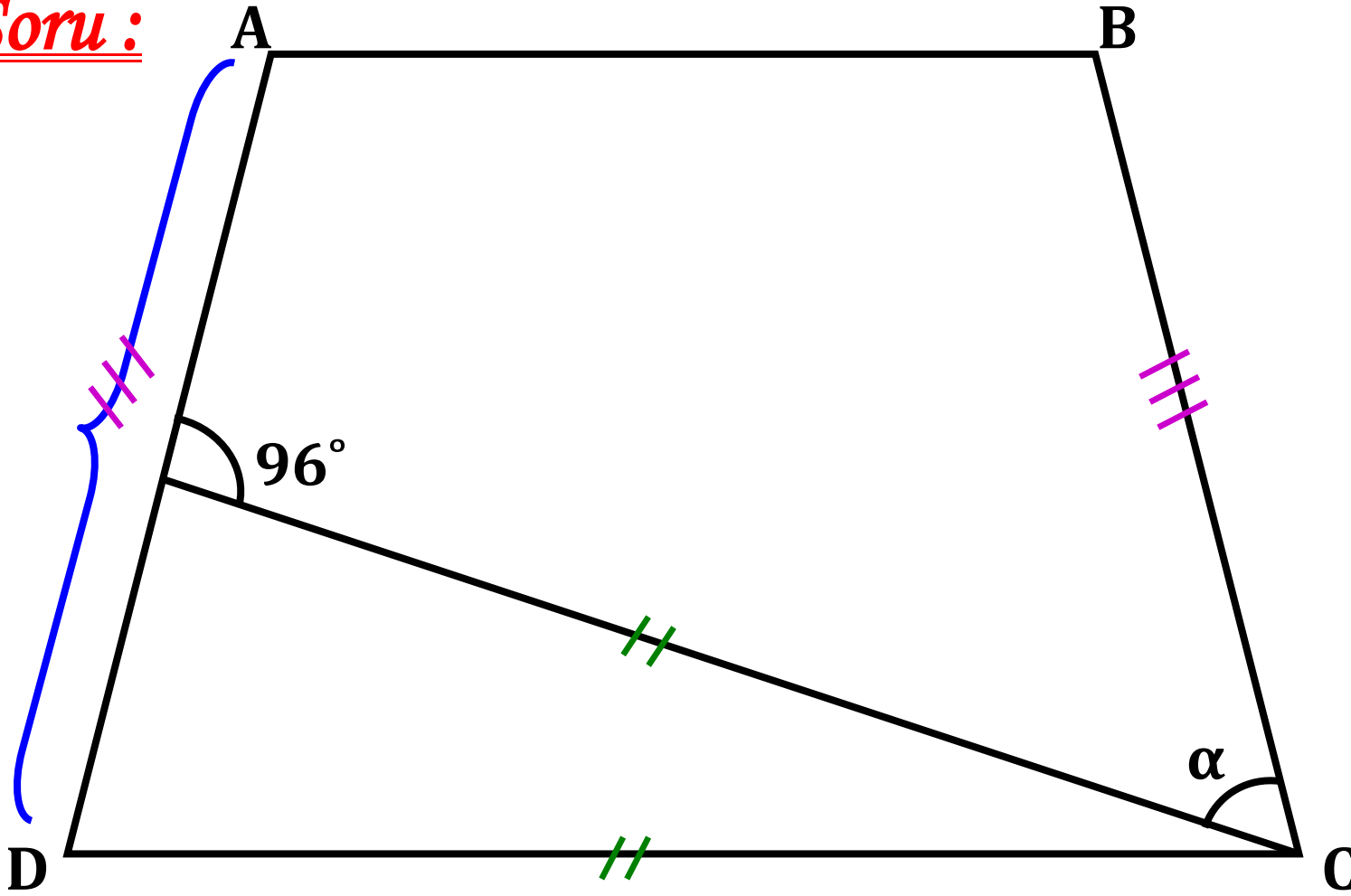
İkizkenar yamukta ;

1) Alt taban açıları birbirine eşittir.

Dolayısıyla,

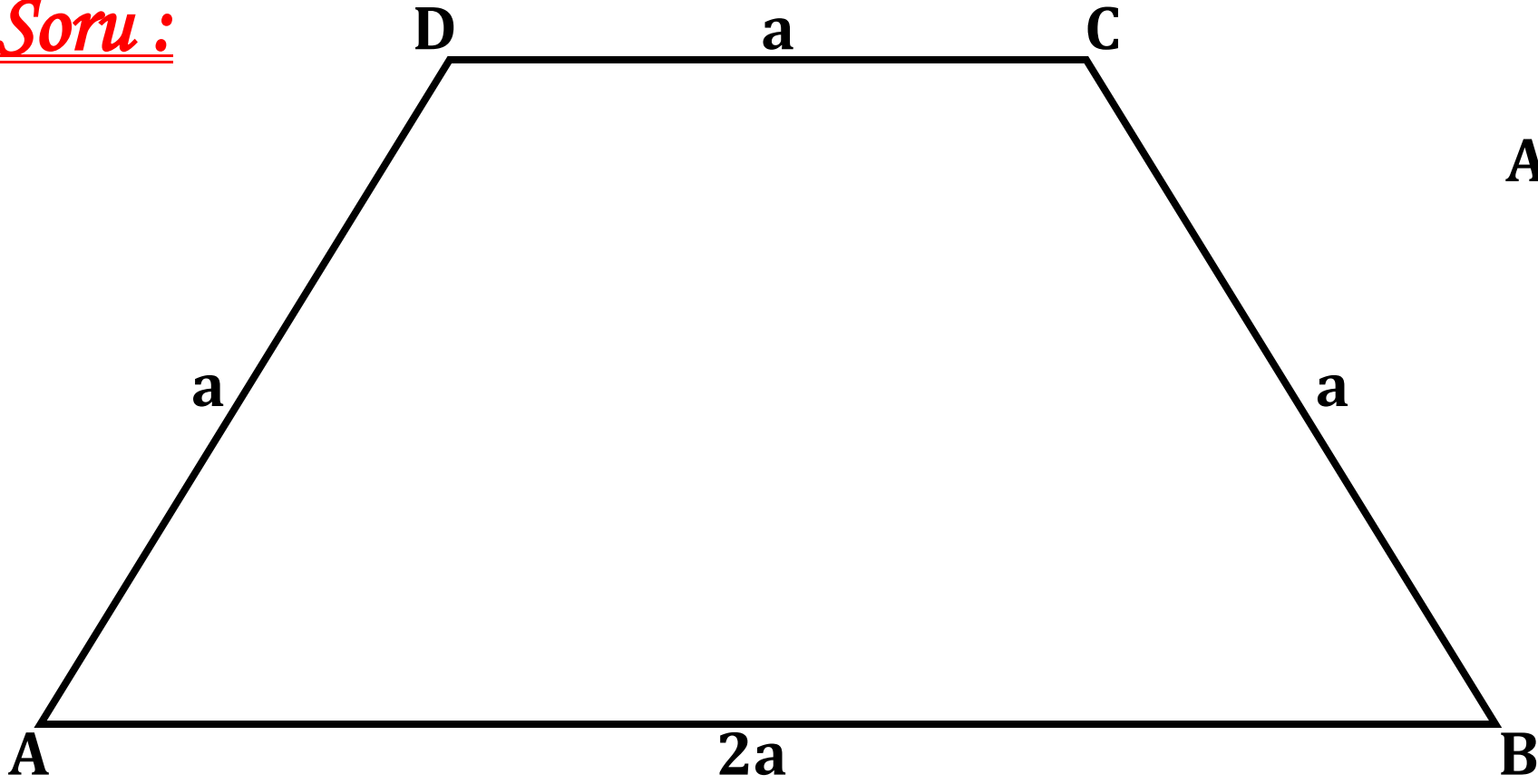
2) Üst taban açıları da birbirine eşittir.

Soru :



ABCD ikizkenar
yamuğunda $\alpha = ?$

Soru :

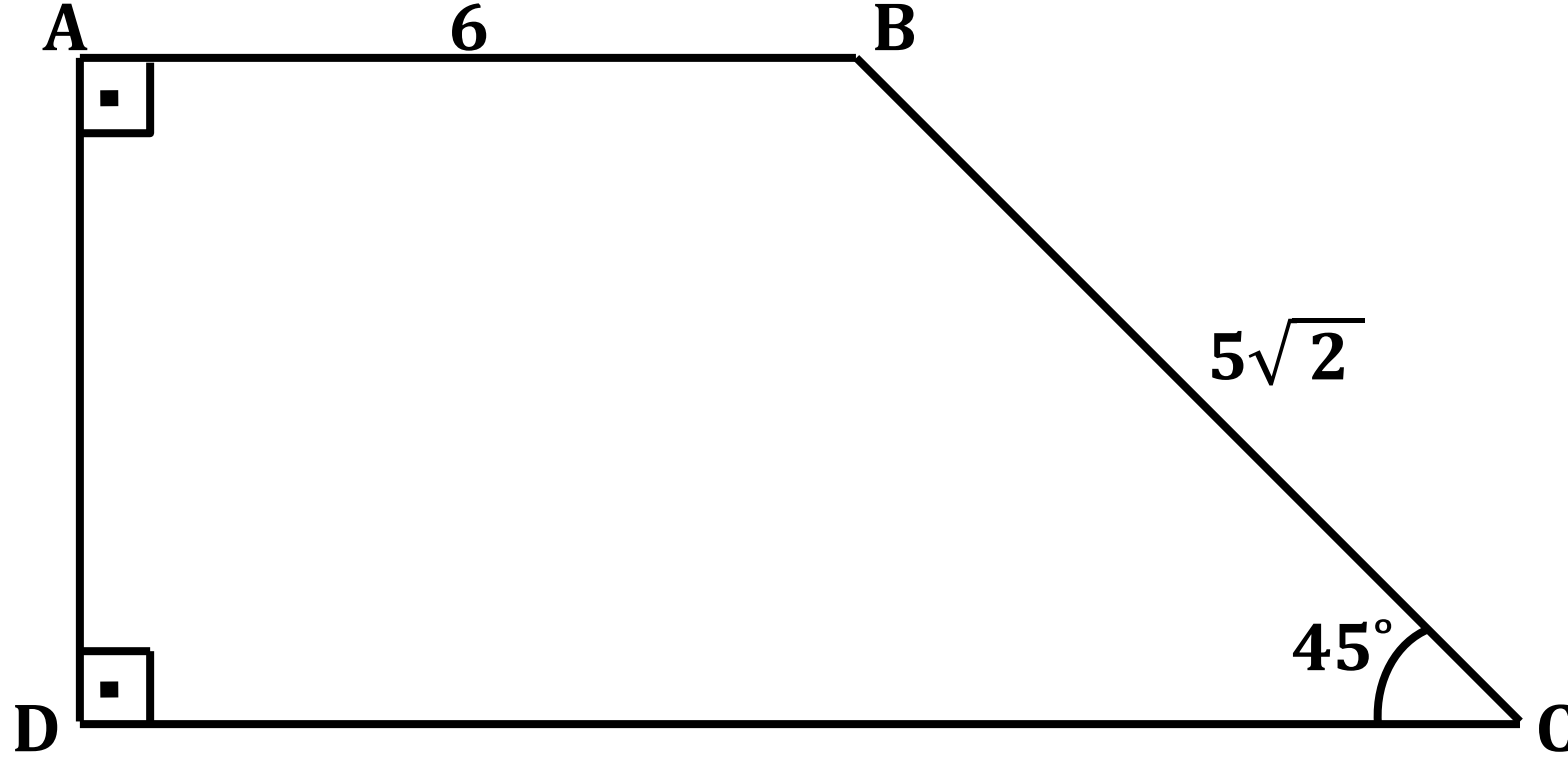


ABCD yamuksa

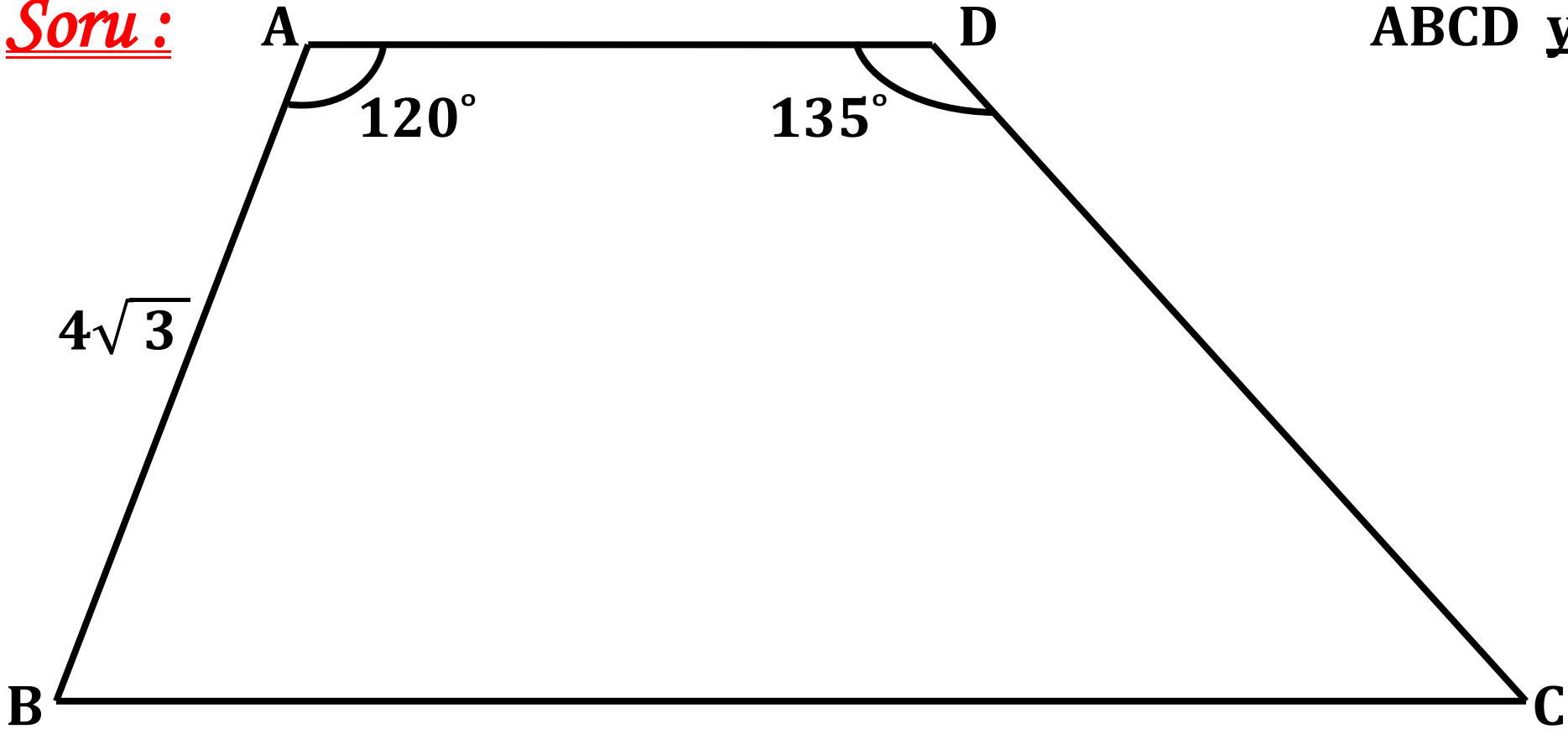
$$m(\widehat{C}) = ?$$

Uzunluk Uygulamaları : Üçgen konusunda öğrendiğimiz kurallar uygulanarak çözüme ulaşılır.

Soru : ABCD dik yamuğunda $|AD| + |DC| = ?$

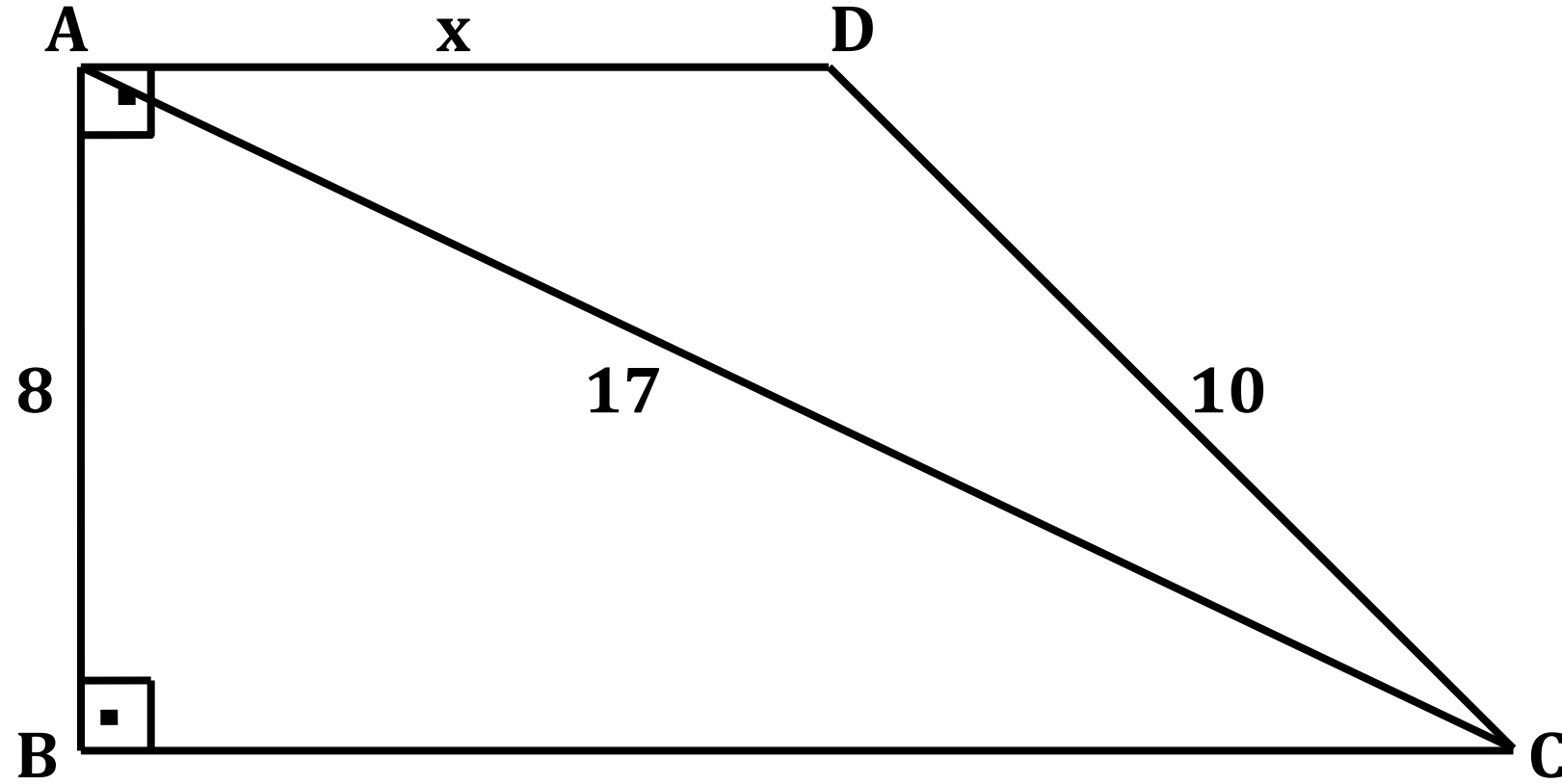


Soru :

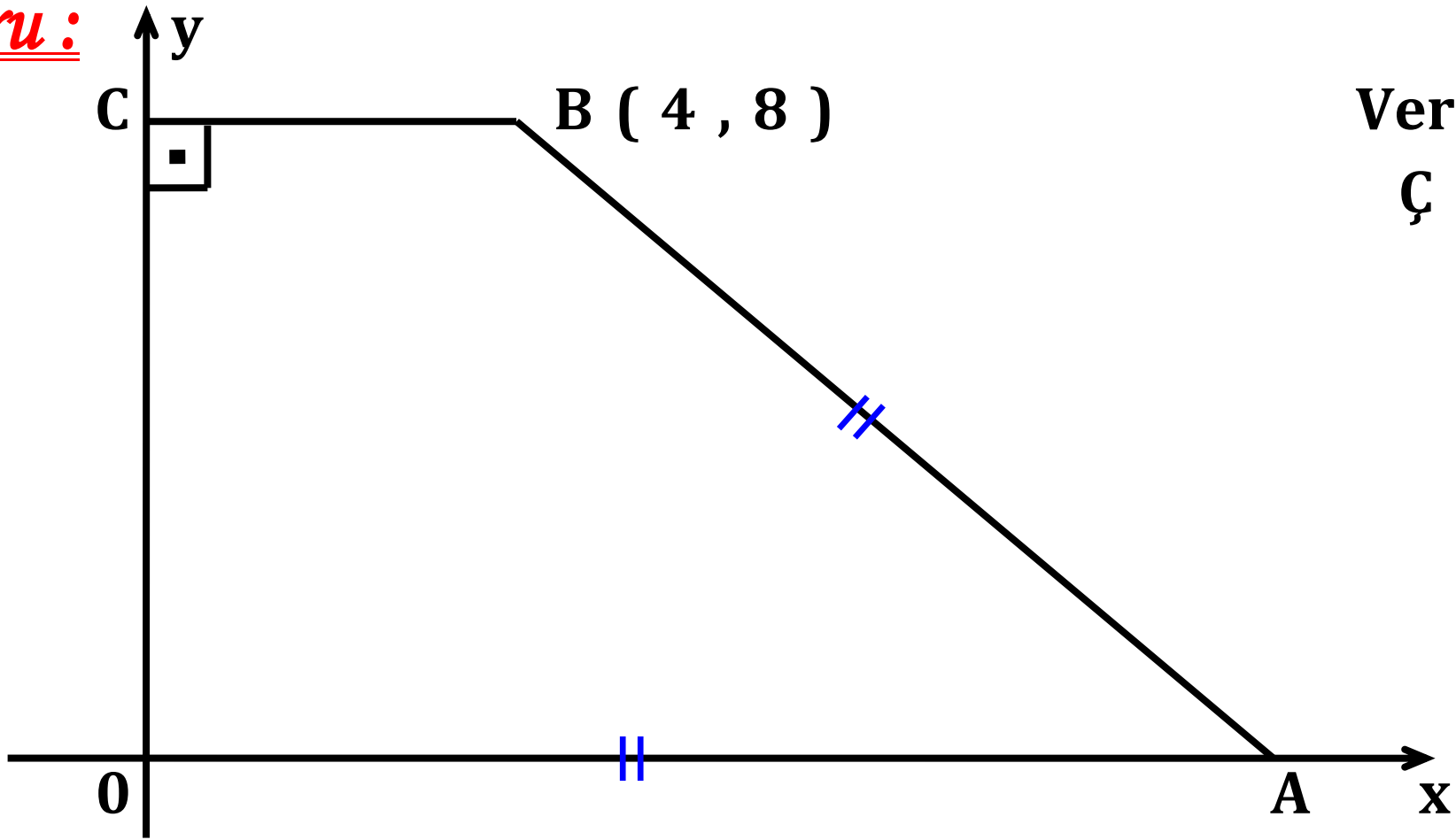


ABCD yamuk ise
| DC | = ?

Soru : ABCD dik yamuğunda $x = ?$

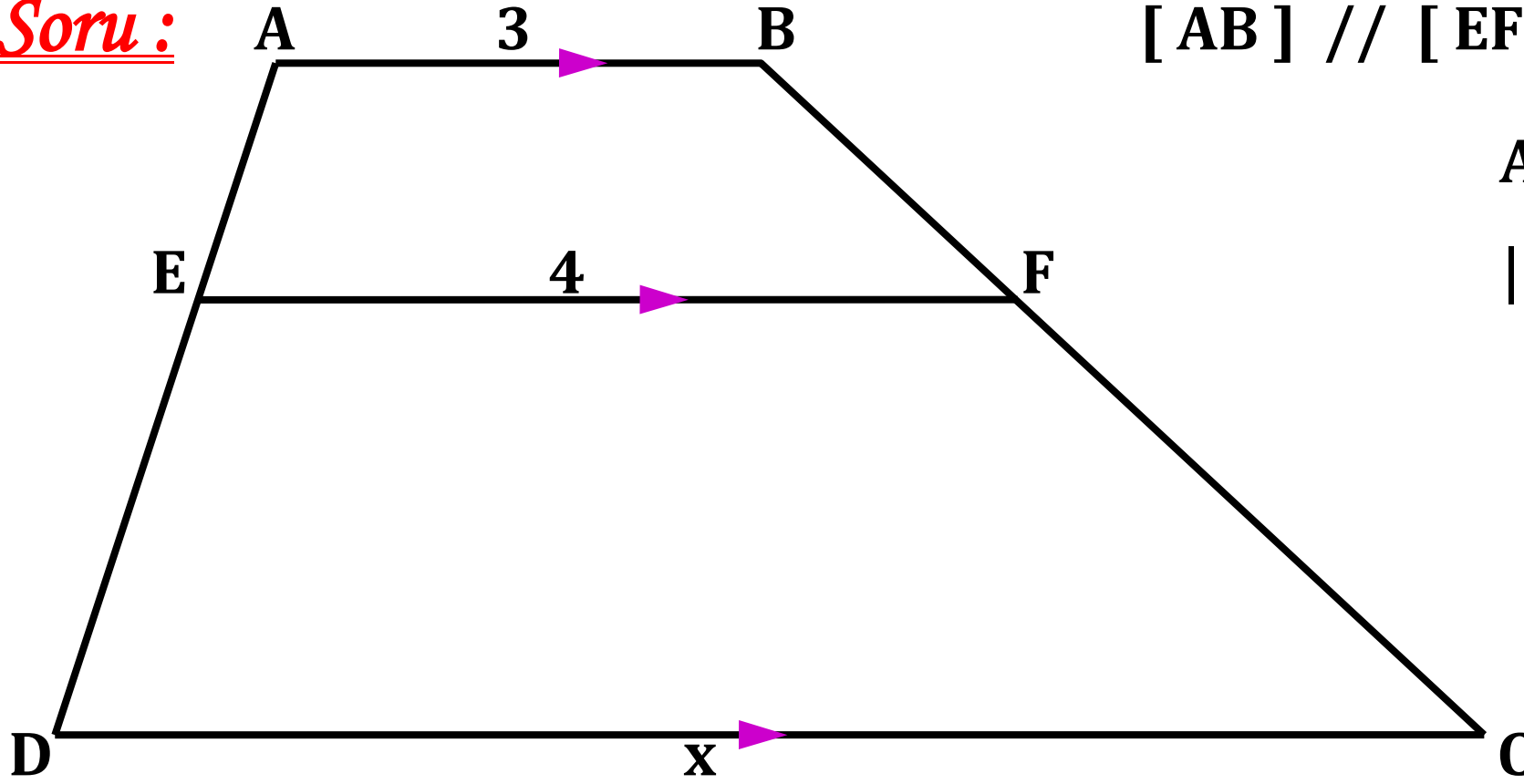


Soru :



Verilenlere göre
 $\angle (ABCD) = ?$

Soru :



$[AB] // [EF] // [DC]$ 'dir.

ABCD yamuk ve

$$|FC| = 2 \cdot |BF|$$

ise $x = ?$

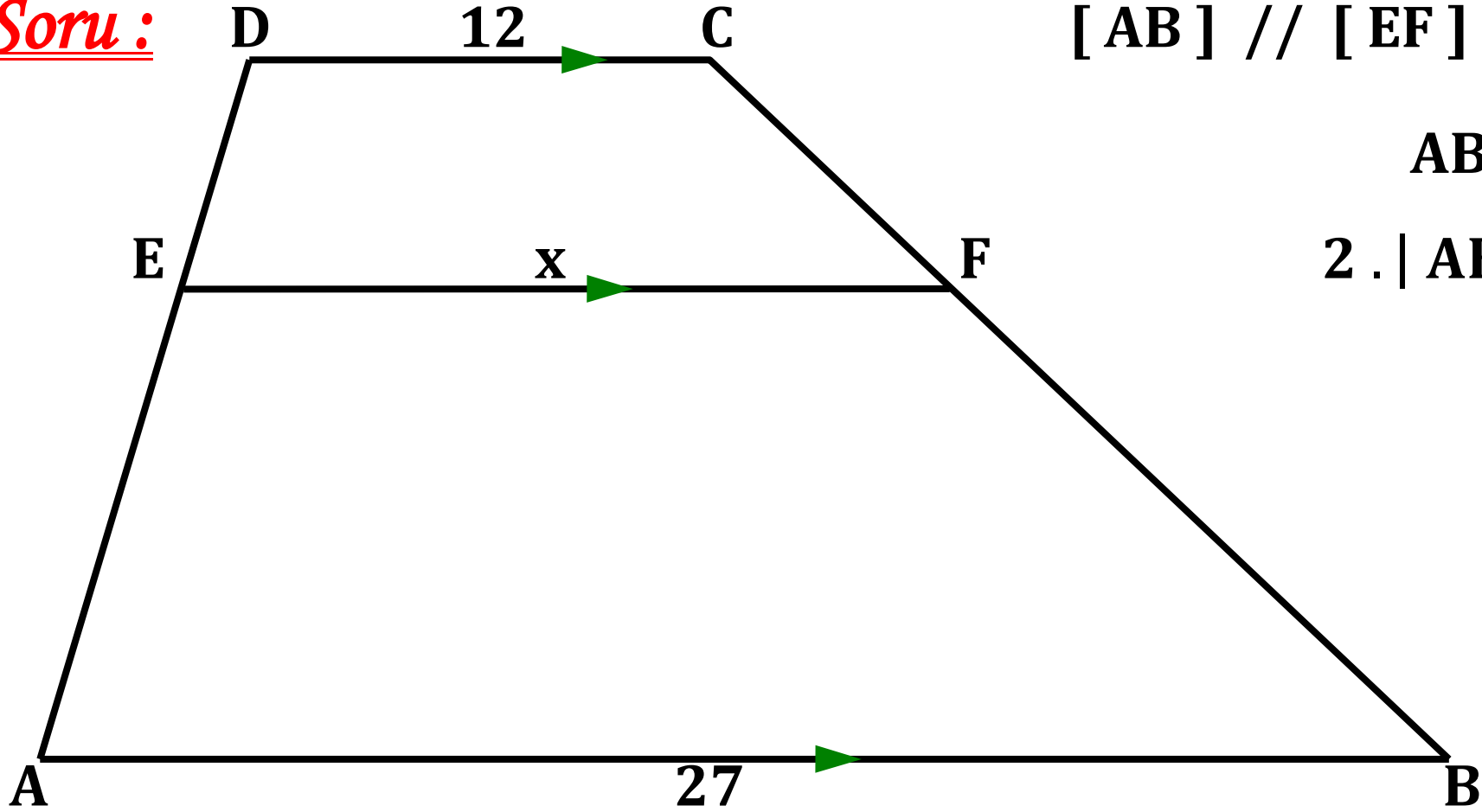
Not : A 'dan veya B 'den alt tabana, yan tabanlardan birine paralel ola-

cak şekilde doğru parçası indirilir. Benzerlik – temel orantı kullanılarak

sonuca gidilir. **Kısayol :** Yan tabanlar arasındaki ilişki ve bilinen iki

uzunluk arasındaki orantıya göre istenen bulunur.

Soru :



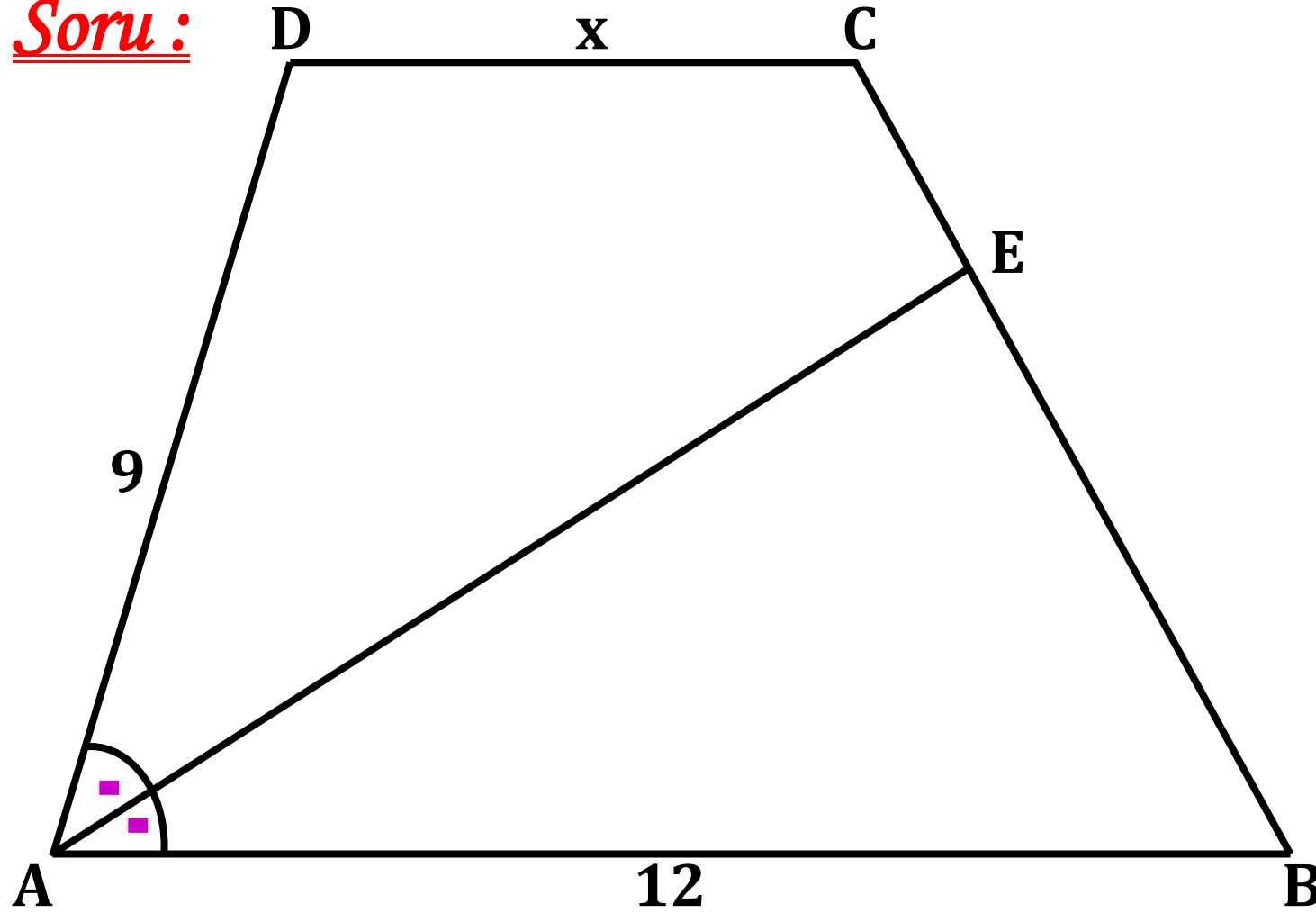
$[AB] \parallel [EF] \parallel [DC]$ 'dir.

$ABCD$ yamuk ve

$$2 \cdot |AE| = 3 \cdot |ED|$$

ise $x = ?$

Soru :



ABCD yamuk ve

$$|EB| = 3 \cdot |EC|$$

ise $x = ?$

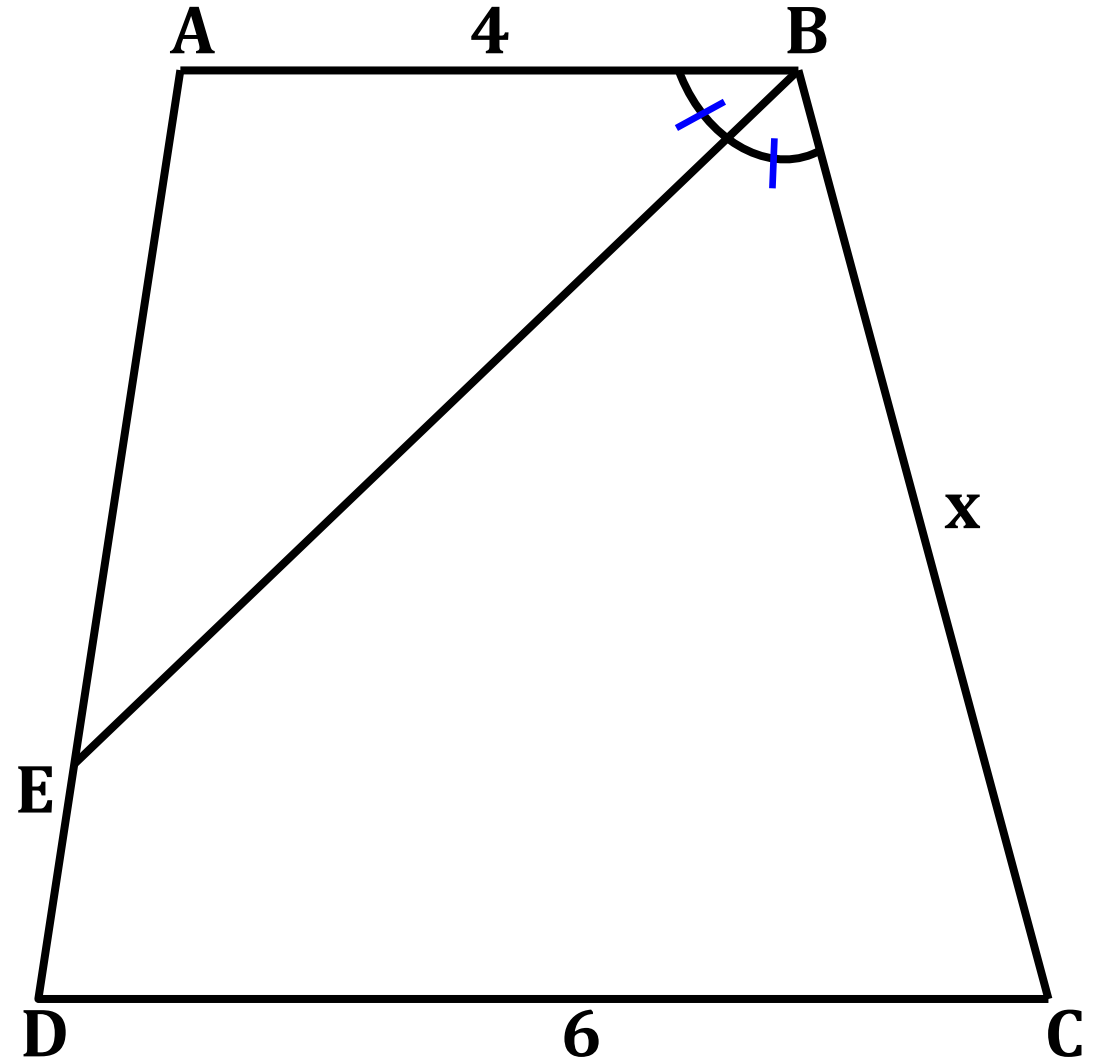
(E ile C 'yi uzat ve birleştir. Kelebek ve Z kuralından istenen sonuca ulaşılır.)

Soru :

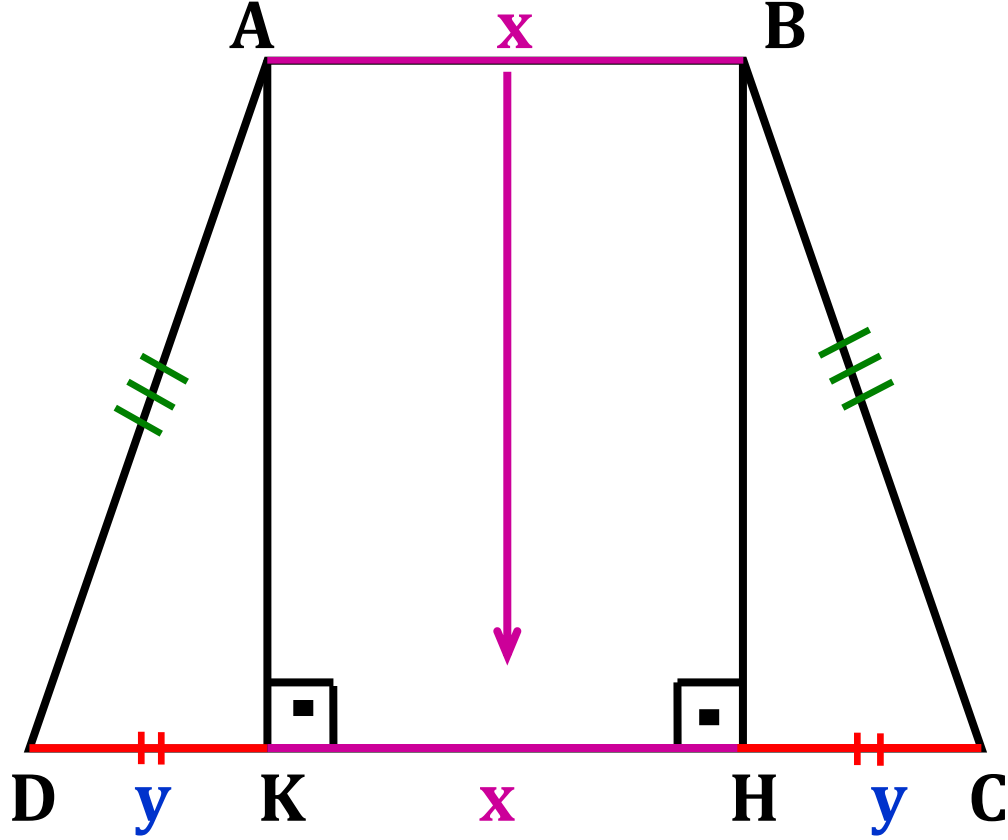
ABCD yamuk ve

$|AD| = 5 \cdot |ED|$ ise

$x = ?$

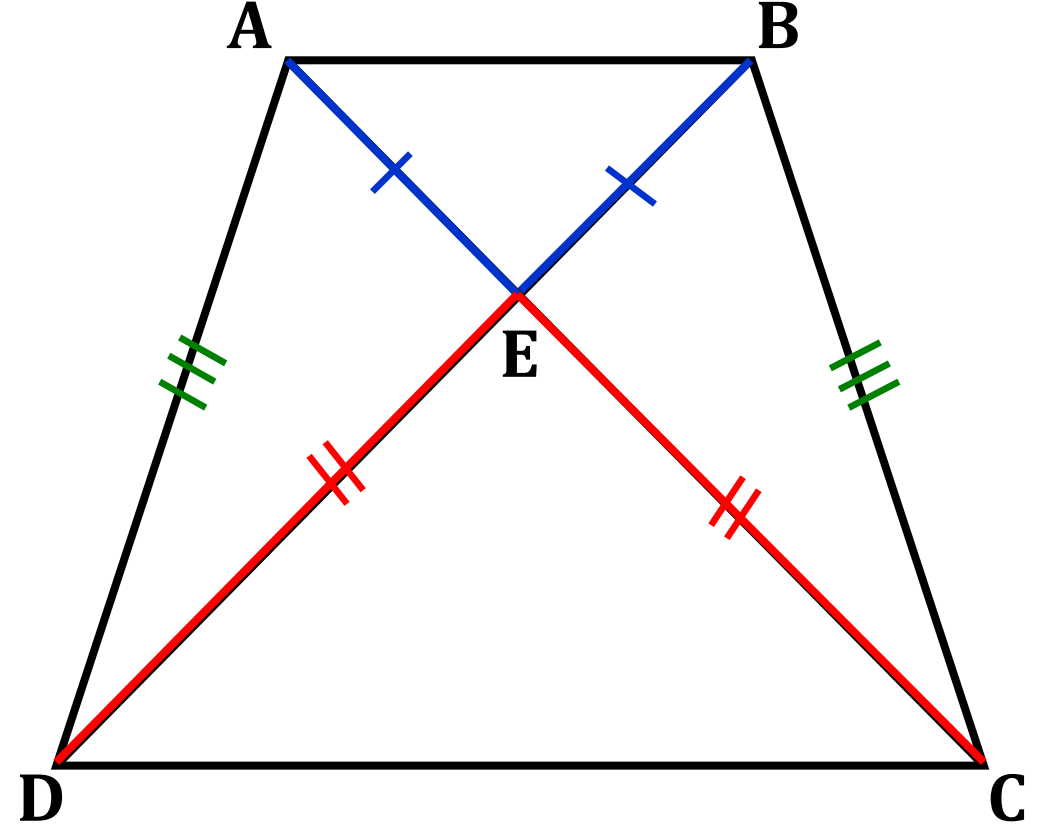


Kural 3 : A)



İkizkenar yamukta iki üst köşe noktasından diklik indirildiğinde, alt tabandaki iki yan parça birbirine eşit olur.

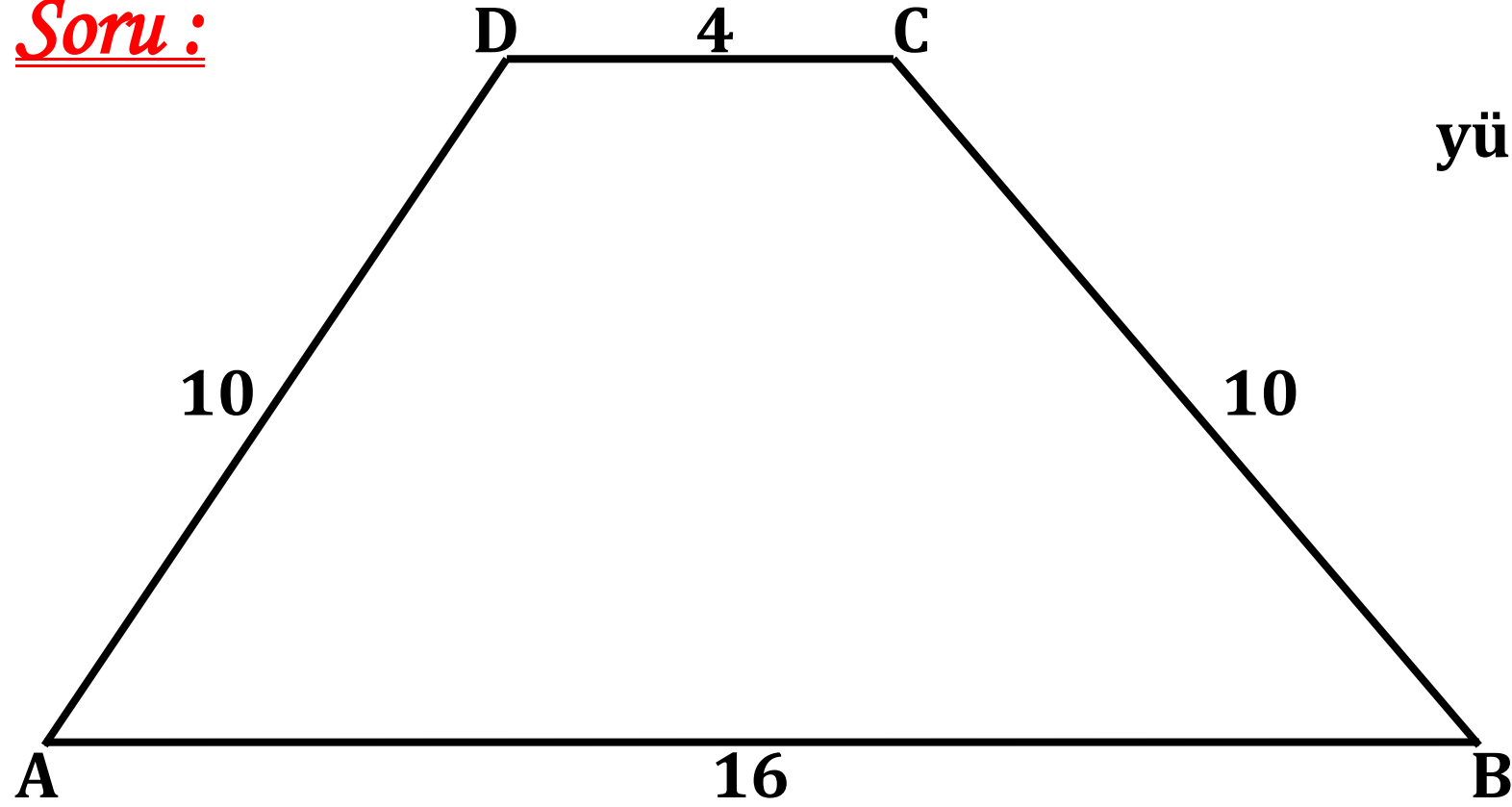
B)



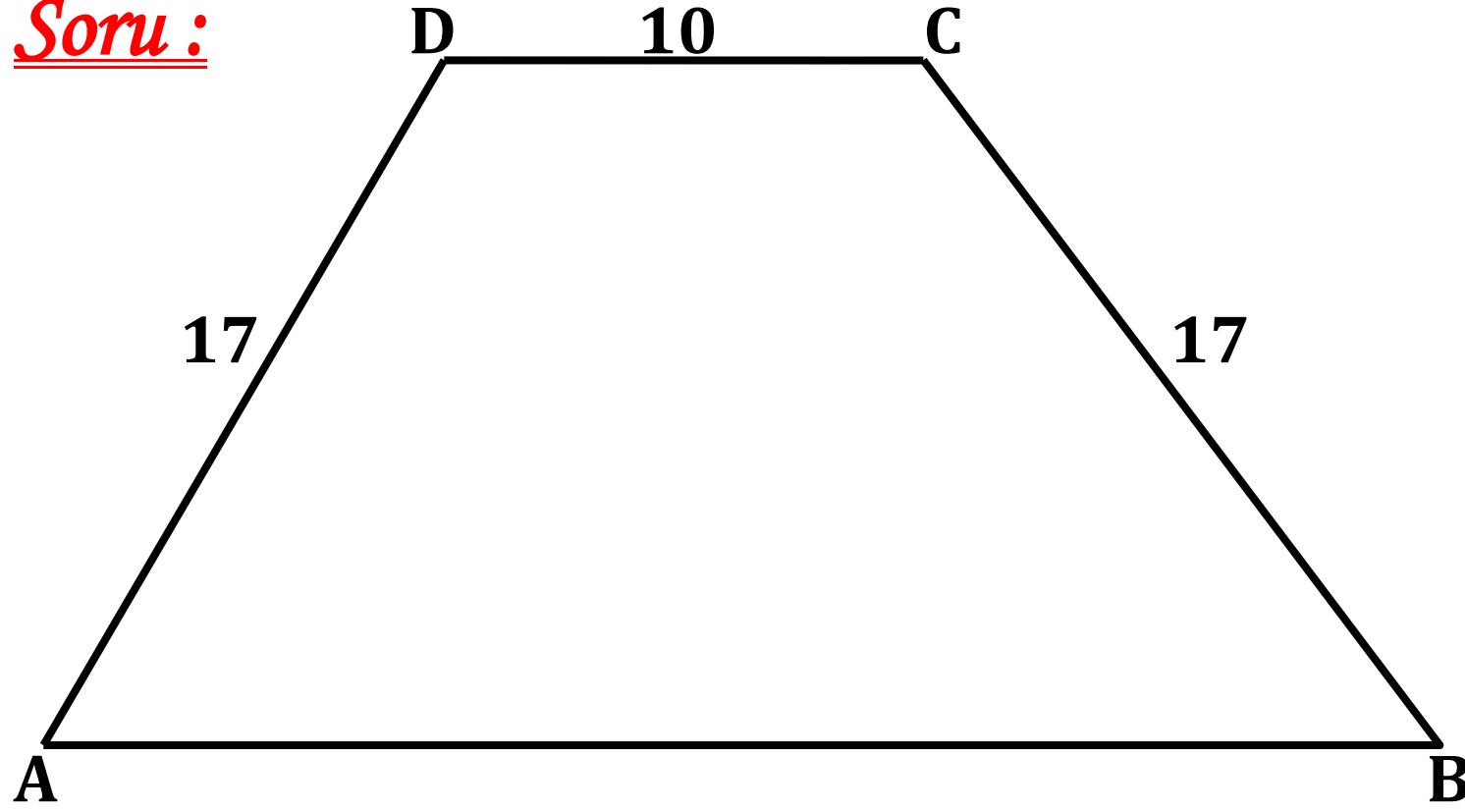
İkizkenar yamukta ;
 $|AE| = |EB|$, $|DE| = |EC|$
olup, ikizkenar yamukta köşegenler birbirine eşittir. Yani $|AC| = |BD|$ 'dir.

Soru :

**ABCD yamuğunun
yüksekliğini bulunuz.**



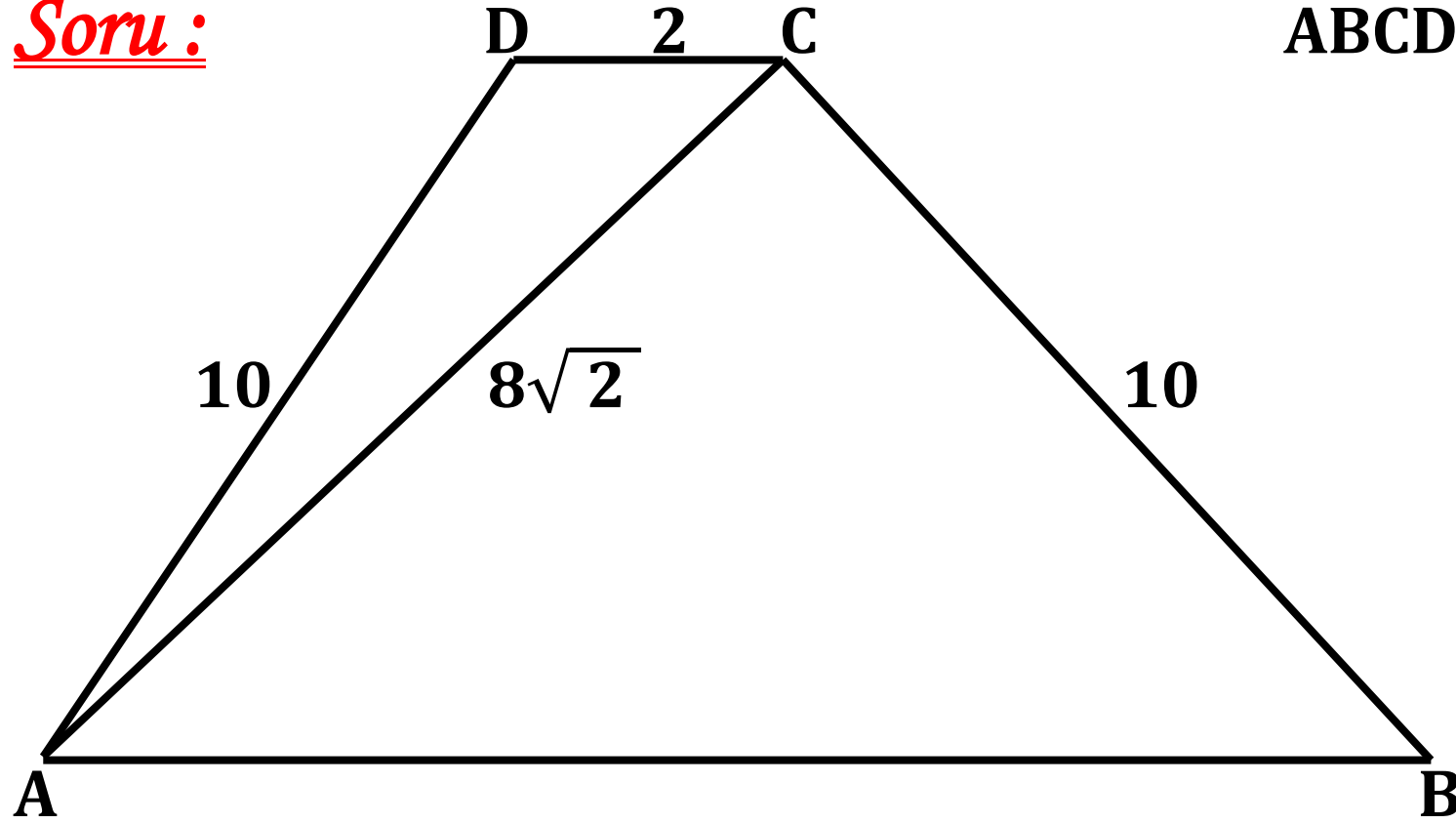
Soru :



ABCD yamuğunun
yüksekliğini 15 br
ise $\text{Ç (ABCD)} = ?$

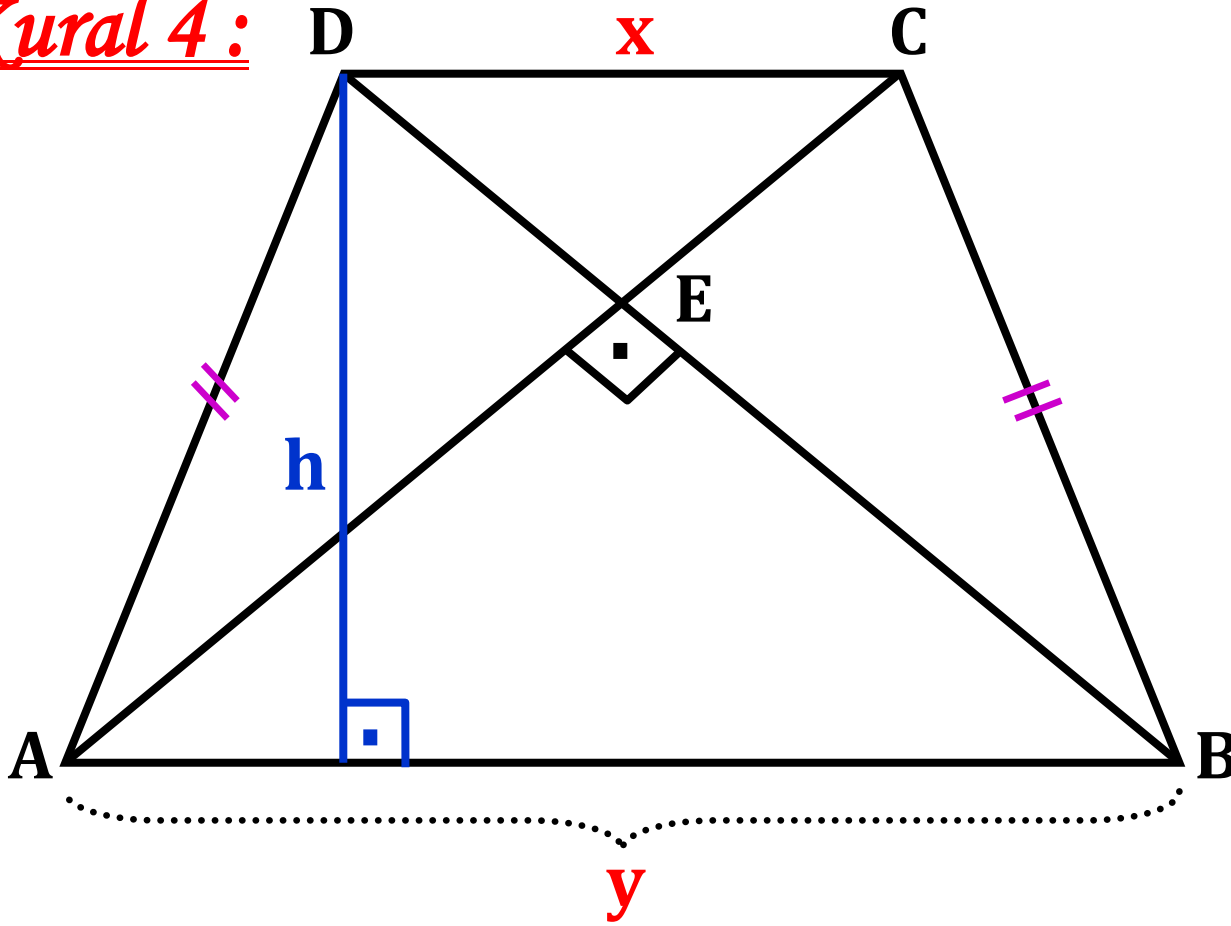
Soru :

ABCD yamuk ise $|AB| = ?$



Not : Üst iki köşe noktasından
diklik indirilir. İki farklı dik
üçgenden Pisagor bağıntısı
uygulanarak istenen bulunur.

Kural 4 :

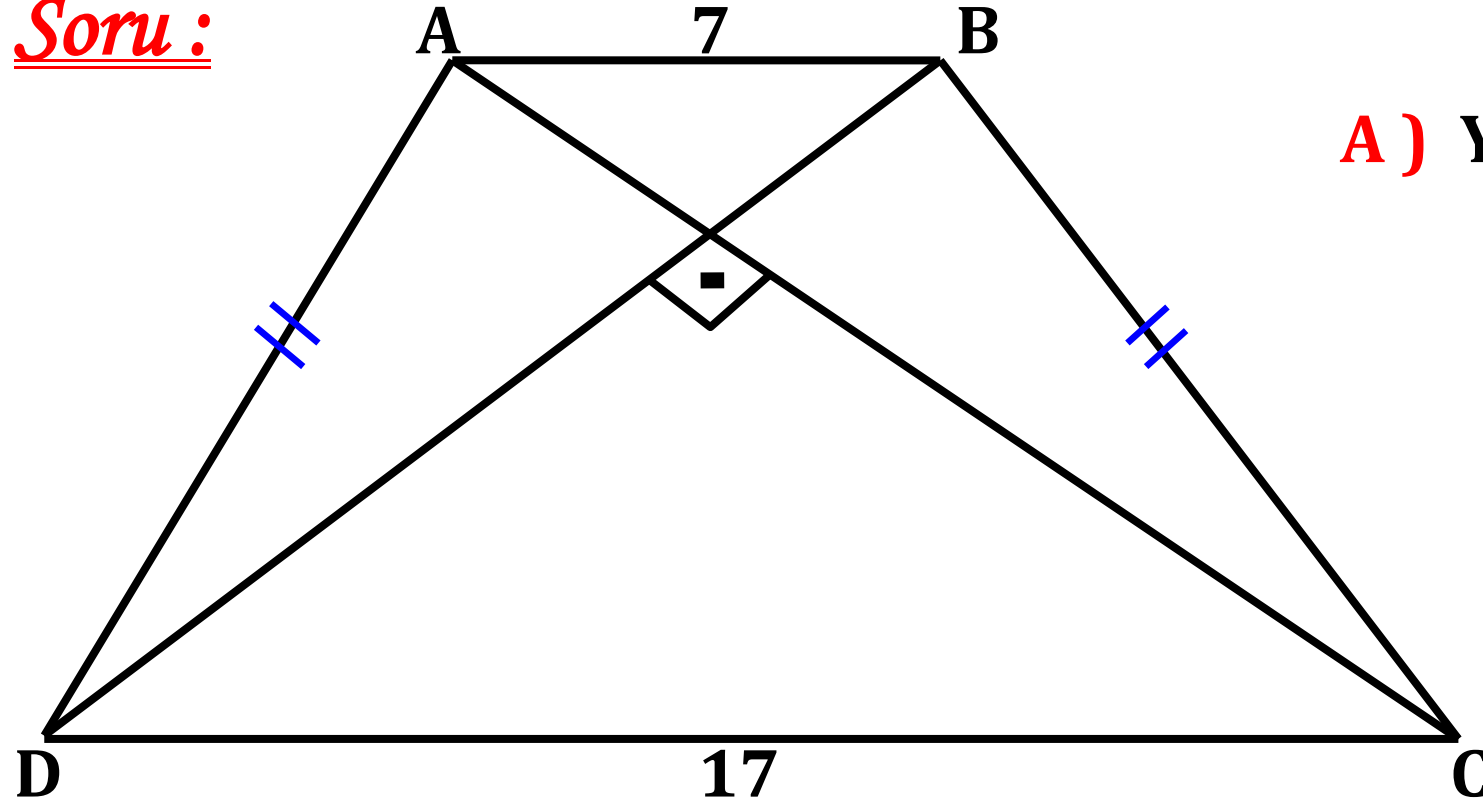


ABCD ikizkenar
yamuk olsun.

Yamukta köşegenler dik kesişiyorsa, $h = \frac{x + y}{2}$ olarak alınır.

2. yol : E'den hem alt tabana hem de üst tabana diklik indirilirse, muhteşem üçlü kuralından da aynı sonuç bulunabilir.

Soru :

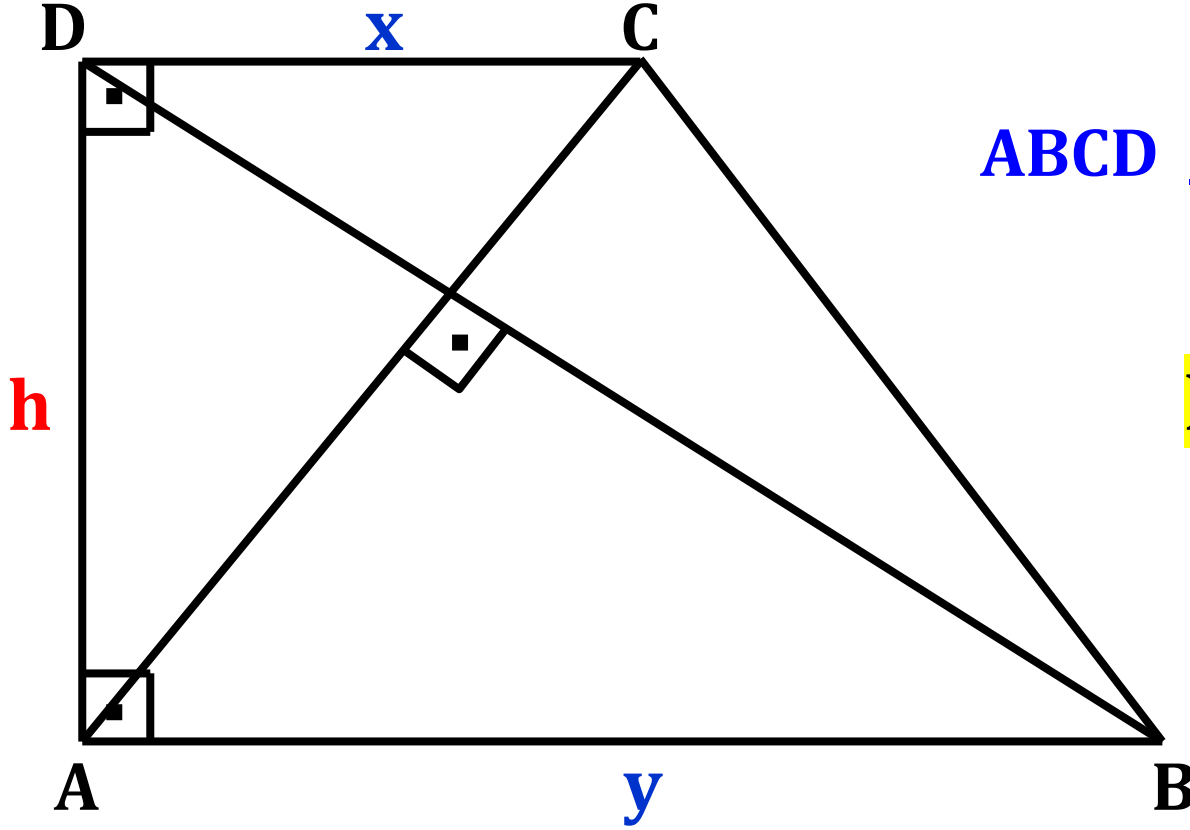


ABCD yamuğunda ;

A) Yamuğun yüksekliğini bulunuz.

B) $|AD| = ?$

Kural 5 :

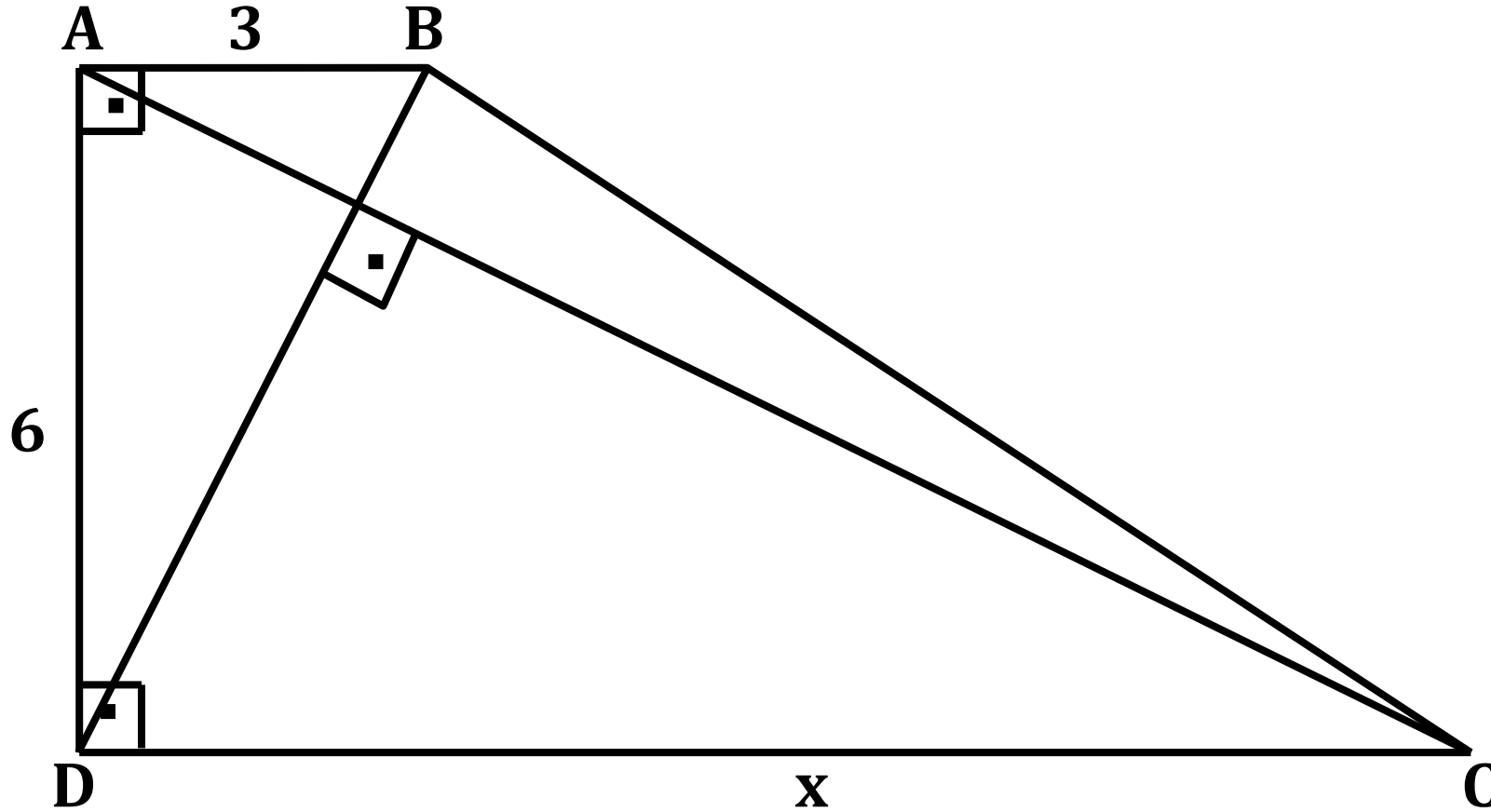


ABCD dik yamuğunda köşegenler
dik kesişiyorlarsa

$$h^2 = x \cdot y \text{ olarak alınır.}$$

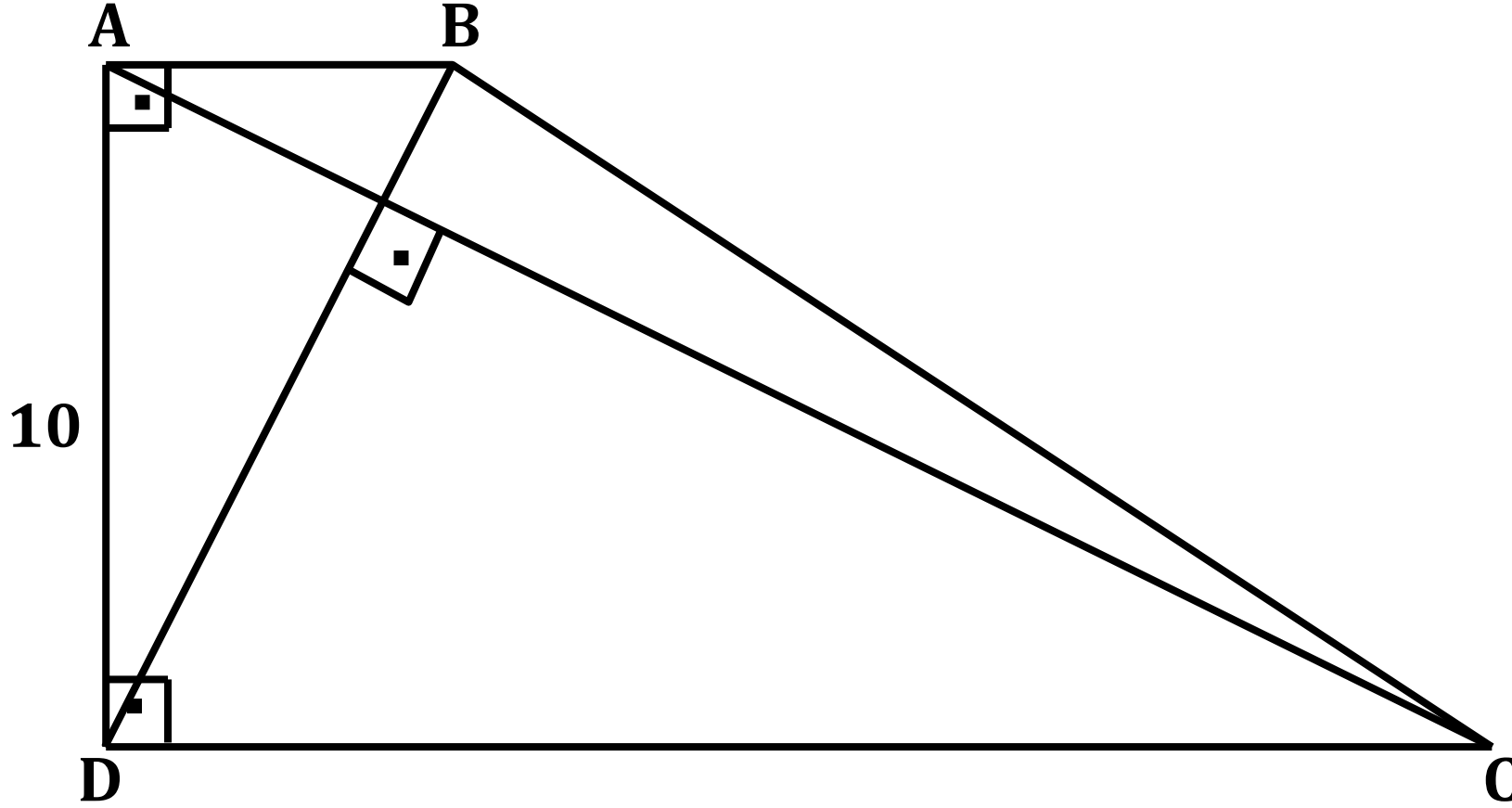
2. yol : D 'den [CA] 'nın paraleli çizilir ve A uzatılarak birleşme-
leri sağlanır. Öklit'ten sonuca ulaşılır.

Soru : ABCD dik yamuğunda ; **A)** $x = ?$

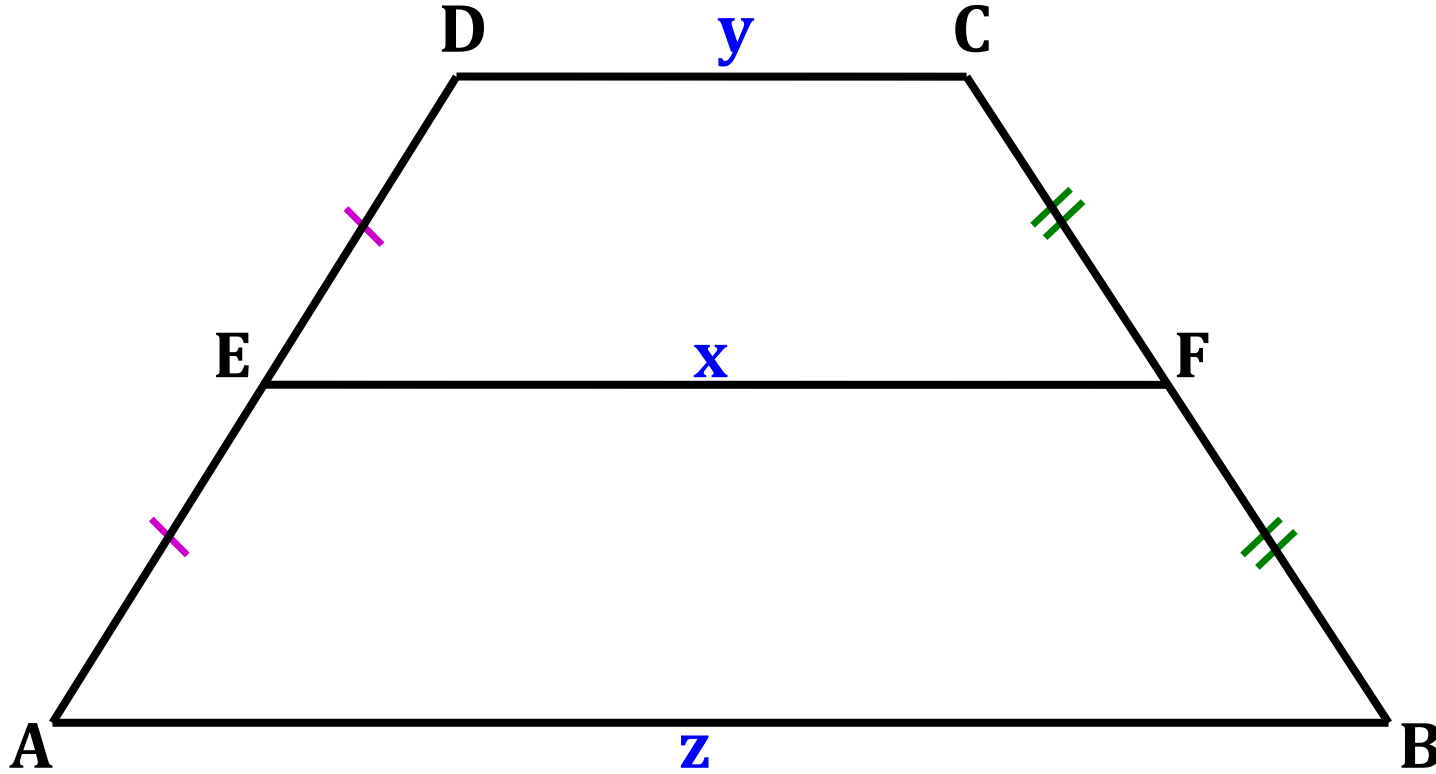


B) $|BC| = ?$

Soru : ABCD dik yamuğunda $|DC| = 4 \cdot |AB|$ ise $|AB| = ?$



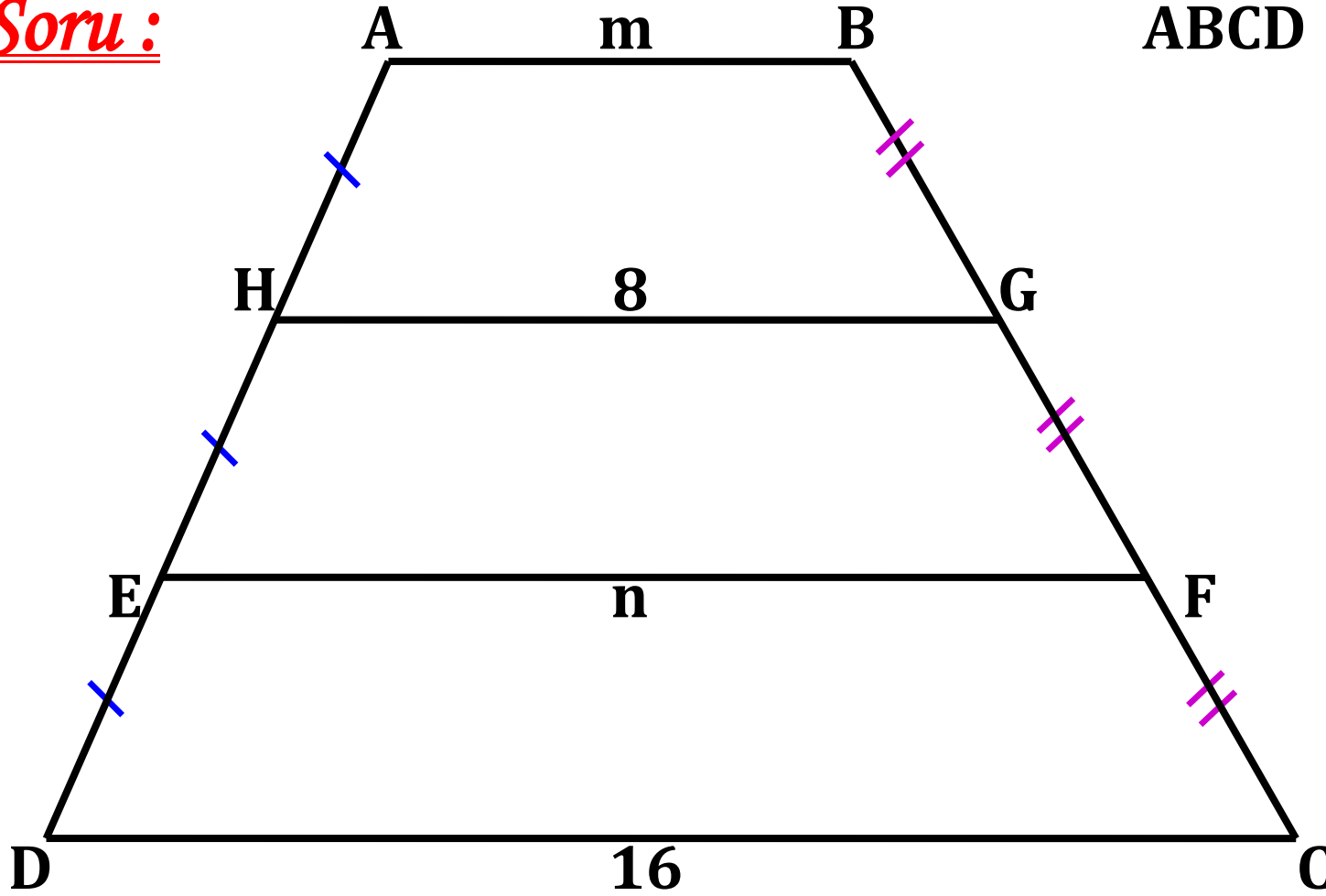
Kural 6: (Orta Taban)



ABCD yamuğunda [EF] orta taban ise $x = \frac{y + z}{2}$ olarak alınır.

Soru :

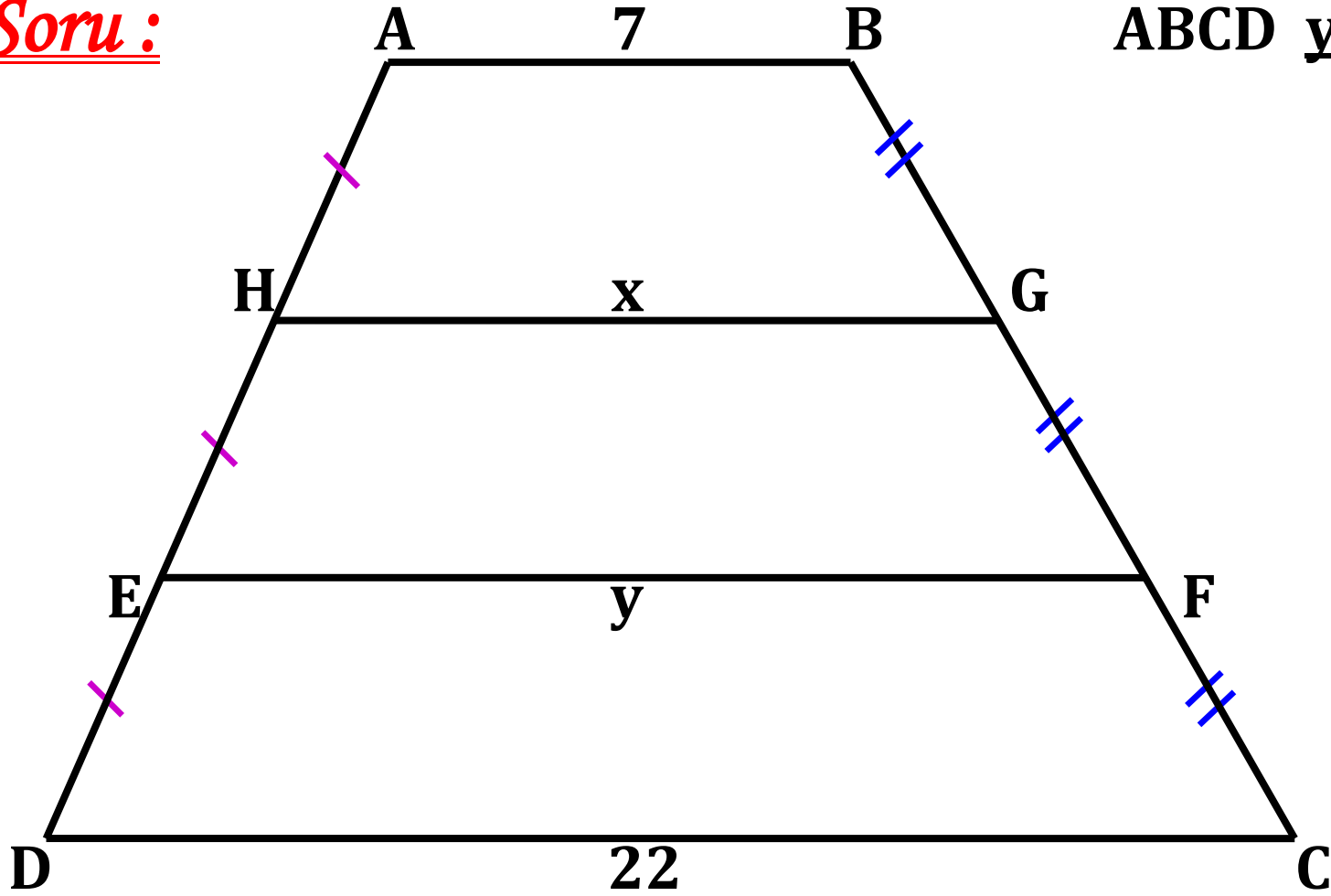
ABCD yamuğunda $m \cdot n = ?$



Not : Parçalar arasındaki artma oranına göre de istenilenler bulunabilir.

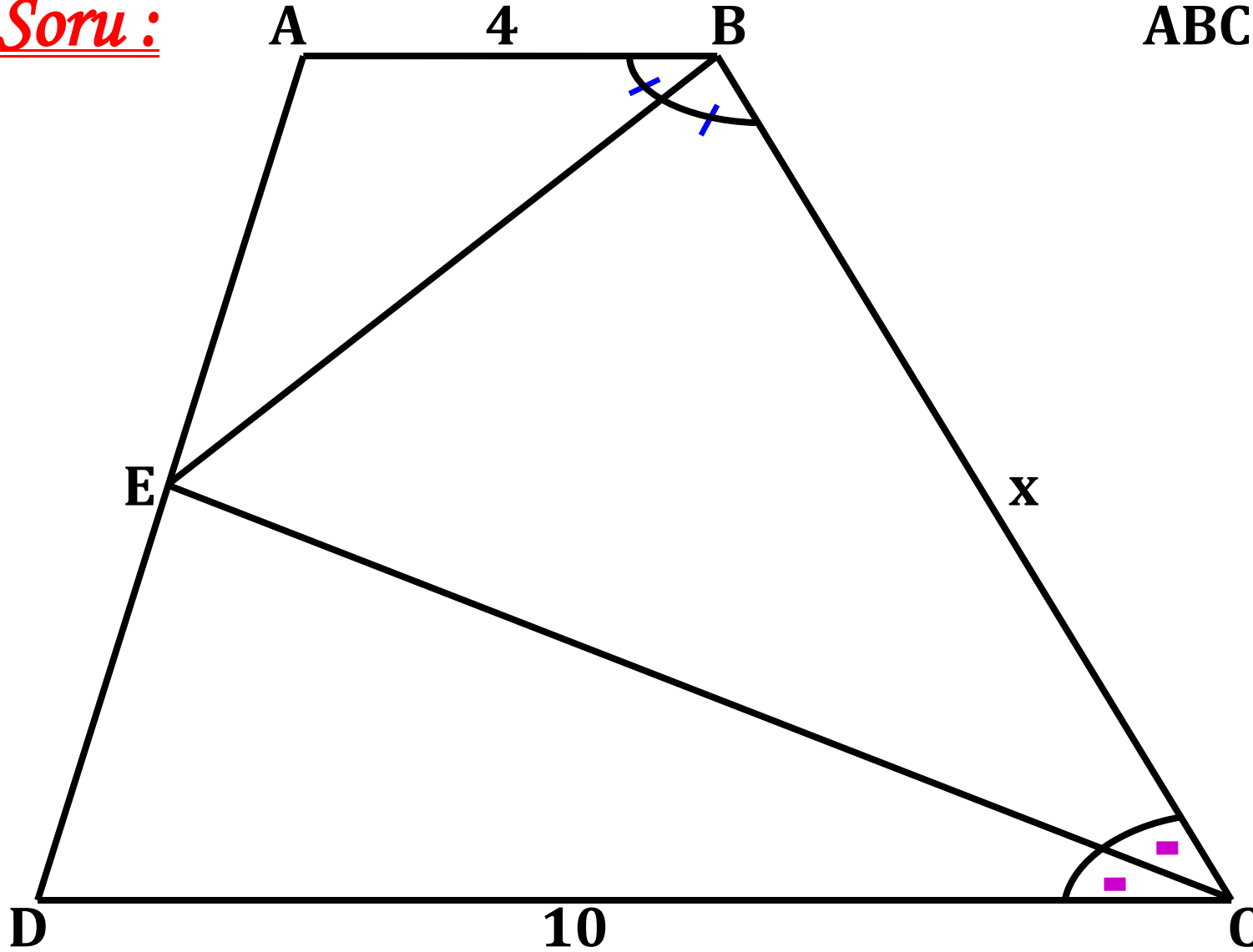
Soru :

ABCD yamuğunda $y - x = ?$



Soru :

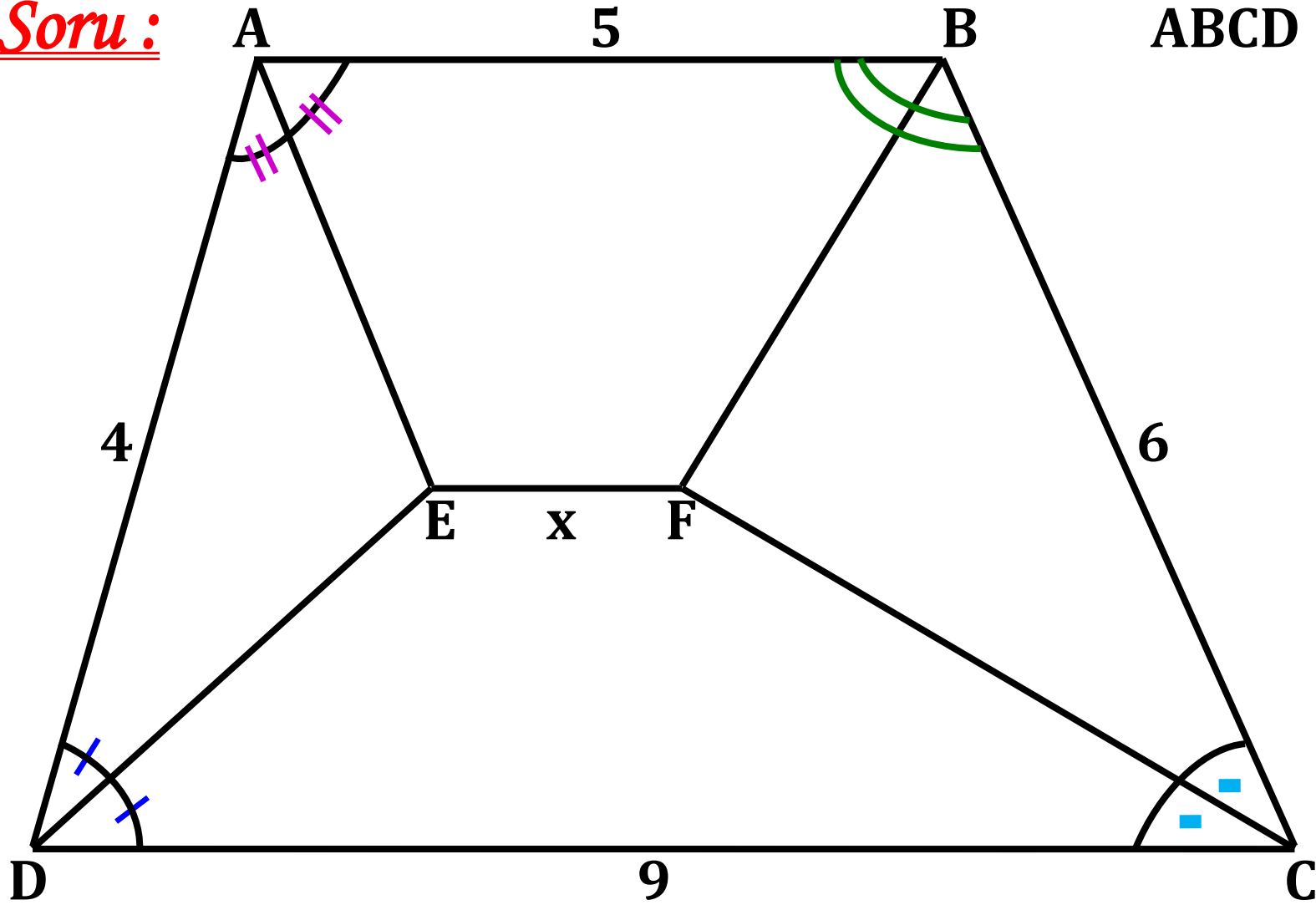
ABCD yamuğunda $x = ?$



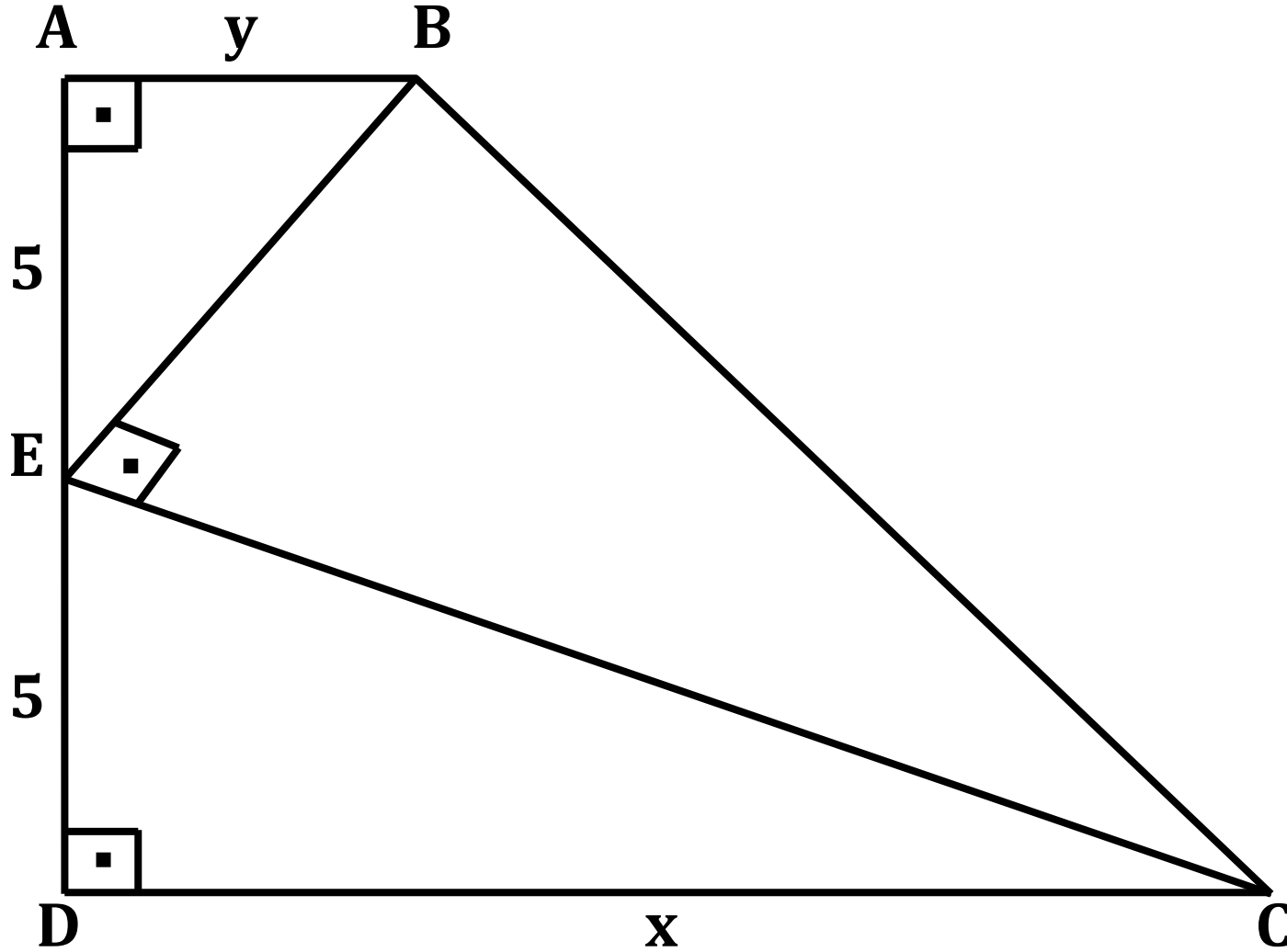
Not : E 'den paralel çek. Z kuralı ve ikizkenar üçgenlerden x 'i bul.

Soru :

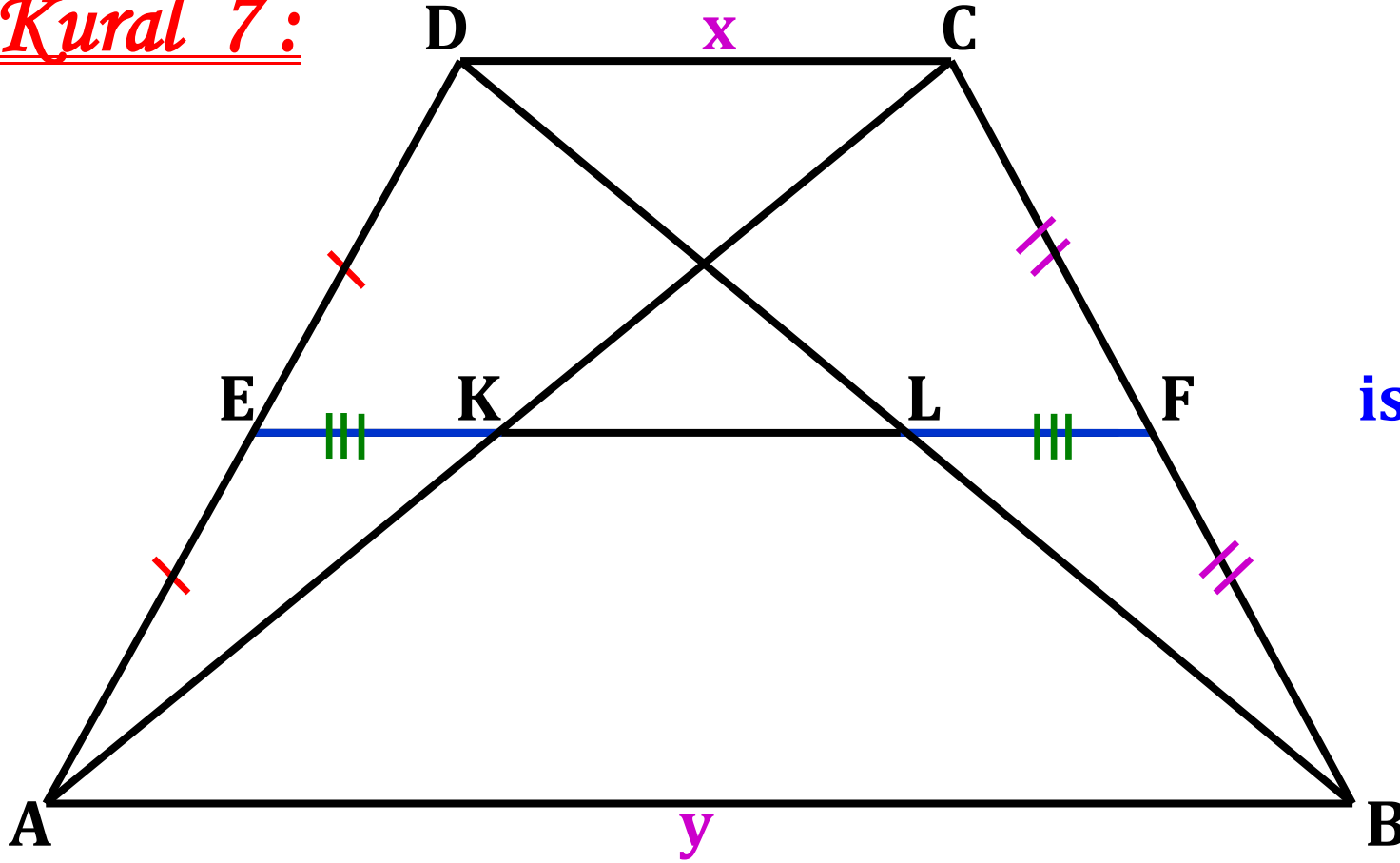
ABCD yamuğunda $x = ?$



Soru: ABCD dik yamuğunda $x + y = 14$ ise $\angle (ABCD) = ?$



Kural 7:



ABCD yamuğunda
E ile F orta noktalar
ise aşağıdaki özellikler
geçerlidir.

1) $|EK| = |LF|$

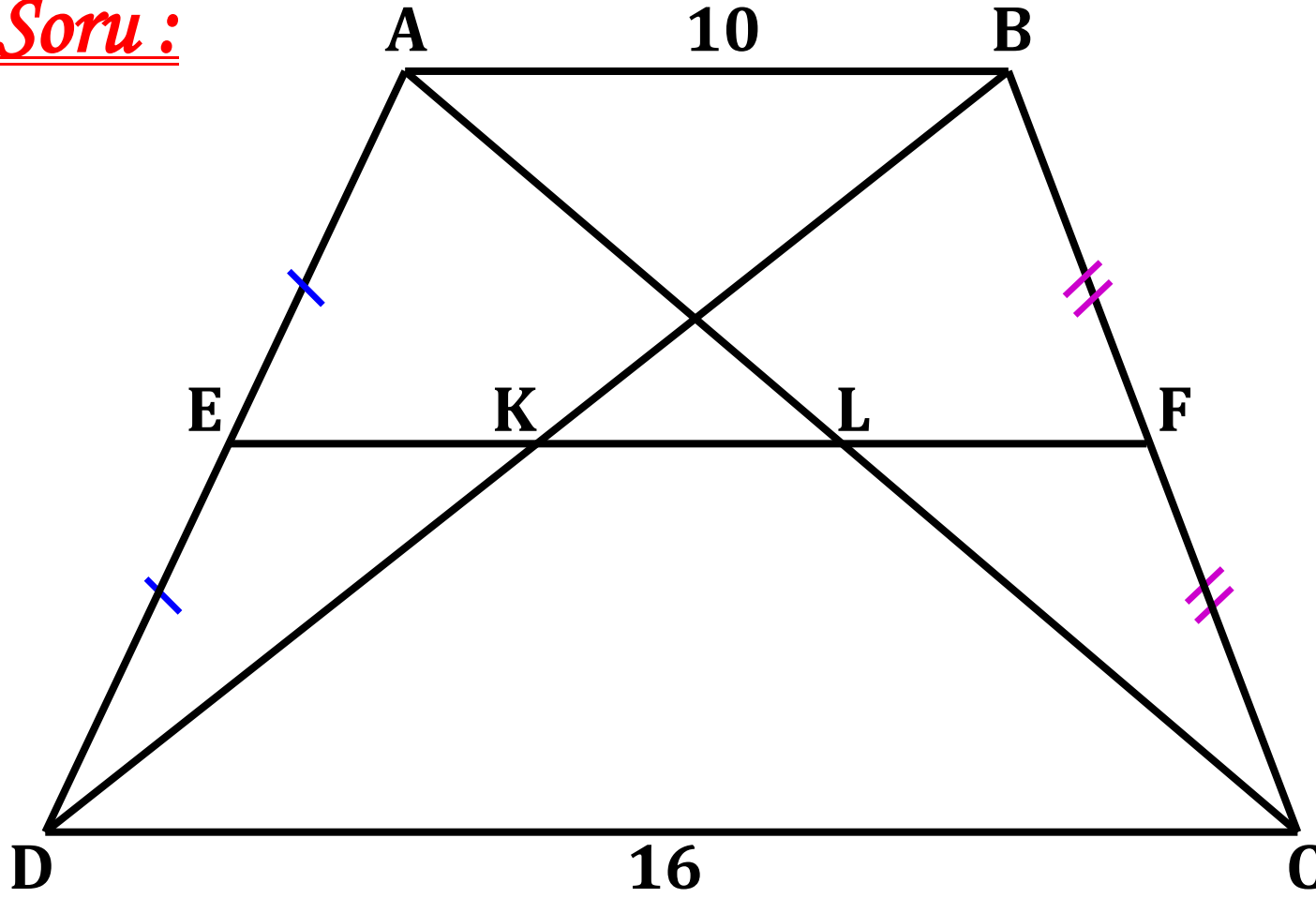
2) $|KL| = \frac{y - x}{2}$

olarak

alınır.

2. yol: Benzerlikten de istenen bulunabilir.

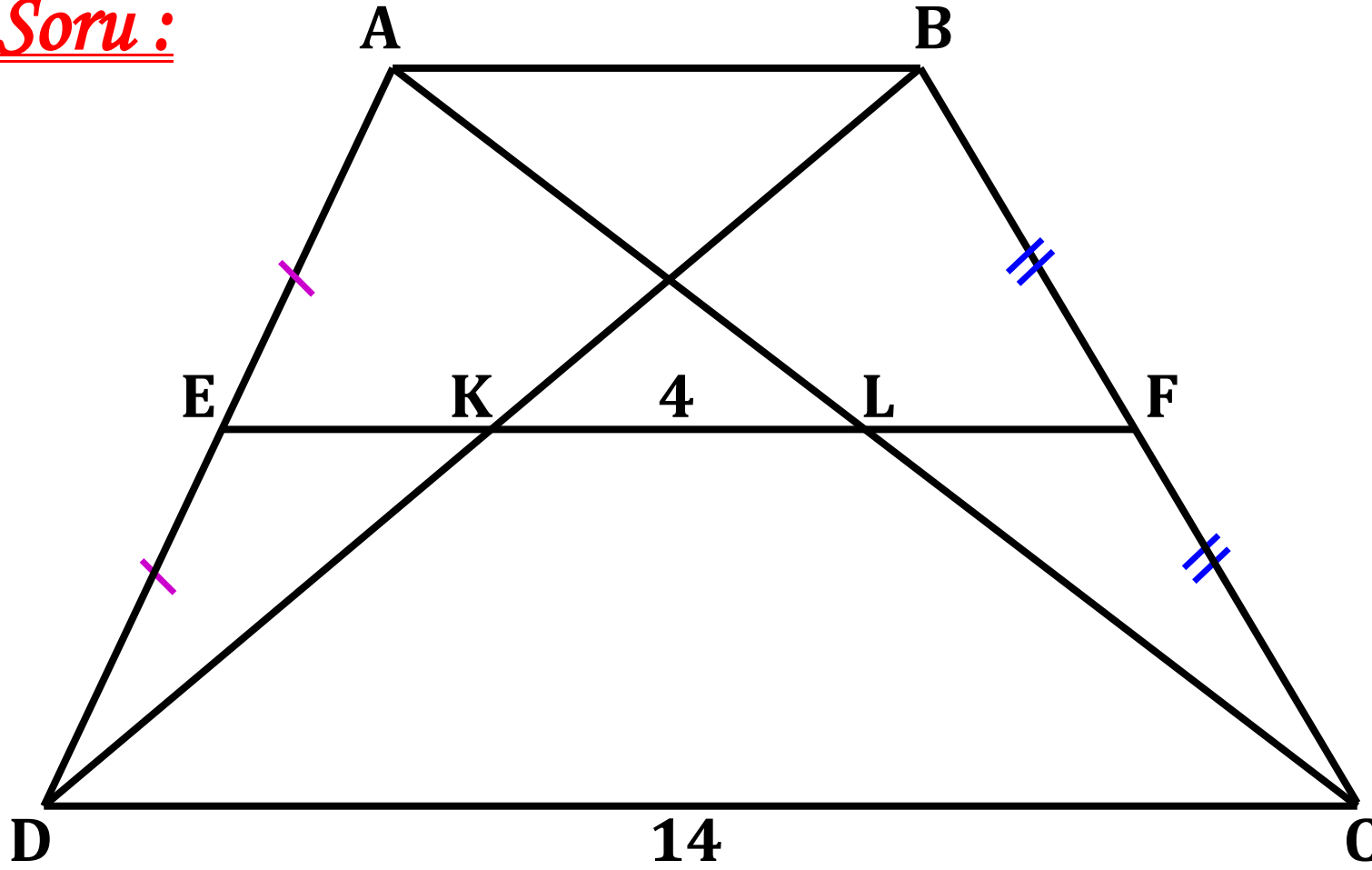
Soru :



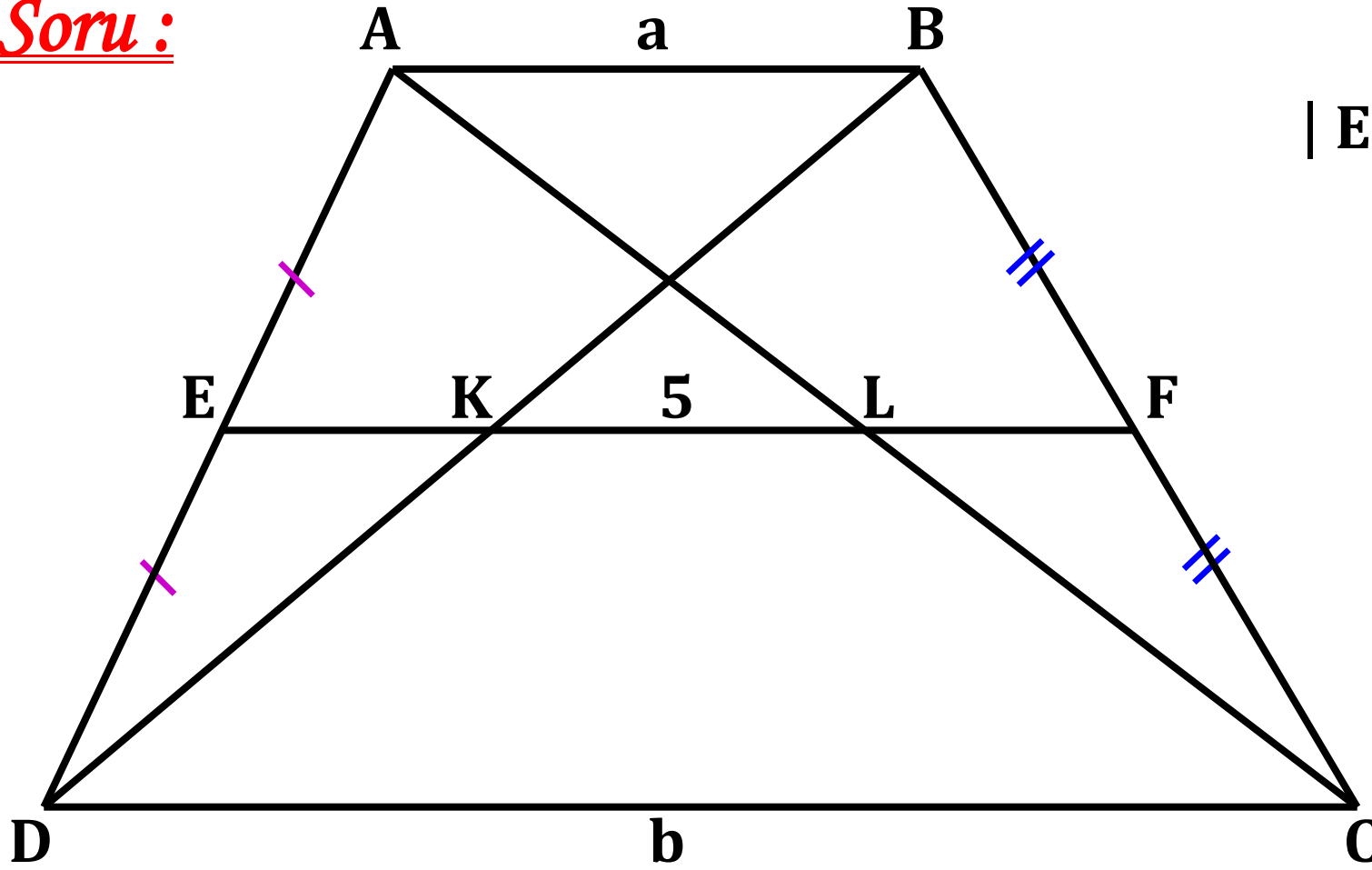
$ABCD$ yamuk ise
 $|KL| = ?$ ve $|EK| = ?$

Soru :

ABCD yamuk ise
| EK | = ?

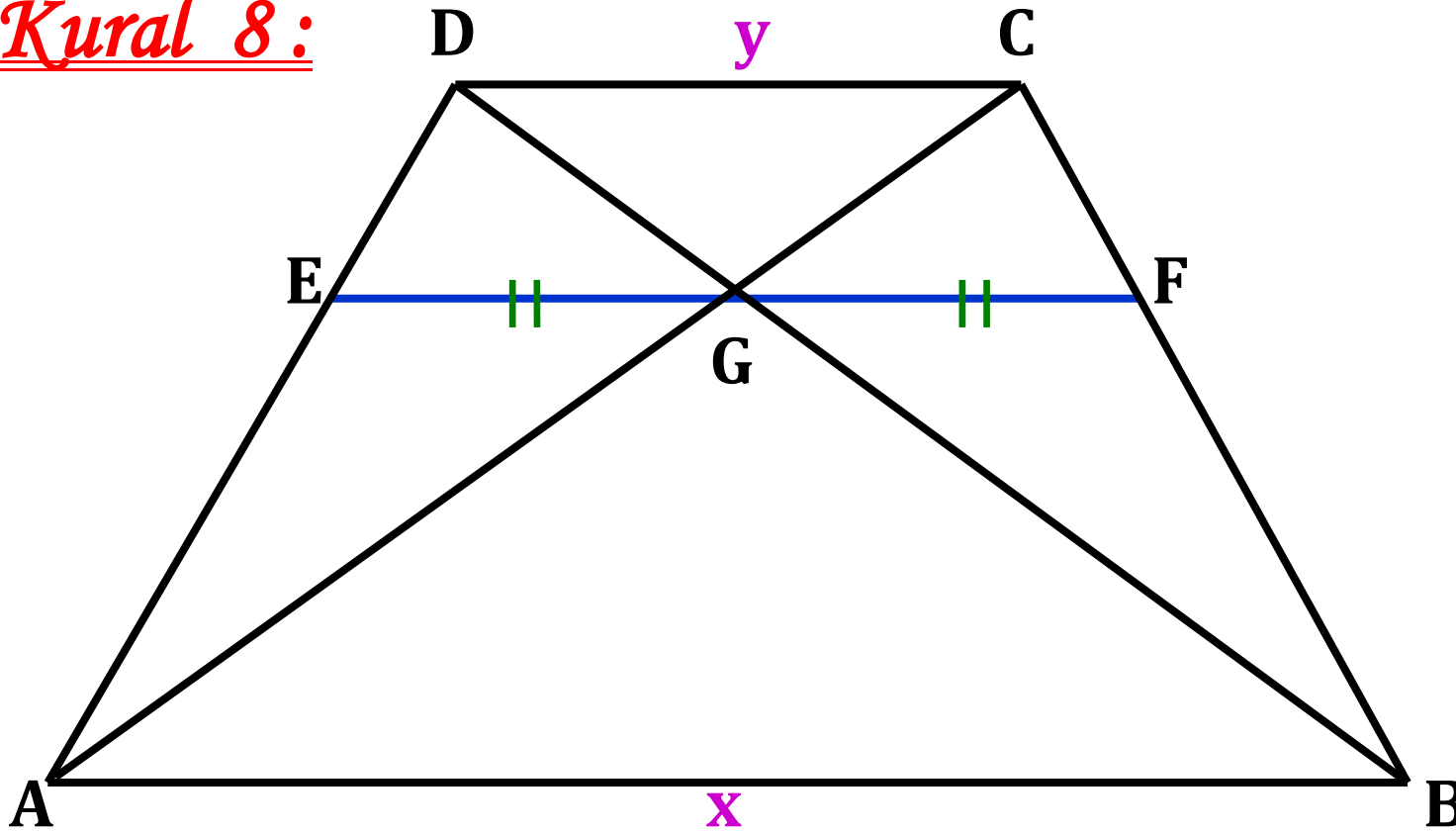


Soru :



ABCD yamuk ise
 $|EF| = 13$ br ise a ve
 b 'yi bulunuz.

Kural 8:



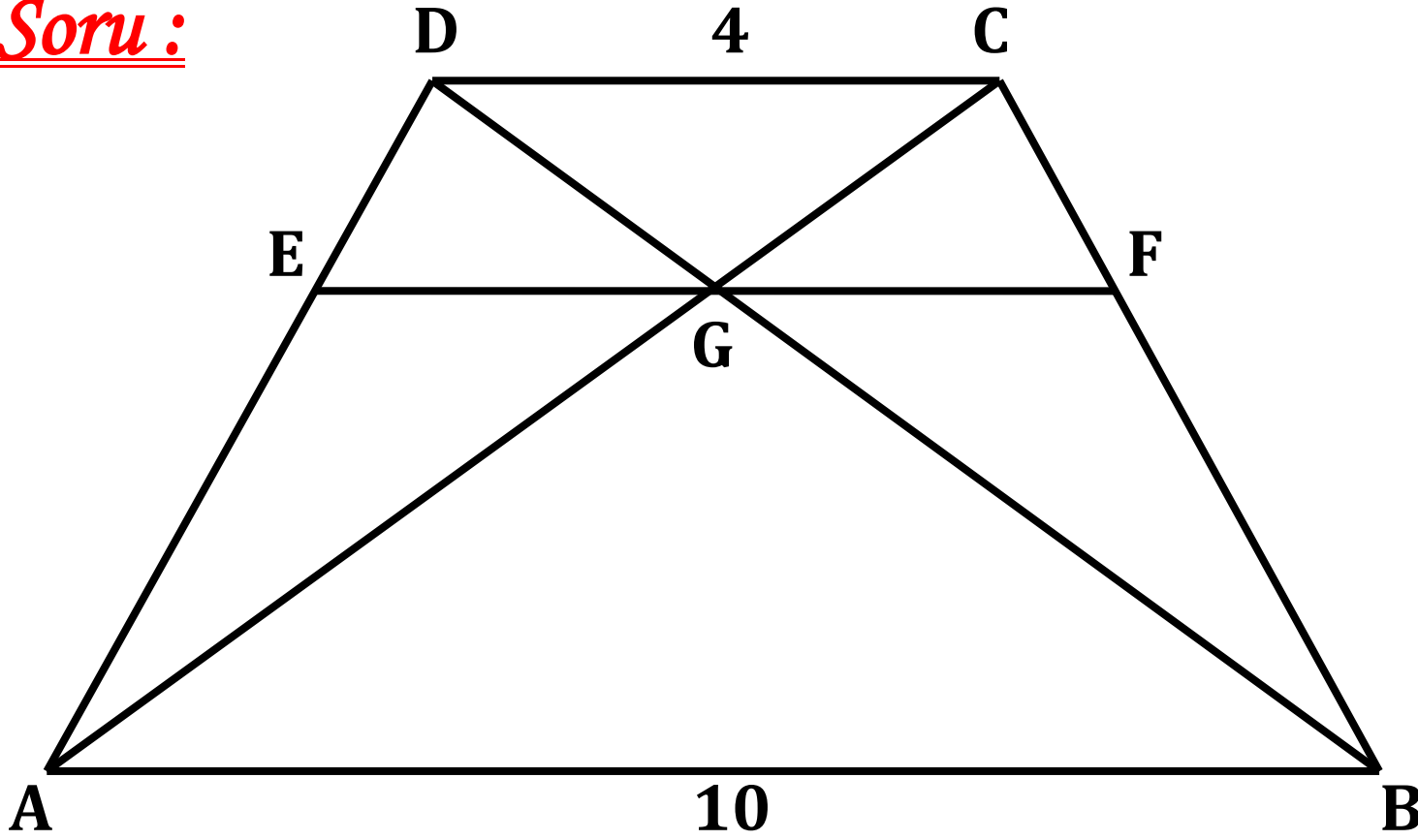
**ABCD yamuk ve
[EF] // [AB] olsun.**

1) $| EF | = \frac{2x \cdot y}{x + y}$

2) $| EG | = | GF | = \frac{x \cdot y}{x + y}$ **olarak alınır.**

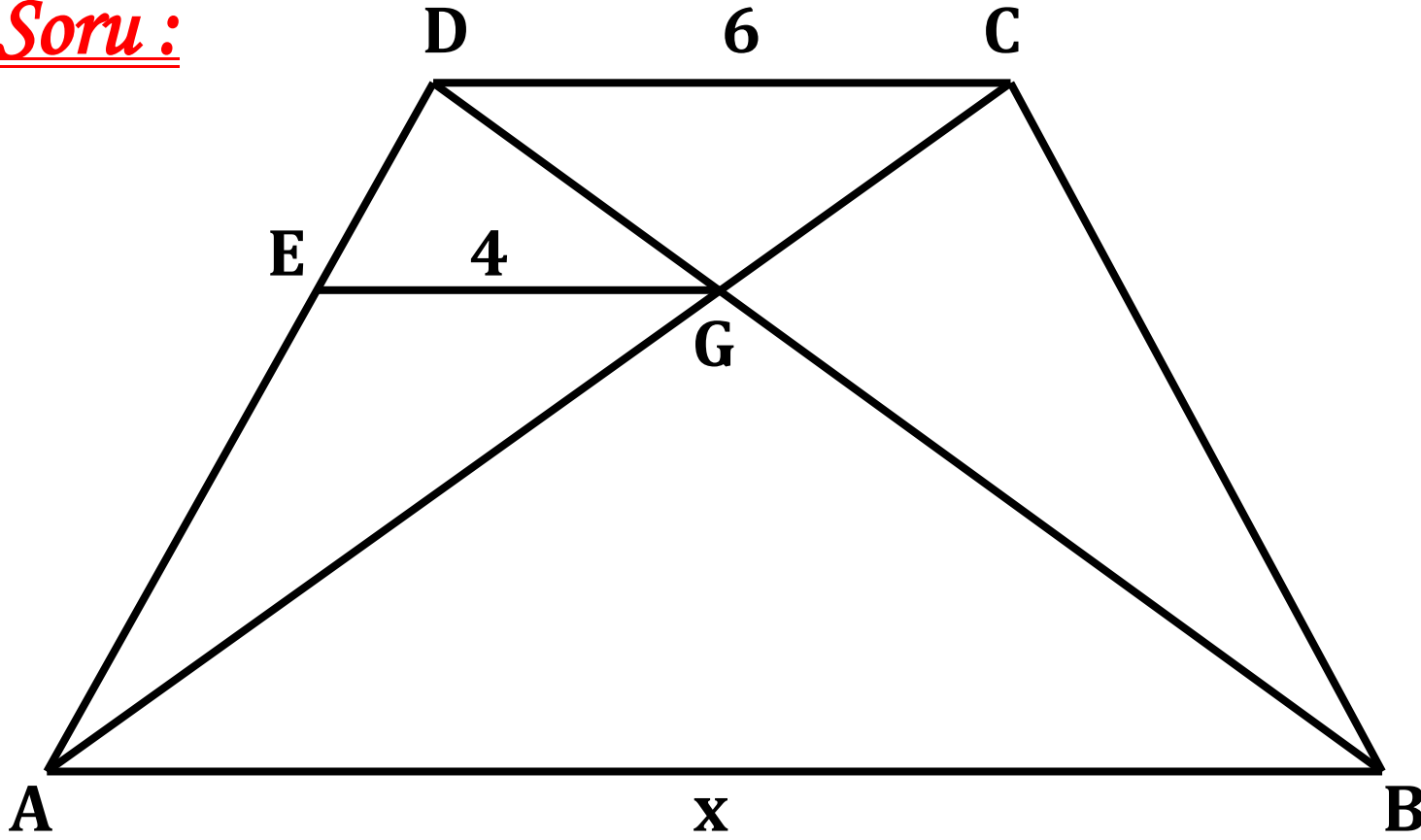
2. yol: Kelebek kuralından da istenen bulunabilir.

Soru :



$ABCD$ yamuk ve
[EF] // [AB] ise
| EG | = ?

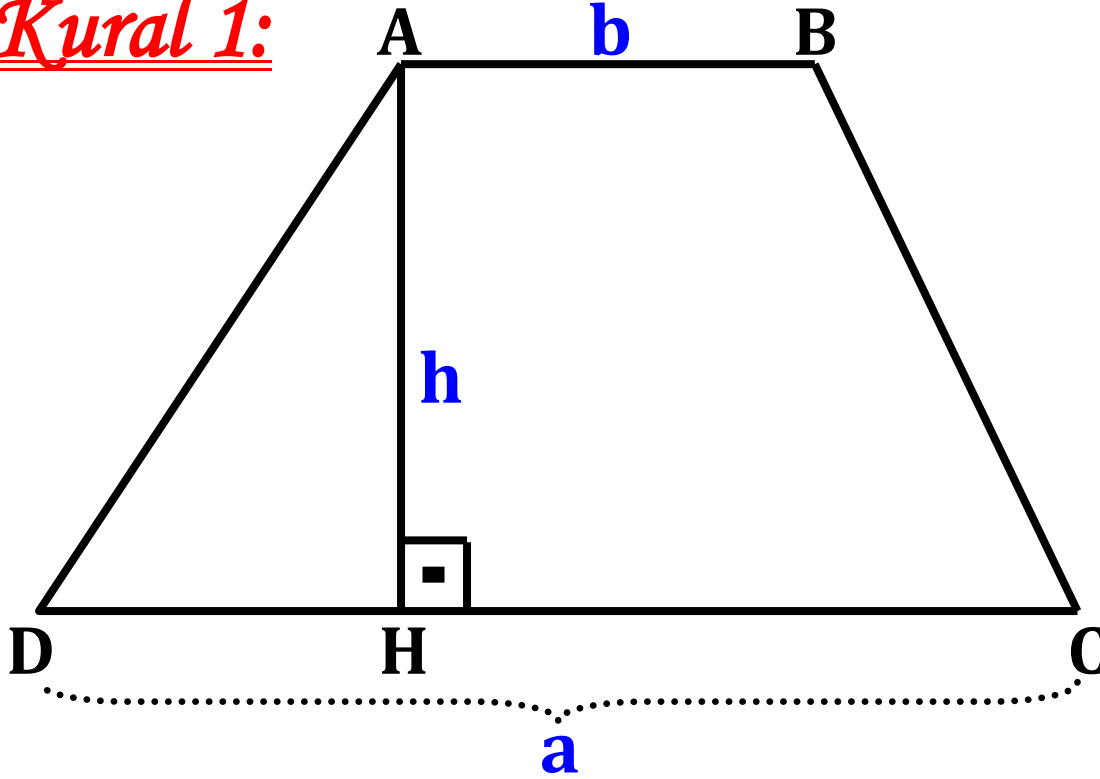
Soru :



$ABCD$ yamuk ve
[EG] // [AB] ise
 $x = ?$

Yamukta Alan Uygulamaları

Kural 1:



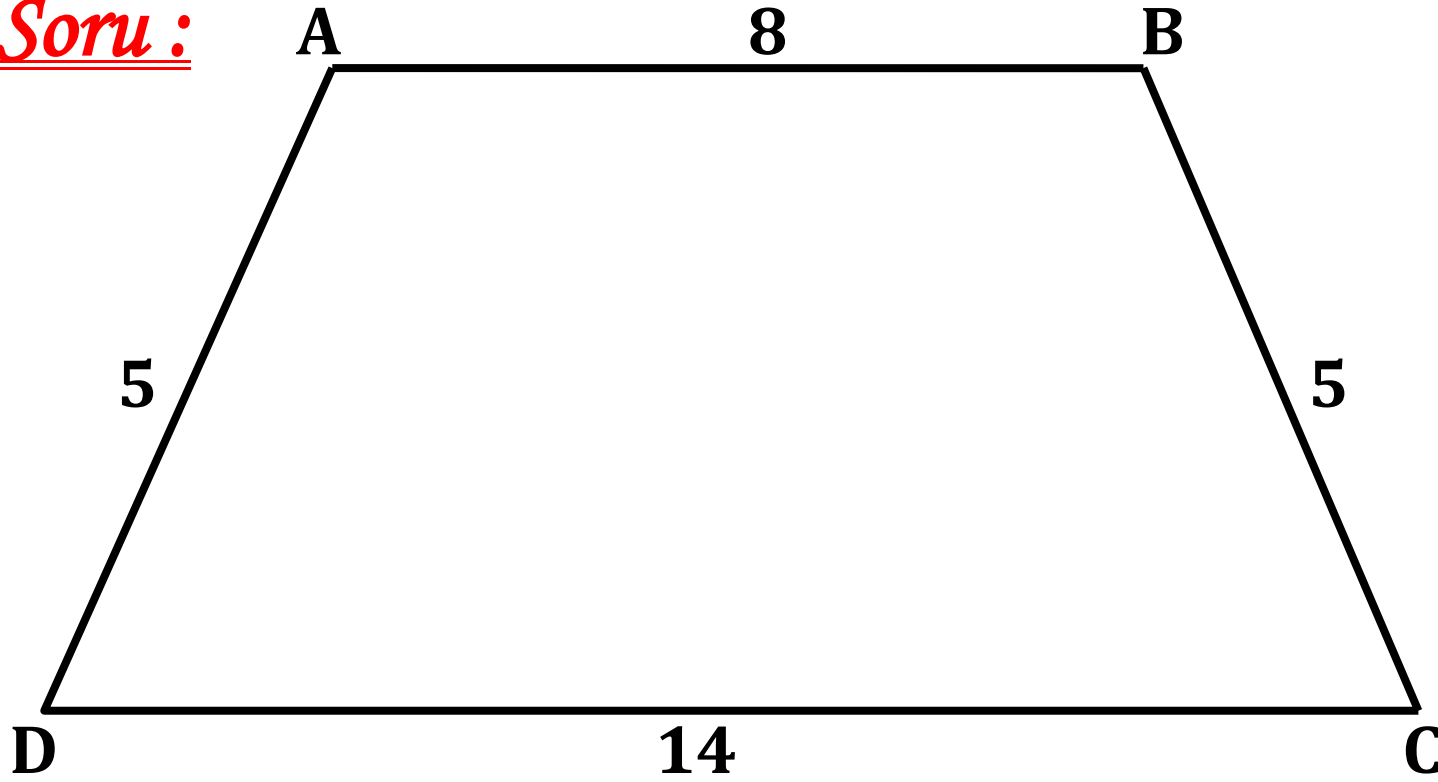
ABCD yamuğunun alanı

$$A (ABCD) = \frac{ (a + b) \cdot h }{ 2 }$$

olarak alınır. Yamuktaki
uzunluk kurallarından da yeri
geldiğinde faydalanılır.

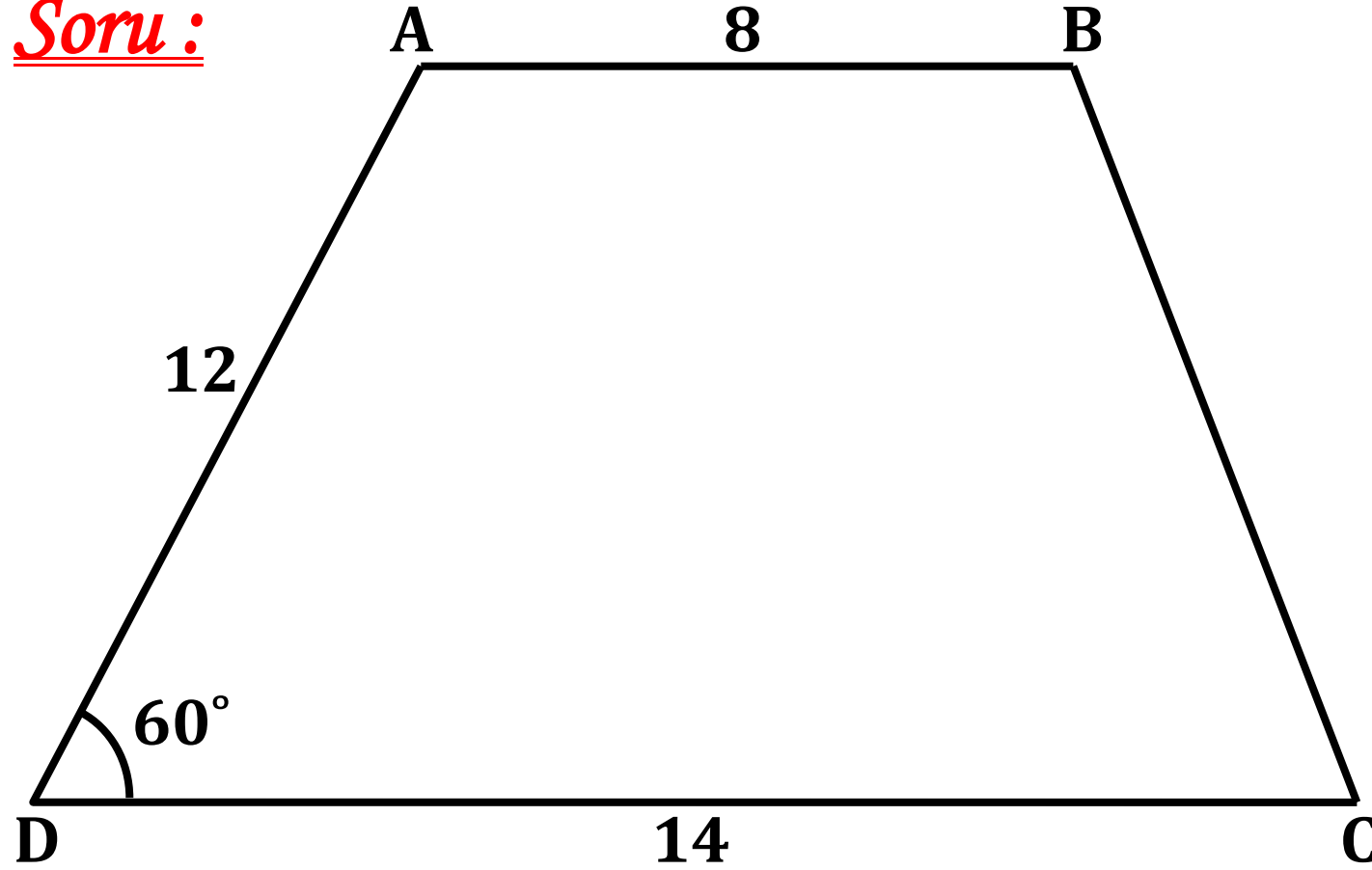
Soru : Alt tabanı 8, üst tabanı 4 br olan yamuğun alanı 36 br²
ise yamuğun yüksekliğini bulunuz.

Soru :



**ABCD yamuğunun
alanını bulunuz.**

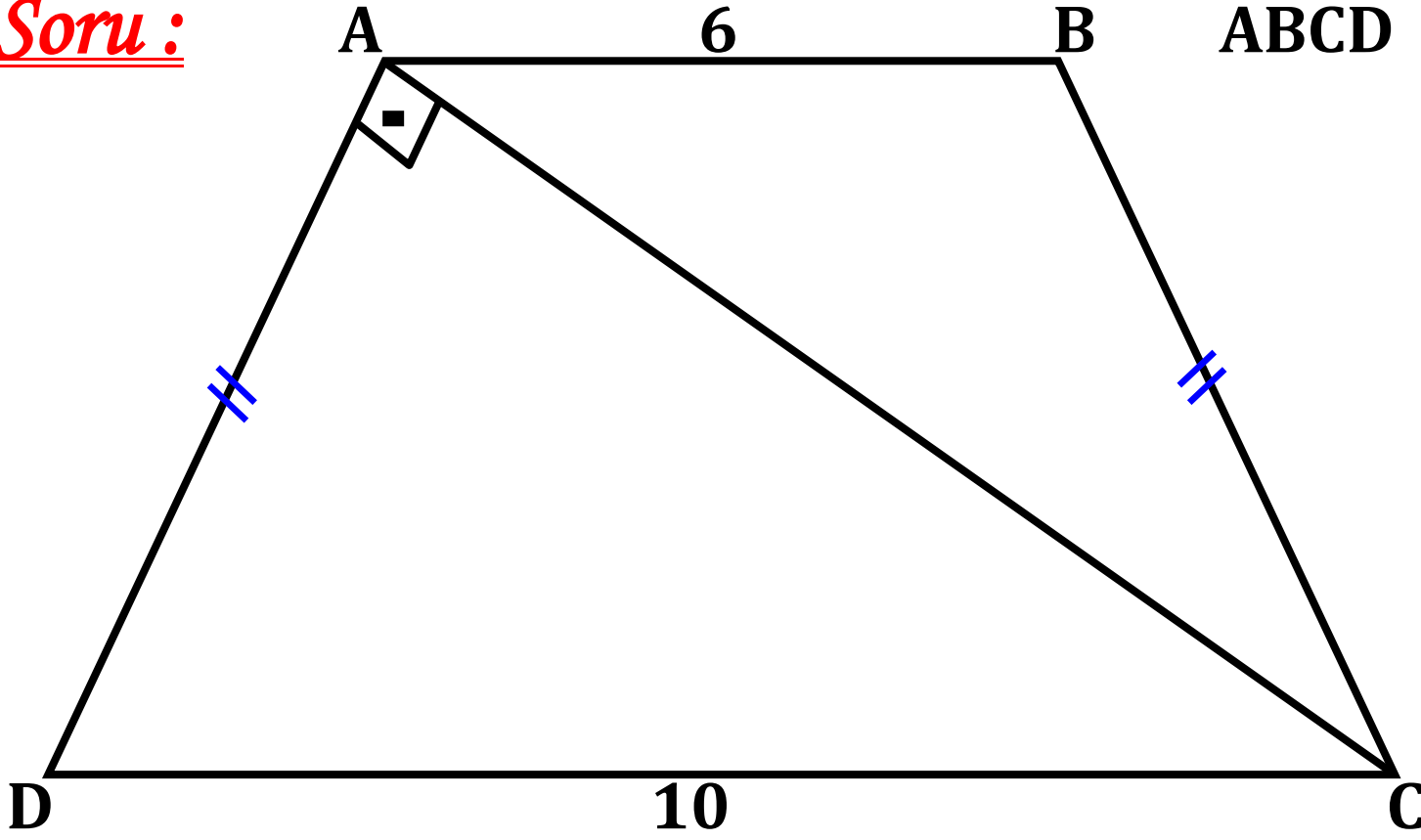
Soru :



**ABCD yamuğunun
alanını bulunuz.**

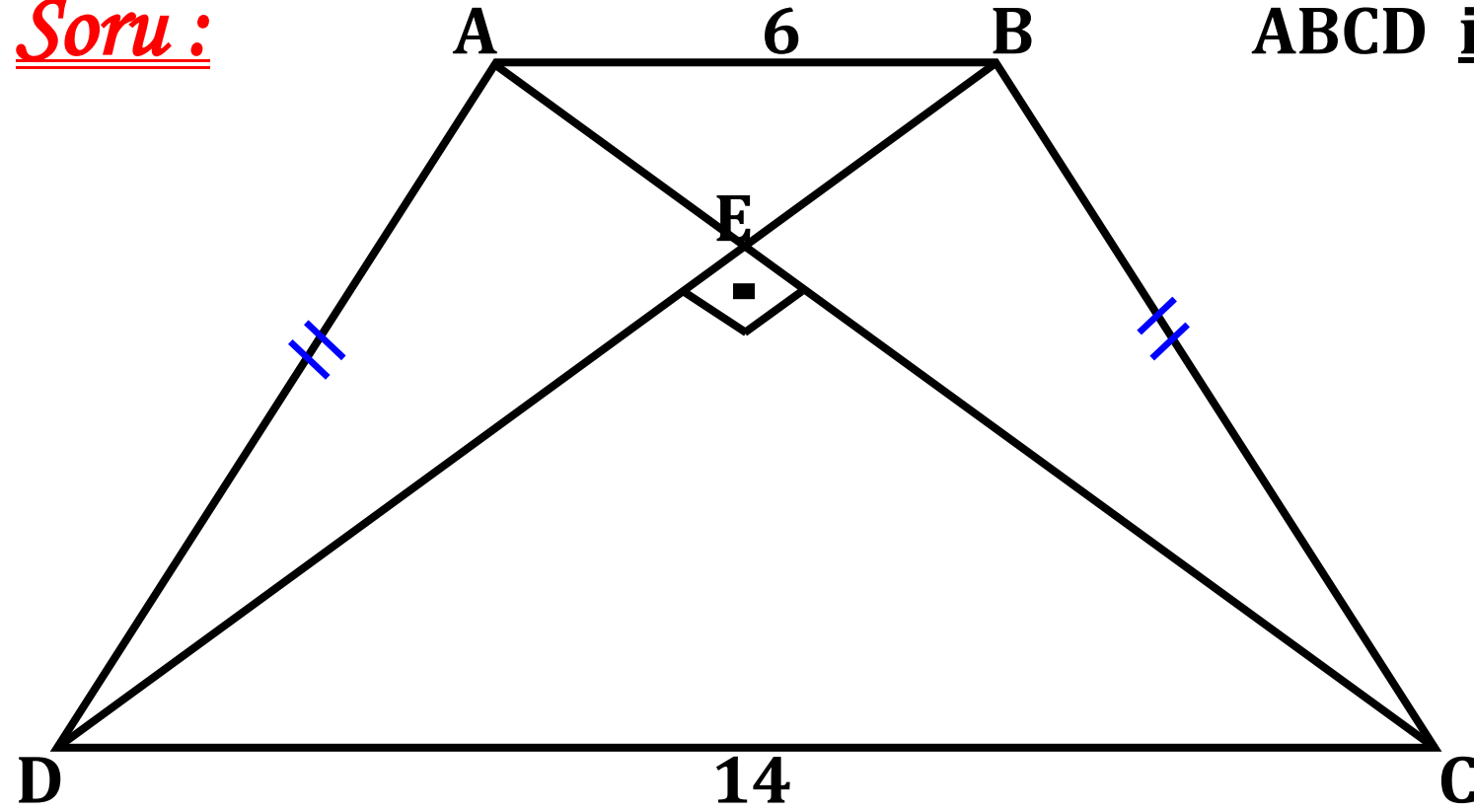
Soru :

ABCD ikizkenar yamuğunun
alanını bulunuz.

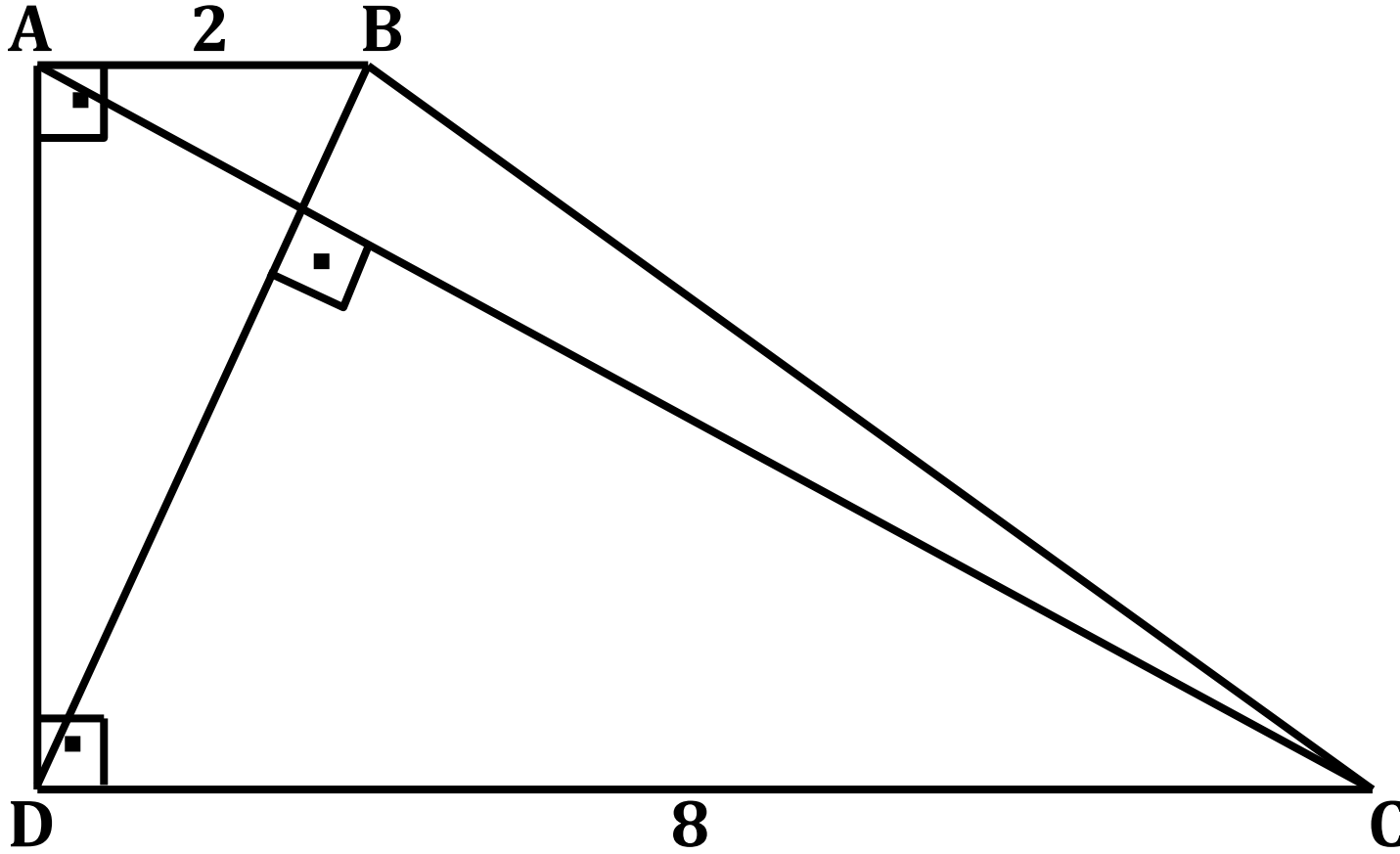


Soru :

ABCD ikizkenar yamuğunun
alanını bulunuz.

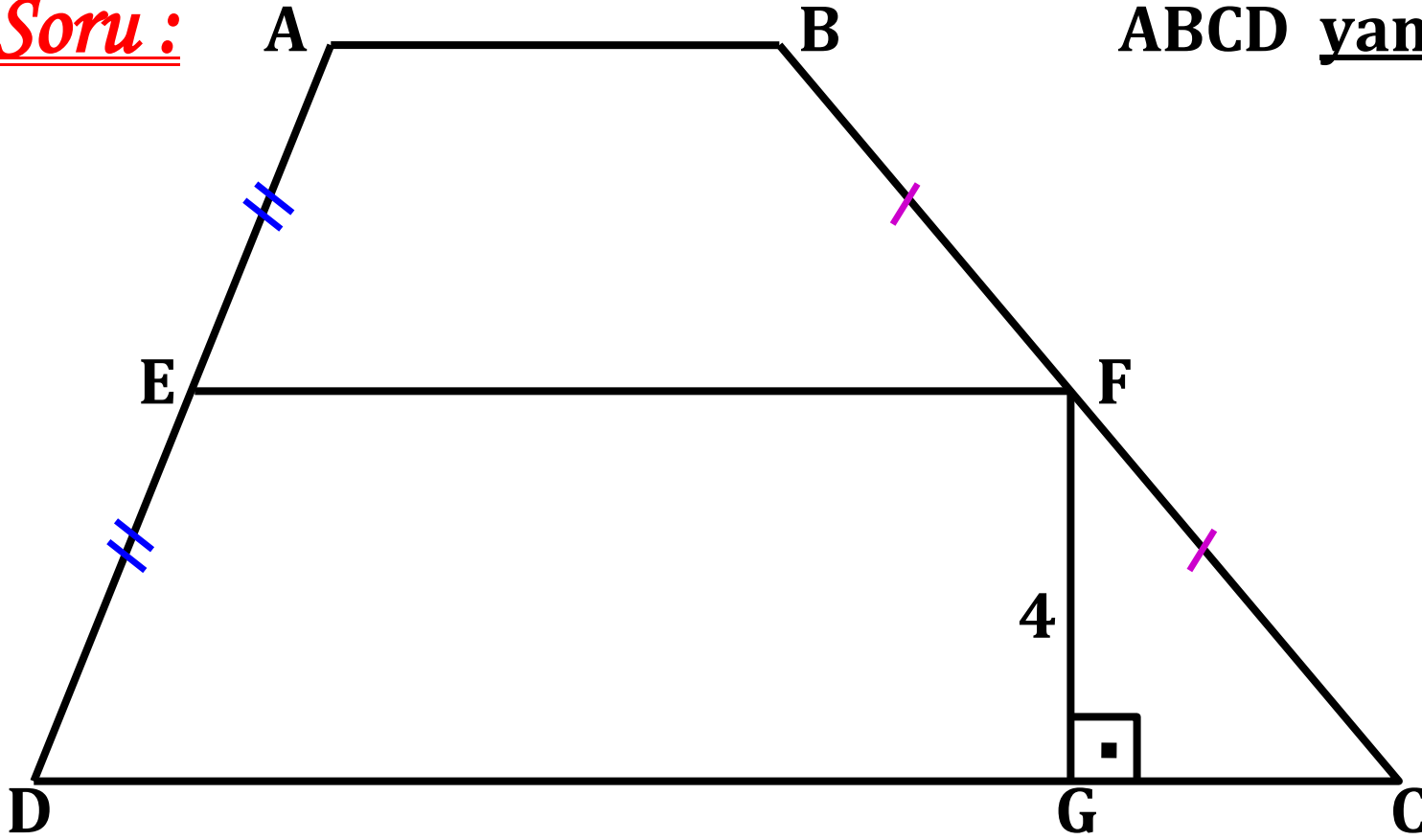


Soru : ABCD dik yamuğunun alanını bulunuz.

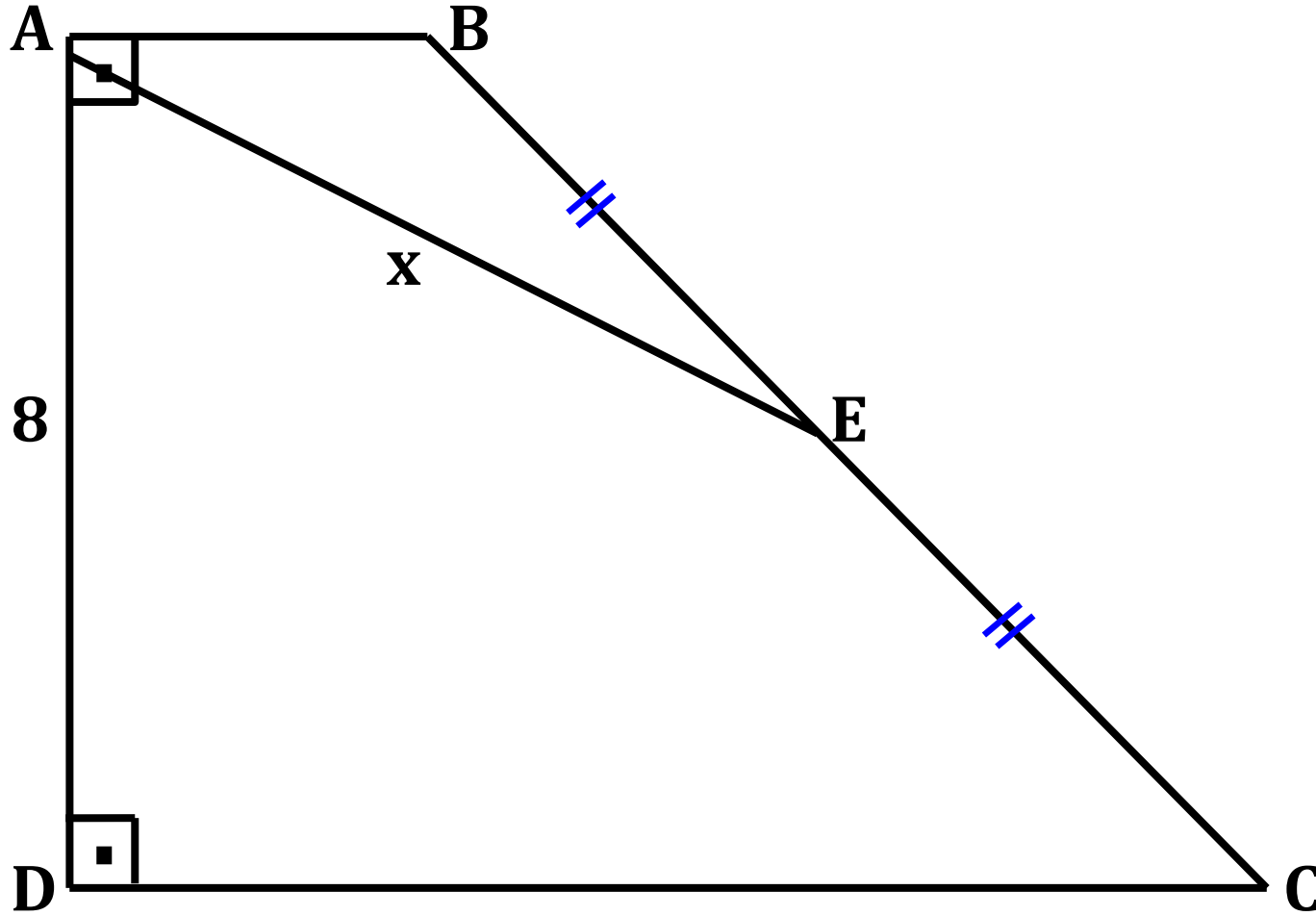


Soru :

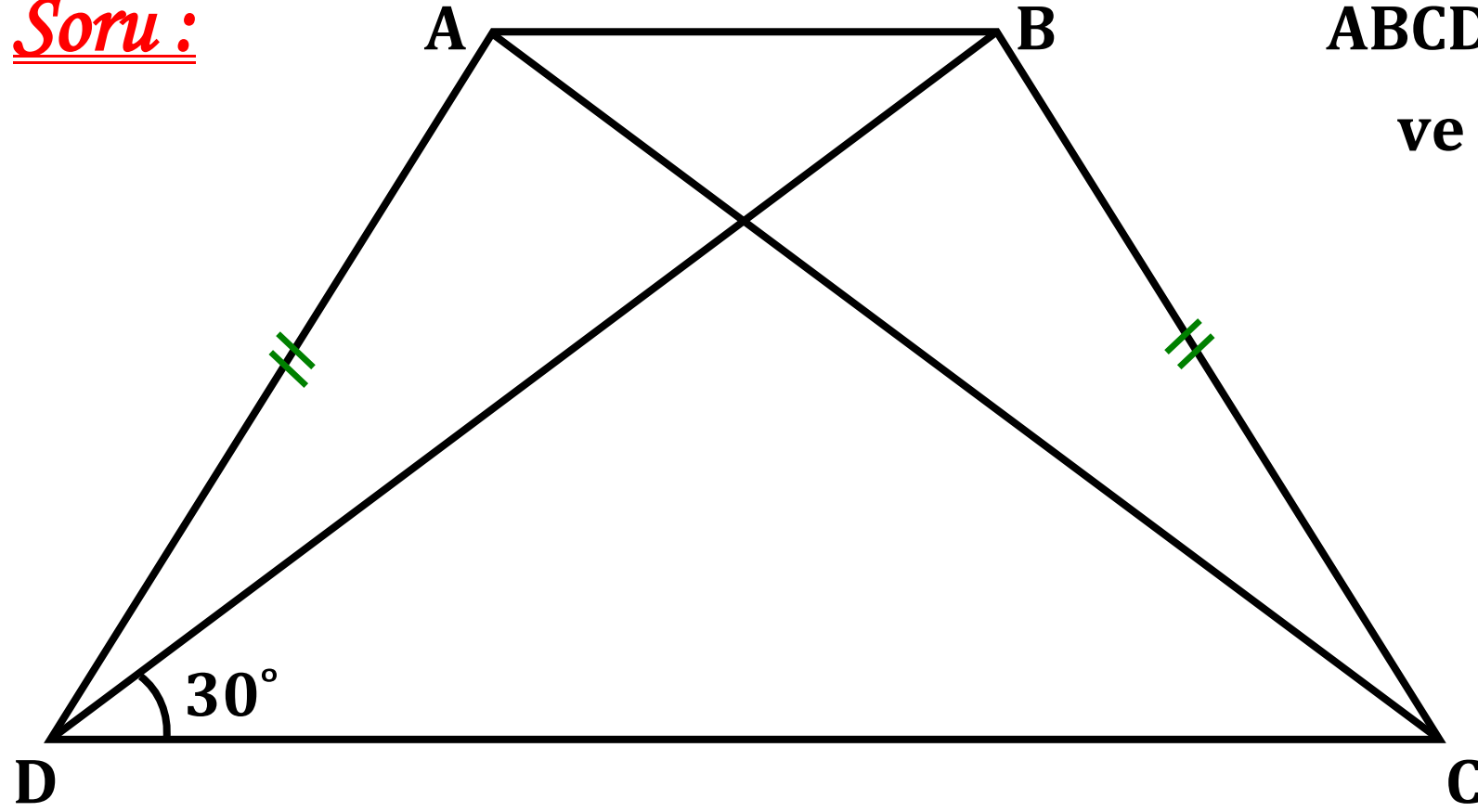
ABCD yamuk ve $|EF| = 15$ br
ise $A(ABCD) = ?$



Soru: ABCD dik yamuğının alanı 32 br^2 ise $x = ?$



Soru :

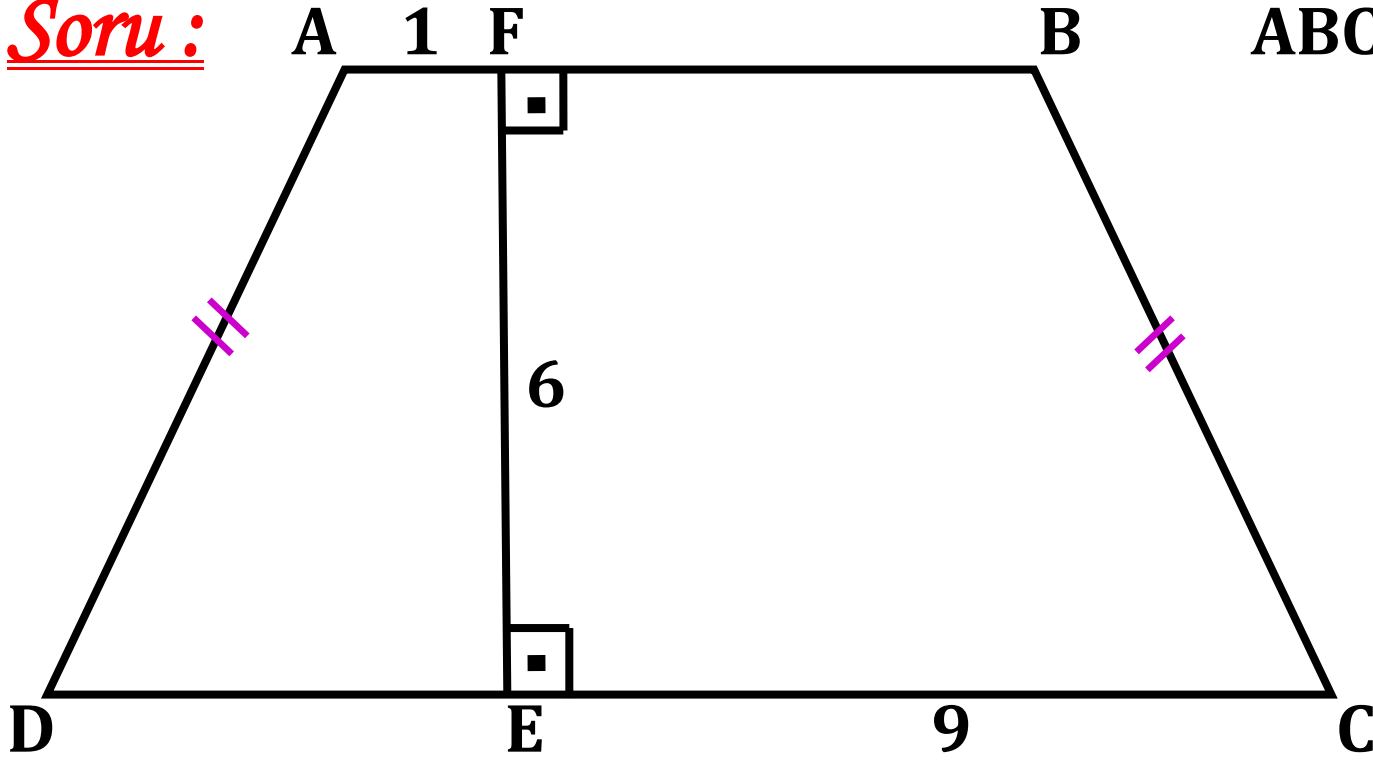


ABCD ikizkenar yamuk

ve $|BD| = 10$ br ise

$A(ABCD) = ?$

Soru :

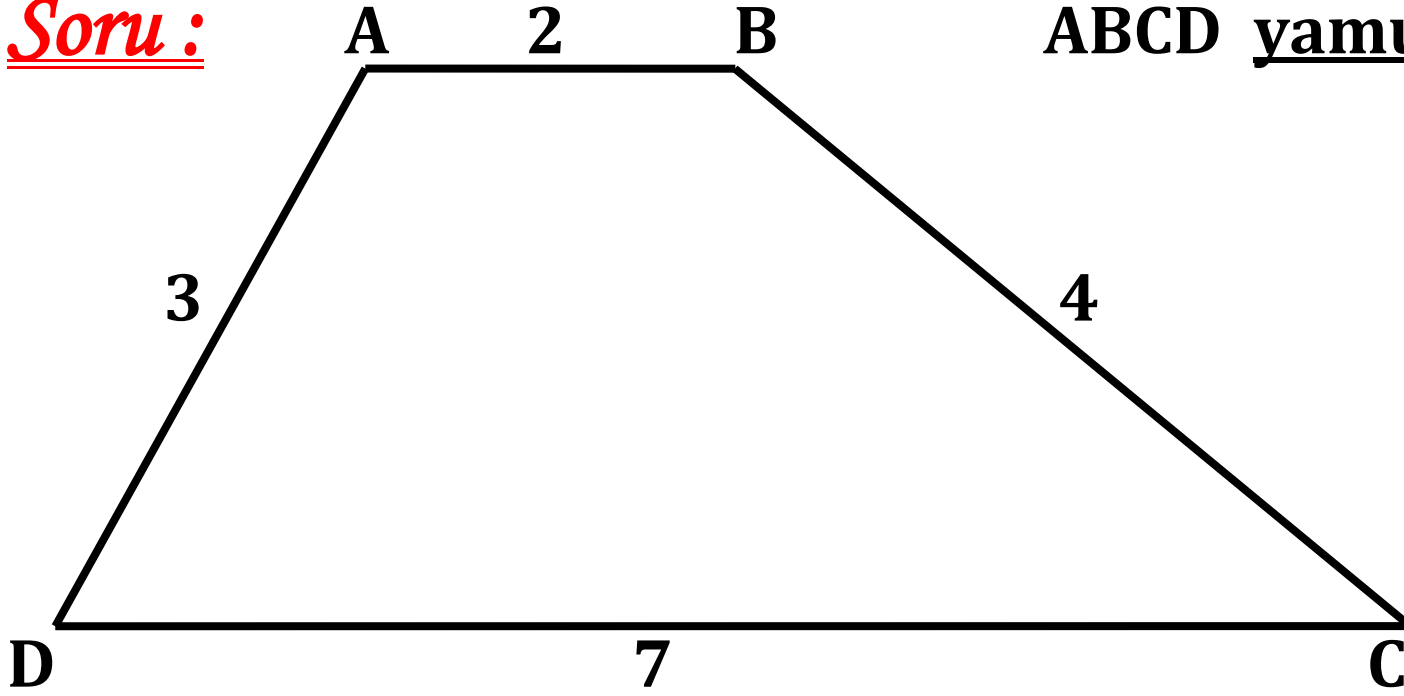


ABCD ikizkenar yamuğunun
alanını bulunuz.

(A 'dan ve B 'den dik indir. Uzunluklara harf vererek alanı bul.)

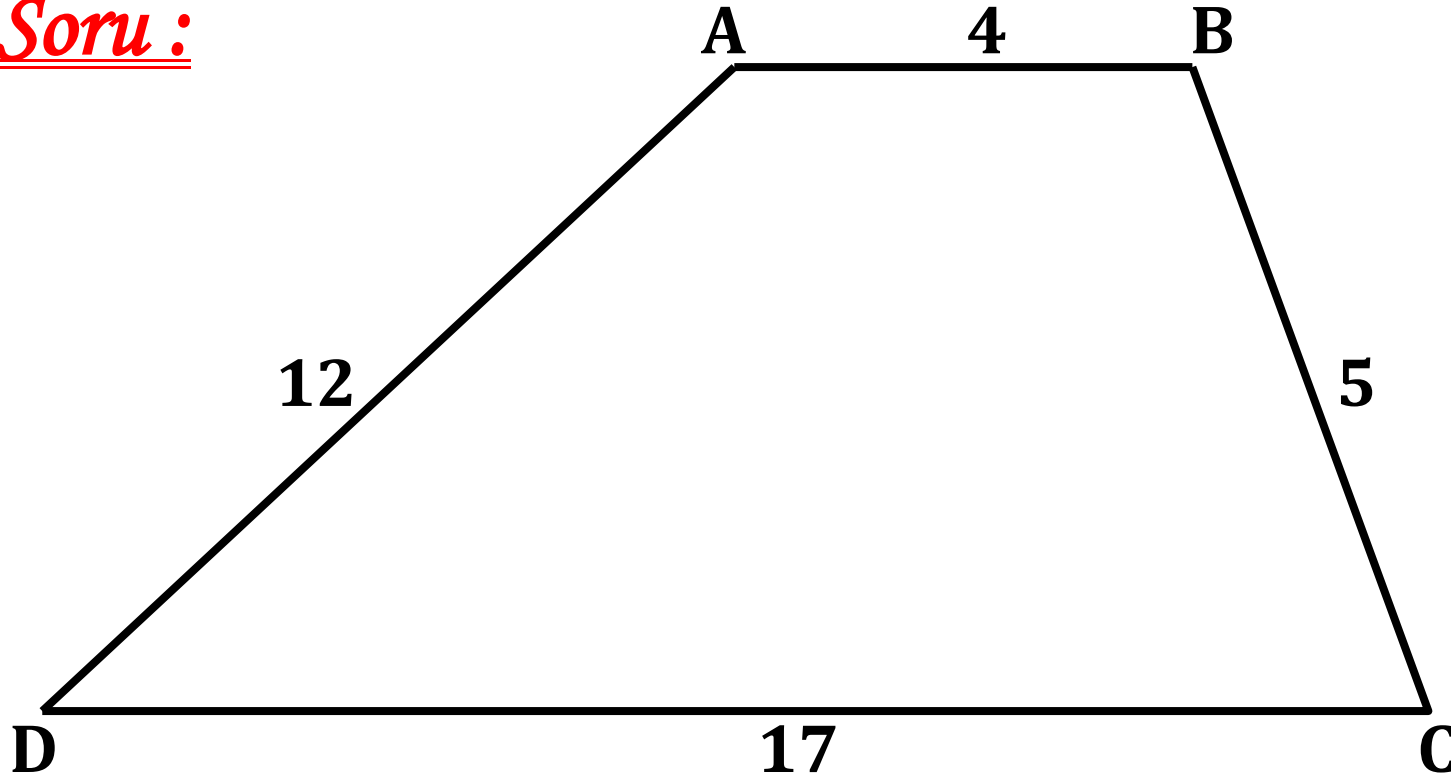
Soru :

ABCD yamuğunun alanını bulunuz.



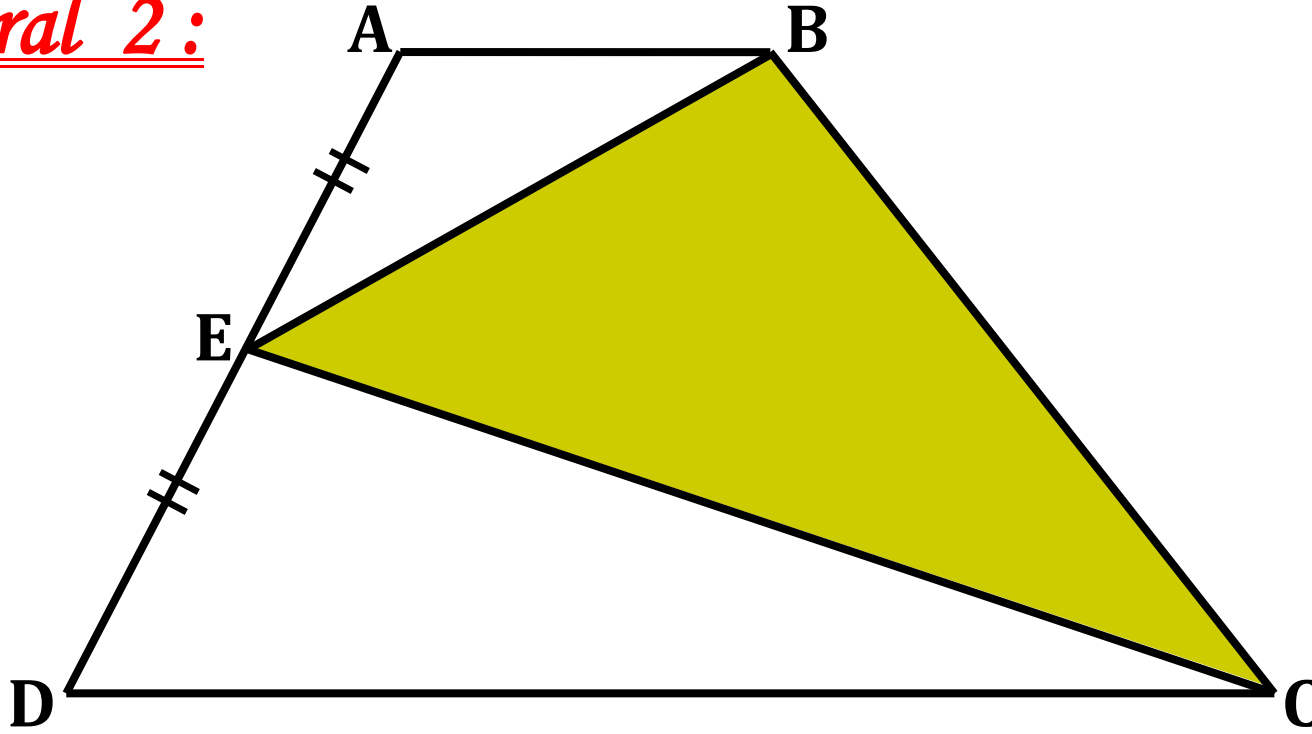
(A 'dan veya B 'den yan tabanın paraleli çekilir. Bulunan özel üçgende, alan formülleri kullanılarak yükseklik elde edilir. 2. Yol: A 'dan ve B 'den iki diklik indirilir. Ve iki dik üçgenden yükseklik bulunur. Ama işlem uzunluluğu fazladır.)

Soru :



ABCD yamuğunun
alanını bulunuz.

Kural 2:

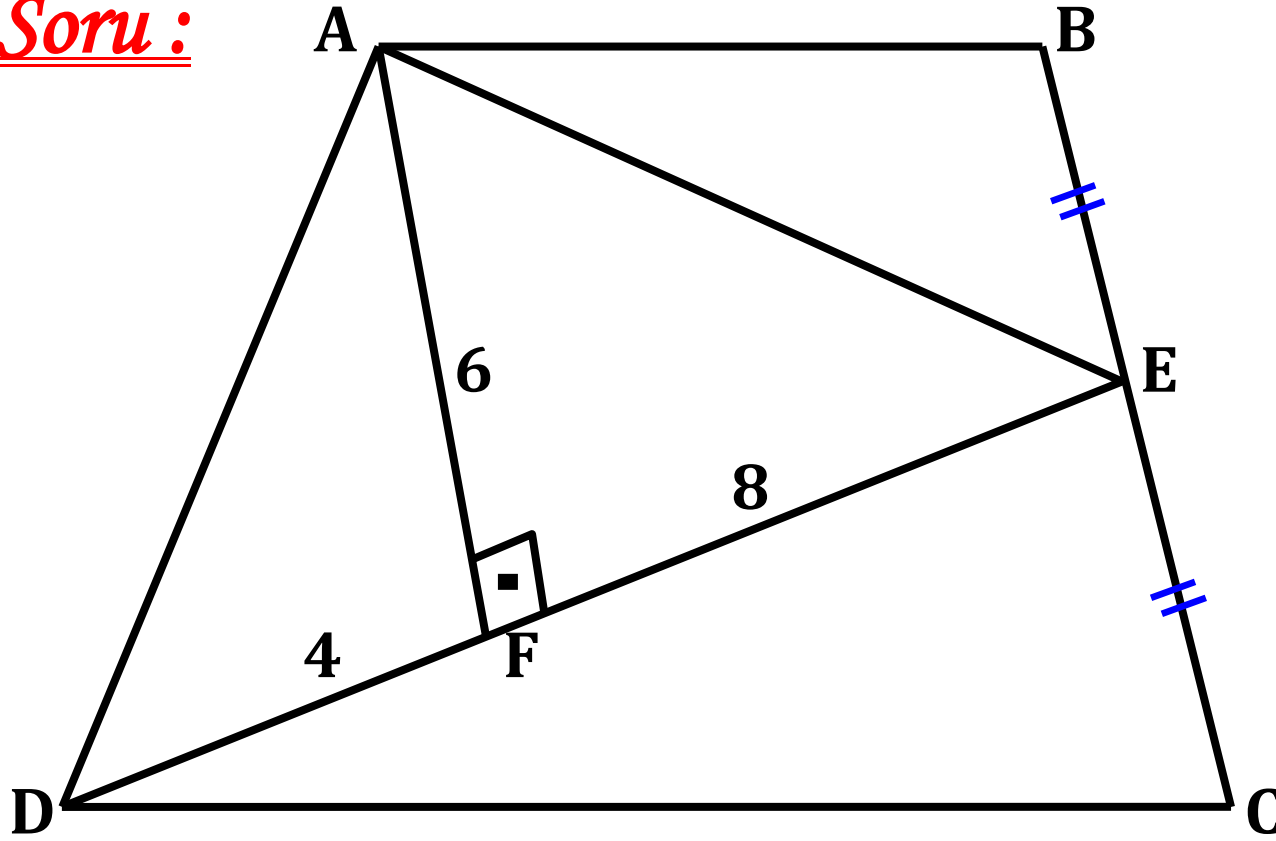


ABCD yamuğunda E orta nokta ise,

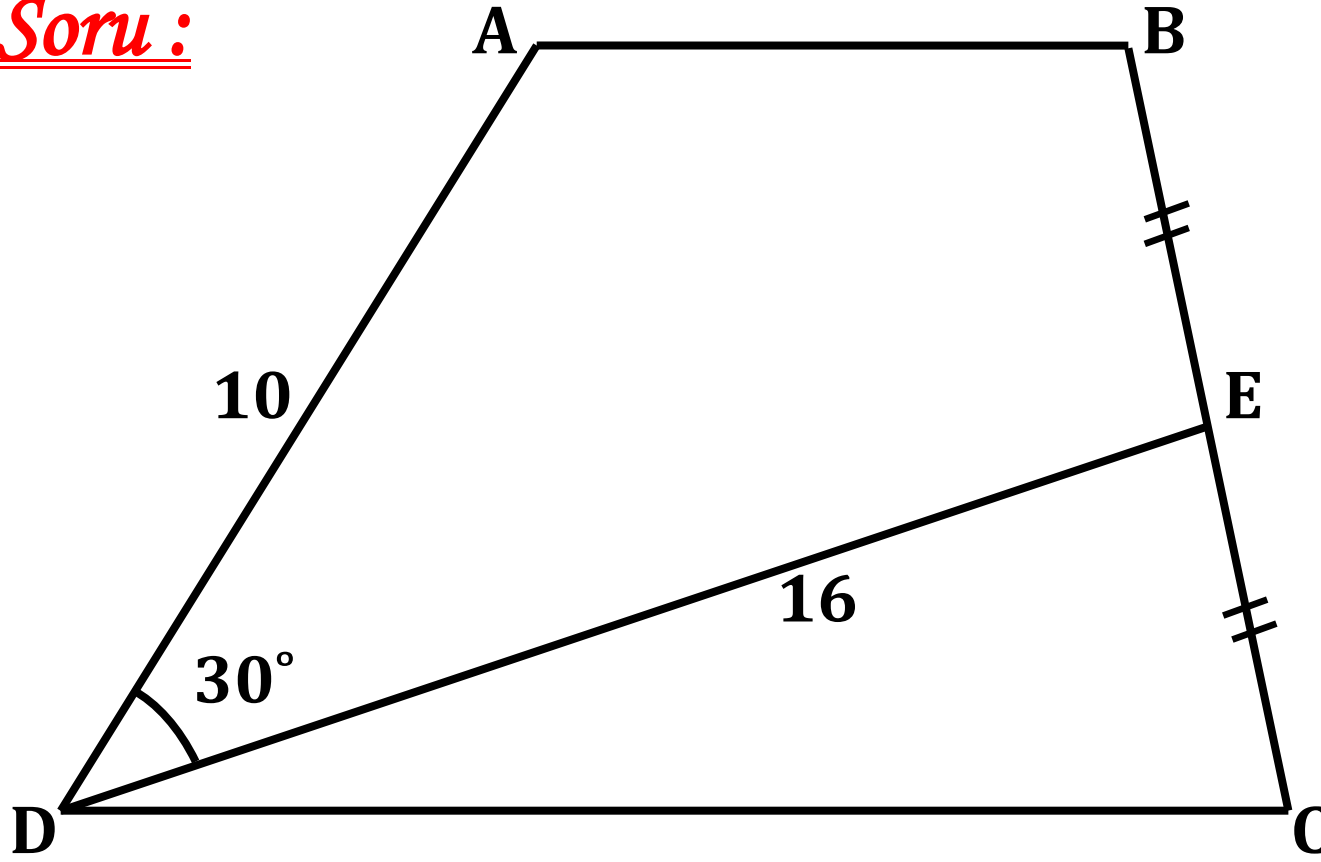
$$A (ABCD) = 2 . A (\triangle BCE) \text{ olarak alınır.}$$

Soru :

ABCD yamuğunun
alanını bulunuz.



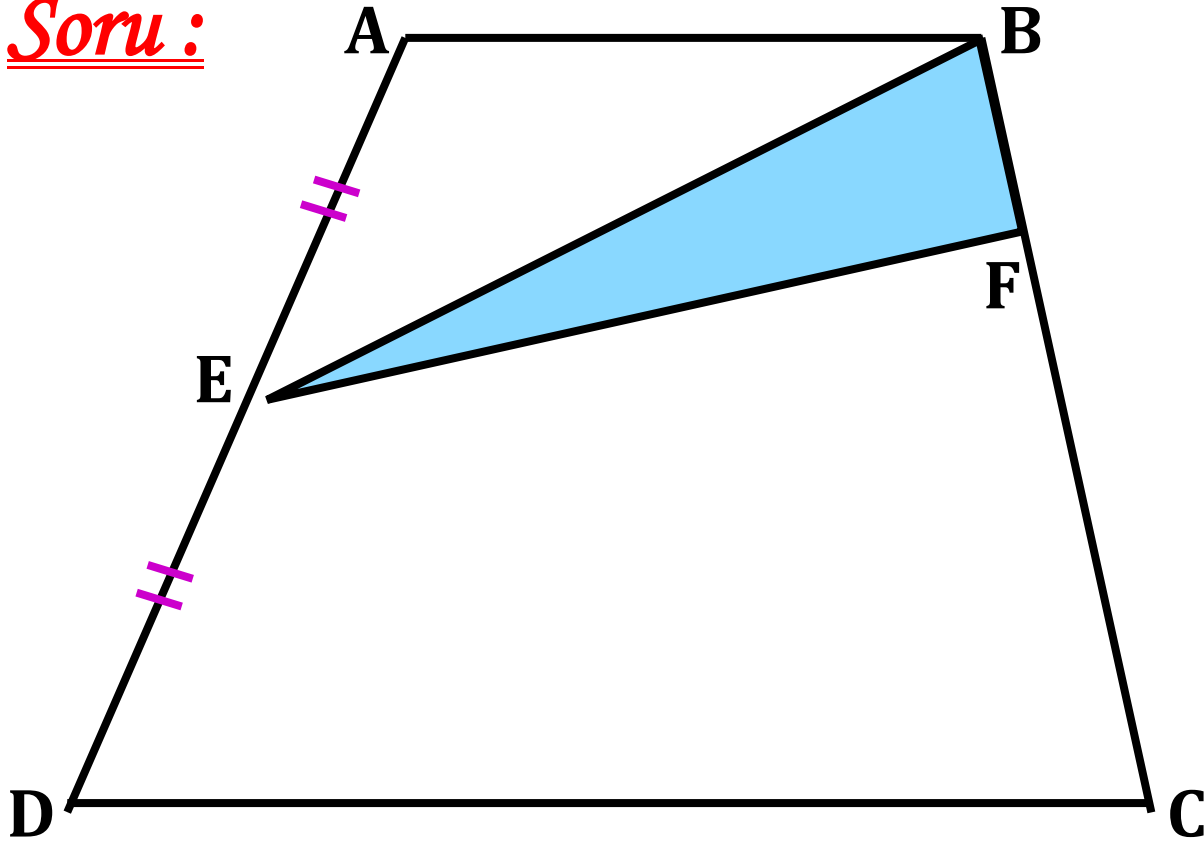
Soru :



**ABCD yamuğunun
alanını bulunuz.**

(A ile E birleştirilir.)

Soru :



ABCD yamuk,

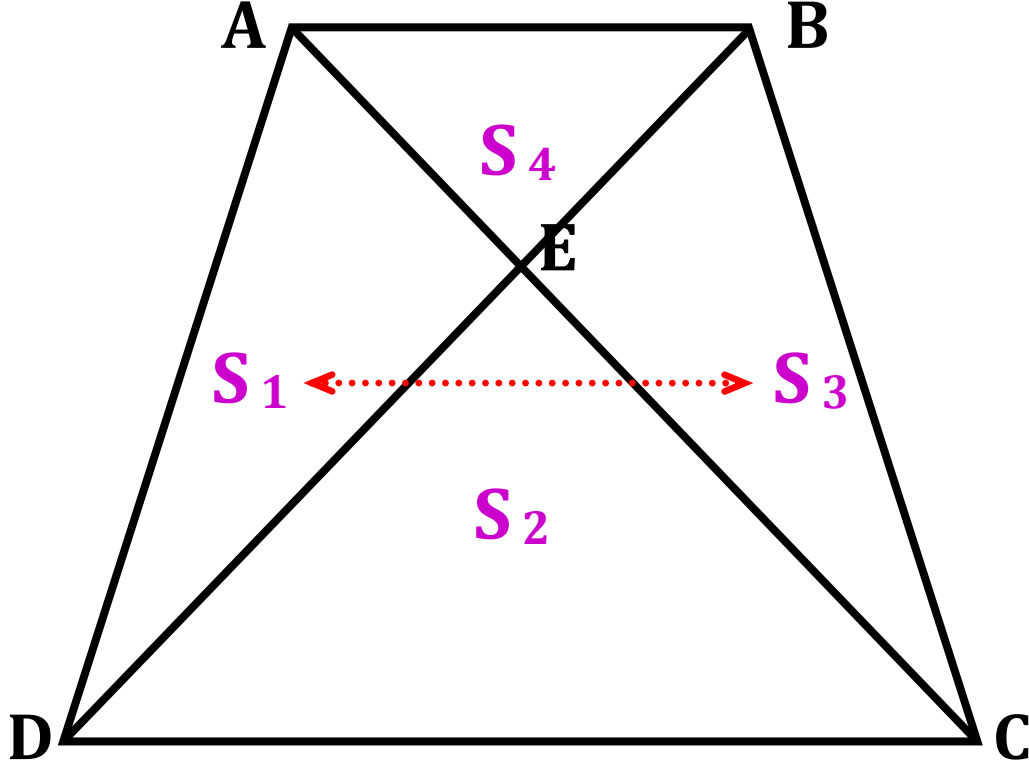
$$|FC| = 3 \cdot |BF| \text{ ve}$$

$$A(\triangle BEF) = 8 \text{ br}^2 \text{ ise}$$

$$A(ABCD) = ?$$

(Alan – taban ilişkisini kullanılır.)

Kural 3: S'ler bulundukları bölgelerin alanlarını göstermektedir.



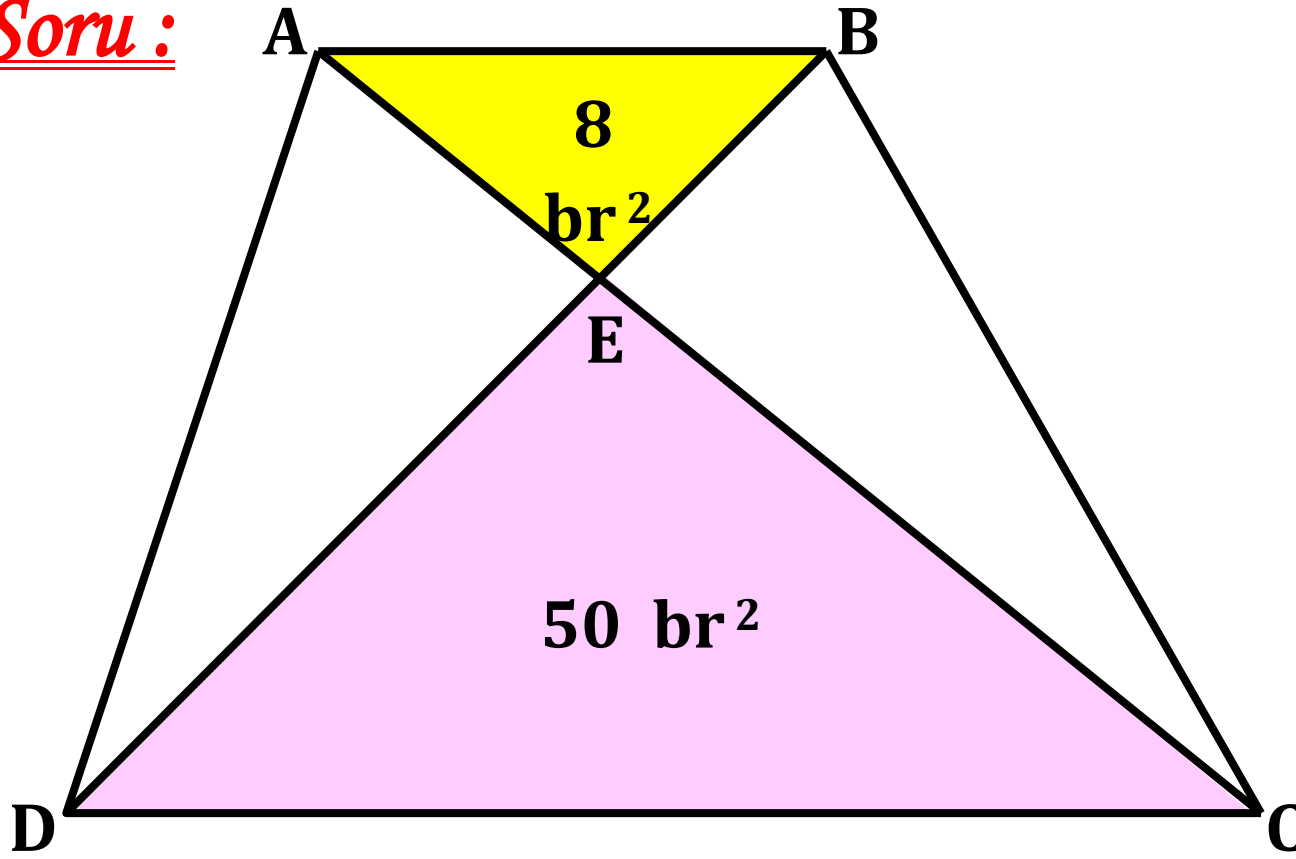
Yamukta köşegenlerin ayırdığı üçgenler varsa ;

1) $S_1 \cdot S_3 = S_2 \cdot S_4$

olarak alınır. (Çapraz alanların çarpımı birbirine eşittir.)

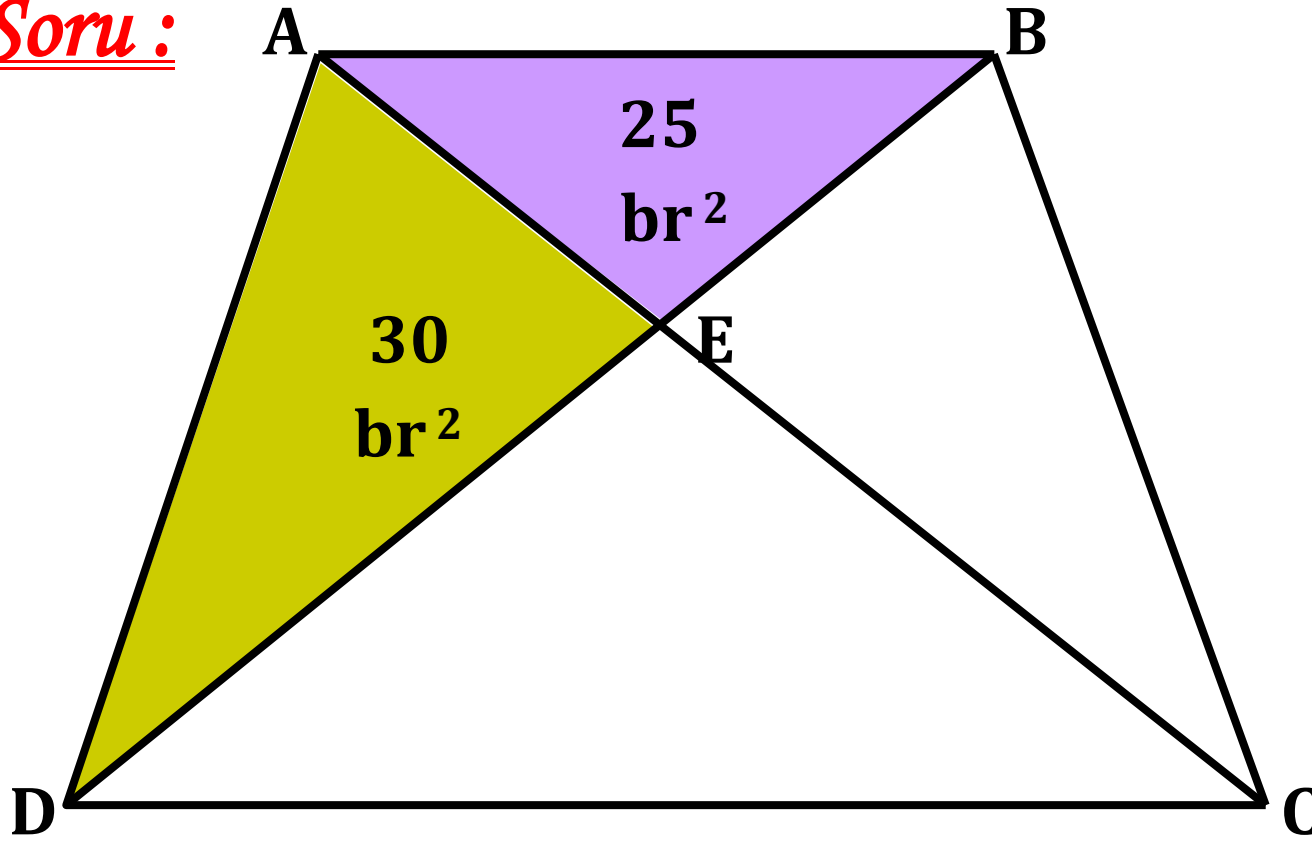
2) $S_1 = S_3$ 'tür. Yani yamukta paralel kollar arasında kalan iki yan üçgenin alanları birbirine eşittir.

Soru :



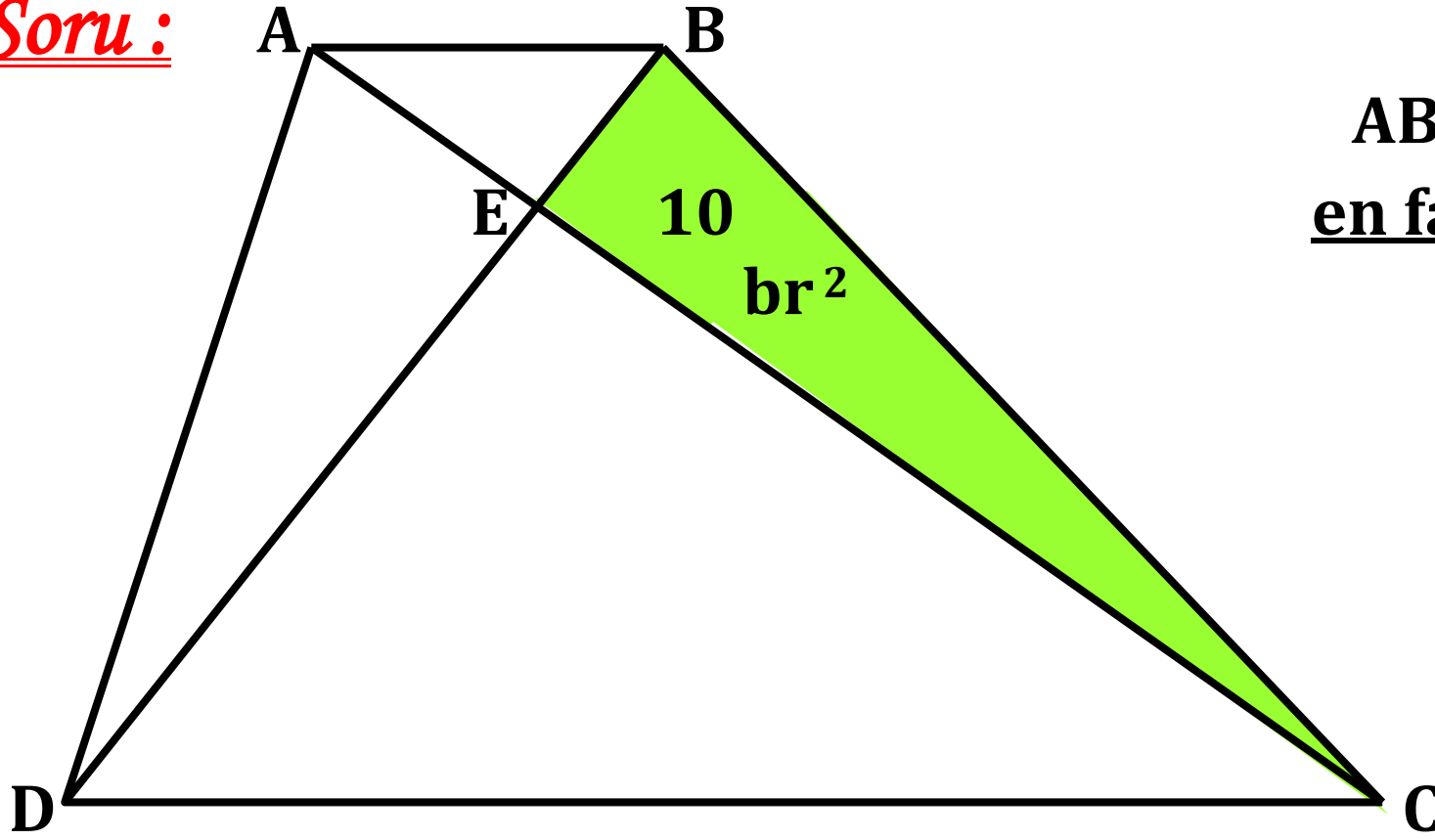
$ABCD$ yamuk ise
 $A (ABCD) = ?$

Soru :



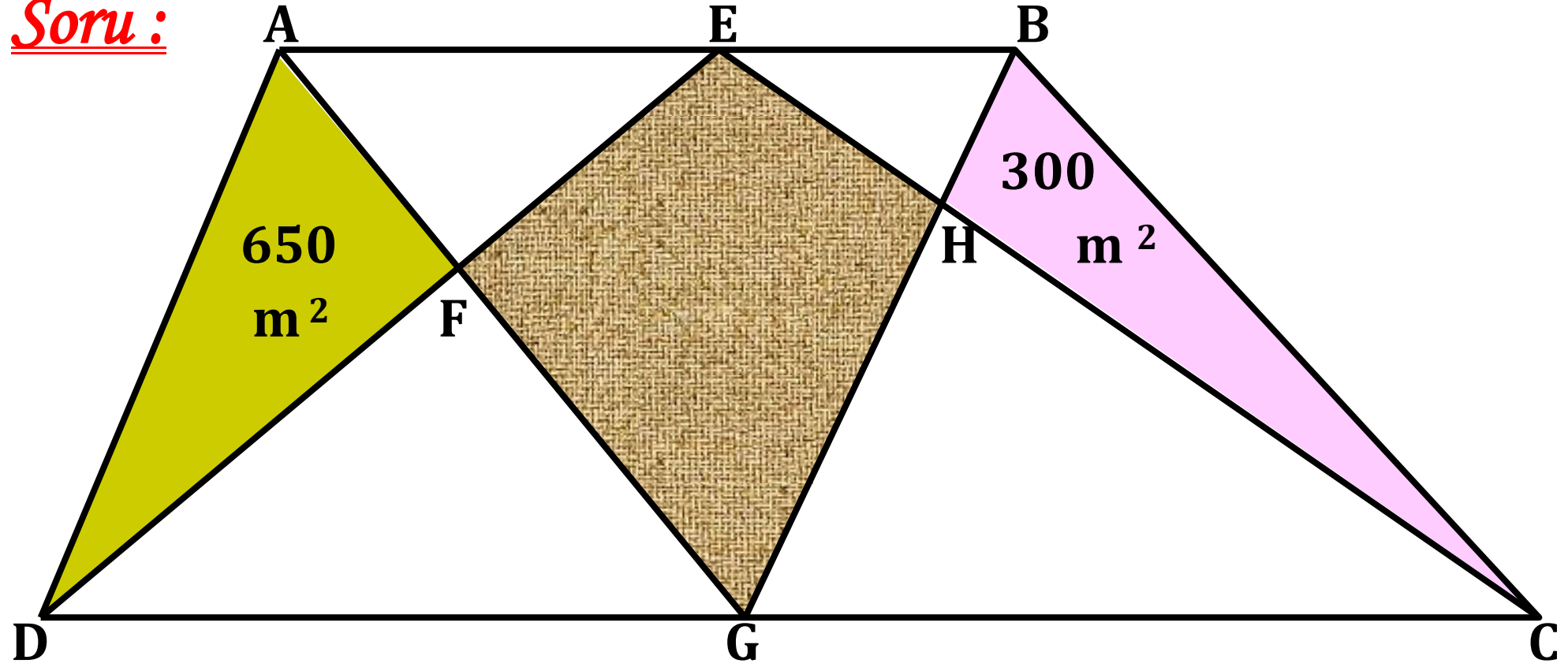
$ABCD$ yamuk ise
 $A (ABCD) = ?$

Soru :



ABCD yamuğunun alanı
en fazla kaç br² olabilir ?

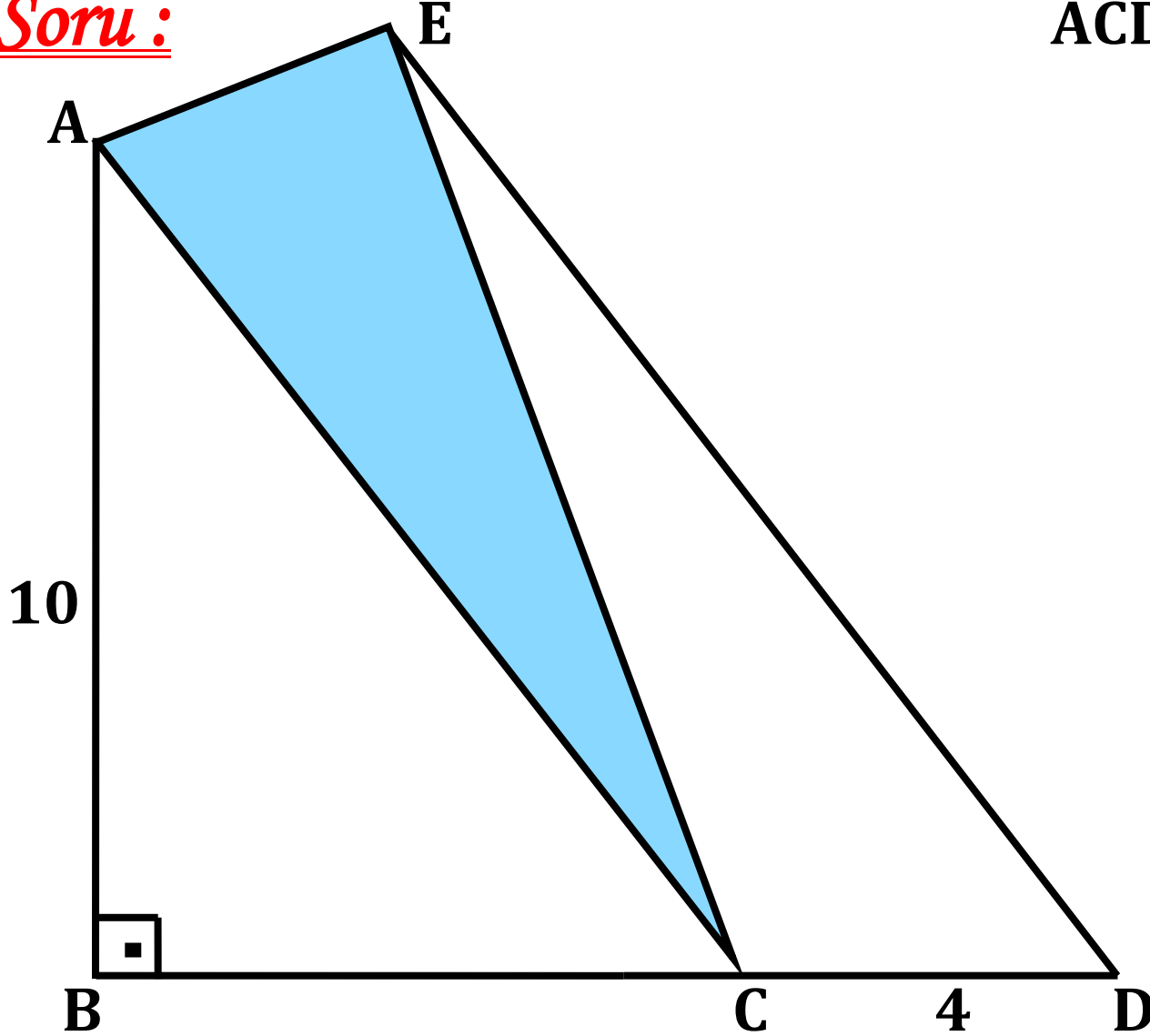
Soru :



ABCD bir yamuktur. Yamuğun içinde kalan EFGH dörtgeninin alanını bulunuz.

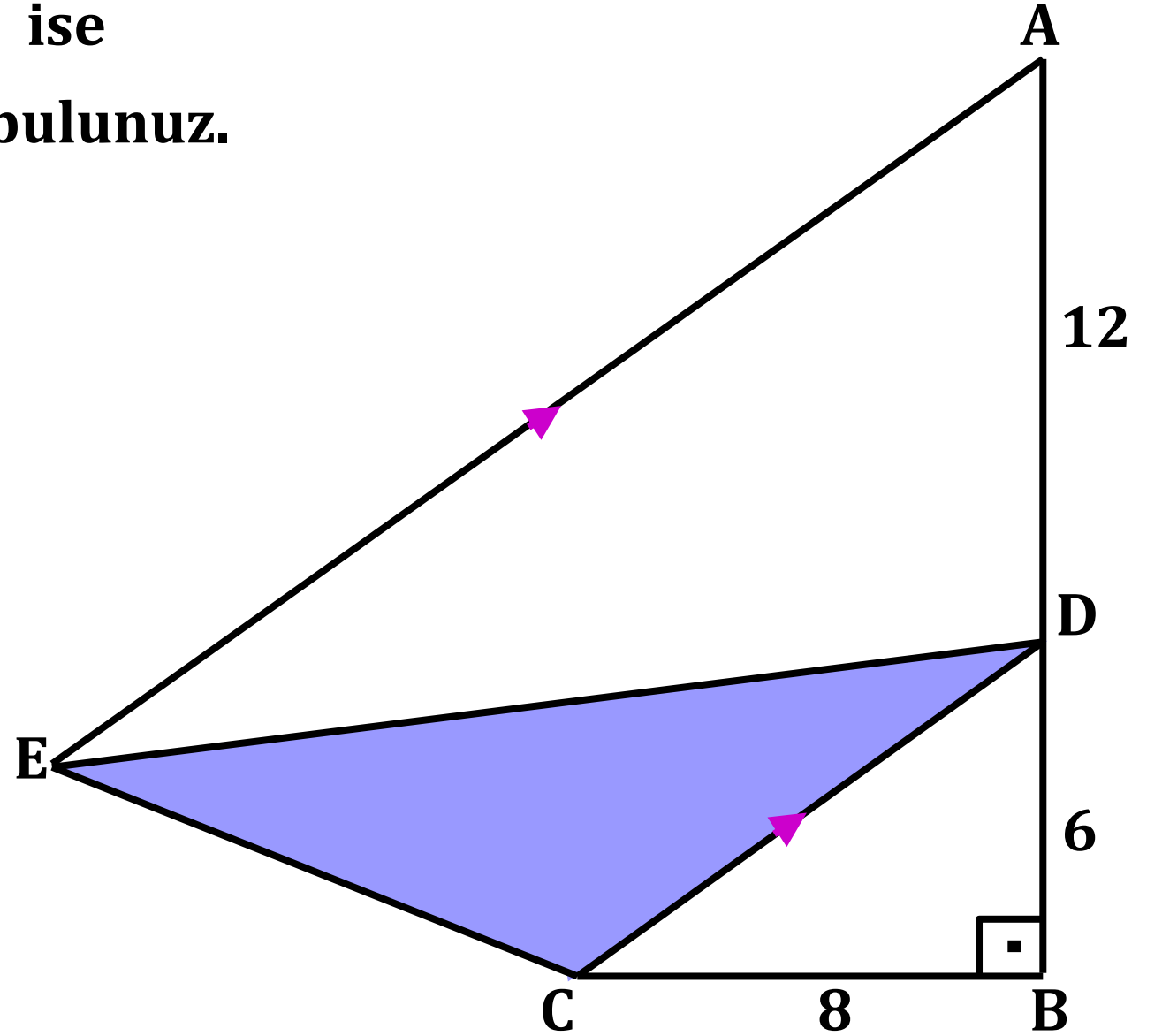
Soru :

ACDE yamuksa boyalı bölgenin alanını bulunuz.

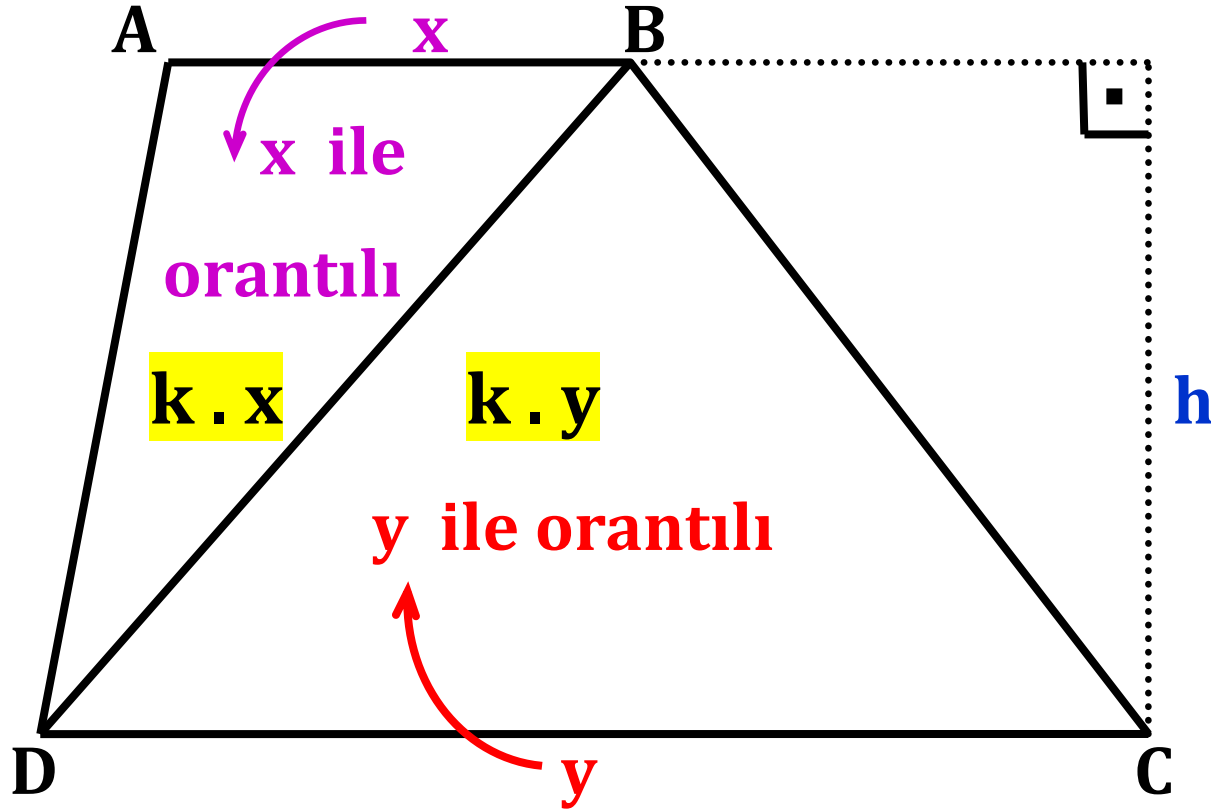


(A ile D 'yi birleştir. Bölgelere harf ver ve istenileni üçgenin alan kurallarından elde et.)

Soru : $[DC] \parallel [AE]$ ise
boyalı bölgenin alanını bulunuz.



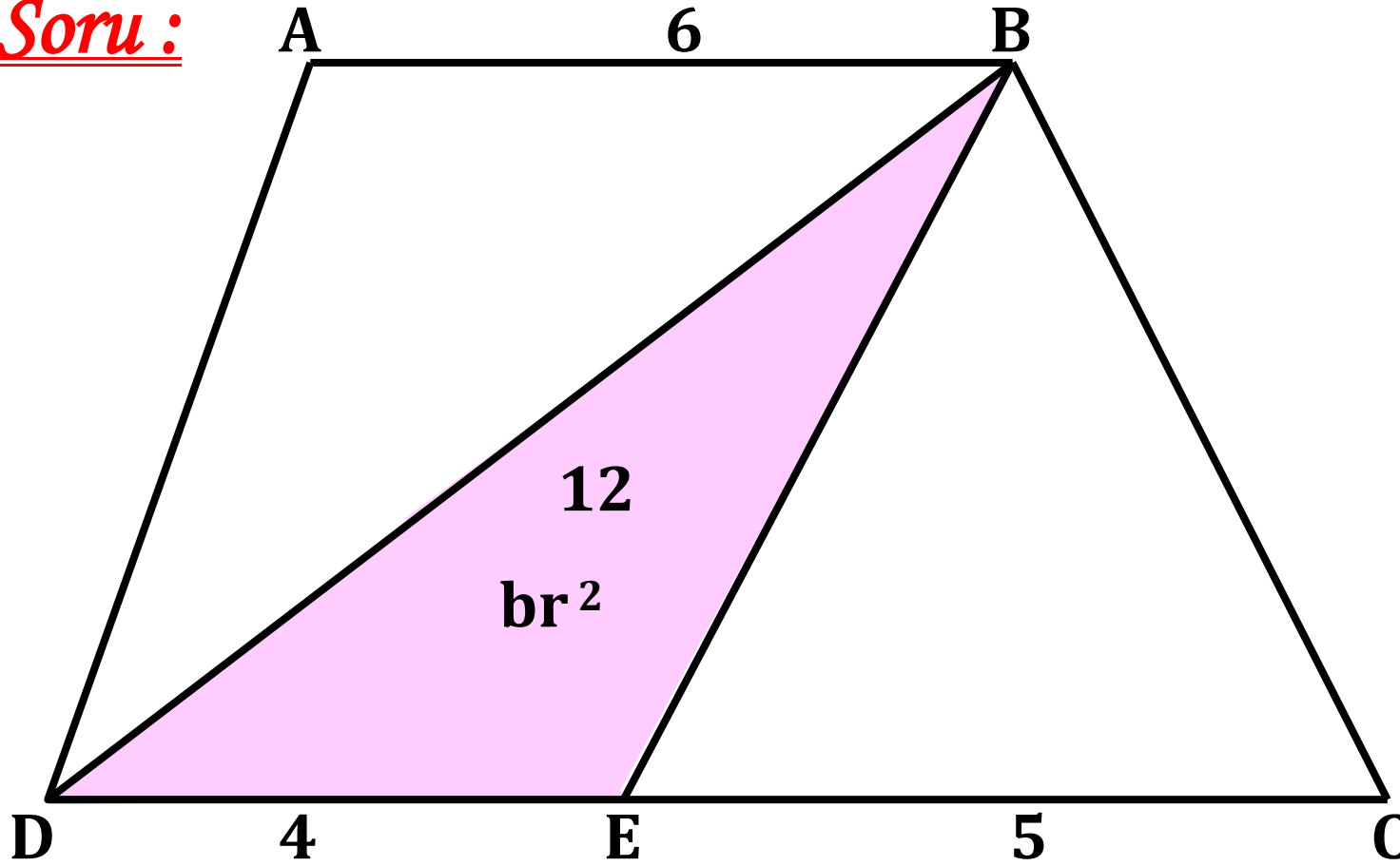
Kural 4: (Alan - taban ilişkisi)



ABCD yamuğunda
iki üçgenin de
yüksekliği aynıdır.

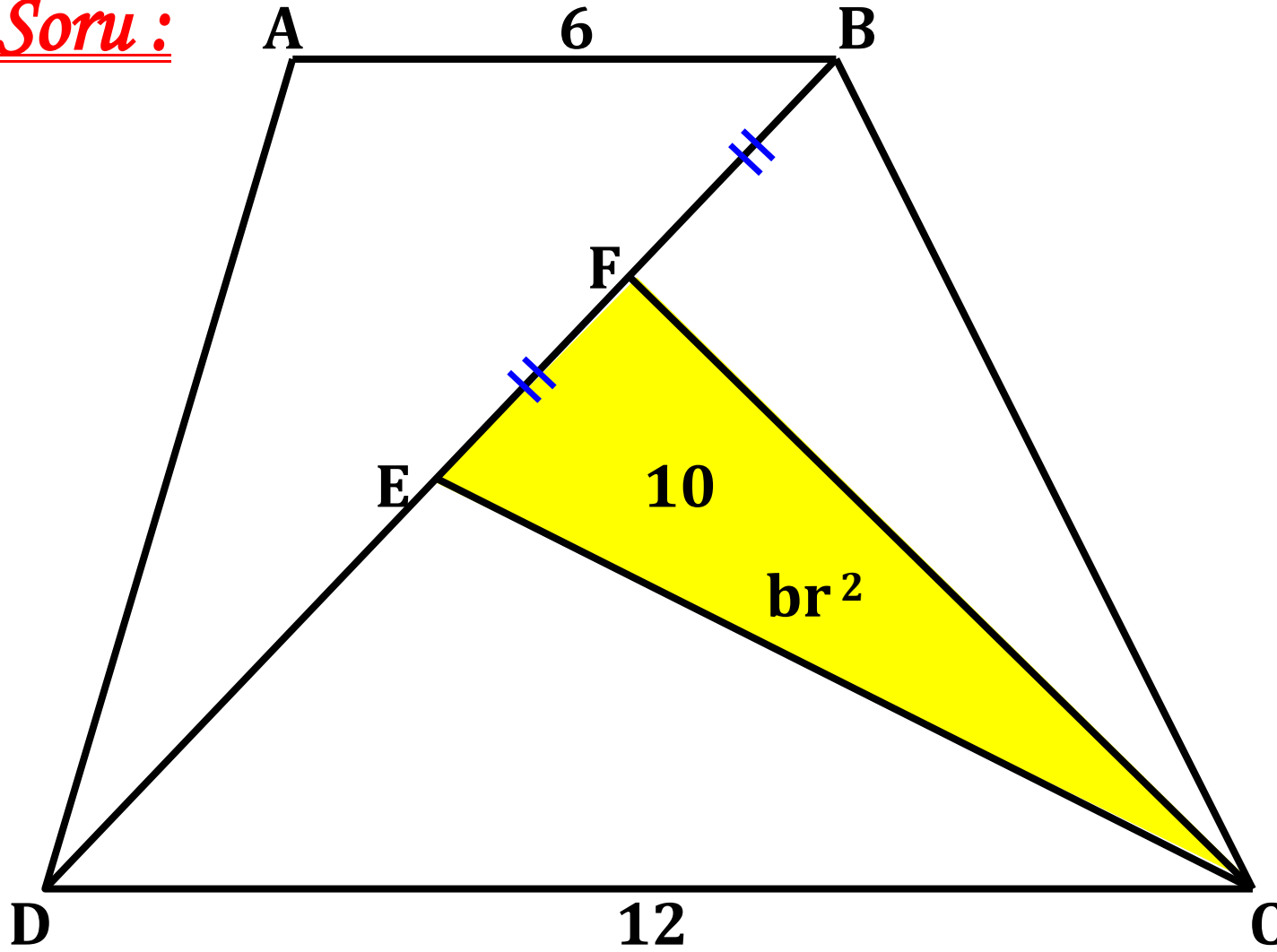
*** Yükseklikleri
aynı olan üçgenlerin
alanları tabanları ile
orantılı idi.

Soru :



**ABCD yamuğunun
alanını bulunuz.**

Soru :

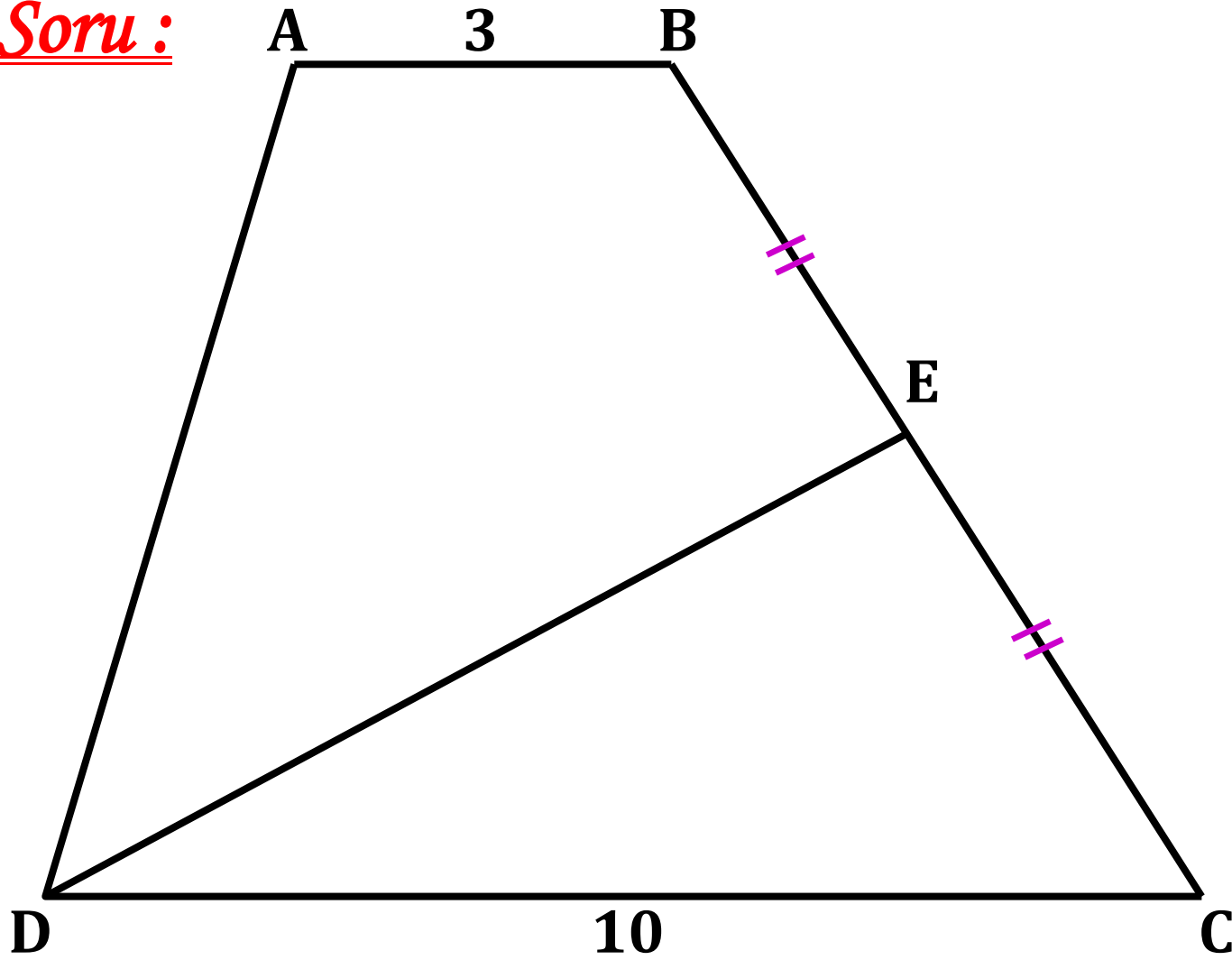


ABCD yamuk ve

$$|DE| = 2 \cdot |EF|$$

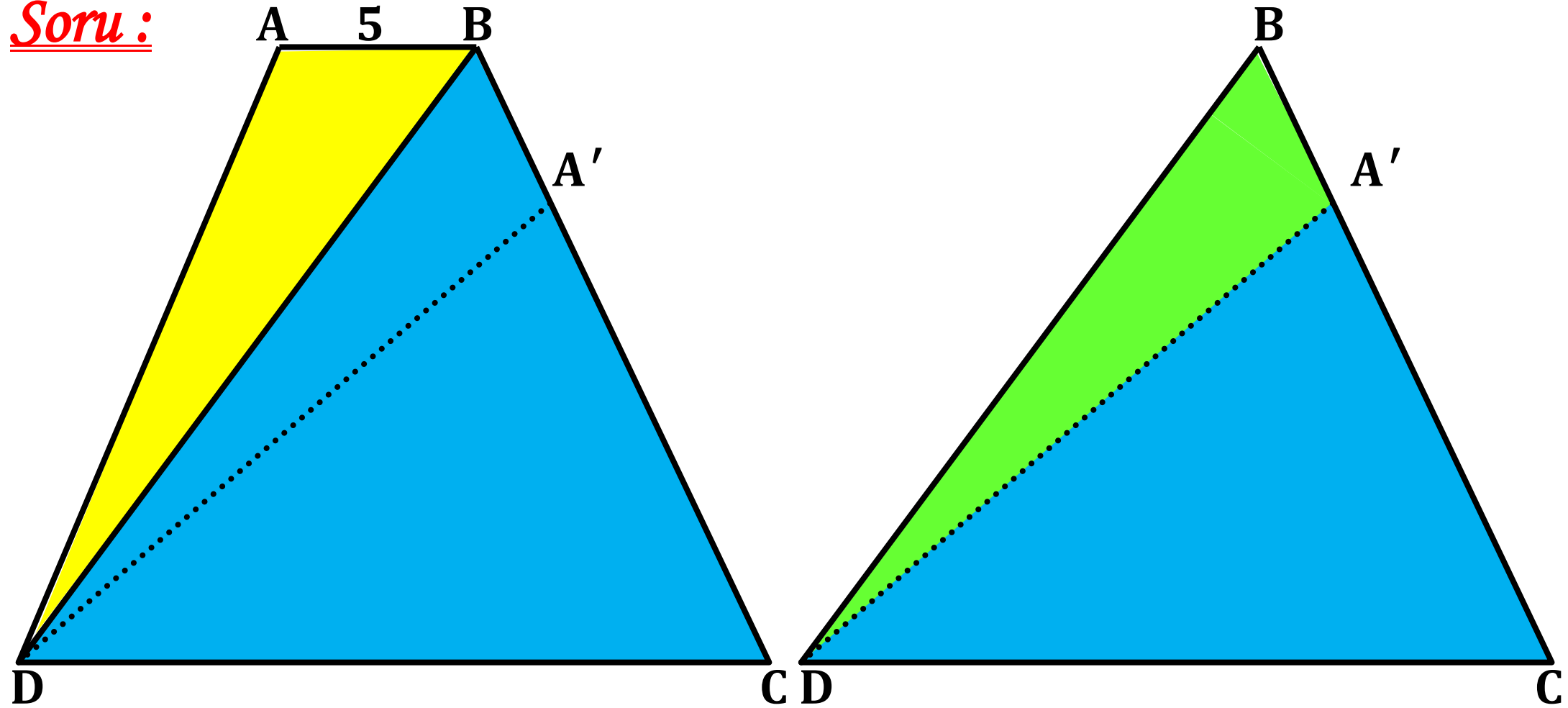
ise $A(ABCD) = ?$

Soru :



ABCD yamuk ise $\frac{A (ABCD)}{A (ABED)} = ?$

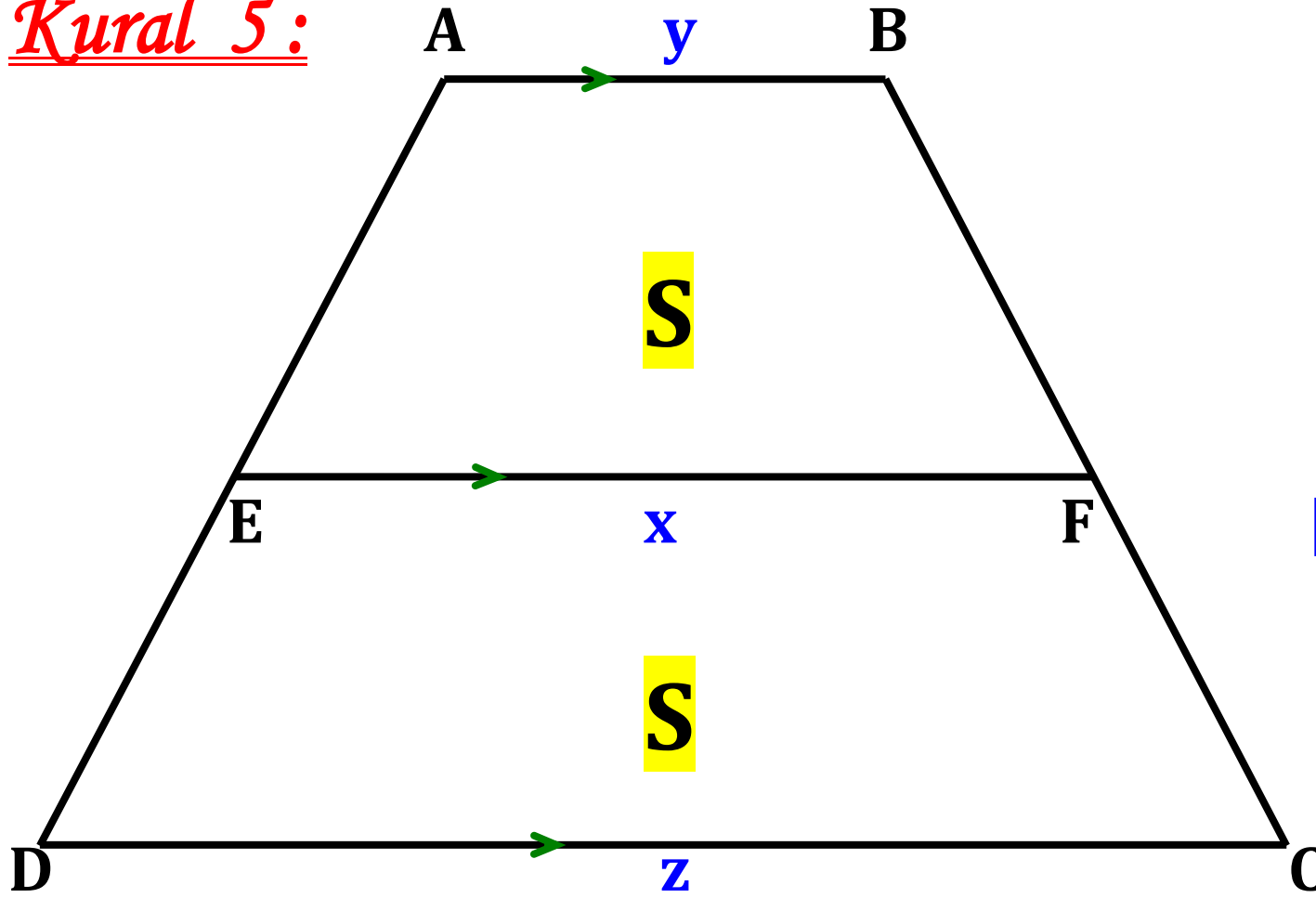
Soru :



ABCD kağıttan bir yamuktur. Kağıt A köşesinden [BD] boyunca katlandığında, A köşesi [BC] üzerindeki A' köşesine geliyor.

$$\triangle BCD = 4 \cdot \triangle ABD \text{ ise } |A'C| + |DC| = ?$$

Kural 5:



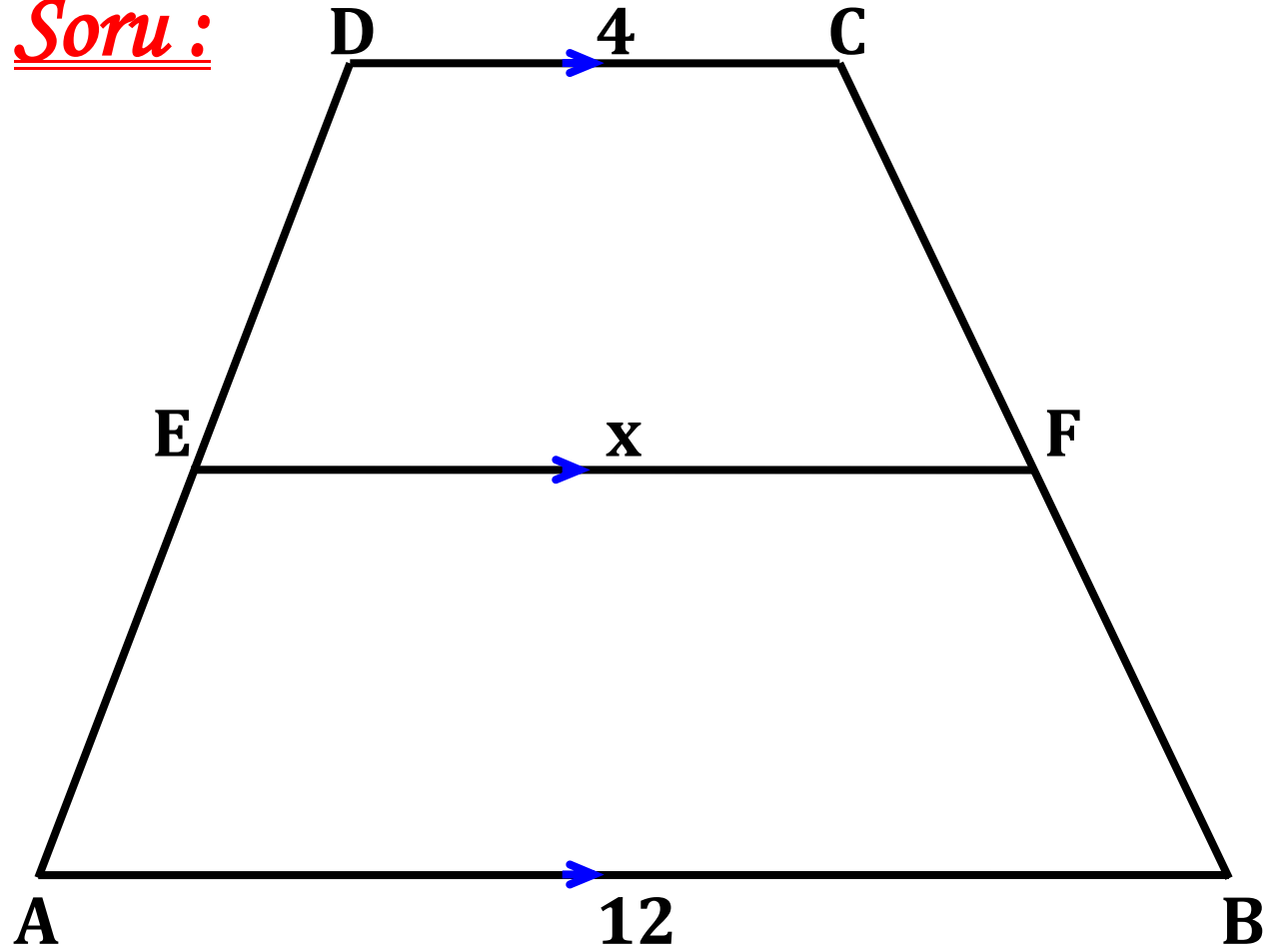
ABCD yamuk ve
[AB] // [EF] // [DC]
olsun.

$$A (AEFB) = A (EDCF) = S \text{ ise}$$

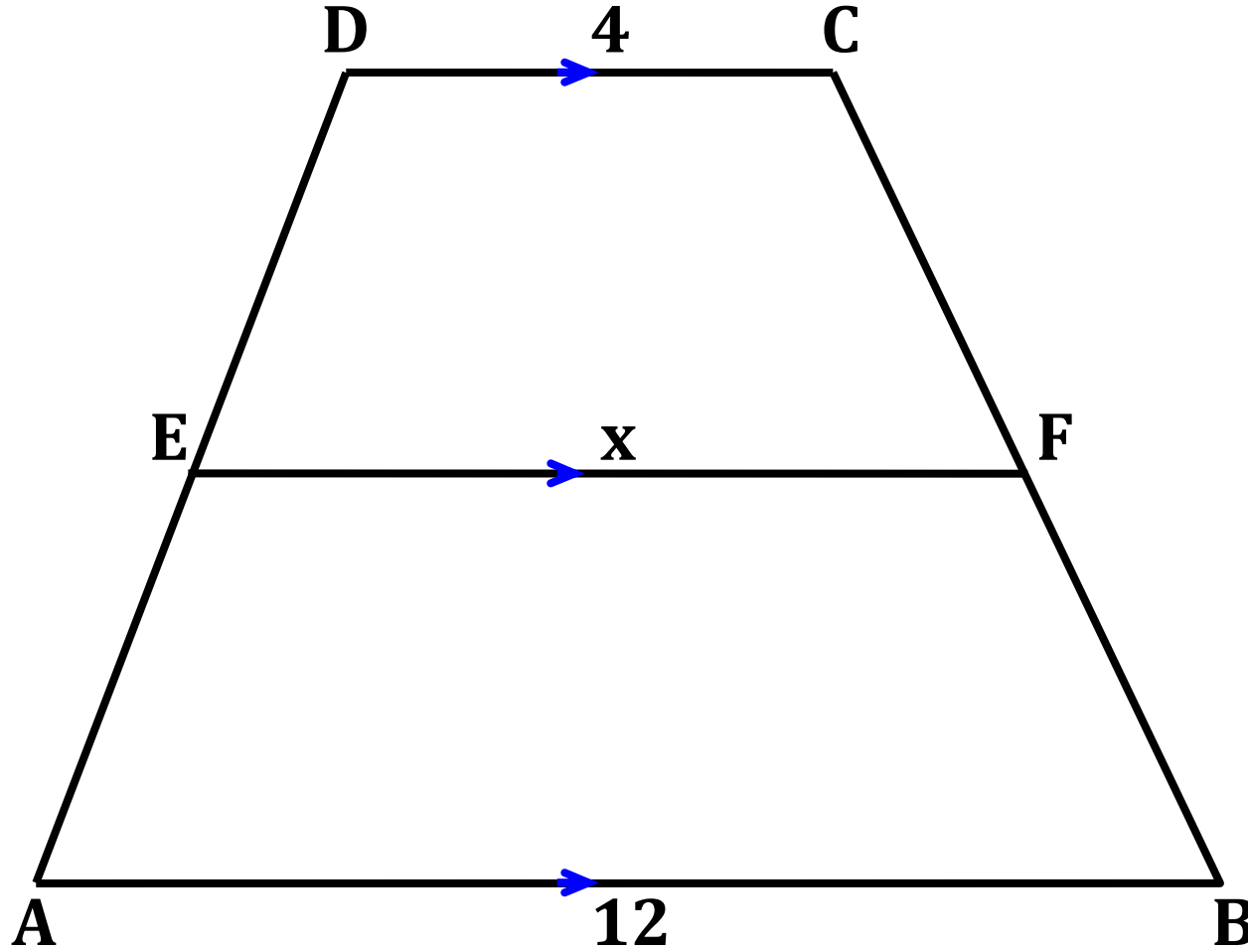
$$x^2 = \frac{y^2 + z^2}{2}$$

olarak alınır.

Soru :



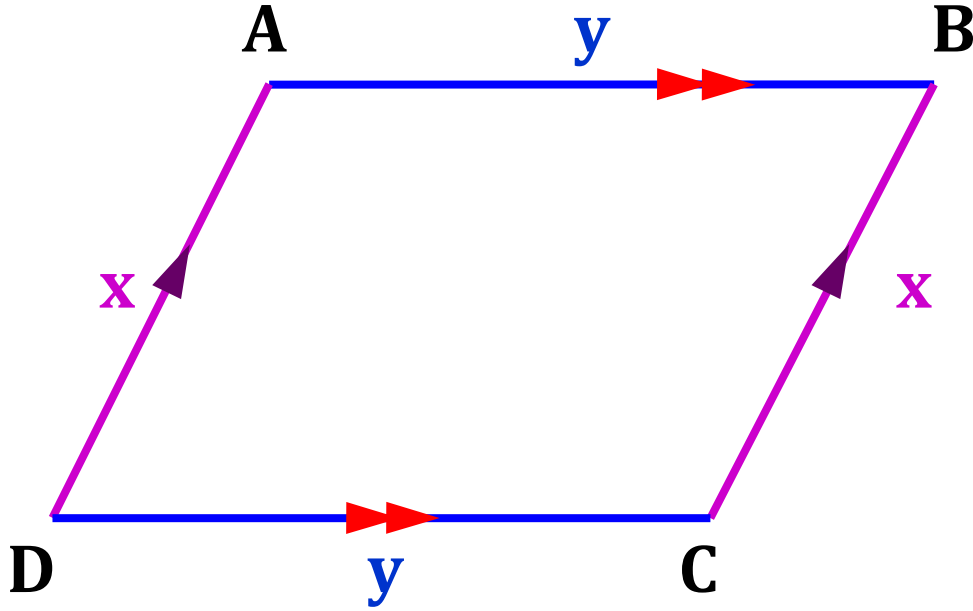
$ABCD$ yamuğunda, $ABFE$ ile $CDEF$ yamuklarının alanları birbirine eşit ise $x = ?$



ABCD yamuğunda, ABFE ile CDEF yamuklarının alanları birbirine eşit ise $x = ?$

2. Yol: D ve C noktalarından yukarı doğru parçaları çizilir ve şekil üçgene dönüştürülür. Üst üçgen ile en büyük üçgende alan – benzerlik ilişkisi kurulur ve aynı yöntem üst üçgen ile orta üçgen için kullanılır ve x bulunur.

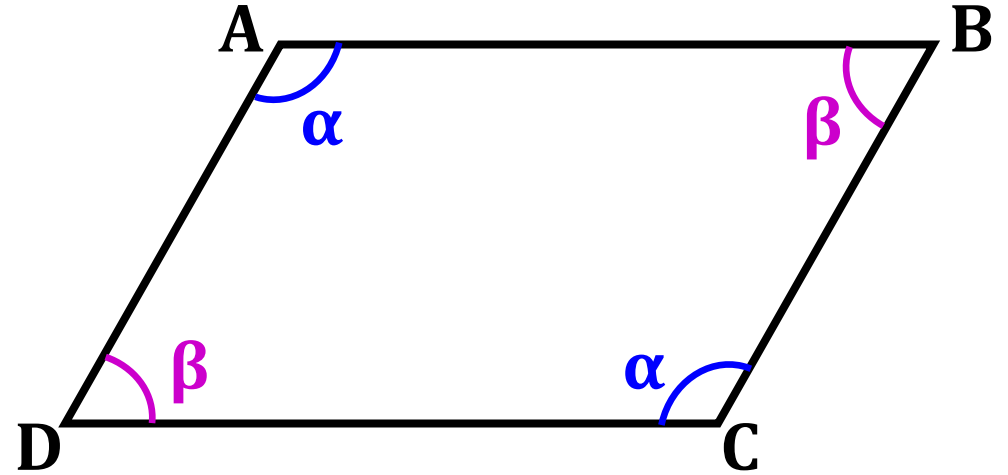
PARALELKENAR



Tanım : Karşılıklı kenarları birbirine paralel ve eşit olan dörtgene “**paralelkenar**” adı verilir.

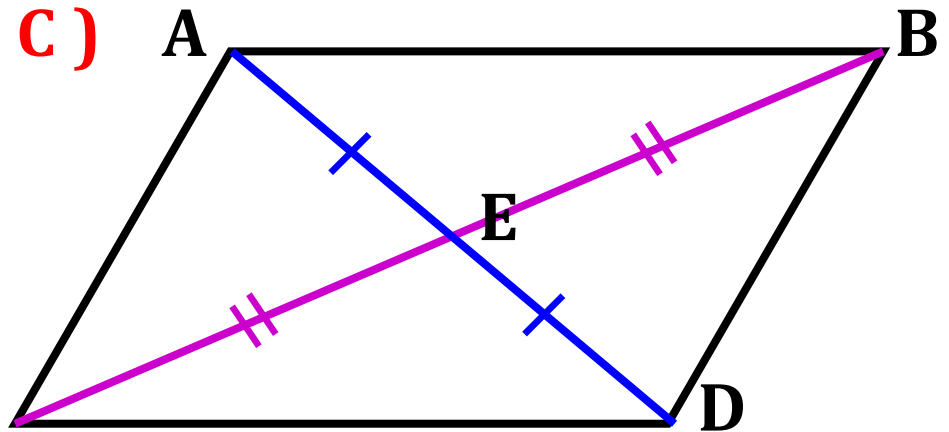
Paralelkenarda köşegenler birbirini ortalar.

Kural 1: A)

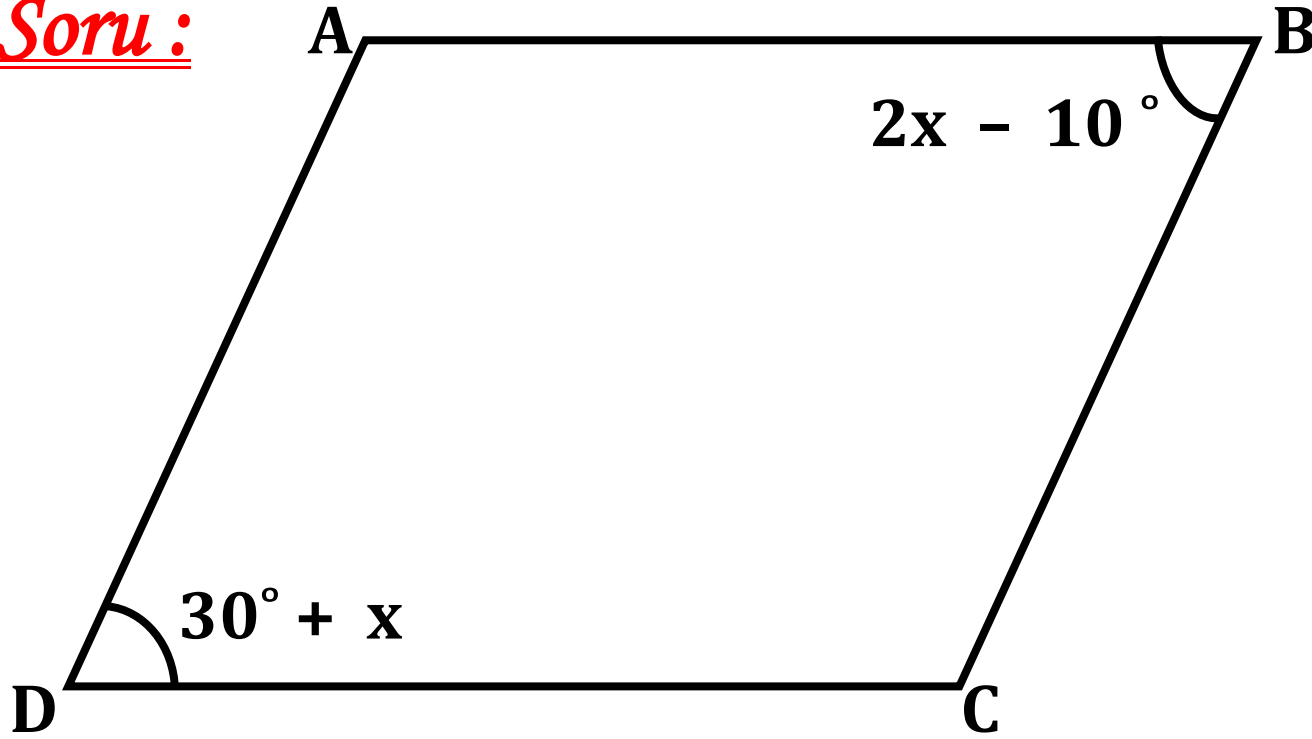


Paralelkenarda zıt köşe açıları birbirine eşittir.

B) $\alpha + \beta = 180^\circ$ 'dir.



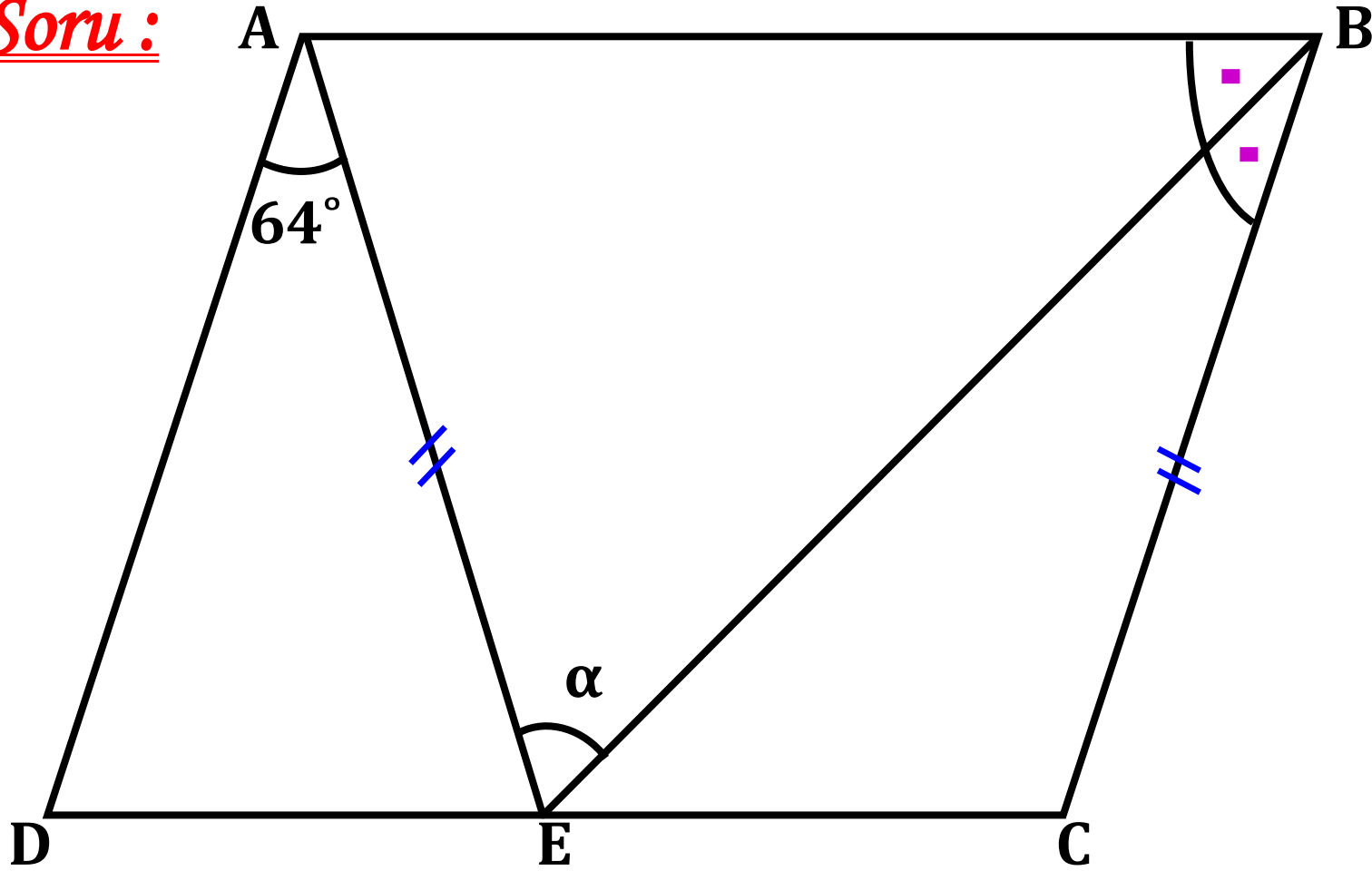
Soru :



ABCD paralelkenar

ise $m(\widehat{A}) = ?$

Soru :

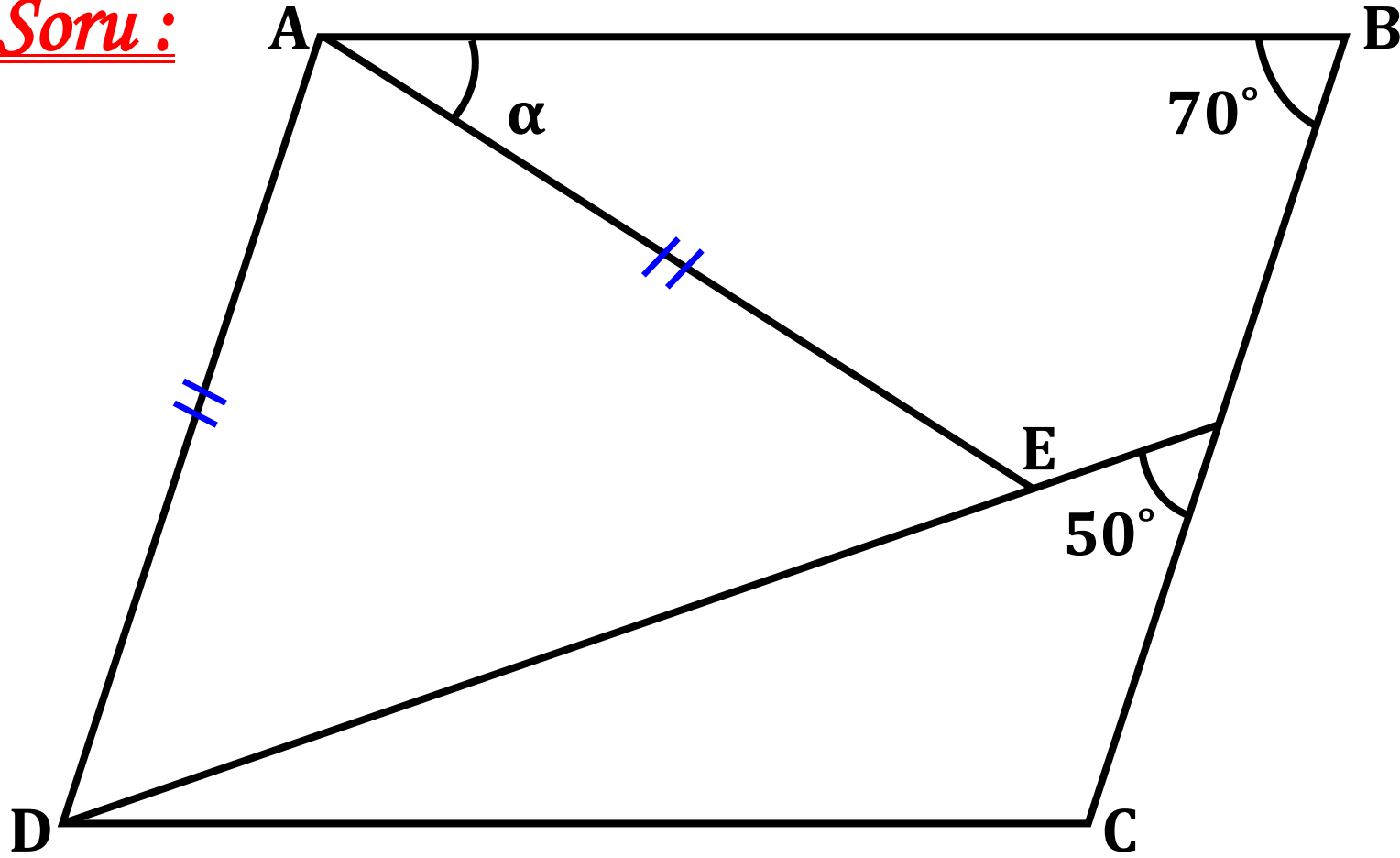


$ABCD$

paralelkenar

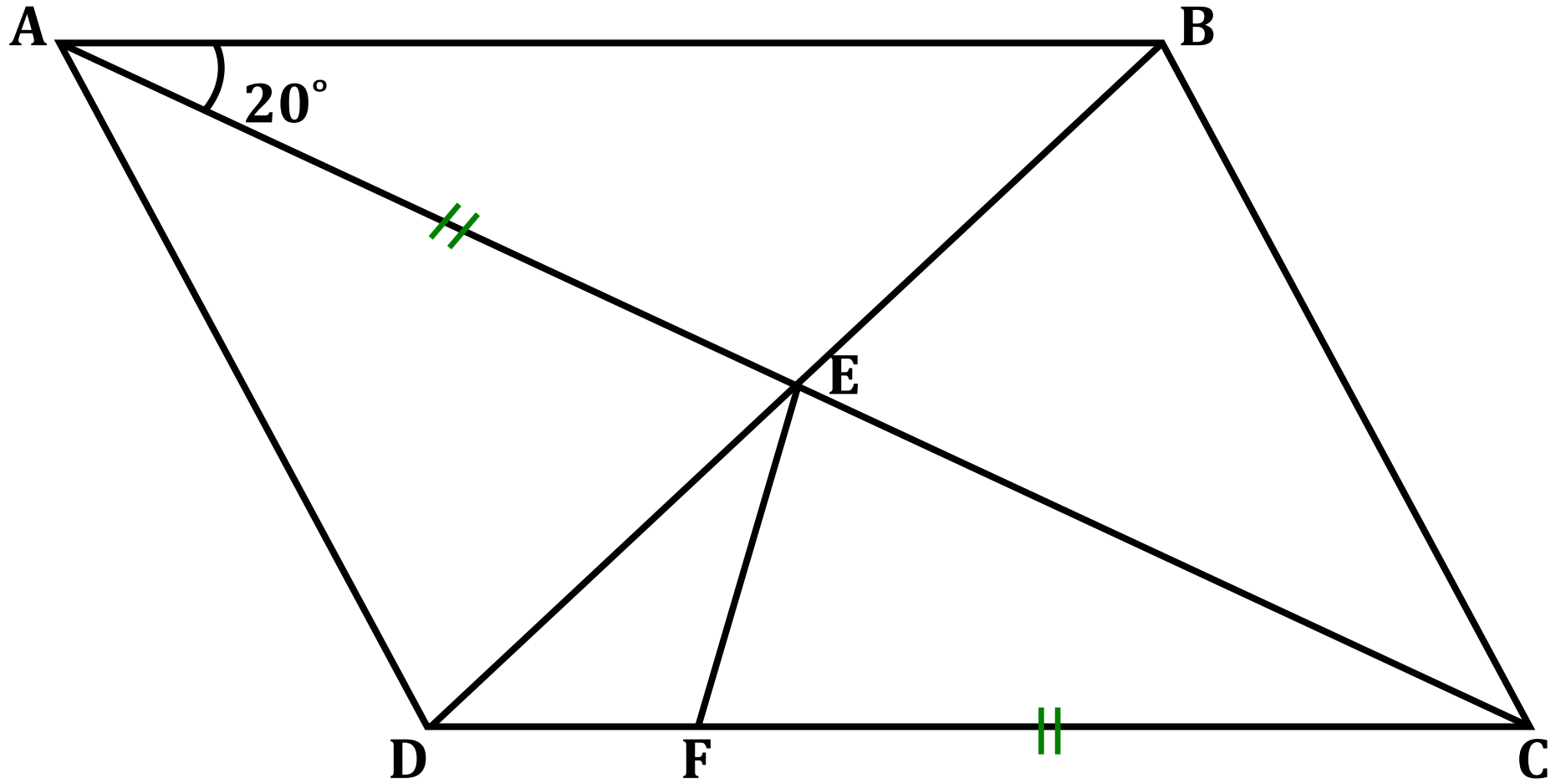
ise $\alpha = ?$

Soru :



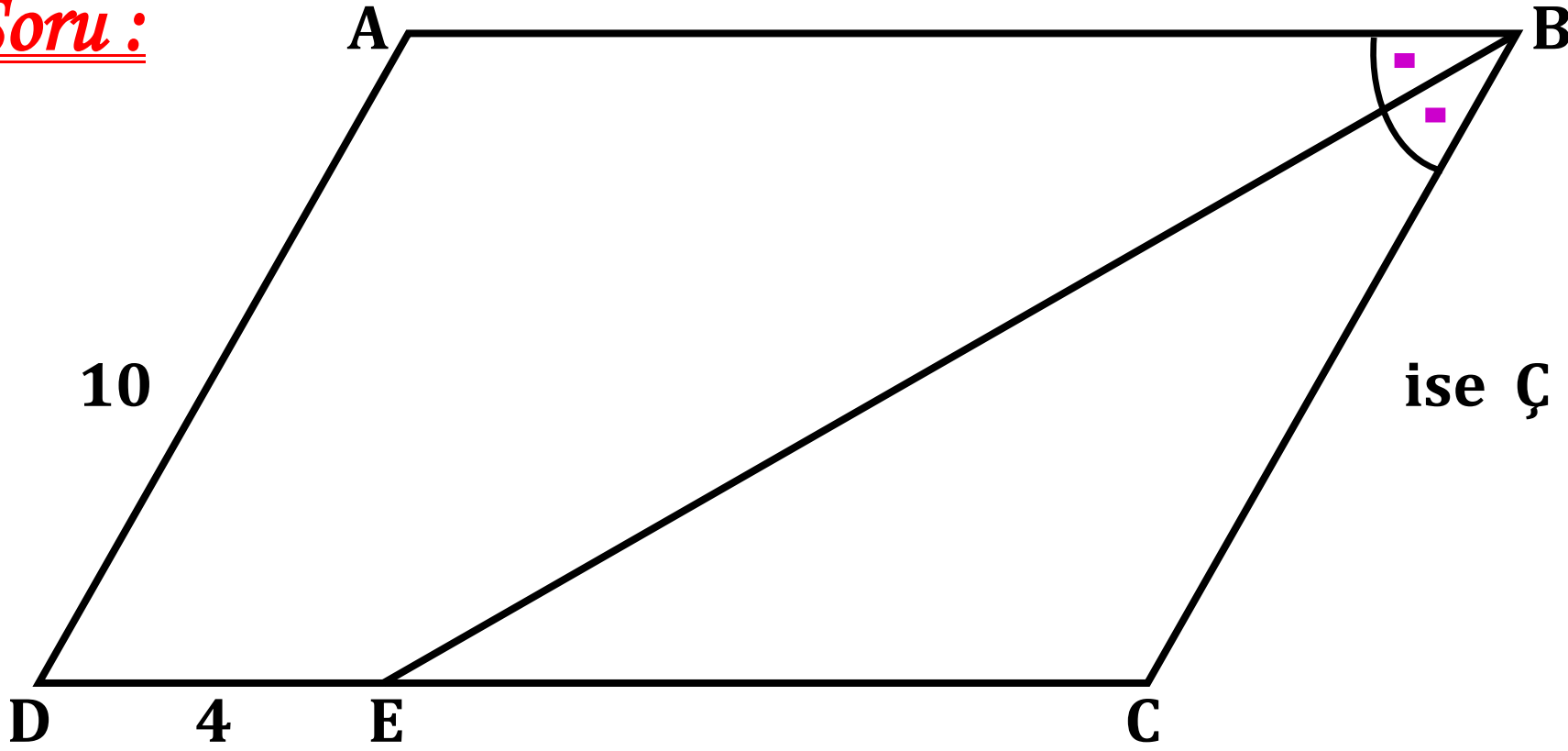
ABCD
paralelkenar
ise $\alpha = ?$

Soru :



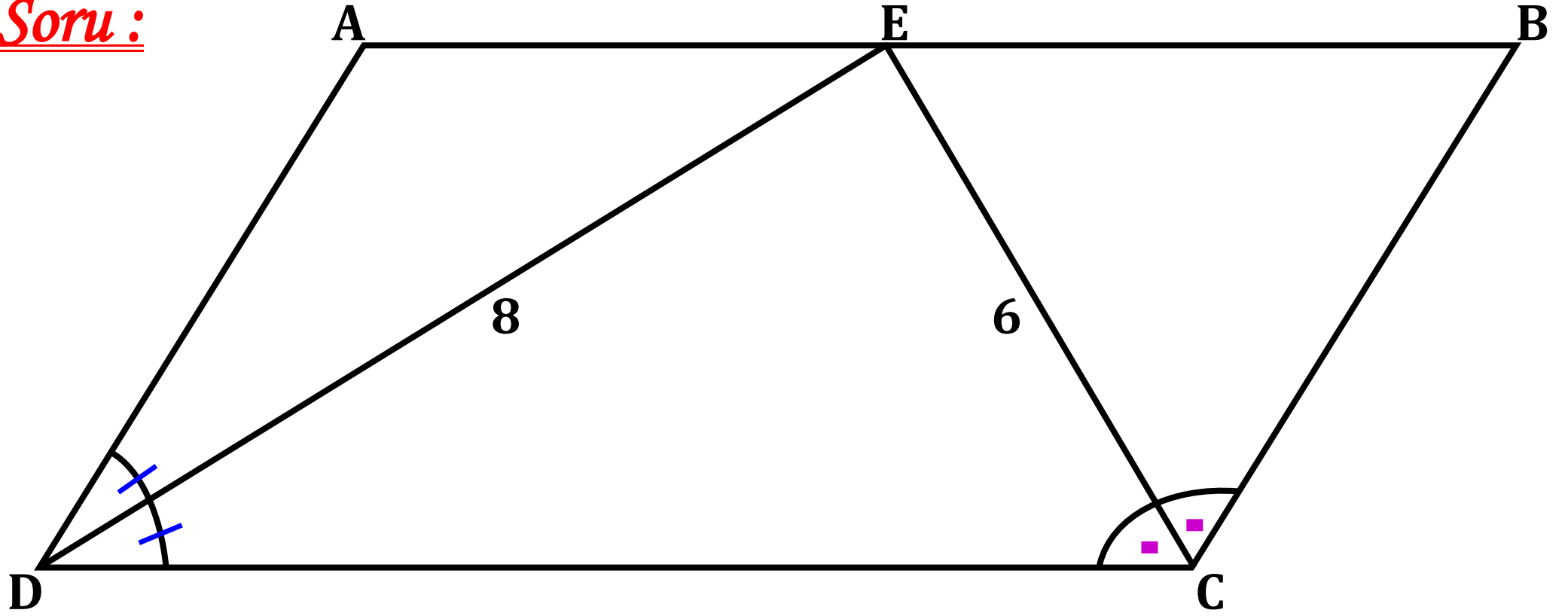
ABCD paralelkenar
ise $m(\widehat{EFD}) = ?$

Soru :



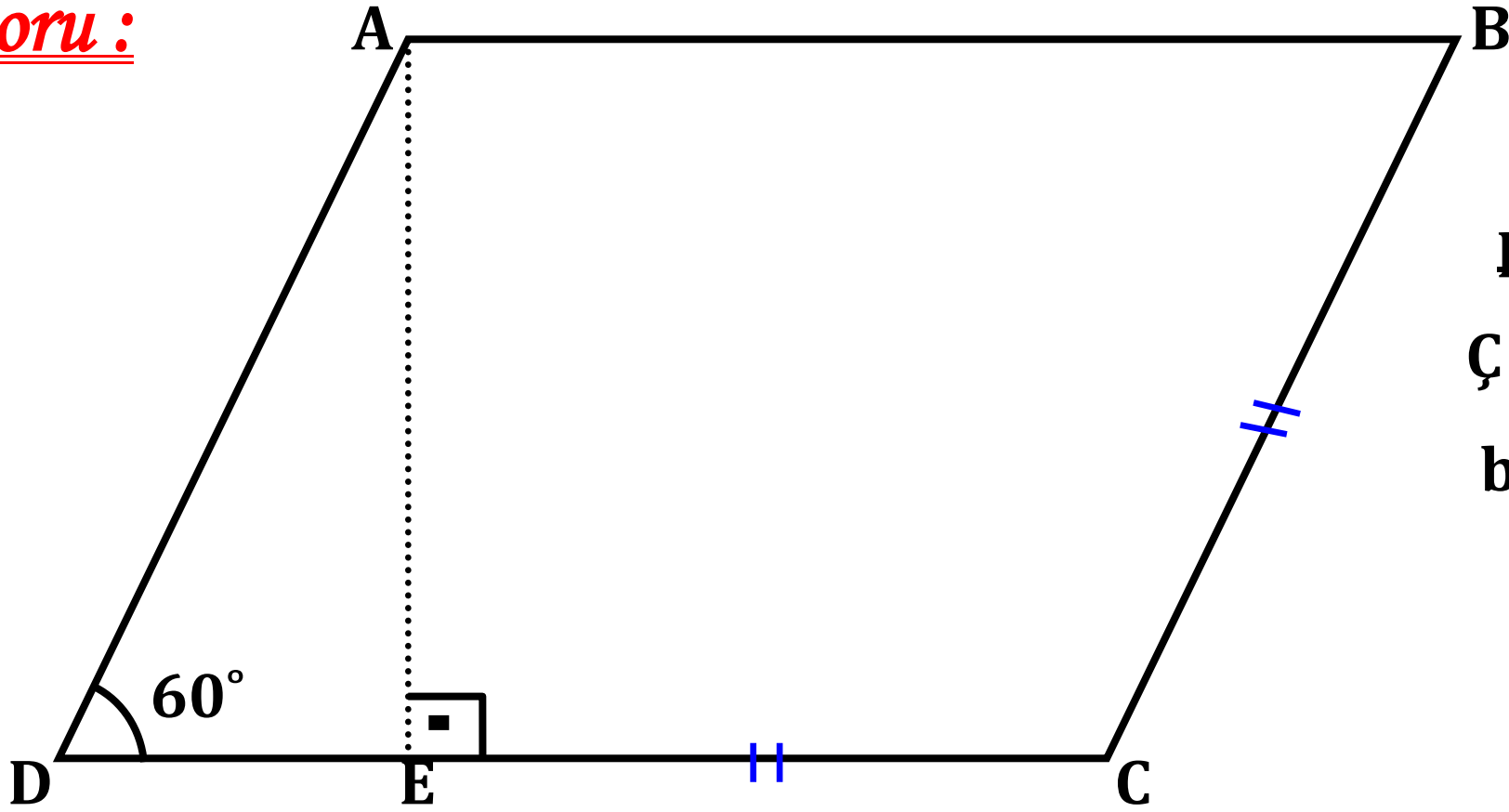
ABCD
paralelkenar
ise $\angle (ABCD) = ?$

Soru :



ABCD paralelkenar ise $\angle (ABCD) = ?$

Soru :

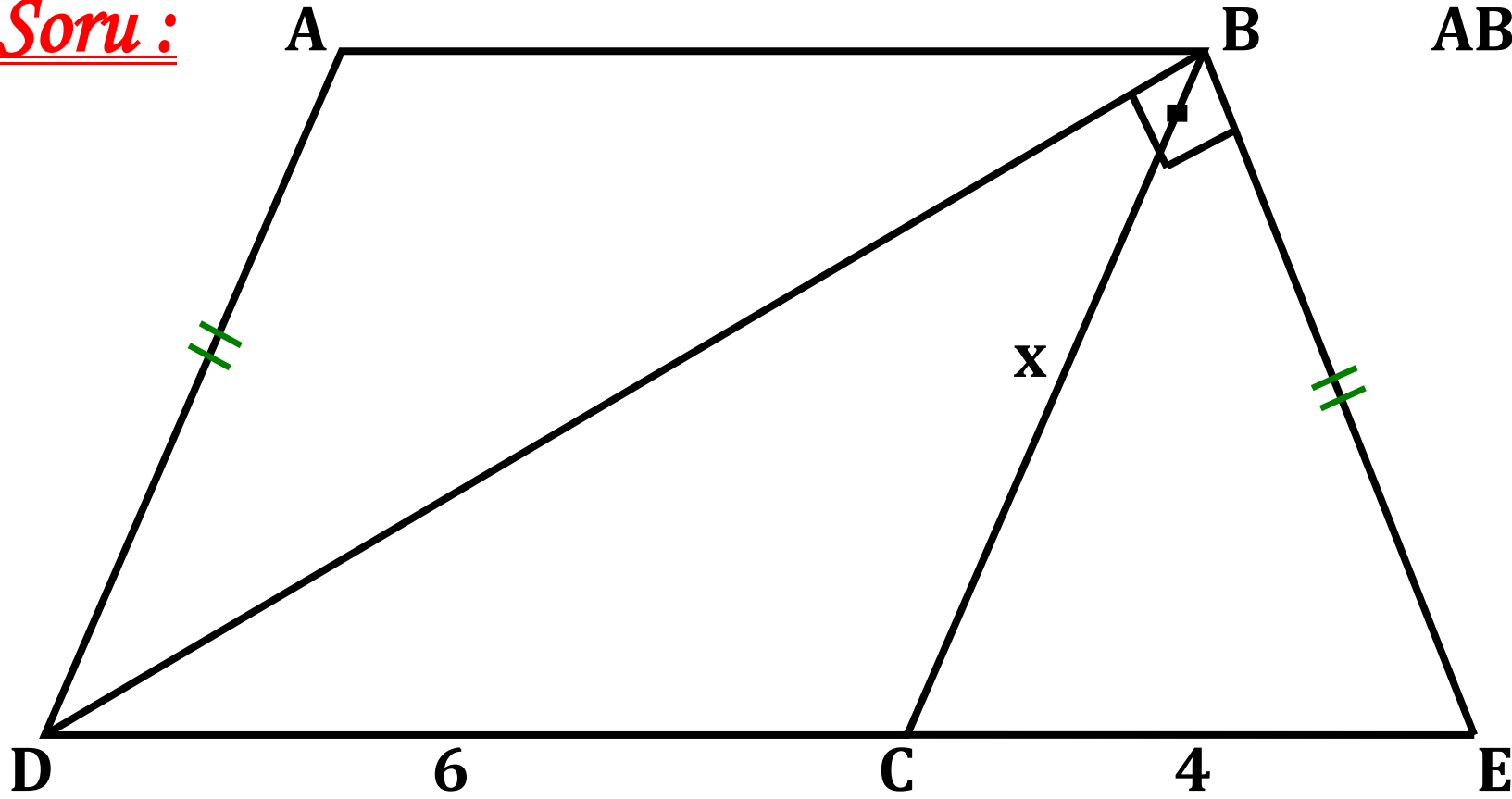


ABCD
paralelkenar ve
 $\angle (ABCD) = 80$
br ise $|AD| = ?$

Soru :

ABCD paralelkenar

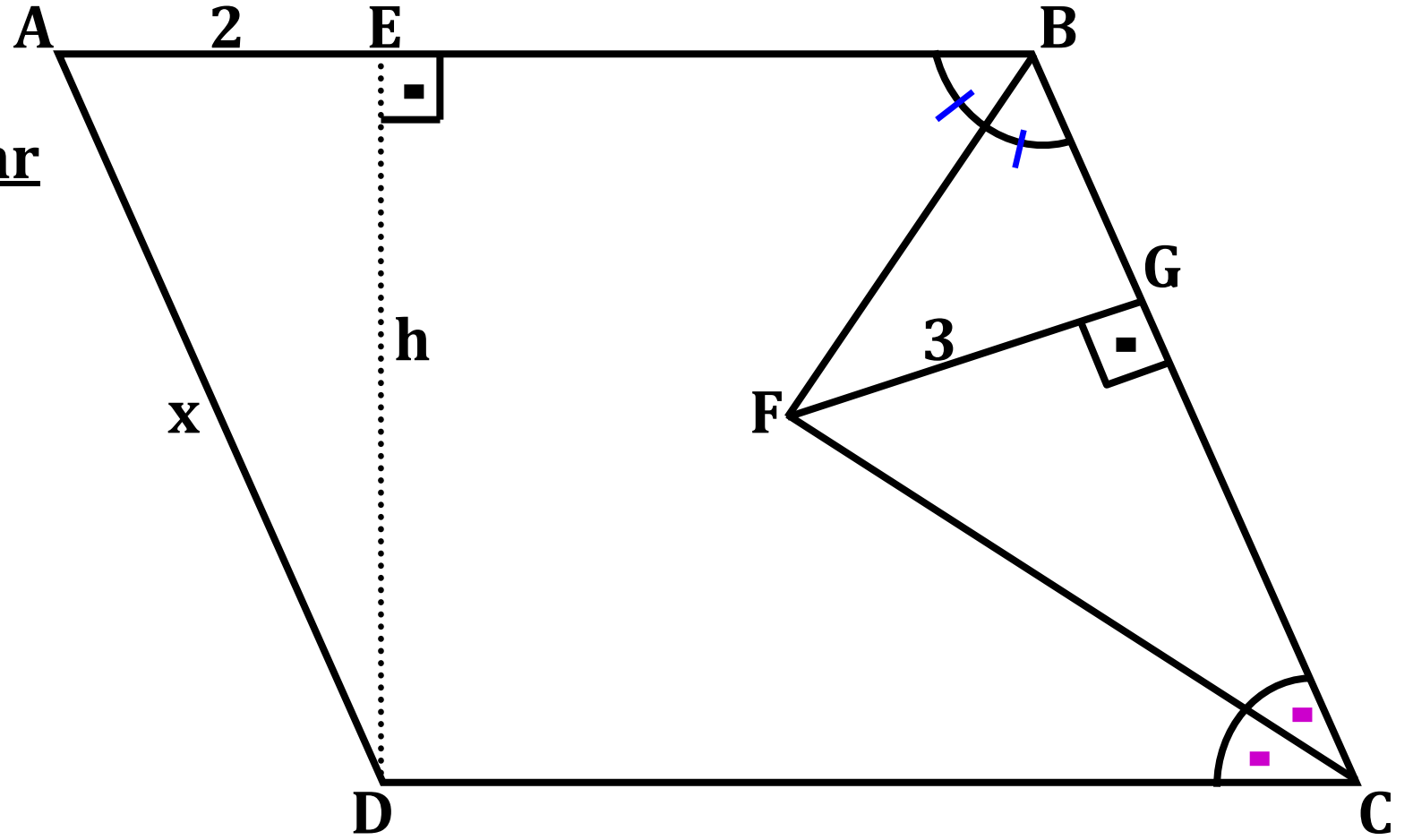
ise $x = ?$



Soru :

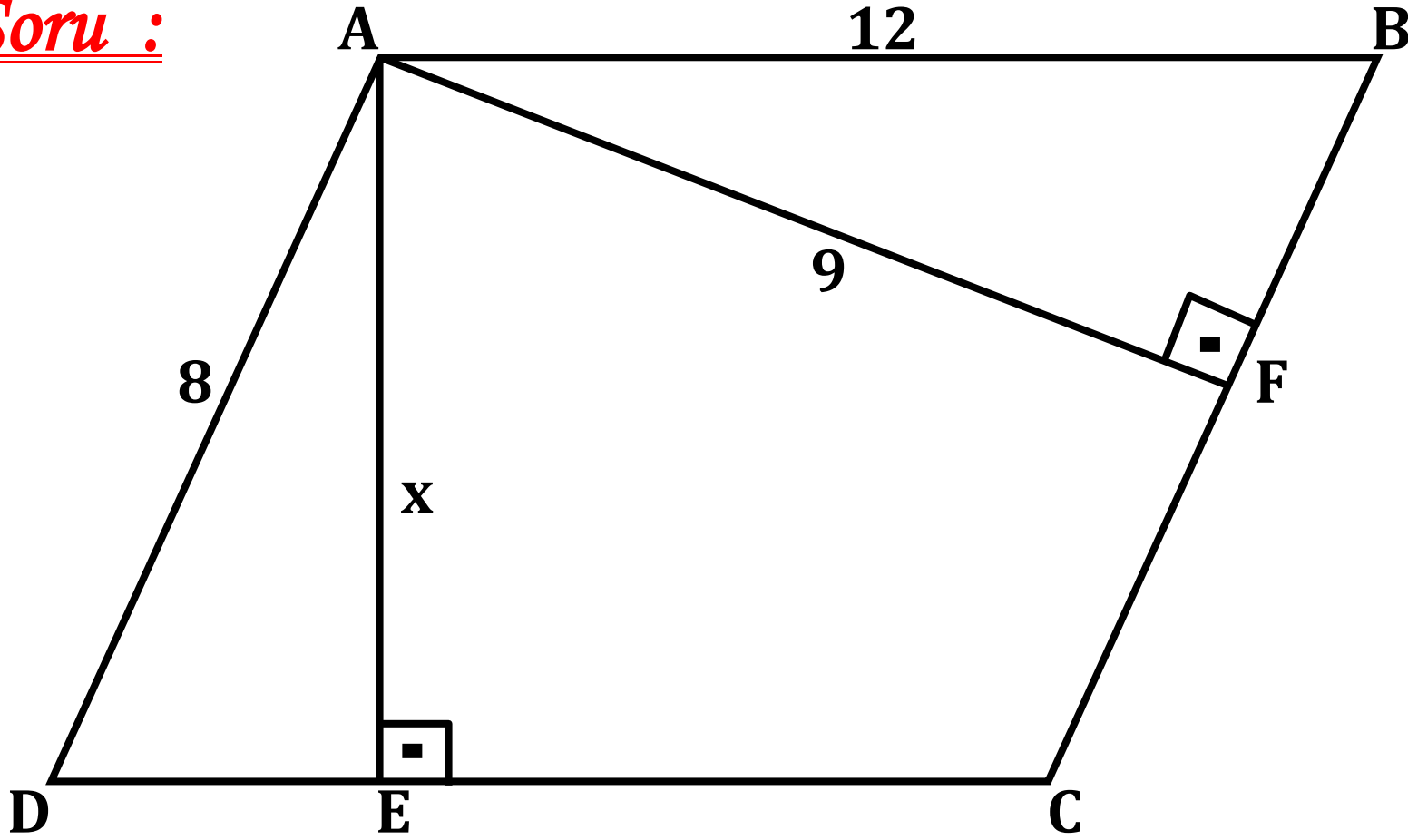
ABCD paralelkenar

ise $x = ?$



(Açıortaydan yan tabanlara indirilen dikmeler birbirine eşitti.)

Soru :

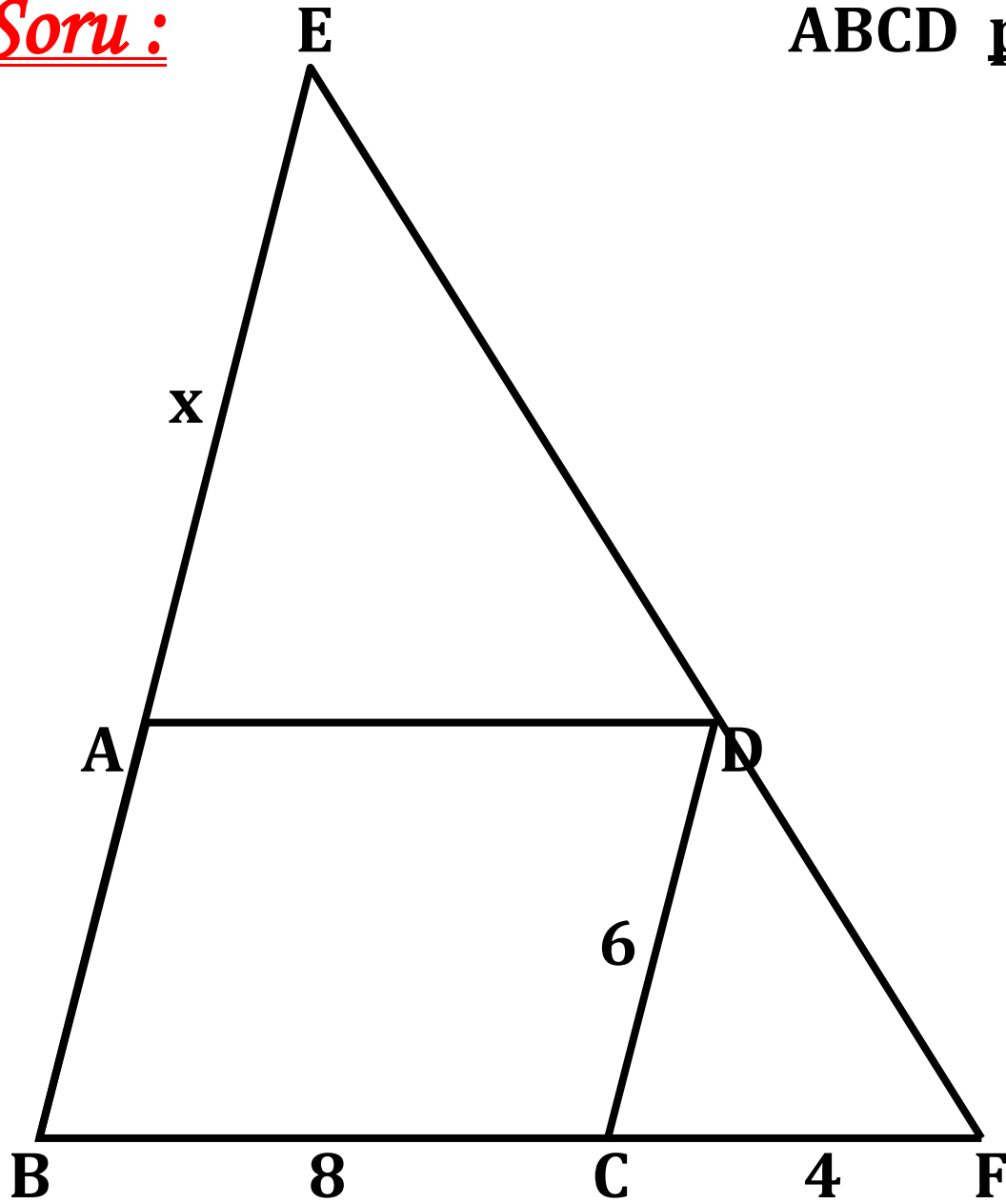


ABCD
paralelkenar
ise $x = ?$

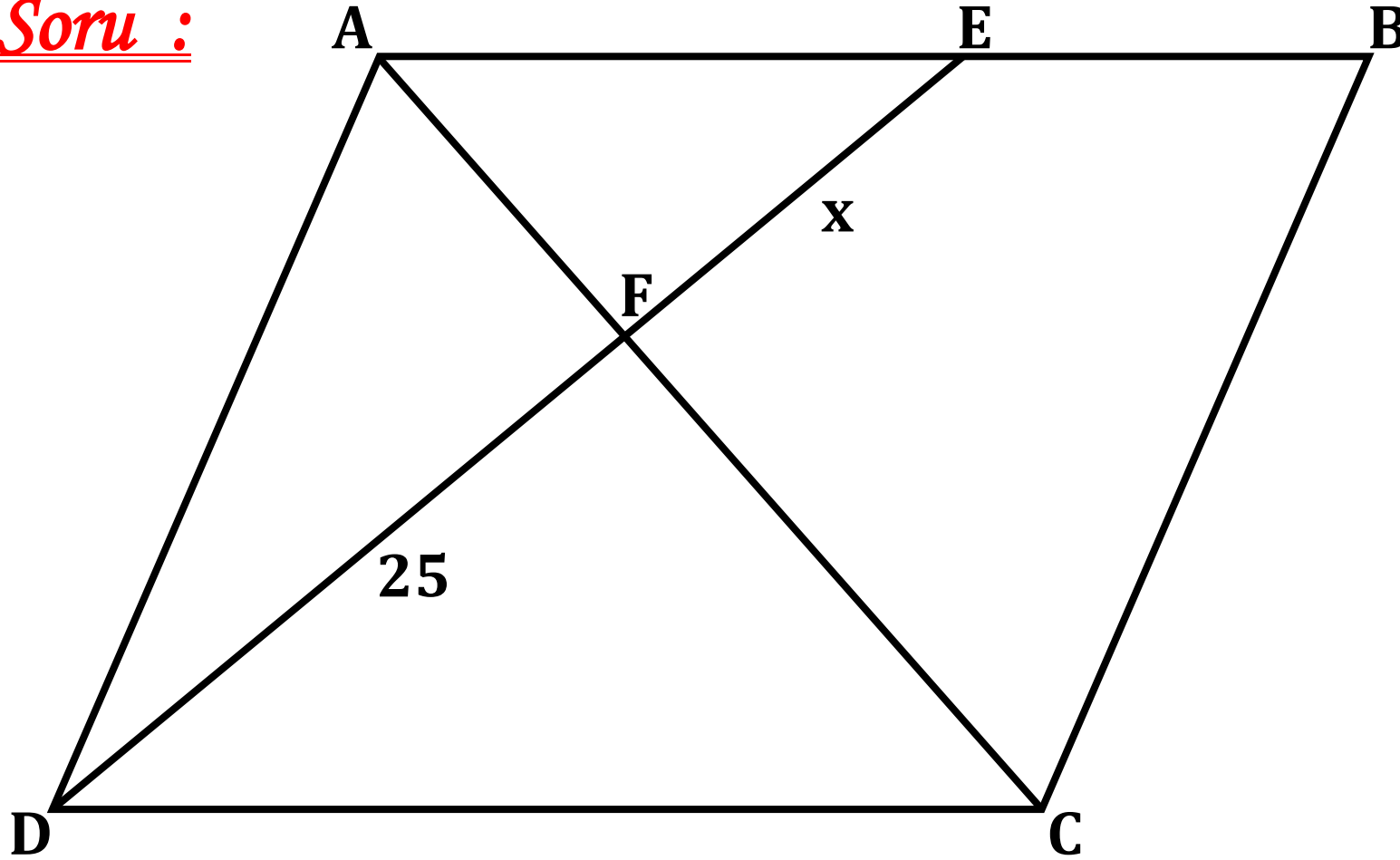
(A . A . A . benzerlik kuralı uygulanır.)

Soru :

ABCD paralelkenar ise $x = ?$

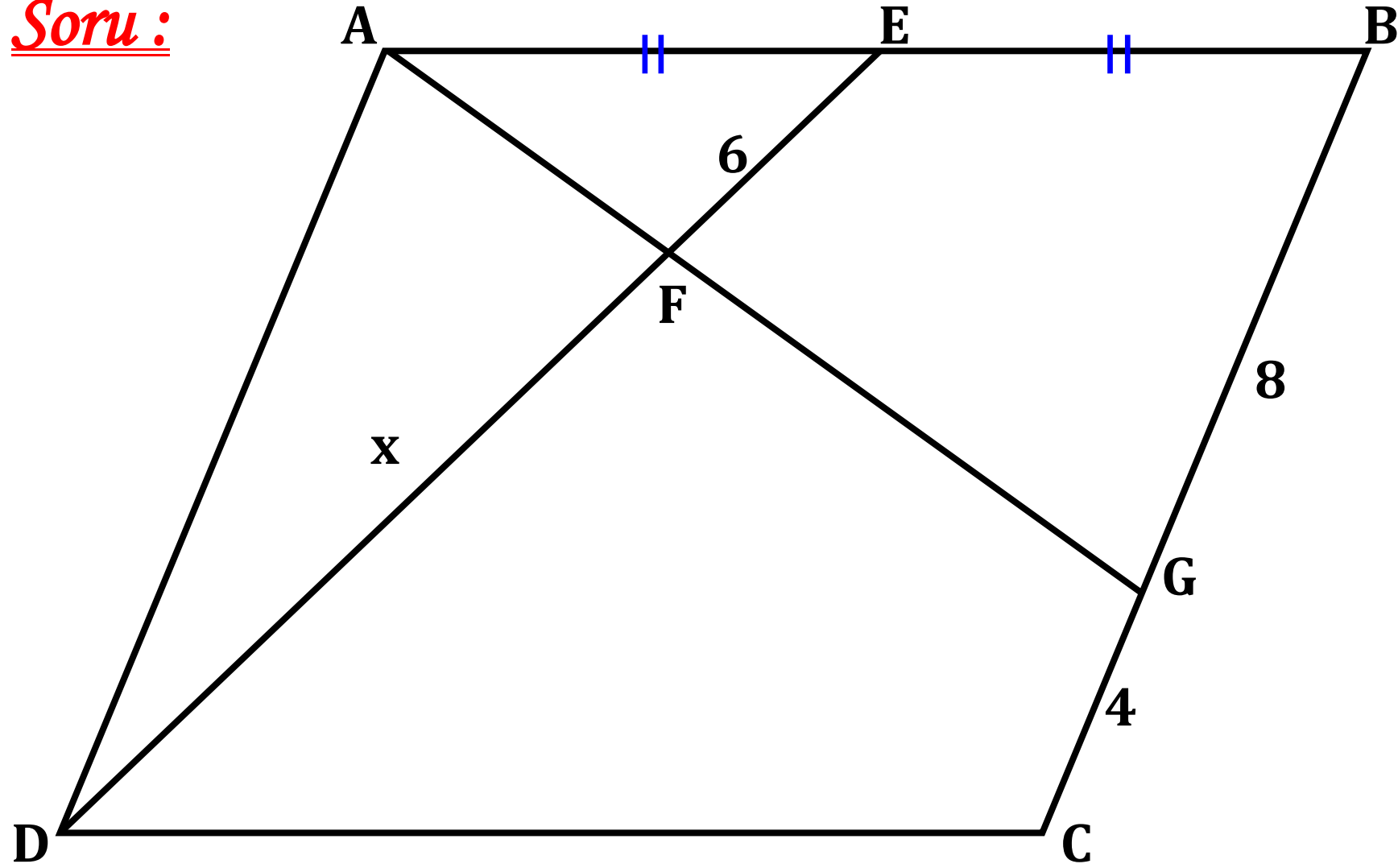


Soru :



ABCD
paralelkenar ve
 $2 \cdot |AE| = 3 \cdot |EB|$
ise $x = ?$

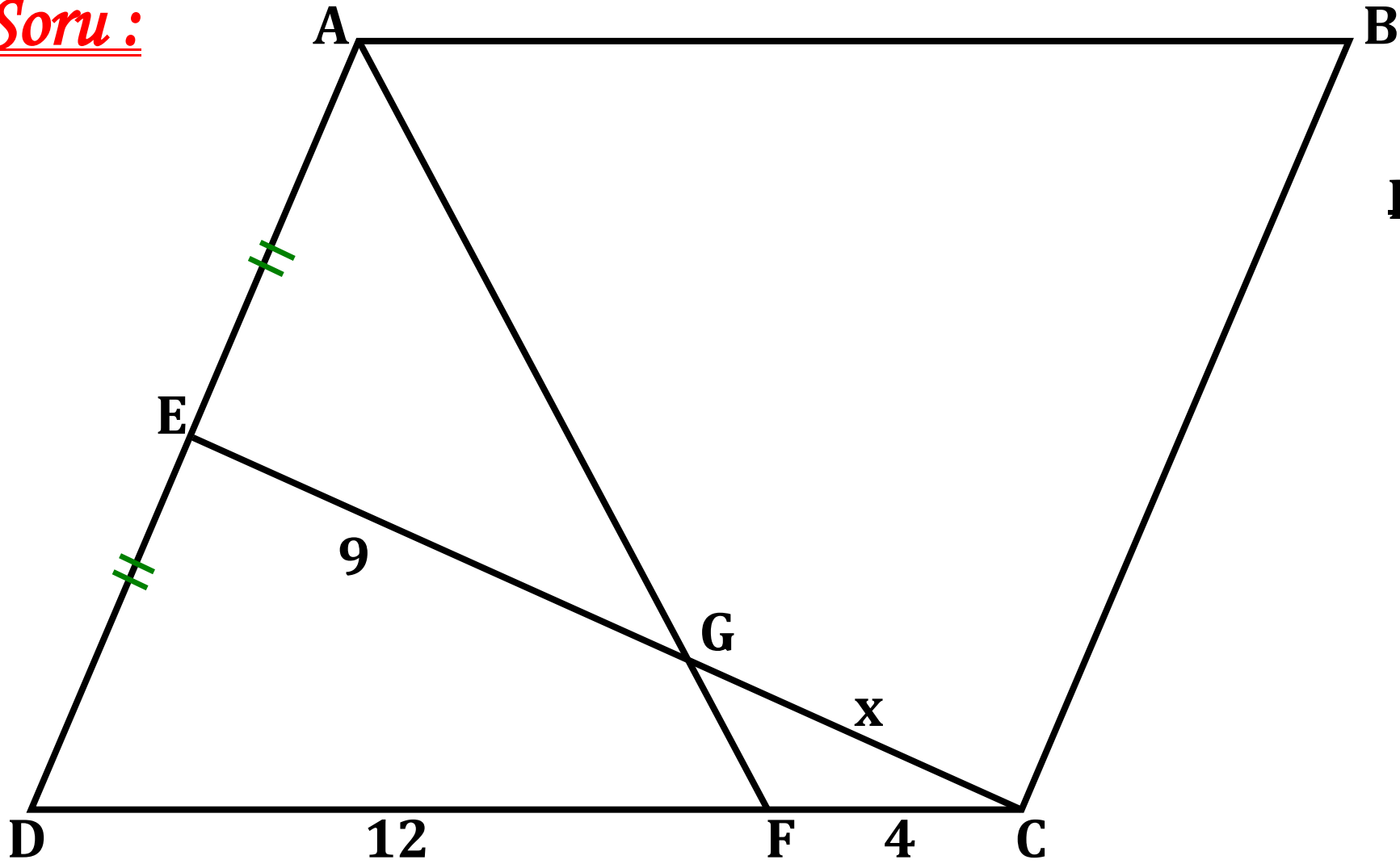
Soru :



ABCD
paralelkenar
ise $x = ?$

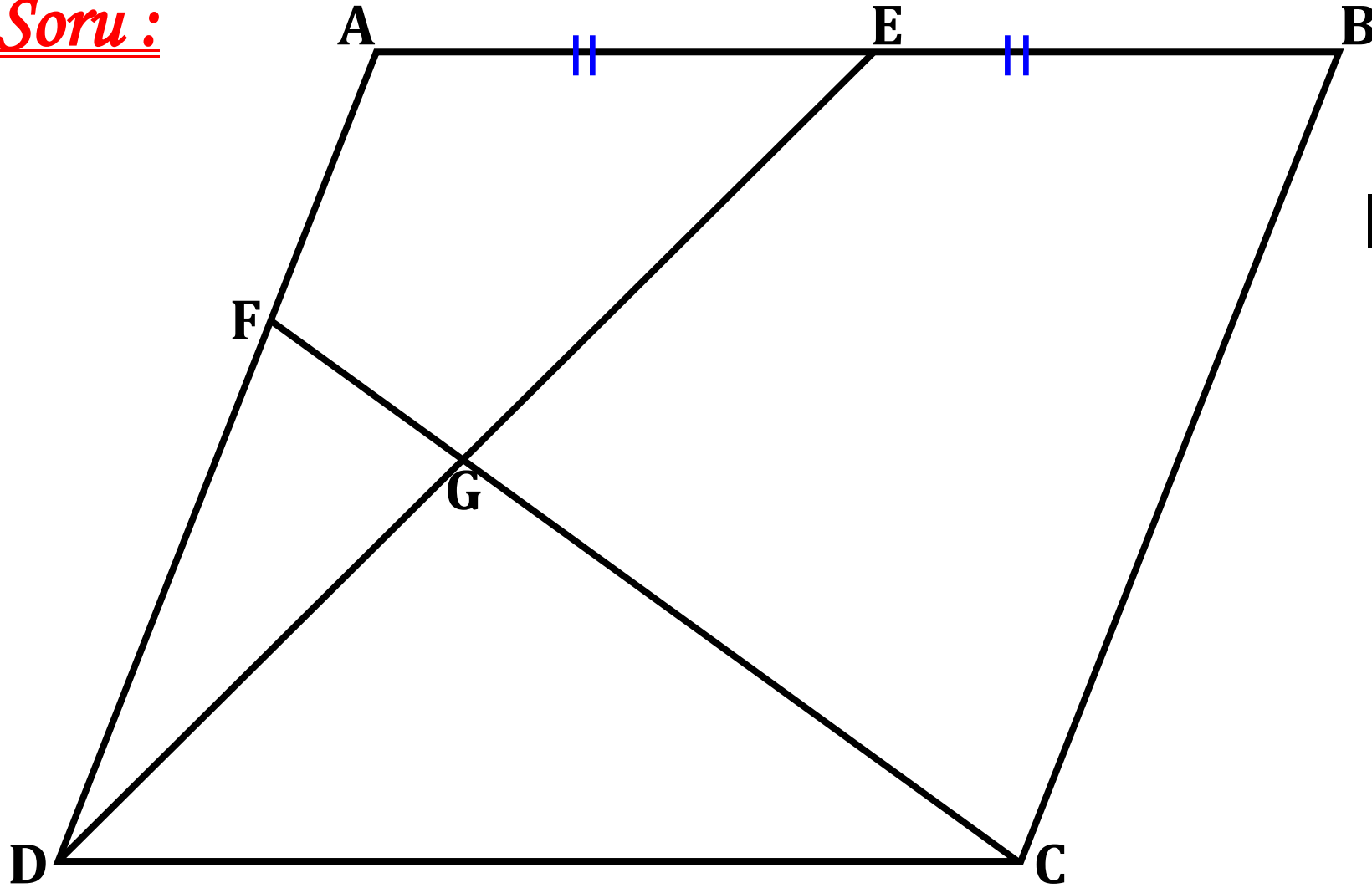
(E 'den [FG] 'ye [BG] 'nin paraleli çekilir.)

Soru :



$ABCD$
paralelkenar
ise $x = ?$

Soru :



ABCD

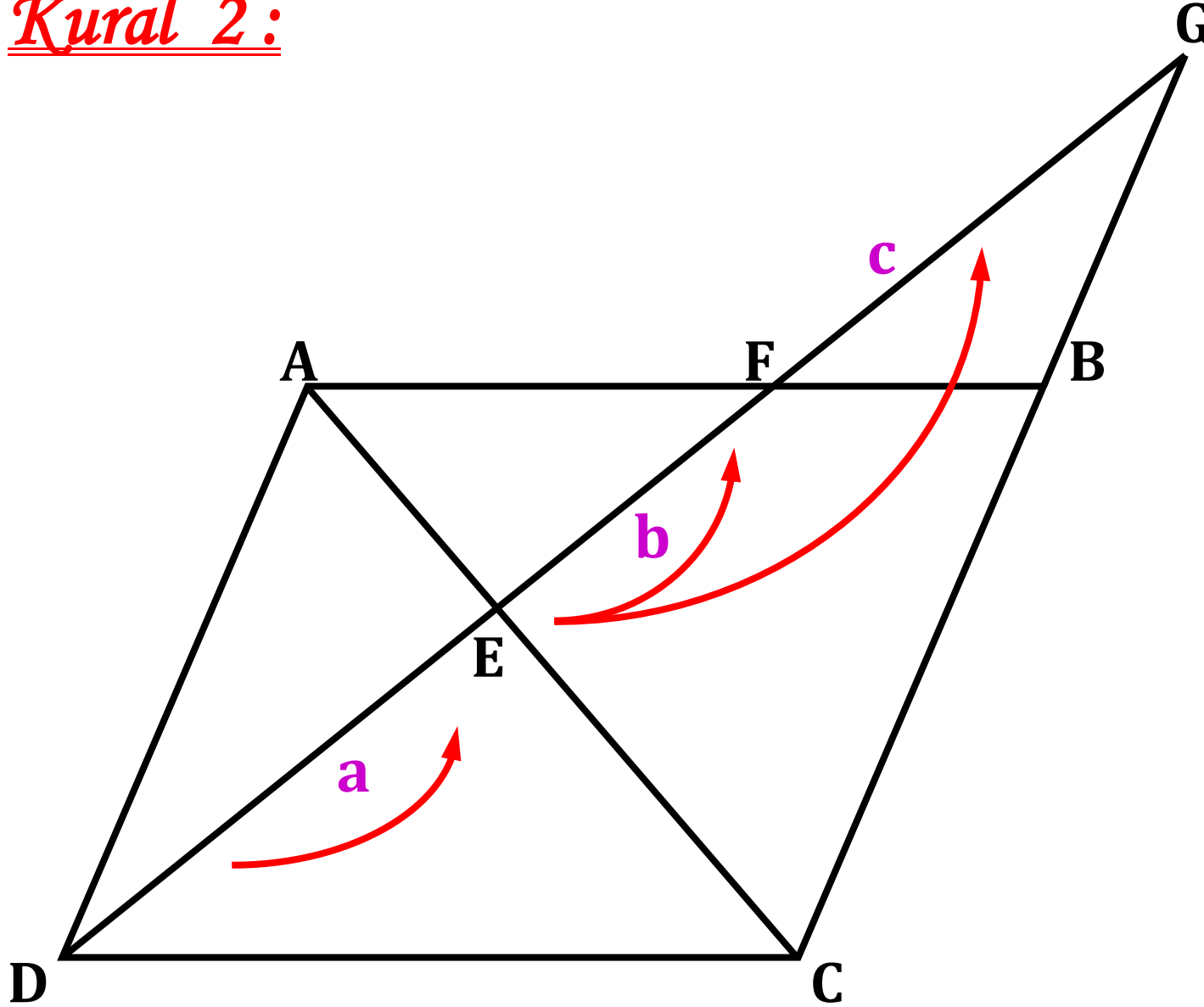
paralelkenar,

$$|DF| = 2 \cdot |FA|$$

$$\text{ve } |FC| = 16$$

$$\text{br ise } |GC| = ?$$

Kural 2:



ABCD paralelkenar ise

$$a^2 = b \cdot (b + c)$$

olarak alınır.

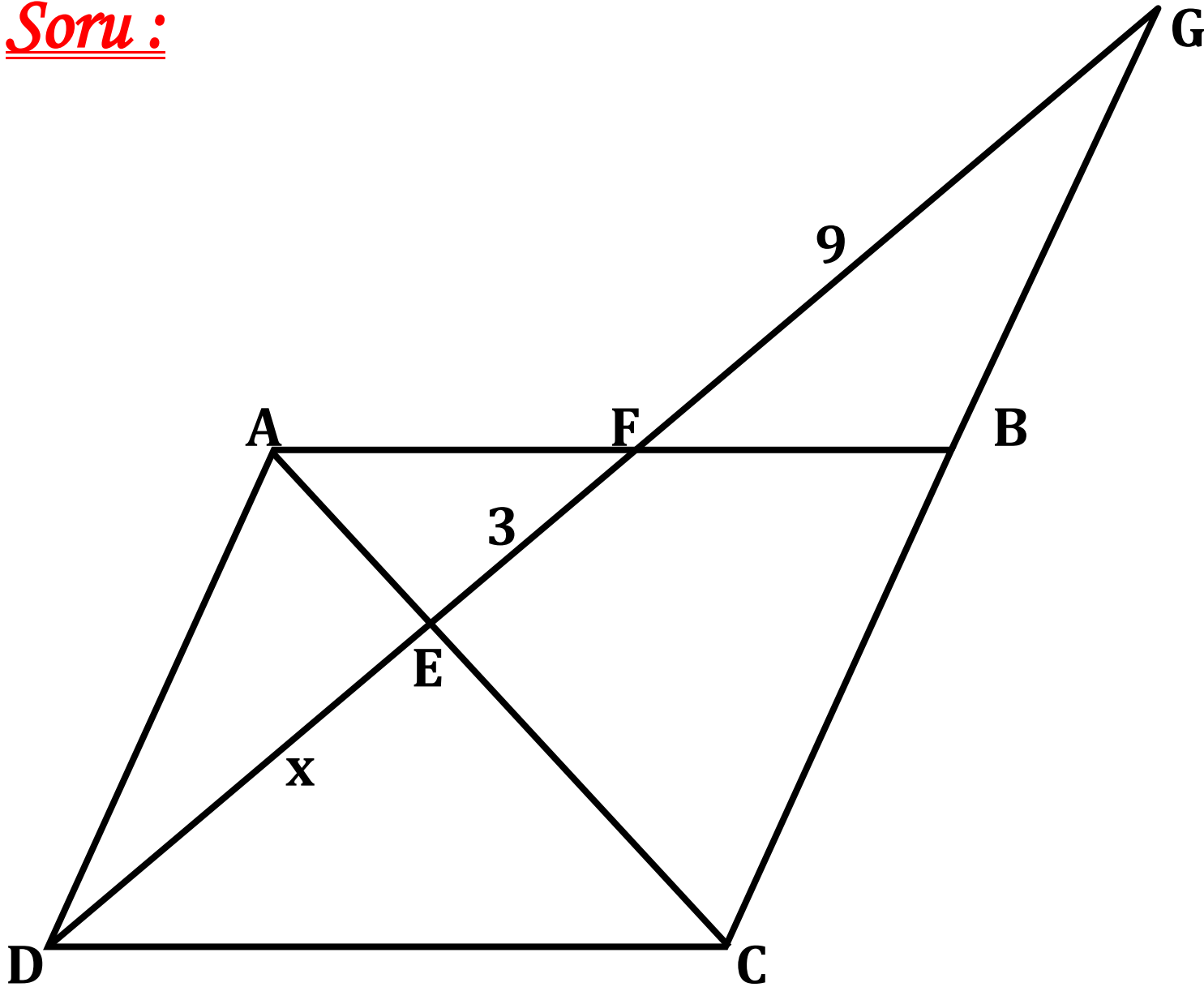
(Kuralda, bir köşegen ve bir kenarın uzatılmış hali bulunmalıdır.)

Soru :

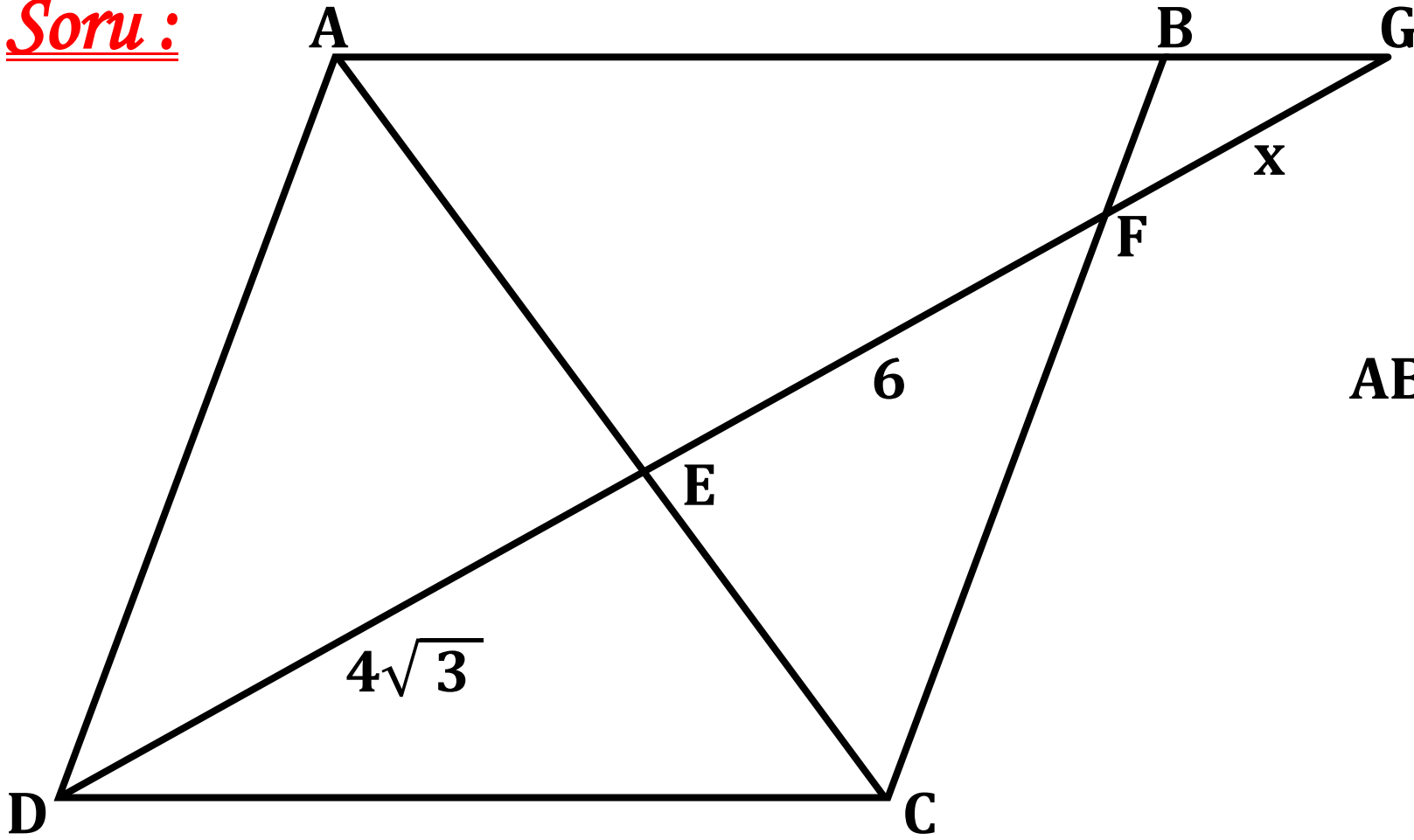
ABCD

paralelkenar

ise $x = ?$



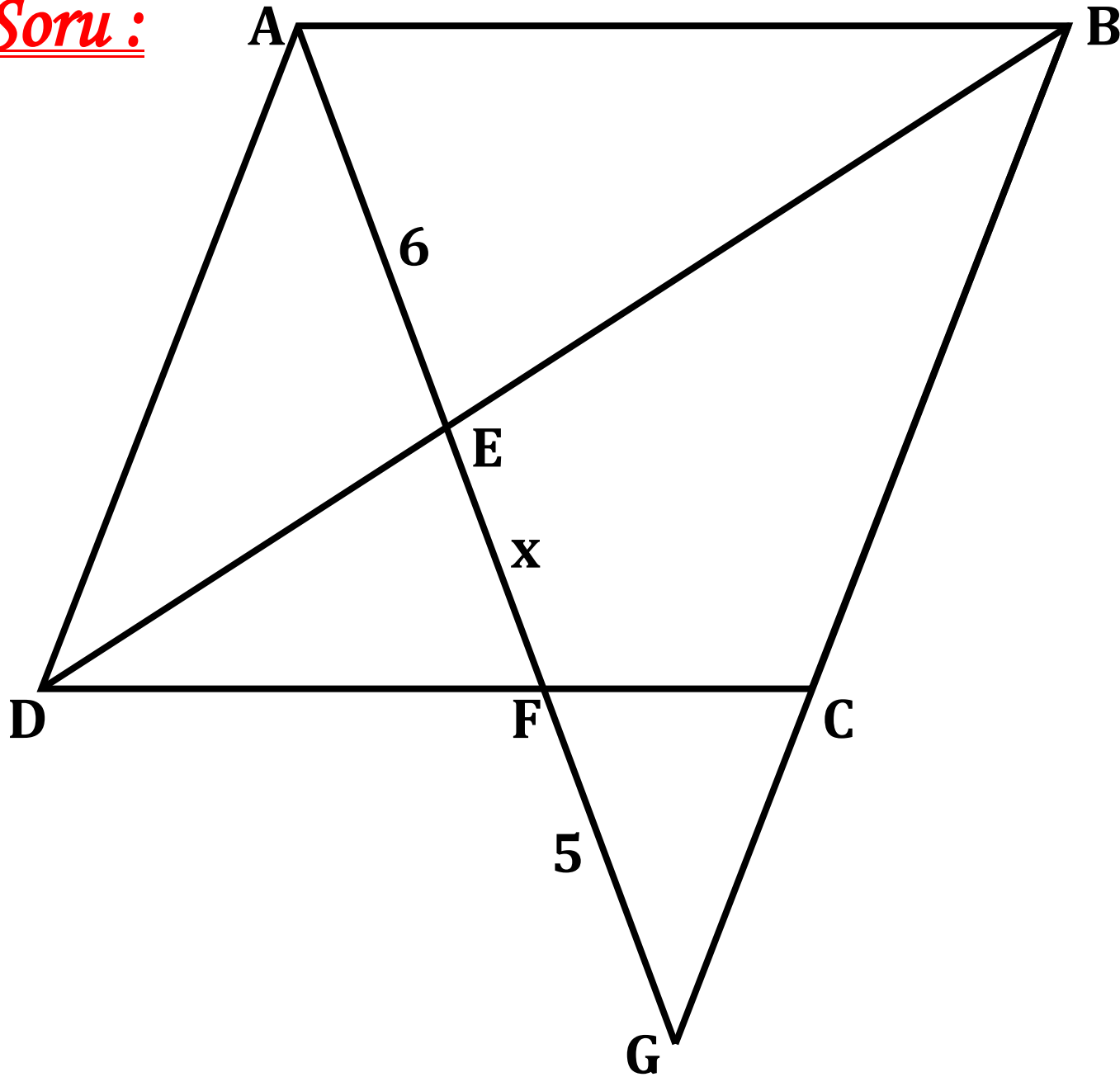
Soru :



$ABCD$ paralelkenar

ise $x = ?$

Soru :

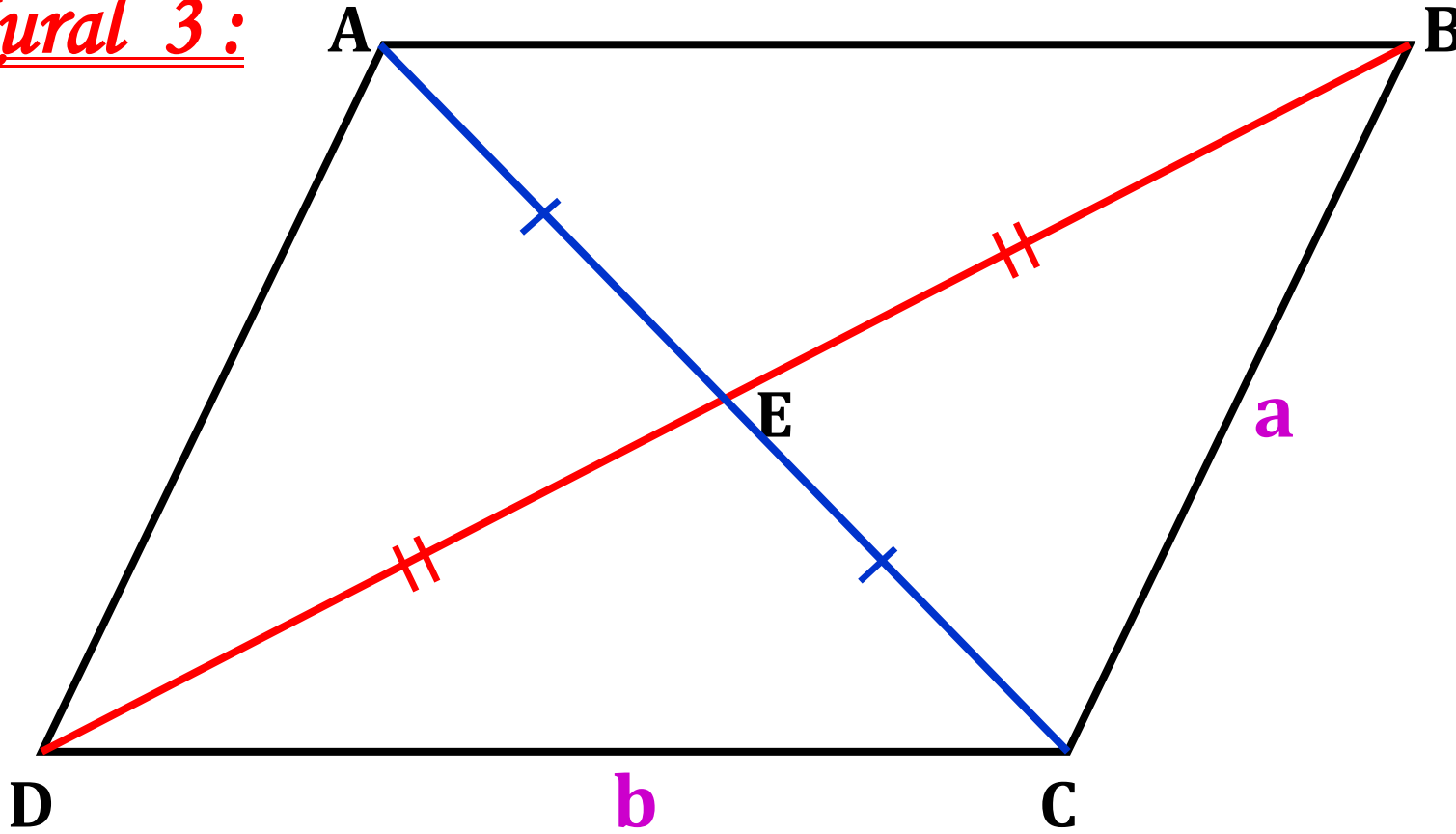


$ABCD$

paralelkenar

ise $x = ?$

Kural 3 :



ABCD

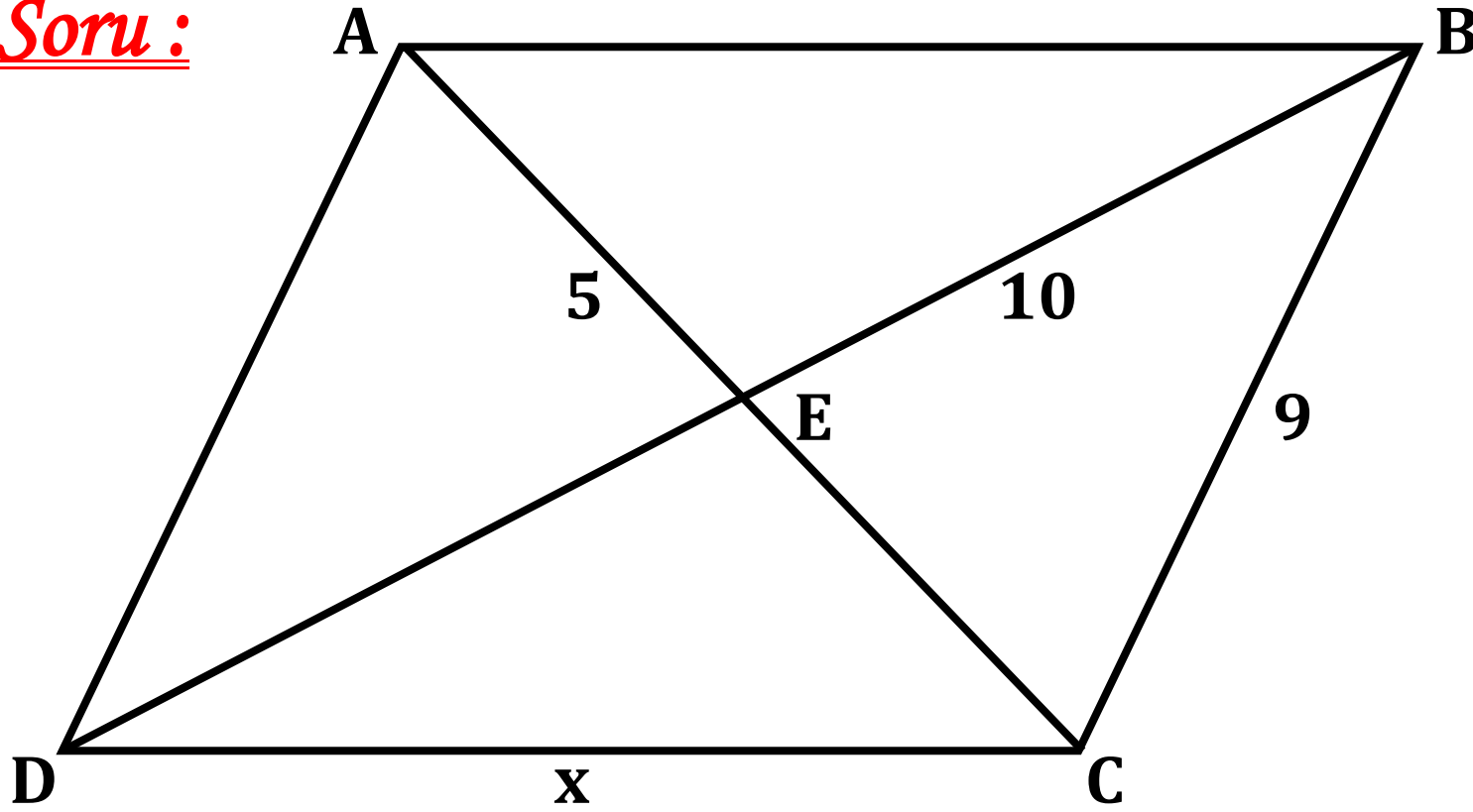
paralelkenar,

$|AC| = e$ ve

$|BD| = f$ olsun.

Buna göre, $e^2 + f^2 = 2 \cdot (a^2 + b^2)$ olarak alınır.

Soru :

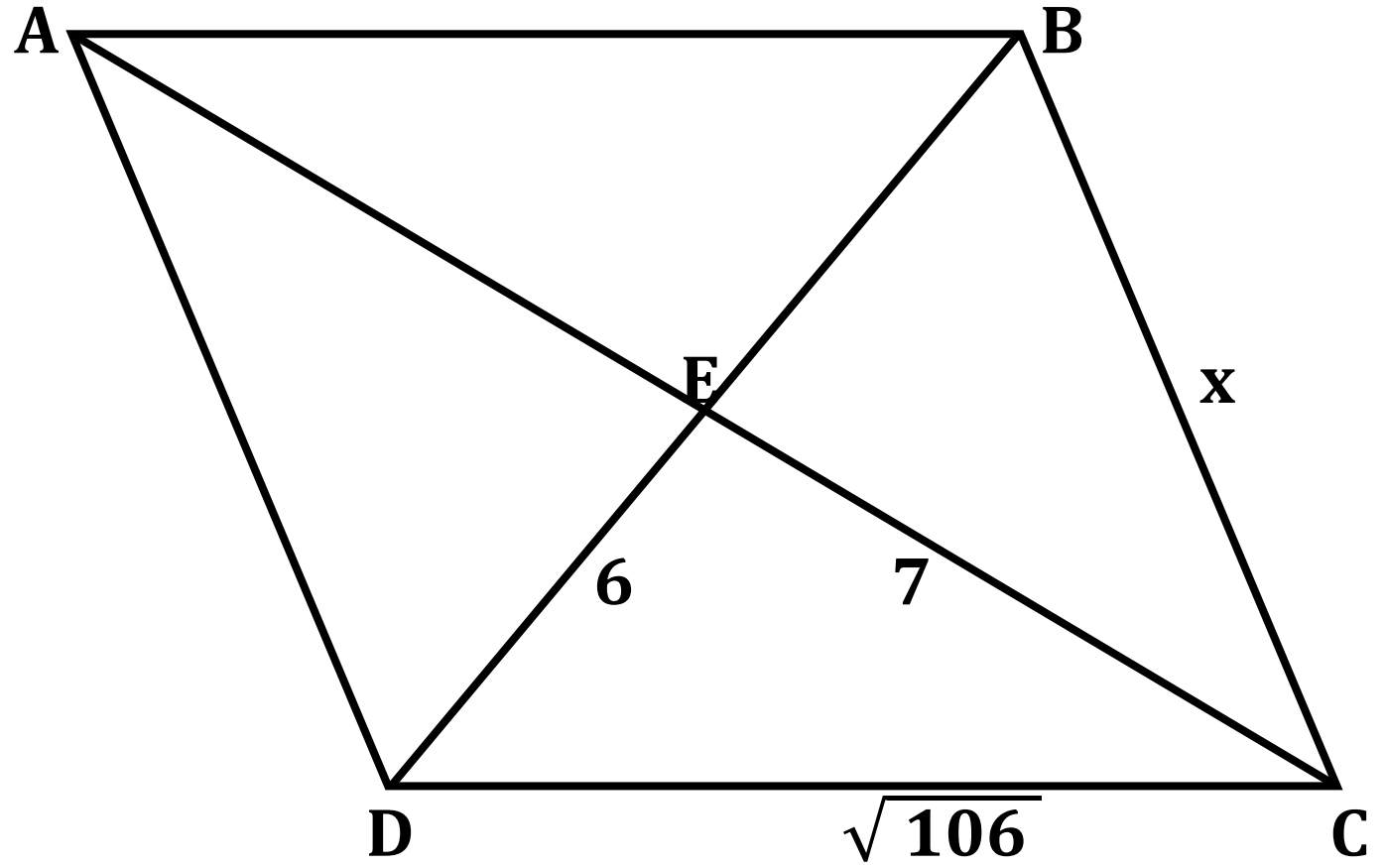


ABCD
paralelkenar
ise $x = ?$

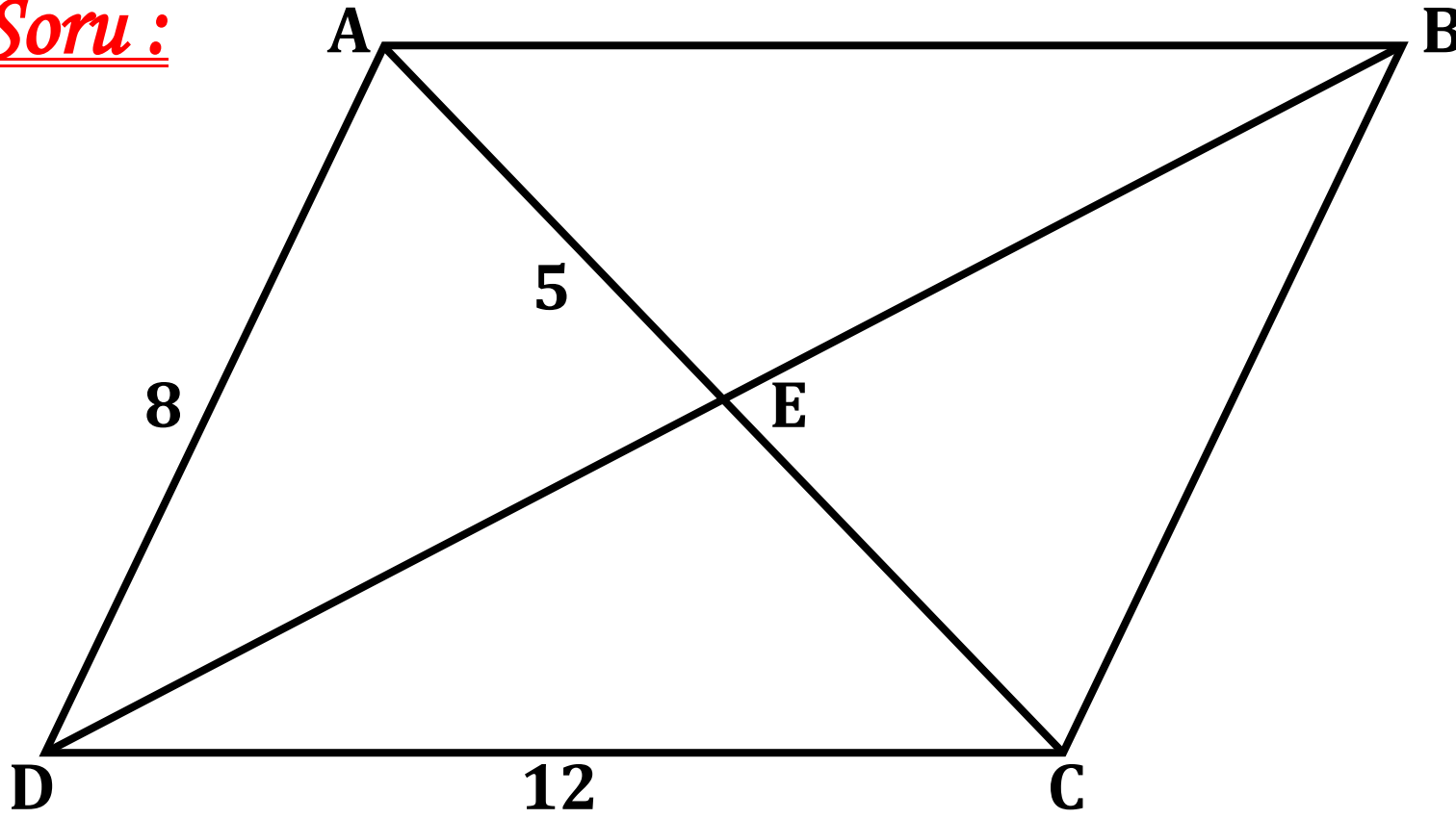
Soru :

ABCD paralelkenar

ise $x = ?$



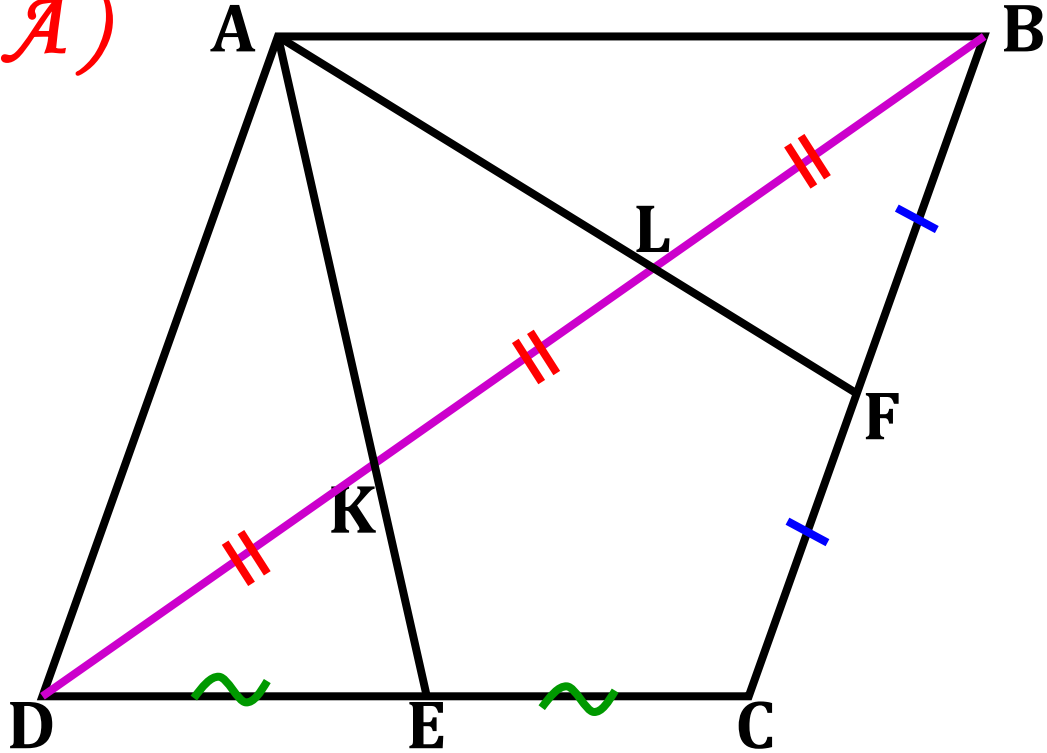
Soru :



ABCD
paralelkenar
ise $|BD| = ?$

Kural 4: ABCD paralelkenarında E ile F orta nokta olmak üzere;

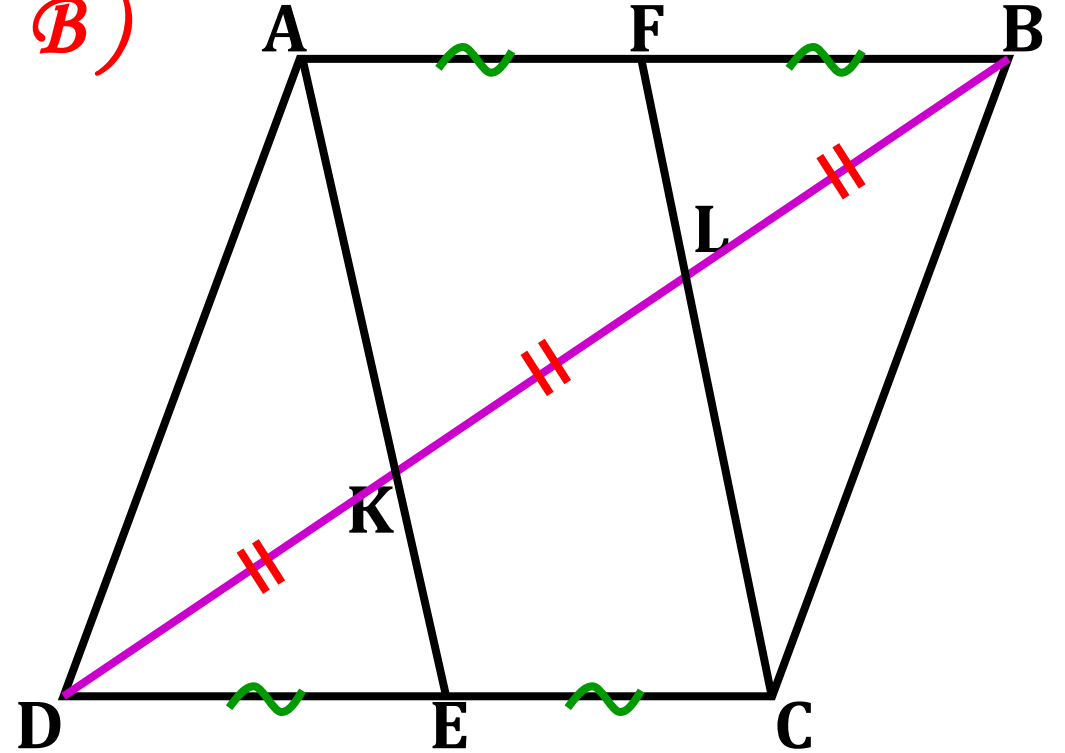
A)



$$|DK| = |KL| = |LB|$$

olarak alınır.

B)



$$|DK| = |KL| = |LB|$$

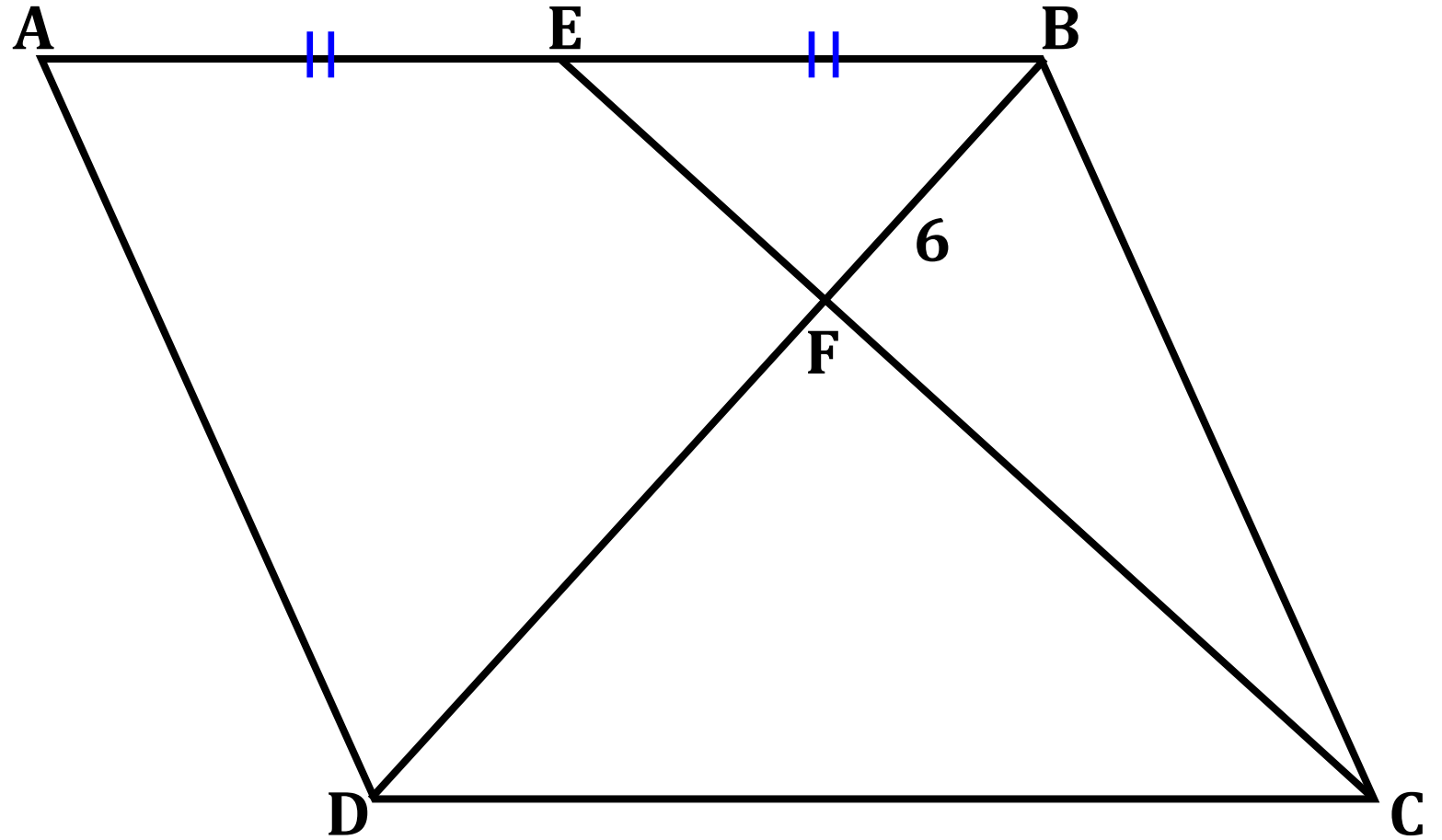
olarak alınır.

Soru :

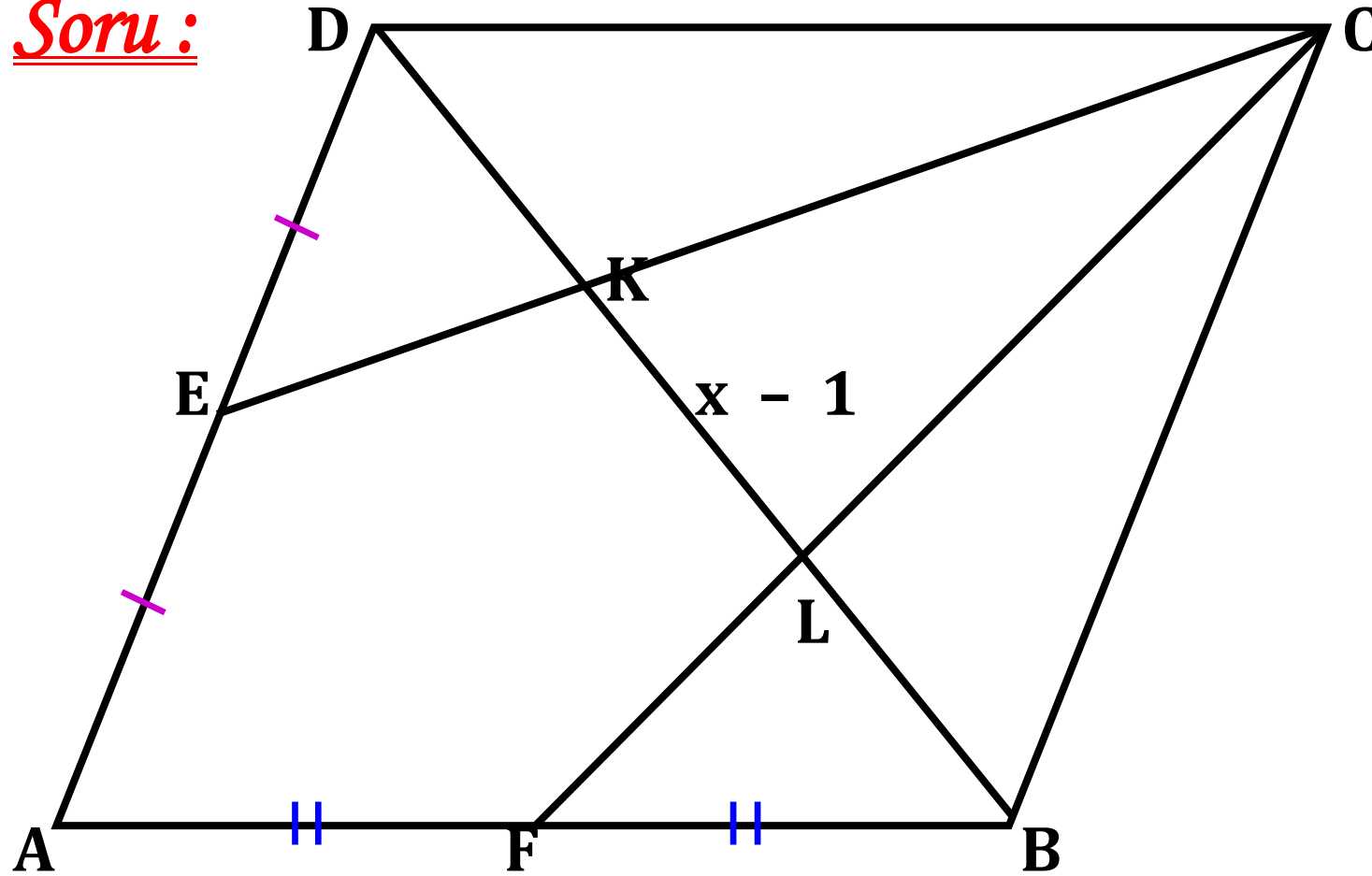
ABCD

paralelkenar

ise $|BD| = ?$

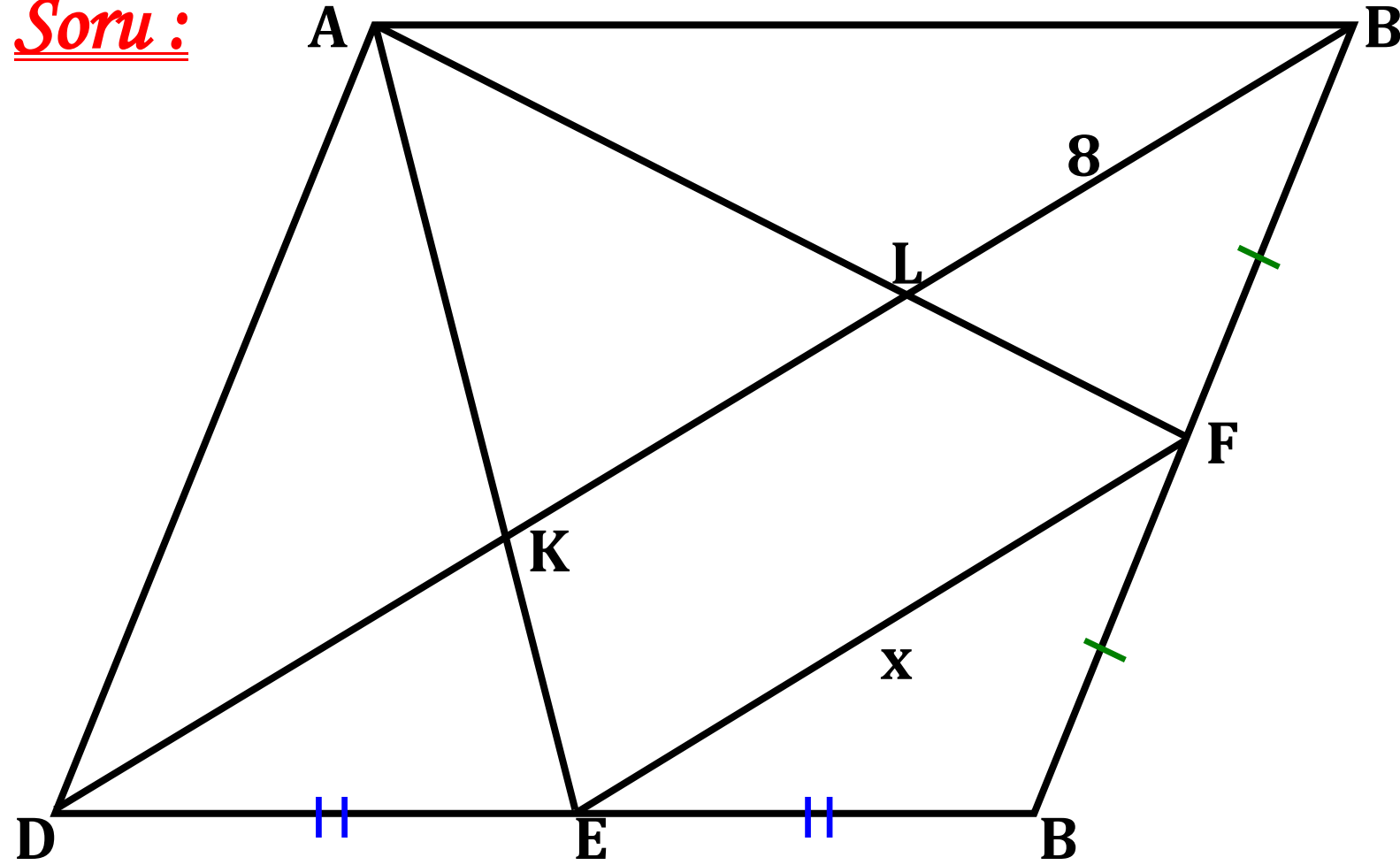


Soru :



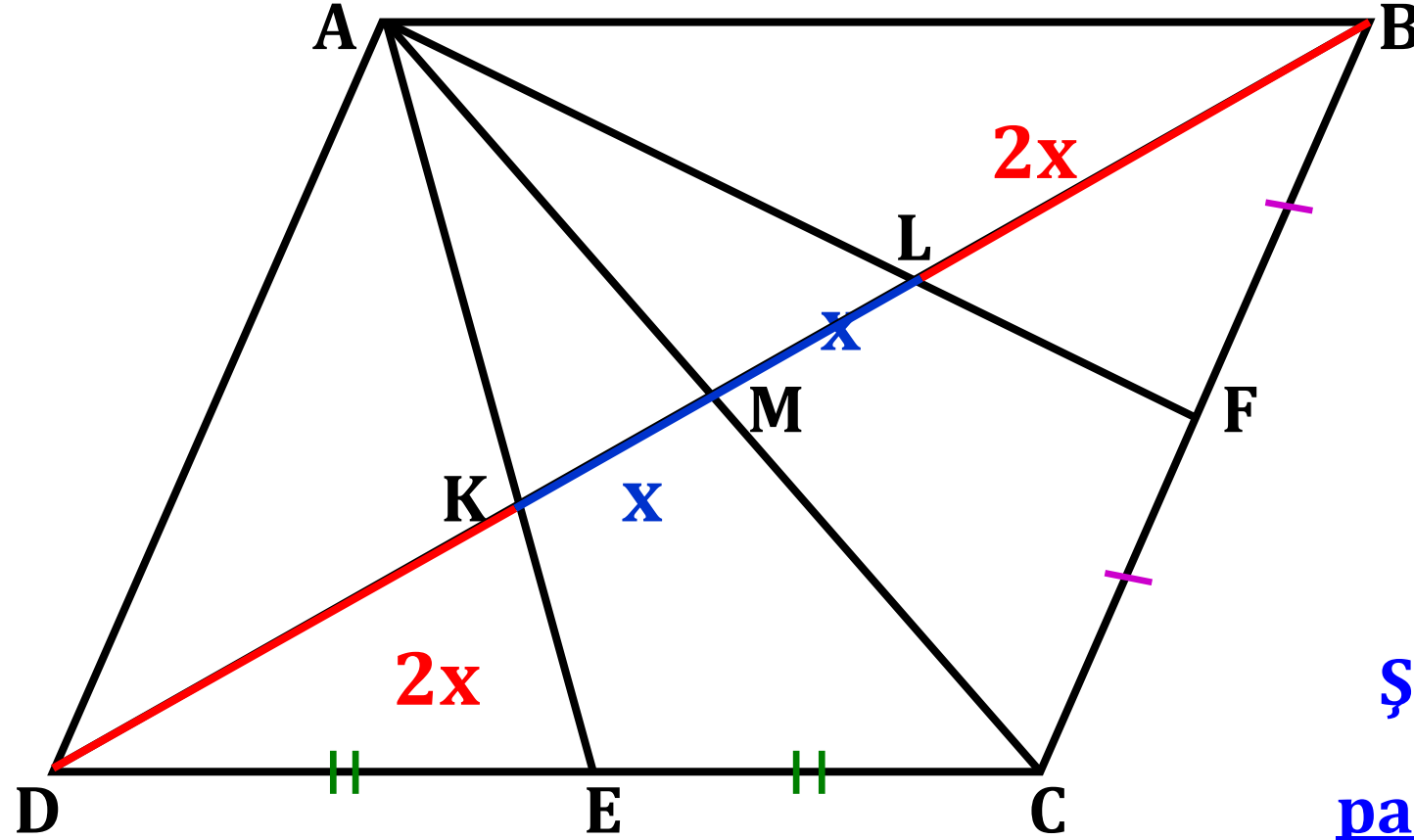
$ABCD$
paralelkenar ve
 $|BD| = 2x + 11$
ise $|LB| = ?$

Soru :



ABCD
paralelkenar
ise $x = ?$

Kural 4: C)



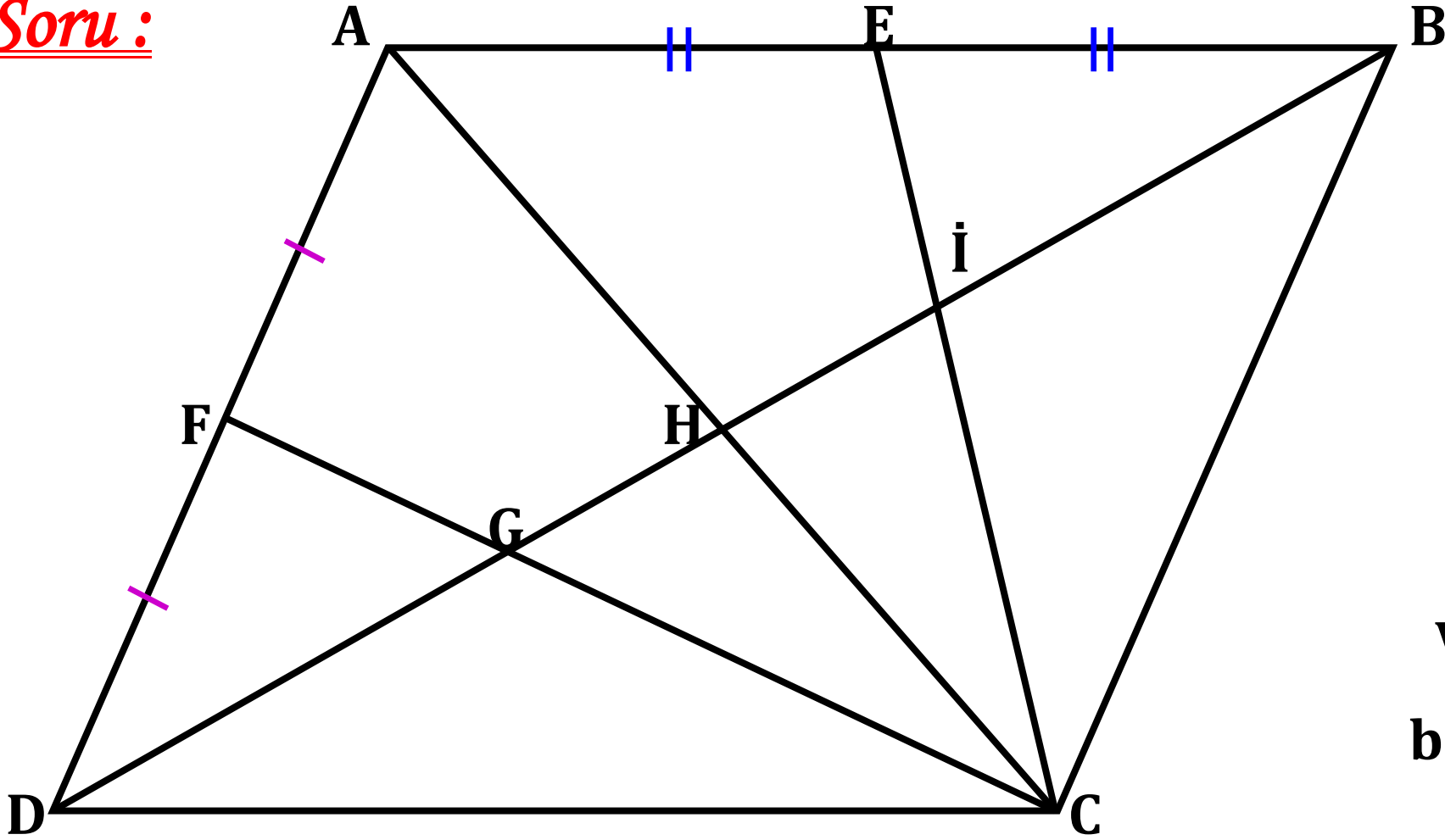
Şekildeki ABCD
paralelkenarında,

$$|DK| = |KL| = |LB| = 2 \cdot |KM| = 2 \cdot |ML|$$

olarak alınır.

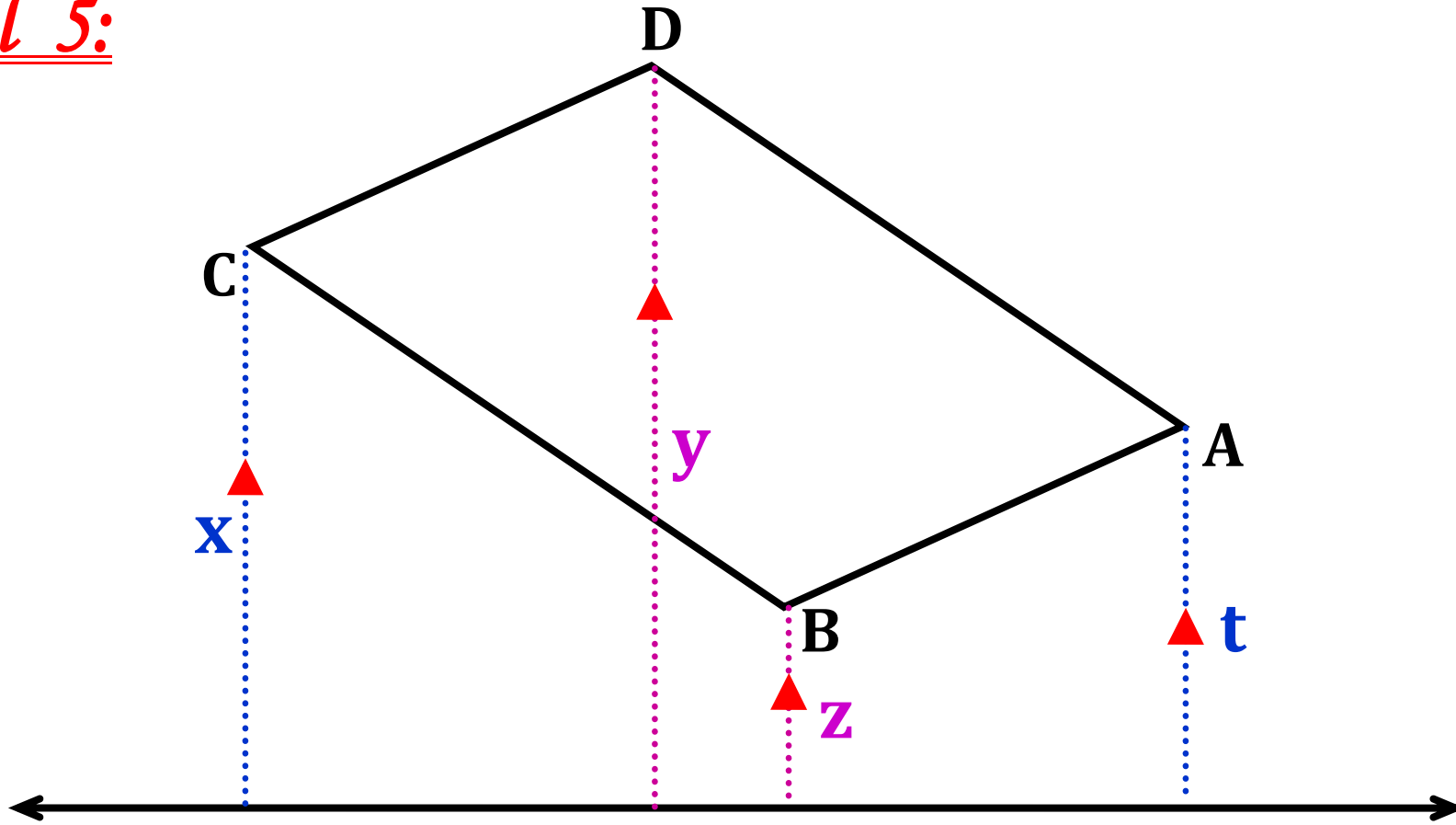
(1'e 2 oranı ağırlık merkezinden dolayı gelmektedir.)

Soru :



ABCD
paralelkenar
ve $|BD| = 48$
br ise $|IH| = ?$

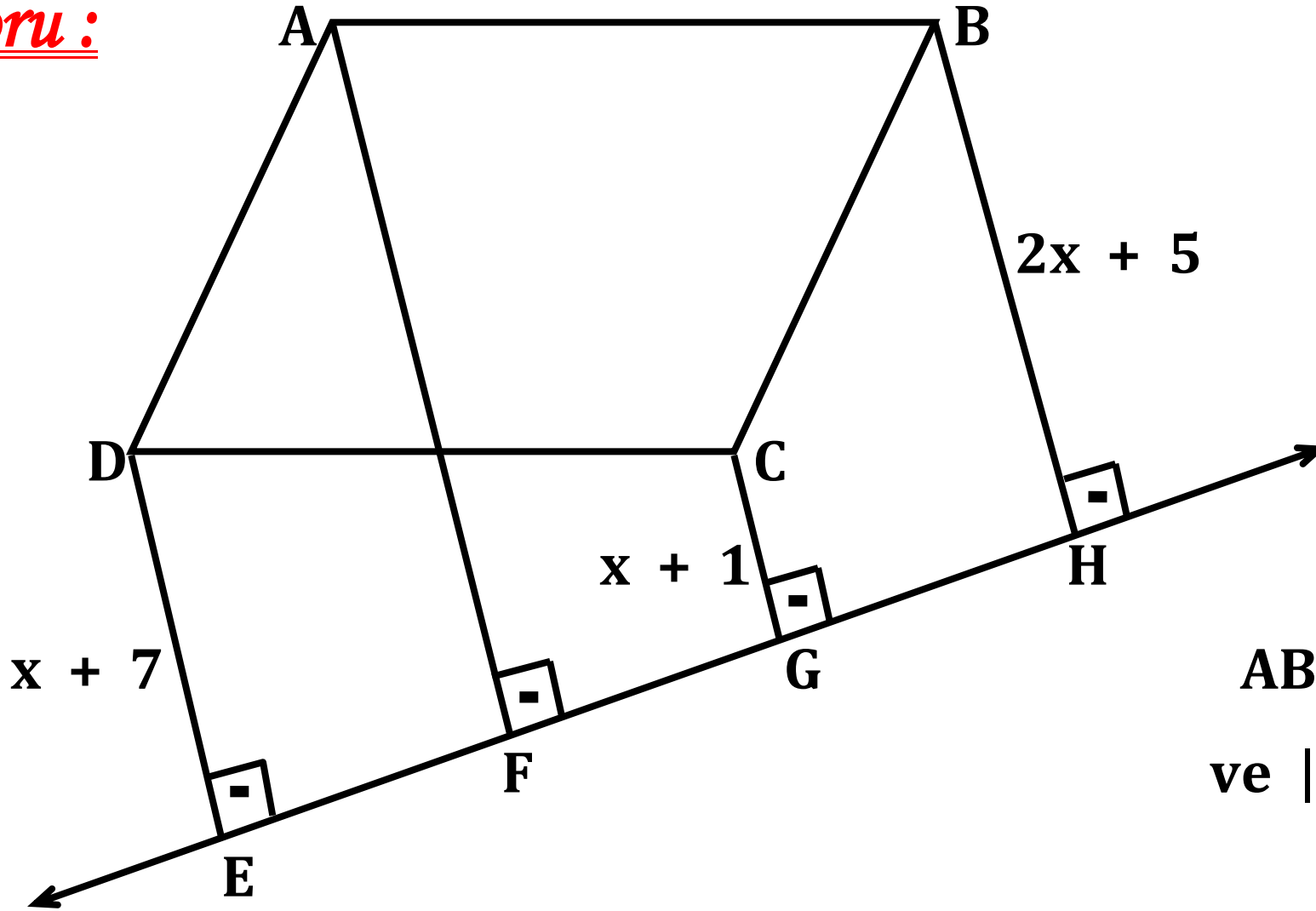
Kural 5:



Bir paralelkenarın köşelerinden bir doğruya paralel olan uzunluklardan ; içte kalan uzunlukların toplamı, dışta kalan uzunluklar toplamına eşittir.

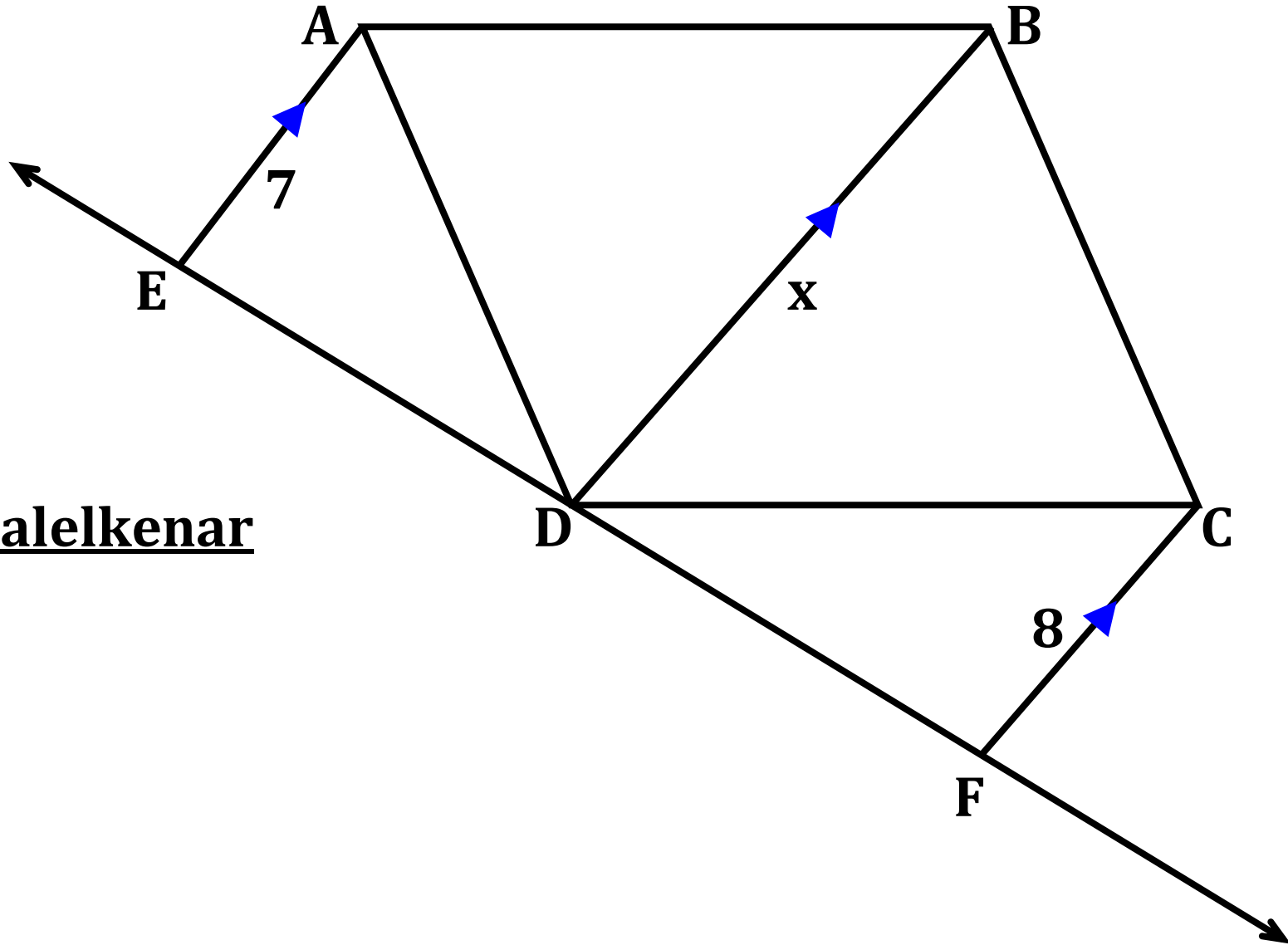
$$x + t = y + z \text{ olarak alınır.}$$

Soru :



$ABCD$ paralelkenar
ve $|AF| = 18$ br ise
 $|BH| = ?$

Soru :



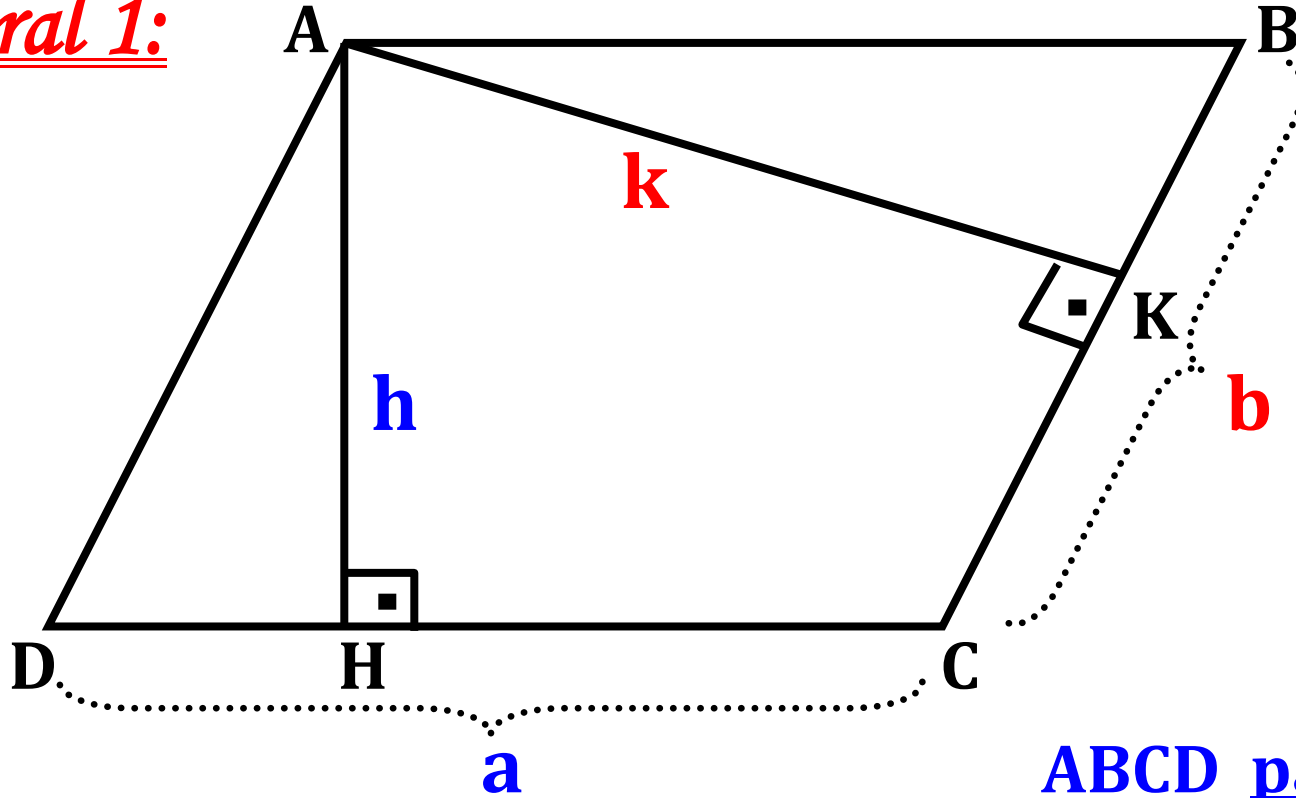
ABCD paralelkenar

ise $x = ?$

2. yol : A ile C birleştirilir. Yamuktaki orta taban kuralından da istenen bulunabilir.

Paralelkenarda Alan Uygulamaları

Kural 1:



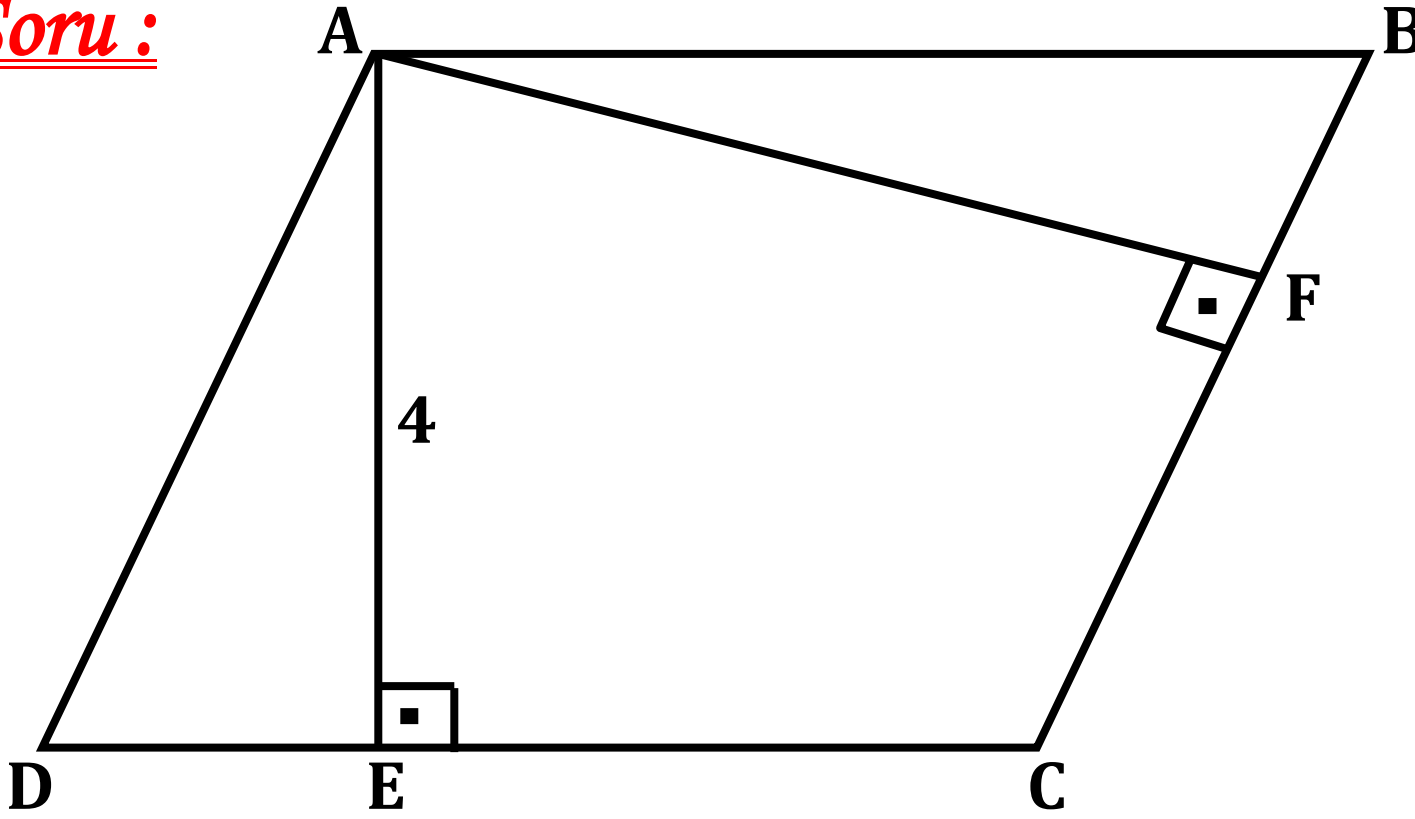
ABCD paralelkenarının alanı,

$$A (ABCD) = a \cdot h = b \cdot k \text{ olarak bulunur.}$$

Taban ile tabana ait yüksekliğin çarpımı paralelkenarın

alanını verir.

Soru :



ABCD

paralelkenar,

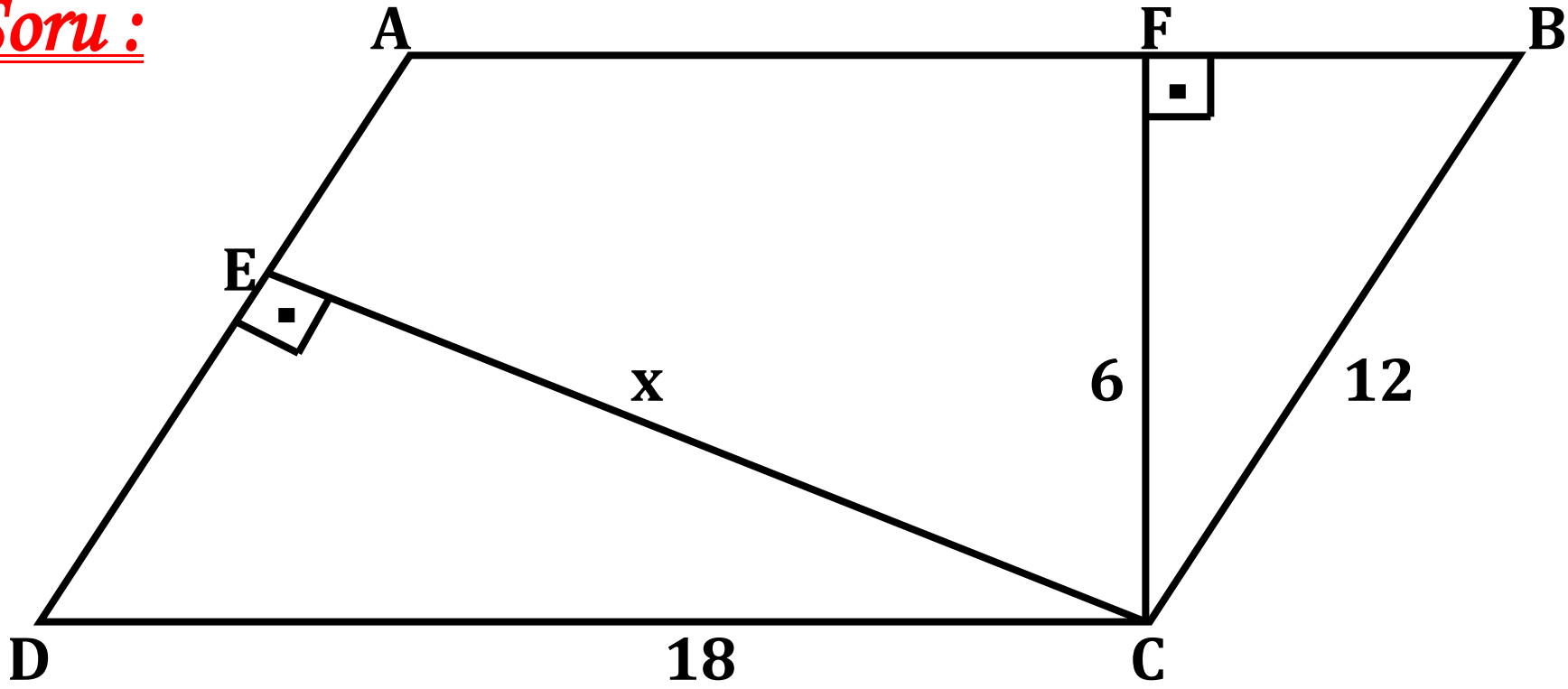
$|DC| = 12$ ve

$|BC| = 6$ br ise

$|AF| = ?$

2.yol : A . A . A . benzerlik özelliğinden de bulunabilir.

Soru :



ABCD paralelkenar ise ;

A) A (ABCD) = ?

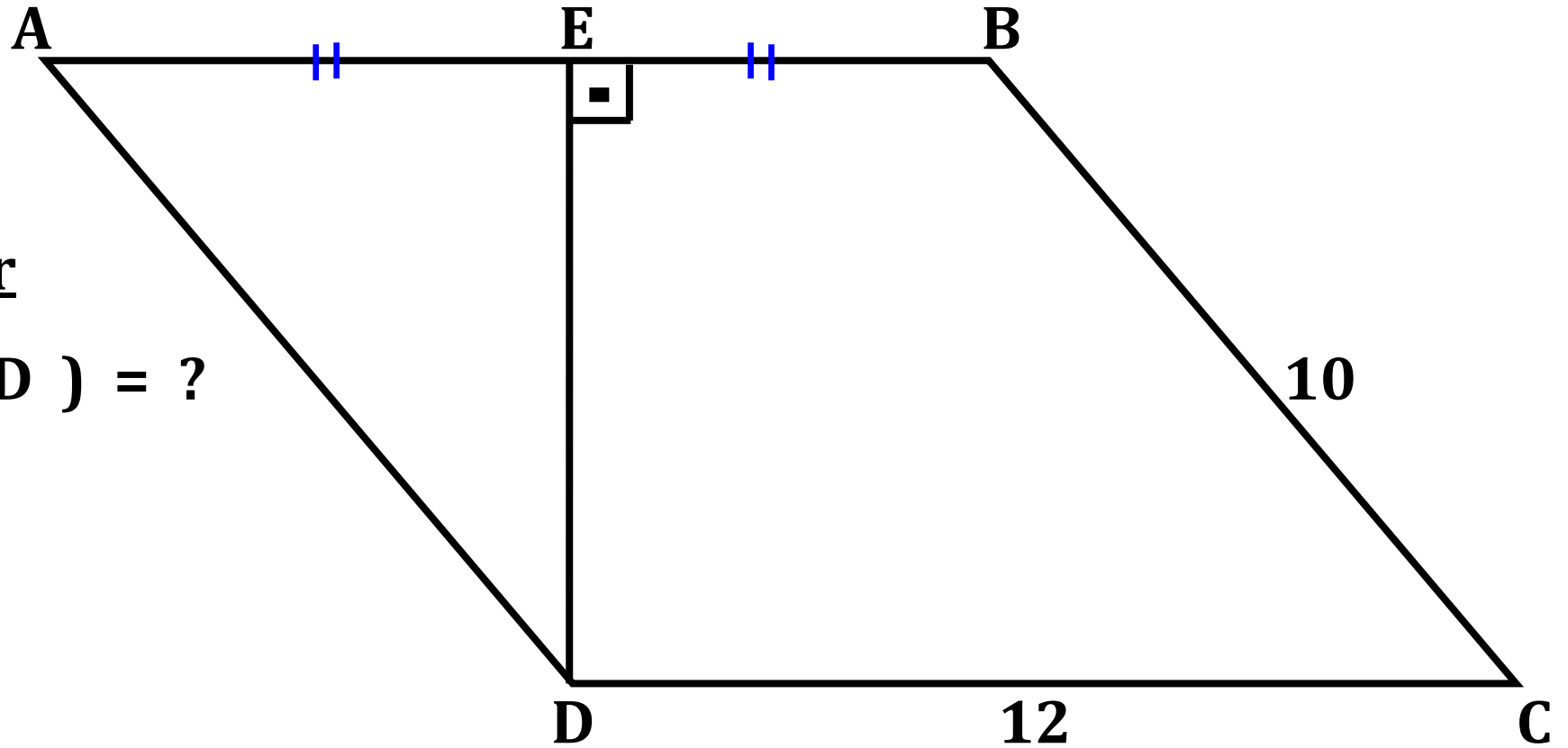
B) x = ?

Soru :

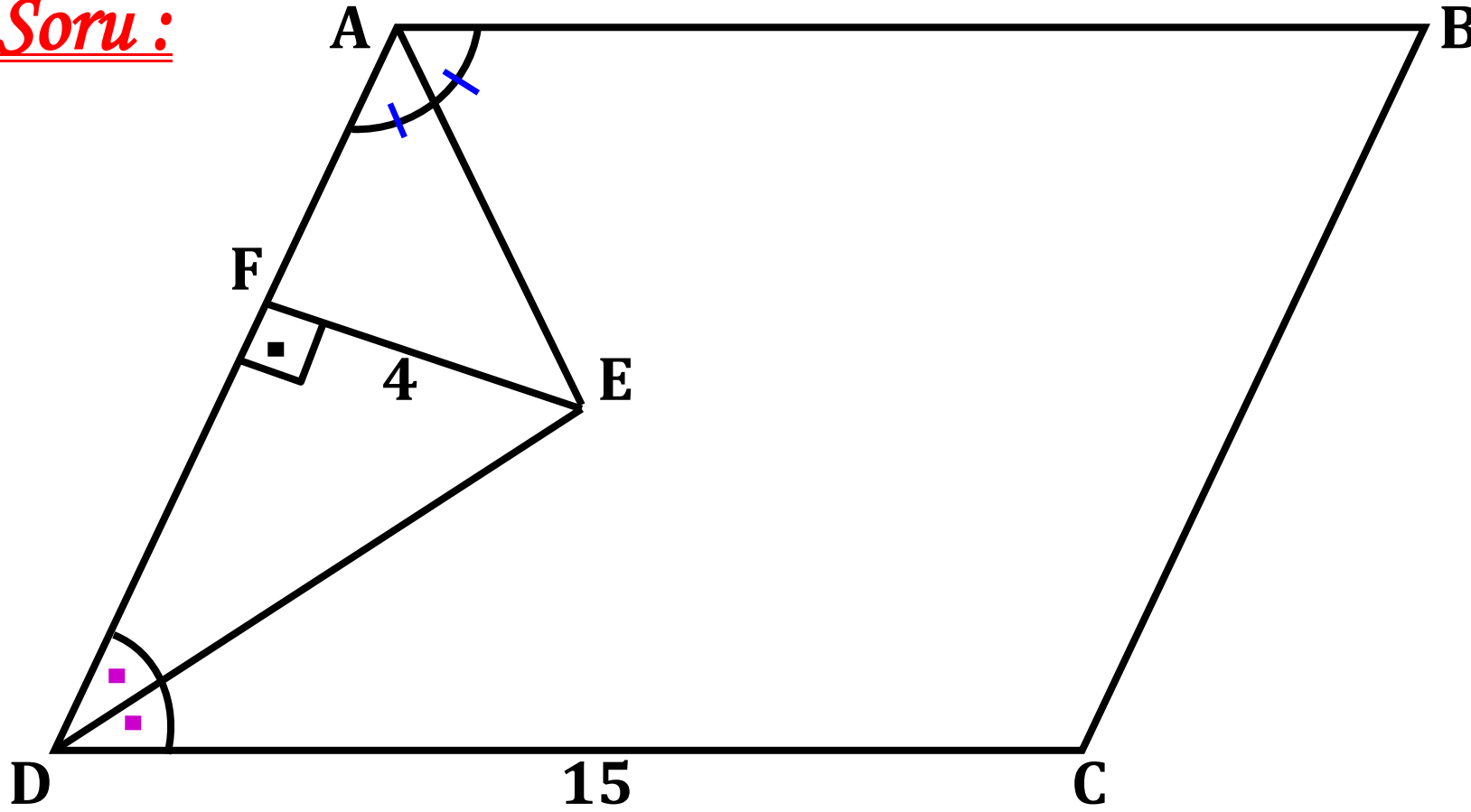
ABCD

paralelkenar

ise $A (ABCD) = ?$



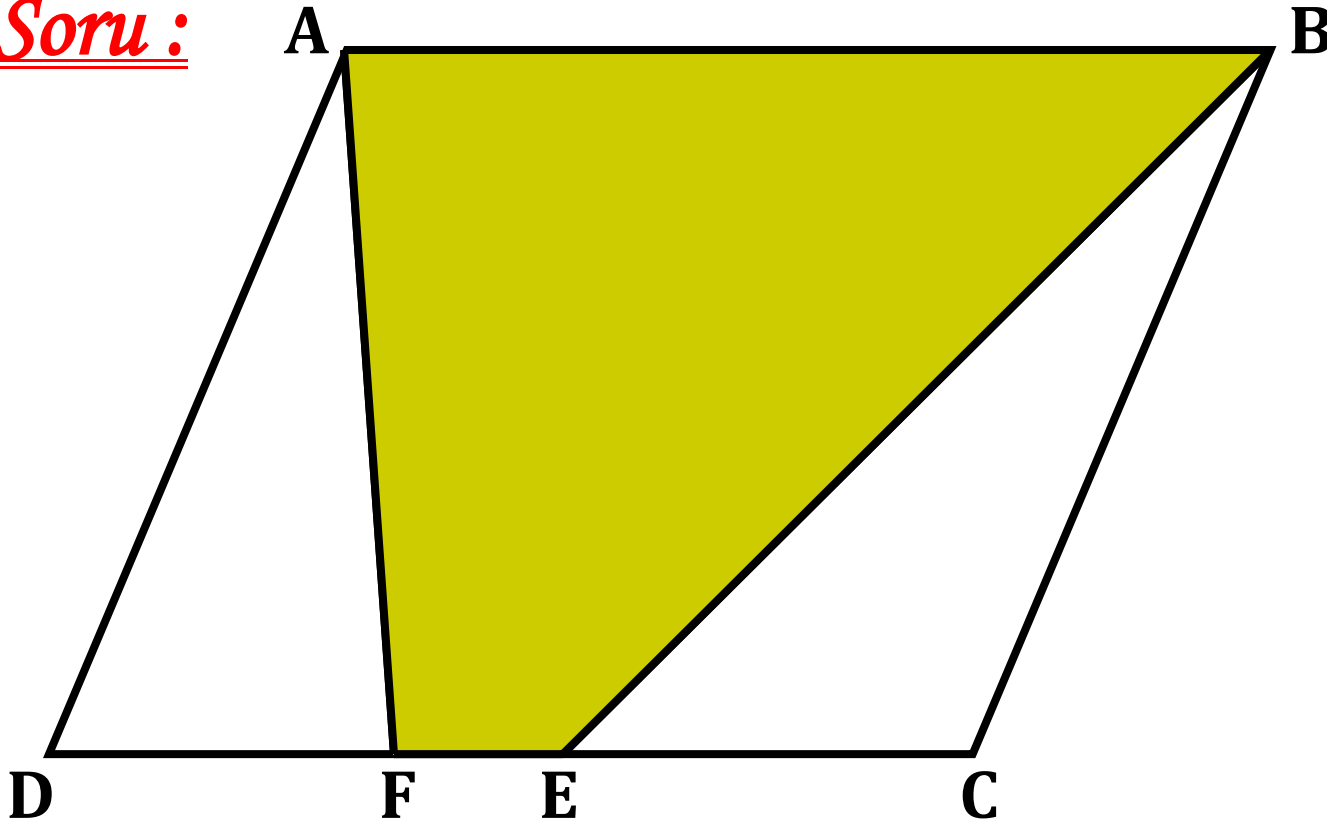
Soru :



ABCD
paralelkenar ise
 $A (ABCD) = ?$

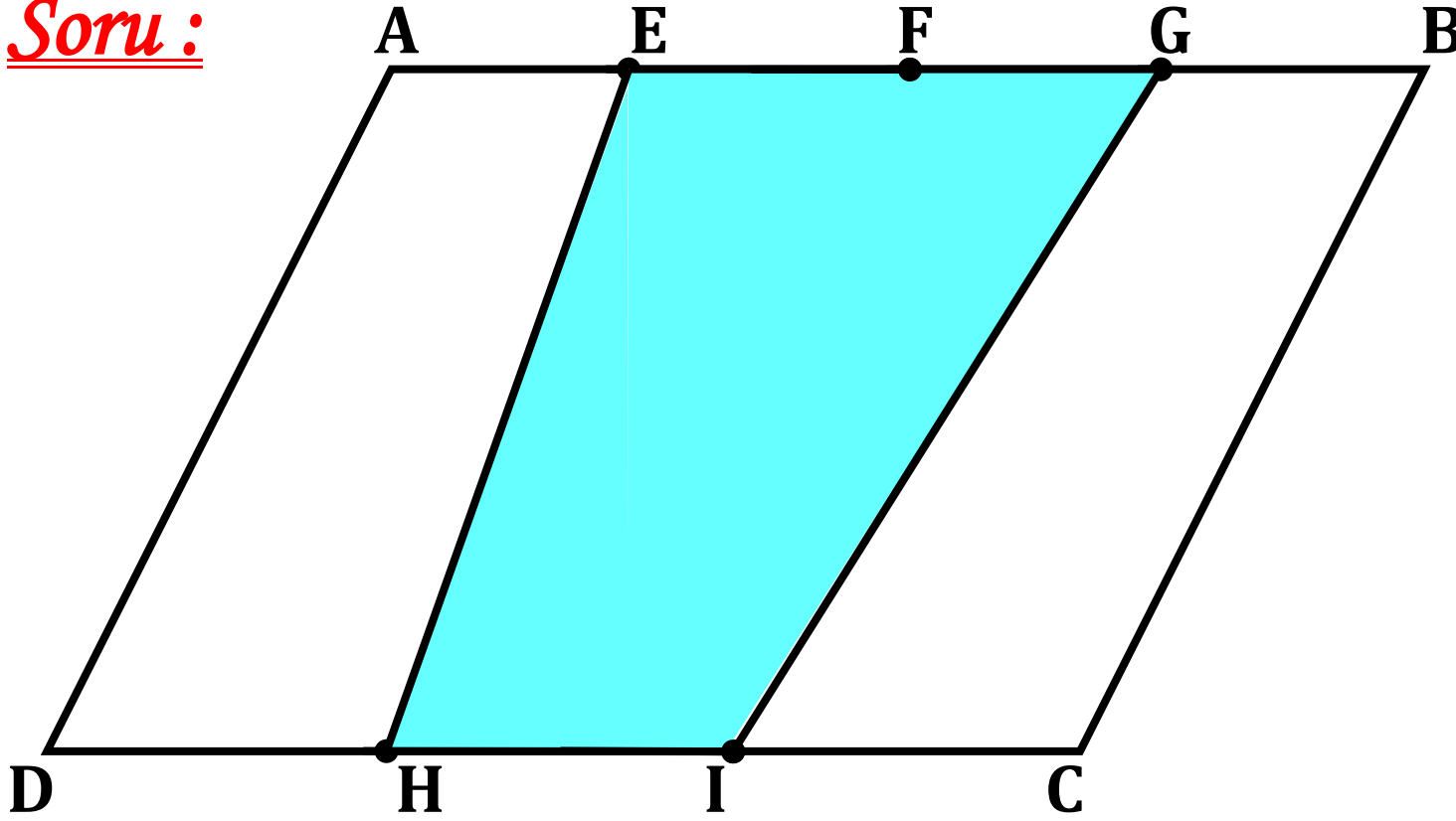
(Açıortayda yan tabanlara indirilen dikmeler birbirine eşitti.)

Soru :



ABCD paralelkenar
ve $|AB| = 4 \cdot |FE|$
ise $\frac{A(ABEF)}{A(ABCD)} = ?$

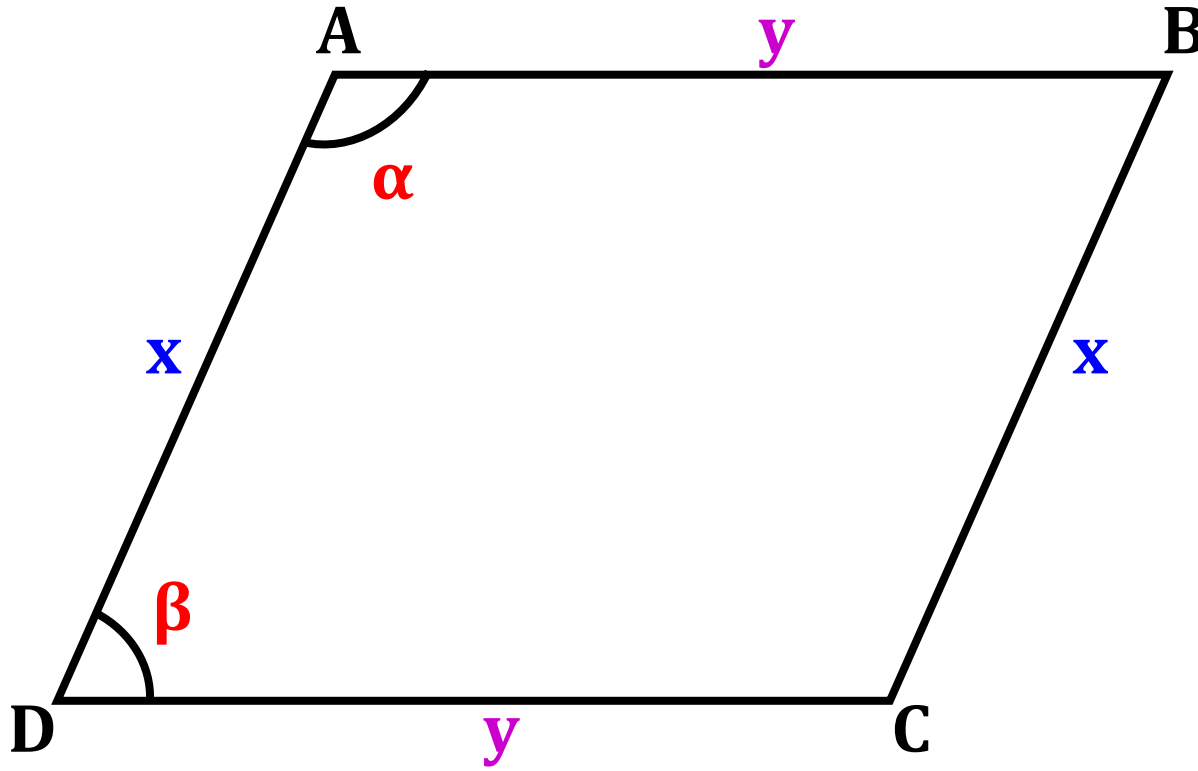
Soru :



ABCD paralelkenar
olup; [CD] tabanı 3,
[AB] tabanı ise 4
eşit parçaya bölün-
tür. Boyalı bölgenin
alanı 30 br^2 ise
 $A (ABCD) = ?$

(Alt taban ile üst tabanın ortak
katı alınarak parçalar bulunur.)

Kural 2:



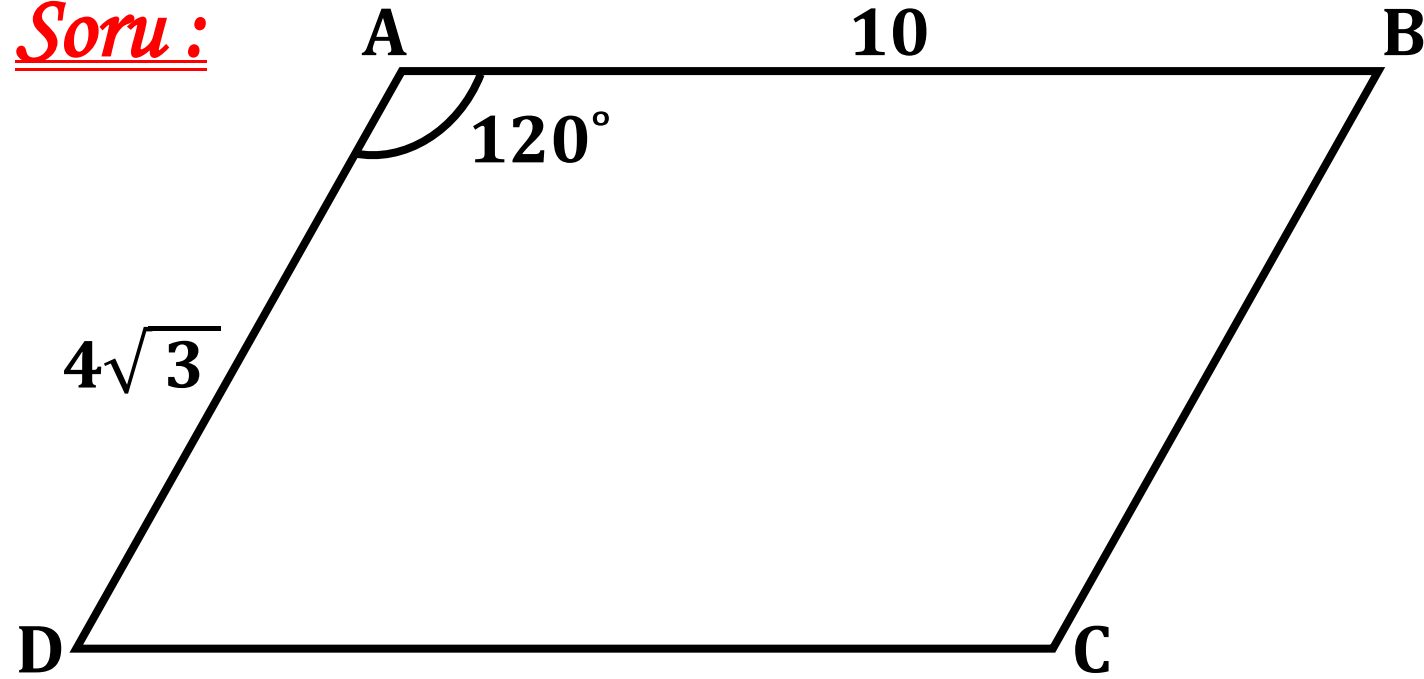
ABCD paralelkenarının alanı, $A (ABCD) = x \cdot y \cdot \sin \alpha$

veya $A (ABCD) = x \cdot y \cdot \sin \beta$ olarak bulunur. **Açıların**

sinüs değerleri bilinmiyorsa bir köşeden tabana dik indirilir ve

özel dik üçgenlerden istenen bulunmaya çalışılır.

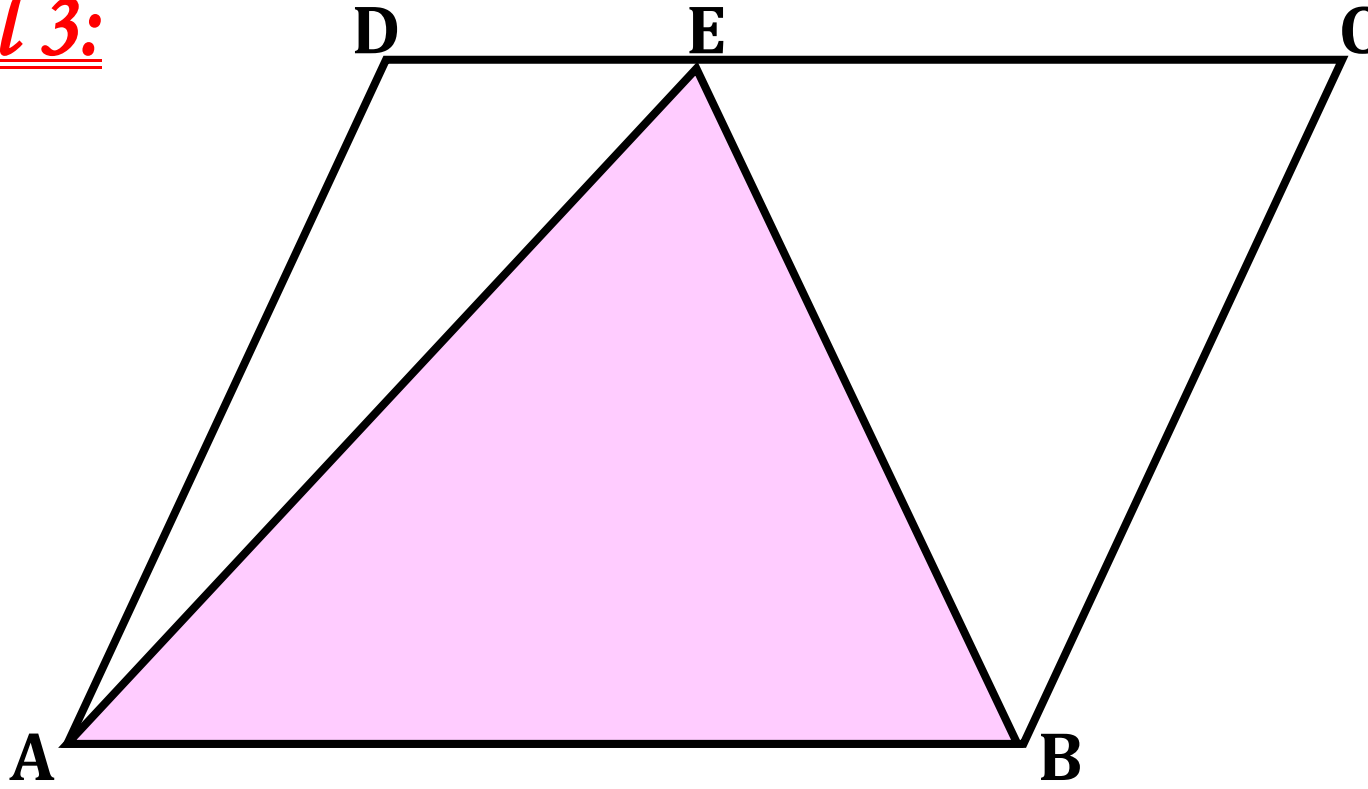
Soru :



ABCD paralelkenar
ise $A (ABCD) = ?$

Soru : Kenar uzunlukları 8 ve 9 br olan paralelkenarın alanı 36 br^2 ise, paralelkenarın iki kenar arasındaki dar açının ölçüsü kaç derecedir ?

Kural 3:

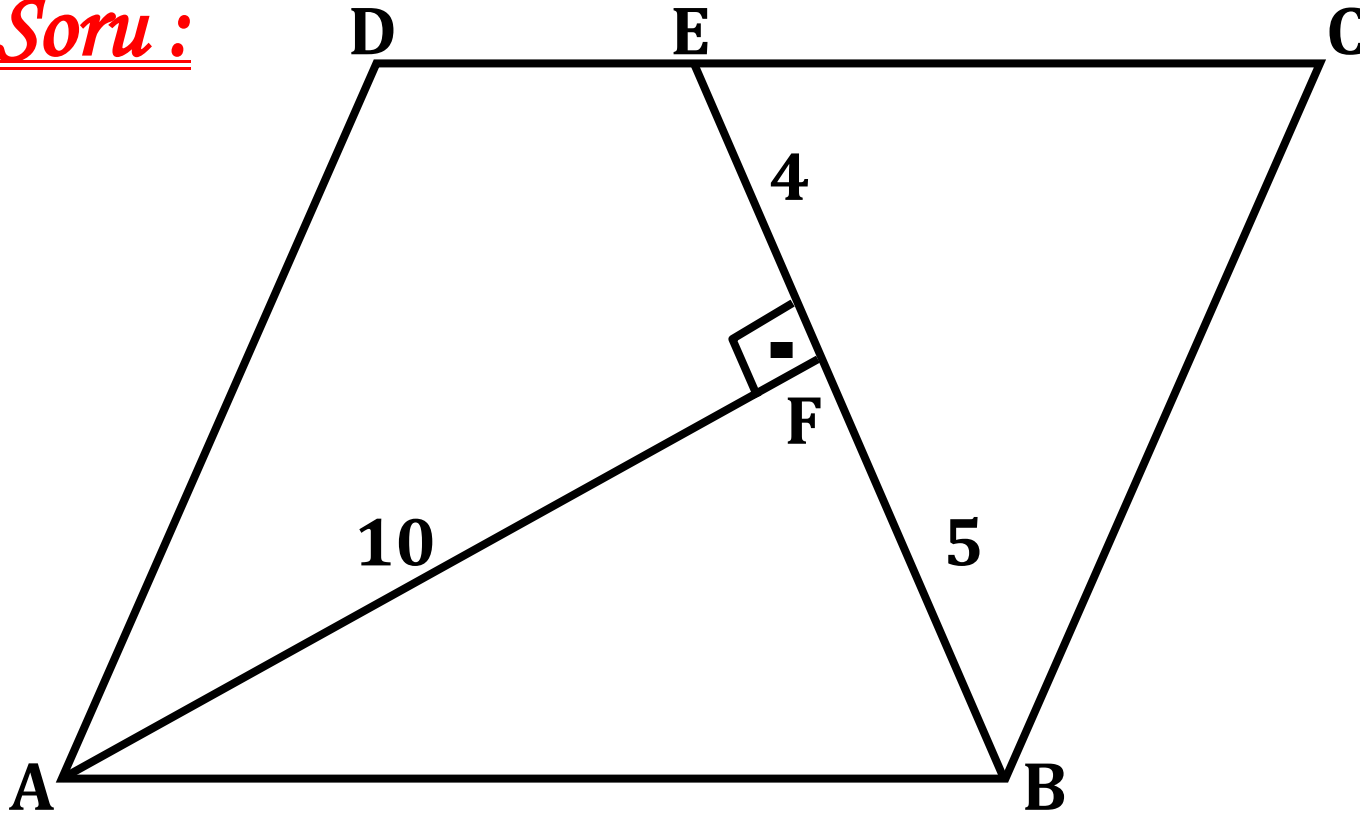


ABCD paralelkenar ise, $A (ABCD) = 2 \cdot A (\triangle ABE)$

olarak alınır.

Üçgenin iki köşesi paralelkenarın iki köşesi, üçgenin tepe noktası ise diğer paralel olan kenar üzerinde olmalıdır.

Soru :



ABCD
paralelkenar ise

A (ABCD) = ?

(A ile E birleştirilir.)

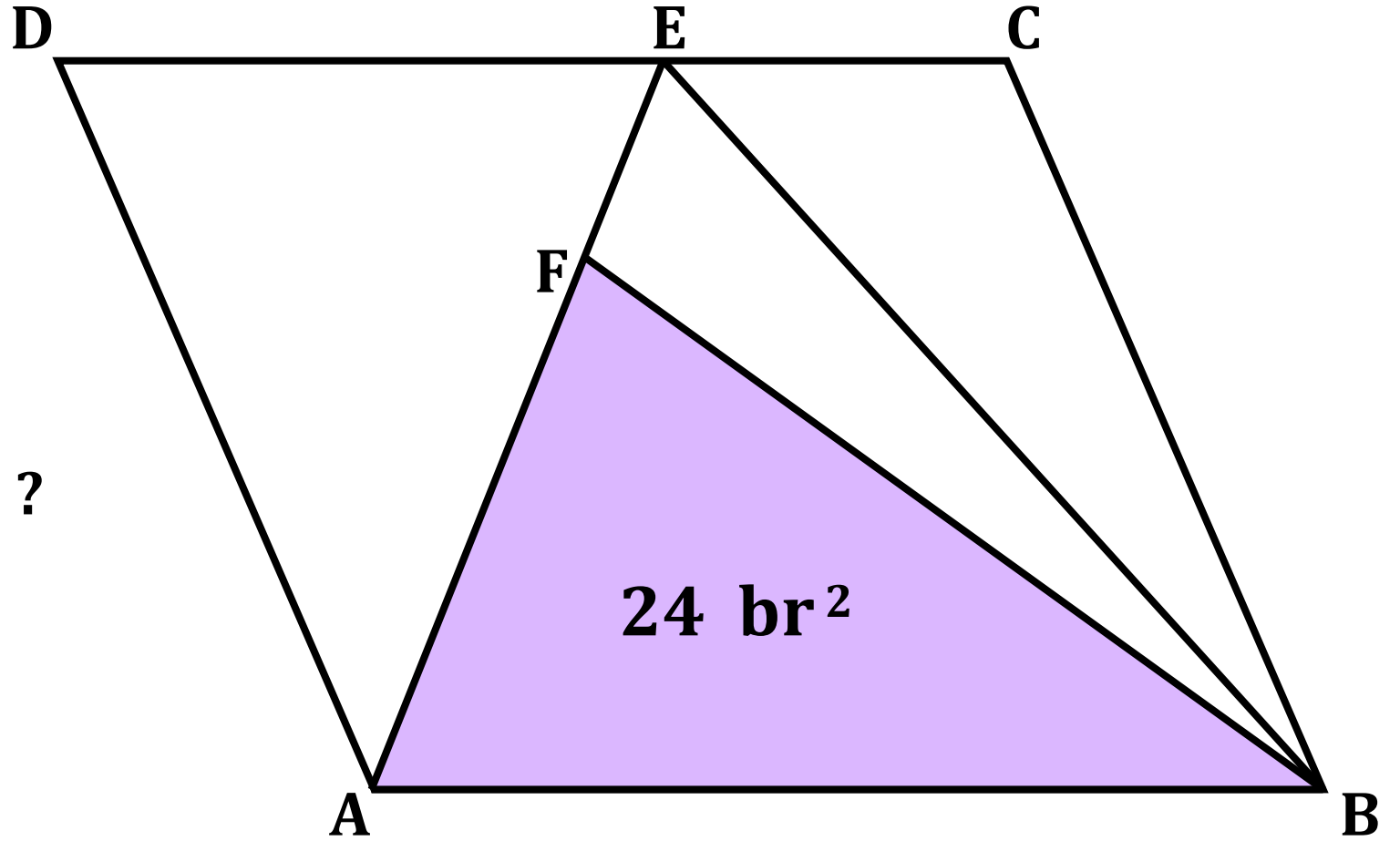
Soru :

ABCD

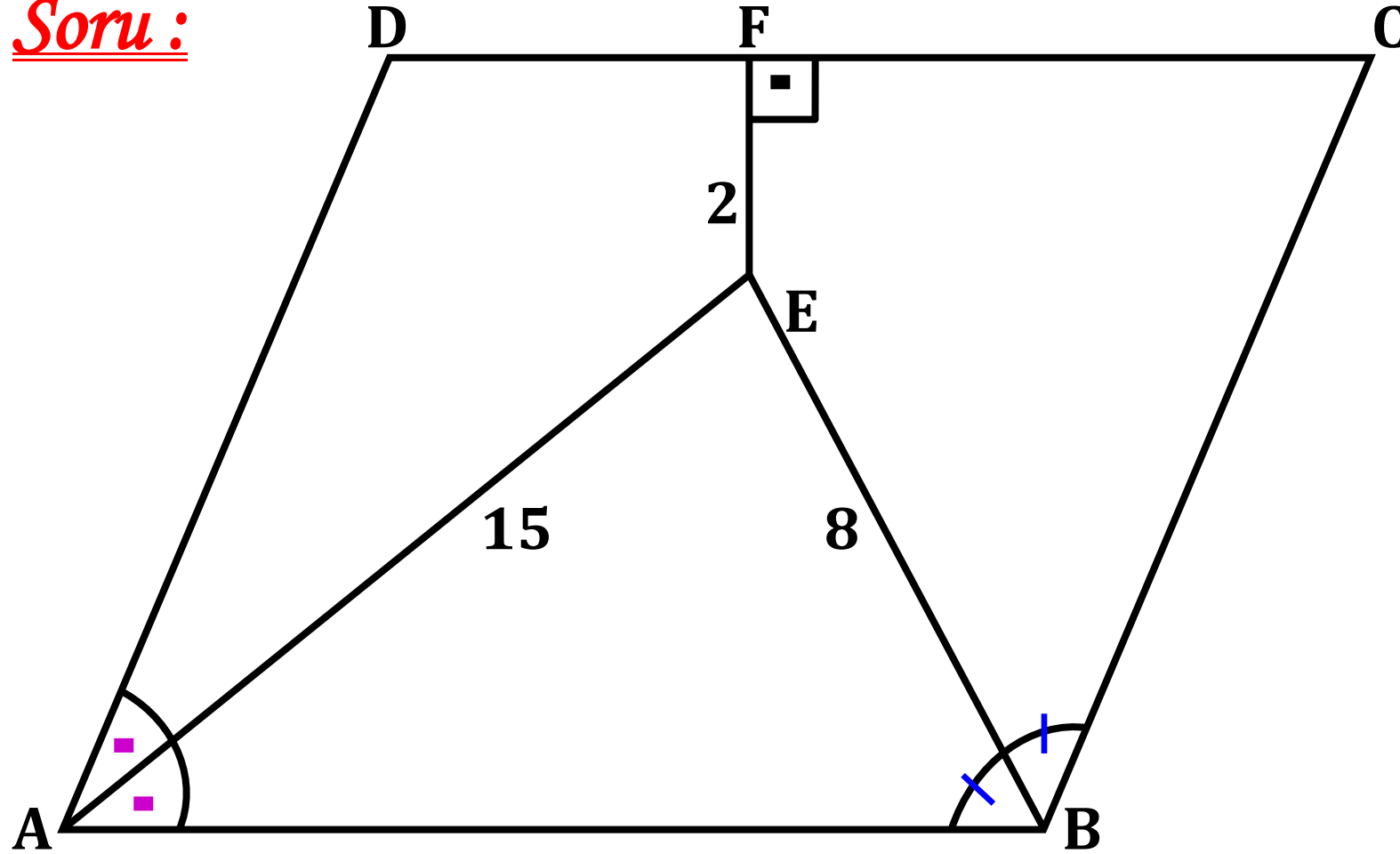
paralelkenar ve

$$|AF| = 3 \cdot |FE|$$

ise $A(ABCD) = ?$



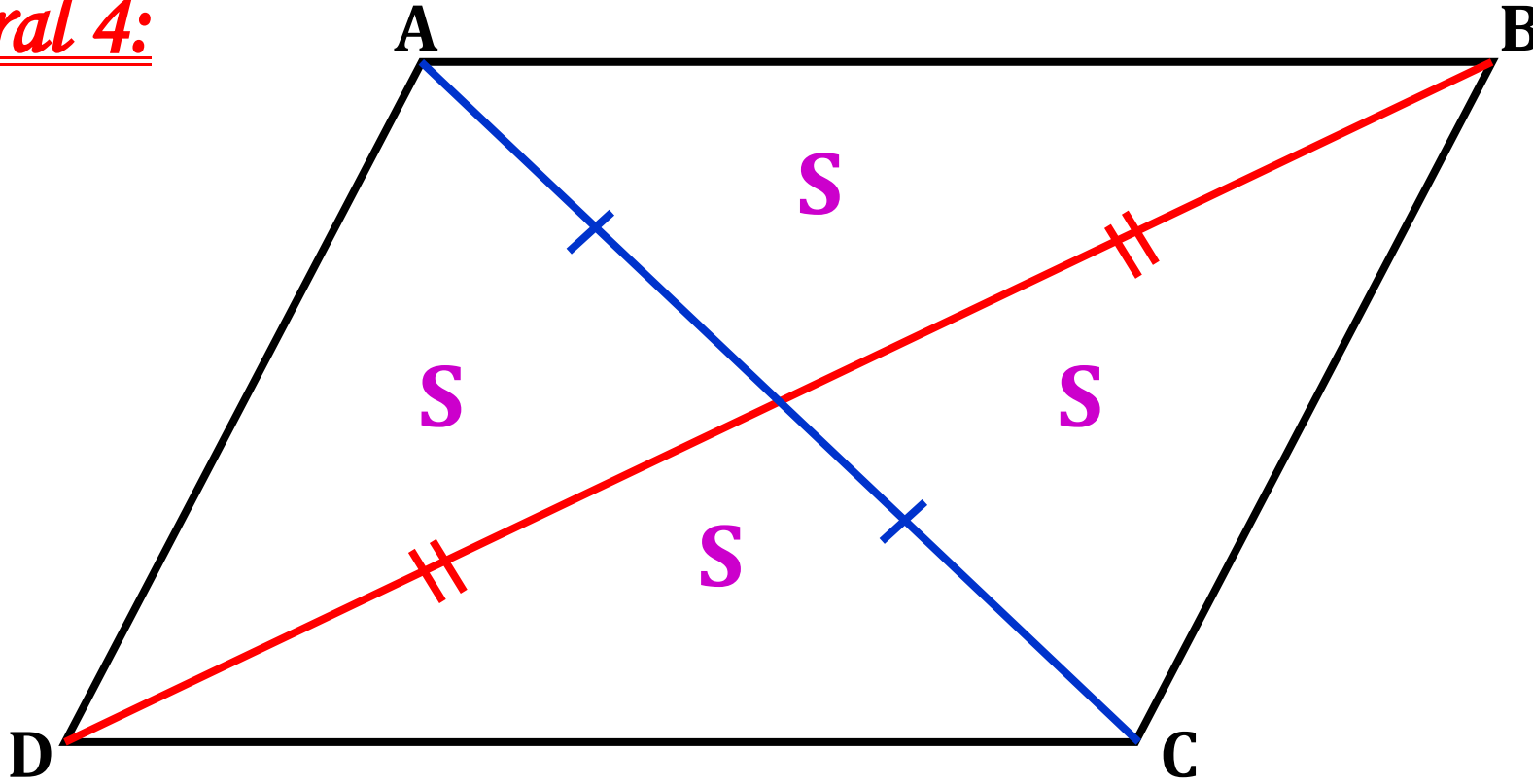
Soru :



ABCD
paralelkenar ise
 $A (ABCD) = ?$

(E 'den [AB] 'ye paralel olacak
şekilde paralel çiz. Hem kural
3 'ü hem de kural 1 'i kullanarak
isteneni bul.)

Kural 4:

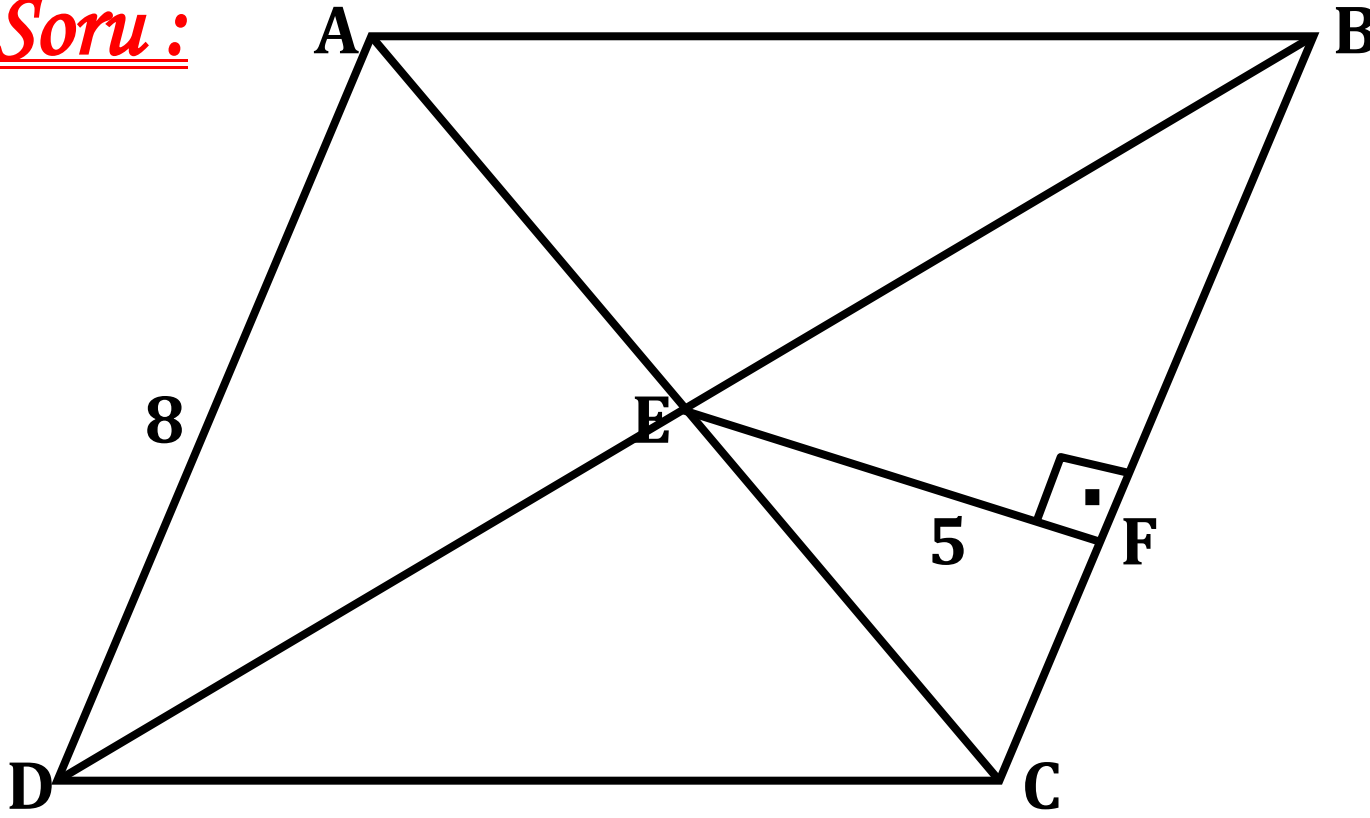


S 'ler bulundukları bölgelerin alanlarını göstermektedir.

*** Paralelkenarda köşegenler dörtgeni dört eşit böl-

geye ayırır.

Soru :



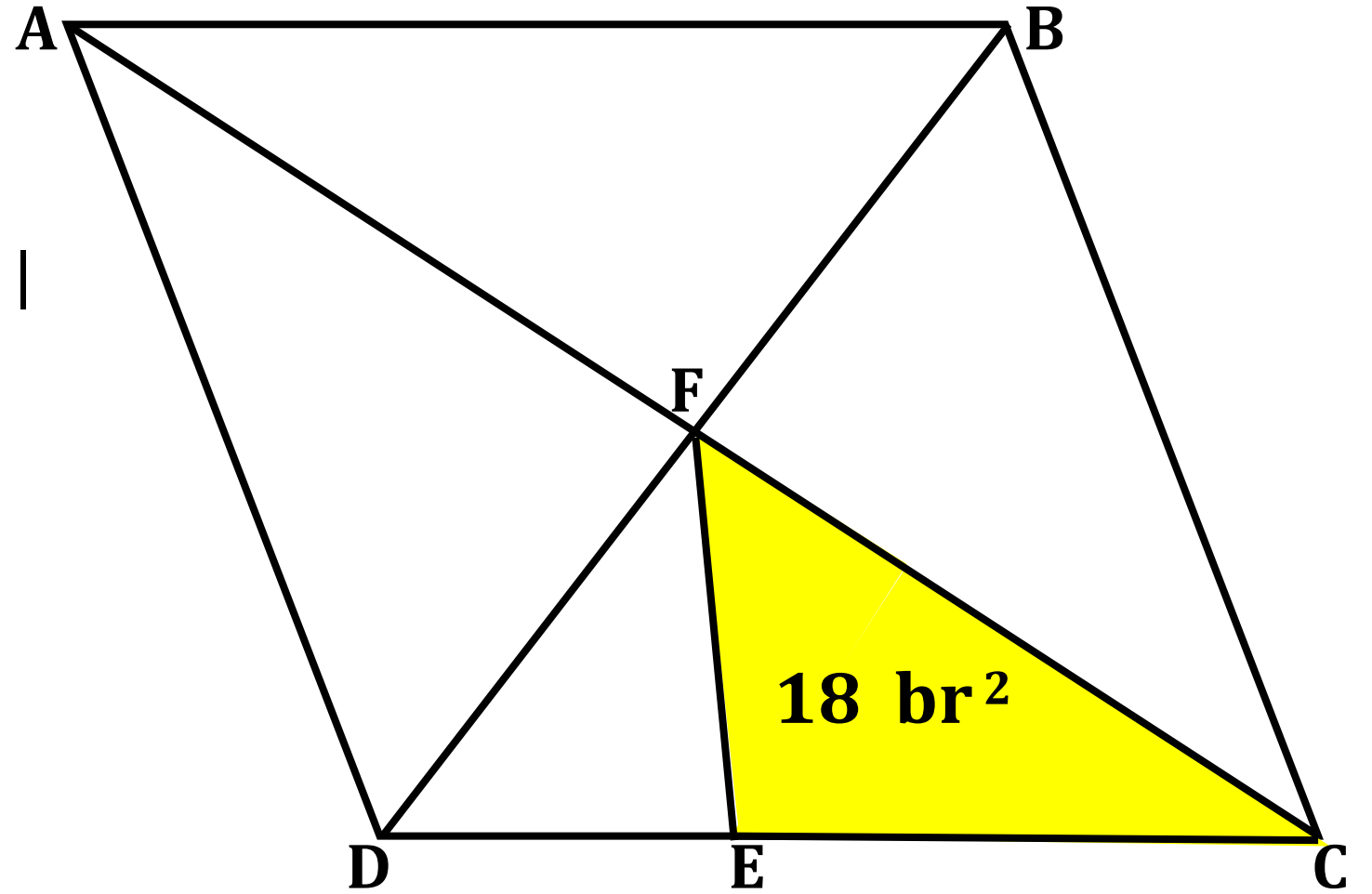
ABCD
paralelkenar ise
 $A (ABCD) = ?$

Soru :

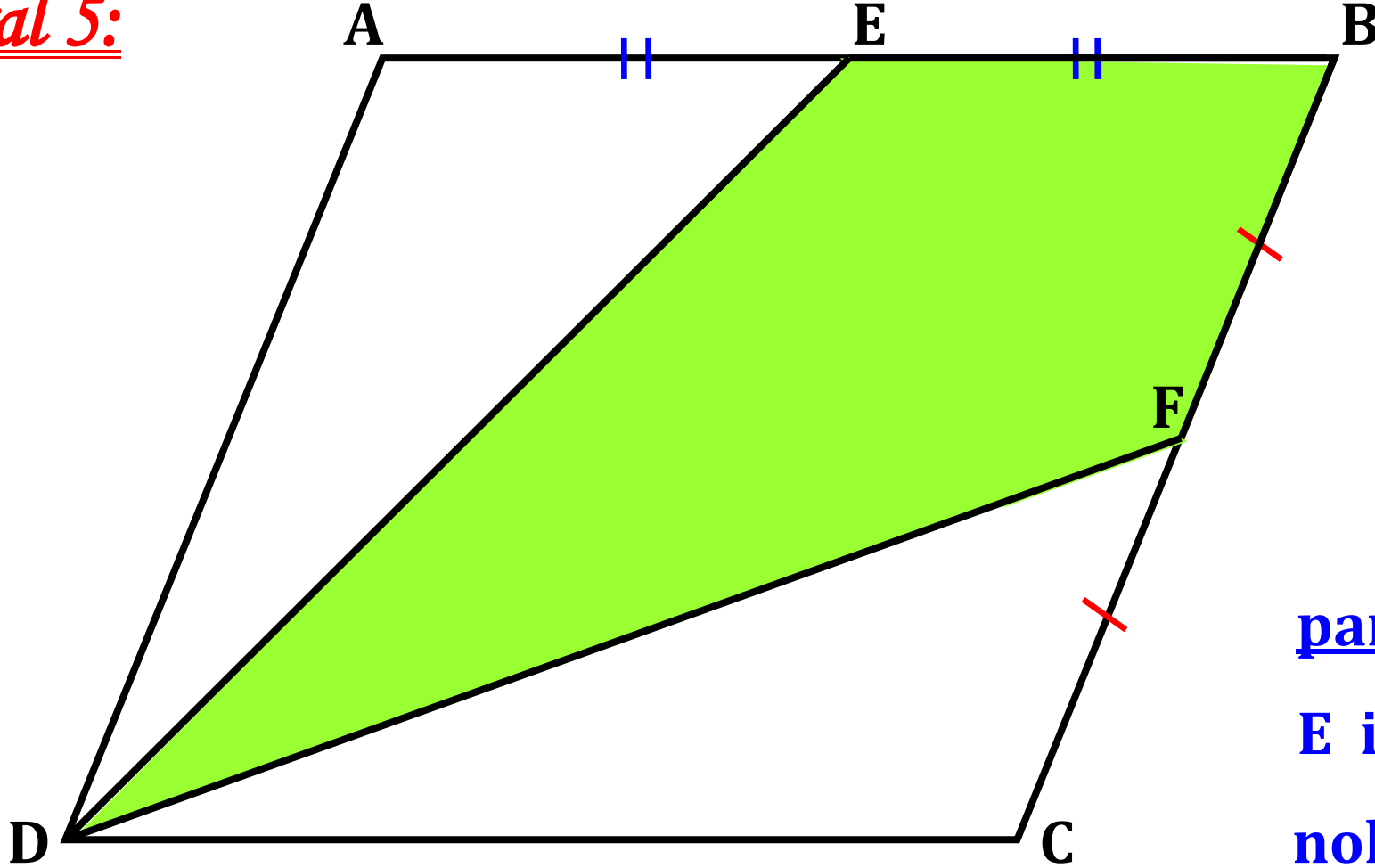
ABCD paralelkenar

ve $3 \cdot |DE| = 2 \cdot |EC|$

ise $A(ABCD) = ?$



Kural 5:

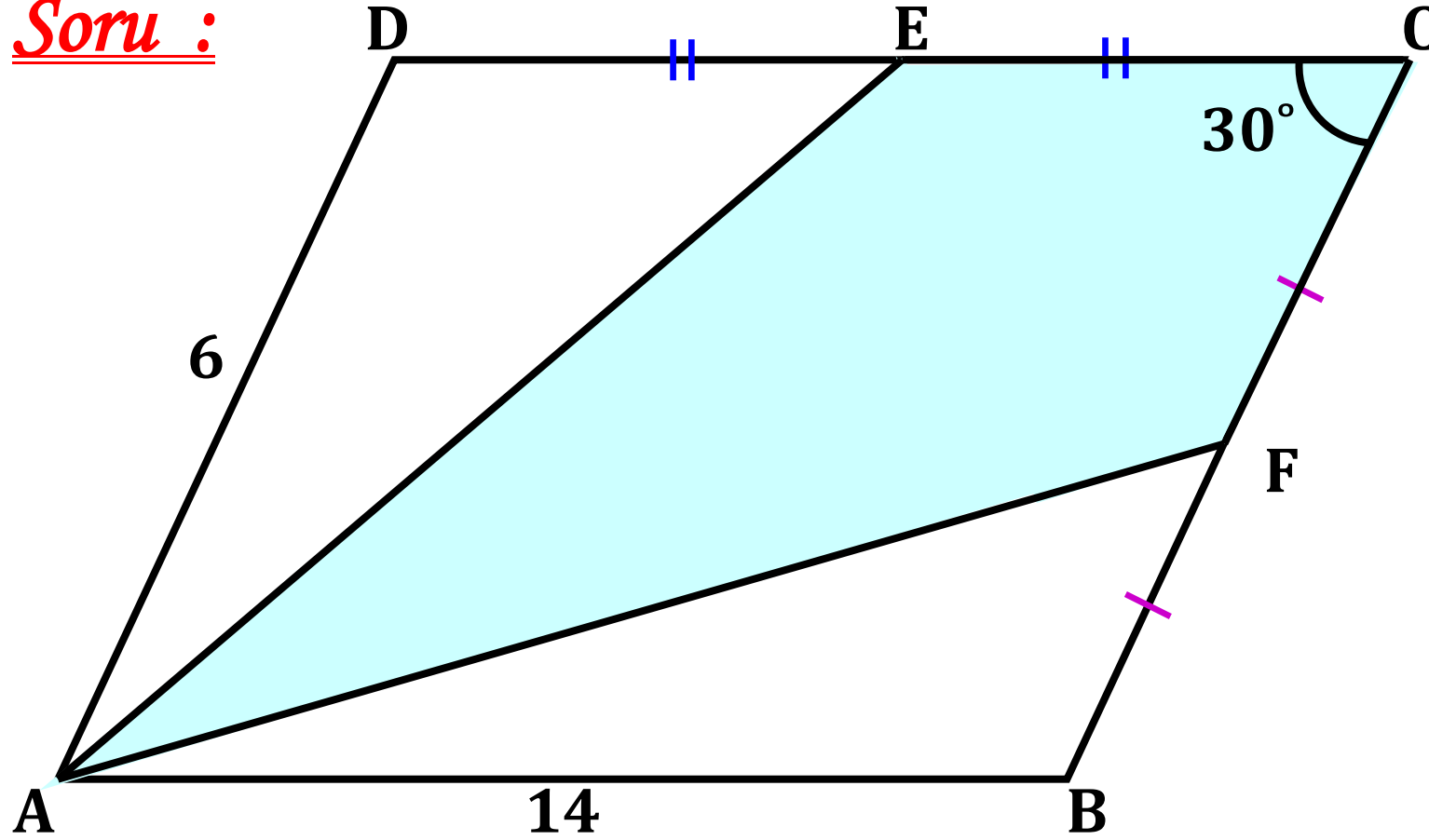


ABCD
paralelkenarında
E ile F orta
noktalar ise,

$$A (ABCD) = 2 . A (EBF) \text{ olarak alınır.}$$

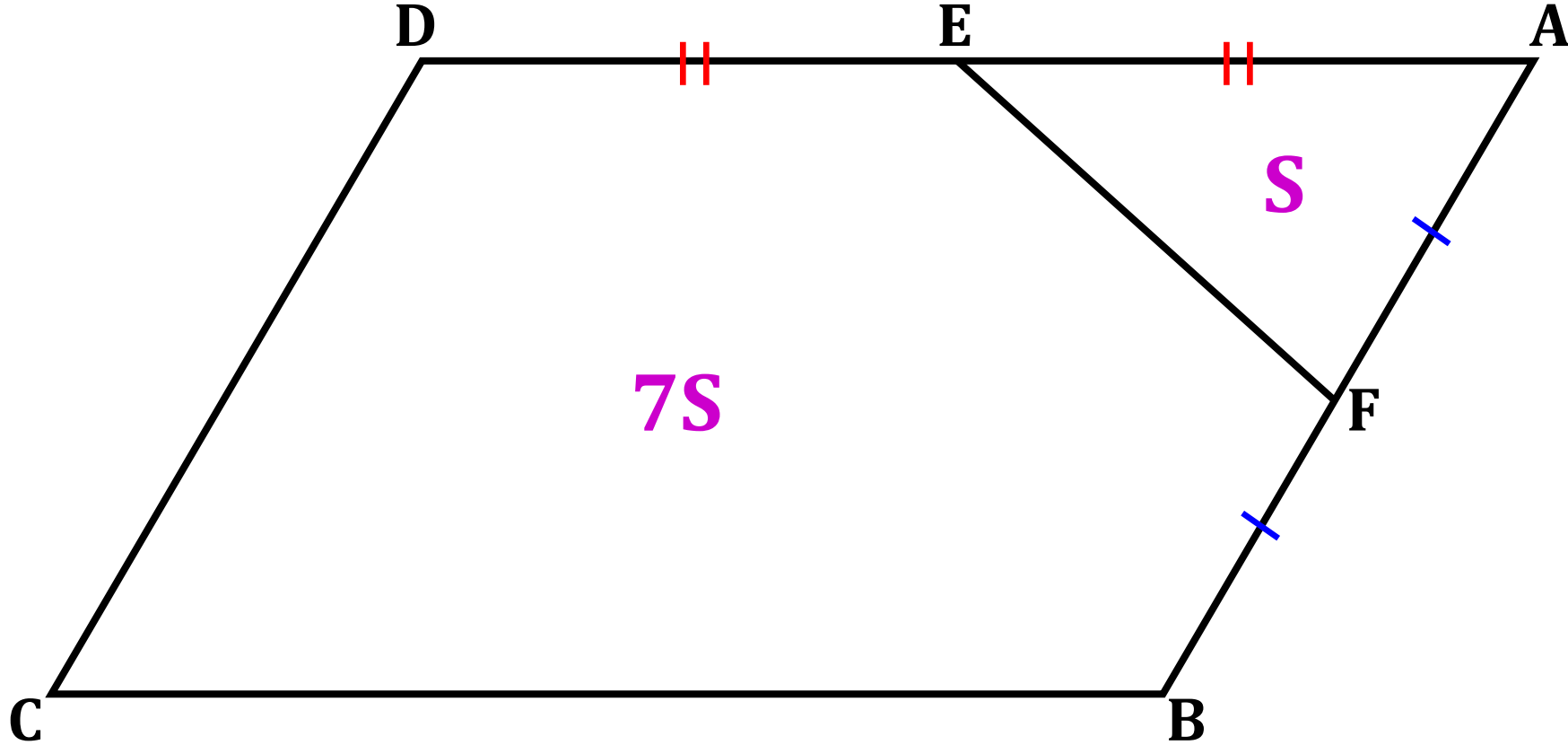
(B ile D birleştirilirse , alan - taban ilişkisinden de bulunabilir.)

Soru :



ABCD
paralelkenar
ise boyalı bölgenin
alanını bulunuz.

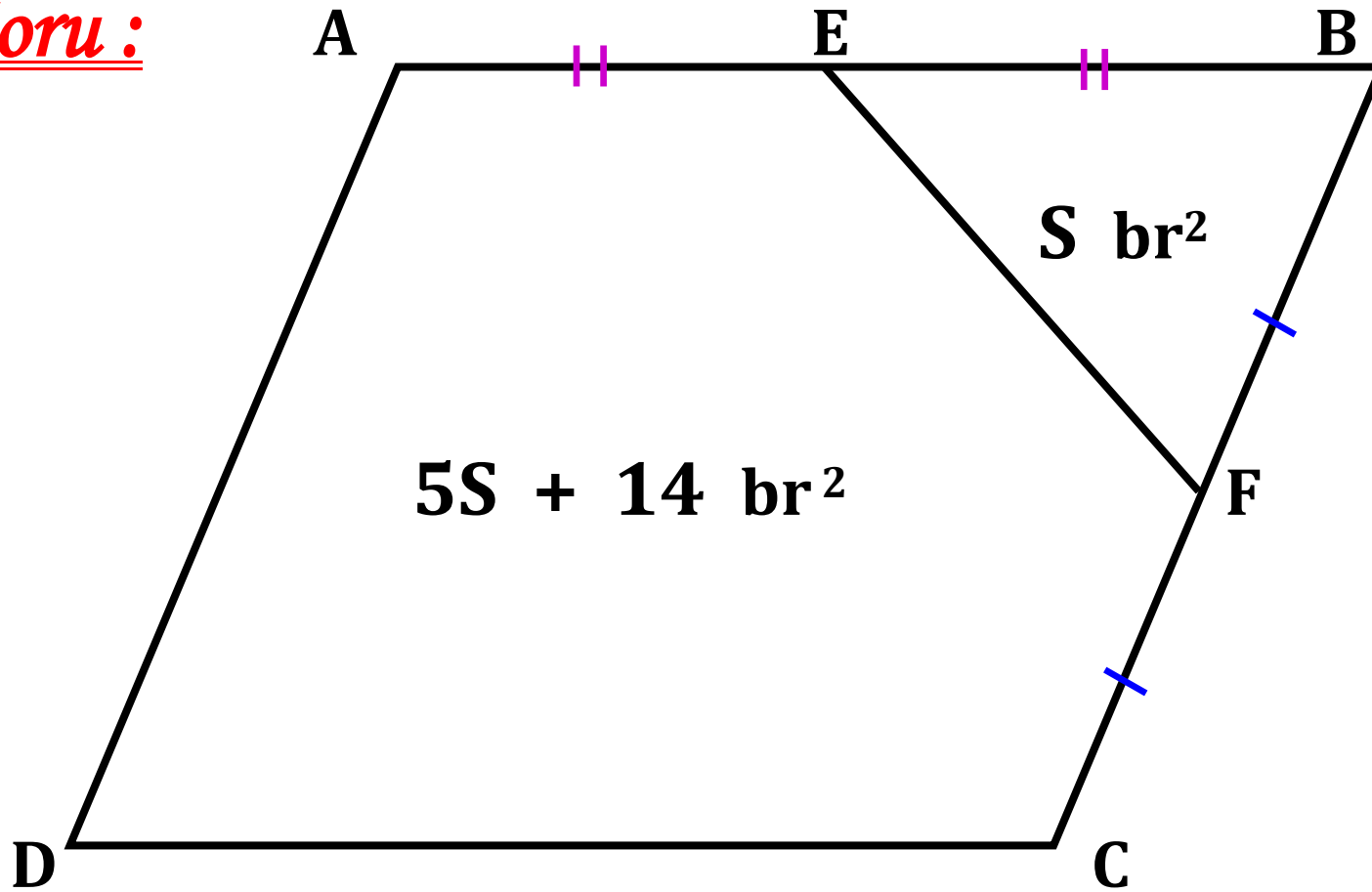
Kural 6: A)



ABCD paralelkenarında, Δ
 $A (ABCD) = 8 \cdot A (AEF)$
olarak alınır.

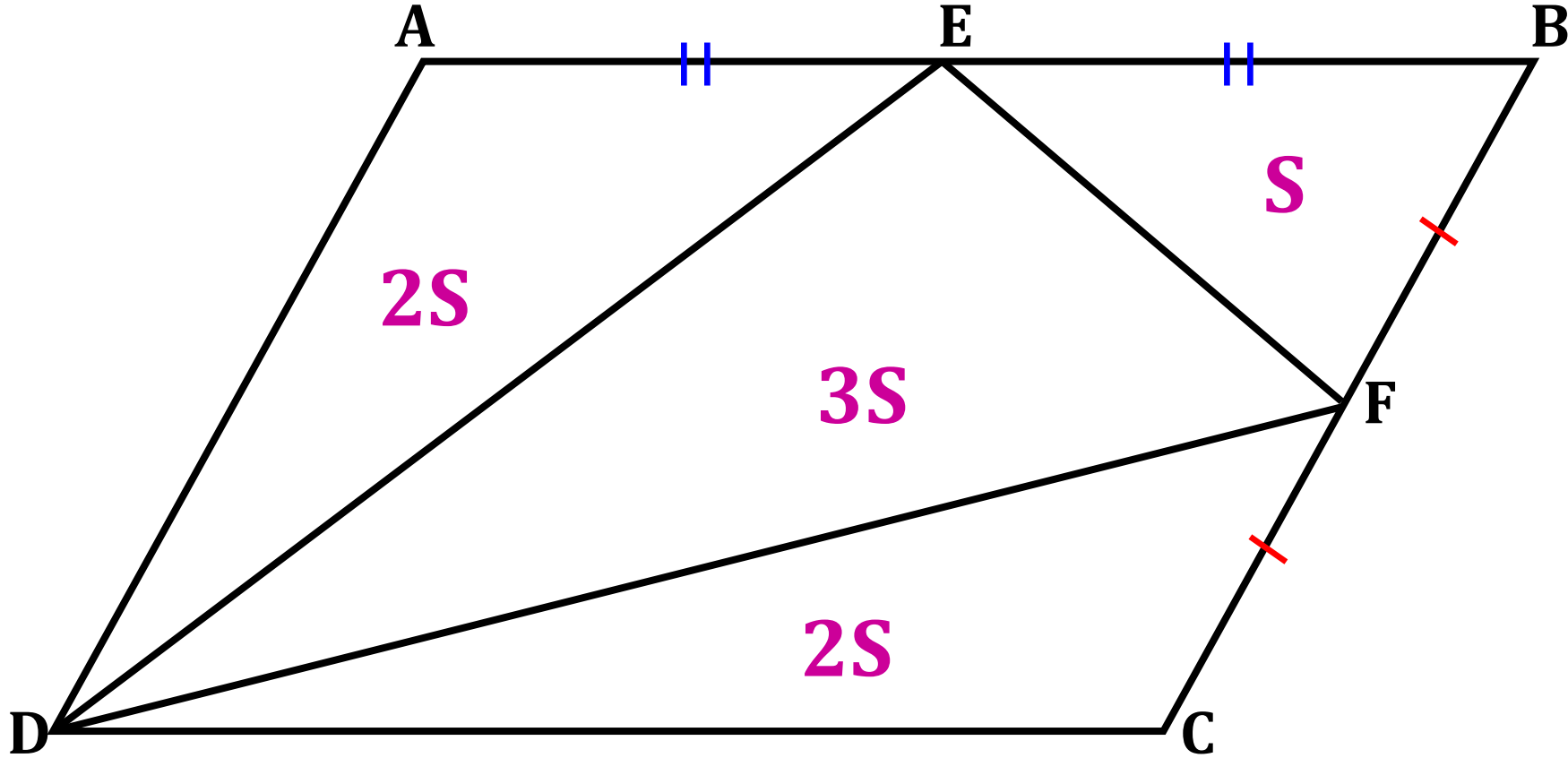
2.Yol: B ile D birleştirilir. Alan – basamak (S , 3S , 5S , . . .)
ilişkisinden de aynı sonuç bulunur.

Soru :



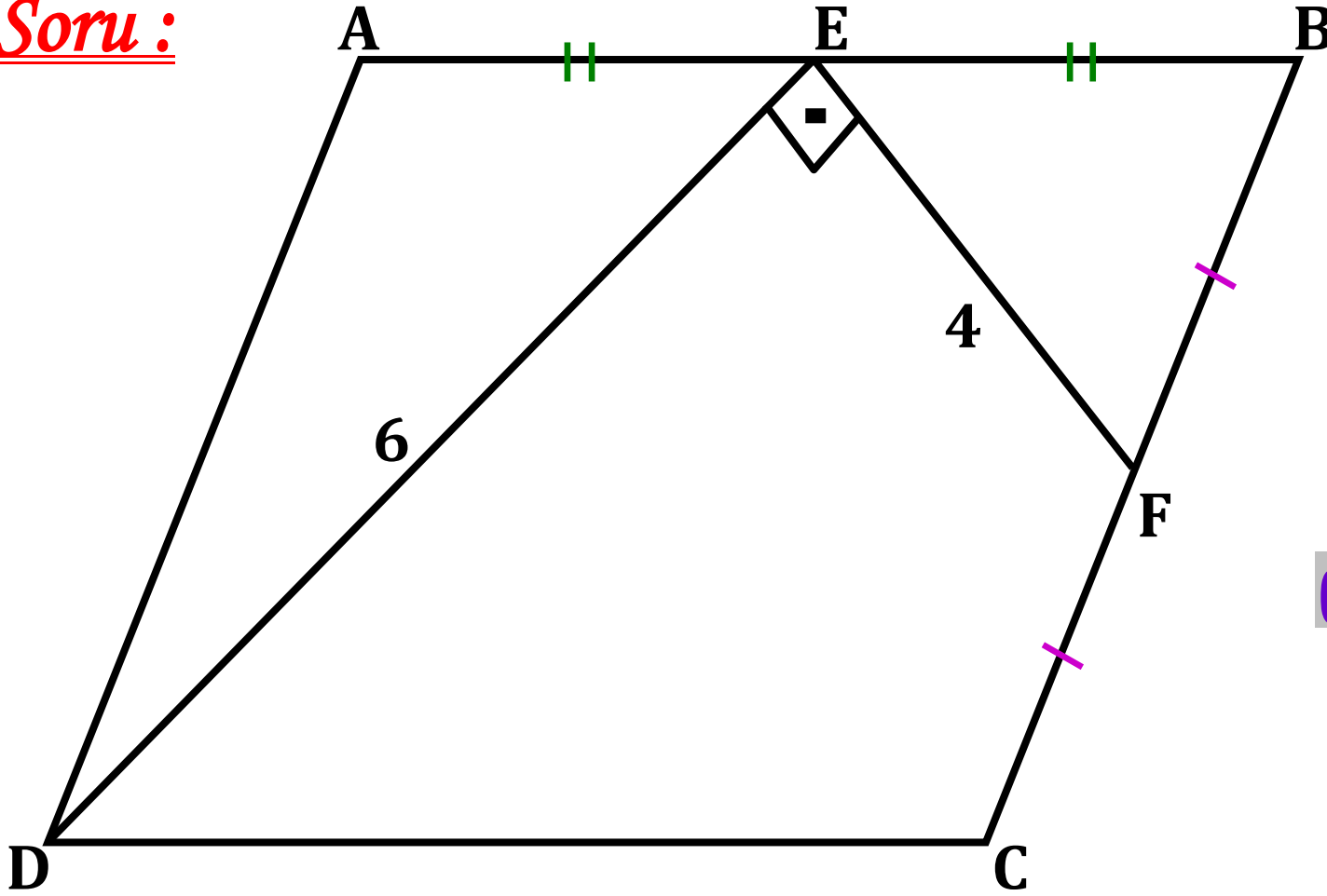
$ABCD$
paralelkenar ise
 $A (ABCD) = ?$

Kural 6: B)



ABCD paralelkenarında E ile F orta nokta ise , bölgelere ayrılan **S** alan miktarları şekildeki gibidir.

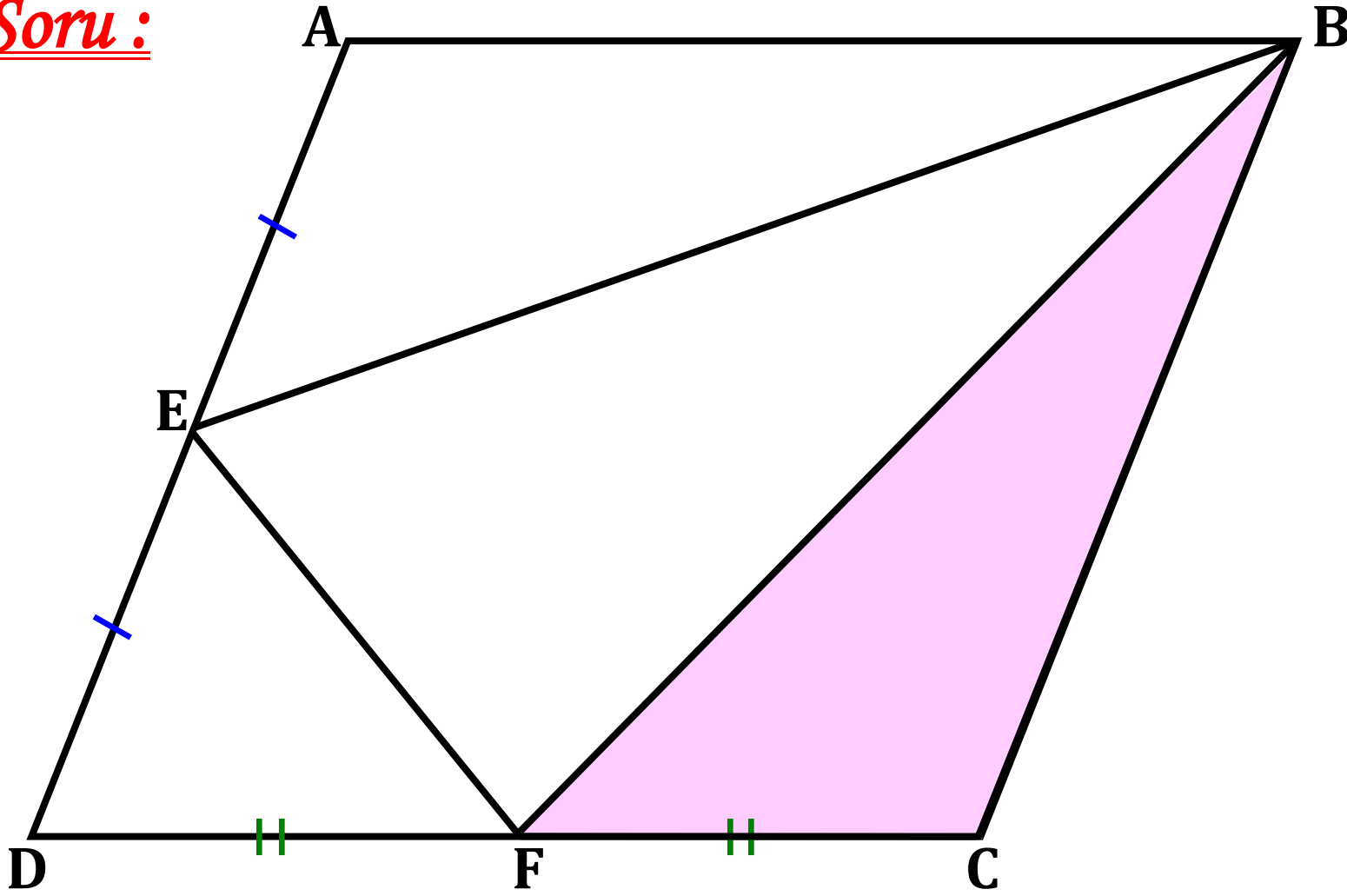
Soru :



ABCD
paralelkenar ise
A (ABCD) = ?

(D ile F birleştirilir.)

Soru :



ABCD
paralelkenarının
alanı 120 br^2 ise
boyalı bölgenin
alanını bulunuz.

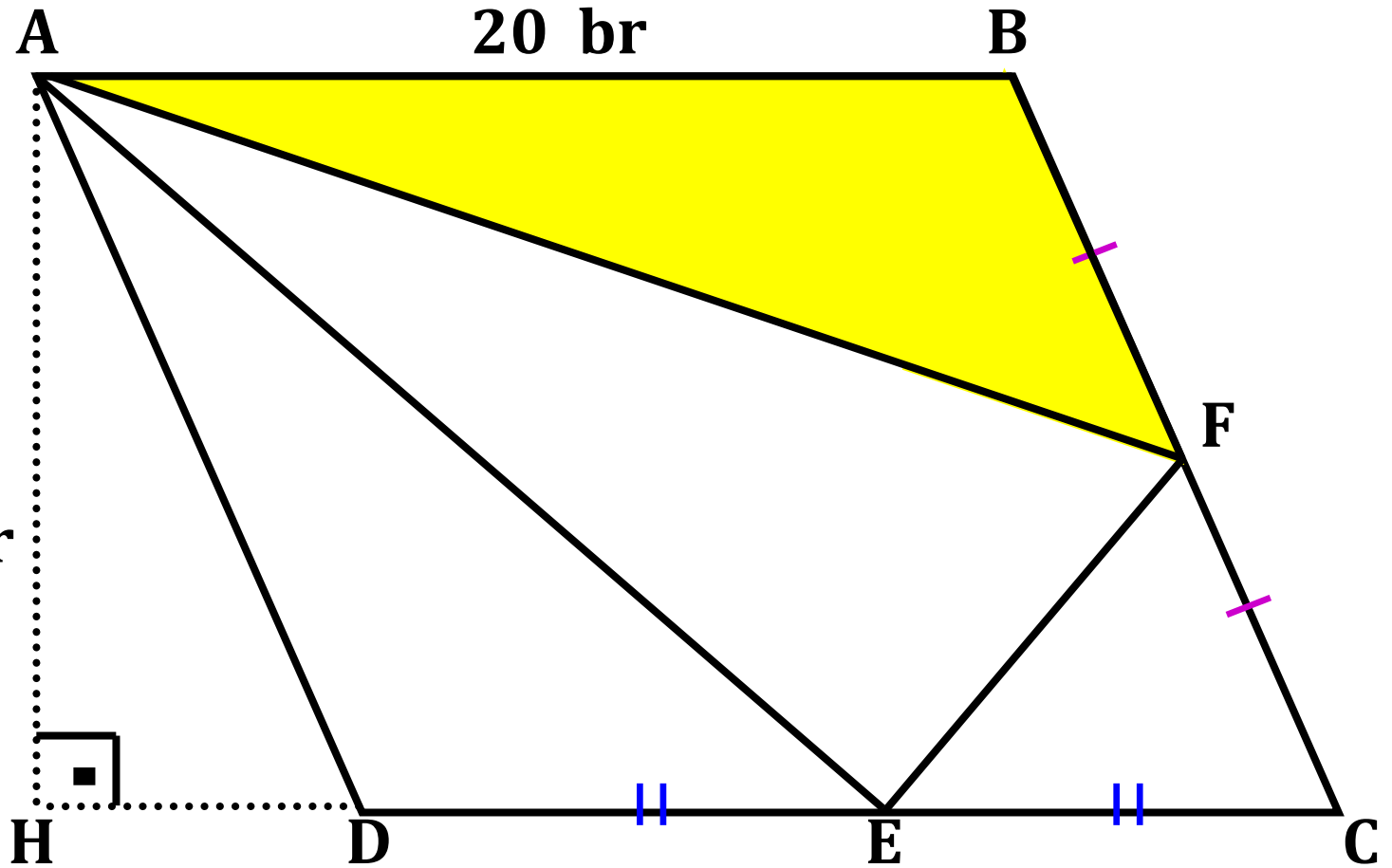
Soru :

ABCD

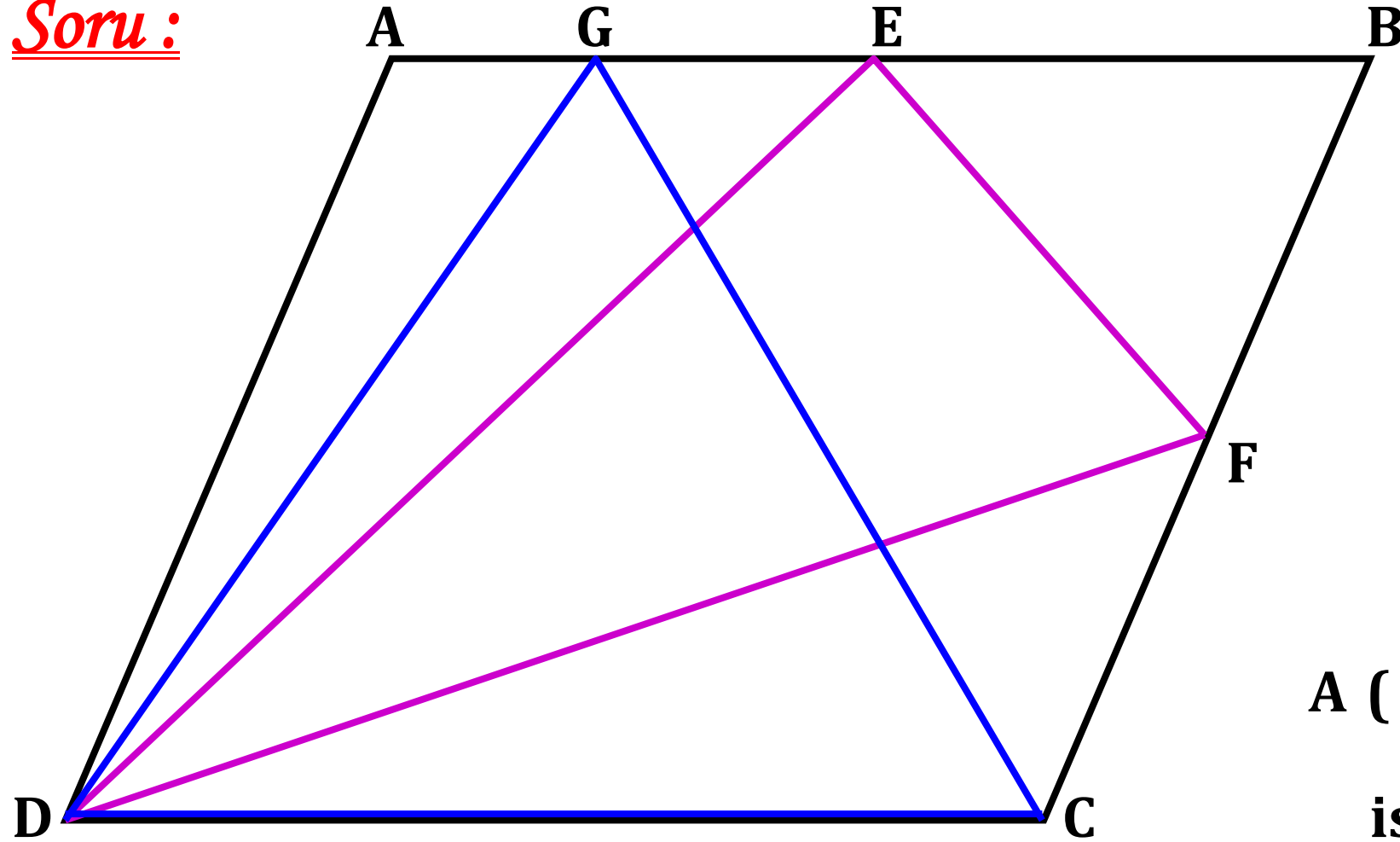
paralelkenar ise

\triangle
A (ABF) = ?

15 br



Soru :



ABCD

paralelkenardır.

E [AB] 'nin,

F 'de [BC] 'nin

orta tabanıdır.

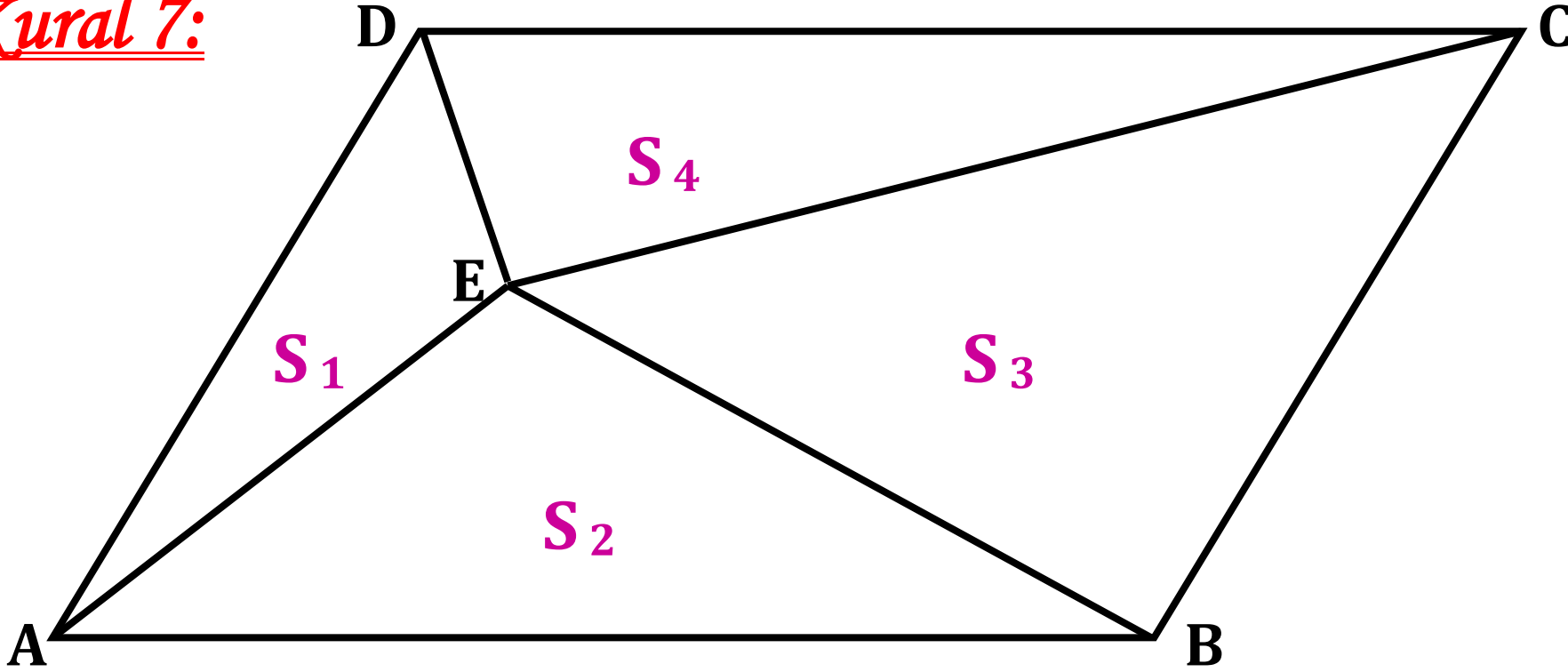
Δ

$$A (EDF) = 15 \text{ br}^2$$

Δ

$$\text{ise } A (CDG) = ?$$

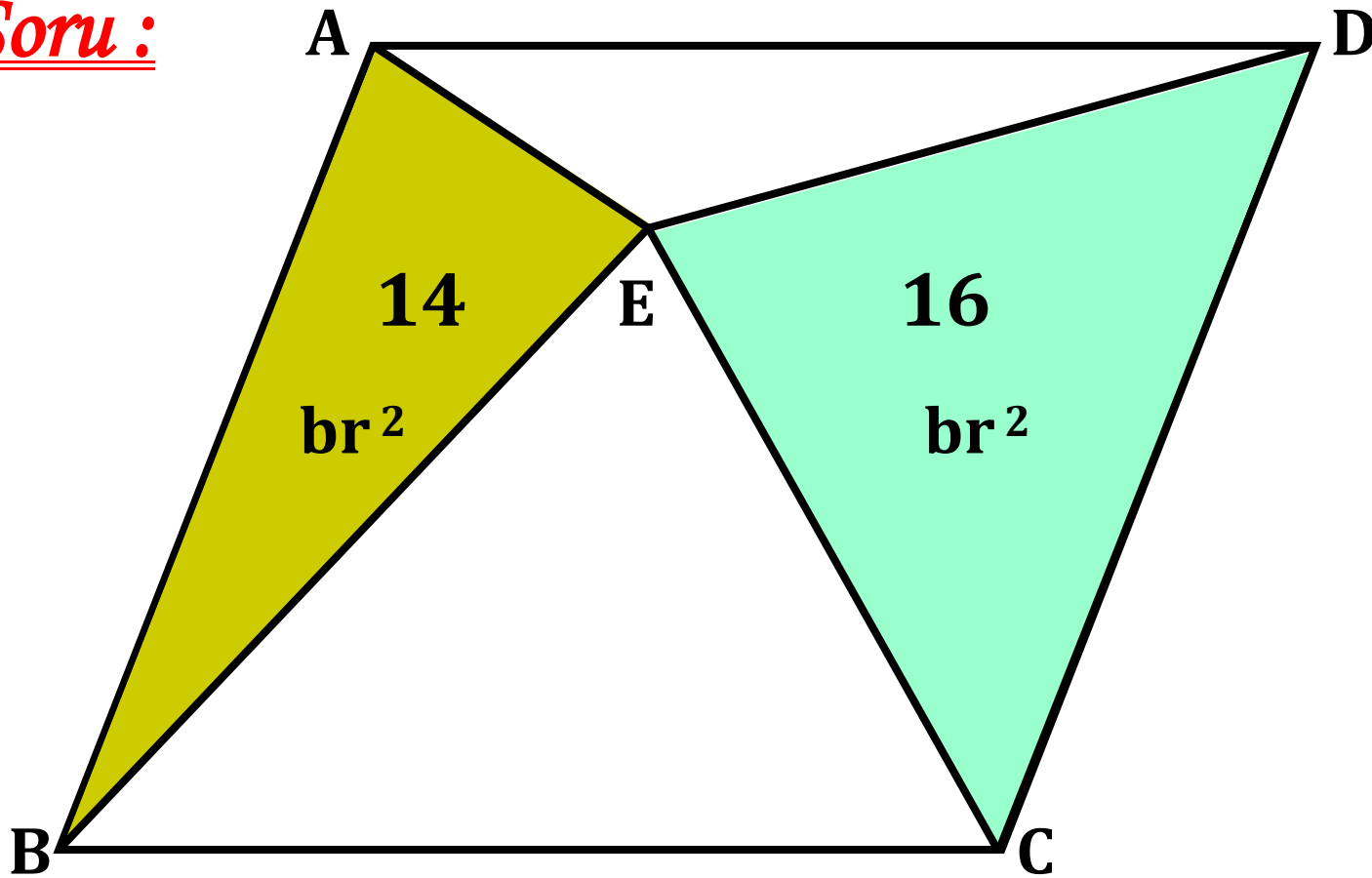
Kural 7:



E , ABCD paralelkenarının içinde herhangi bir nokta ise;

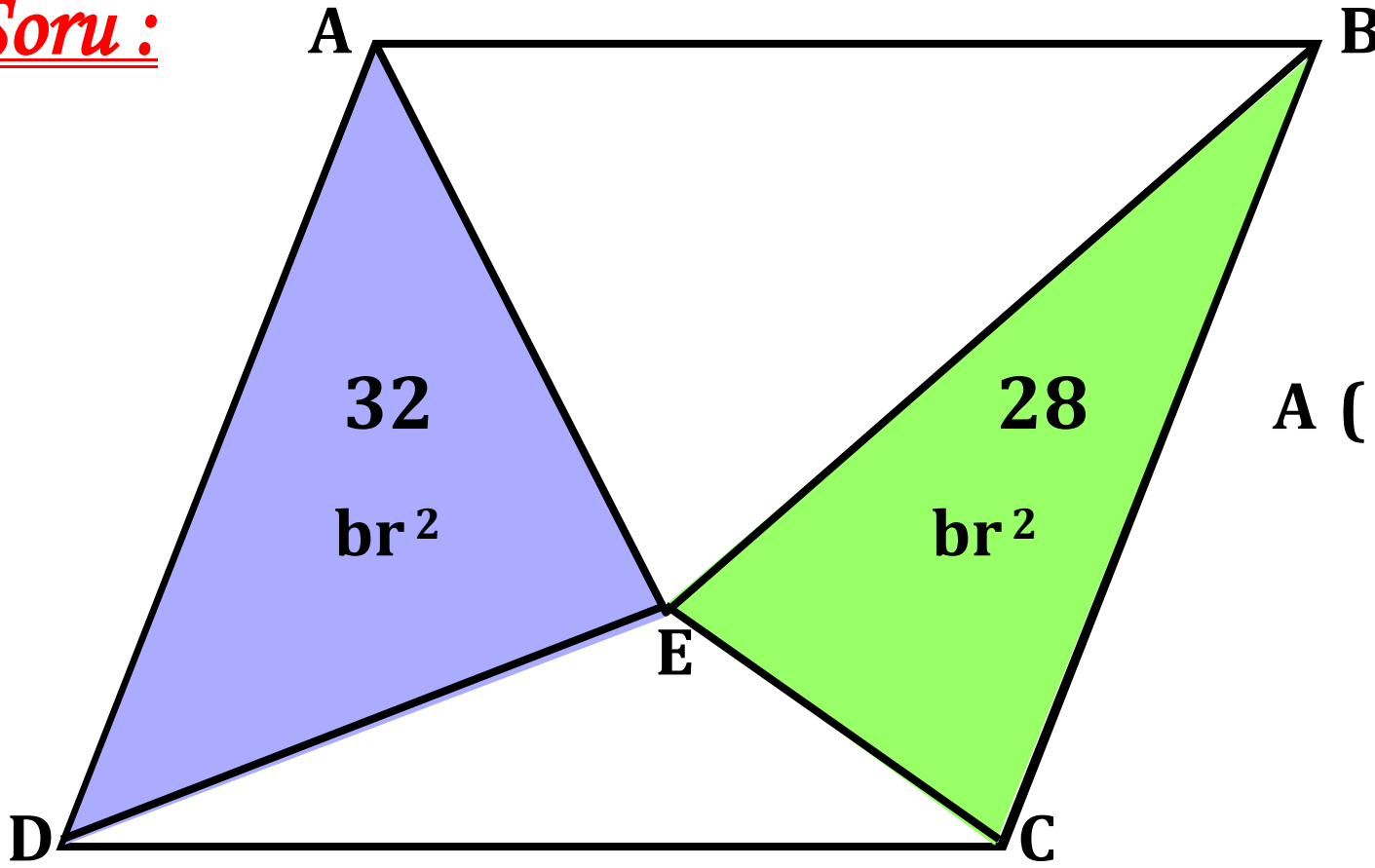
$$S_1 + S_3 = S_2 + S_4 = \frac{A (ABCD)}{2} \quad \text{olarak alınır.}$$

Soru :



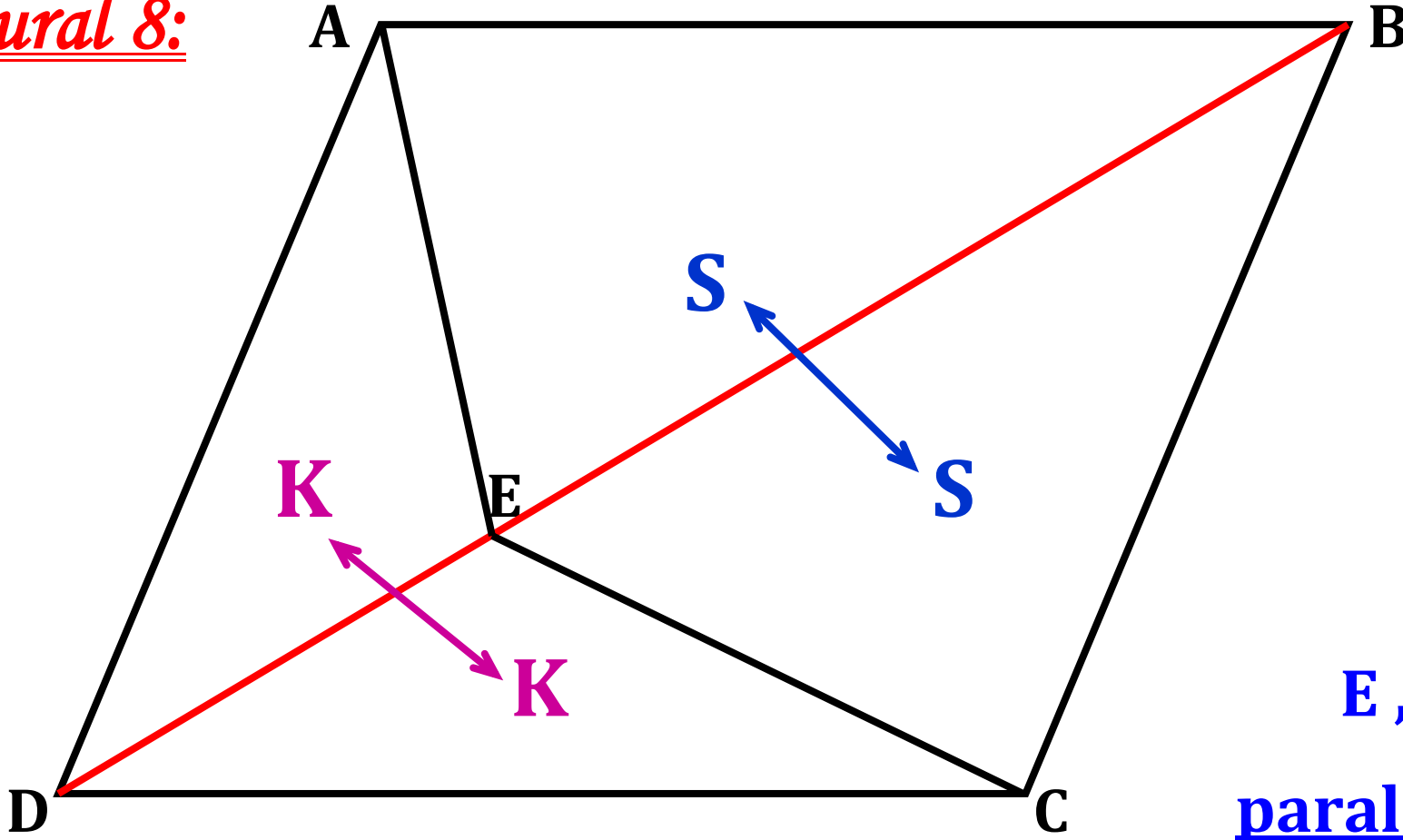
$ABCD$
paralelkenar ise
 $A (ABCD) = ?$

Soru :



ABCD
paralelkenardır.
 $\triangle AEB = 2 \cdot \triangle CED$
ise $A(ABCE) = ?$

Kural 8:



E , ABCD
paralelkenarının

köşegeni üzerindeki bir nokta olsun.

*** Köşegene göre simetrik olan üçgenlerin alanları

birbirine eşittir.

Soru :

ABCD

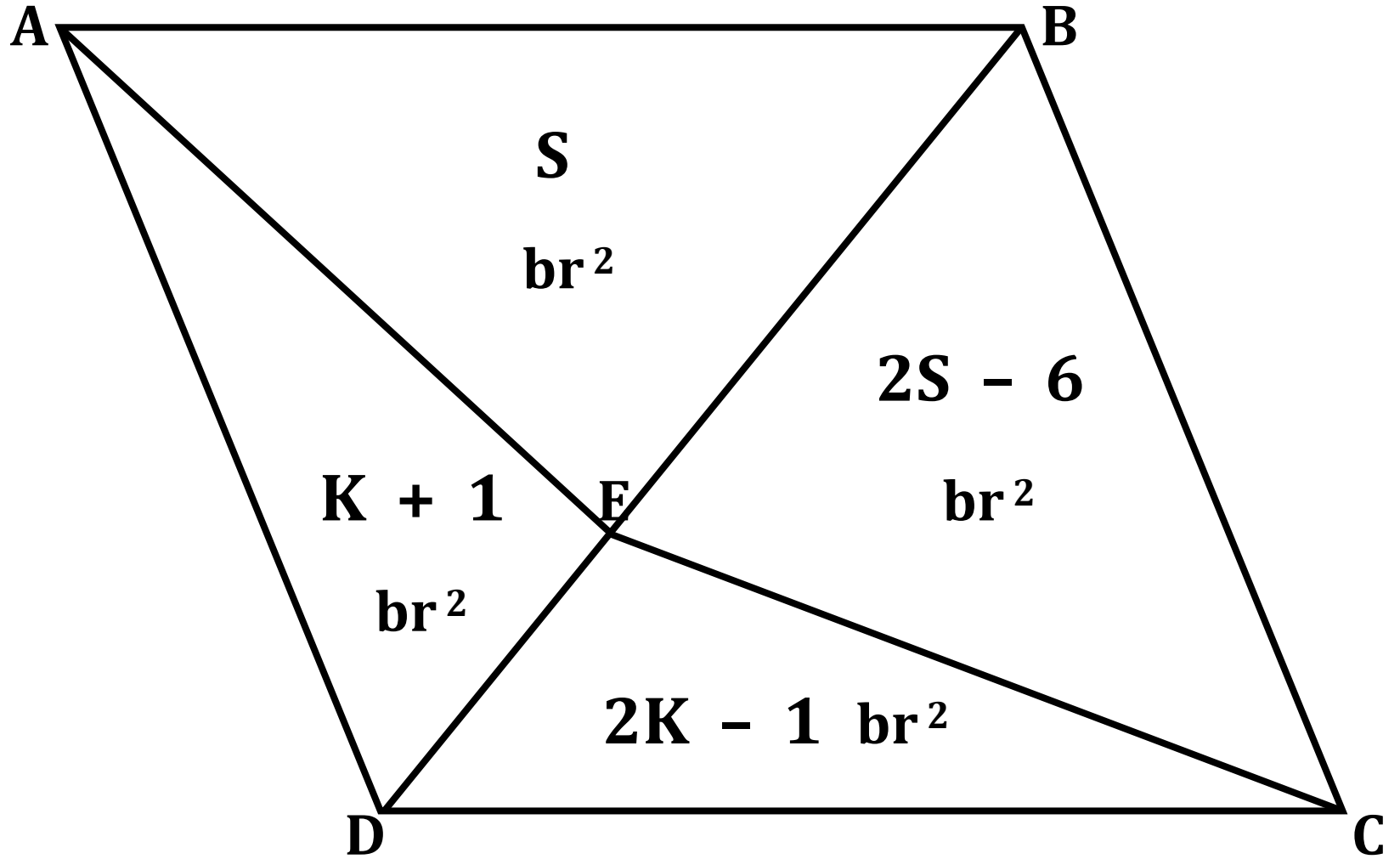
paralelkenar

ve [BD]

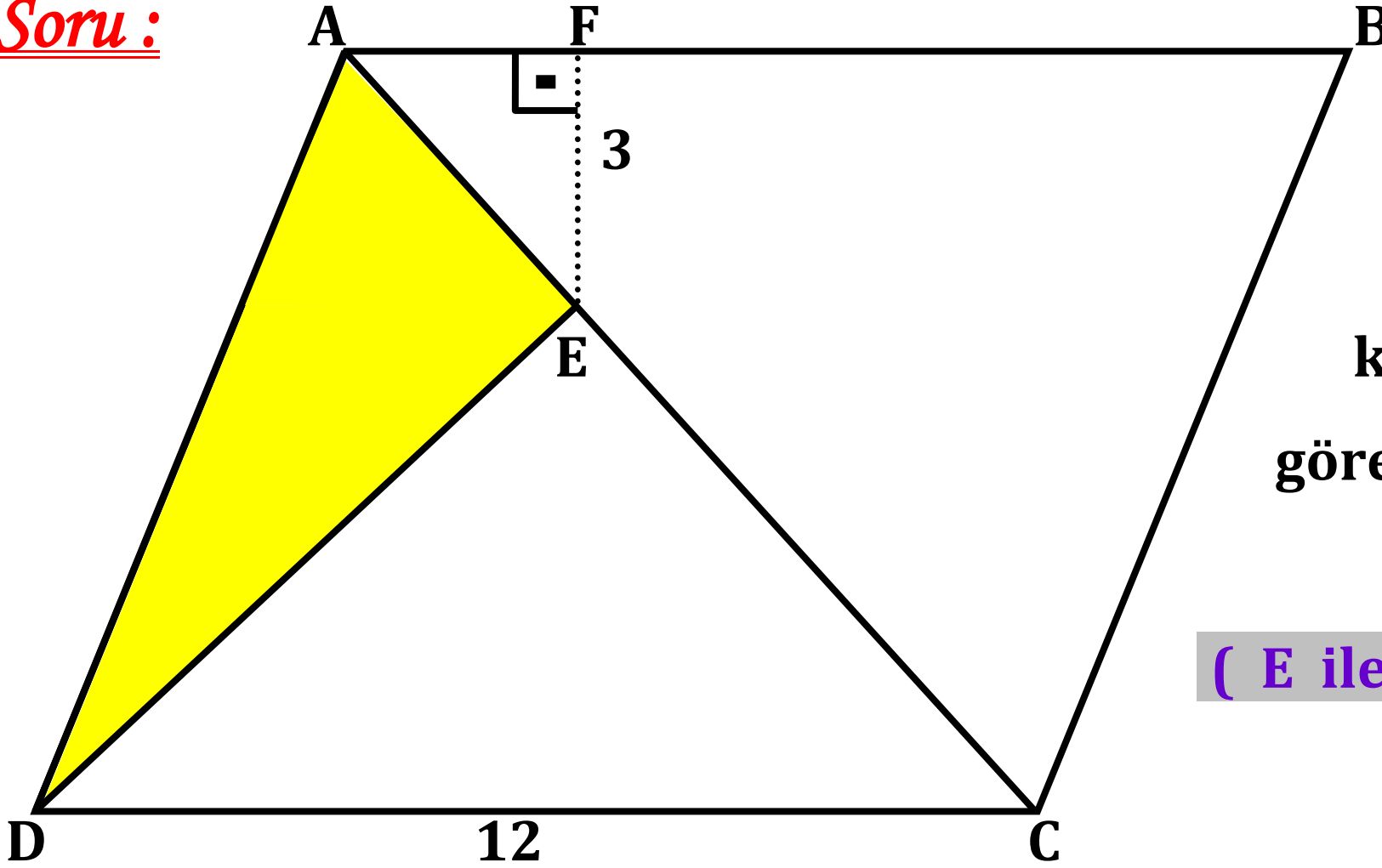
köşegendir.

Buna göre

$S \cdot K = ?$



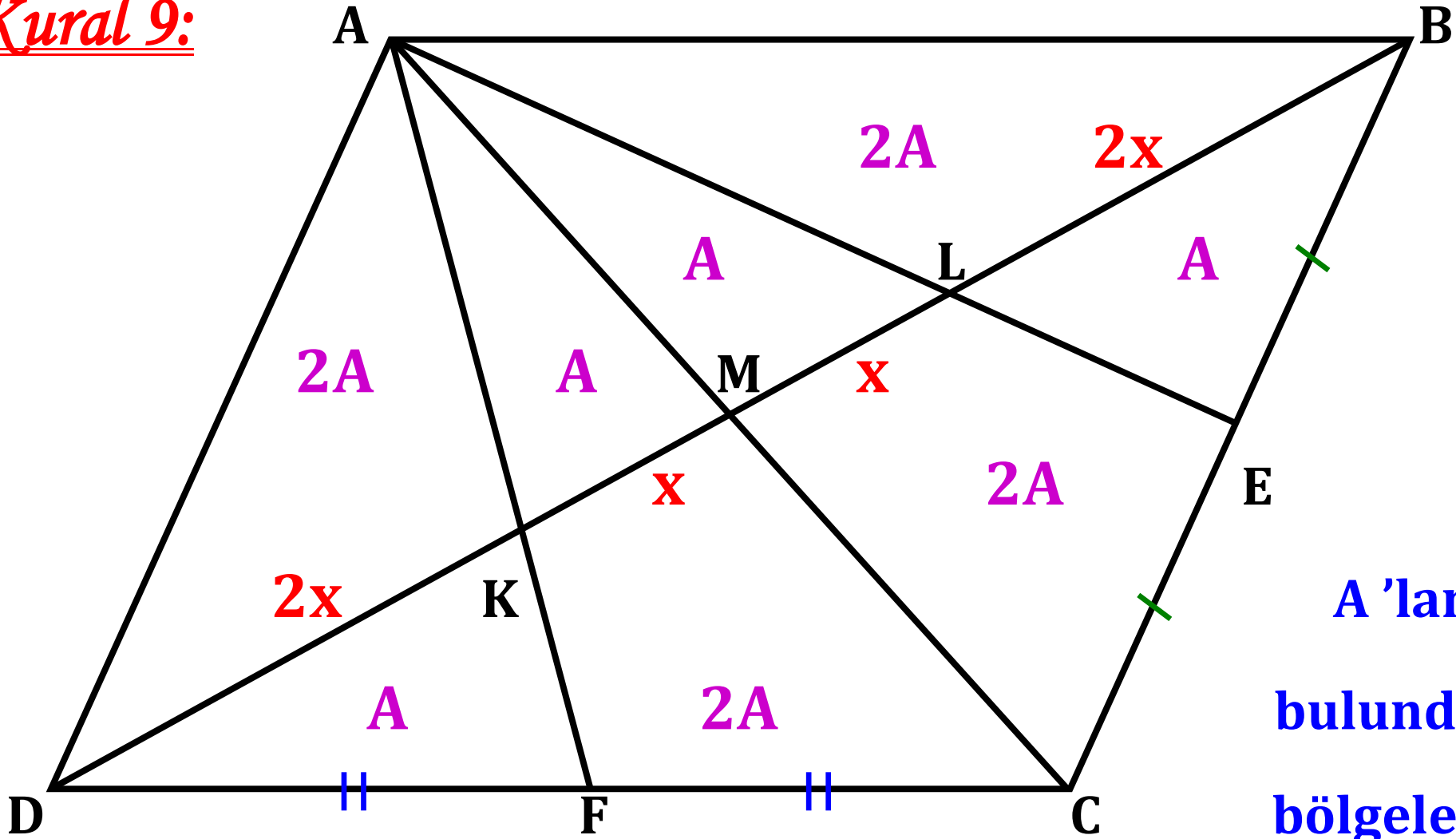
Soru :



ABCD paralel-
kenarında [AC]
köşegendir. Buna
göre boyalı bölgenin
alanını bulunuz.

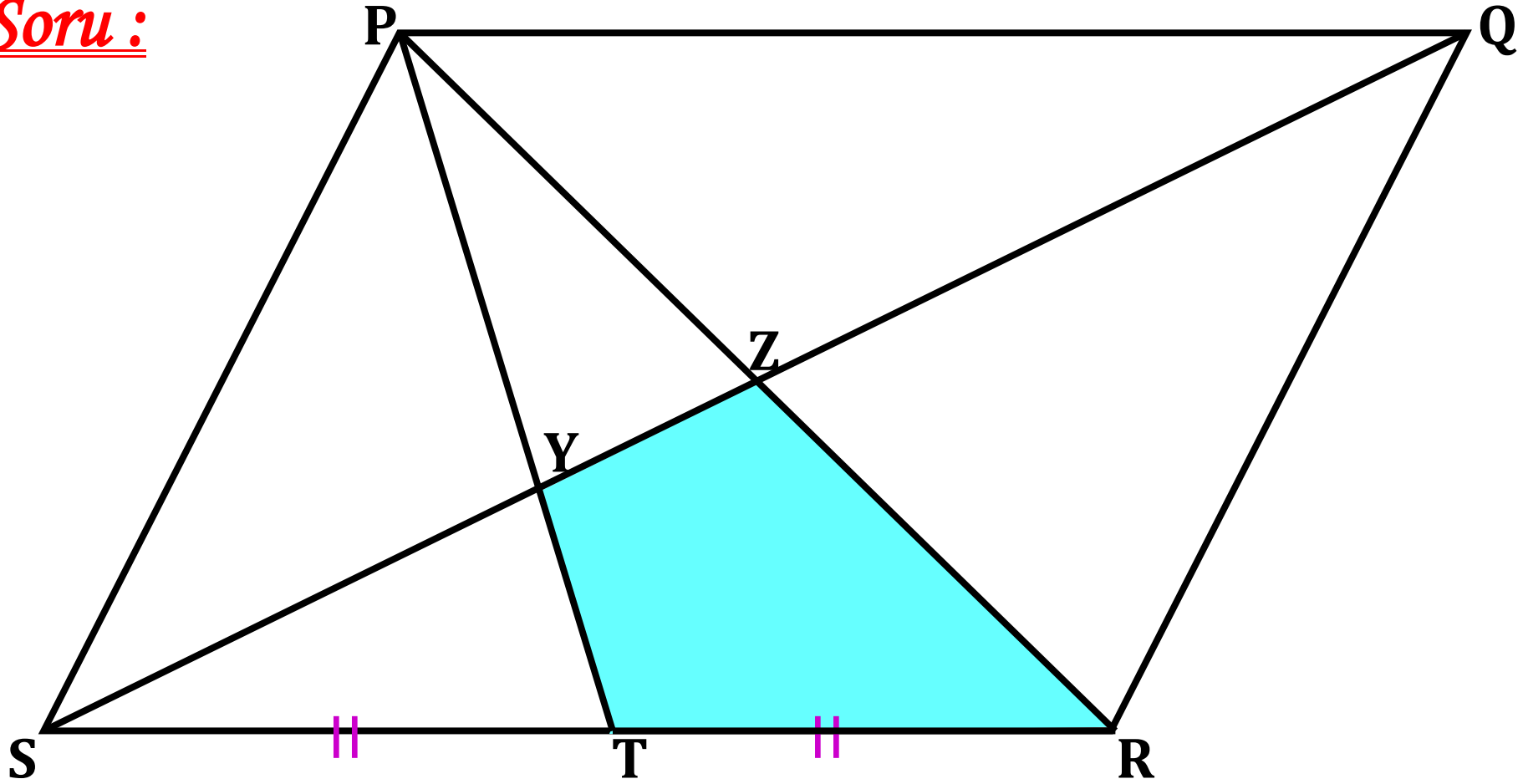
(E ile B birleştirilir.)

Kural 9:



alanlarını göstermektedir. ABCD paralelkenar ise , bölgelere ayrılan alan miktarları şekildeki gibidir. (Alan - taban ilişkisinden de bulunabilir.)

Soru :

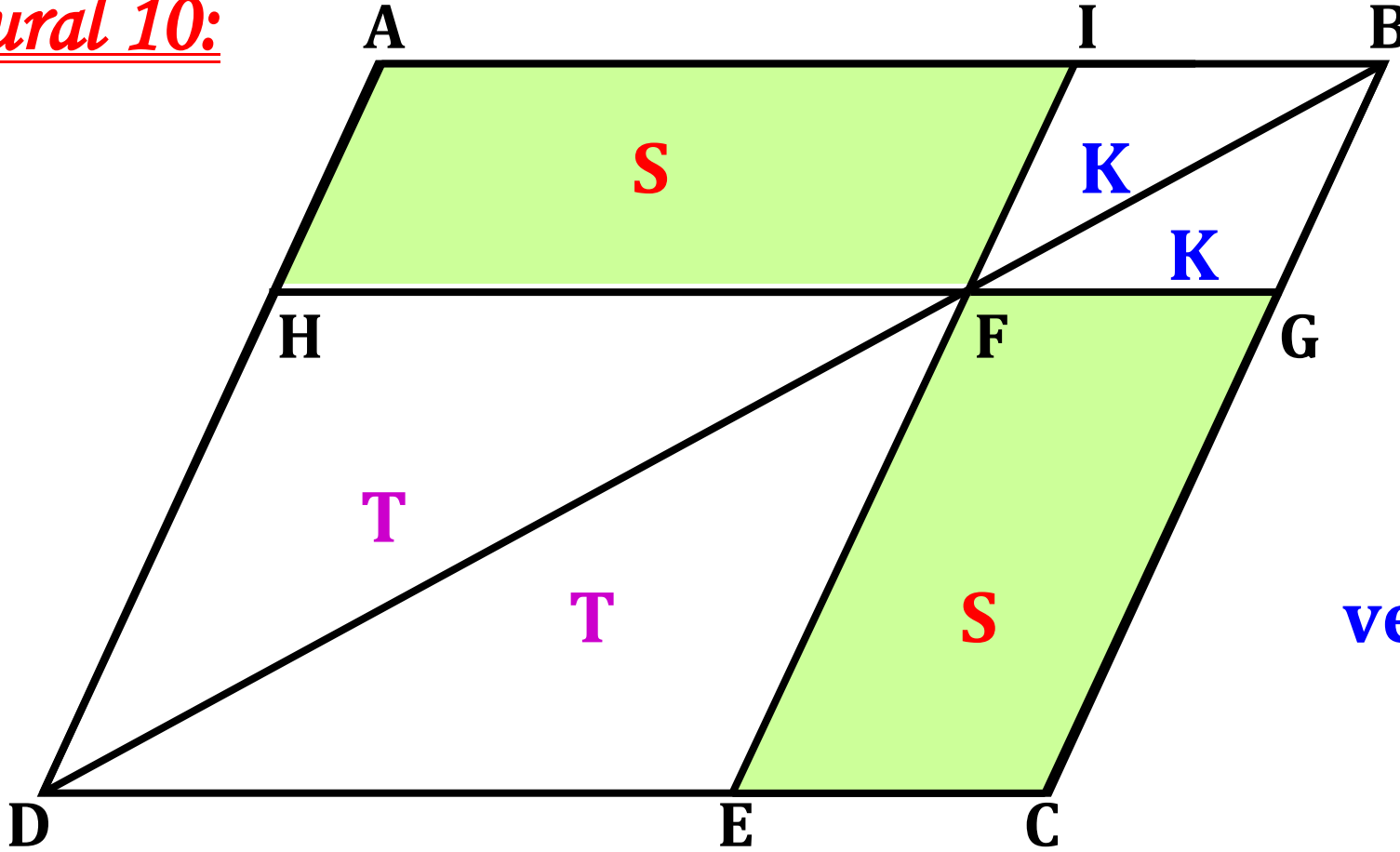


PQRS paralelkenar ve boyalı bölgenin alanı 20 br^2 ise

$A (PQRS) = ?$

(Şekil kurala benzetilir ve istenen sonuç bulunur.)

Kural 10:

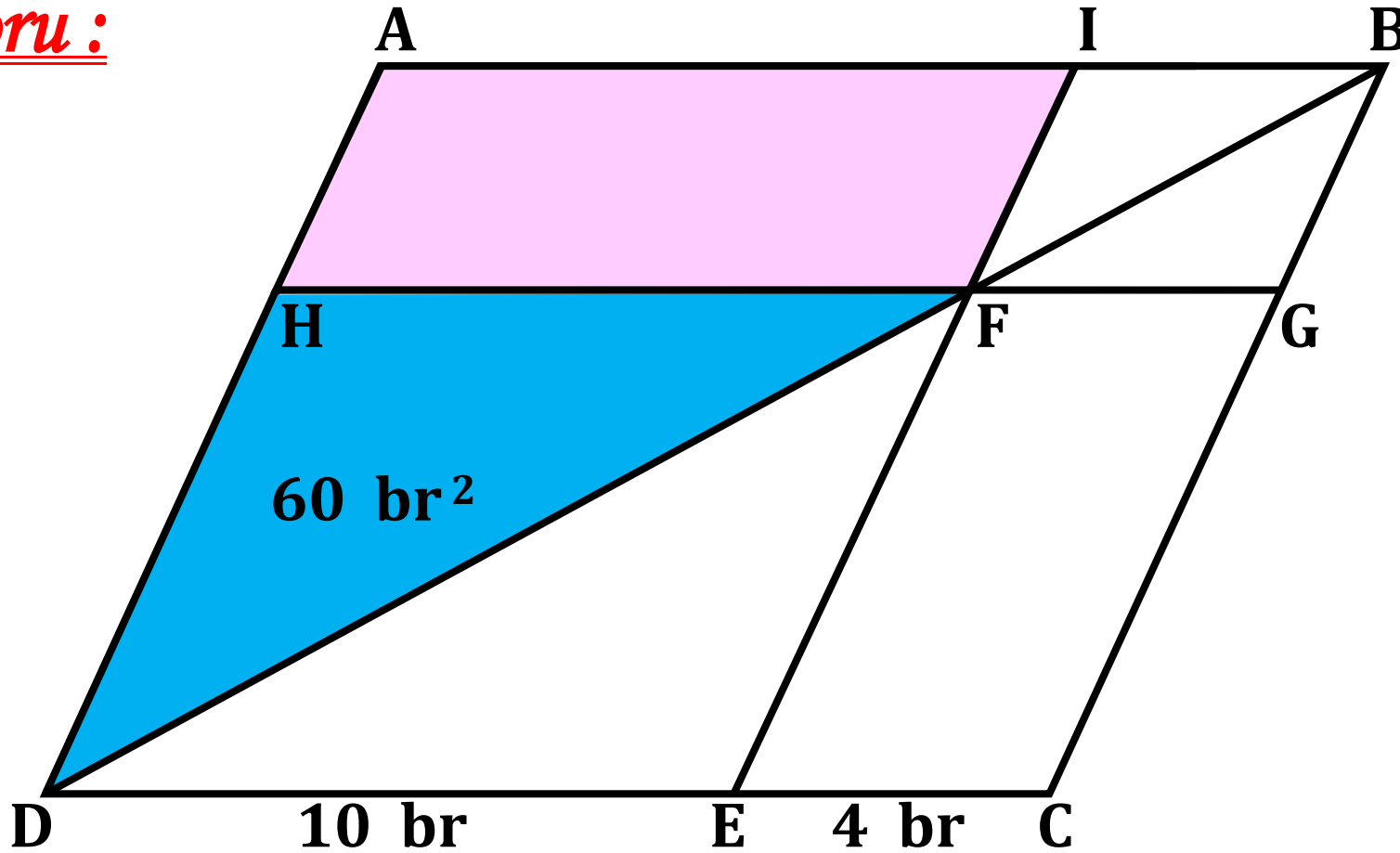


$[HG] \parallel [DC]$
ve $[EI] \parallel [CB]$
olsun.

ABCD paralelkenarında, $[BC]$ köşegen olmak üzere köşegenin iki tarafındaki boyalı bölgelerin alanları birbirine eşit olur.

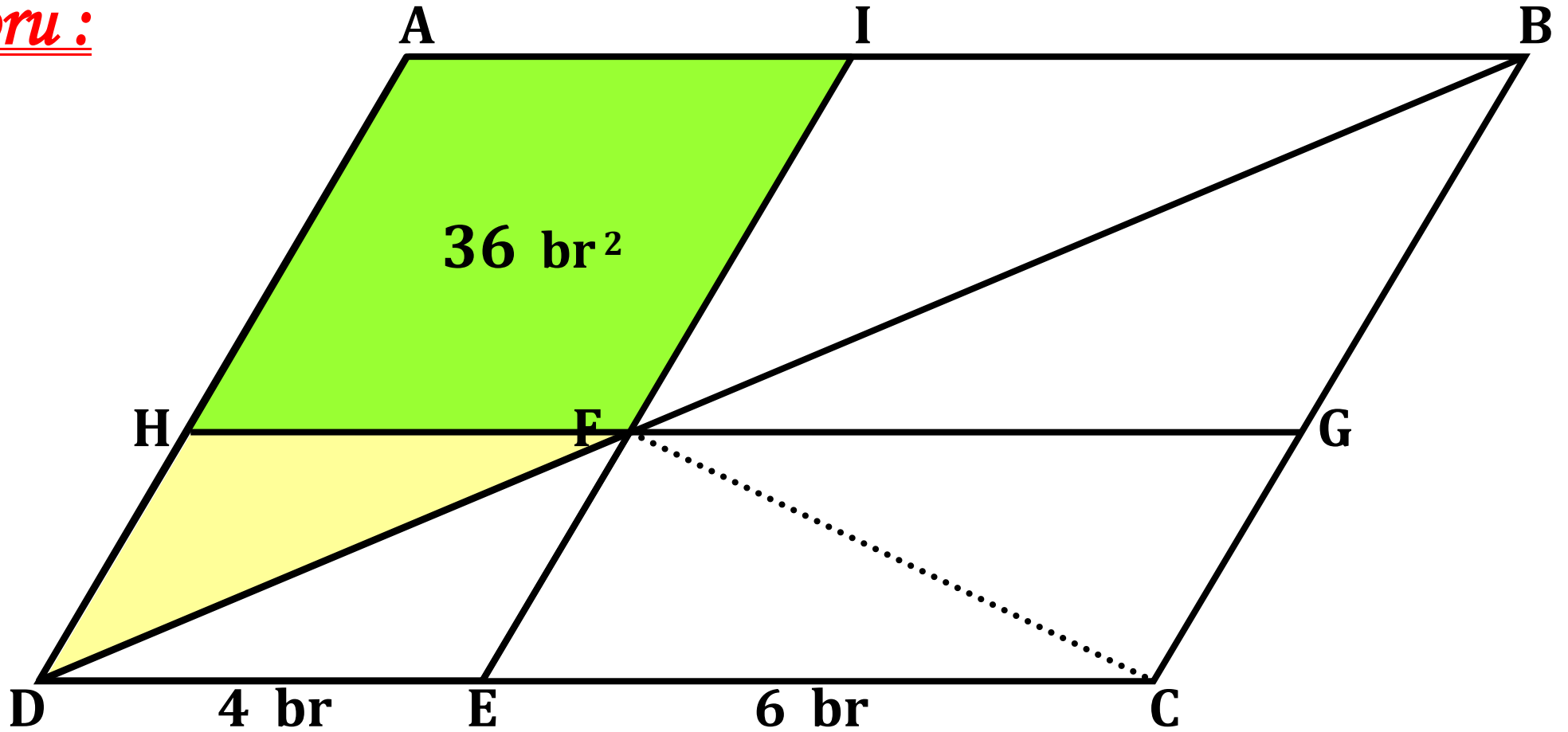
$A(CEFG) = A(AHFI)$ olarak alınır. Şekle bakılırsa paralelkenarın yarısına düşen parçaların alanları birbirine eşit oluyor.

Soru :



[HG] // [DC] ve [EI] // [CB] olsun. ABCD paralelkenarında [BD] köşegendir. Buna göre $A (AIF) = ?$

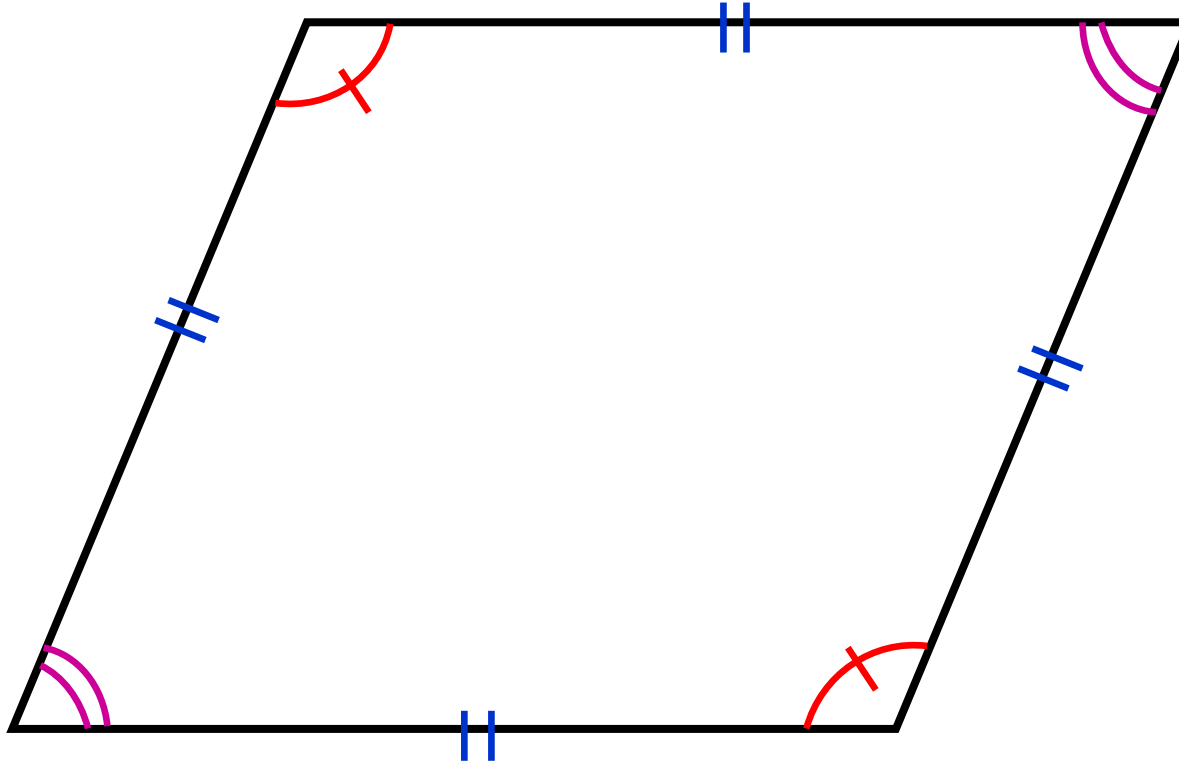
Soru :



[HG] // [DC] ve [EI] // [CB] olsun. ABCD paralelkenarında [BD] köşegendir. Buna göre boyalı bölgenin alanını bulunuz.

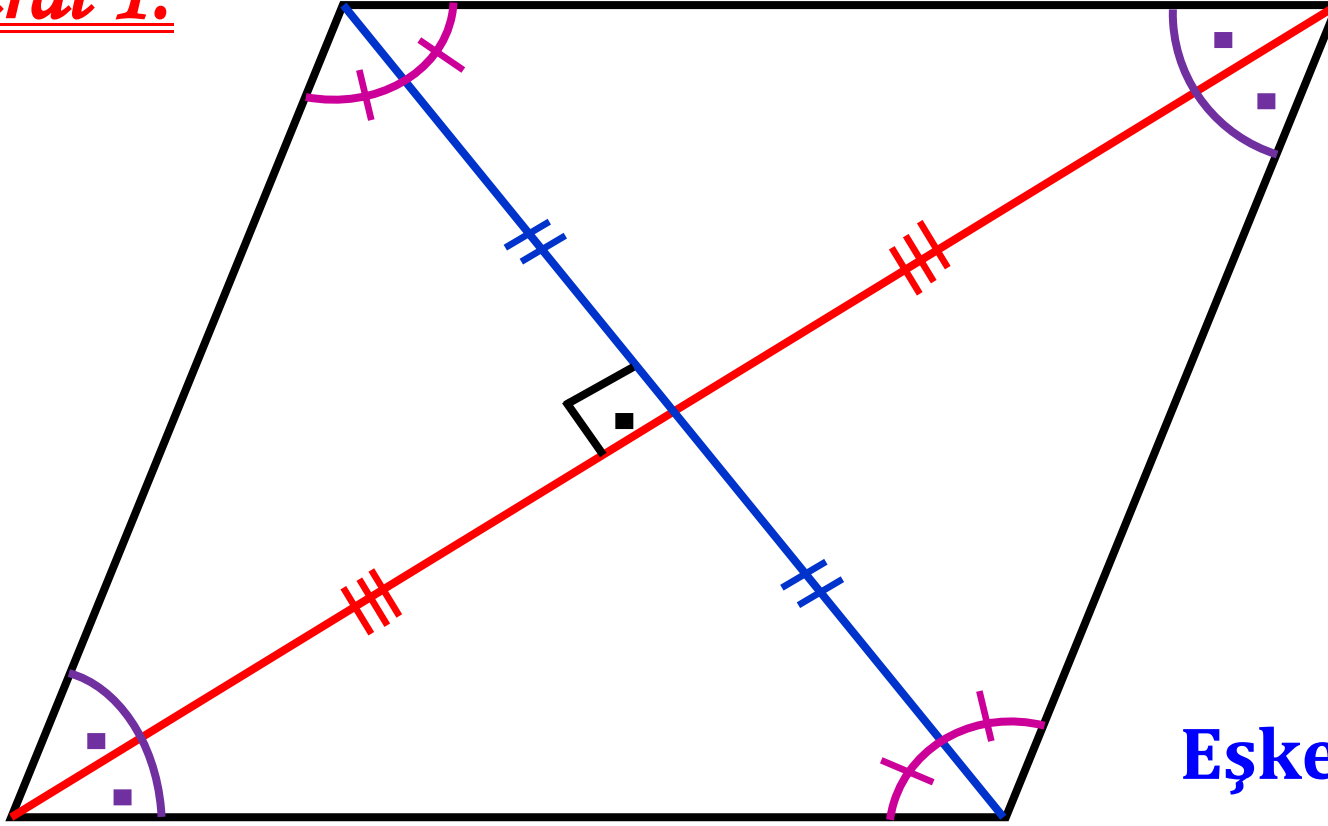
EŞKENAR DÖRTGEN

Tanım: Kenarları birbirine eşit olan paralelkenara “eşkenar dörtgen” adı verilir.



*** Eşkenar dörtgen bir paralelkenar olduğundan dolayı, paralelkenarın bütün özelliklerini sağlar.

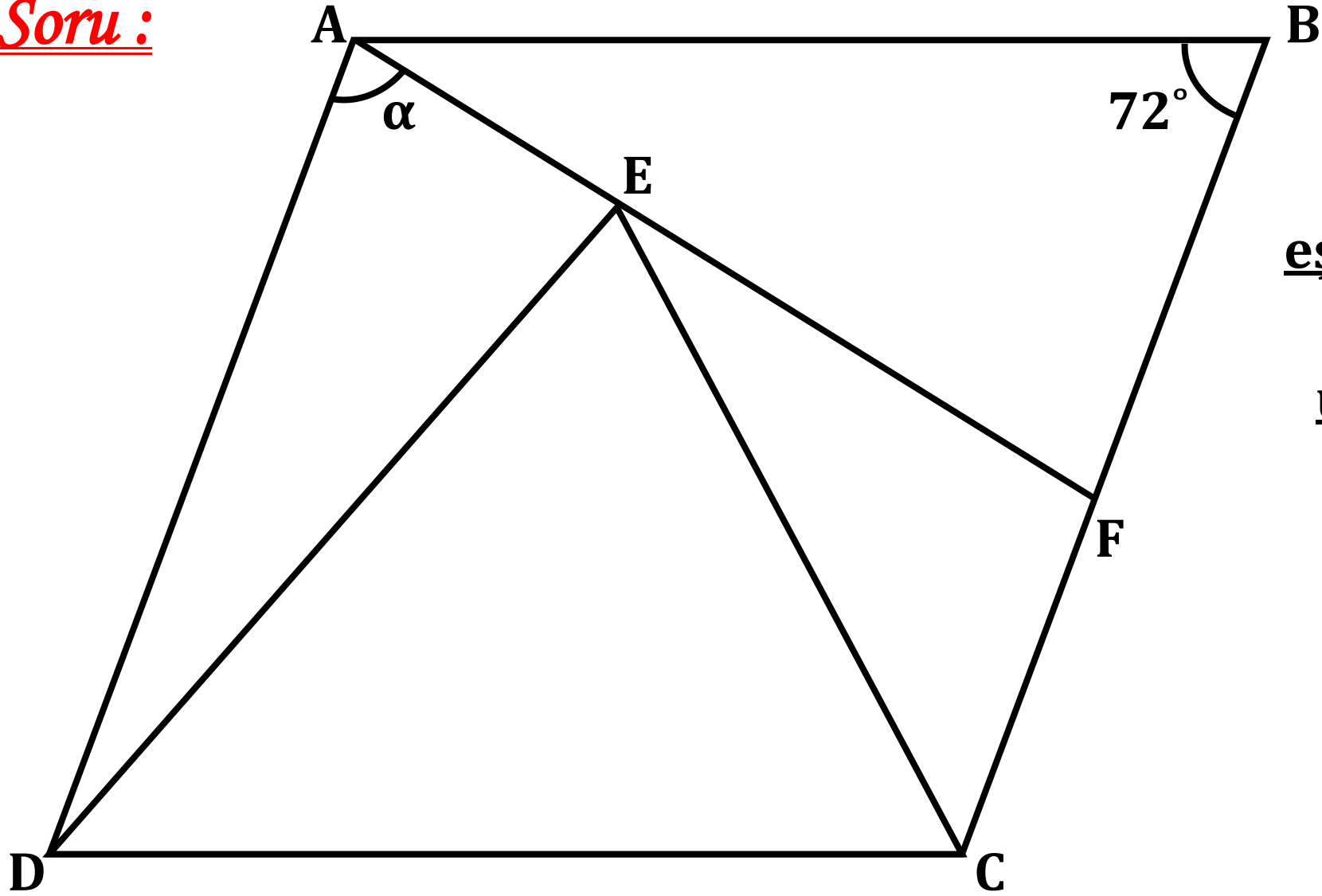
Kural 1:



Eşkenar dörtgende;

- A) Köşegenler birbirine ortalar.
- B) Köşegenler aynı zamanda açıortaydırlar.
- C) Köşegenler birbirini dik keserler.

Soru :

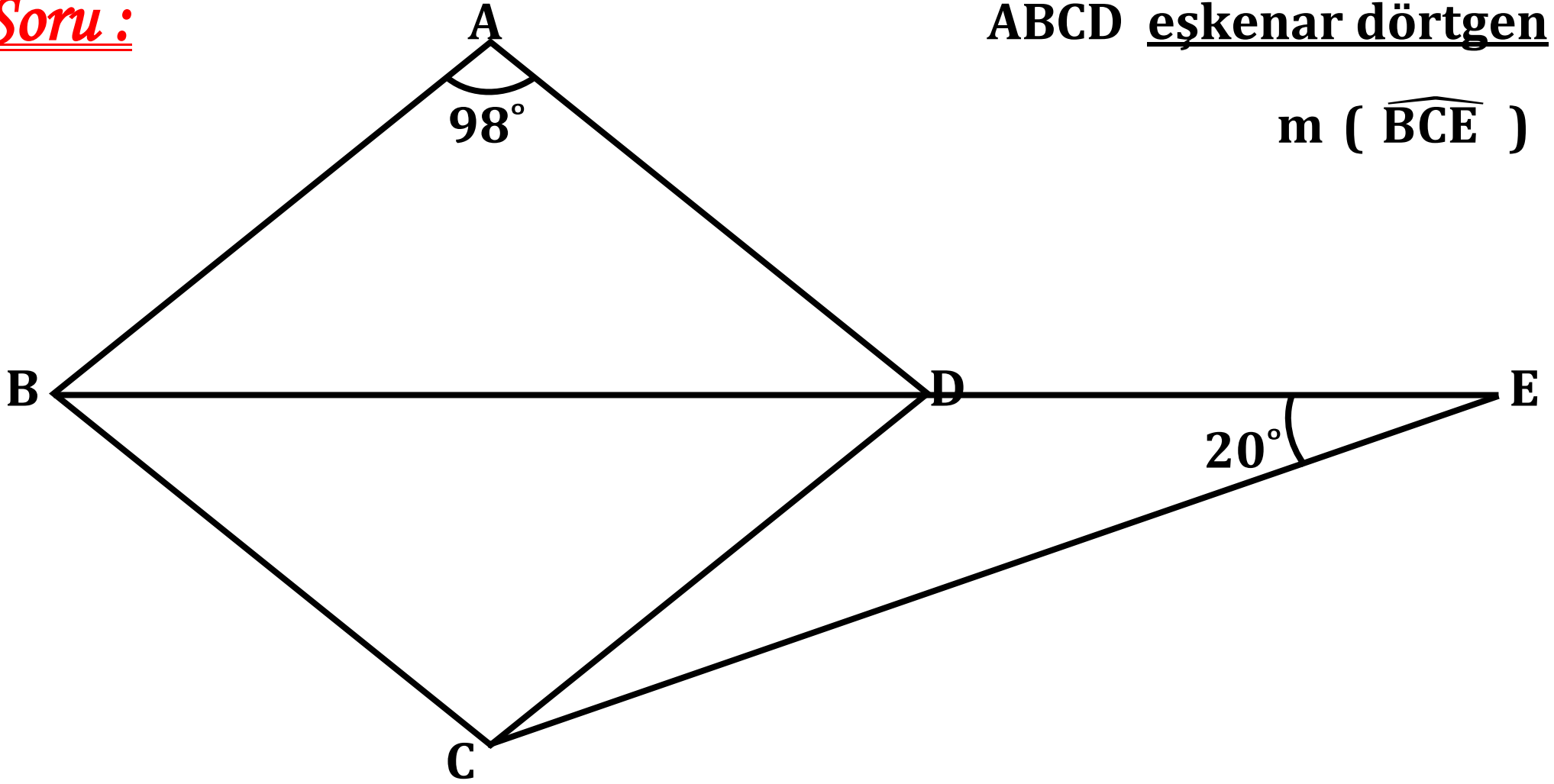


ABCD
eşkenar dörtgen,
CDE eşkenar
üçgen ise $\alpha = ?$

Soru :

ABCD eşkenar dörtgen ise

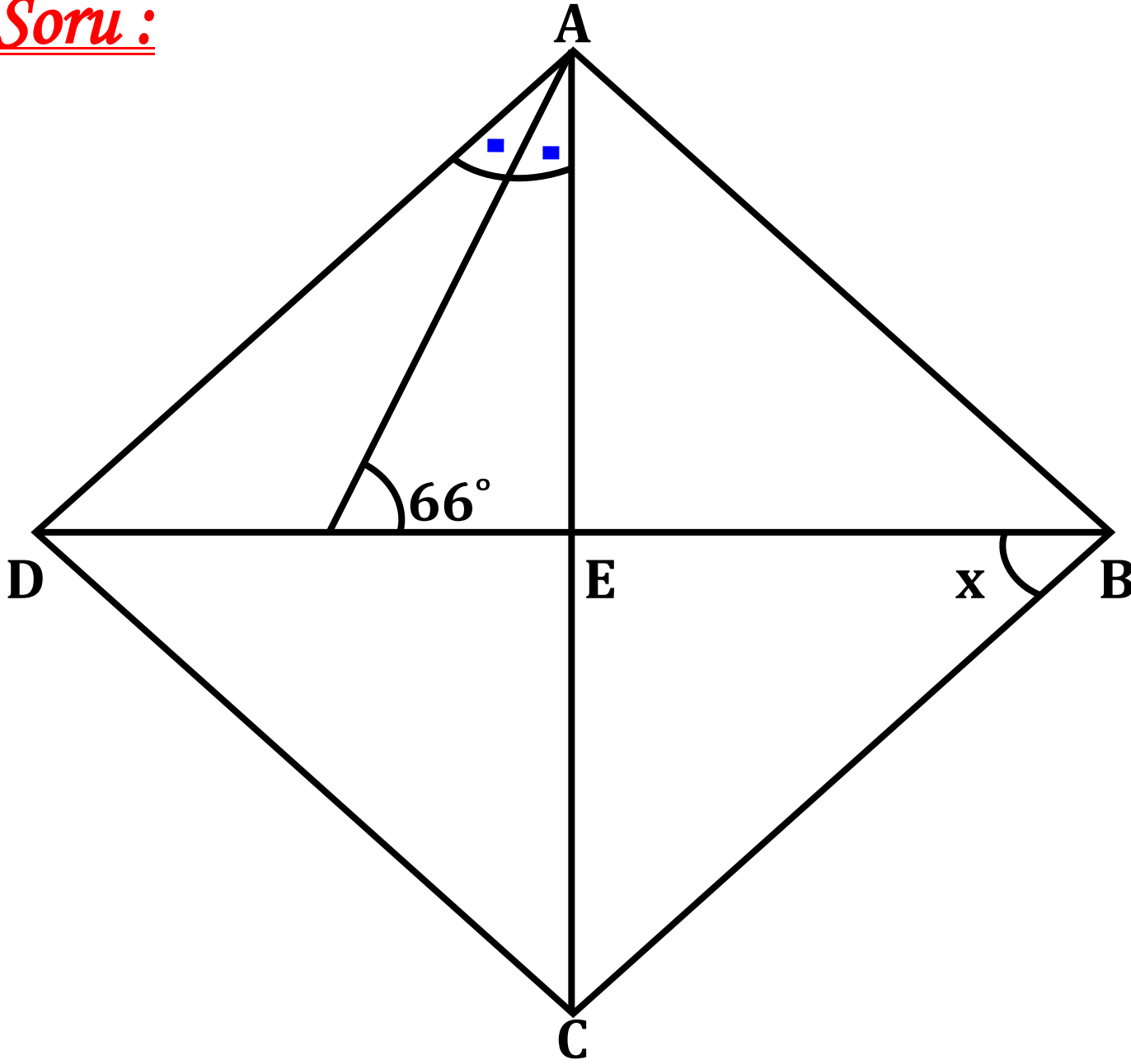
$$m (\widehat{BCE}) = ?$$



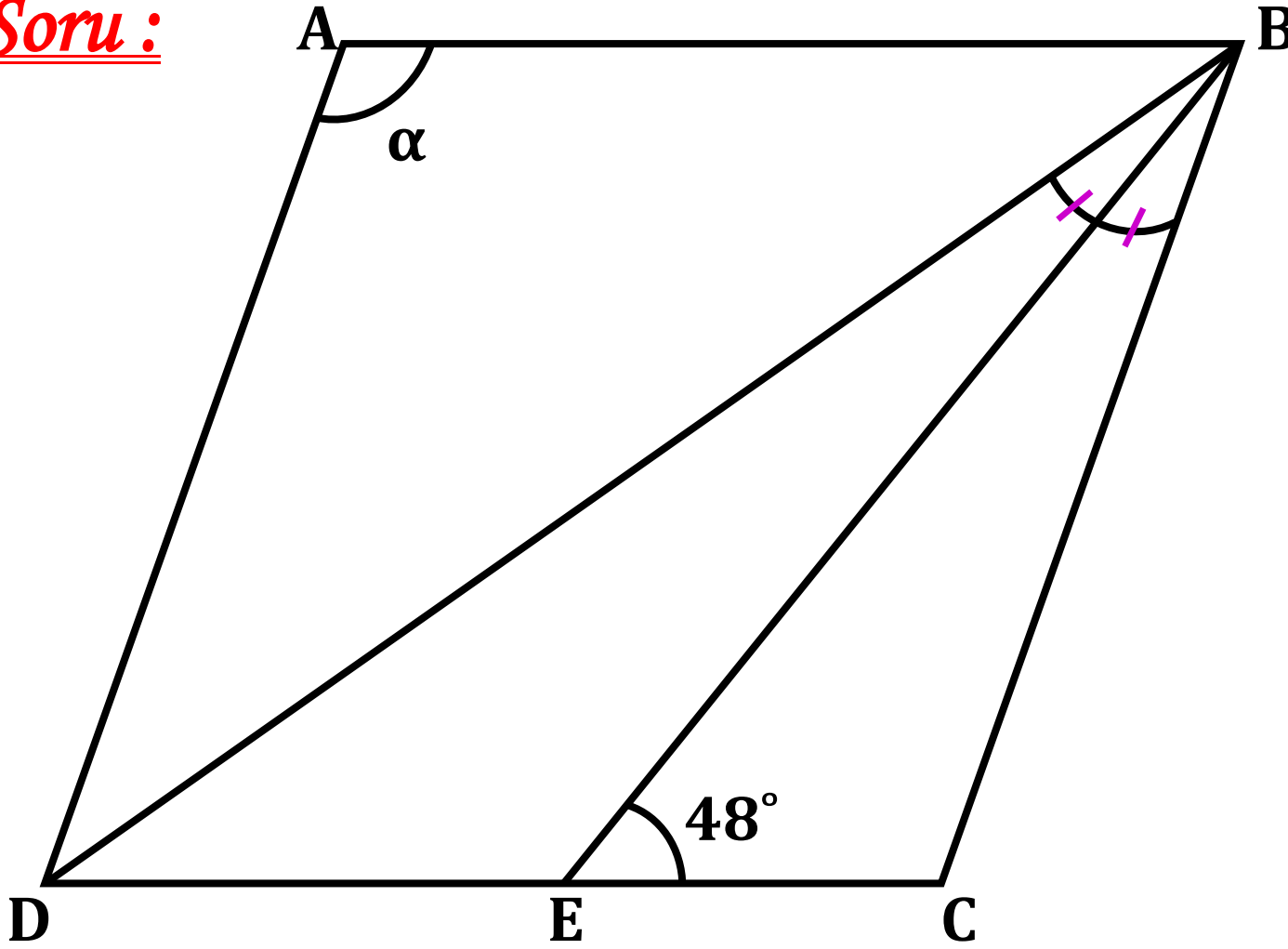
Soru :

ABCD eşkenar dörtgen

ise $x = ?$

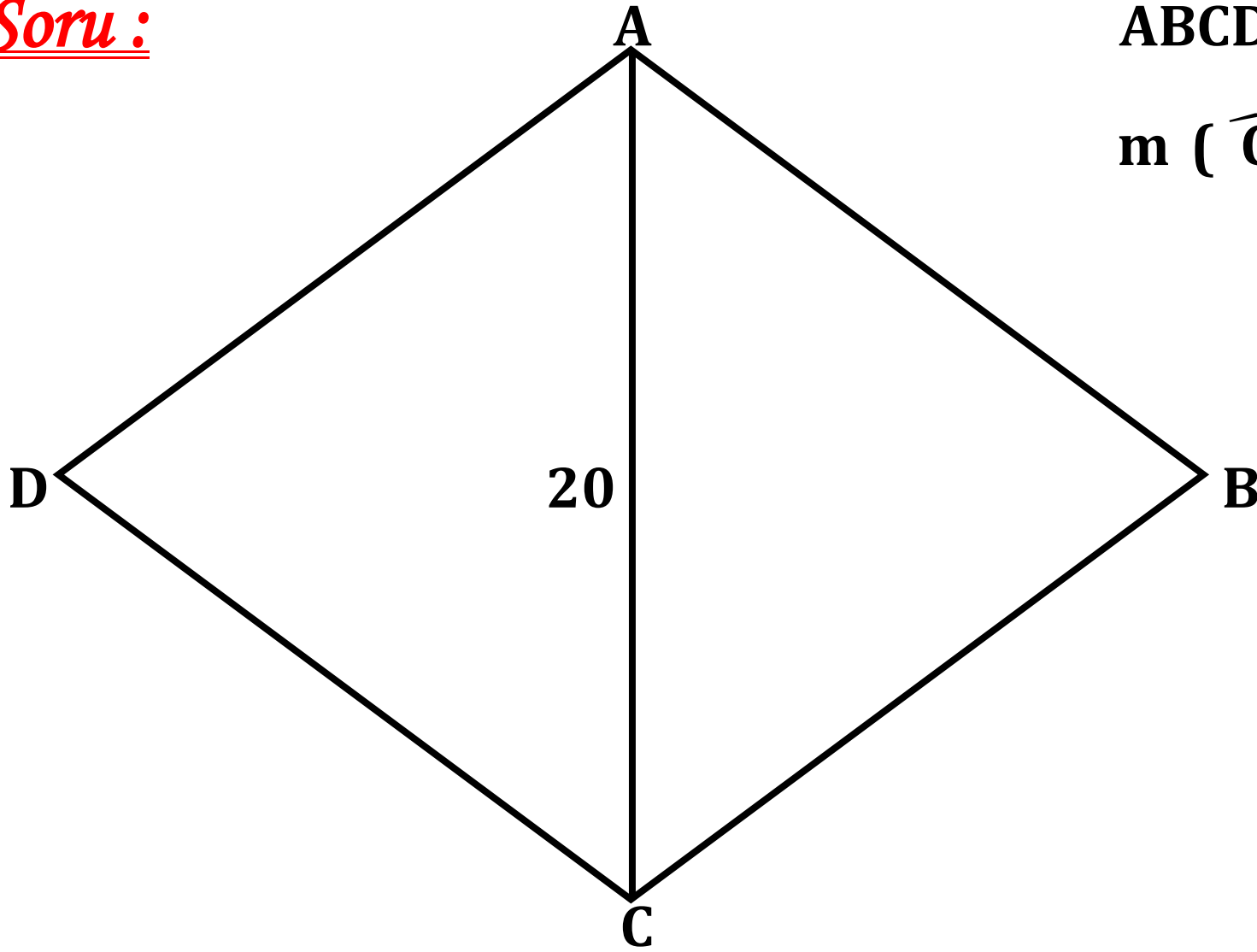


Soru :



**$ABCD$
eşkenar dörtgen
ise $x = ?$**

Soru :

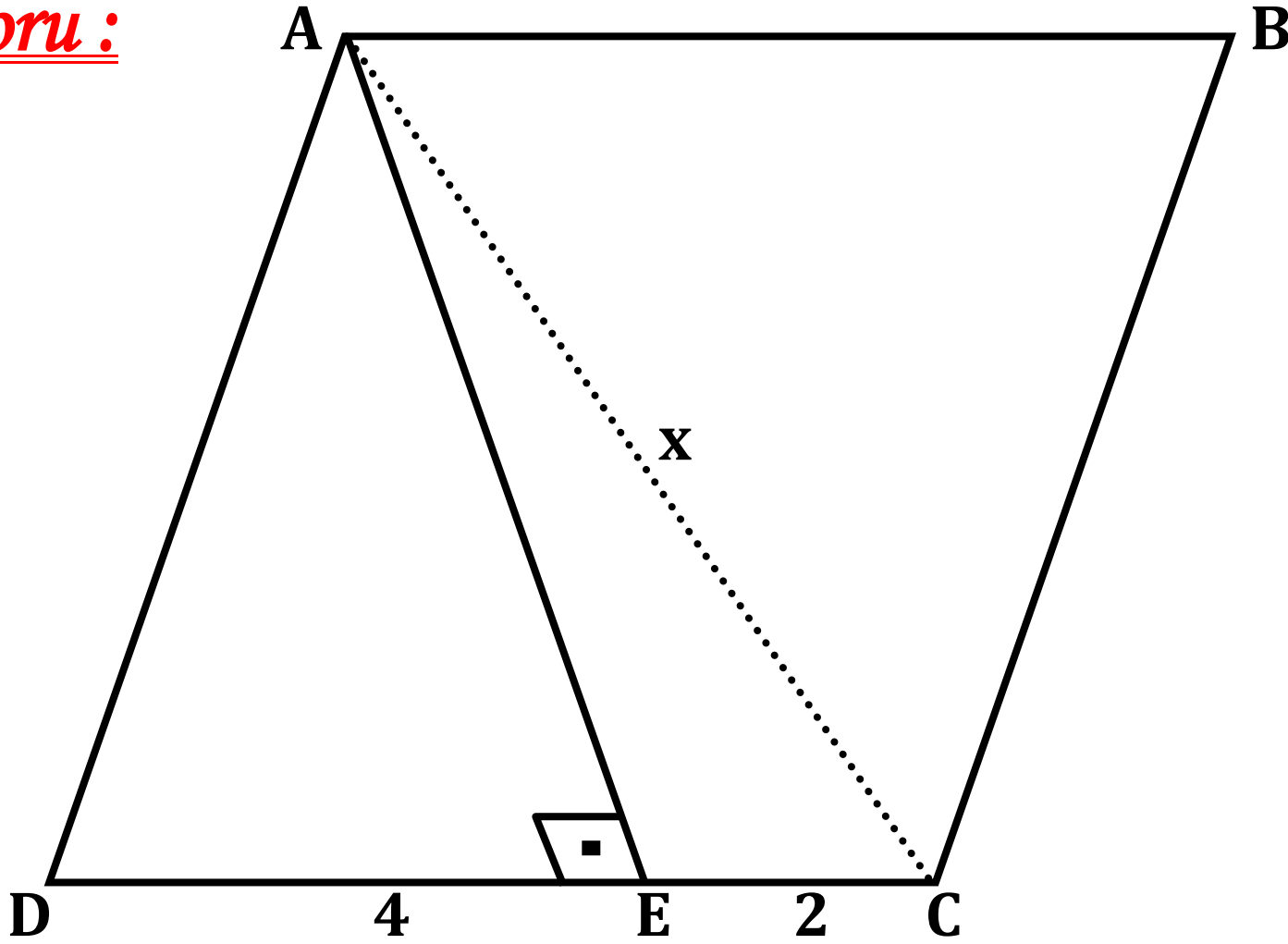


ABCD eşkenar dörtgen ve

$$m(\widehat{C}) = 2 \cdot m(\widehat{D}) \text{ ise}$$

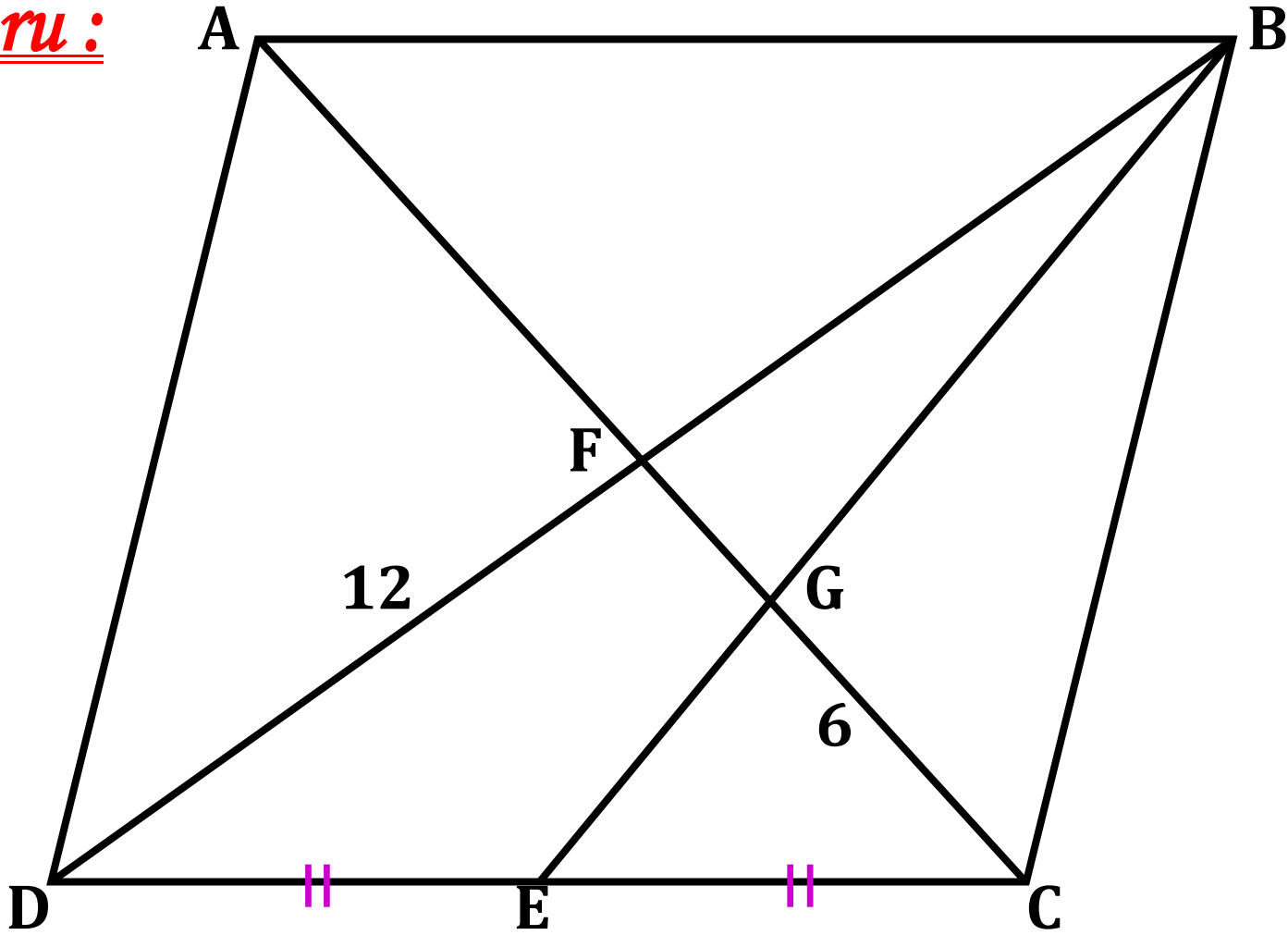
$$\angle(ABCD) = ?$$

Soru :



$ABCD$
eşkenar dörtgen
ise $x = ?$

Soru :



ABCD

eşkenar dörtgen

ise $\angle (ABCD) = ?$

(Paralelkenardaki özellikten veya
ağırlık merkezinden eksik parçaları
bul. Dik üçgenden istenen elde edilir.)

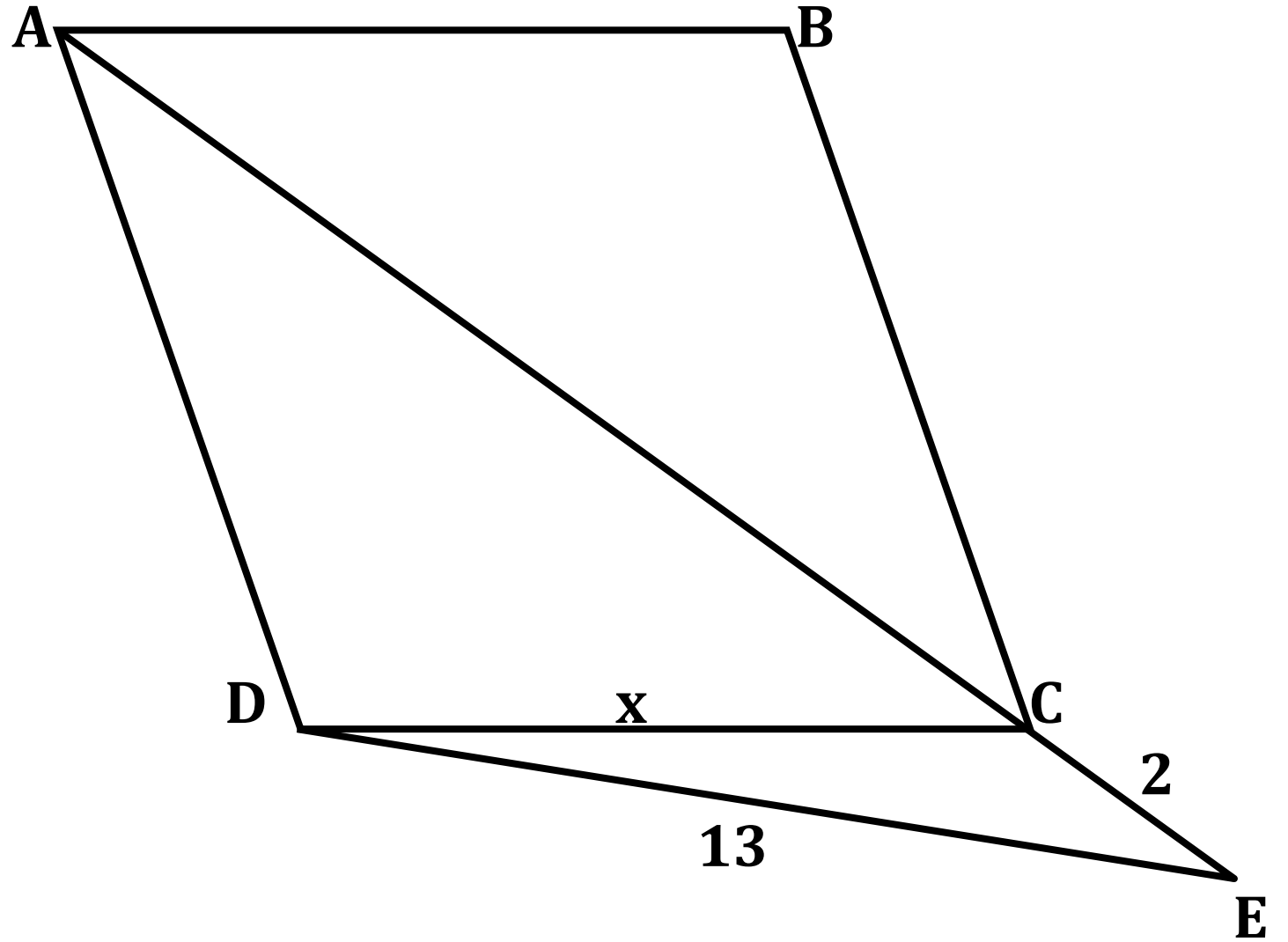
Soru :

ABCD eşkenar

dörtgen ve

$|AC| = 20$ br

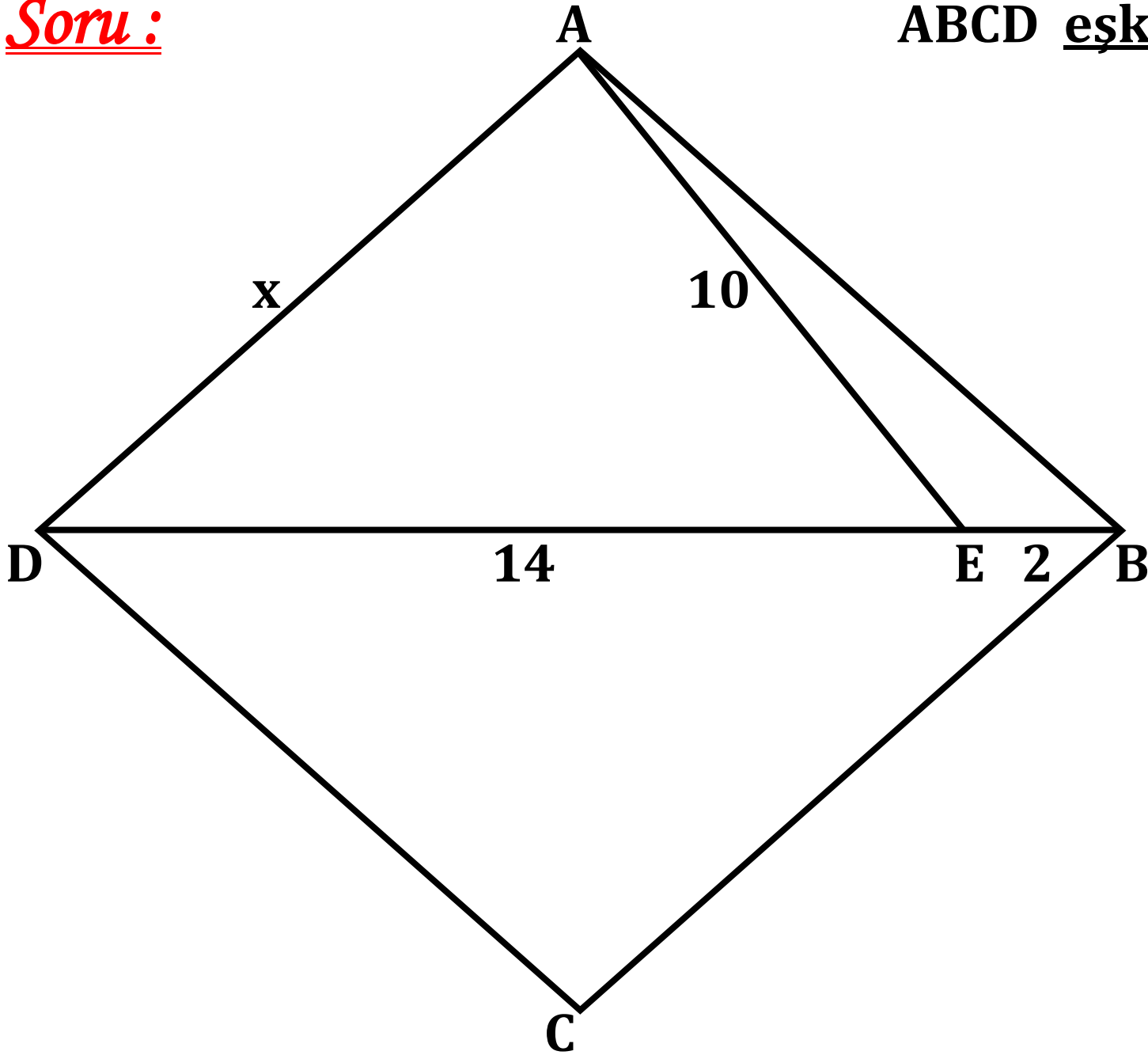
ise $x = ?$



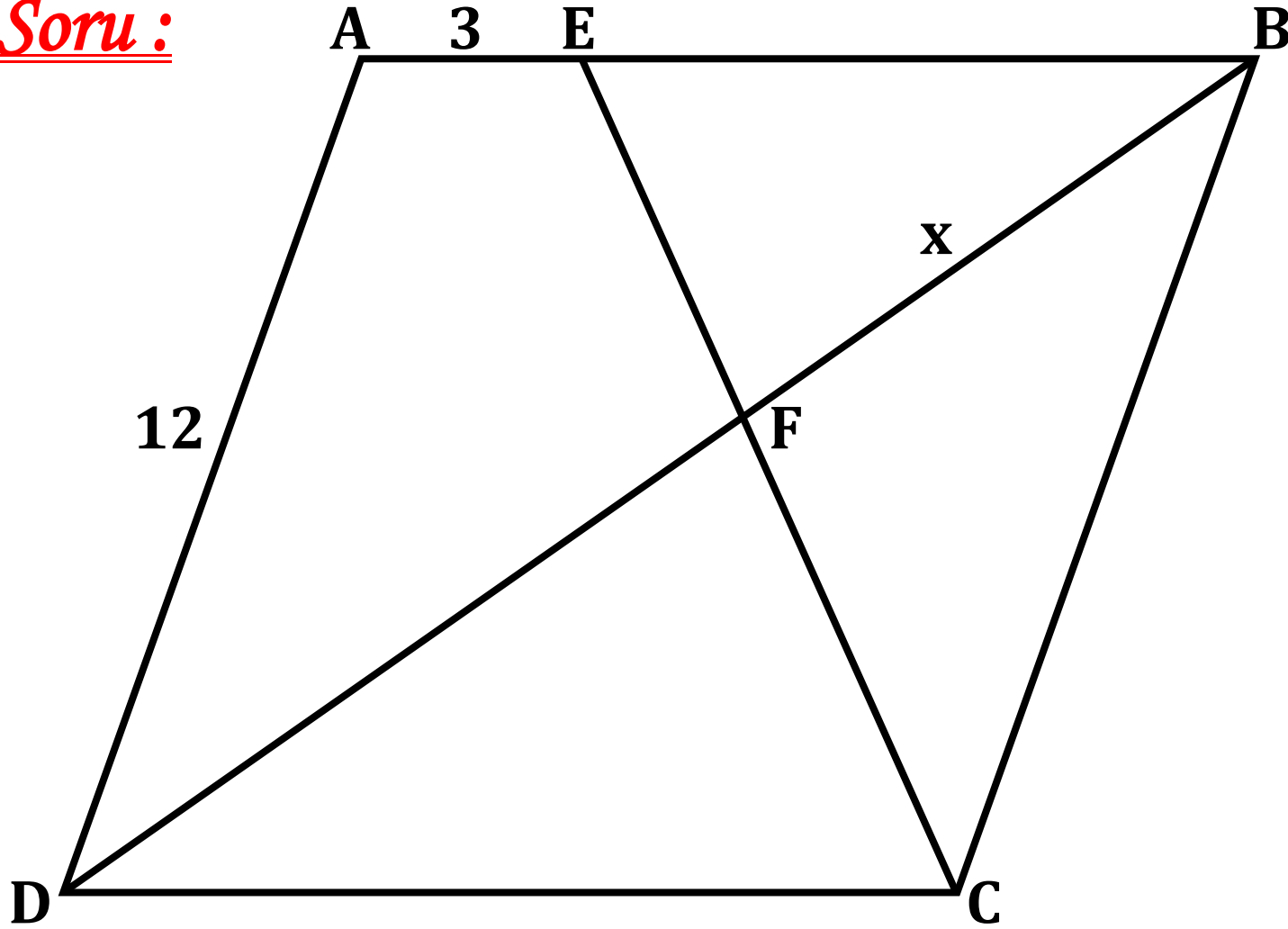
(Diğer köşegen çizilir ve iki dik üçgenden x bulunur.)

Soru :

ABCD eşkenar dörtgen ise $x = ?$



Soru :

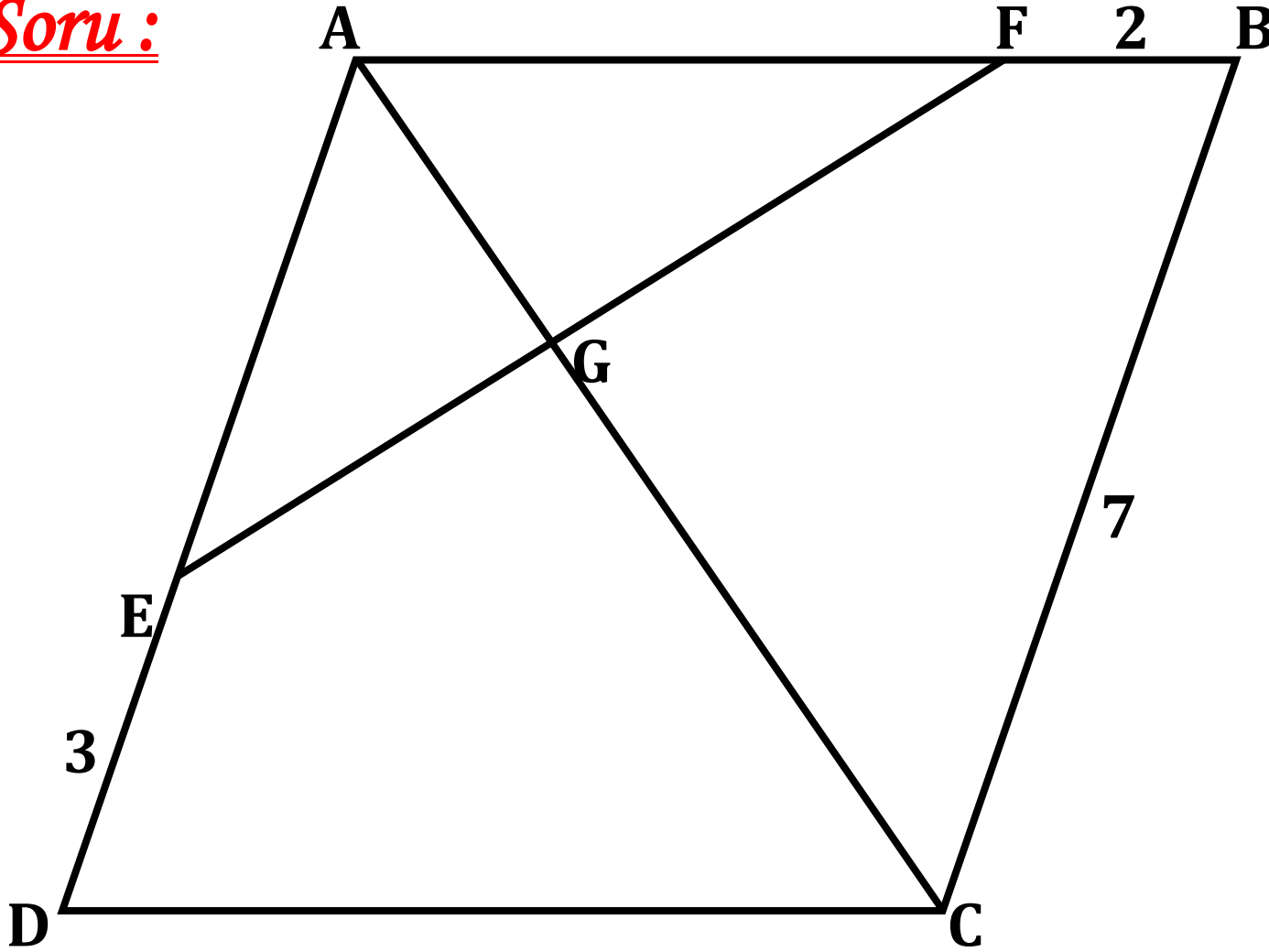


$ABCD$
eşkenar dörtgen

ve $|DB| = 14$

ise $x = ?$

Soru :



ABCD eşkenar

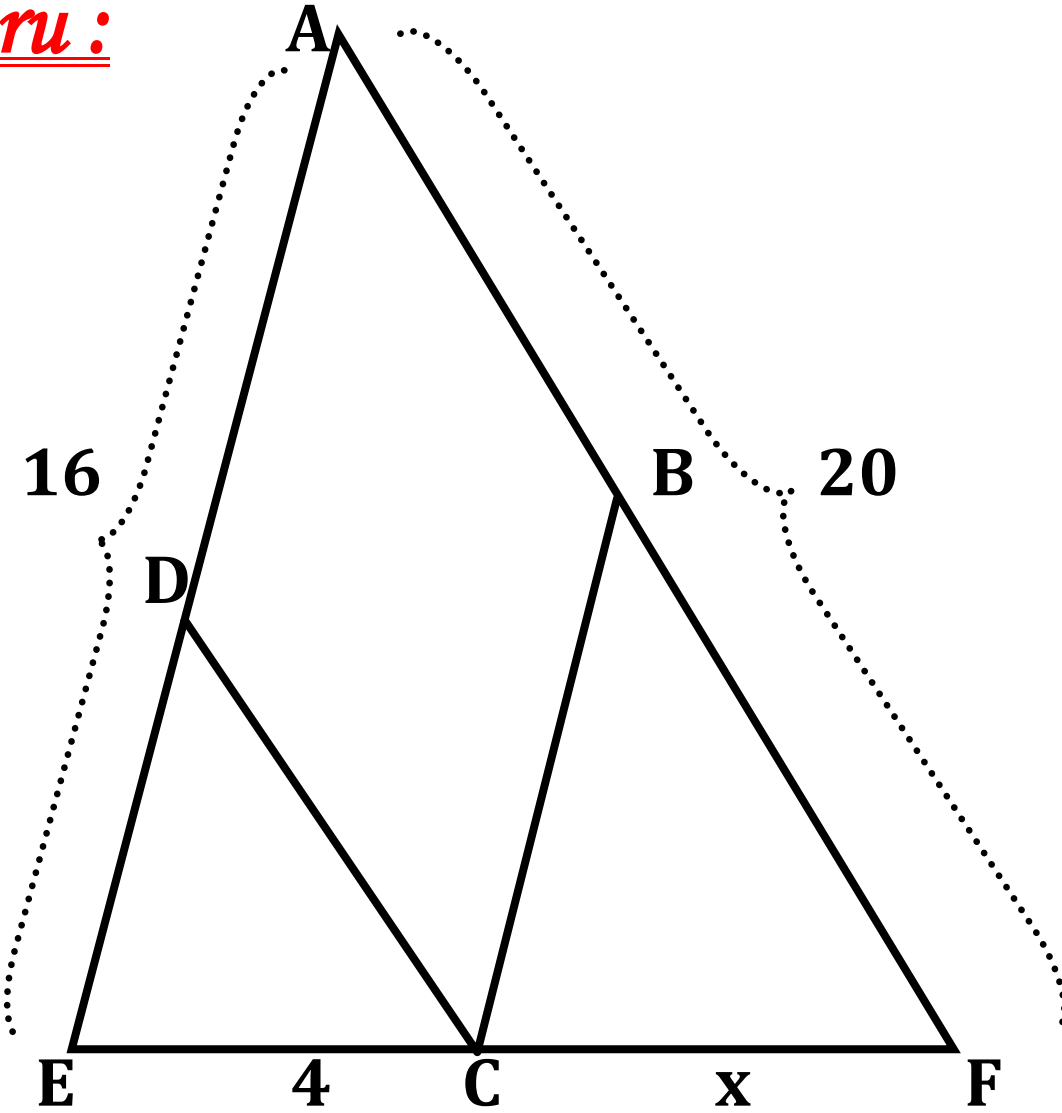
dörtgen ise $\frac{|EG|}{|GF|} = ?$

(E 'den paralel çek.)

Soru :

ABCD eşkenar dörtgen ise

$x = ?$

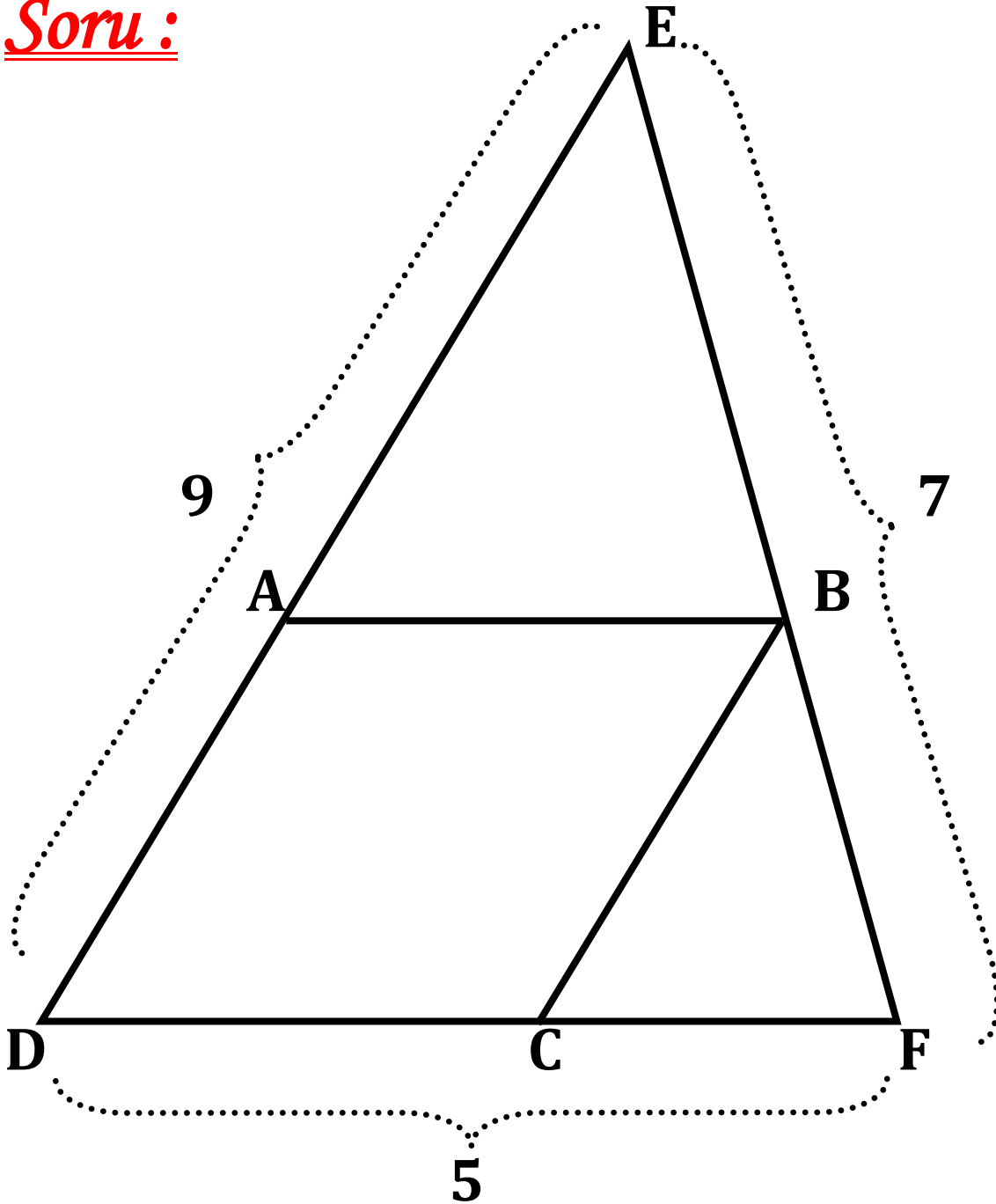


(A ile C birleştirilir. Köşegenler aynı zamanda açıortaydı. Açıortayda yan tabanlar alt tabanlar ile orantılı idi.)

Soru :

ABCD eşkenar dörtgen

ise $|EB| = ?$

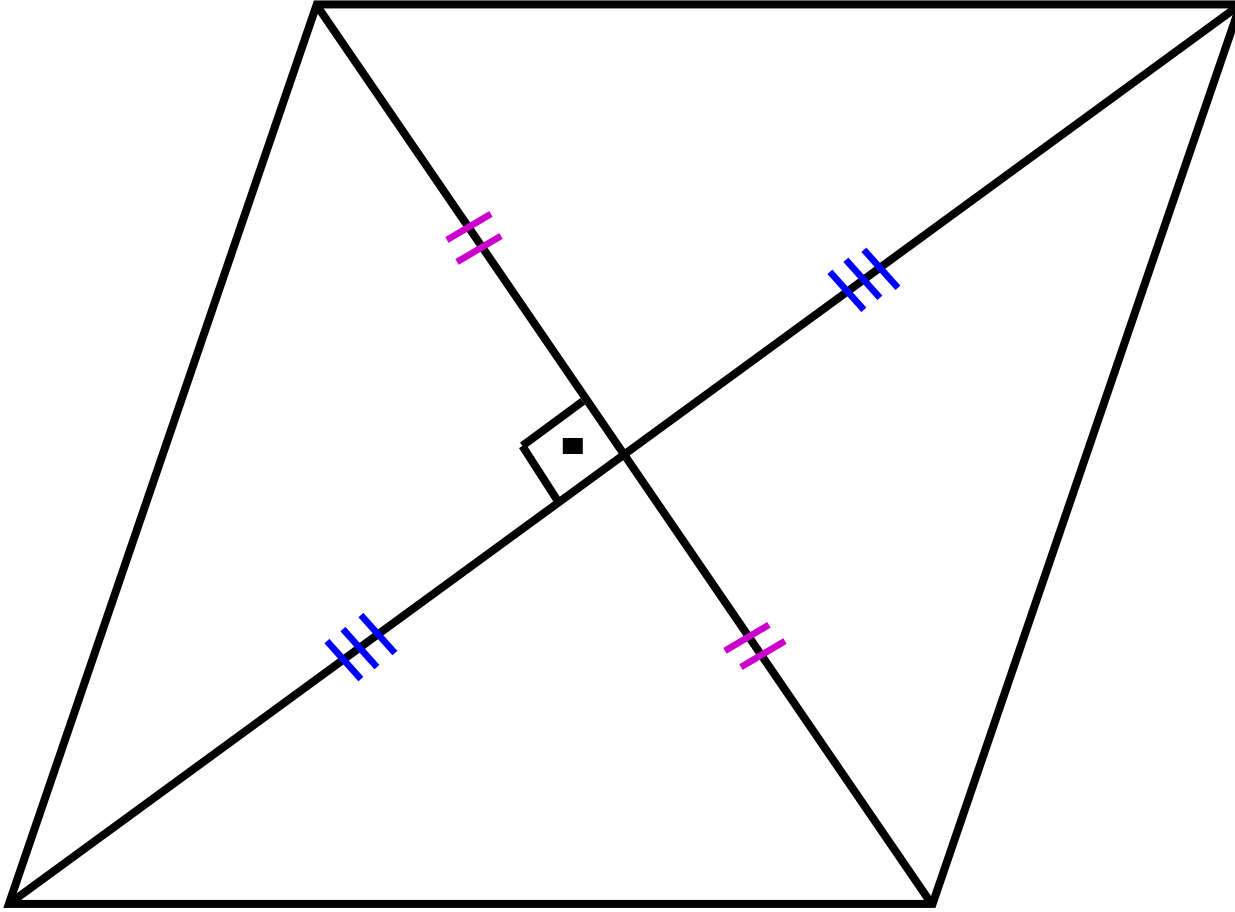


Kural 2: Köşegen uzunlukları e ve f , kenar uzunluğu a br olan eşkenar dörtgende ; $e^2 + f^2 = 4a^2$ olarak alınır.

Aynı kural paralelkenarda da vardı. İstenirse şekil üzerinden de çözüm yapılabilir.

Soru : Bir köşegeni 12 br ve çevresi 40 br olan eşkenar dörtgen-de diğer köşegen uzunluğunu bulunuz.

2. yol: Şekil üzerinden de bulunabilir.

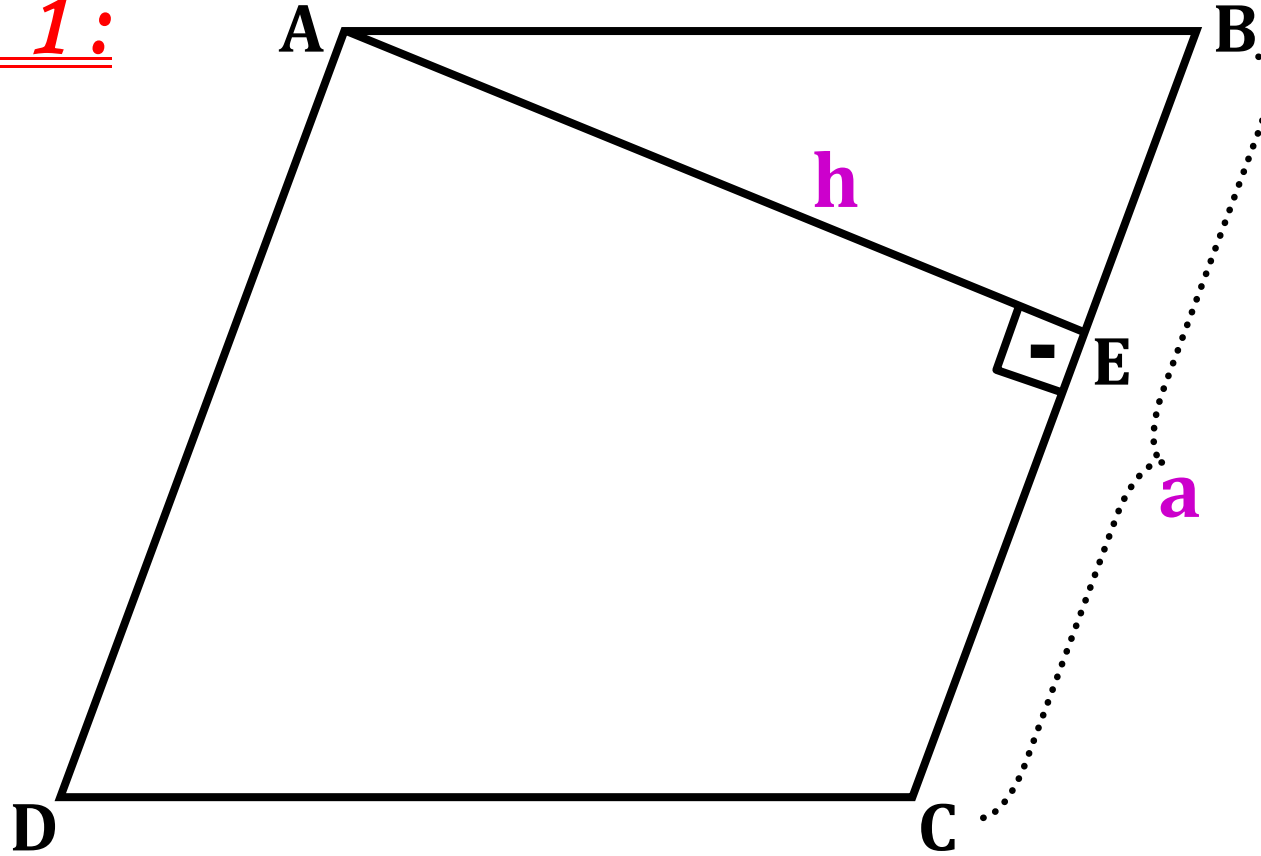


Soru : Köşegen uzunlukları 10 ve 24 br olan eşkenar dörtgenin çevre uzunluğunu bulunuz.

Soru : Köşegen uzunlukları oranı $\frac{2}{5}$ olan eşkenar dörtgenin bir kenar uzunluğu $\sqrt{29}$ br ise dörtgenin kısa köşegen uzunluğunu bulunuz.

Eşkenar Dörtgenin Alanı

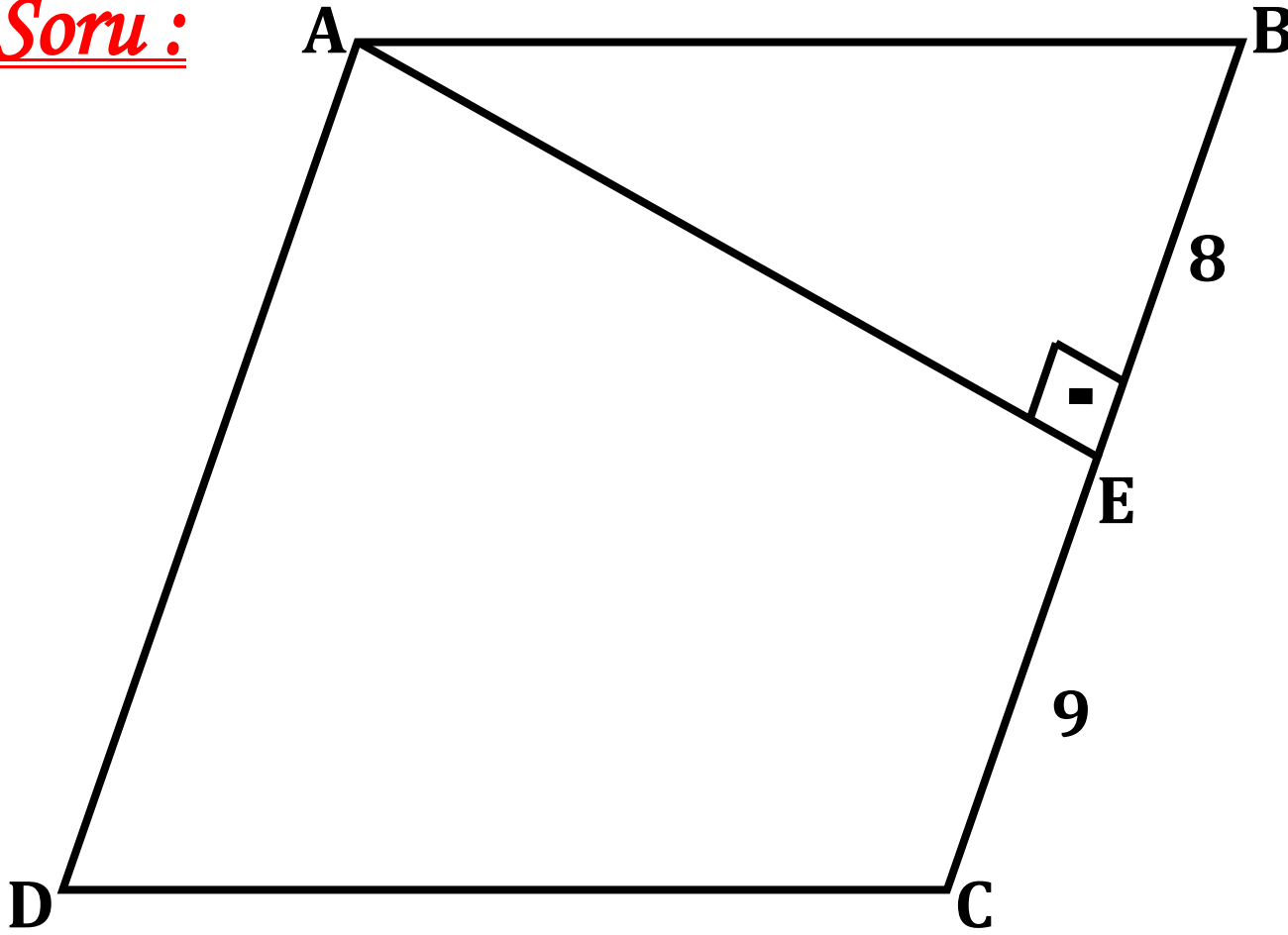
Kural 1:



ABCD eşkenar dörtgen ise, $A (ABCD) = a \cdot h$ olarak alınır.

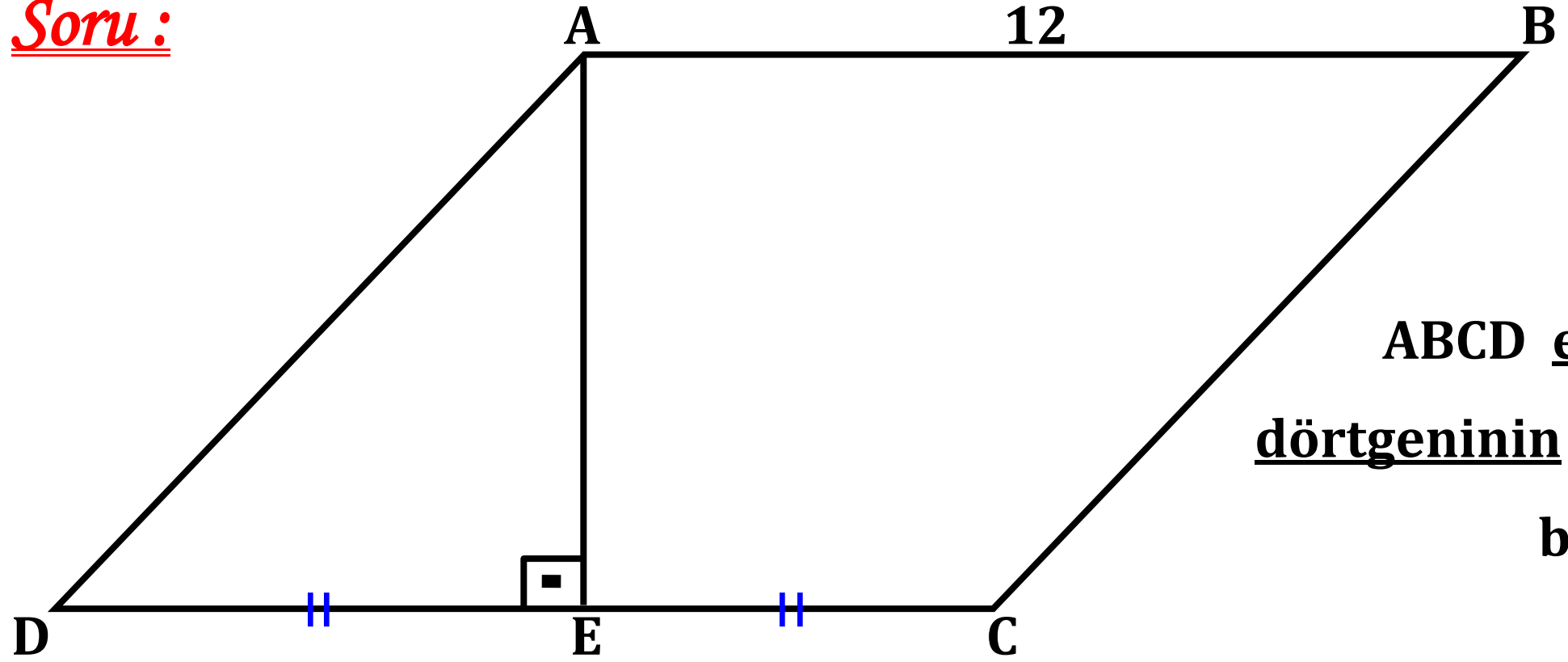
*** Paralelkenardaki alan formülleri burada da geçerlidir.

Soru :



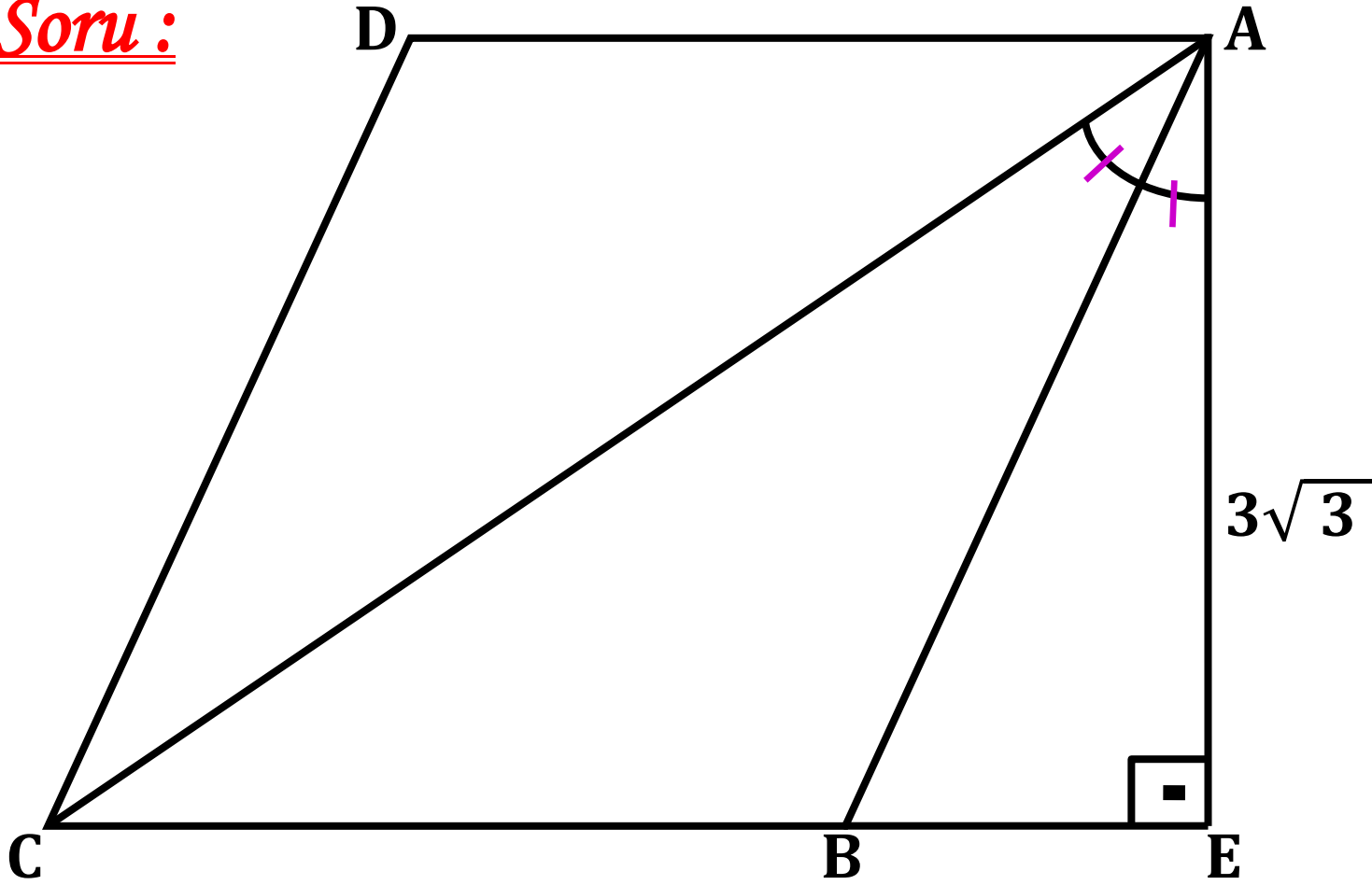
ABCD eşkenar
dörtgeninin alanını
bulunuz.

Soru :



**ABCD eşkenar
dörtgeninin alanını
bulunuz.**

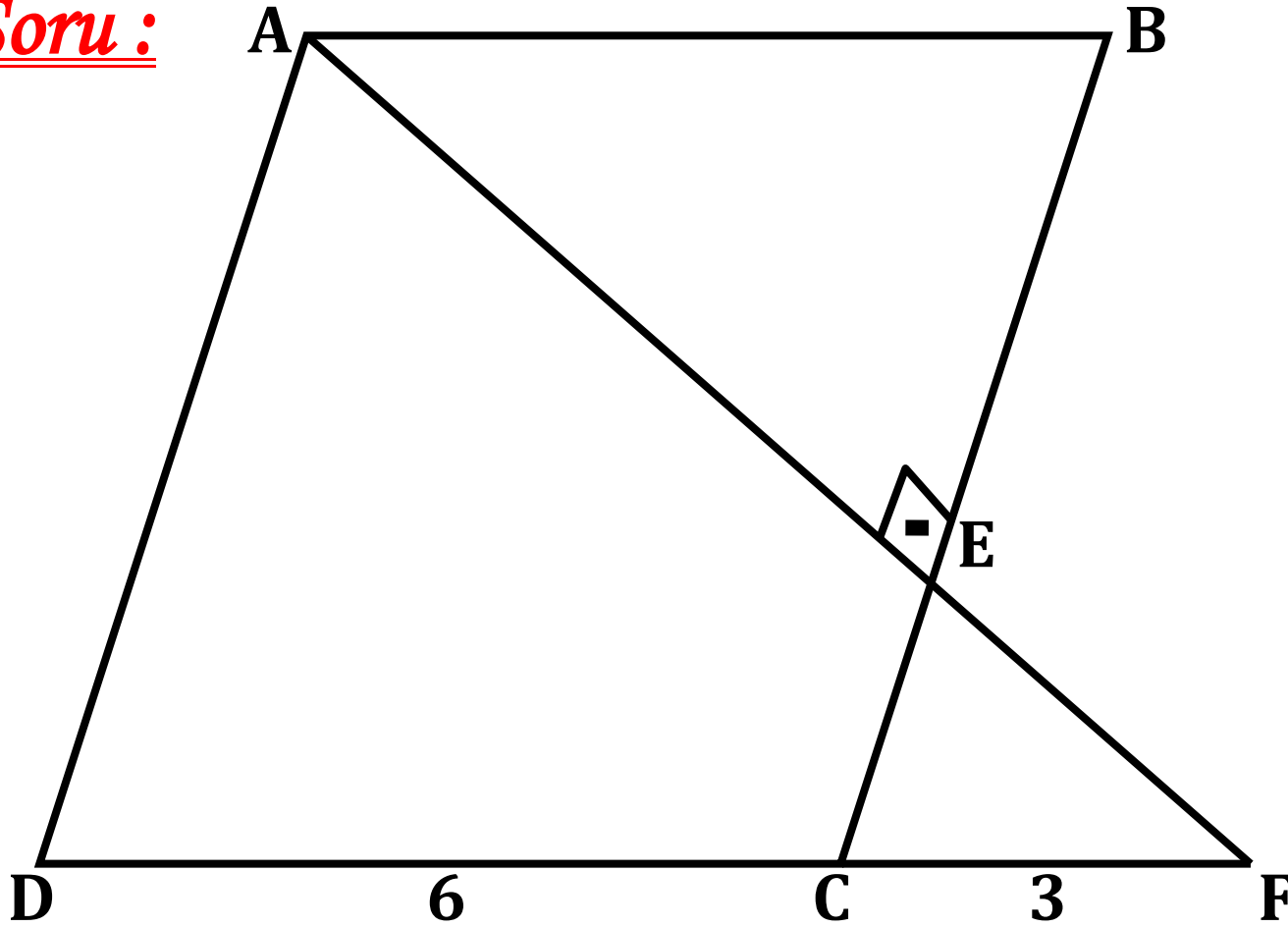
Soru :



ABCD eşkenar
dörtgenin alanını
bulunuz.

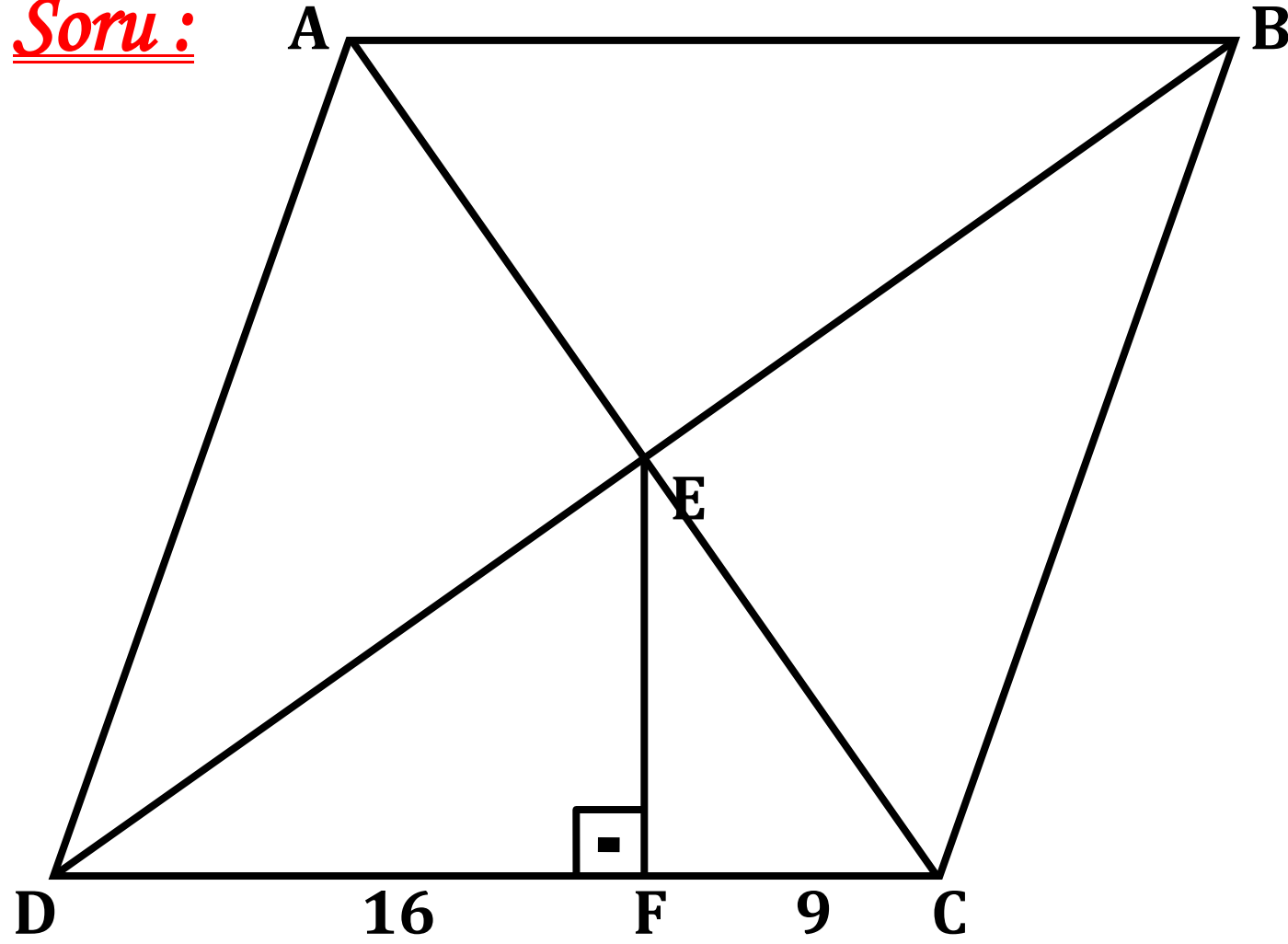
(Köşegen
açıortay idi.)

Soru :



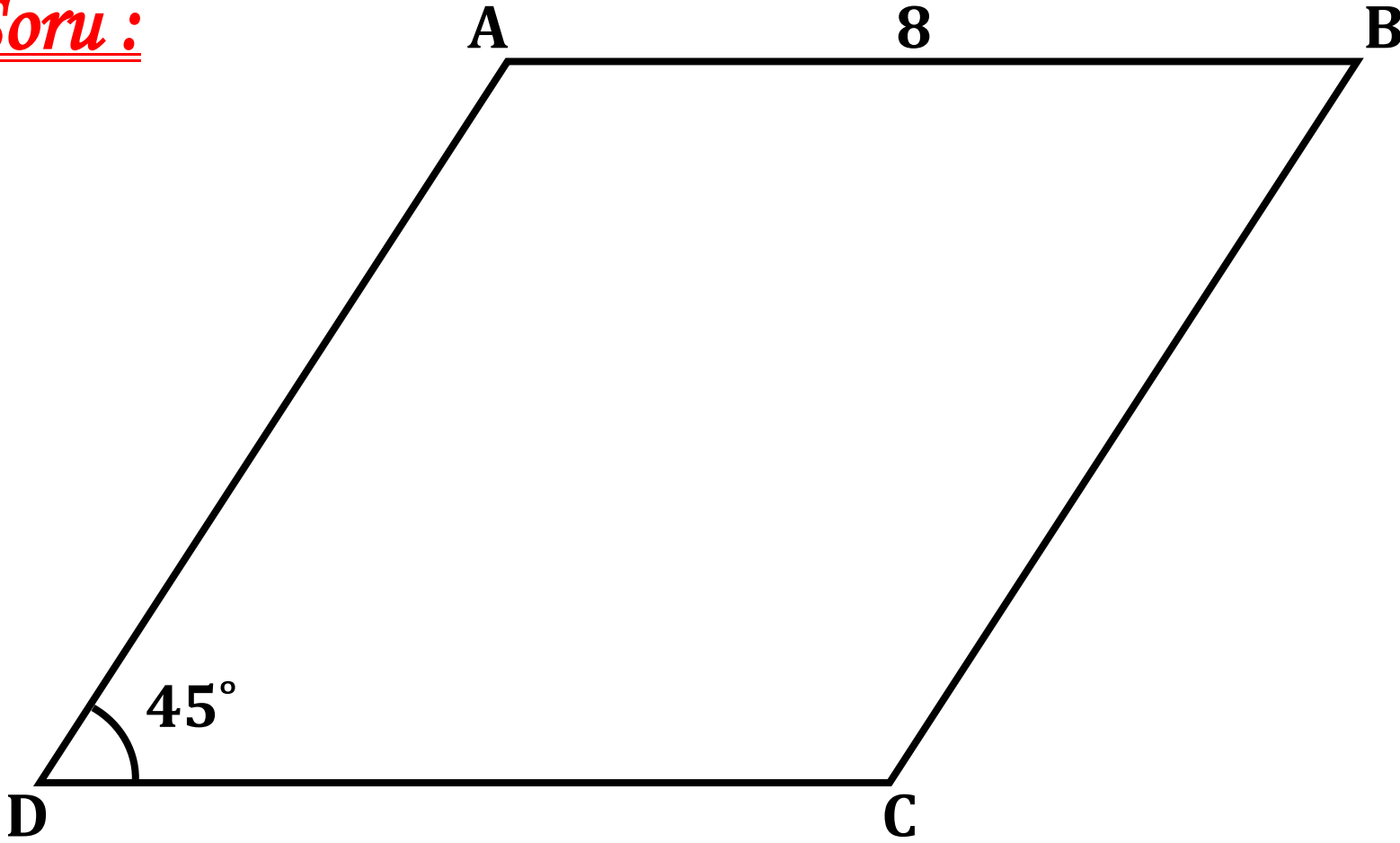
**ABCD eşkenar
dörtgeninin alanını
bulunuz.**

Soru :



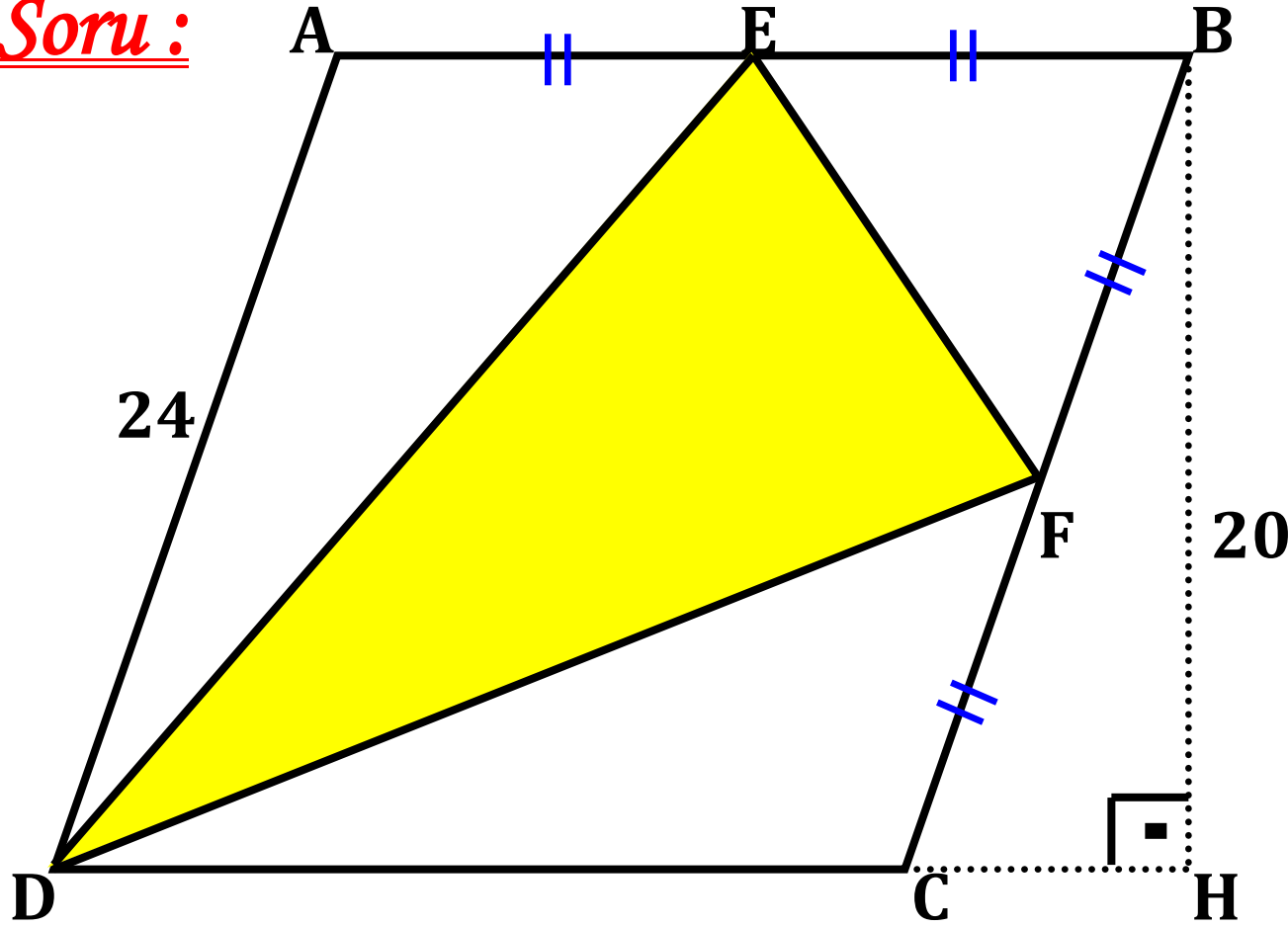
ABCD eşkenar
dörtgenin alanını
bulunuz.

Soru :



**ABCD eşkenar
dörtgeninin
alanını bulunuz.**

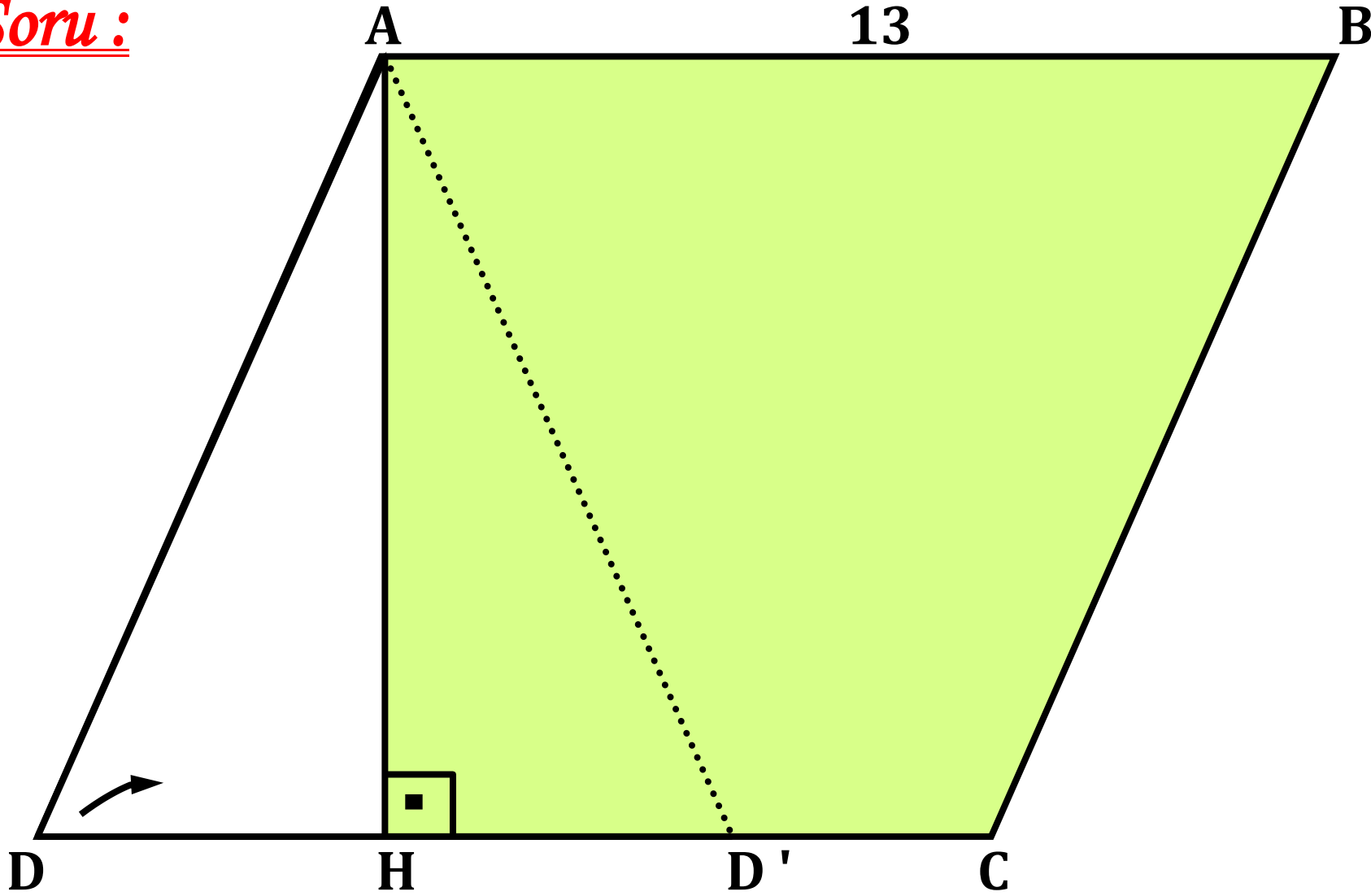
Soru :



ABCD eşkenar
dörtgen ise boyalı
bölgenin alanını
bulunuz.

(Paralelkenarda işlenmişti.)

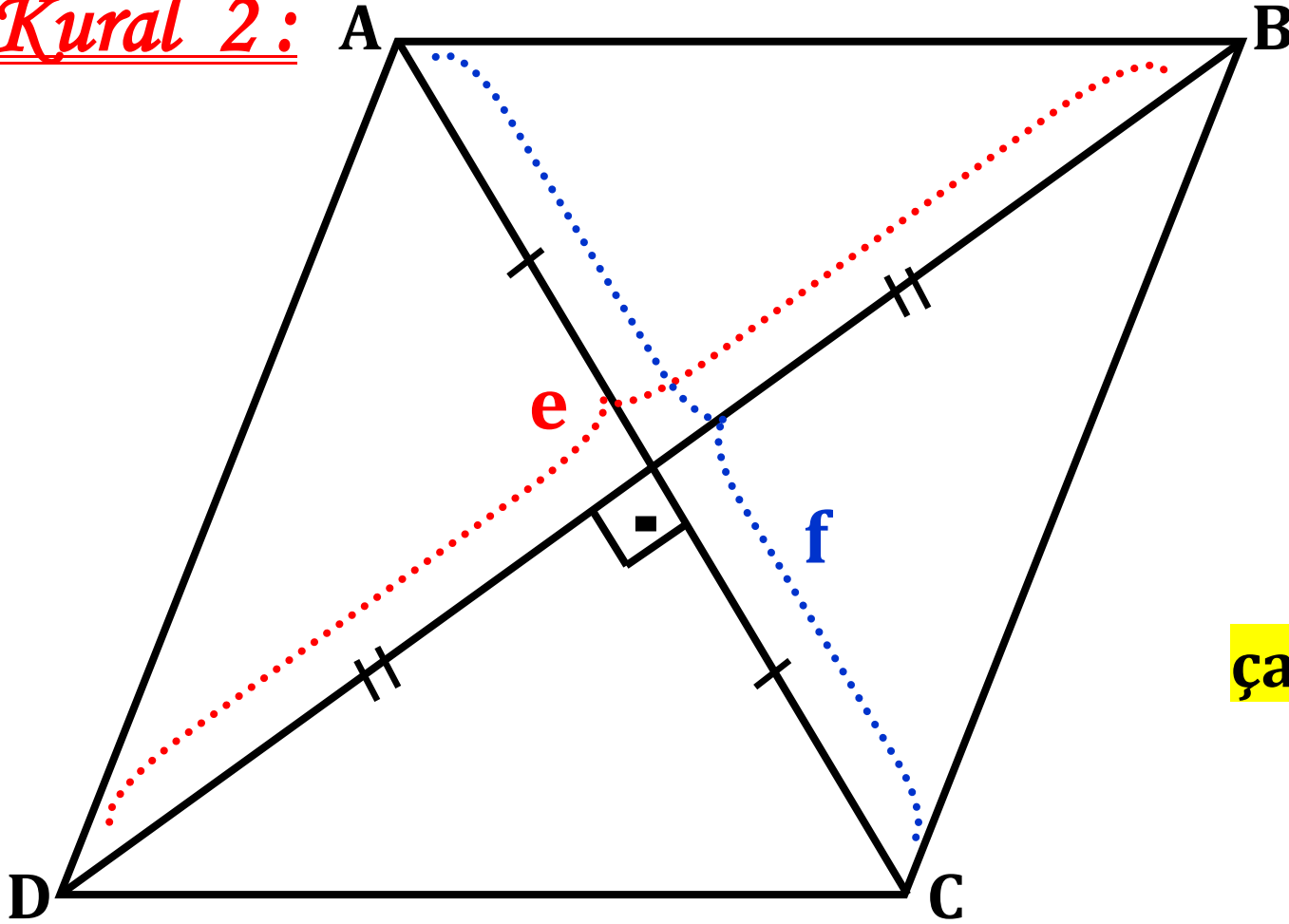
Soru :



ABCD eşkenar dörtgeninin alanı 156 br^2 'dir. D kenarı [AH] sabit kalmak üzere şekildeki gibi sağa katlanıyor. **A)** $|D'C| = ?$

B) Oluşan şeklin türünü ve alanını bulunuz.

Kural 2:



ABCD eşkenar

dörtgeninin alanı,

köşegen uzunluklarının

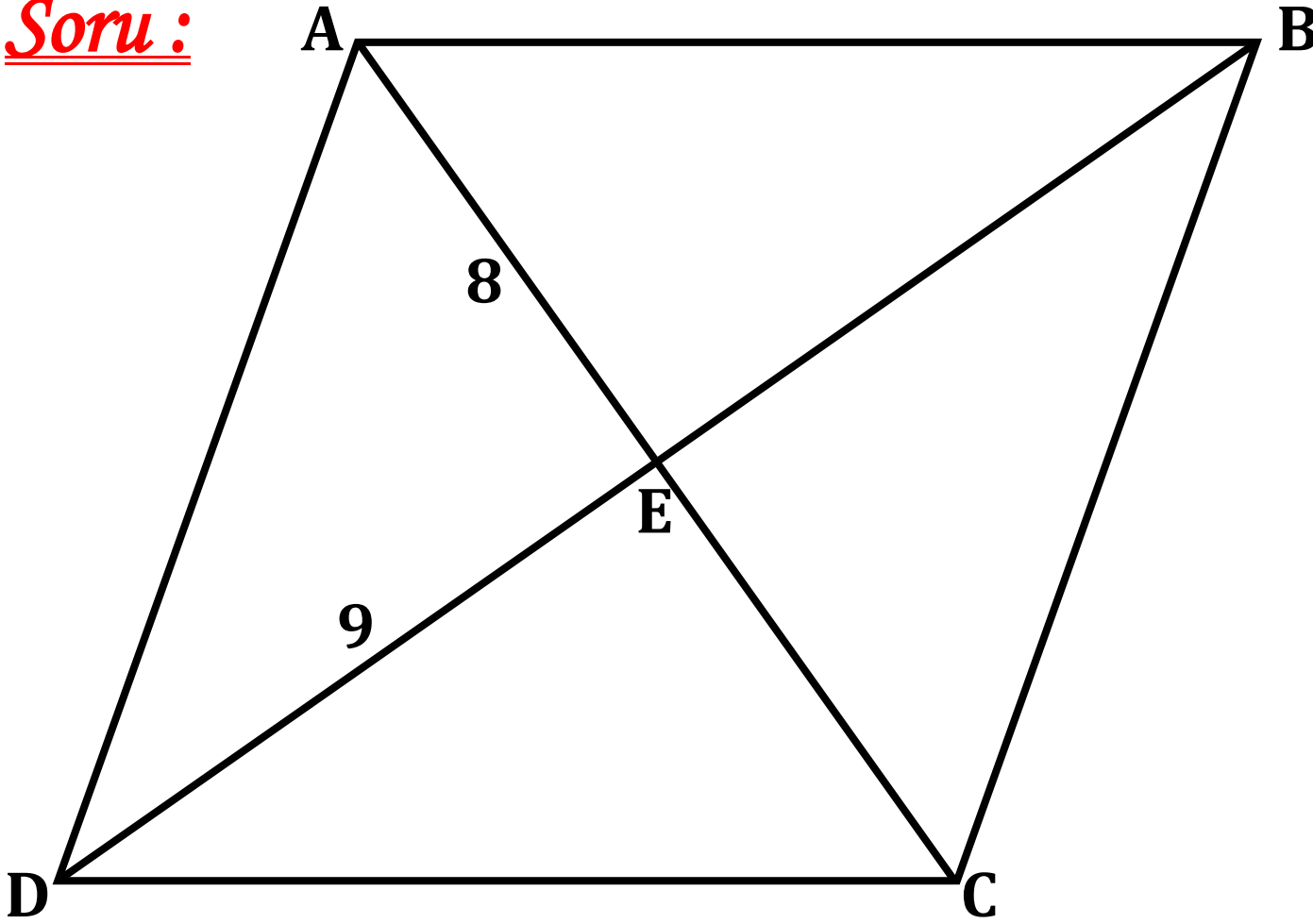
çarpımının yarısına eşittir.

$$A (ABCD) = \frac{e \cdot f}{2} \text{ olarak alınır.}$$

(Veya şekildeki bir

üçgenin alanı bulunur ve 4 katı alınır.)

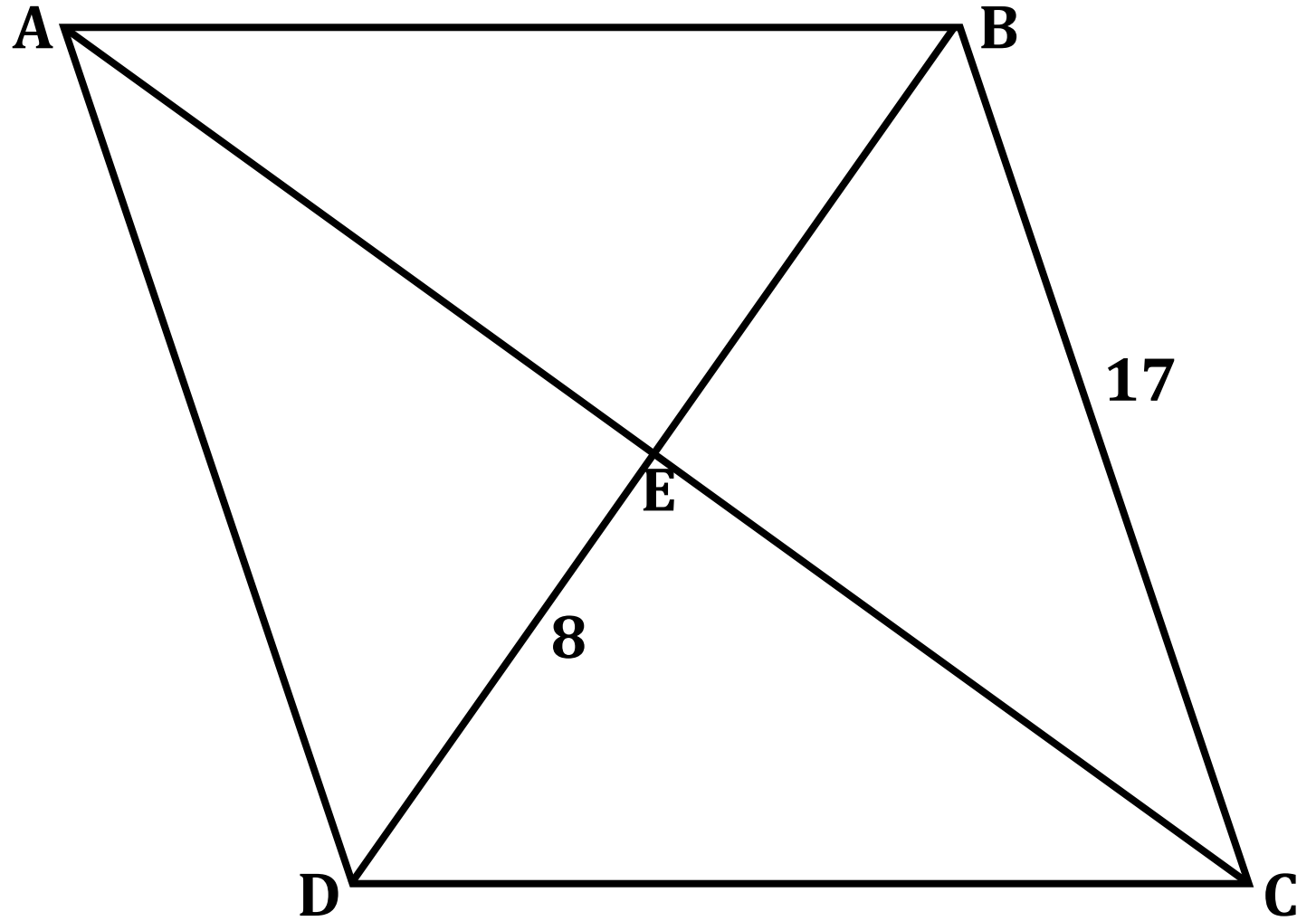
Soru :



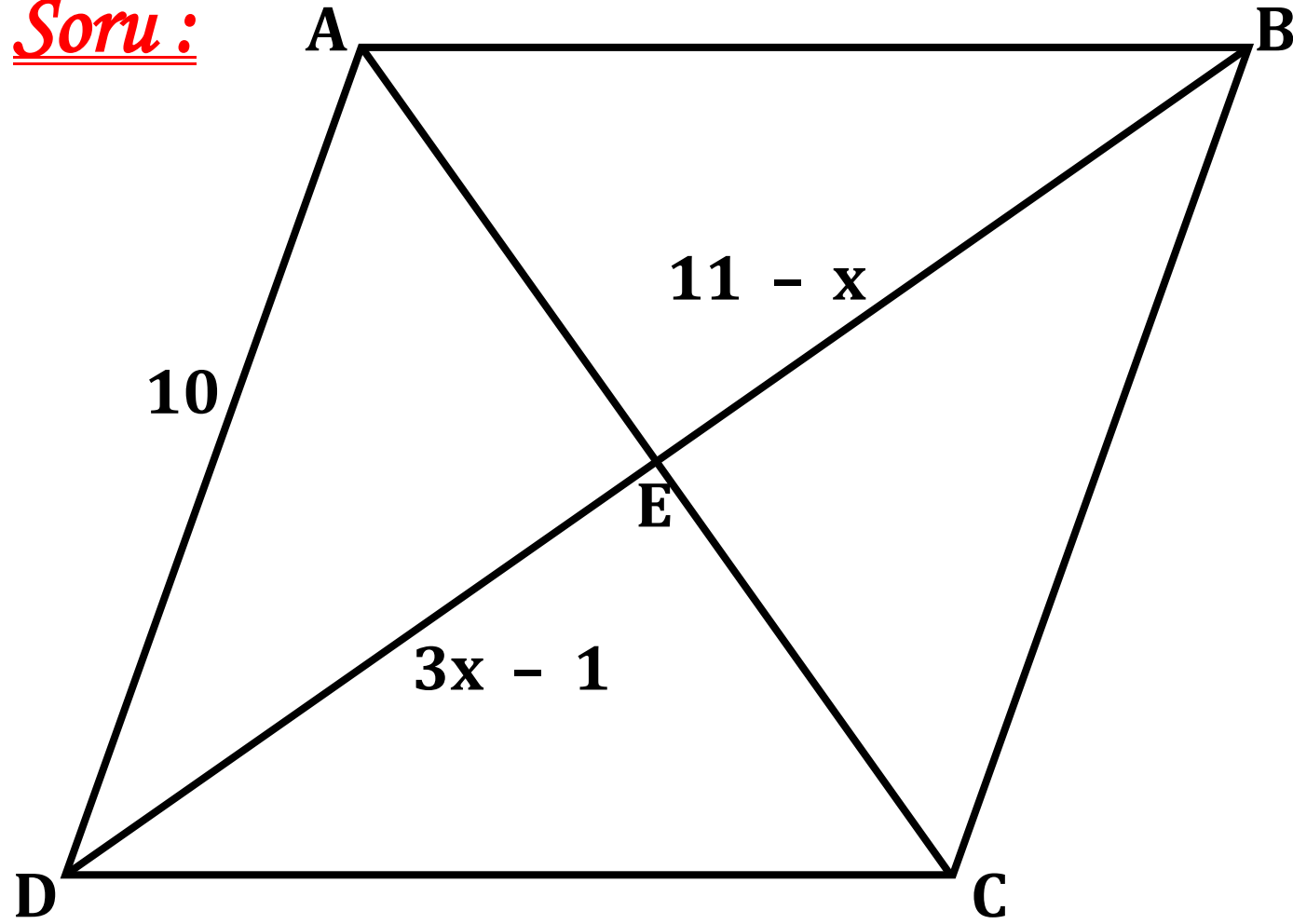
ABCD eşkenar
dörtgeninin alanını
bulunuz.

Soru :

**ABCD eşkenar
dörtgeninin
alanını bulunuz.**



Soru :

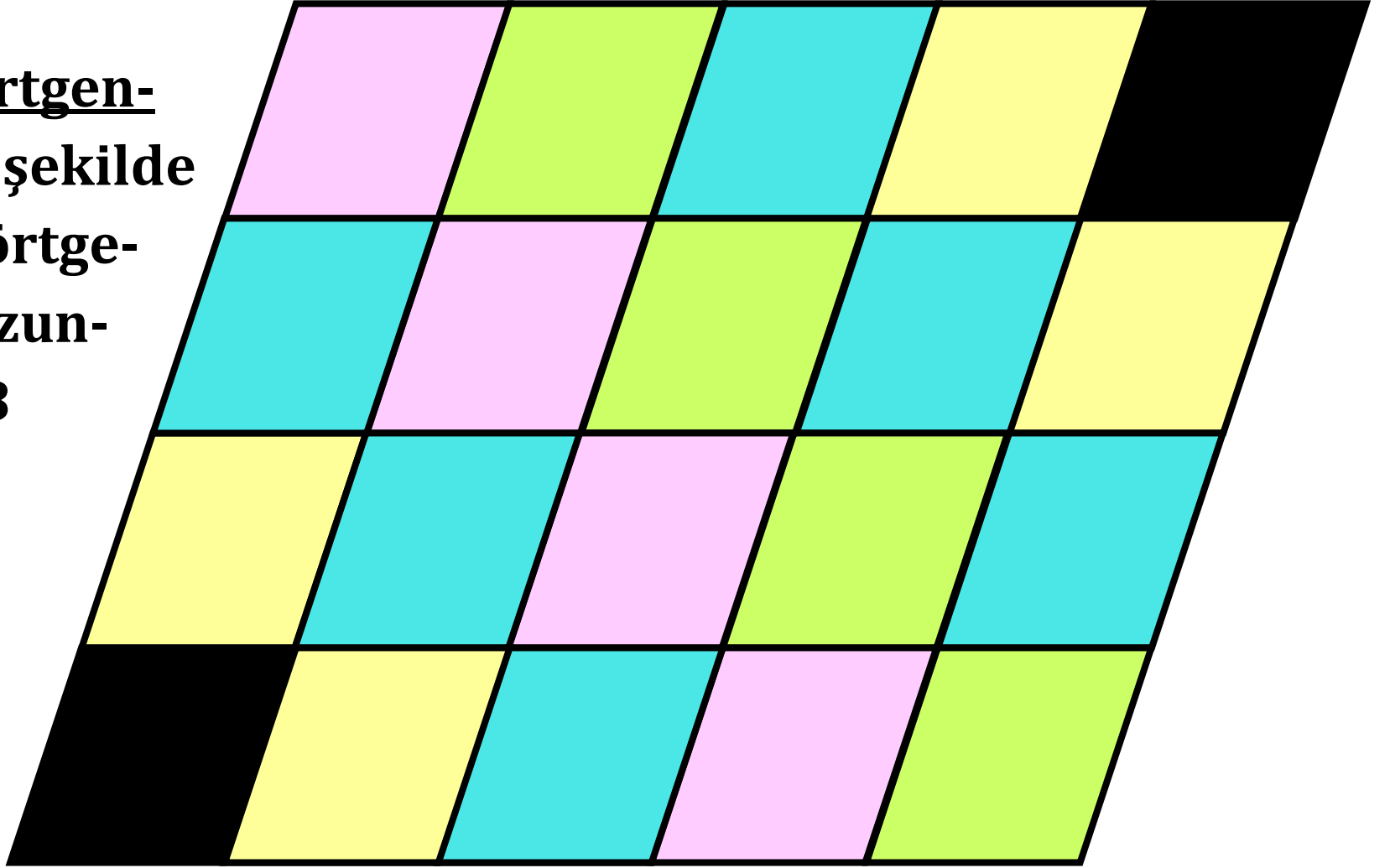


ABCD eşkenar
dörtgeninin alanını
bulunuz.

Soru : Alanı 120 br^2 olan eşkenar dörtgenin bir köşegeni 24 br ise dörtgenin çevre uzunluğunu bulunuz.

Soru :

Eş eşkenar dörtgenlerden oluşan şekilde bir eşkenar dörtgenin köşegen uzunlukları 6 ve 8 br'dir. Buna büyük şeklin alanı ve çevresini bulunuz.



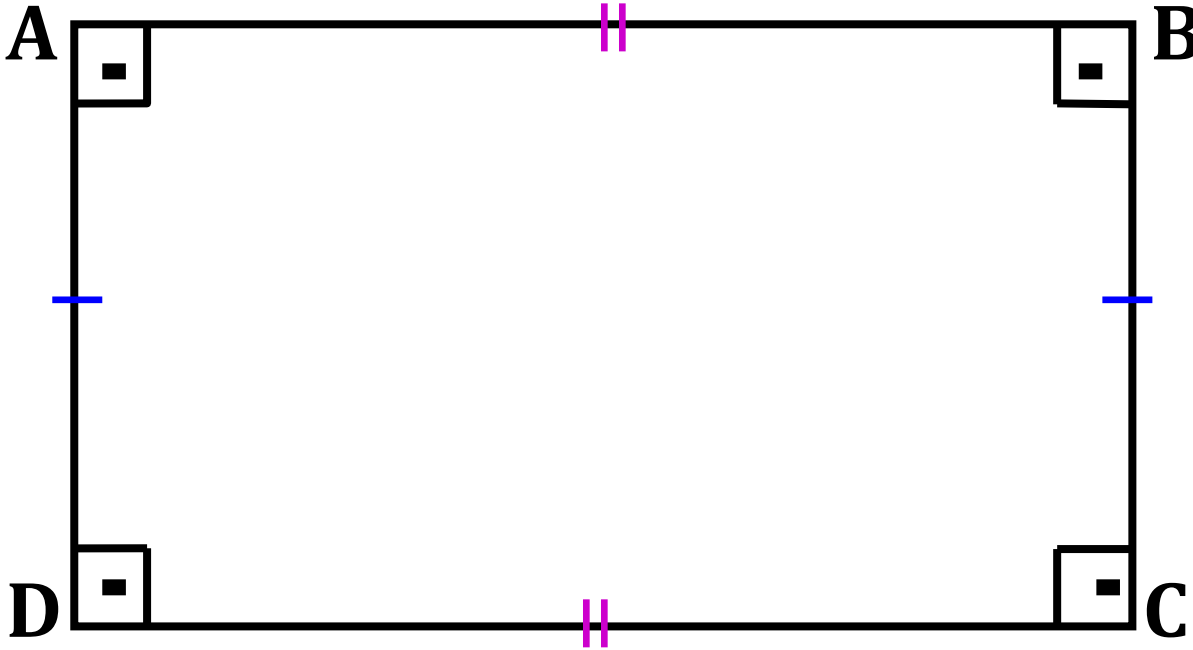
Soru: Köşegenleri e ve f olan eşkenar dörtgende, $e - f = 12$
ve $e^2 + f^2 = 160$ ise dörtgenin alanını bulunuz.

[$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$ idi. İşlemde farkın karesi alınır.]

Soru : Alanı 10 br^2 ve köşegen uzunlukları toplamı 14 br olan eşkenar dörtgende bir kenar uzunluğunu bulunuz. (**Toplamin karesi alınır.** $e^2 + f^2 = 4a^2$ eşitliği kullanılır ve a bulunur.)

DİKDÖRTGEN

Tanım : Açıları dik açı olan paralelkenara “ dikdörtgen ” adı verilir.

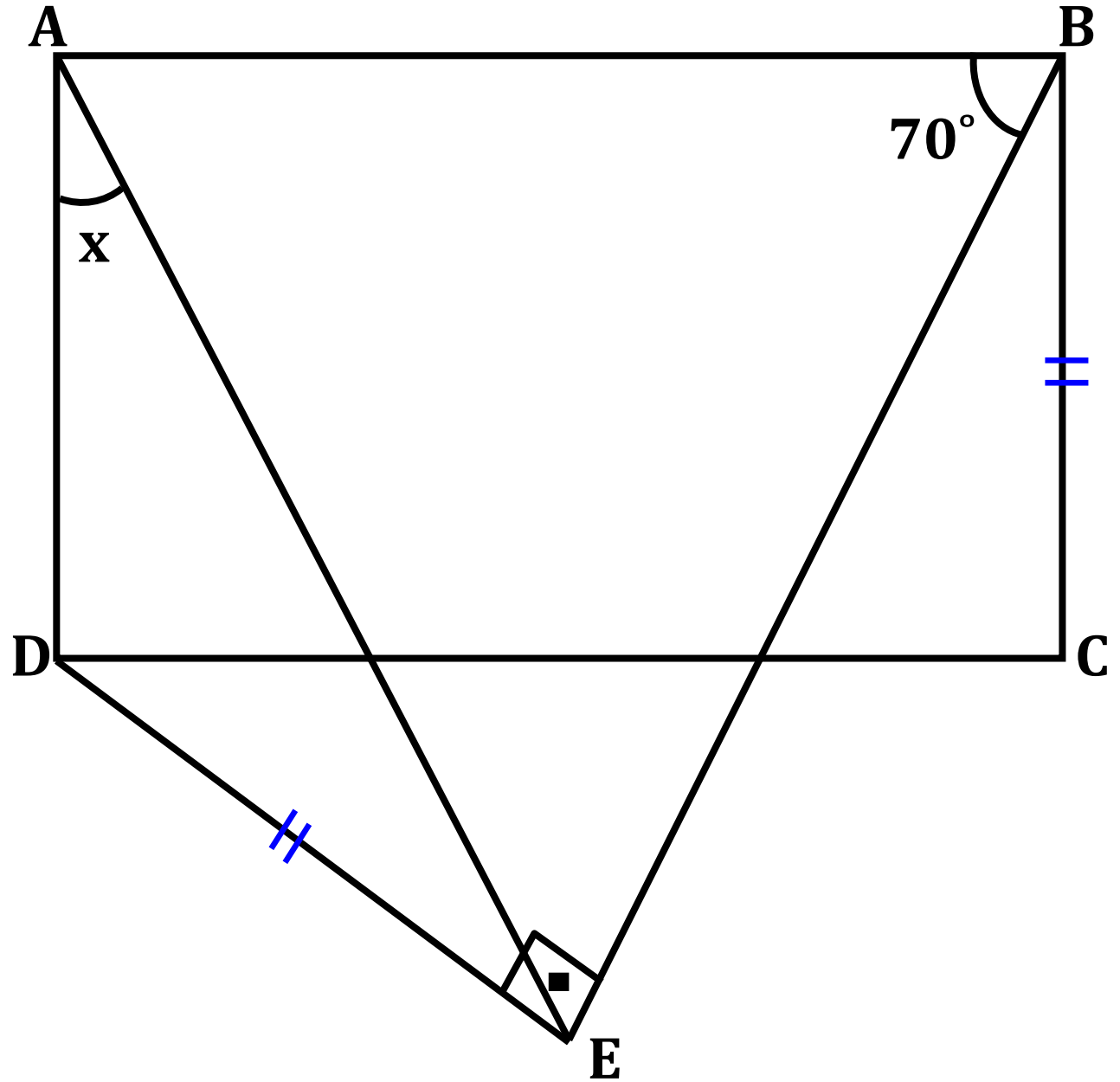


Şekildeki
ABCD bir
dikdörtgendir.

Soru :

ABCD dikdörtgen

ise $x = ?$

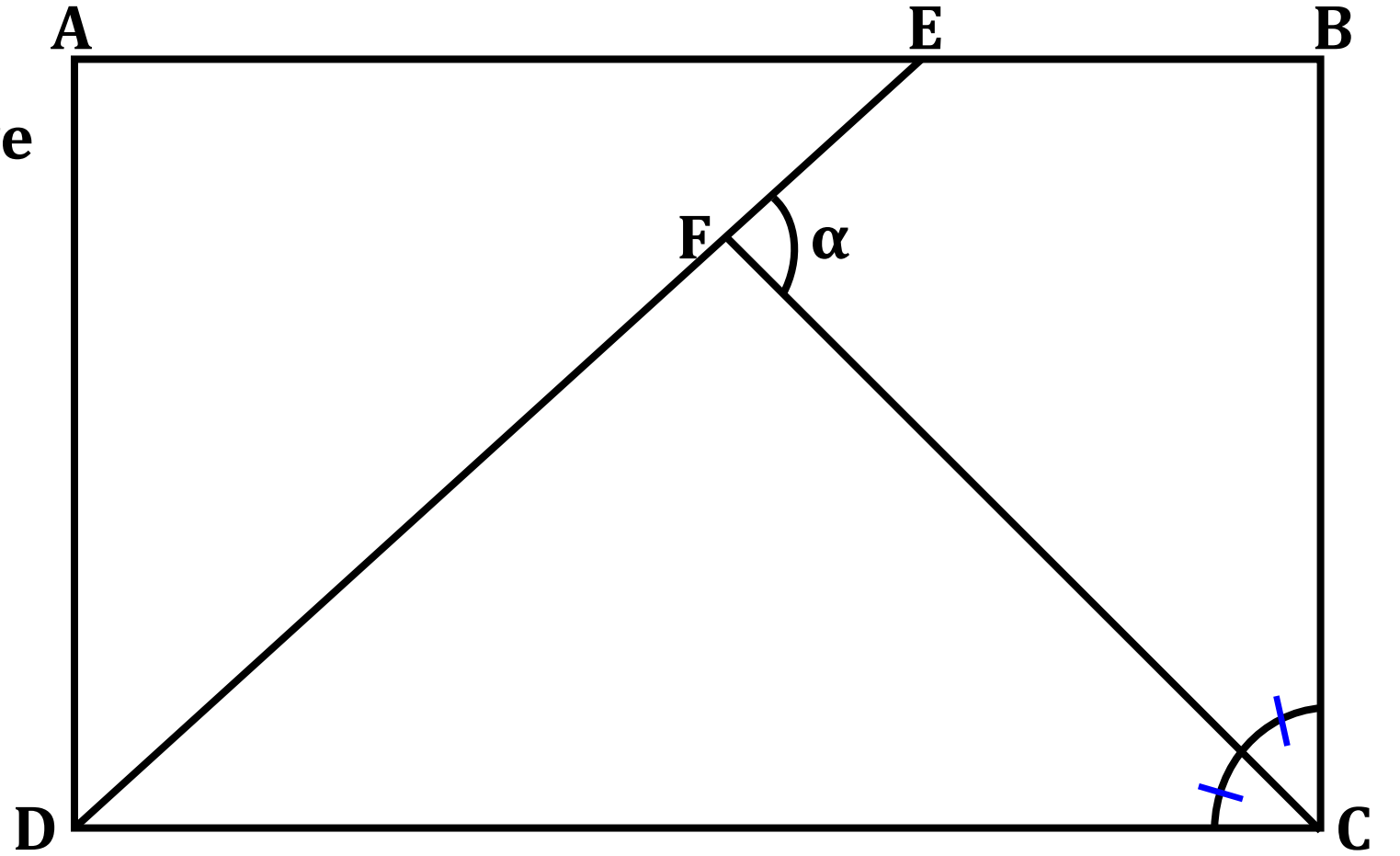


Soru :

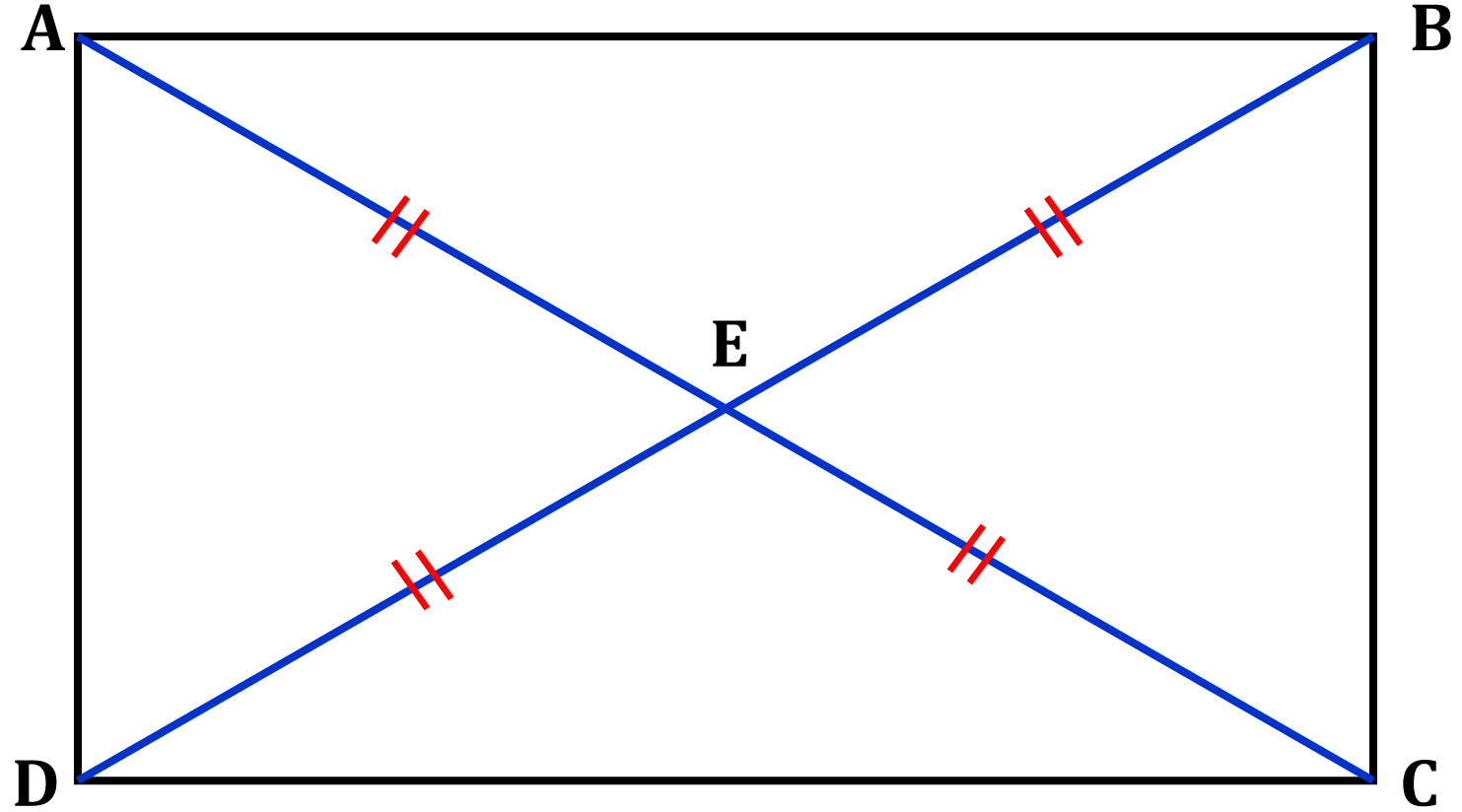
ABCD dikdörtgen ve

$$|DE| = 2 \cdot |AD|$$

ise $\alpha = ?$



Kural 1:



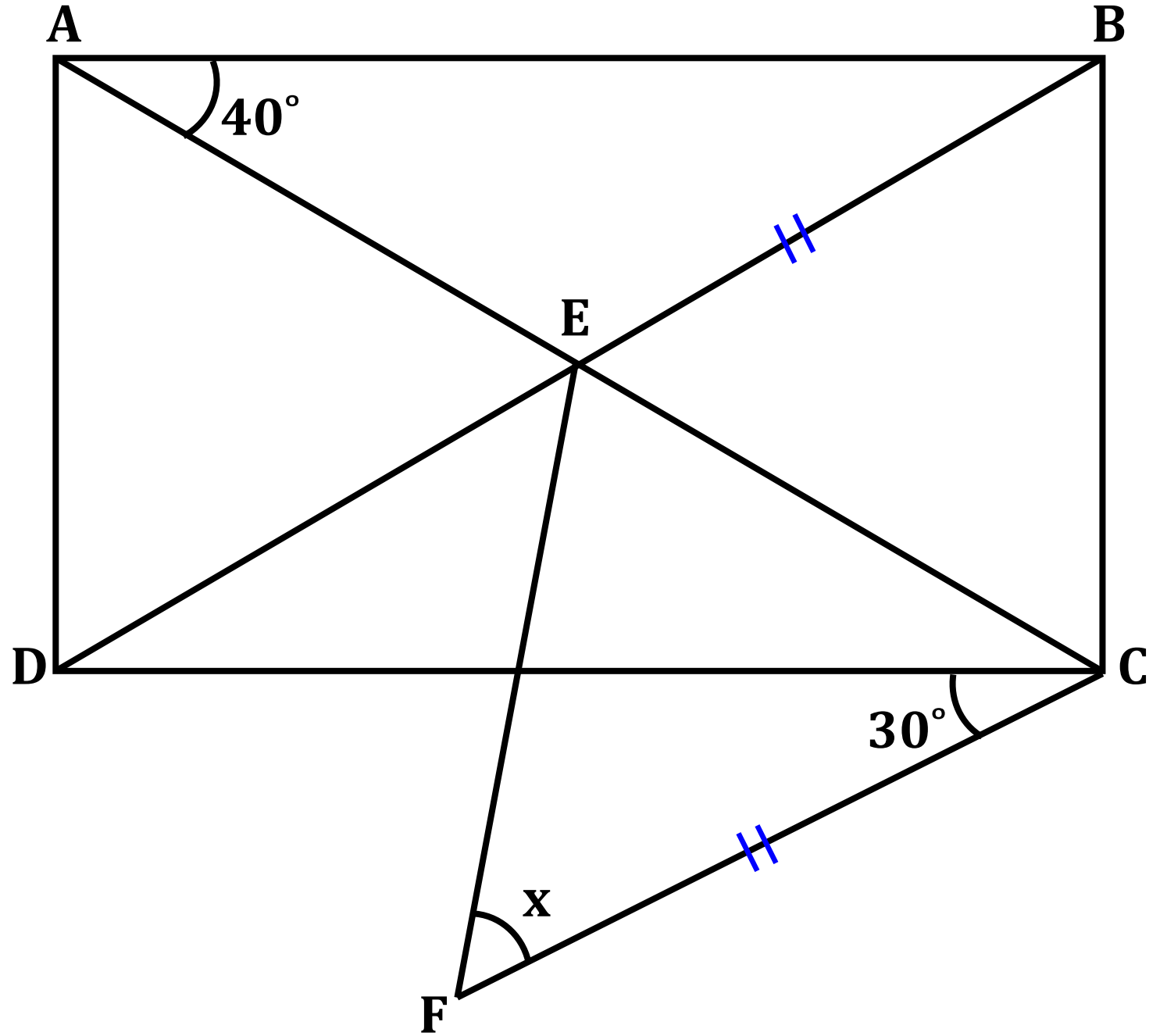
ABCD dikdörtgeninde , köşegenler hem birbirine **eşit**

hem de birbirlerini **ortalarlar.**

Soru :

ABCD dikdörtgen

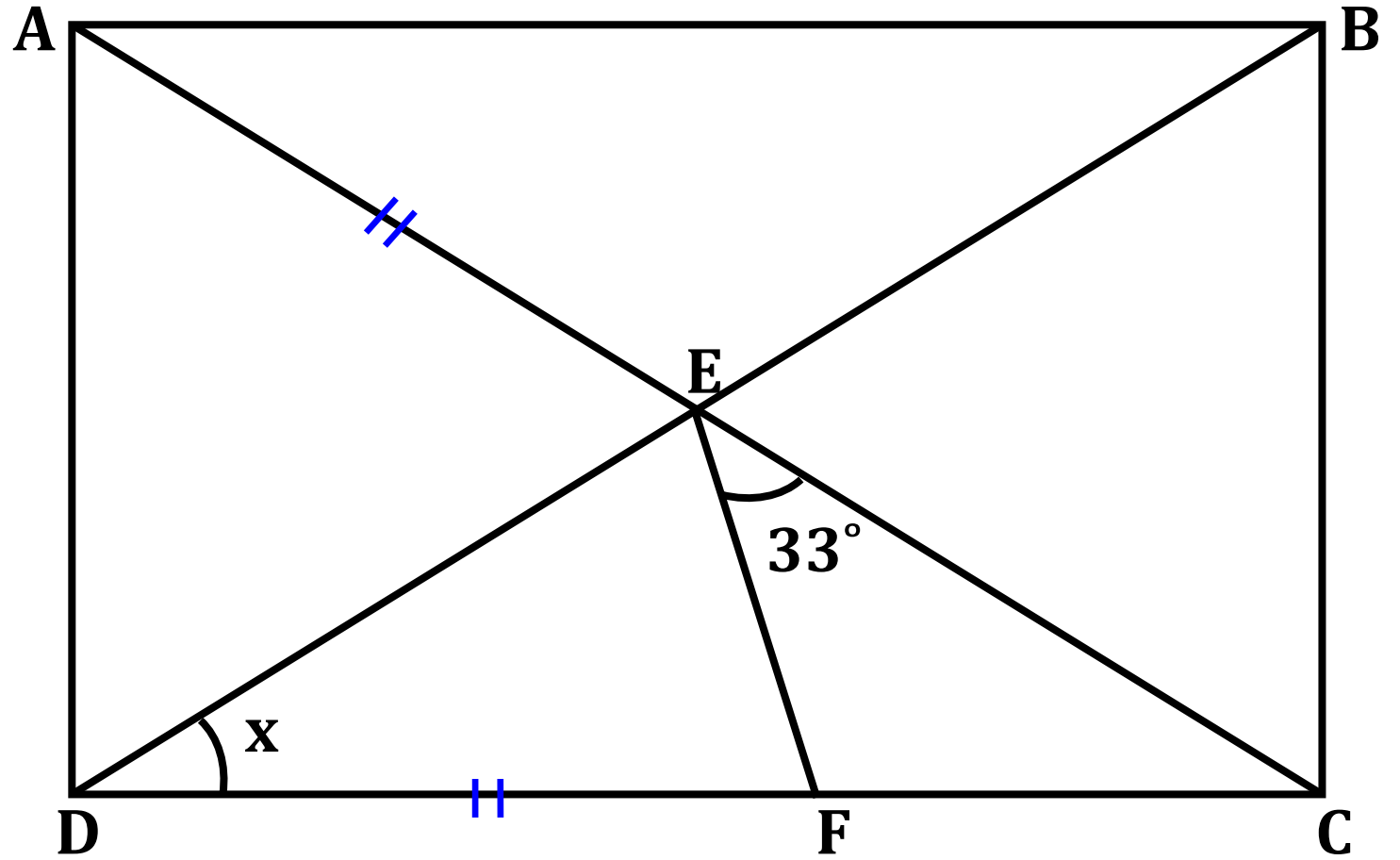
ise $x = ?$



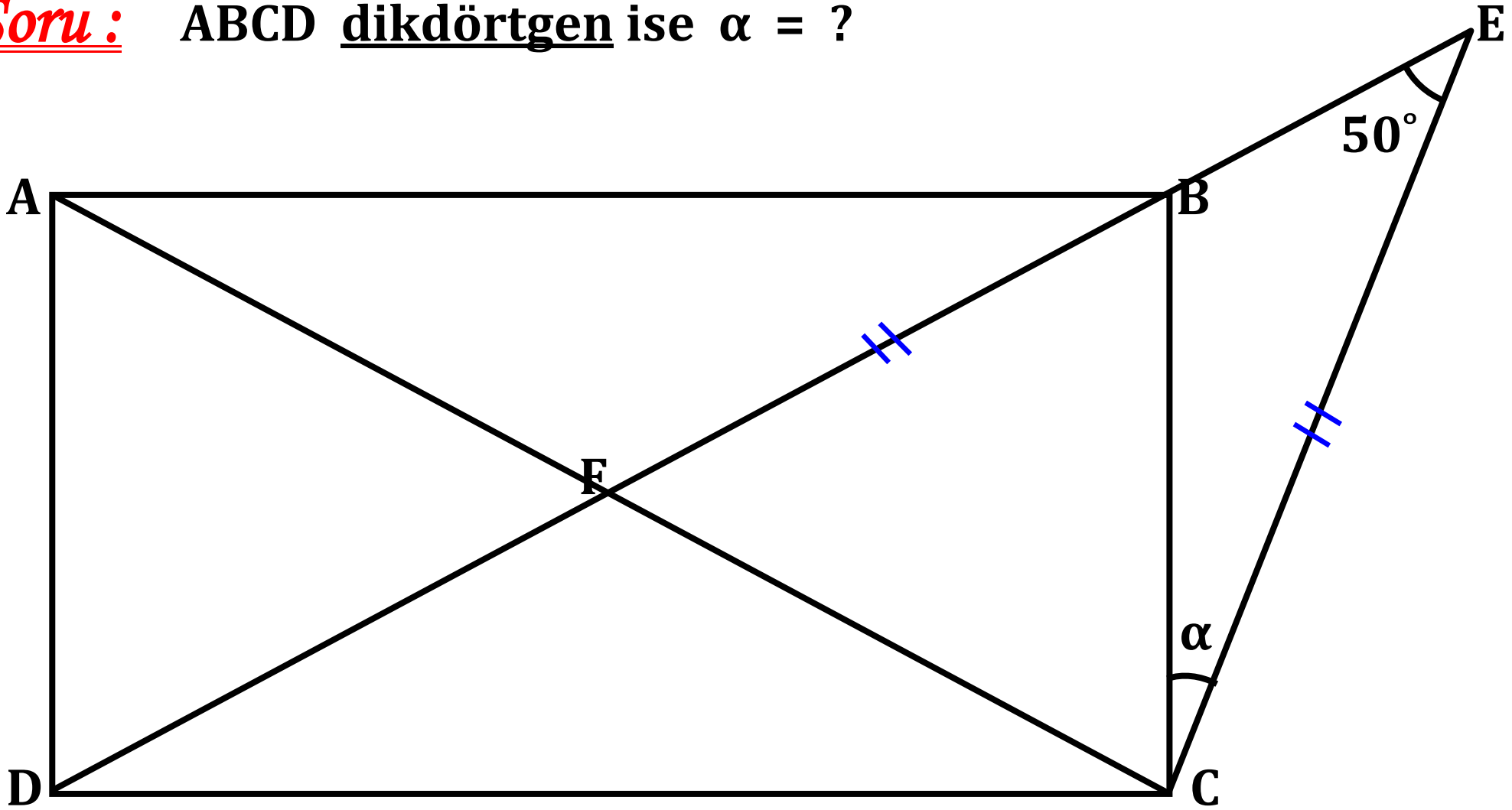
Soru :

ABCD dikdörtgen

ise $x = ?$



Soru : ABCD dikdörtgen ise $\alpha = ?$

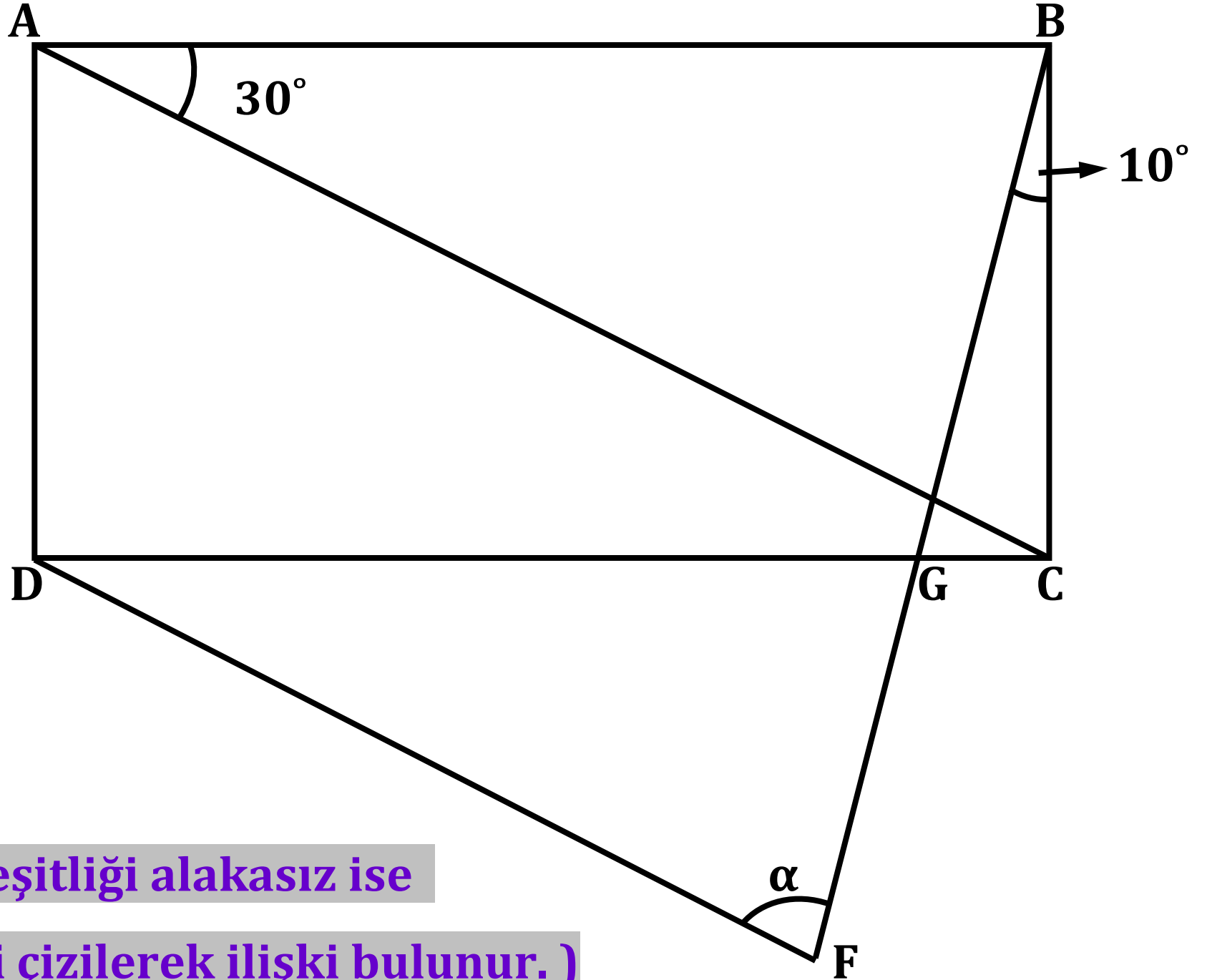


Soru :

ABCD dik-
dörtgen ve

$|BF| = |AC|$

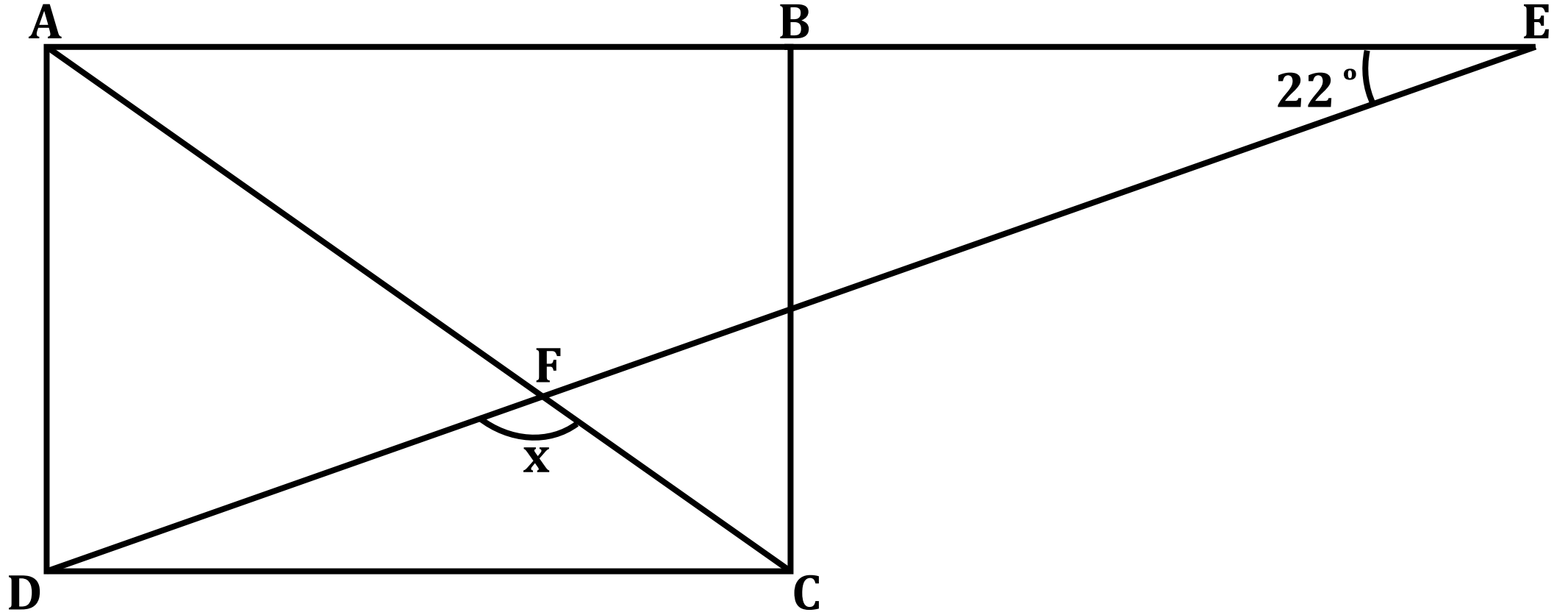
ise $\alpha = ?$



(İki parçanın eşitliği alakasız ise

[BD] köşegeni çizilerek ilişki bulunur.)

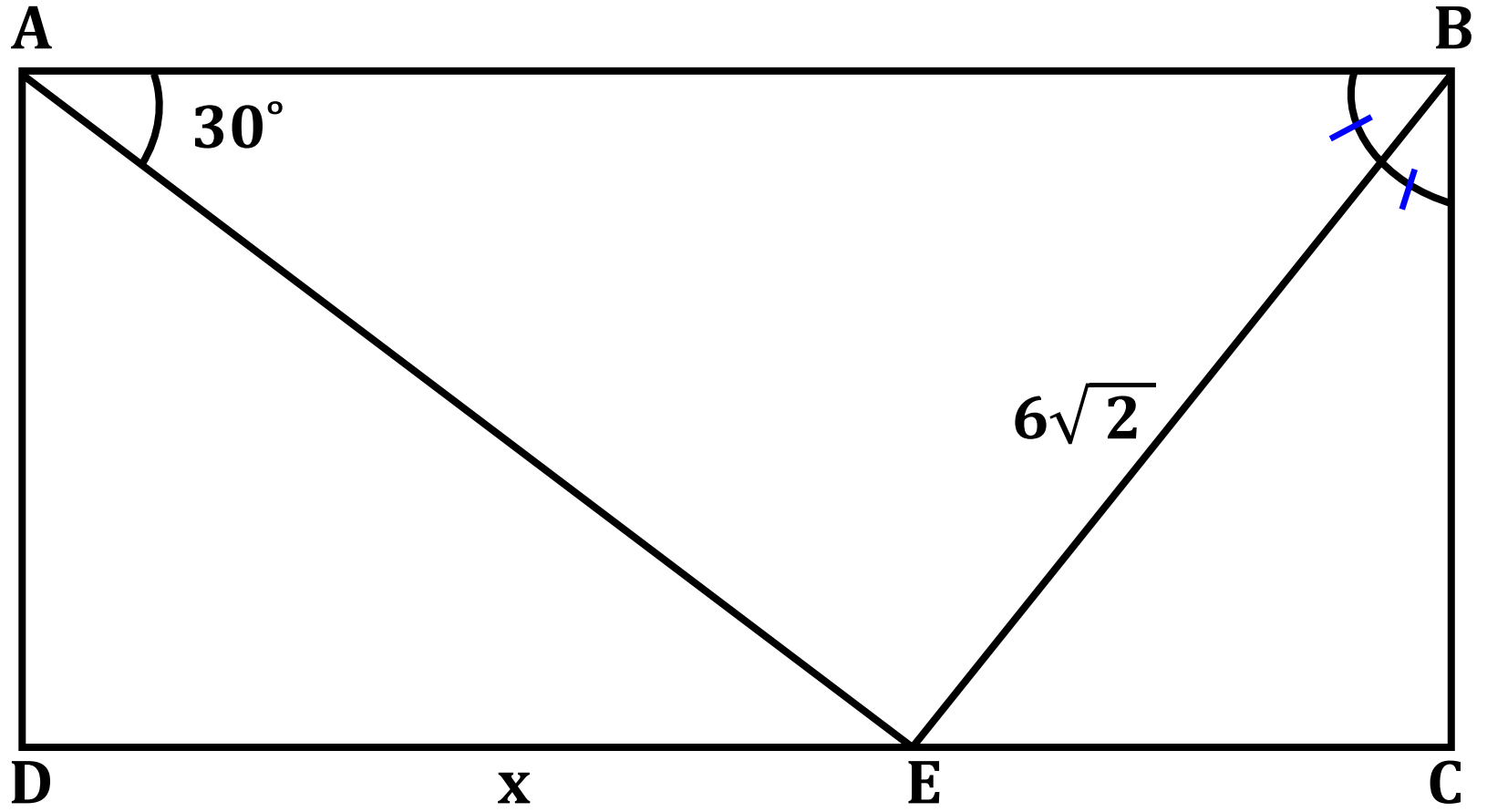
Soru : ABCD dikdörtgen ve $|BE| = |AC|$ ise $x = ?$



Soru :

ABCD dik-
dörtgen ise

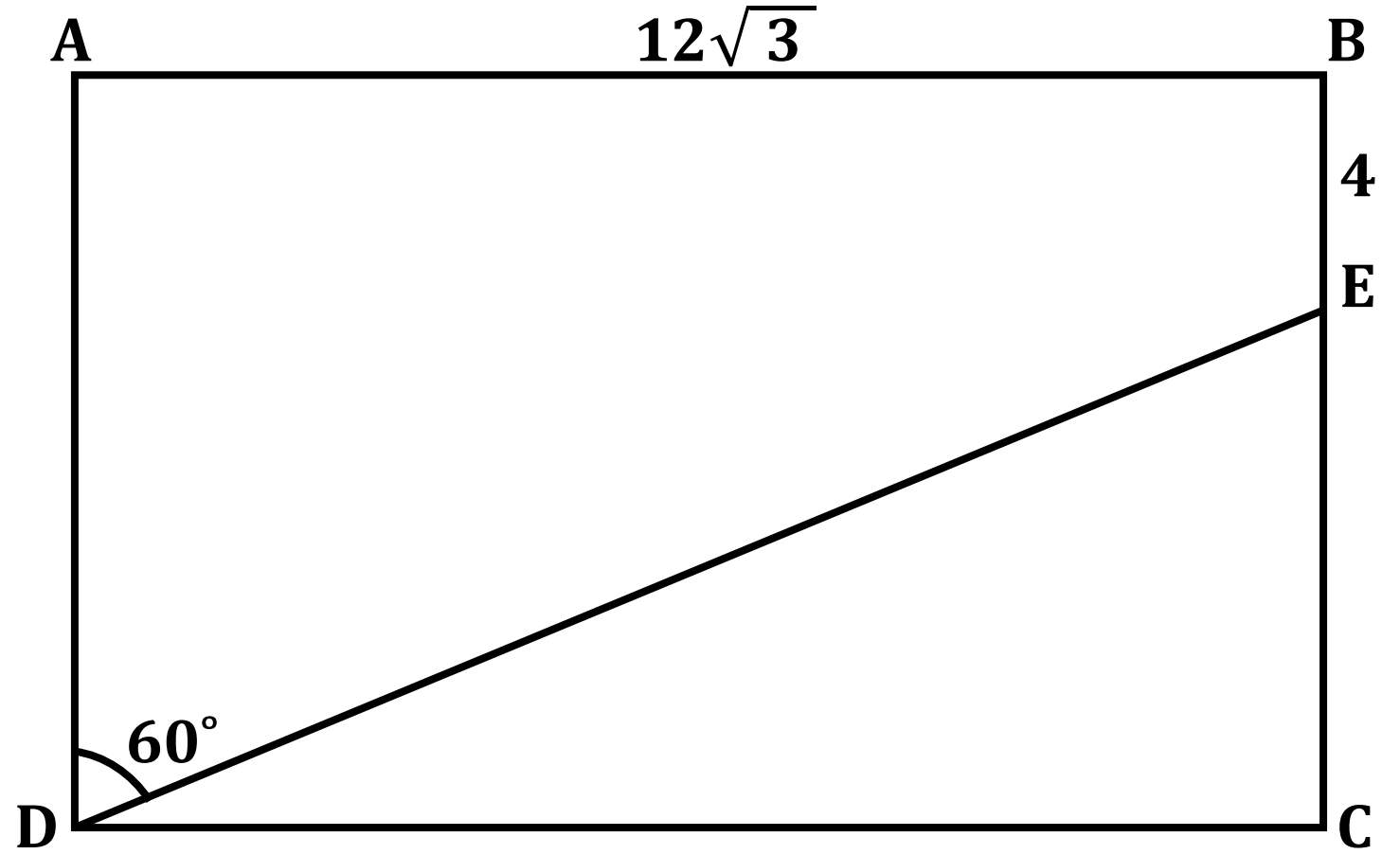
$x = ?$



Soru :

ABCD dikdörtgen

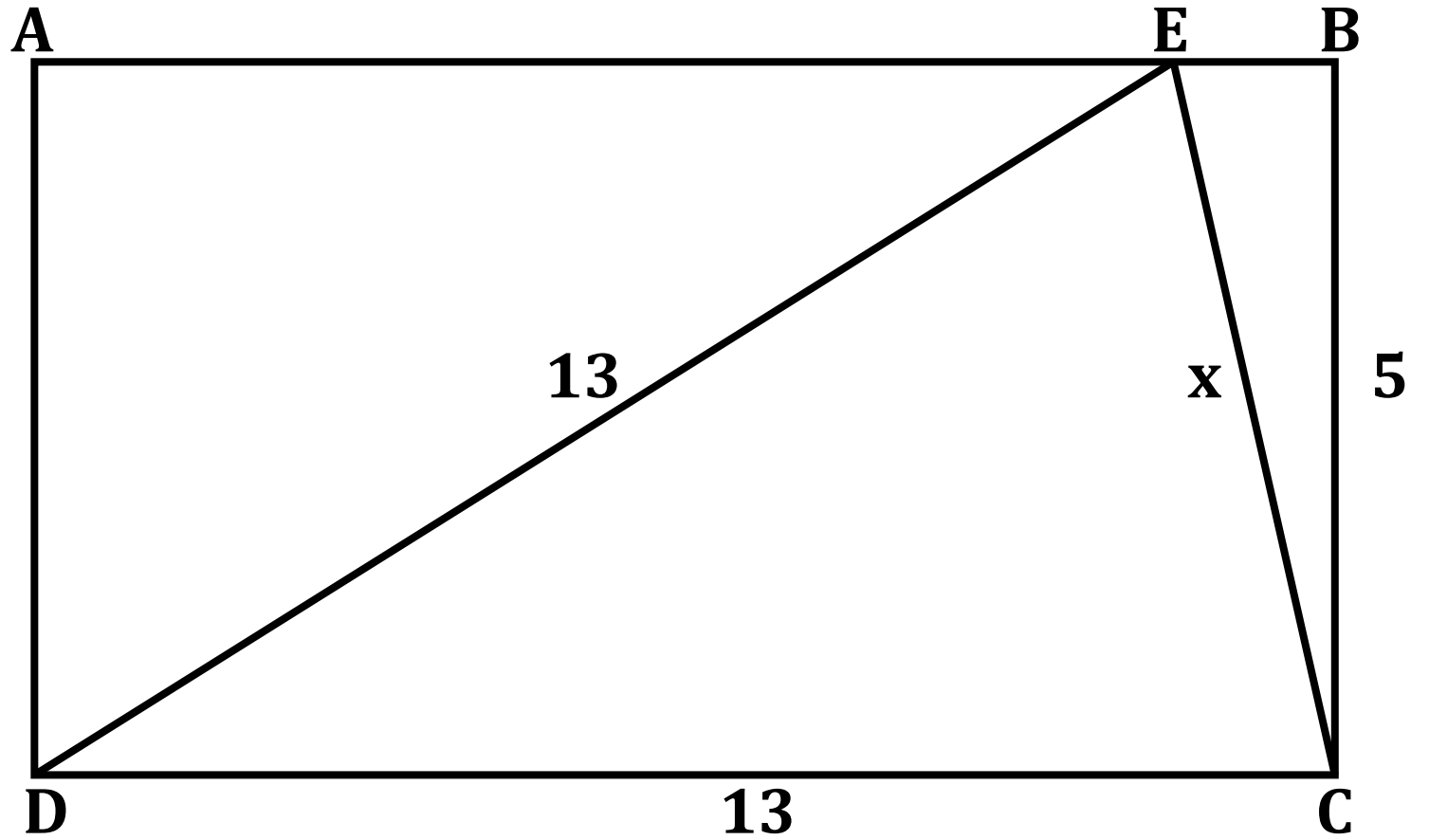
ise $\angle (ABCD) = ?$



Soru :

ABCD dikdörtgen

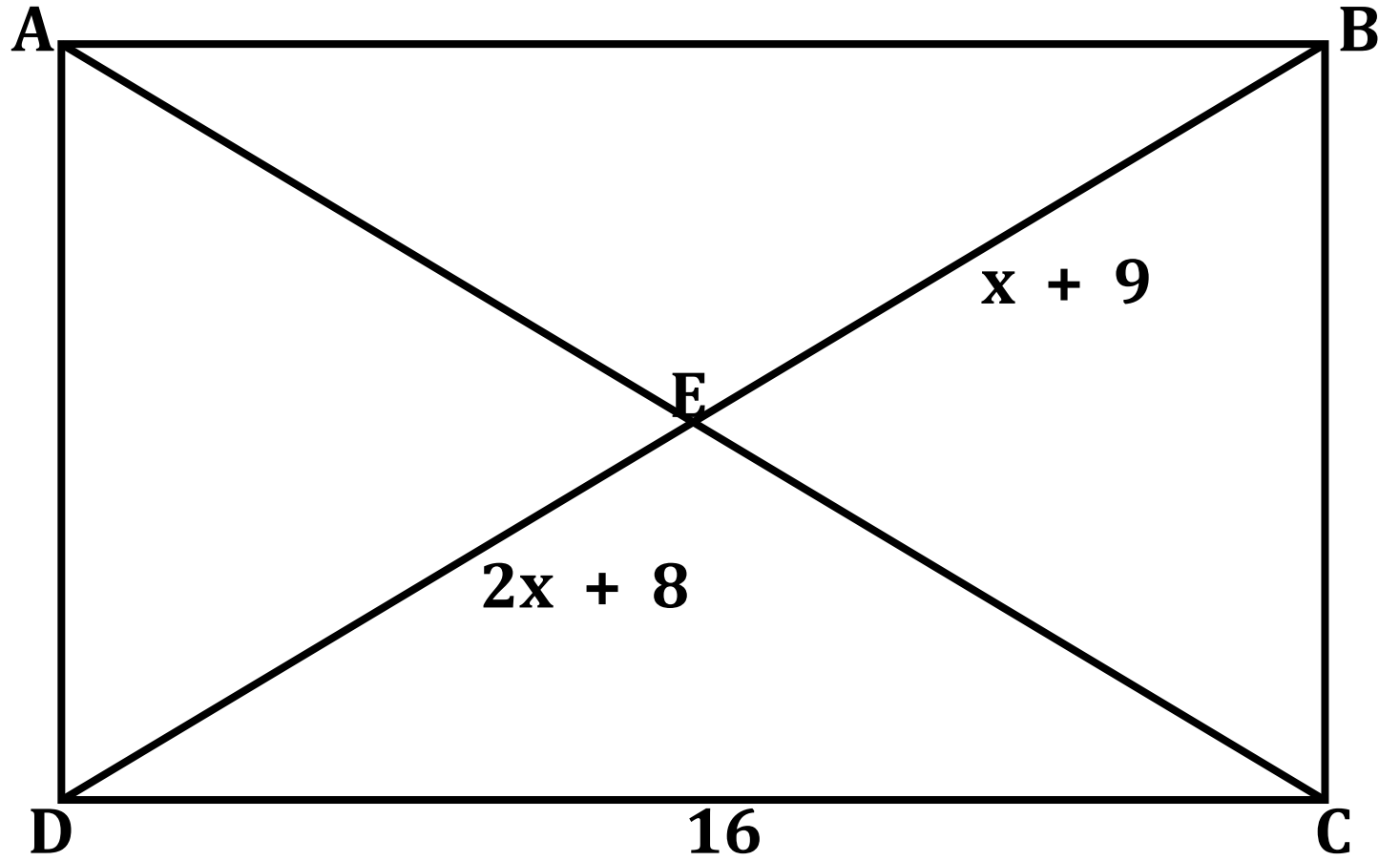
ise $x = ?$



Soru :

ABCD dikdörtgen

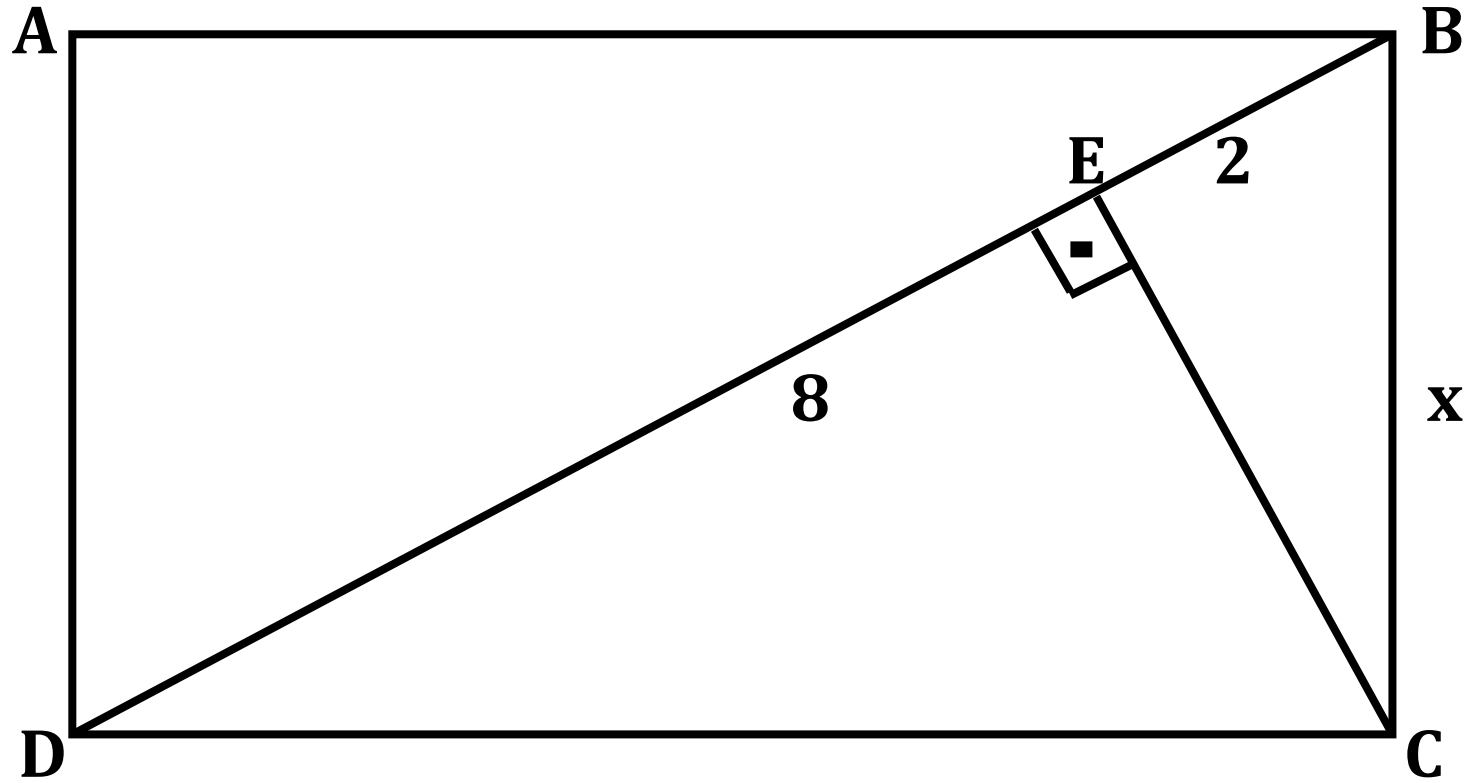
ise $\angle (ABCD) = ?$



Soru :

ABCD dikdörtgen

ise $x = ?$



Soru :

ABCD dikdörtgen

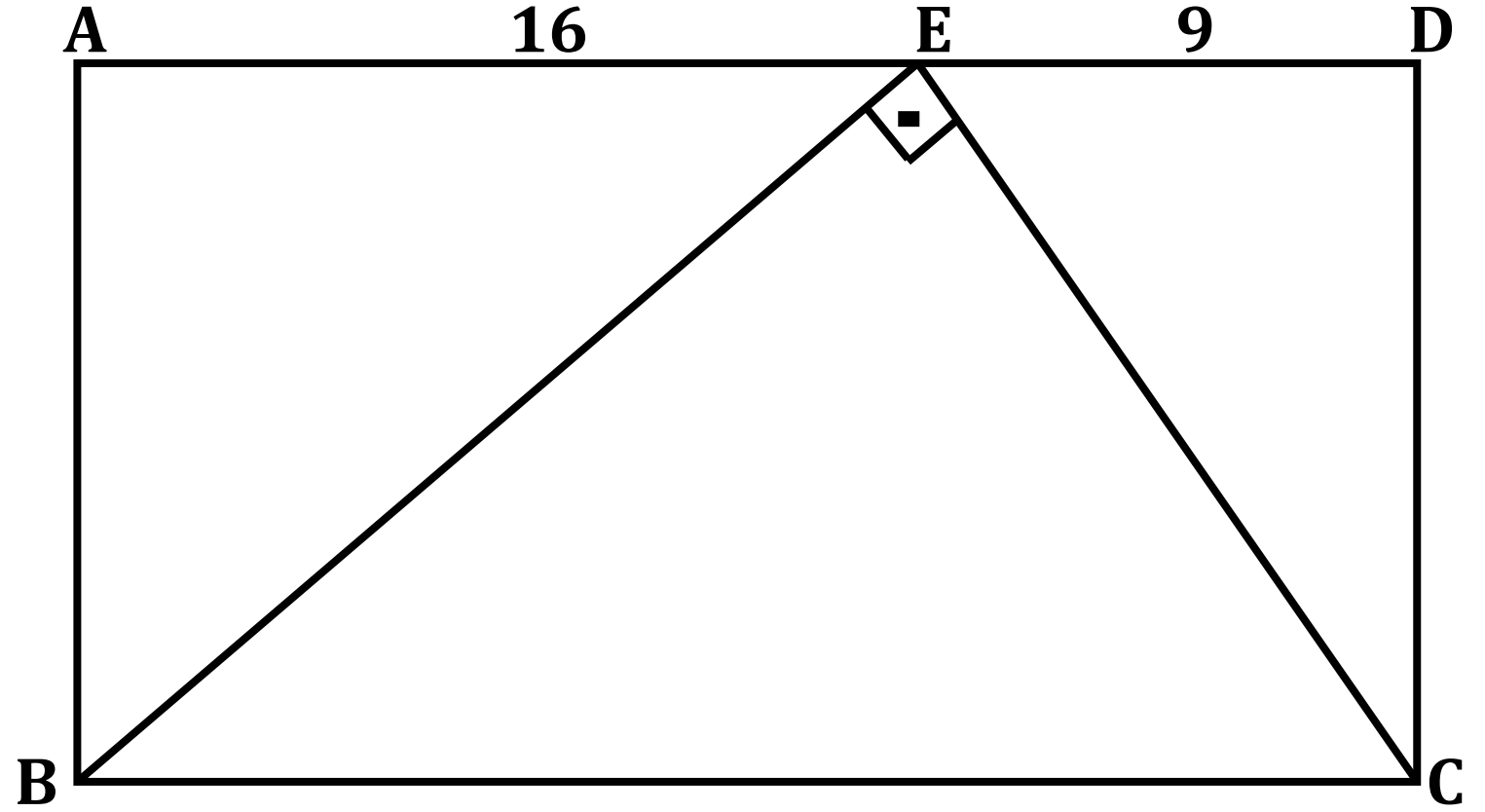
ise $\angle (ABCD) = ?$

(A. A. A. benzerlik

özelliğinden veya

Öklit'ten

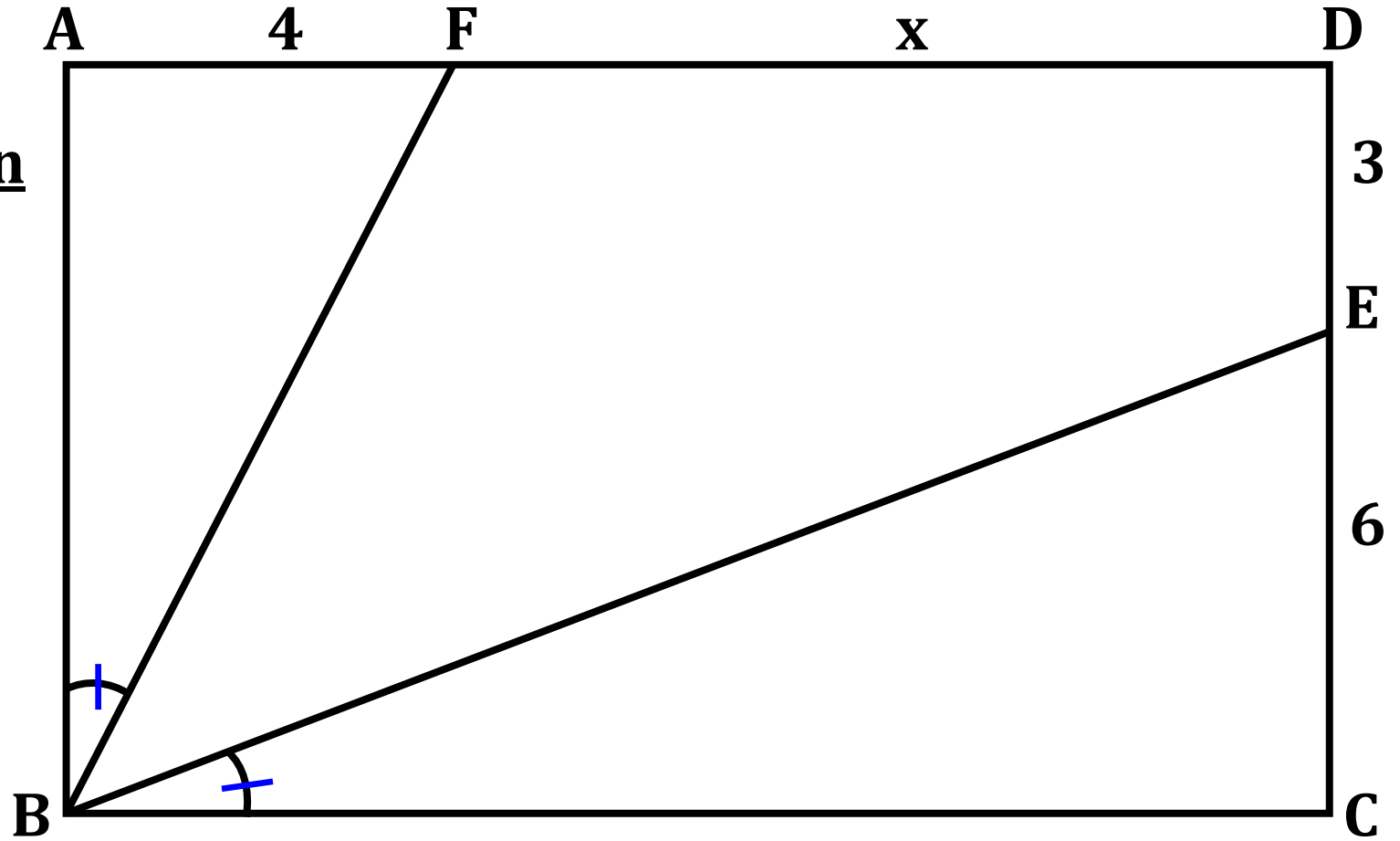
bulunabilir.)



Soru :

ABCD dikdörtgen

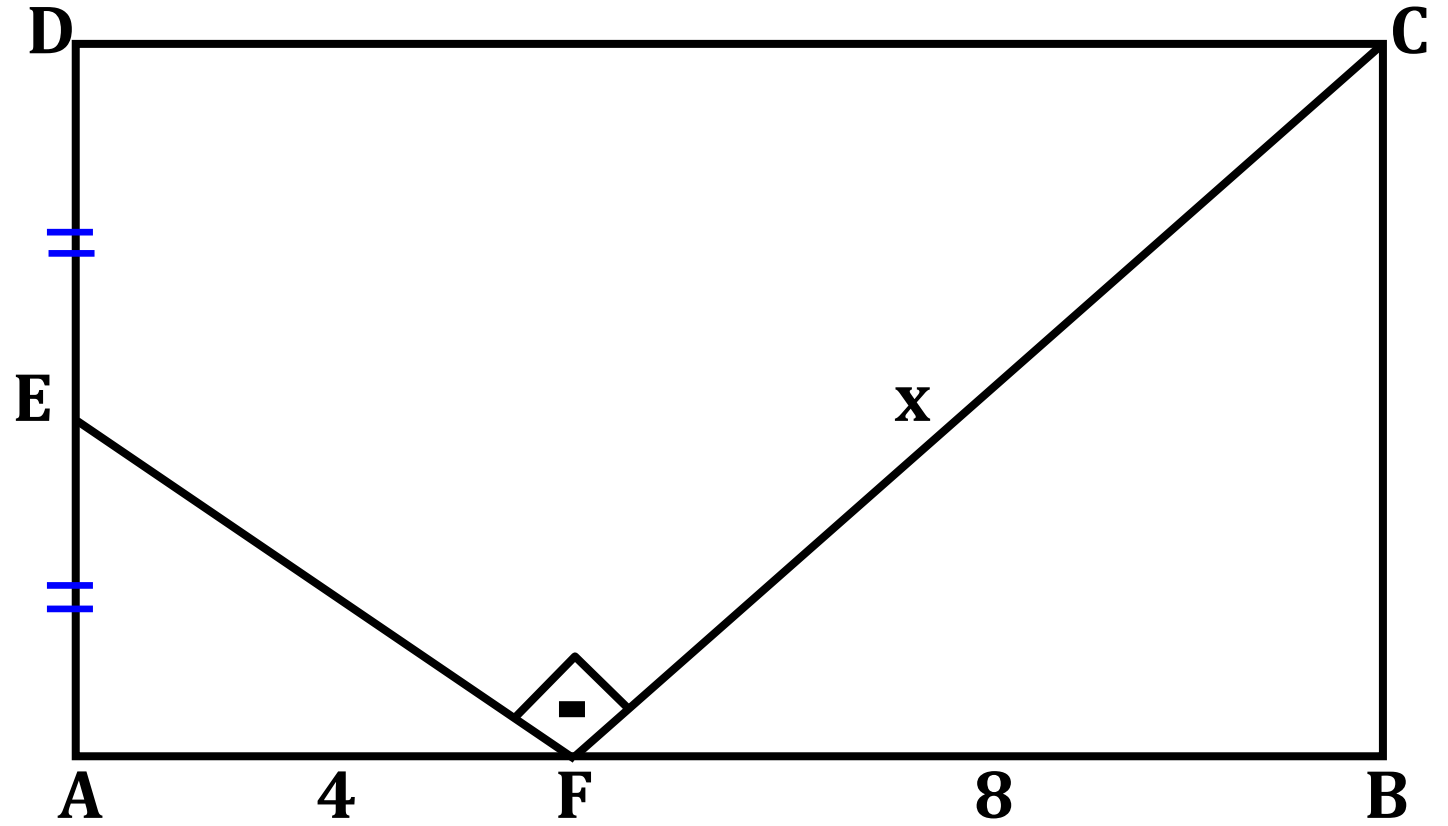
ise $x = ?$



Soru :

ABCD dikdörtgendir.
gendir.

A) $|BC| = ?$

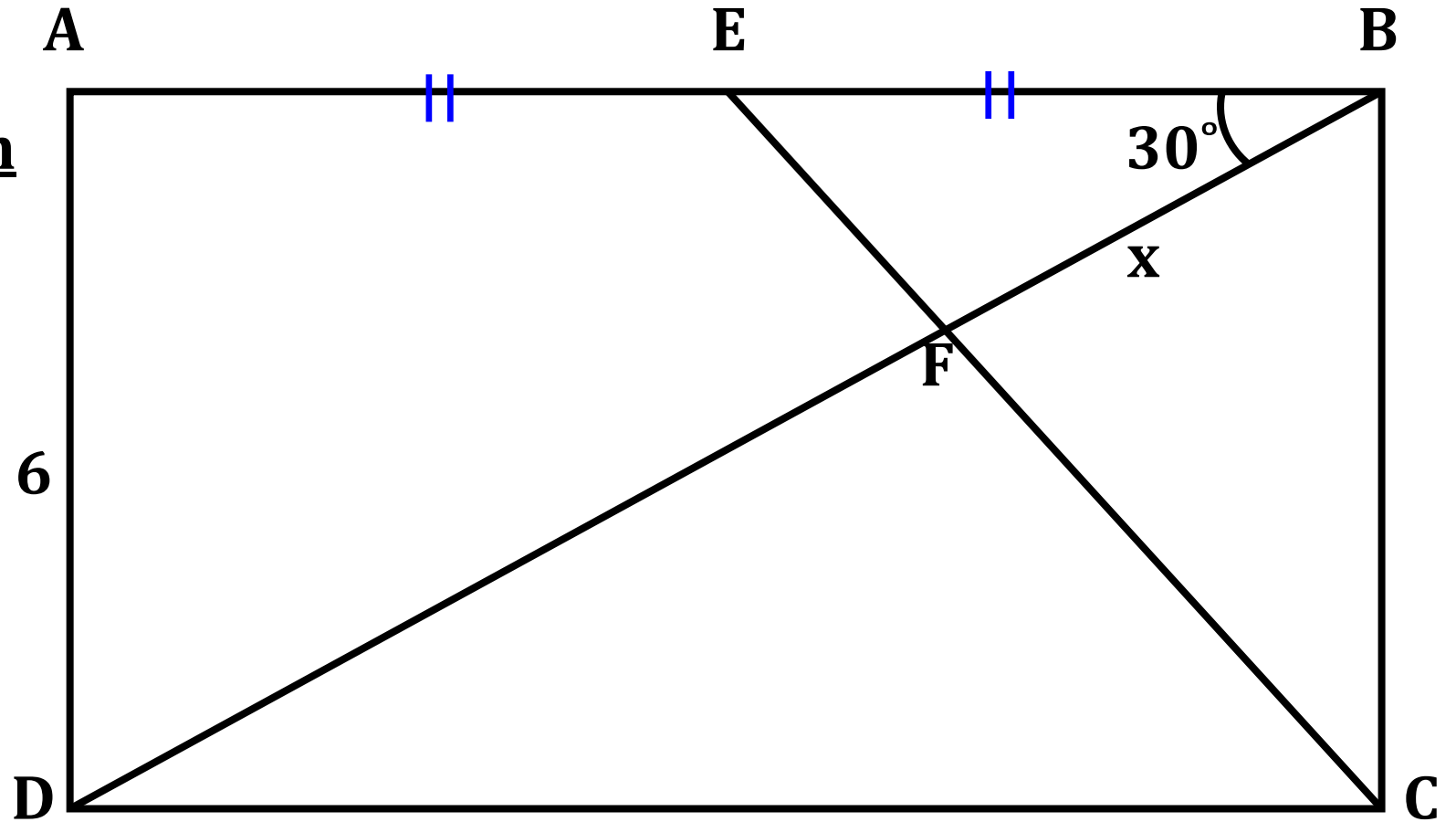


B) $x = ?$

Soru :

ABCD dikdörtgen

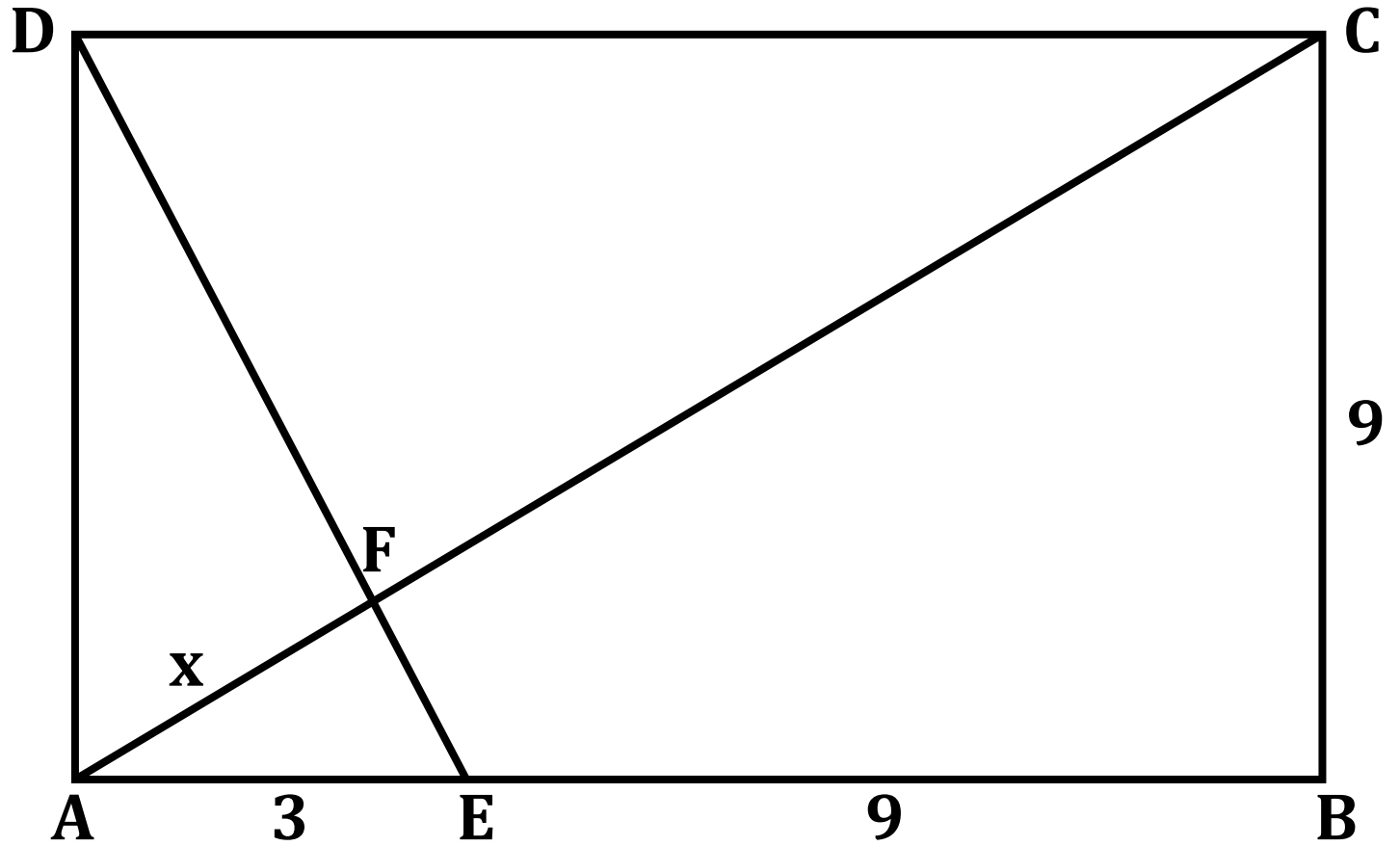
ise $x = ?$



Soru :

ABCD dikdörtgen

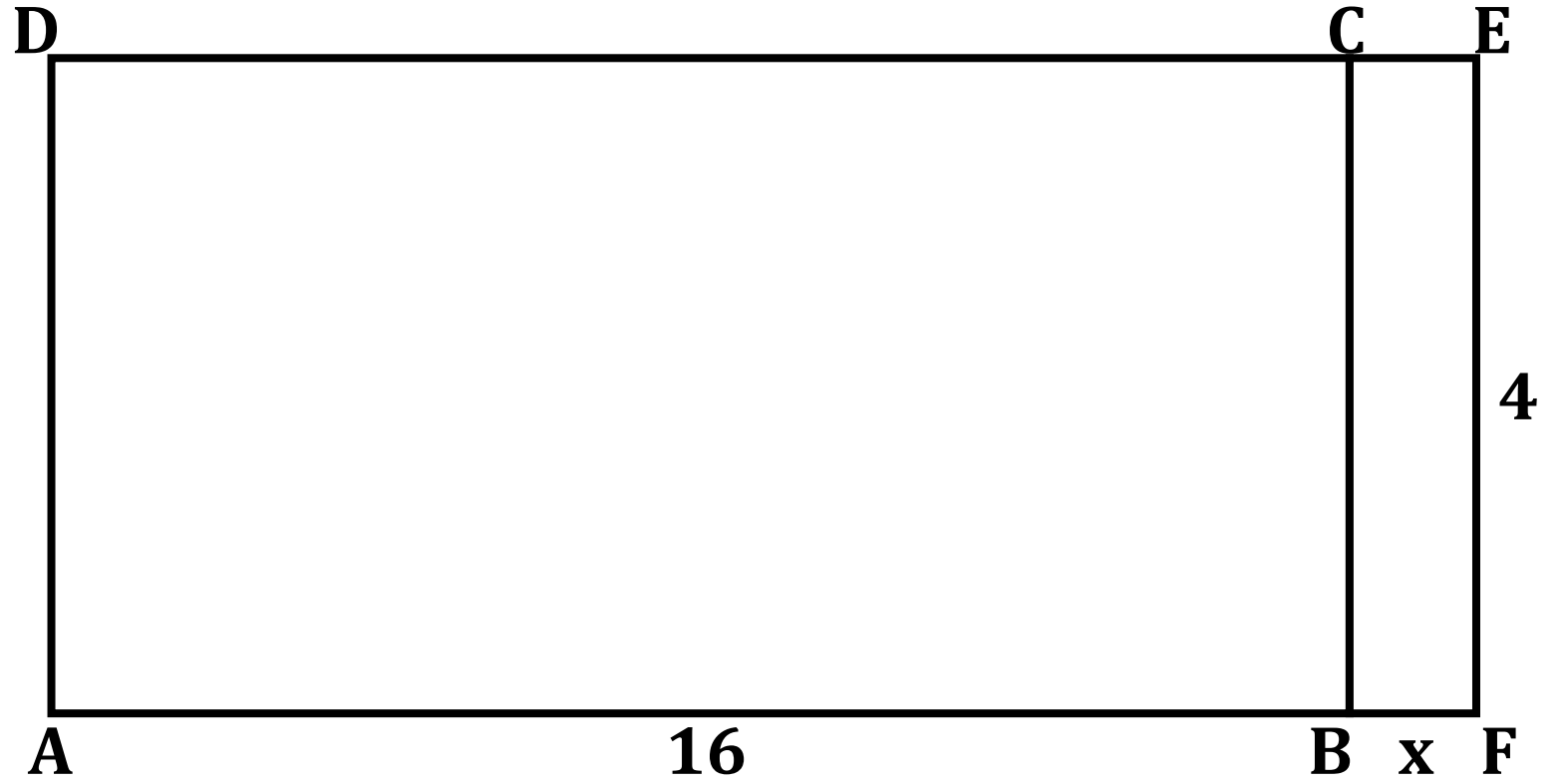
ise $x = ?$



Soru :

ABCD ile BCEF
benzer dikdört-
genler ise $x = ?$

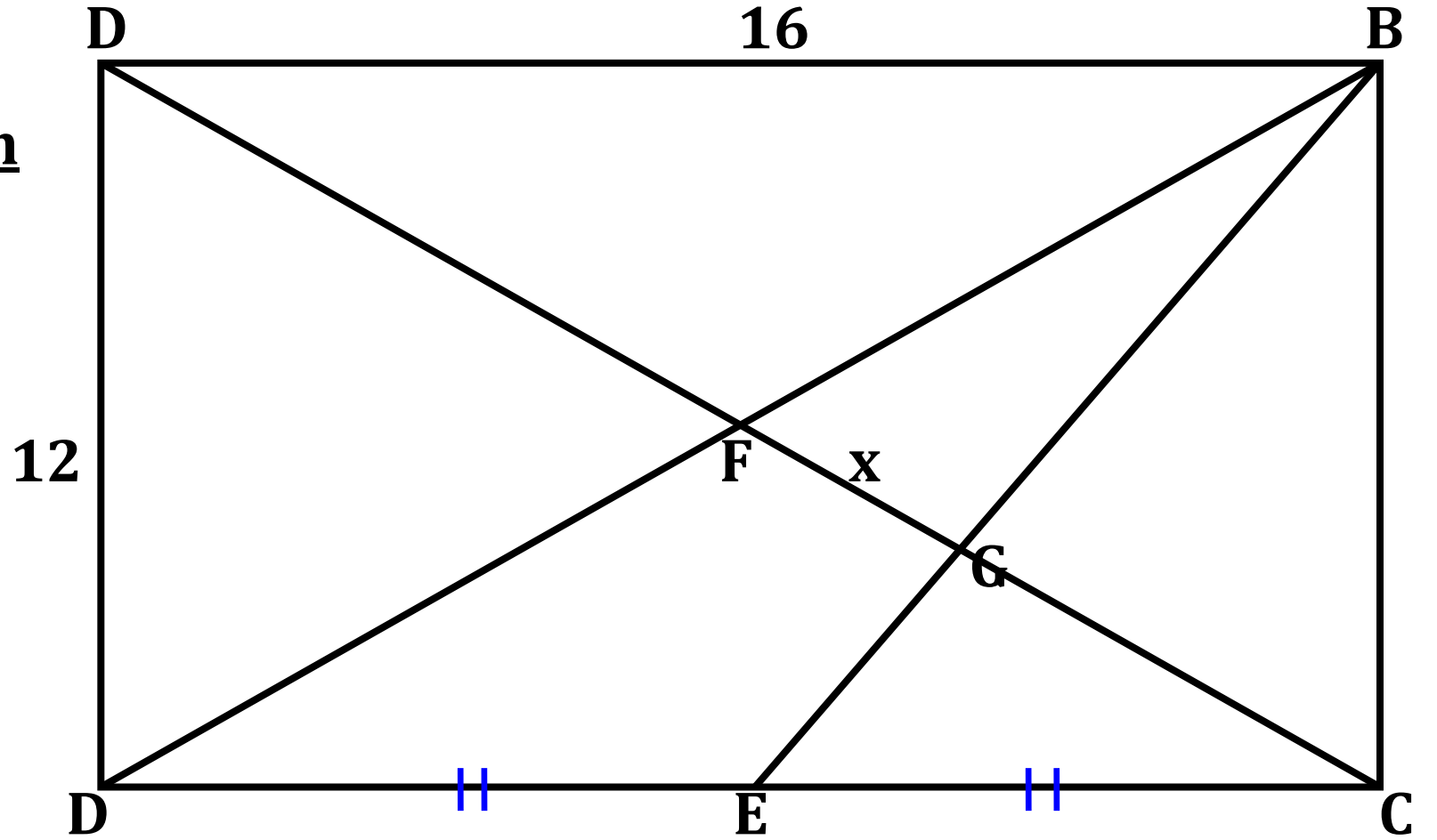
(İki dikdörtgenin
kenarları
orantılıdır.)



Soru :

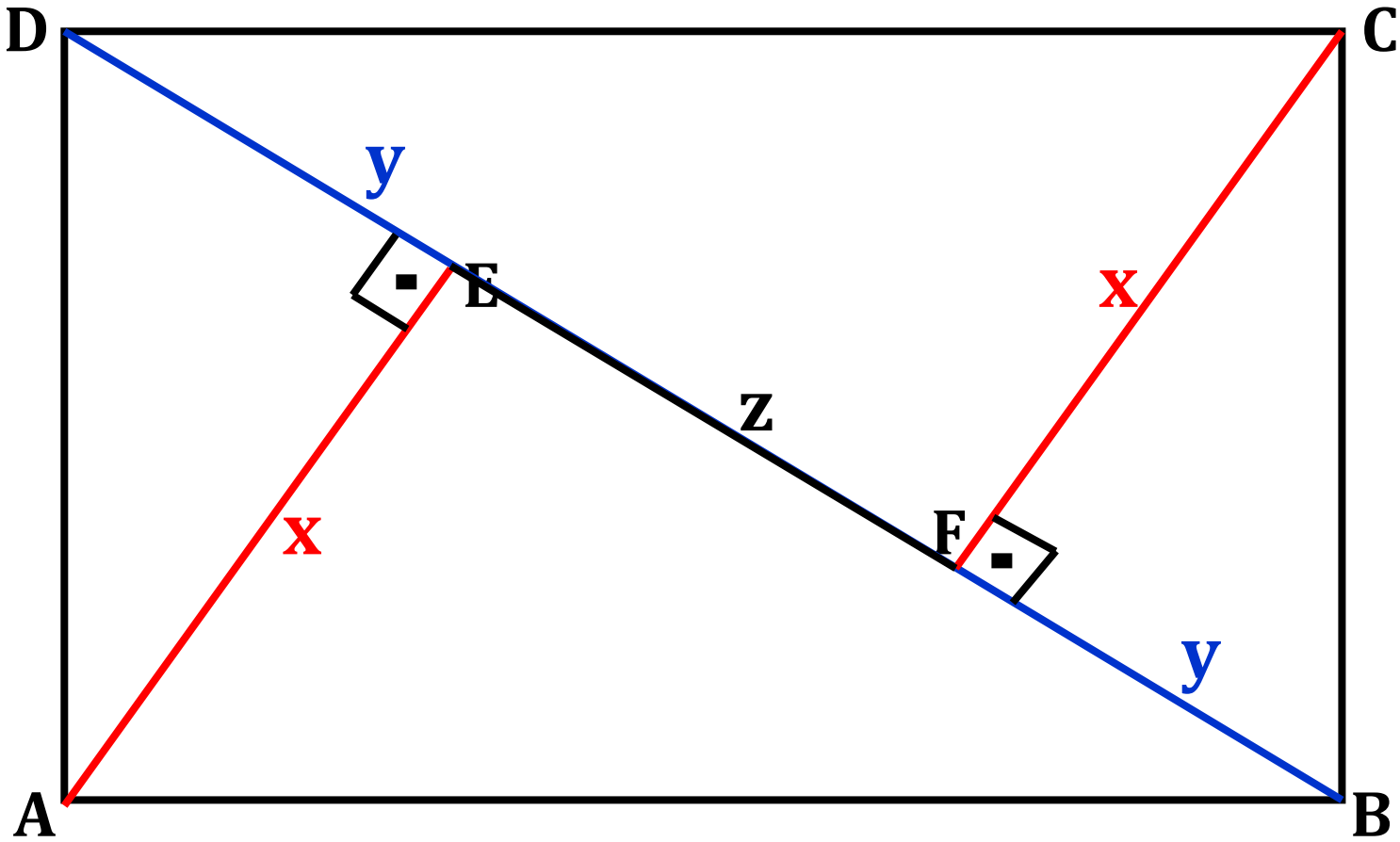
ABCD dikdörtgen

ise $x = ?$



(Köşegen bulunur. Paralelkenardaki özellik kullanılır.)

Kural 2:



*** Dikdörtgende;

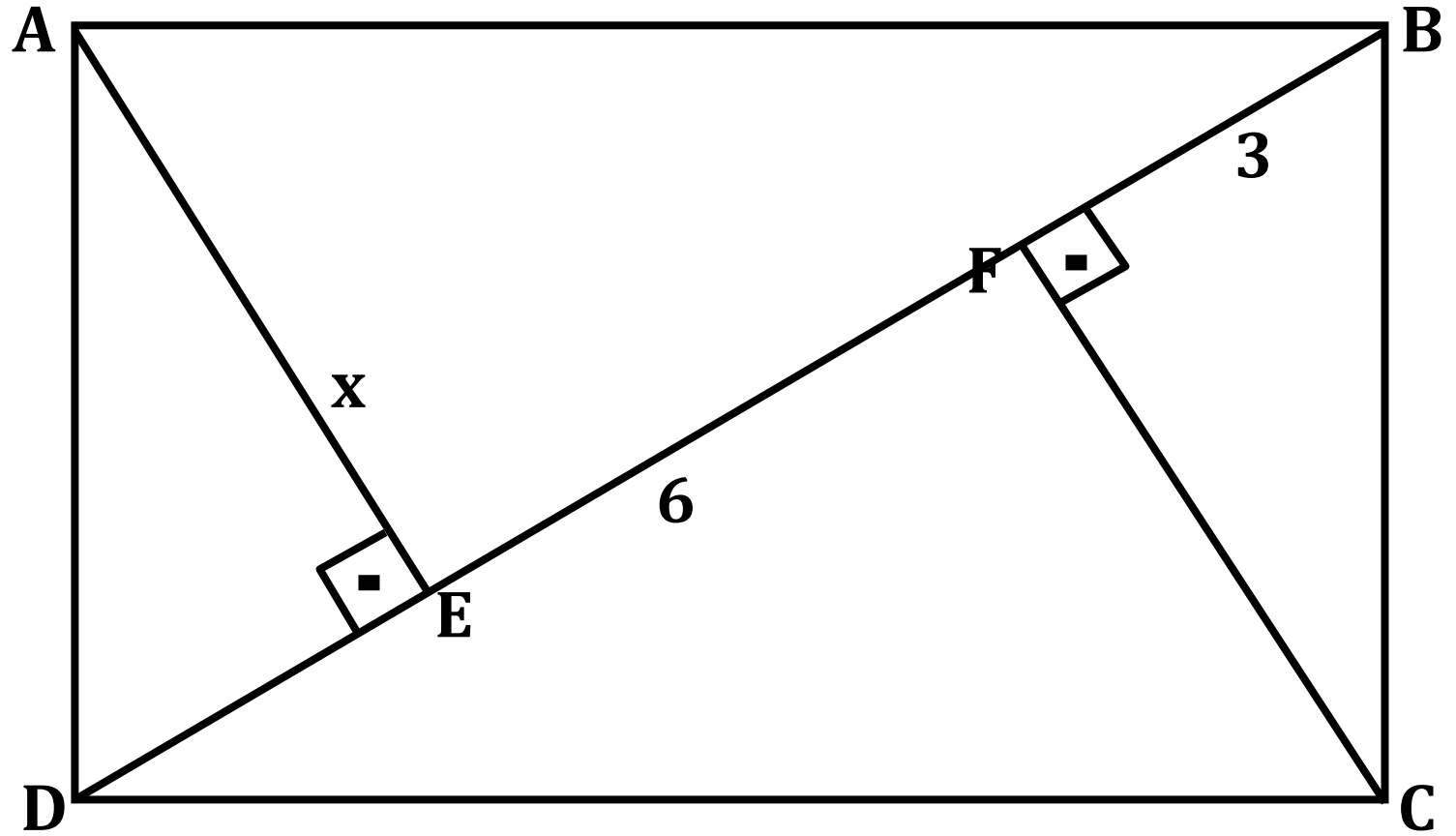
1) Çapraz köşelerden köşegene indirilen dikmeler birbirine eşittir.

2) Köşegendeki iki yan parça da birbirine eşittir. Kural, paralelkenarda da geçerlidir. Çözümde Öklit kuralı uygulanır.

Soru :

ABCD dikdörtgen

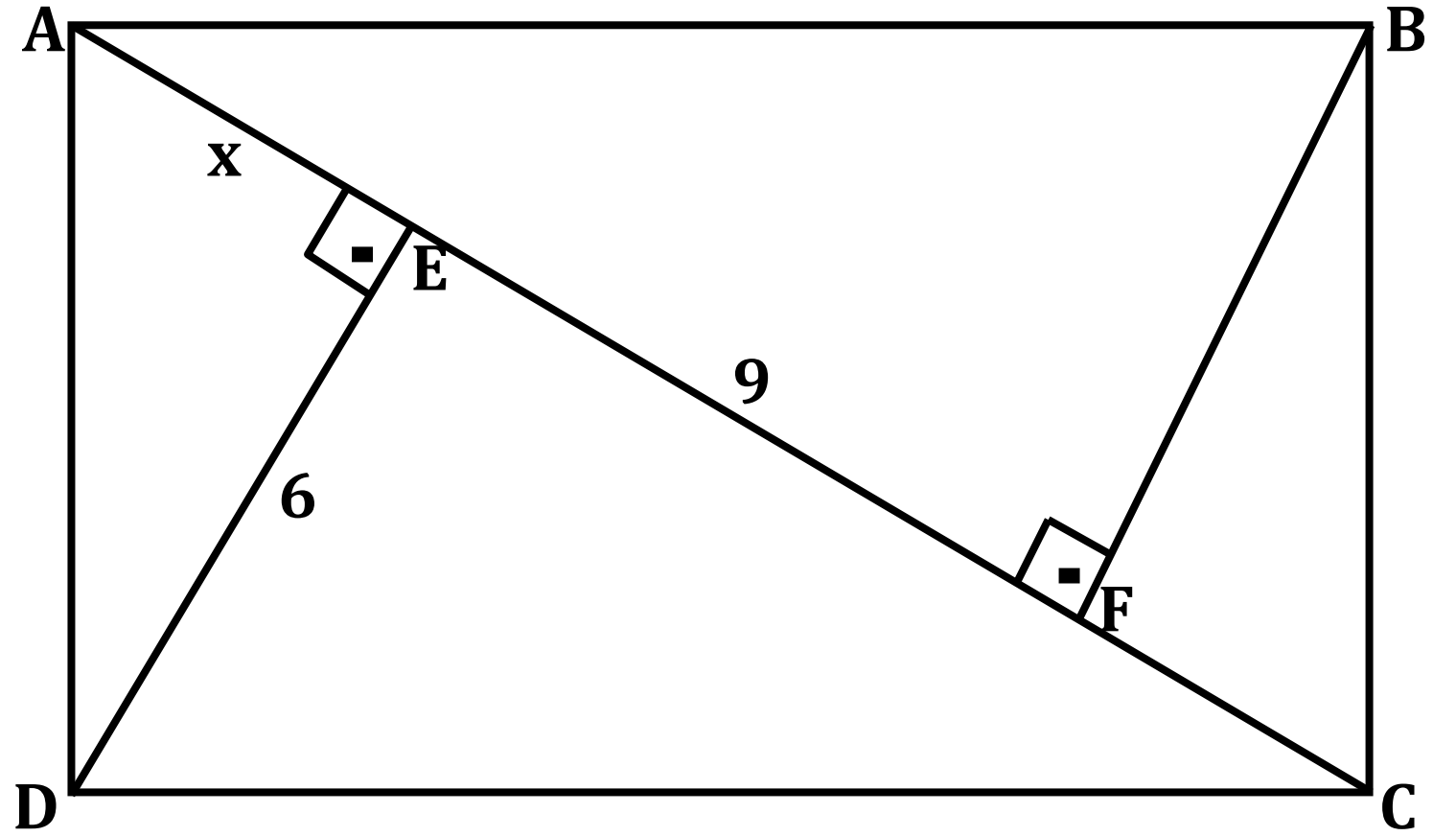
ise $x = ?$



Soru :

ABCD dikdörtgen

ise $x = ?$



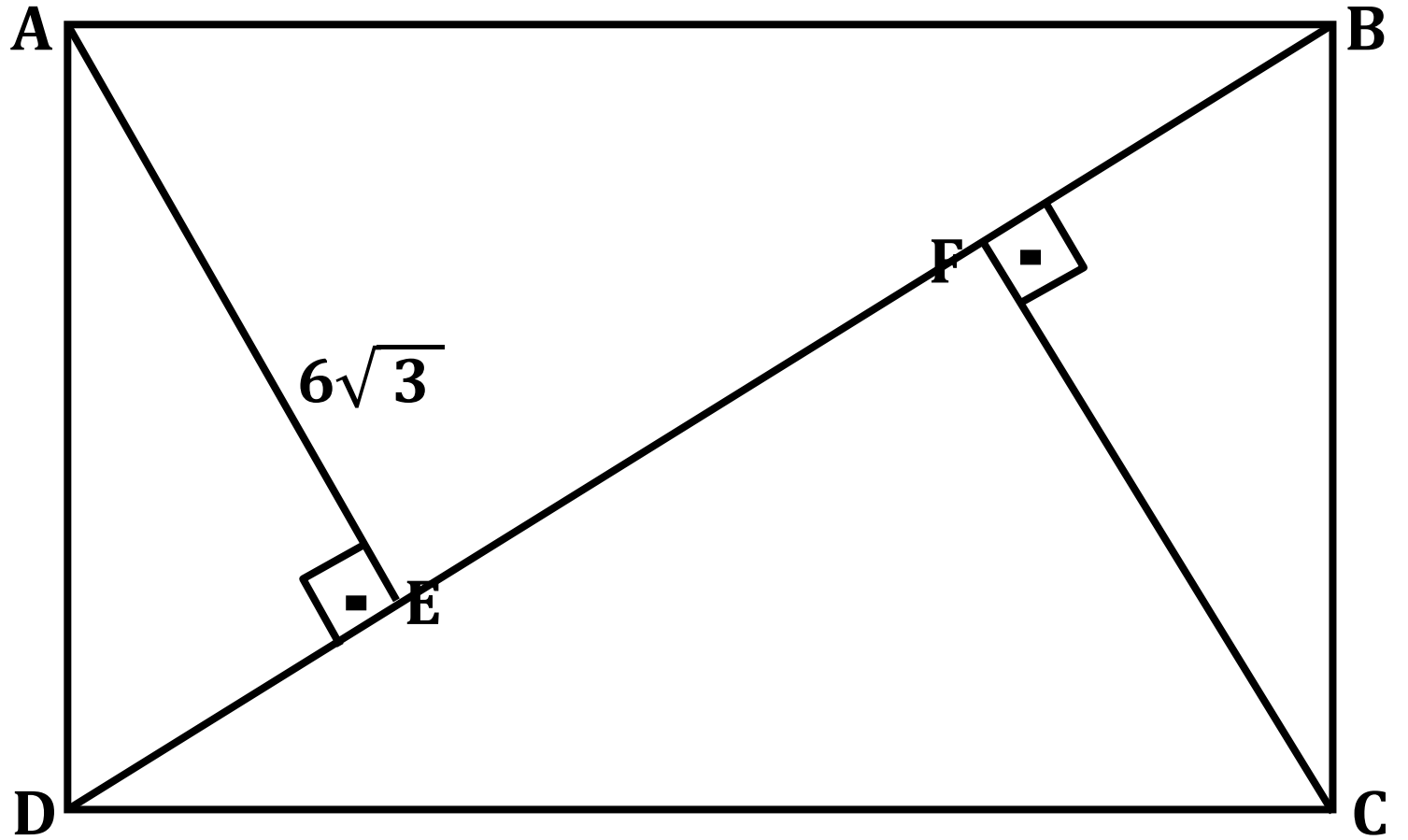
(Denklemi sağlayan x değeri deneme ile de bulunabilir.)

Soru :

ABCD dikdörtgen

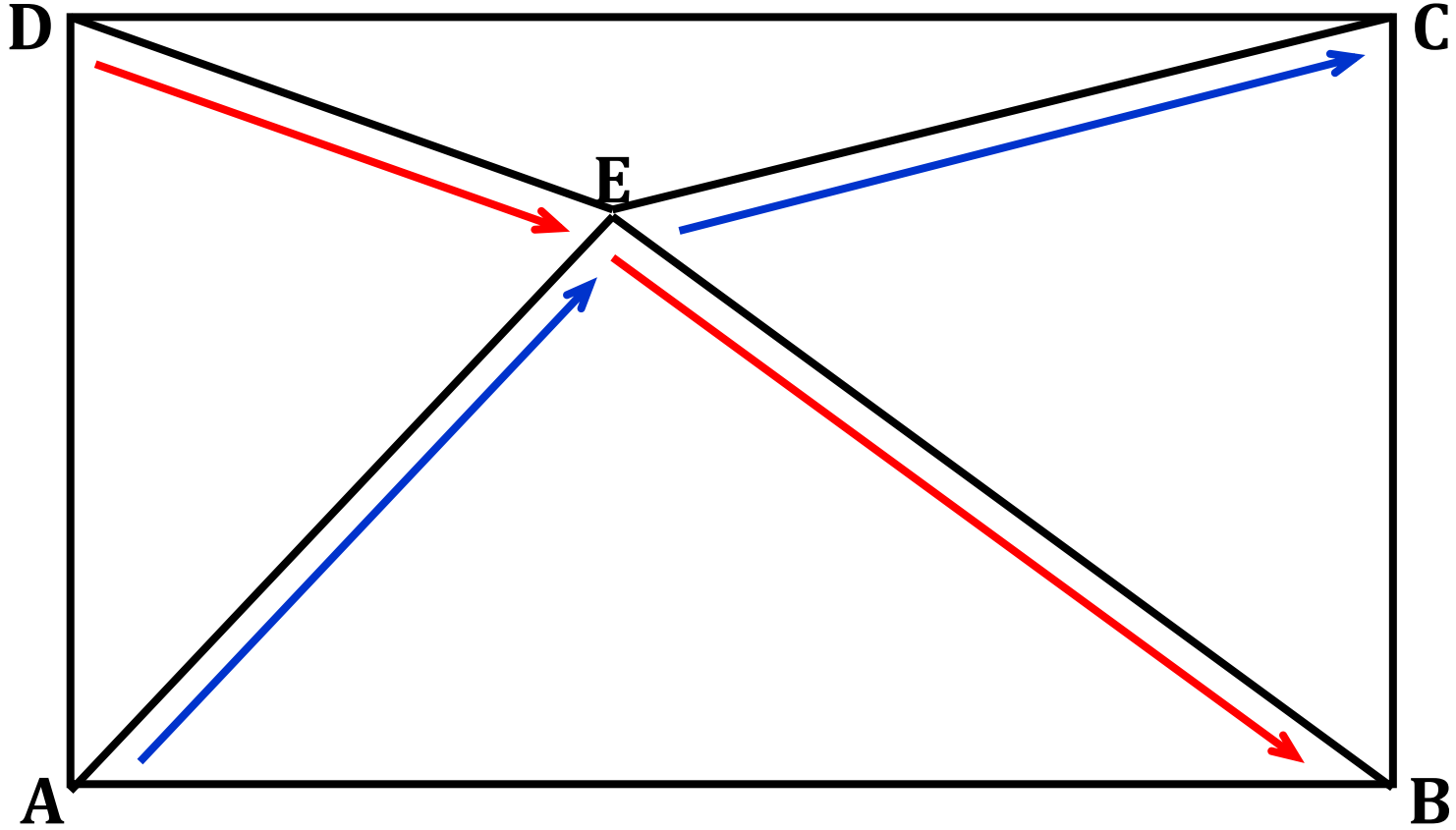
ve $|EF| = 2 \cdot |FB|$

ise $|ED| = ?$



Kural 3 :

A)



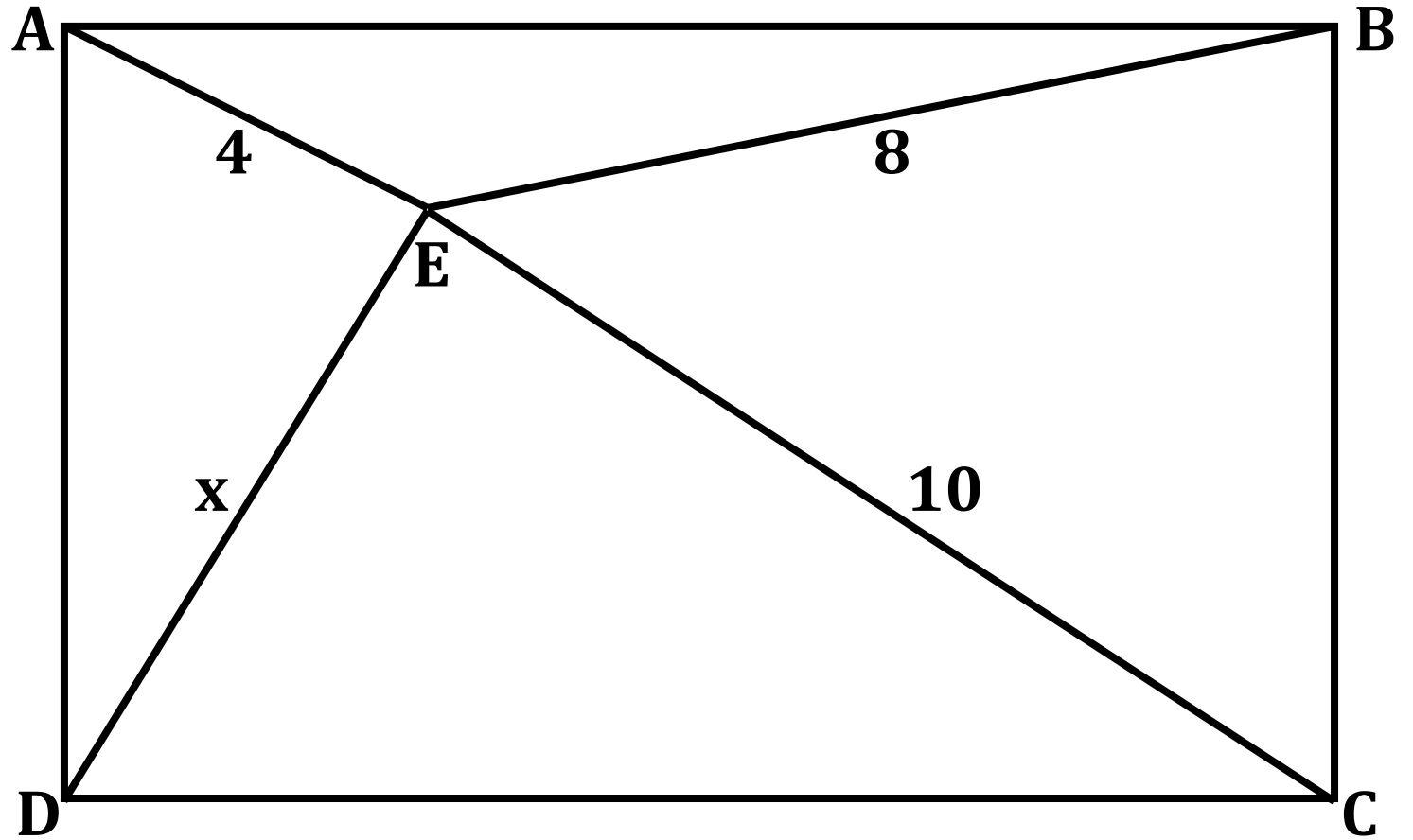
E , ABCD dikdörtgeninin içerisinde herhangi bir nokta ise;

$$|AE|^2 + |EC|^2 = |DE|^2 + |EB|^2 \text{ olarak alınır.}$$

Soru :

ABCD dikdörtgen

ise $x = ?$

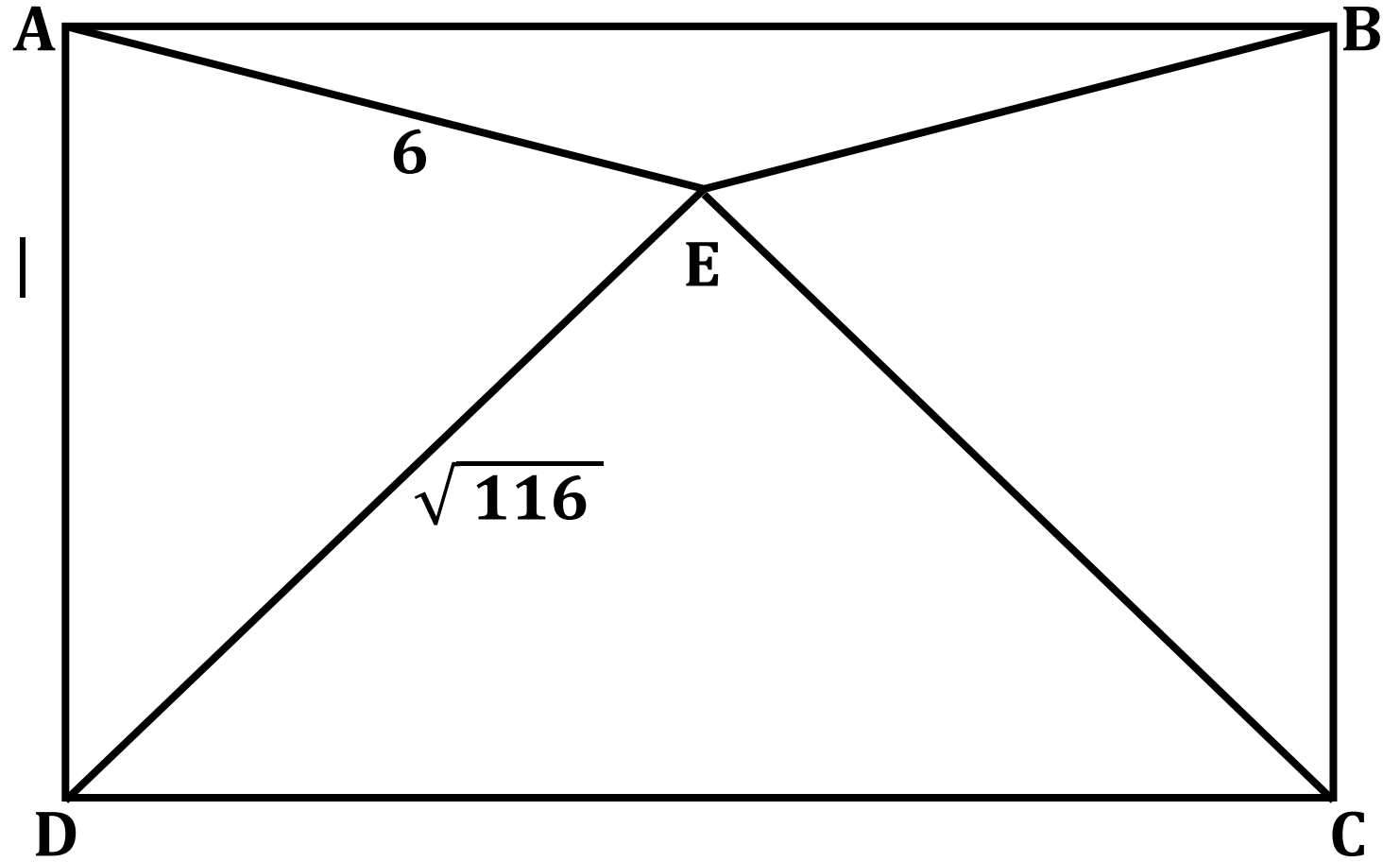


Soru :

ABCD dikdörtgen

ve $2 \cdot |EC| = 3 \cdot |EB|$

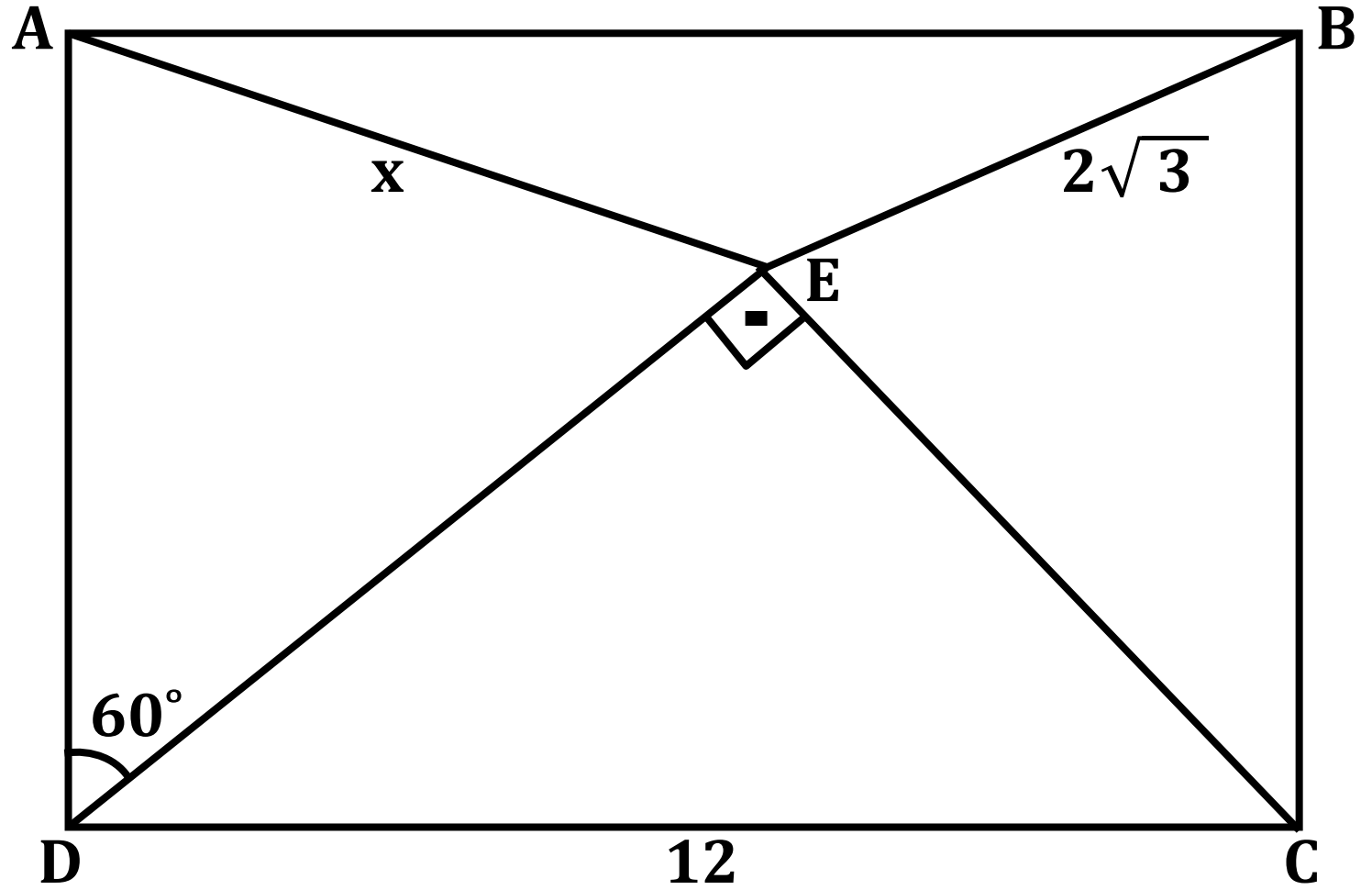
ise $|EC| = ?$



Soru :

ABCD dikdörtgen

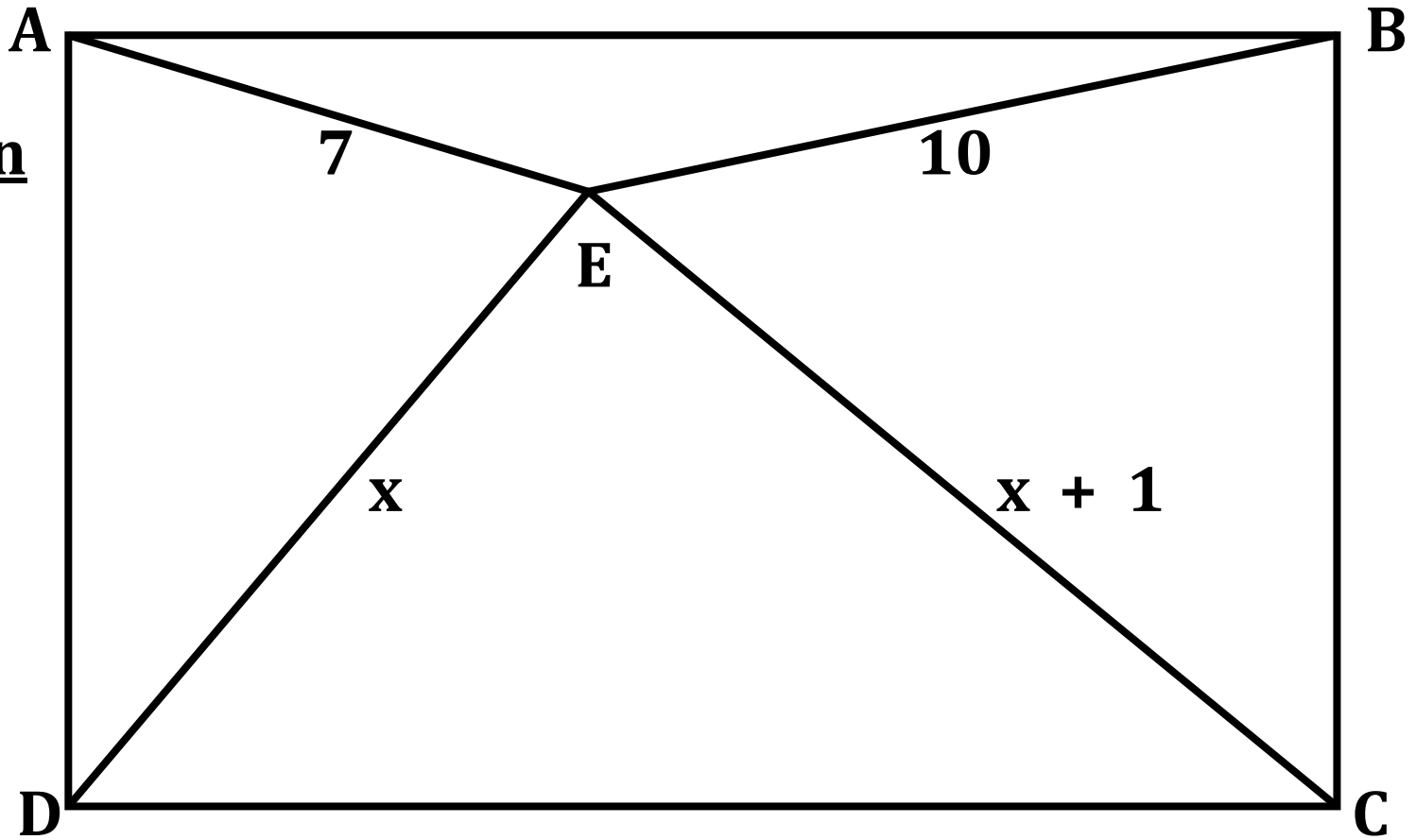
ise $x = ?$



Soru :

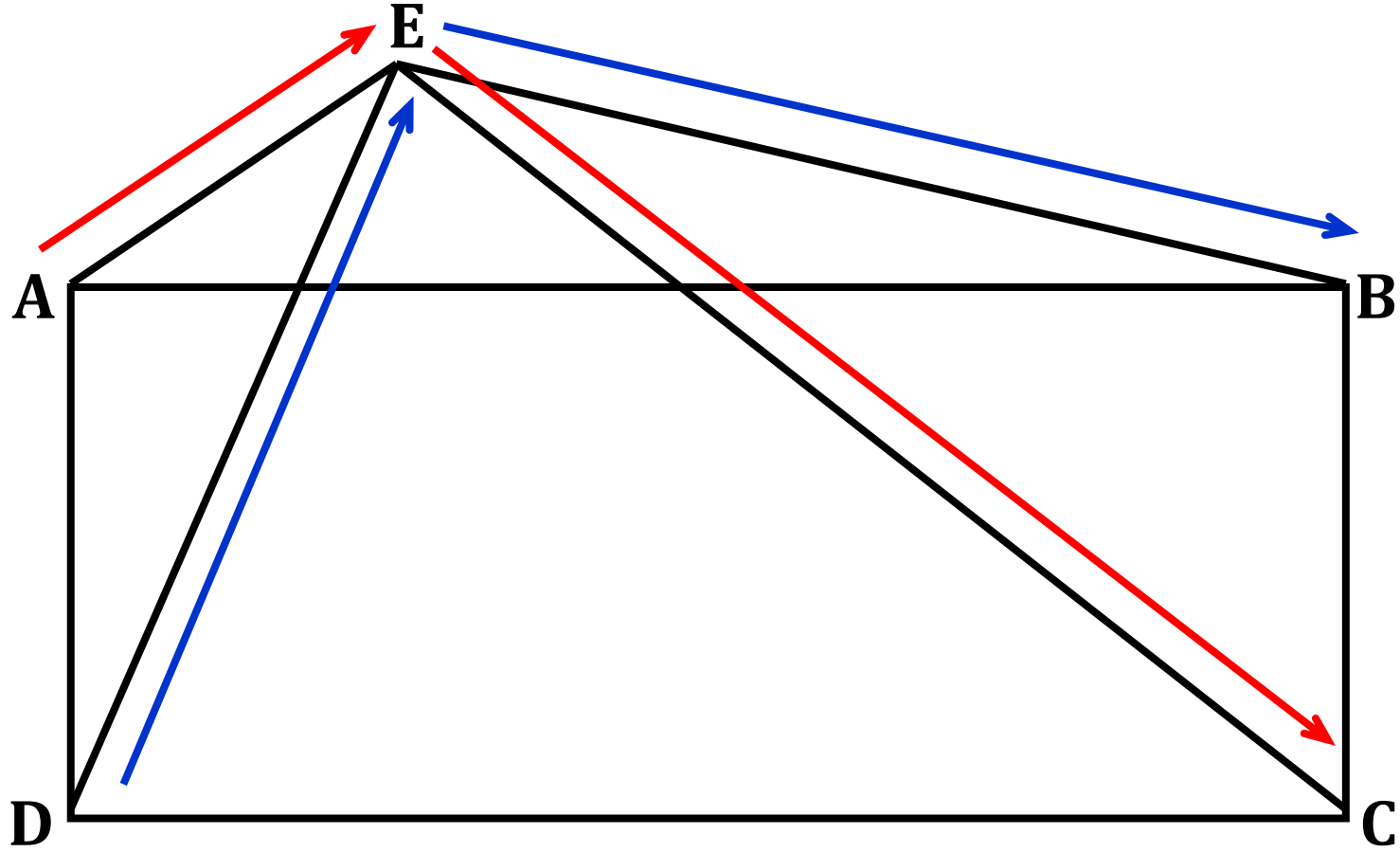
ABCD dikdörtgen

ise $x = ?$



Kural 3 :

(B)



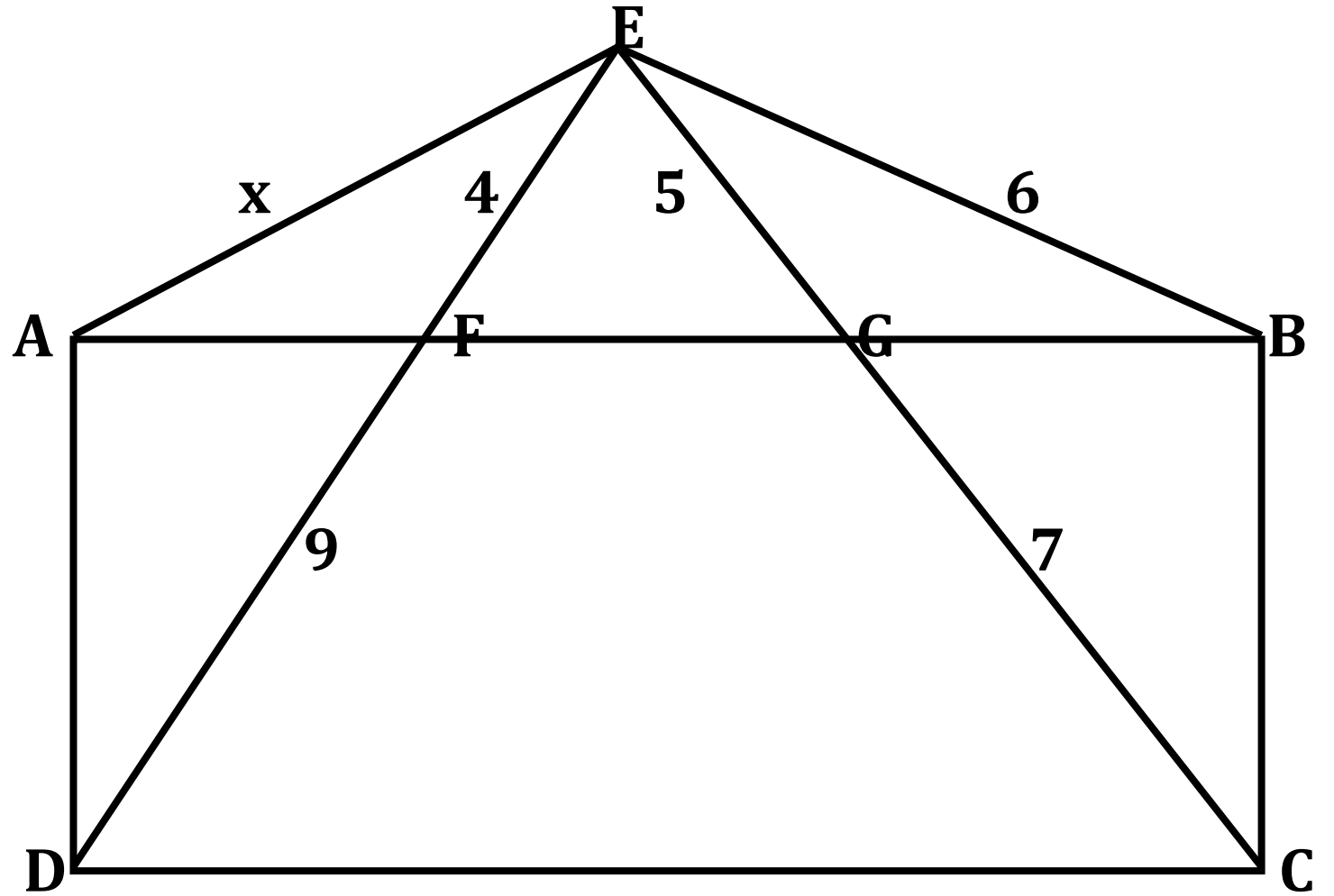
E , ABCD dikdörtgeninin dışında herhangi bir nokta ise;

$$|AE|^2 + |EC|^2 = |DE|^2 + |EB|^2 \text{ olarak alınır.}$$

Soru :

ABCD dikdörtgen

ise $x = ?$

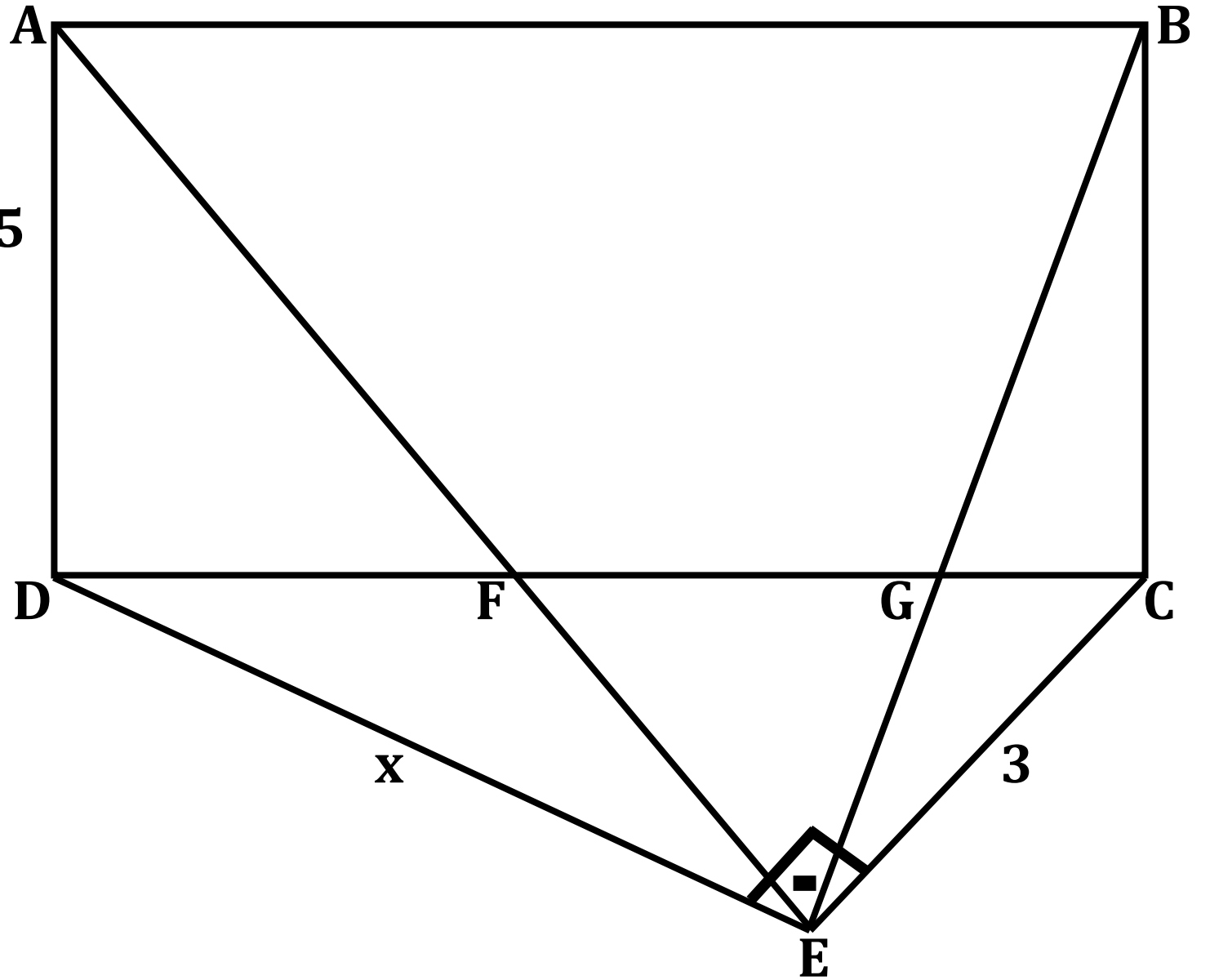


Soru :

ABCD dikdörtgen

$|AE| = 8$, $|BE| = 5$

br ise ; **A)** $x = ?$

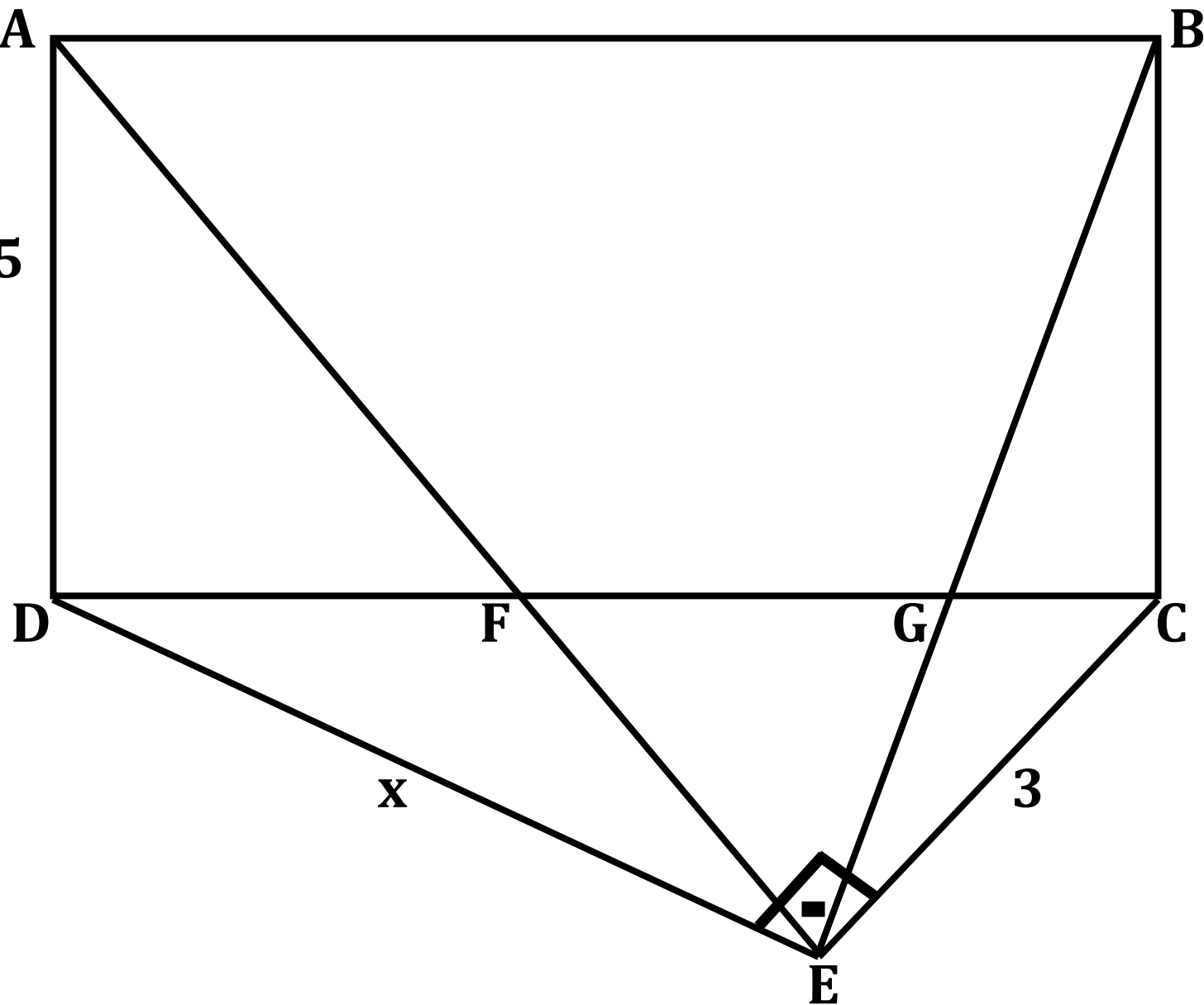


ABCD dikdörtgen

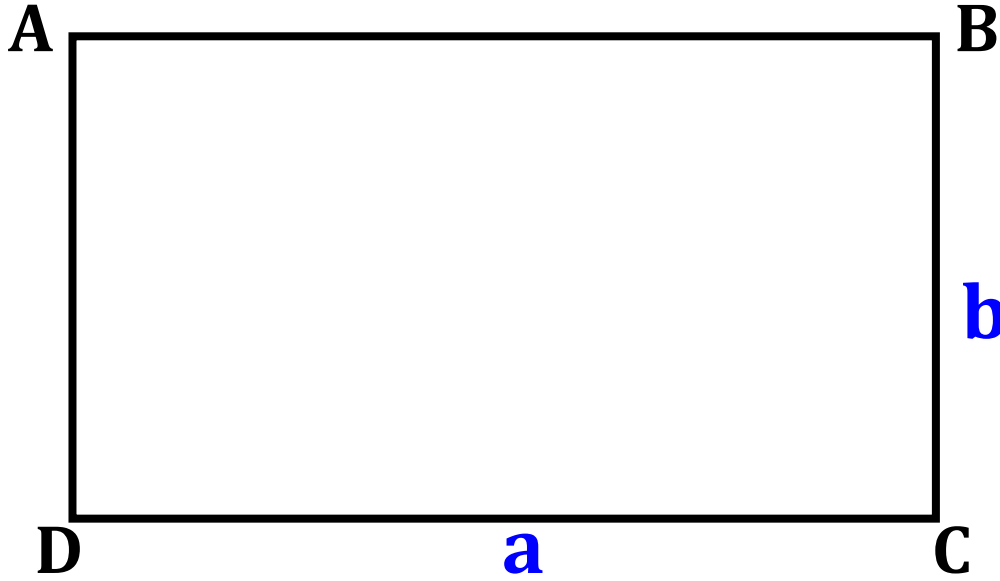
$|AE| = 8$, $|BE| = 5$

br ise ;

B) $|AB| = ?$



Dikdörtgenin Alanı



ABCD dikdörtgeninin alanı

$$A (ABCD) = a . b$$

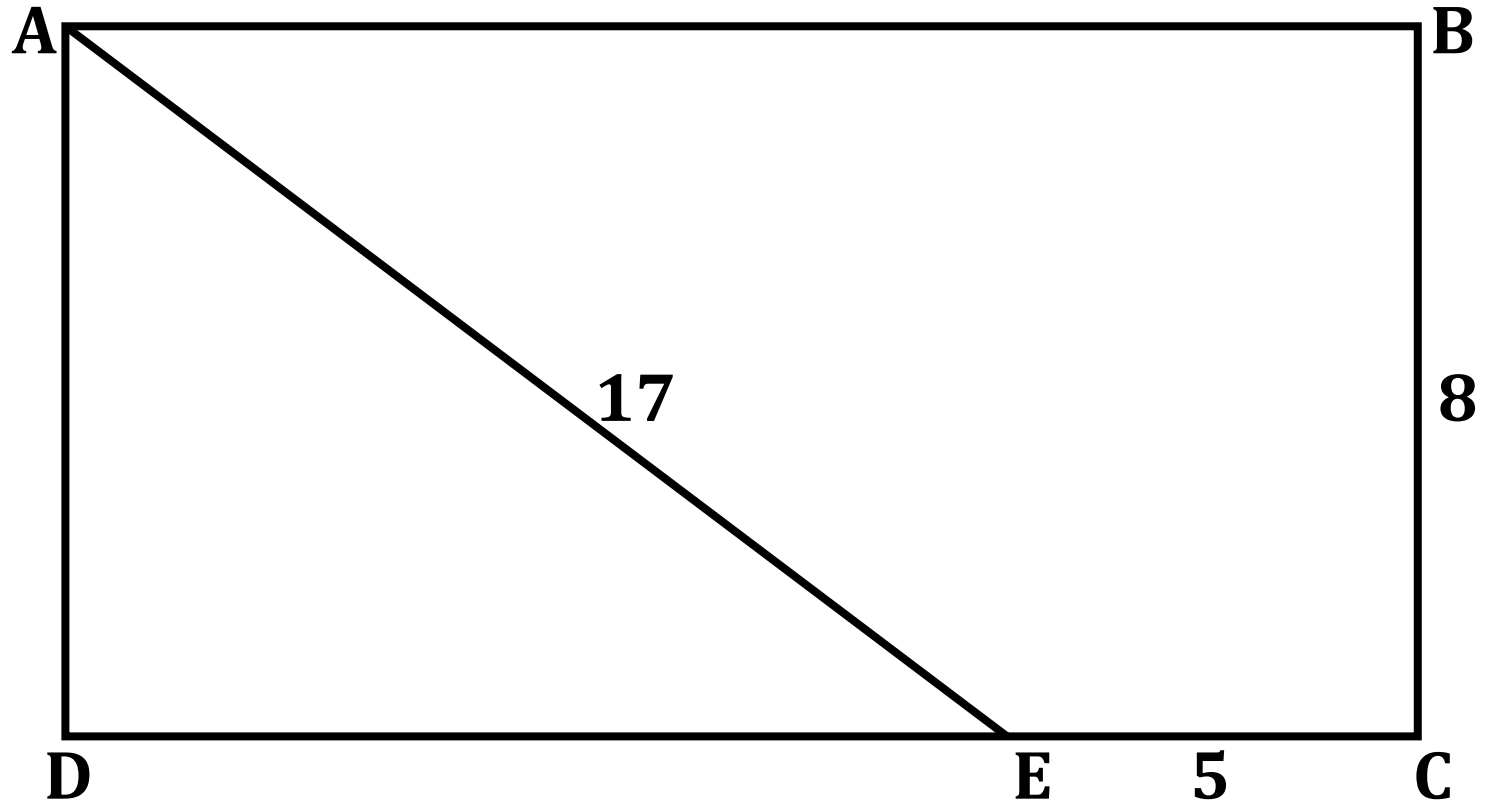
olarak bulunur.

*** Paralelkenar alan formülleri
burada da kullanılabilir.

Soru : Uzun kenarı kısa kenarının 3 katı olduğu bir dikdörtgenin alanı 48 br^2 ise dikdörtgenin çevre uzunluğunu bulunuz.

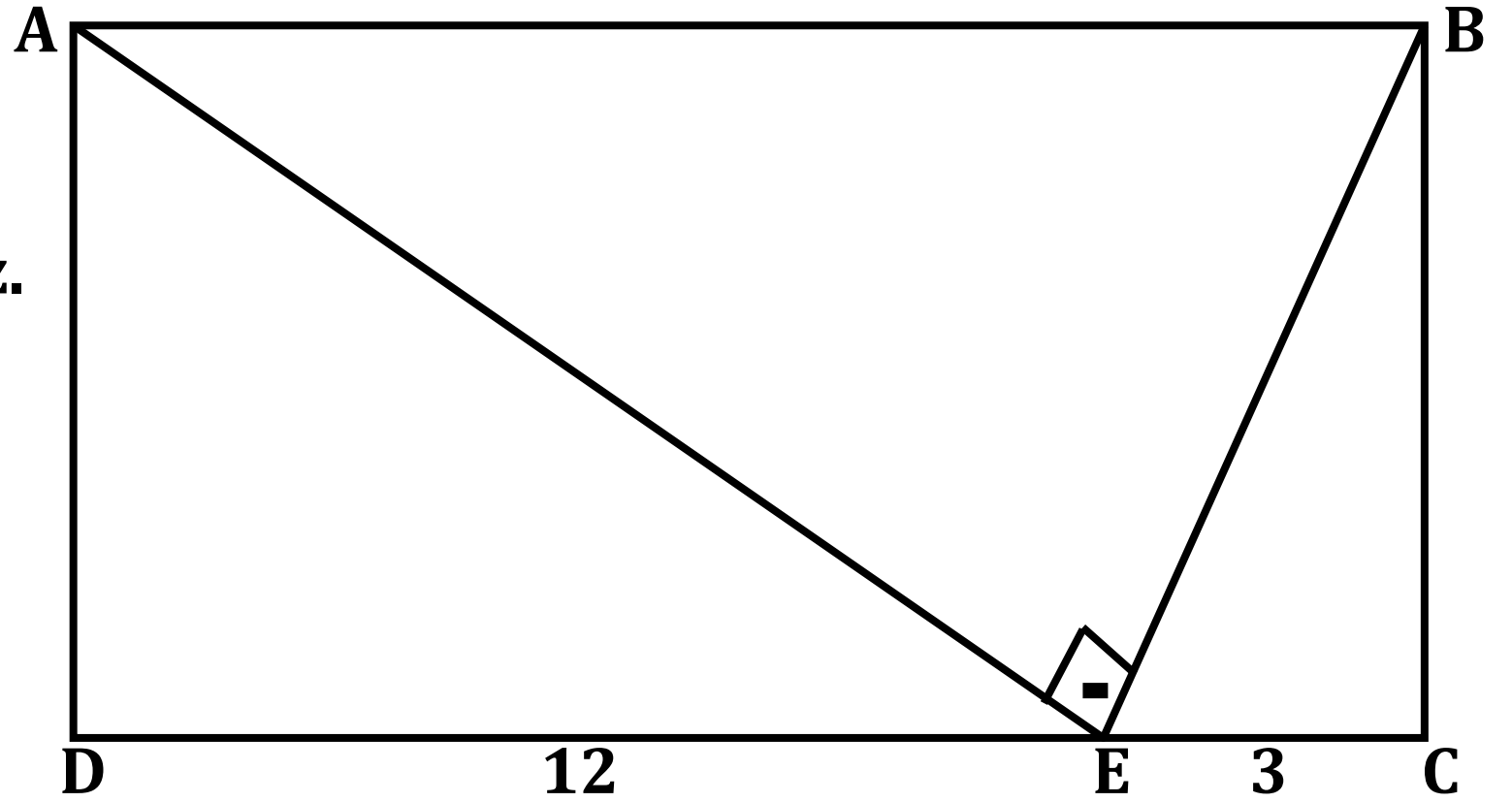
Soru :

ABCD dikdörtgen
ise alanını bulunuz.



Soru :

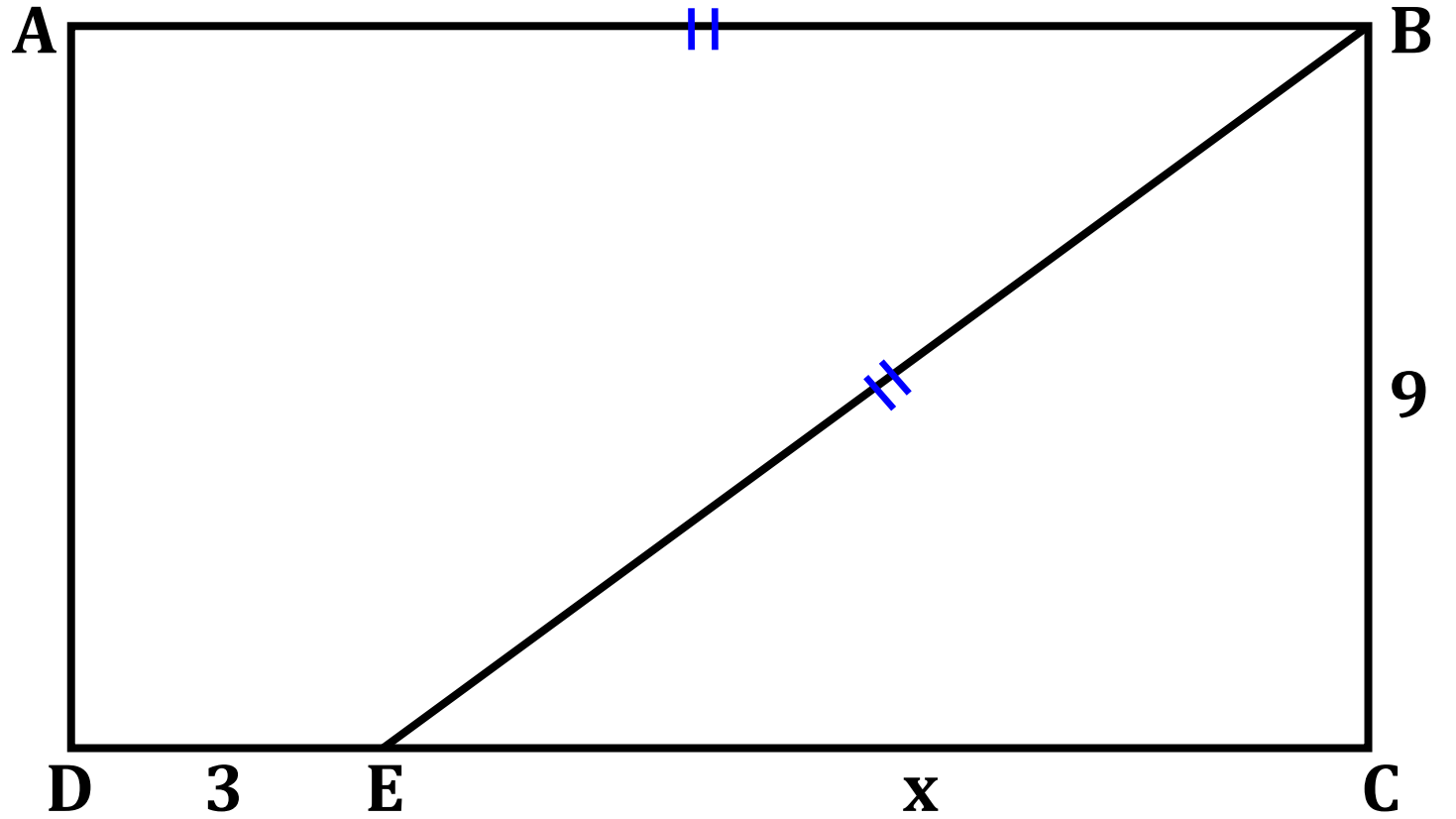
**ABCD dikdörtgen
ise alanını bulunuz.**



Soru :

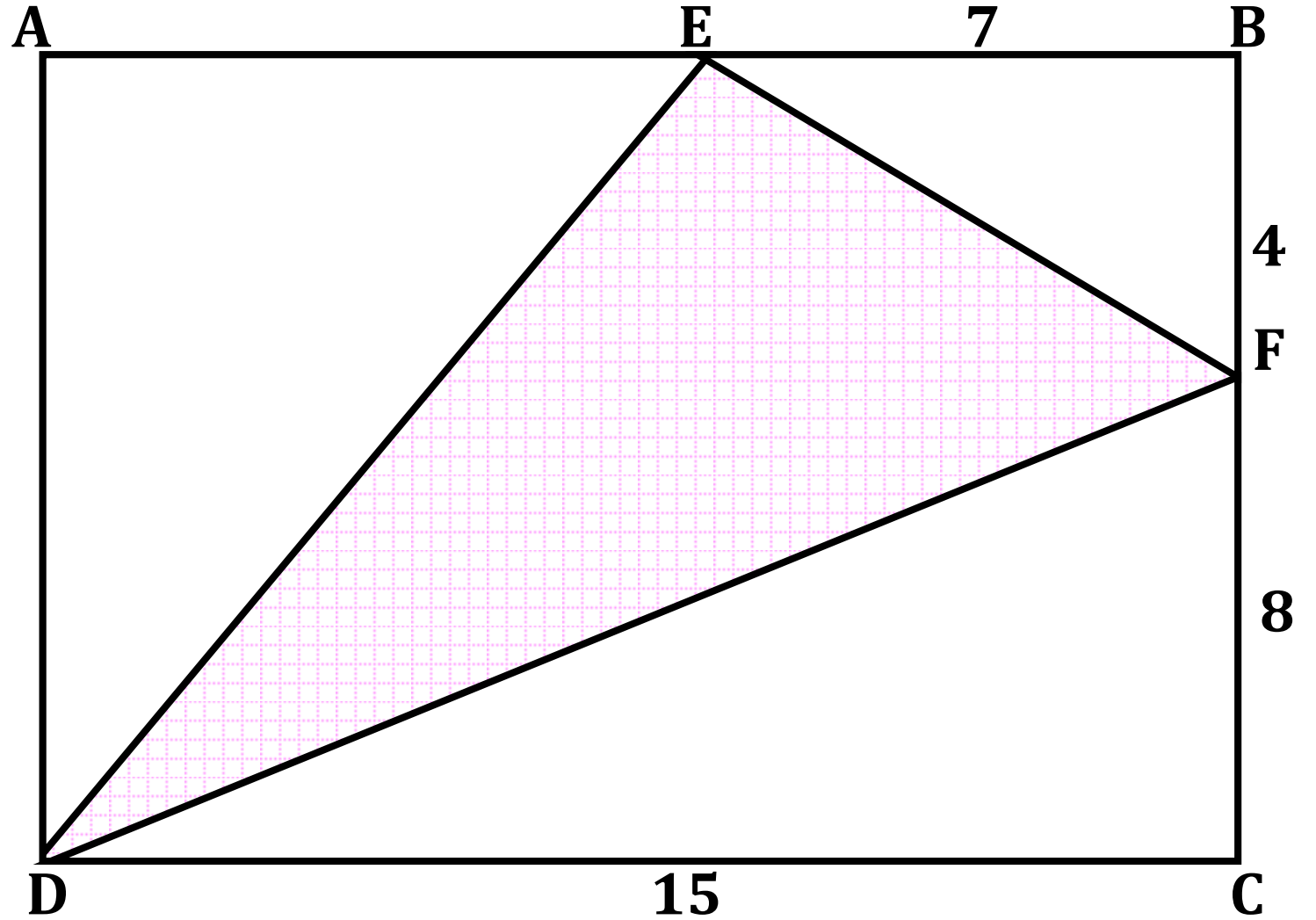
ABCD dikdörtgen

ise $A(ABCD) = ?$



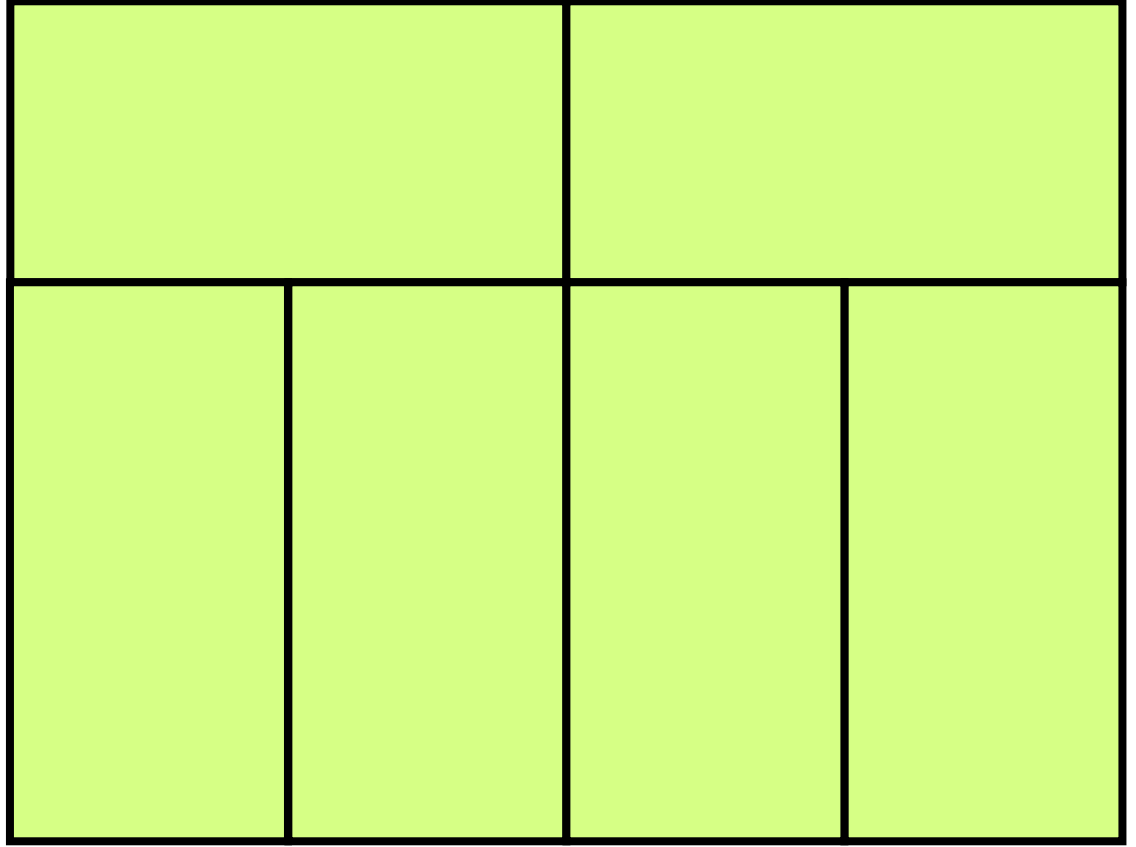
Soru :

**ABCD dikdörtgen
ise taralı bölgenin
alanını bulunuz.**



(Tüm alandan üçgenlerin alanları çıkartılarak bulunur.)

Soru : Şekil 6 tane
eş dikdörtgenden
oluşmaktadır. Büyük
şeklin çevresi 112 br
ise alanı kaç br^2 'dir ?

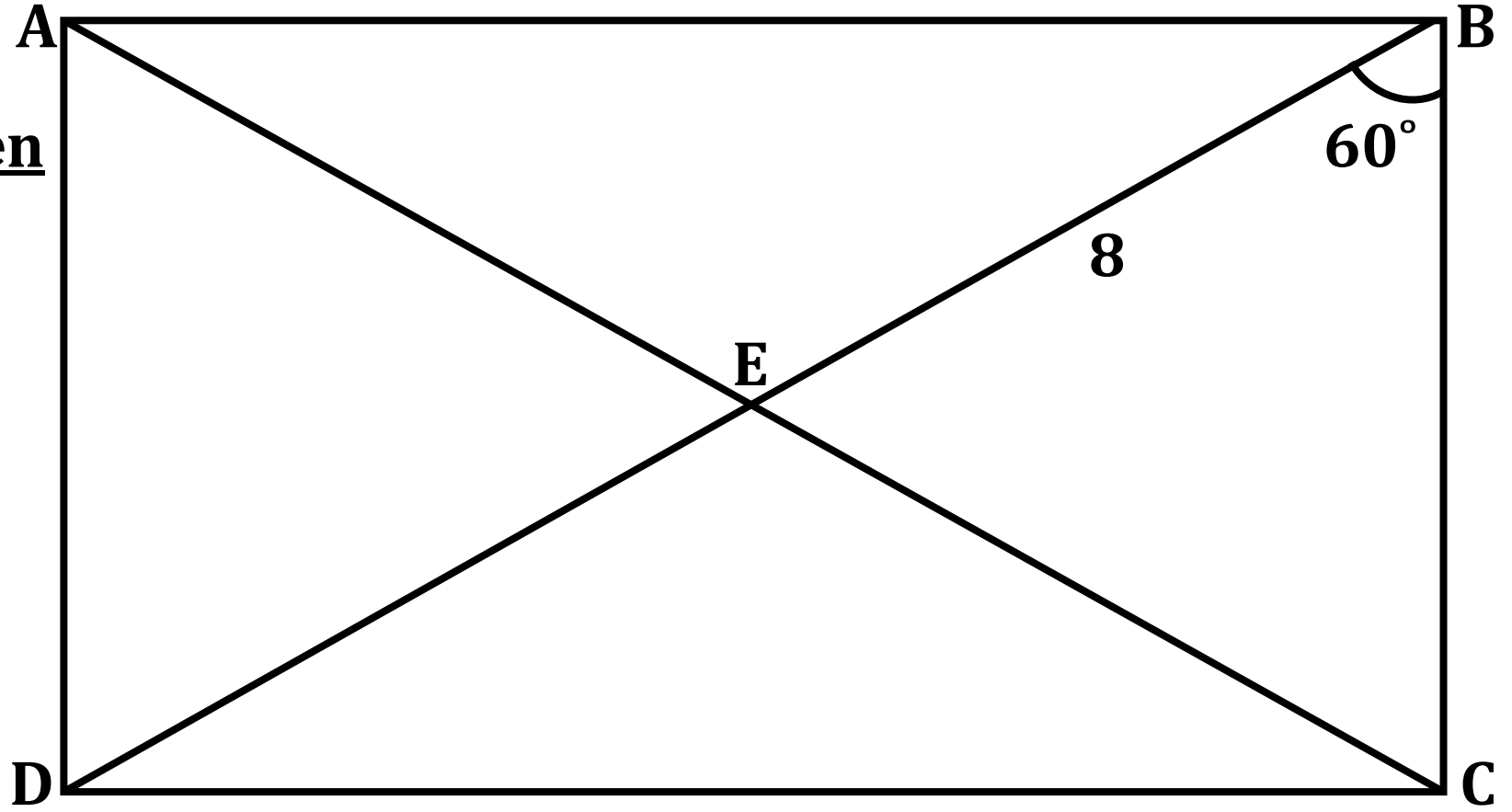


Soru :

ABCD dikdörtgen

ise alanını

bulunuz.

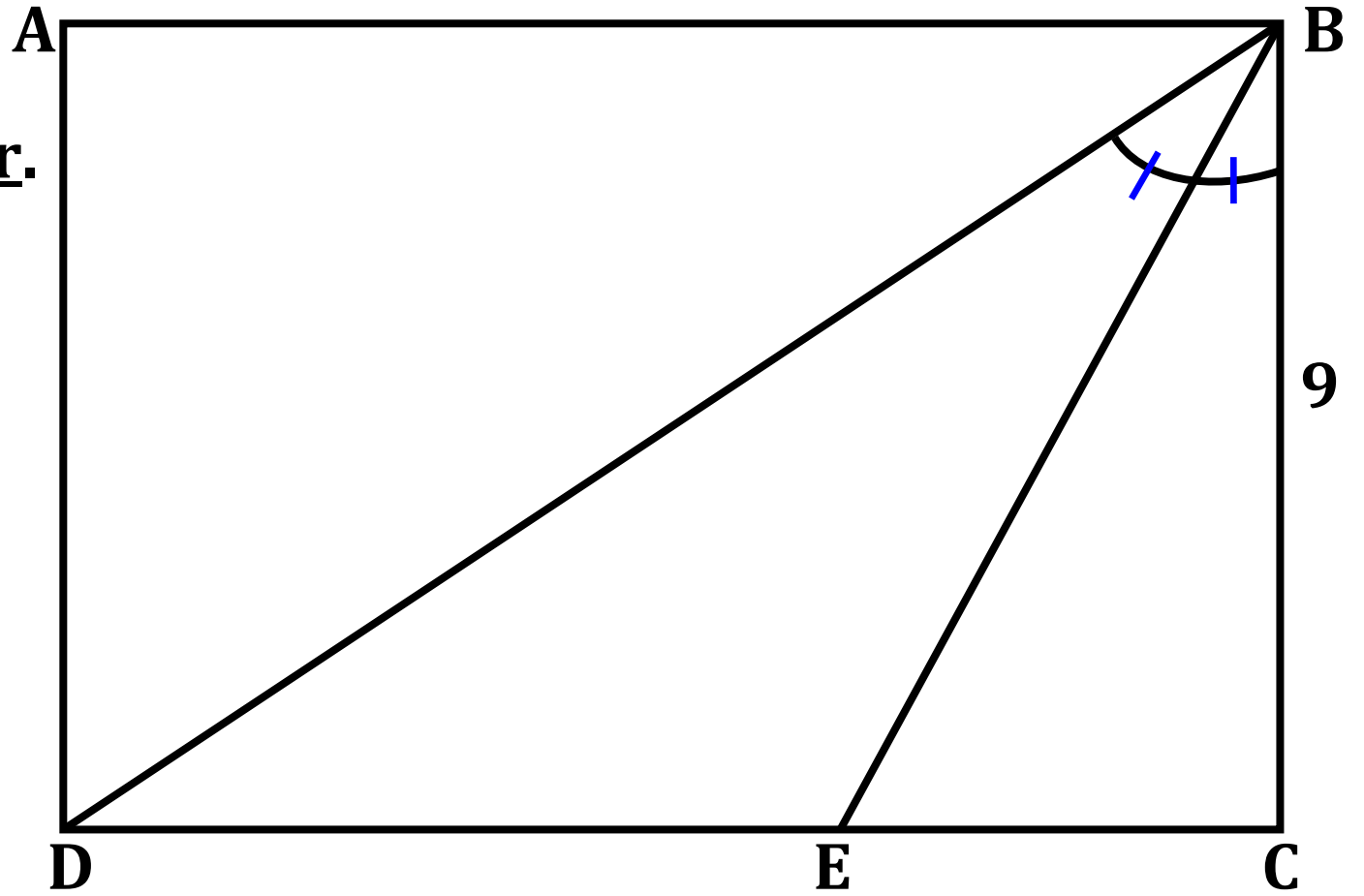


Soru :

ABCD dikdörtgendir.

$$3 \cdot |DE| = 5 \cdot |EC|$$

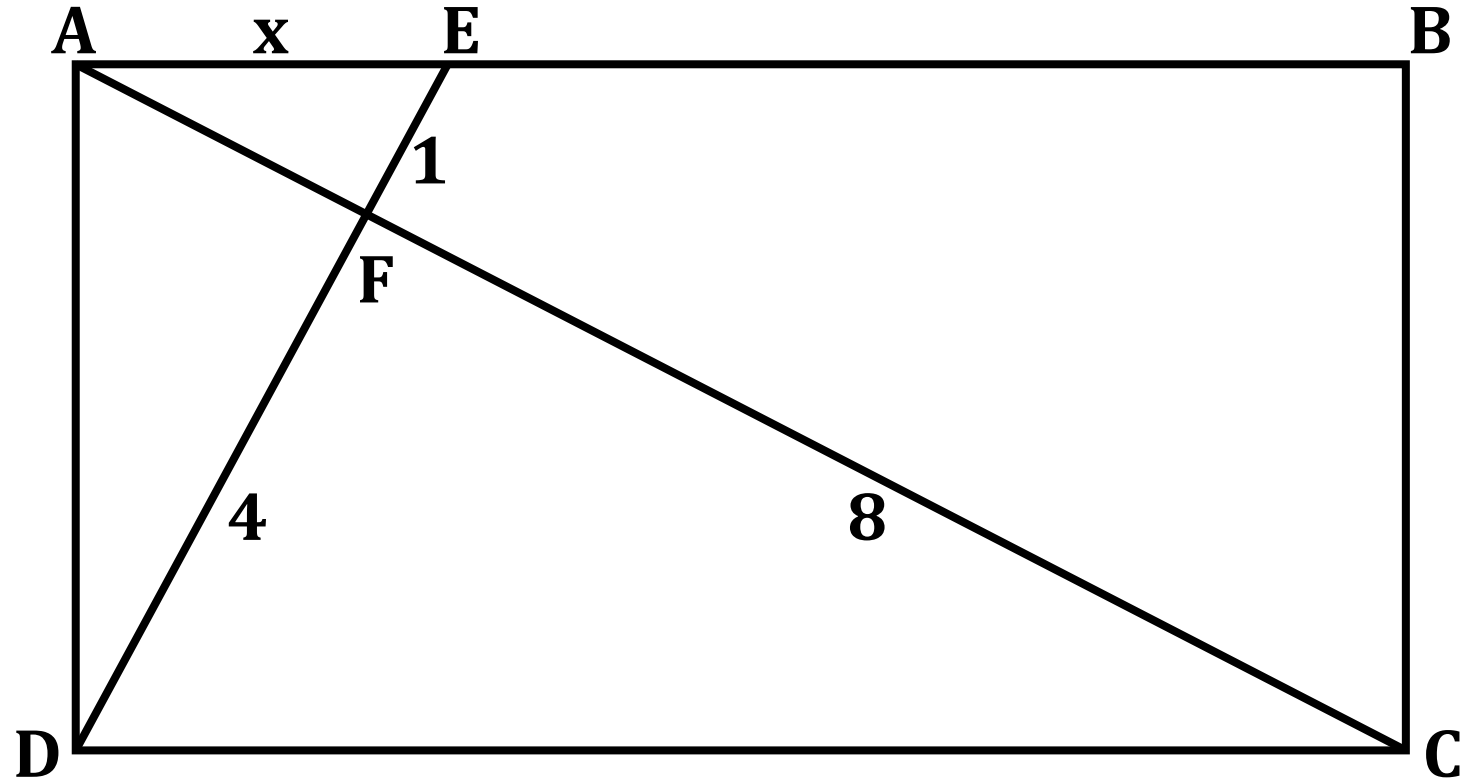
$$\text{ise } A(ABCD) = ?$$



(Açıortayda, yan tabanlar alt tabanlarla orantılı idi.)

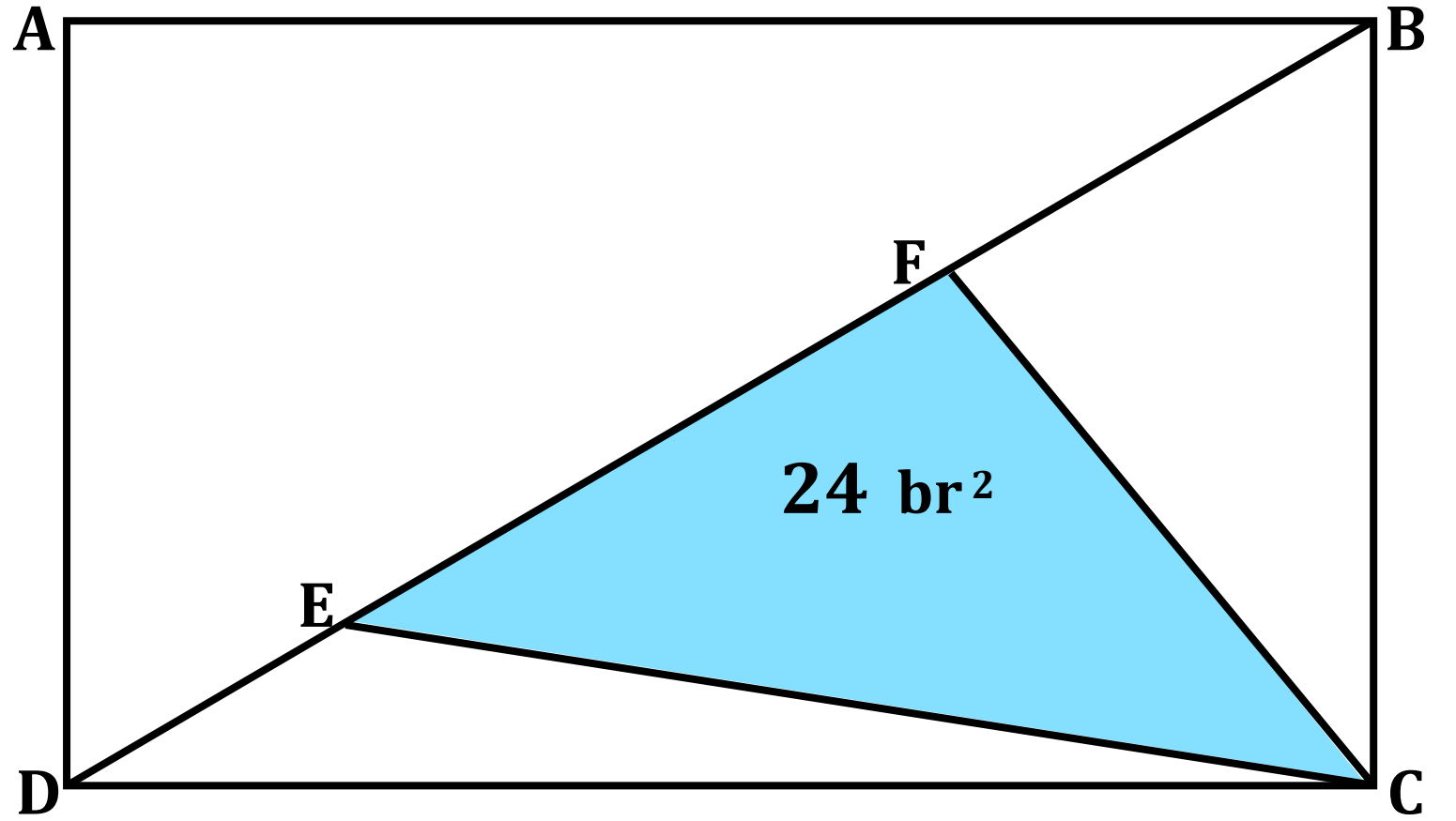
Soru :

**ABCD dikdörtge-
ninin alanını
bulunuz.**



**(Benzerlik ve iki dik üçgenden denklem sistemi çözülür ve kenar-
lar bulunur.)**

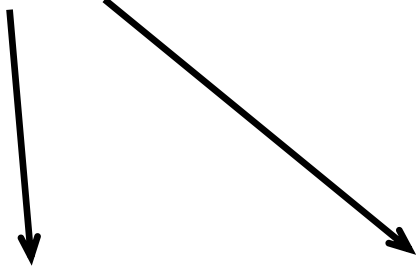
Soru :



ABCD dikdörtgendir. $6 \cdot |DE| = 2 \cdot |EF| = 3 \cdot |FB|$ ise
A (ABCD) = ? (Paralelkenarda da işlenmişti. Alan – taban ilişkisi
kullanılır.)

Soru : Alanı 70 br^2 olan bir dikdörtgende ; kısa taban $2 / 5$ oranında arttırılıp , uzun kenarı $3 / 7$ oranında azaltılırsa yeni şeklin alanı kaç br^2 olur ?

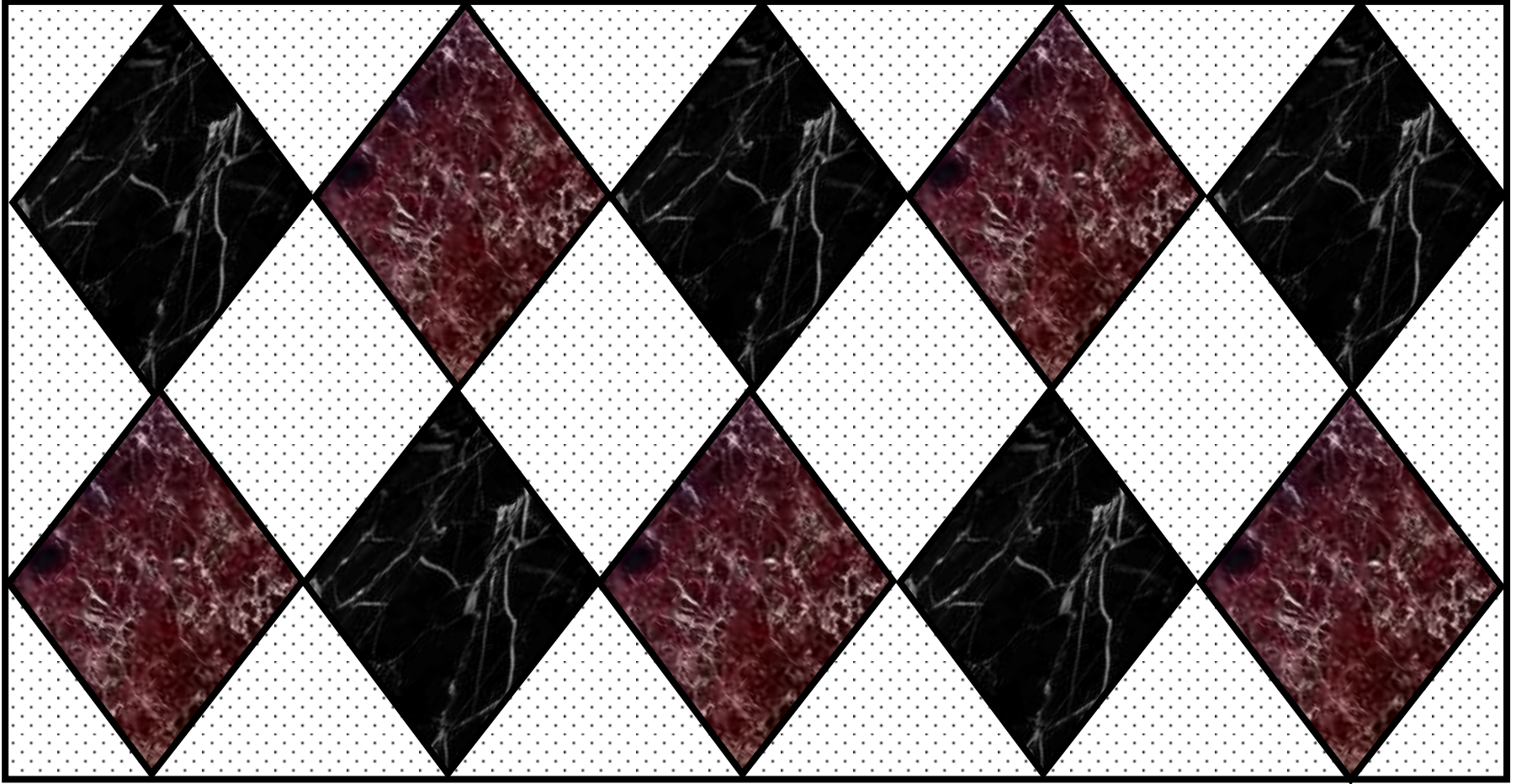
Alan = $a \cdot b = 70 \text{ br}^2$ olsun.



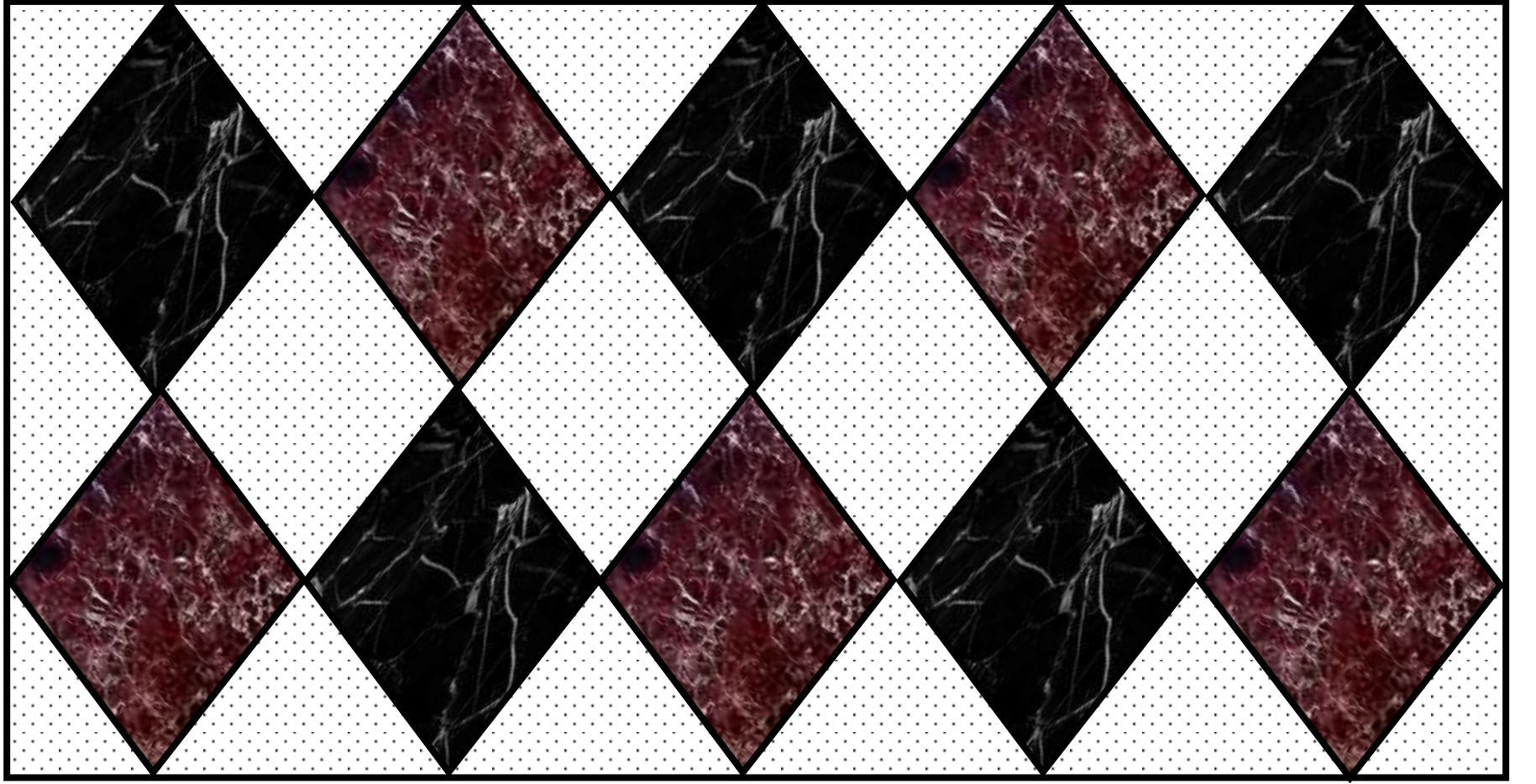
Kenarlardaki artma , azalma miktarları uygulanarak yeni alan bulunur.

Soru : Alanı 120 br^2 olan bir dikdörtgende ; kısa taban % 15 azaltılıp, uzun kenar % 50 arttırılırsa oluşacak olan yeni şeklin alanı kaç br^2 olur ?

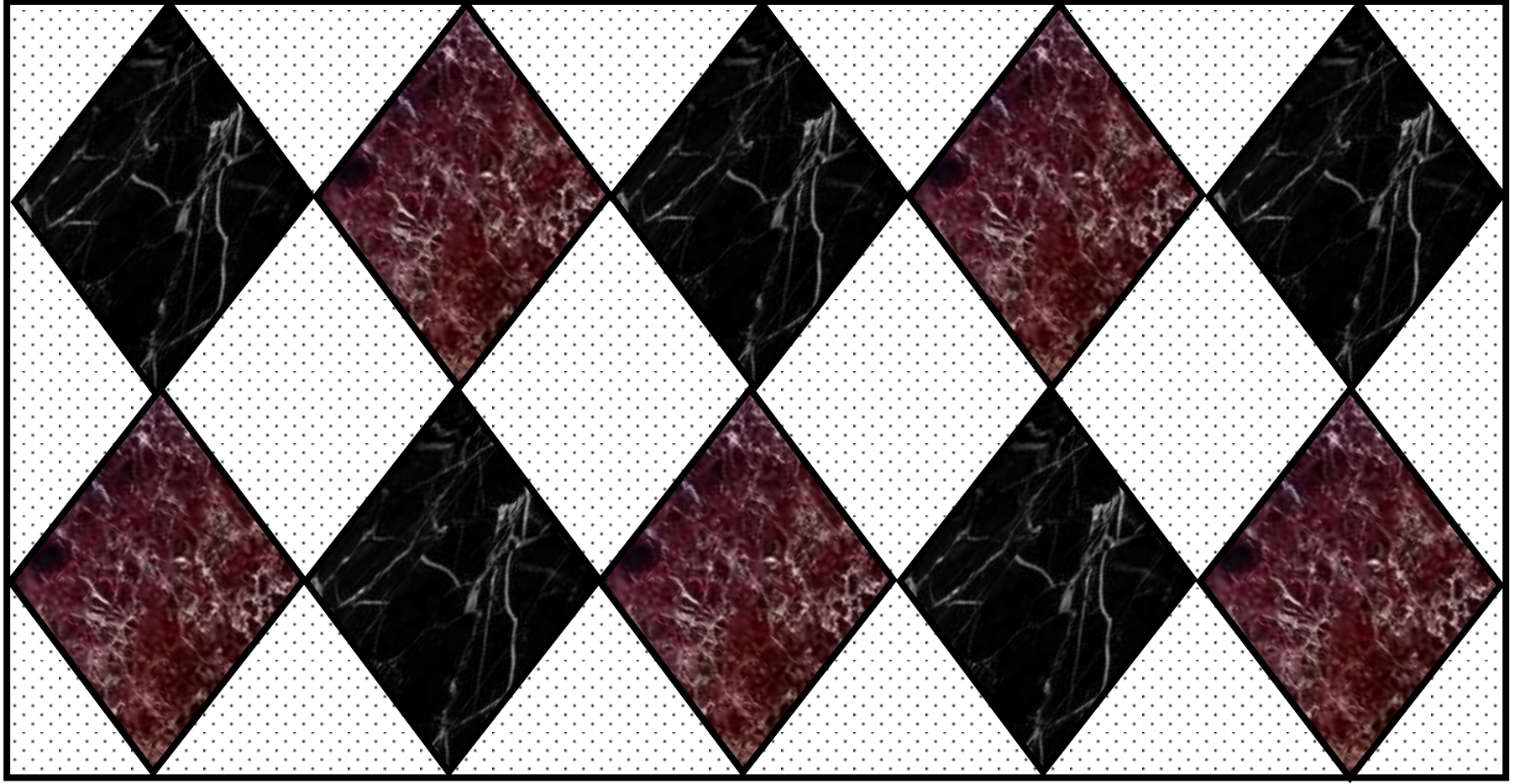
Soru :



Boyutları 1,6 m ve 3 m olan dikdörtgen şeklindeki taban, eş eşkenar dörtgen mermerlerle döşenecektir. Buna göre;



A) Bu fayansların
bir kenar uzunluğu
kaç cm 'dir ?



**B) Mermerler
dışında kalan
bölgenin alanı
kaç cm^2 'dir ?**

KARE

Kural 1:

A) Kenarları birbirine eşit,

iç açıları 90° olan

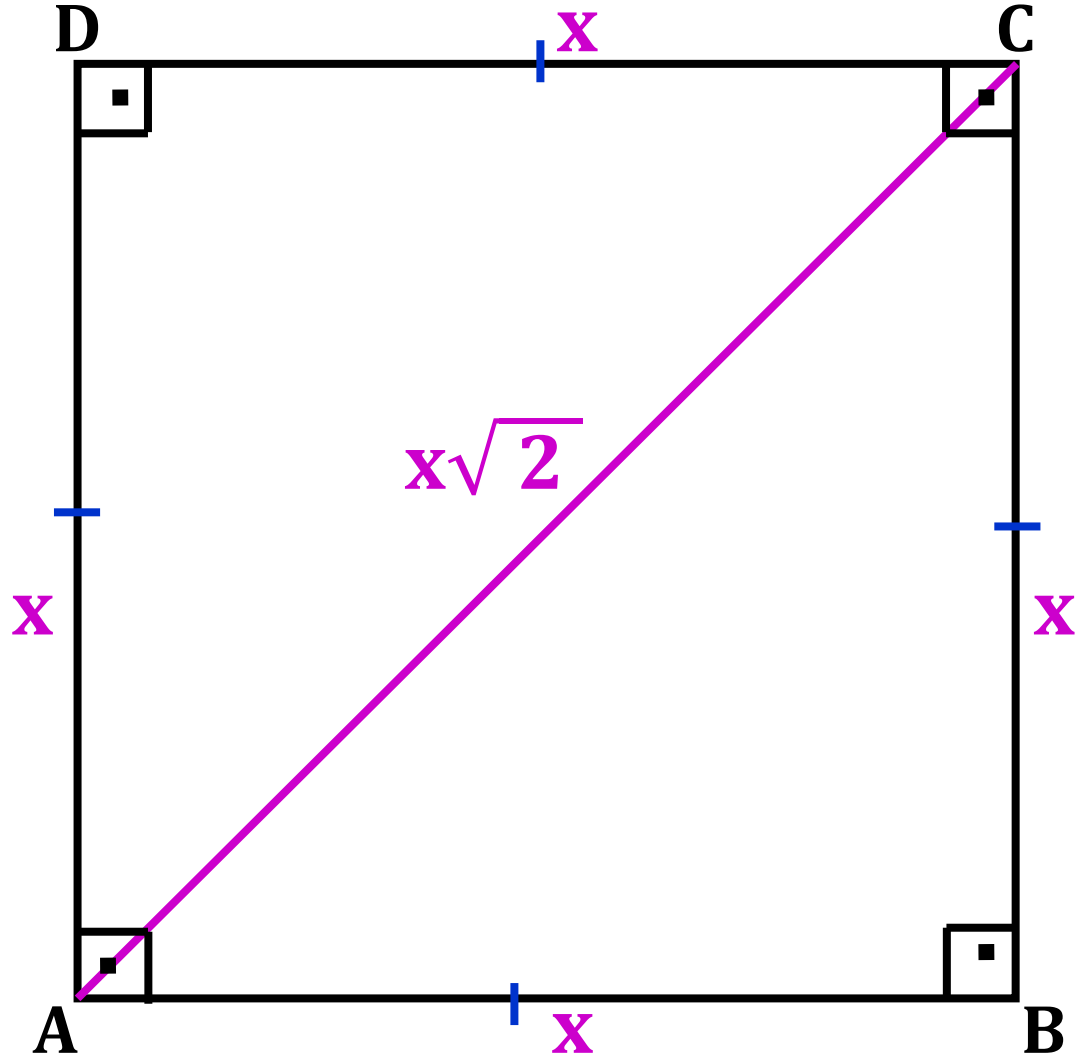
dikdörtgene “kare”

adı verilir.

B) Karenin bir kenar

uzunluğu x br ise, köşegen

uzunluğu $x\sqrt{2}$ br dir. ($90^\circ - 45^\circ - 45^\circ$ üçgeninden dolayı.)



C)

Köşegenler birbirine
eşittir.

$|AC| = |BD|$ 'dir.

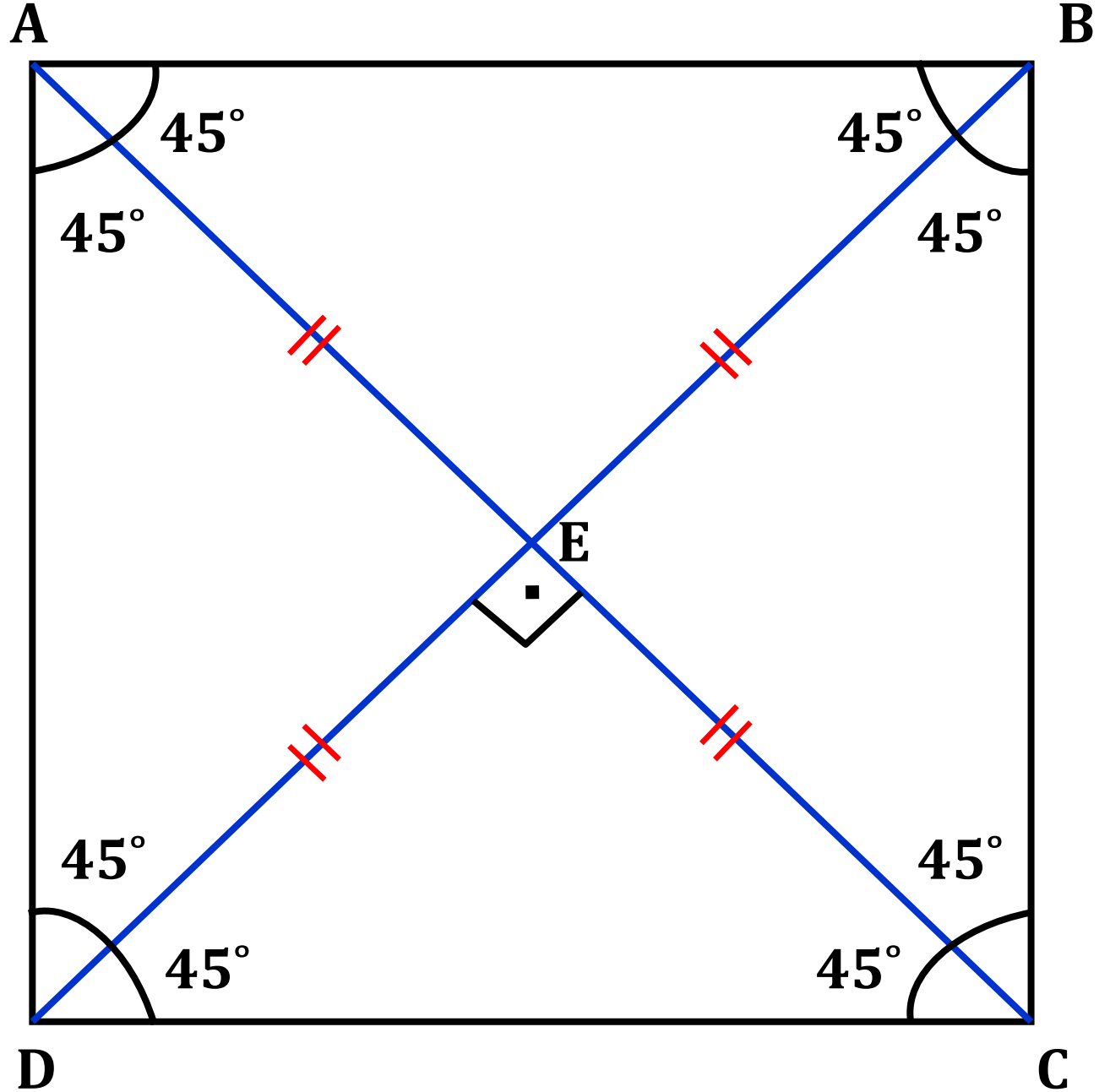
D) Köşegenler

birbirini ortalar.

E) Köşegenler

aynı zamanda

açıortaydır.

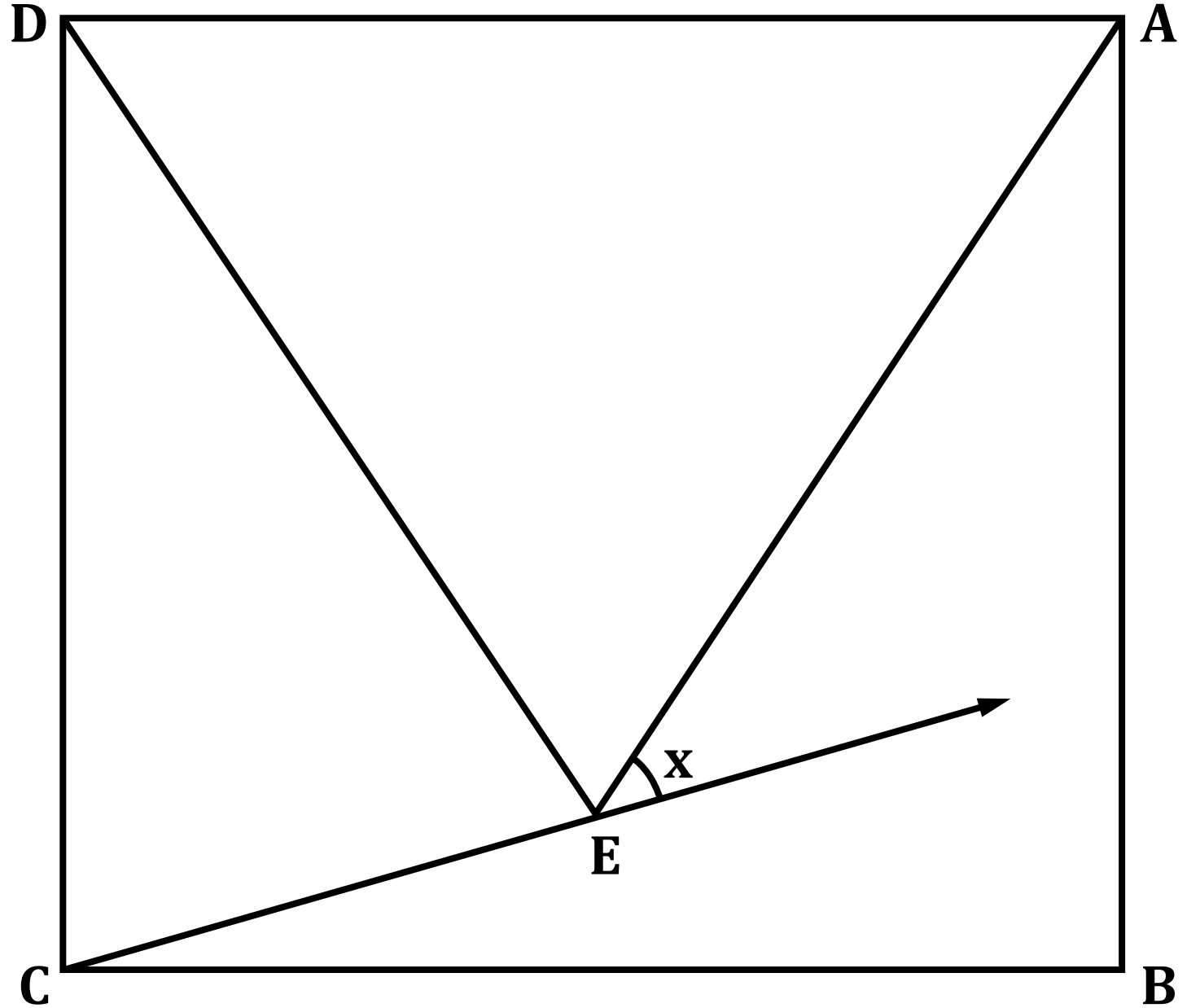


Soru :

ABCD kare,

ADE eşkenar

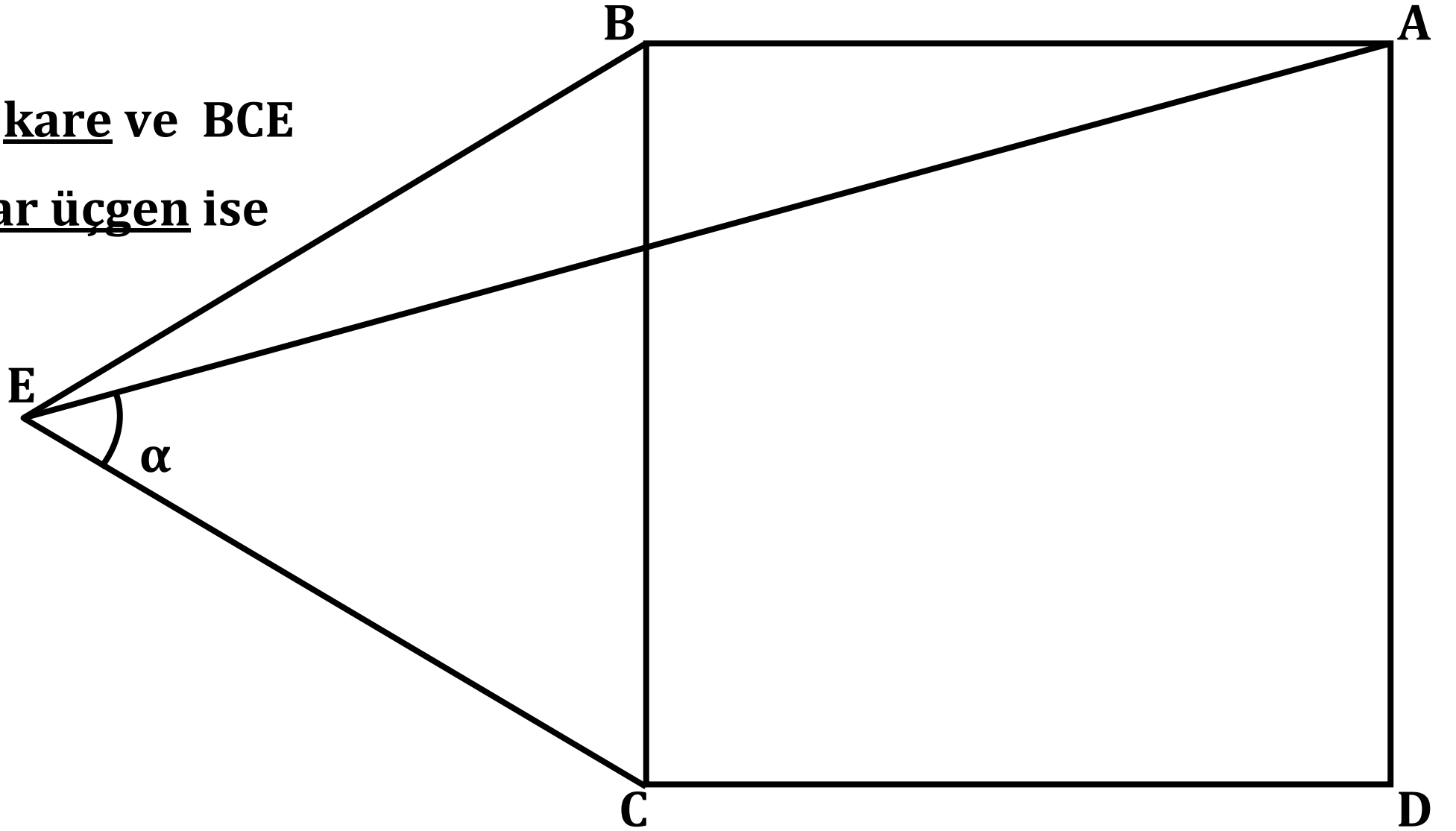
üçgen ise $x = ?$



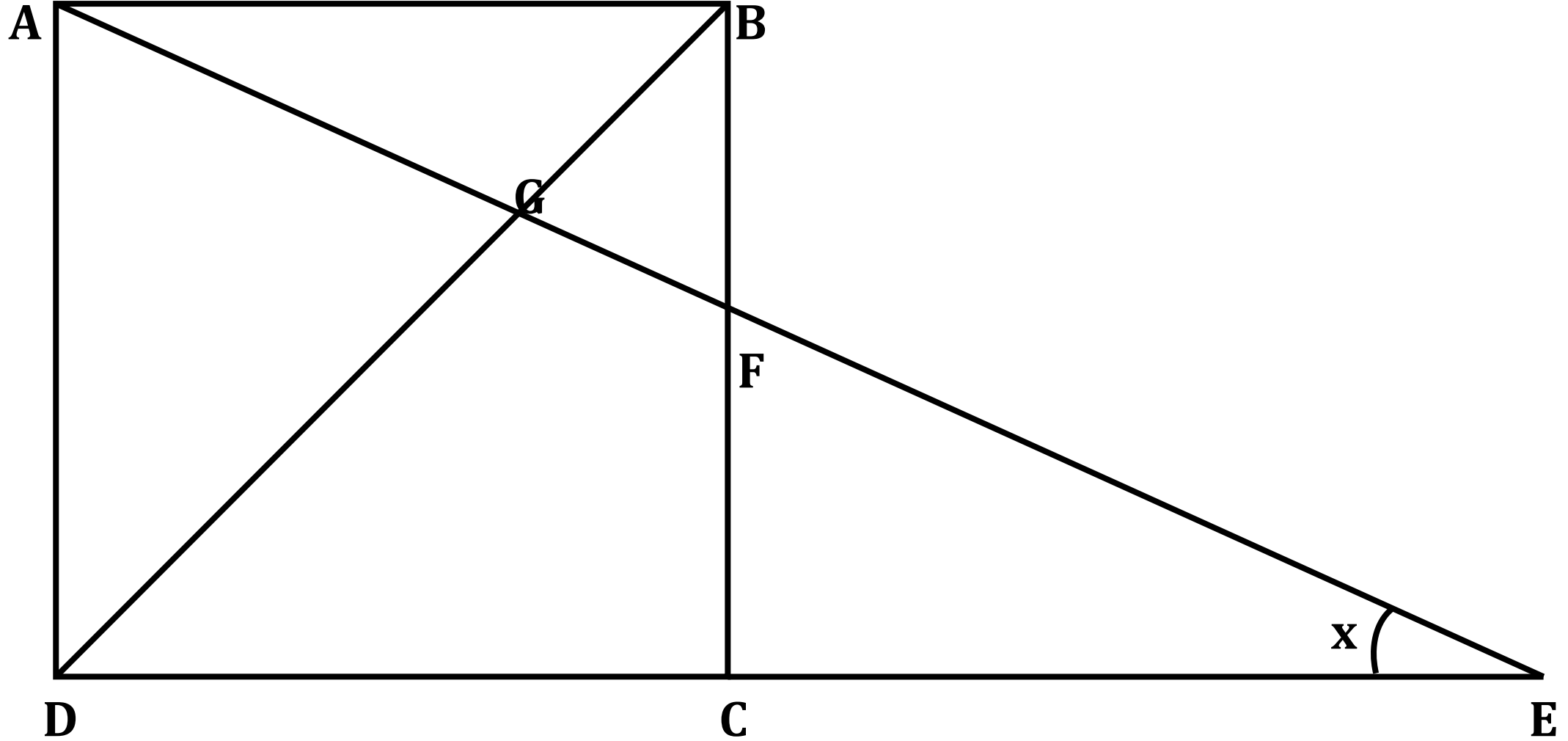
Soru :

ABCD kare ve BCE
eşkenar üçgen ise

$\alpha = ?$



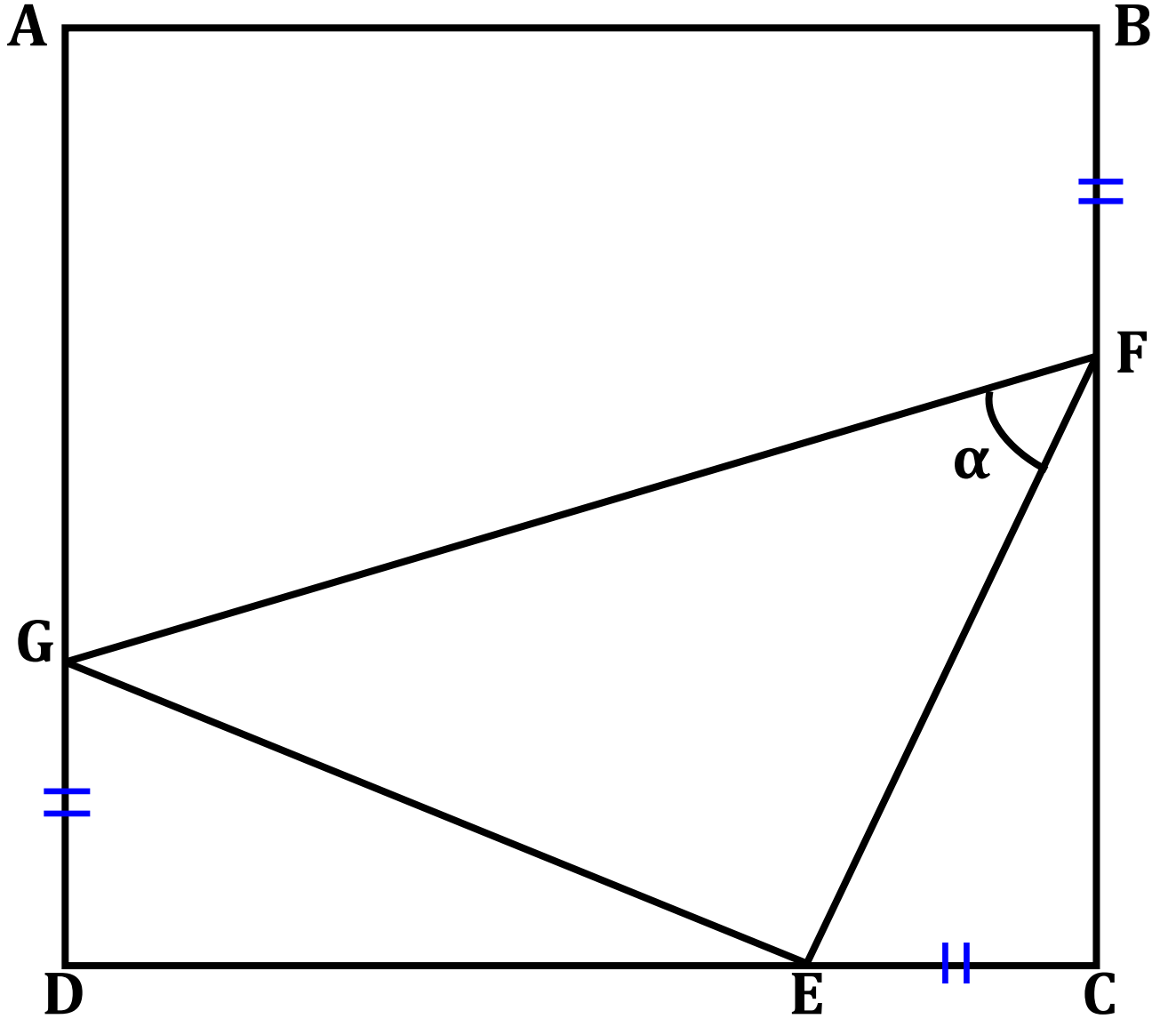
Soru: ABCD kare, $|DB| = |CE|$ ise $x = ?$ (Diğer köşegeni çiz.)



Soru :

ABCD kare

ise $\alpha = ?$

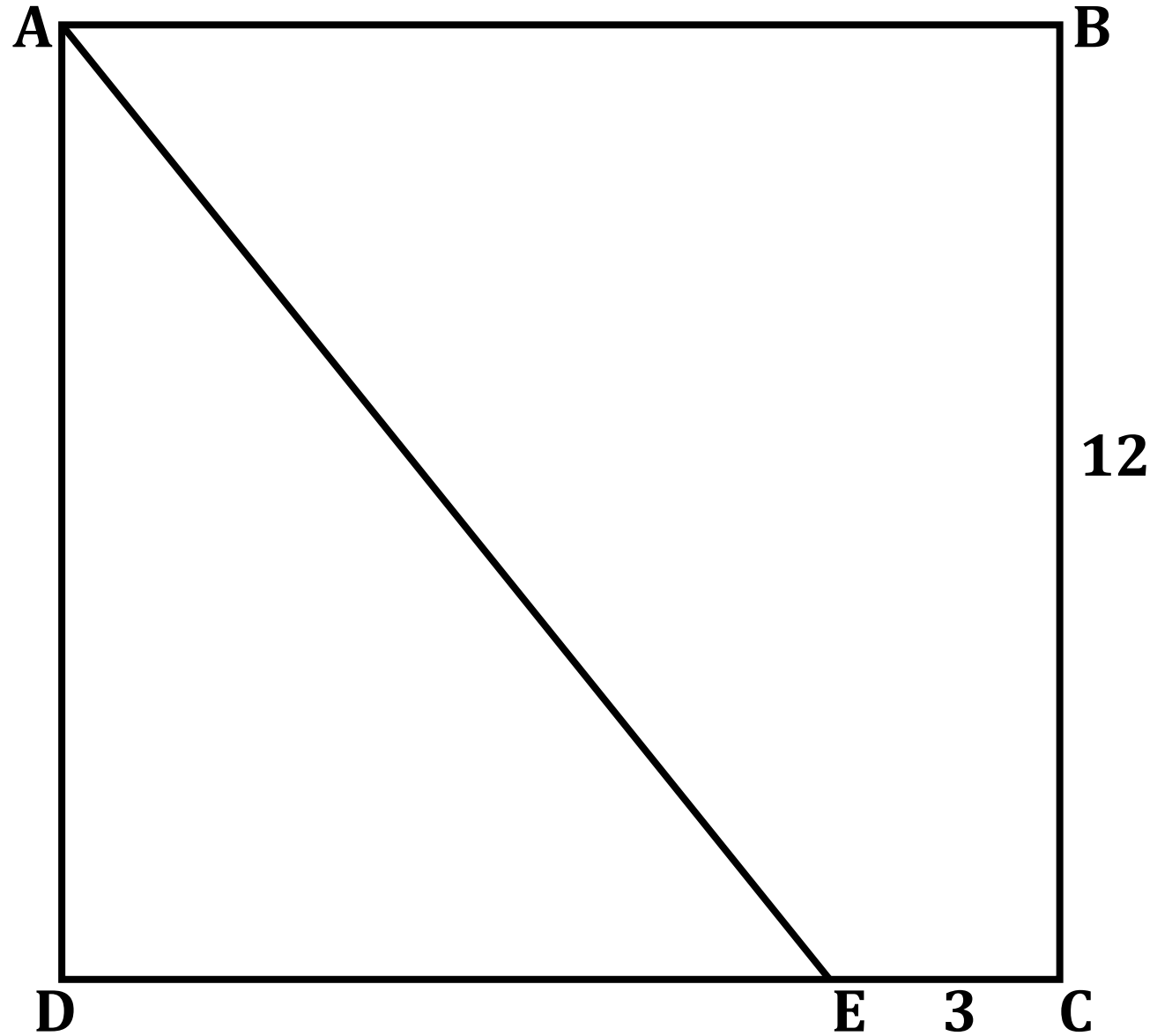


(Kenarlara ve açılara harf ver. İki üçgenin eşliğinden istenen açı bulunur.)

Soru :

ABCD kare ise

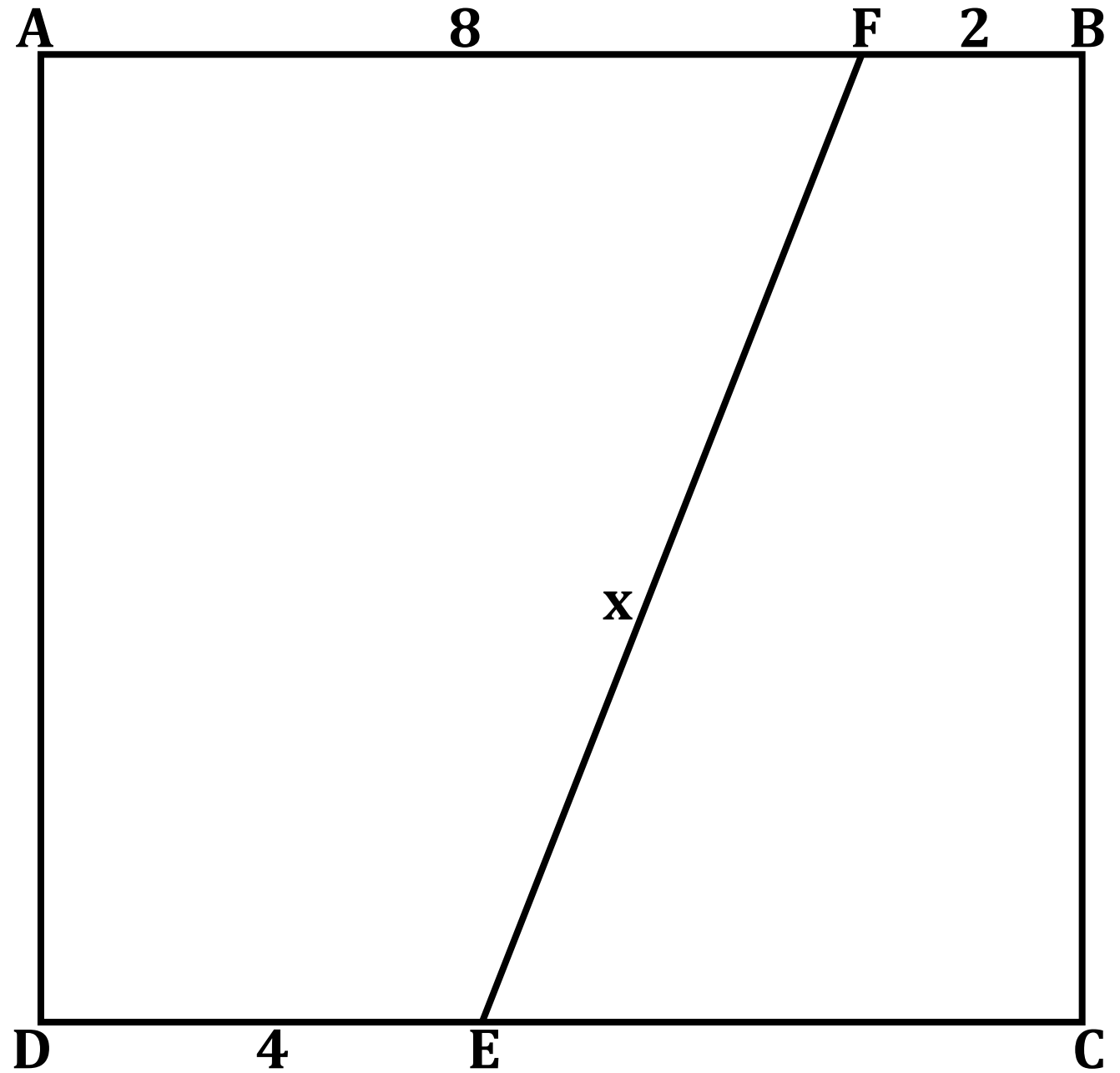
| AE | = ?



Soru :

ABCD kare ise

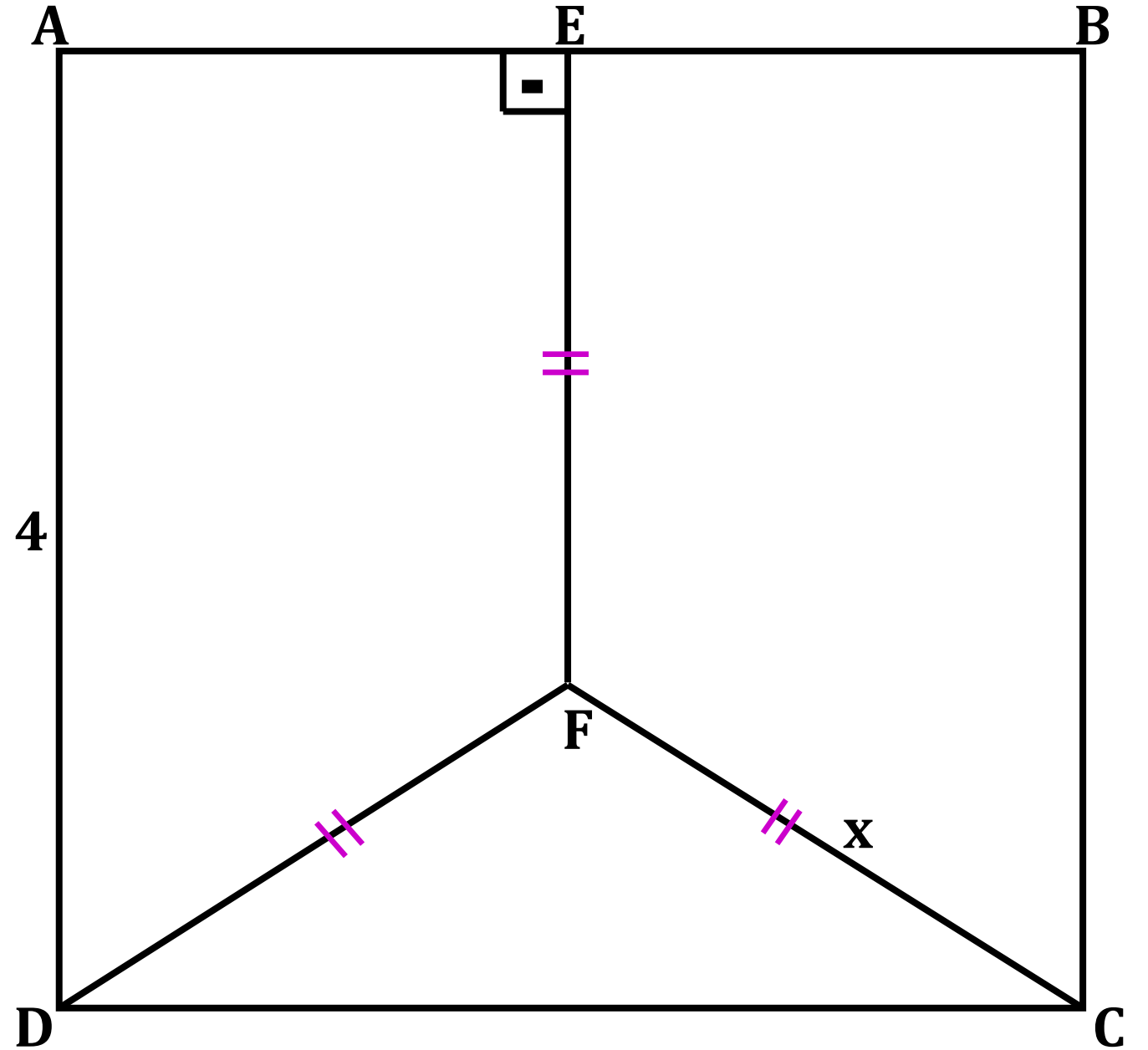
x = ?



Soru :

ABCD kare ise $x = ?$

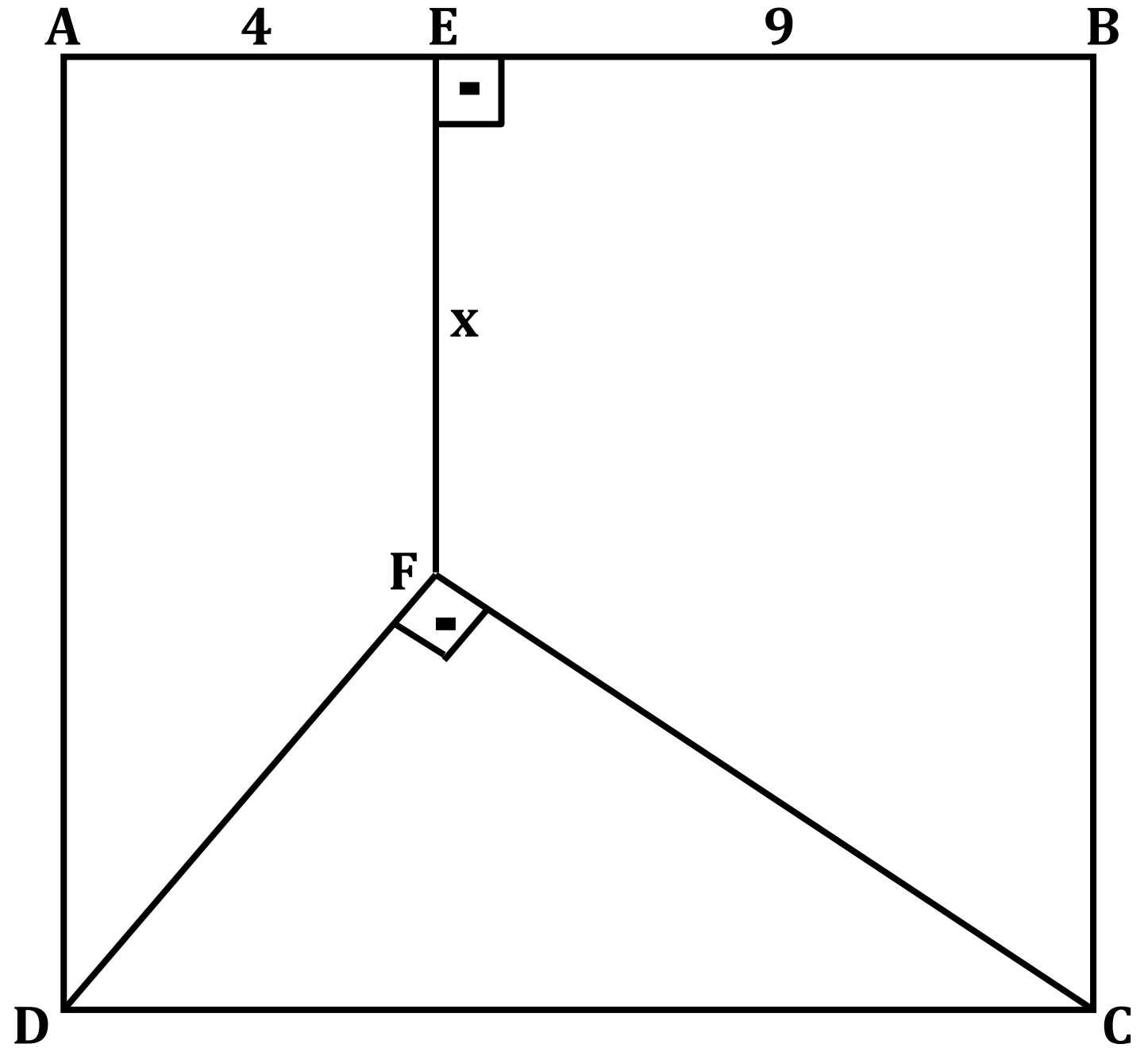
(F 'den dik indir.)



Soru :

ABCD kare ise

$x = ?$

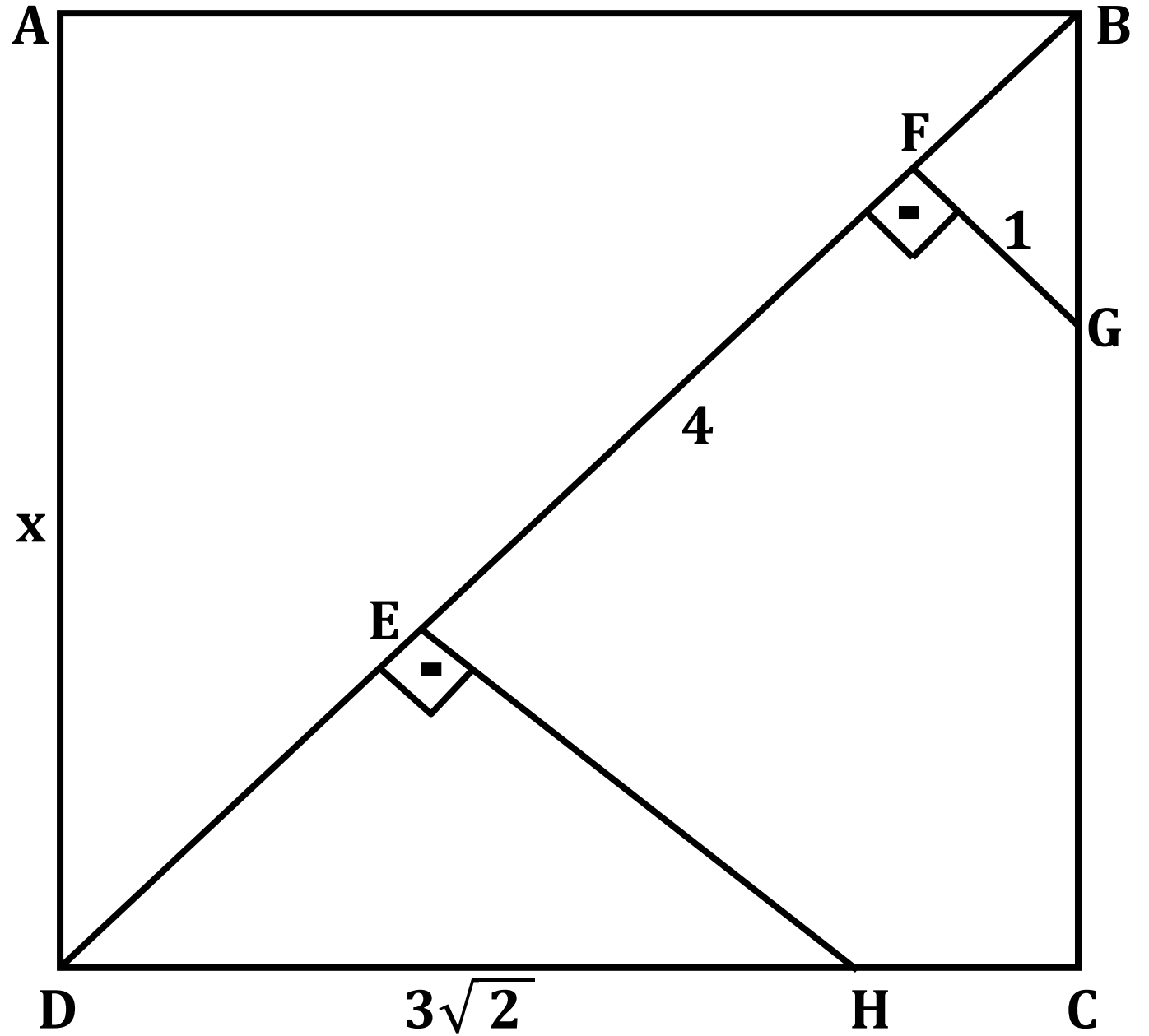


Soru :

ABCD kare ise ;

A) $|DB| = ?$

B) $x = ?$

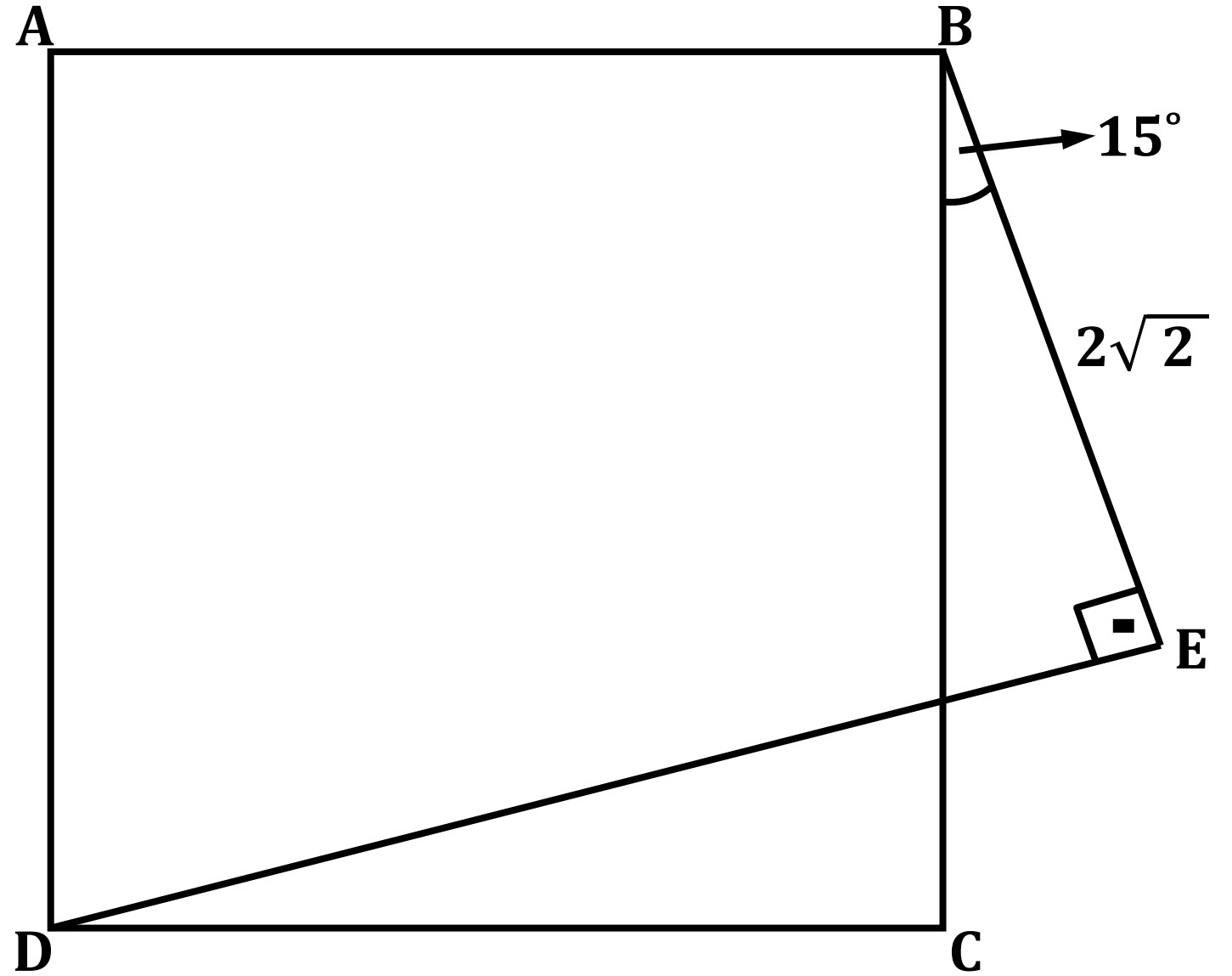


(Köşegen aynı zamanda açıortay idi.)

Soru :

ABCD kare ise

$\Ç (ABCD) = ?$



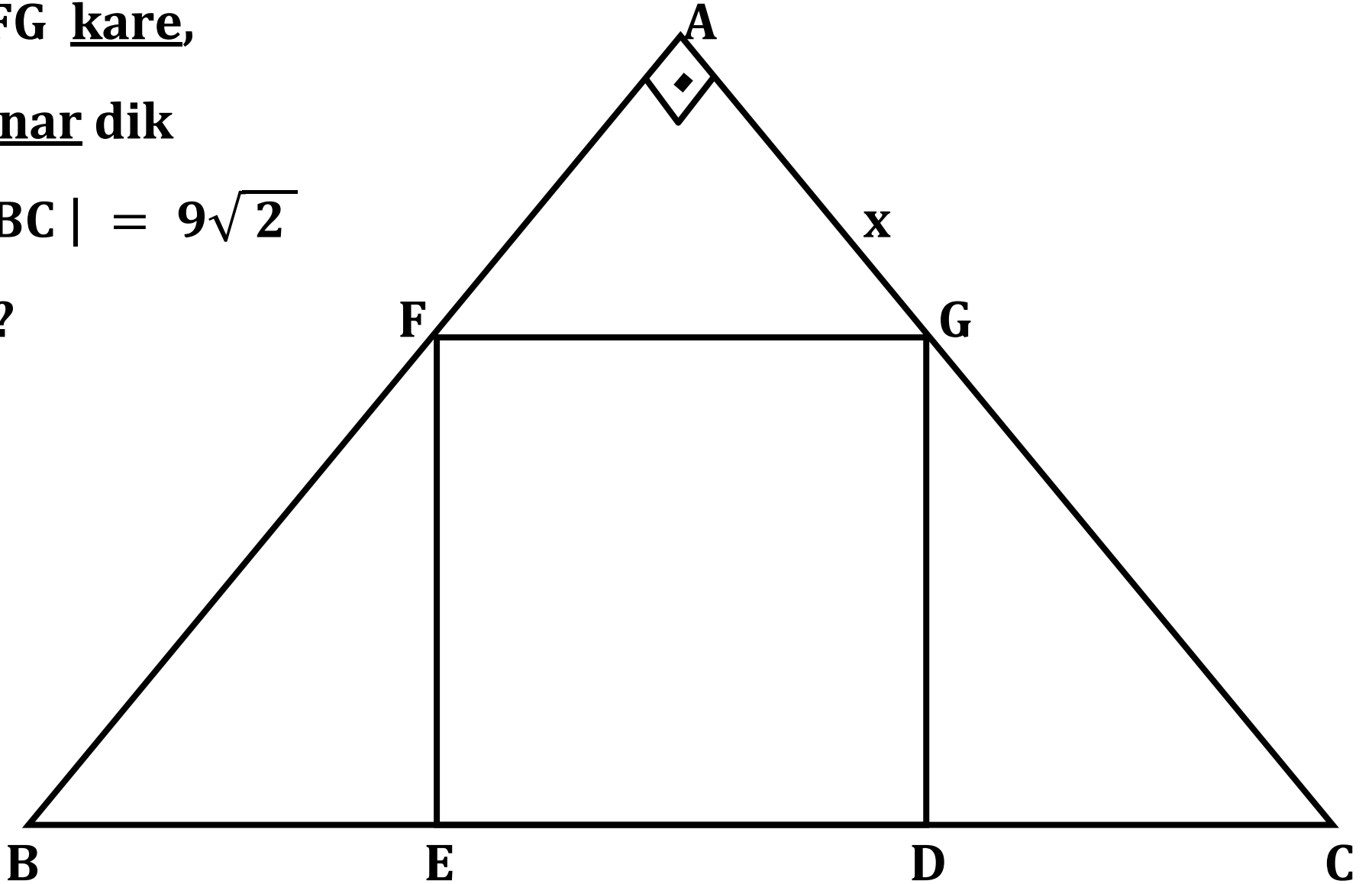
([DB] köşegenini çiz.)

Soru: DEFG kare,

ABC ikizkenar dik

üçgen ve $|BC| = 9\sqrt{2}$

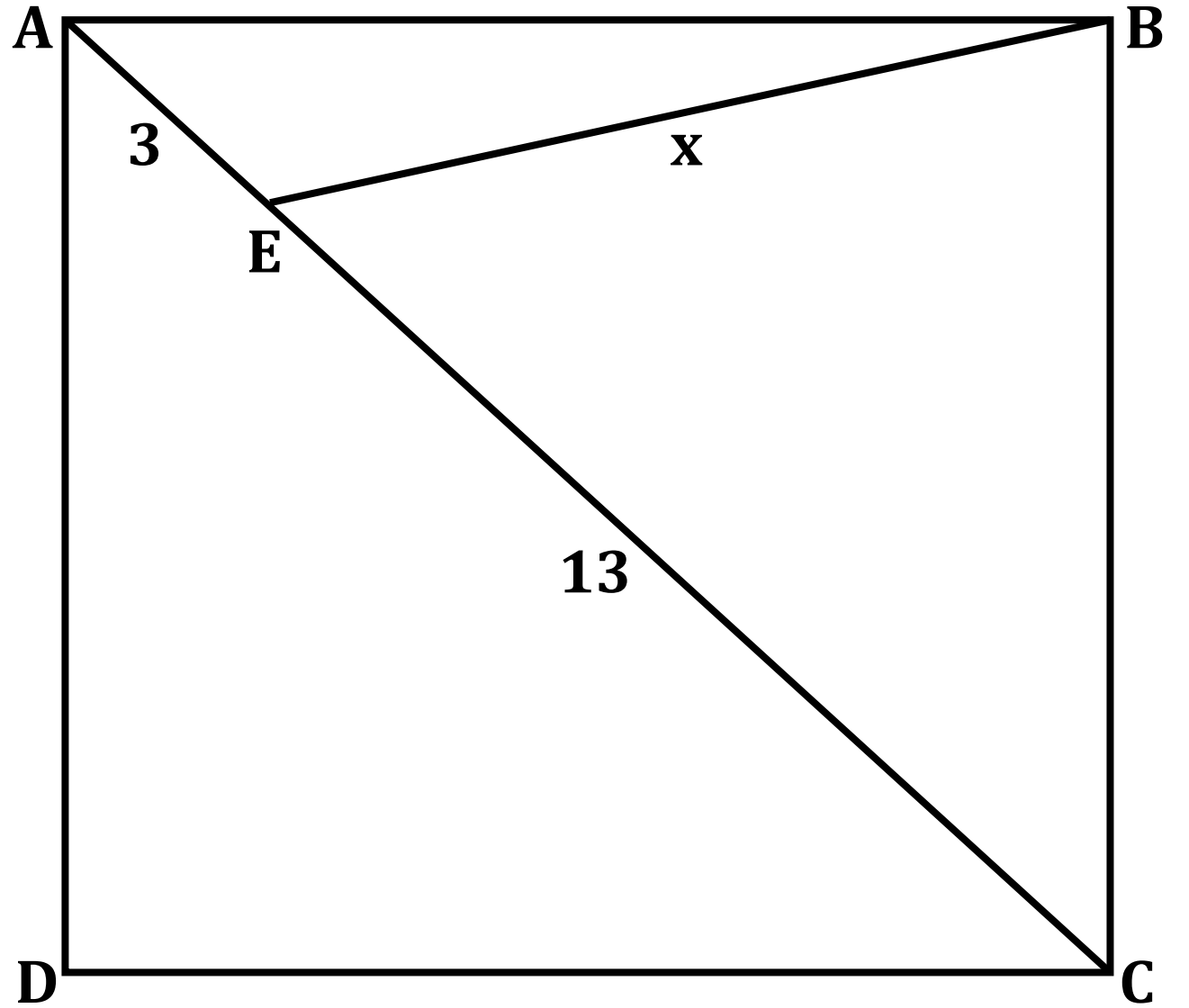
br ise $x = ?$



Soru :

ABCD kare ise

$x = ?$

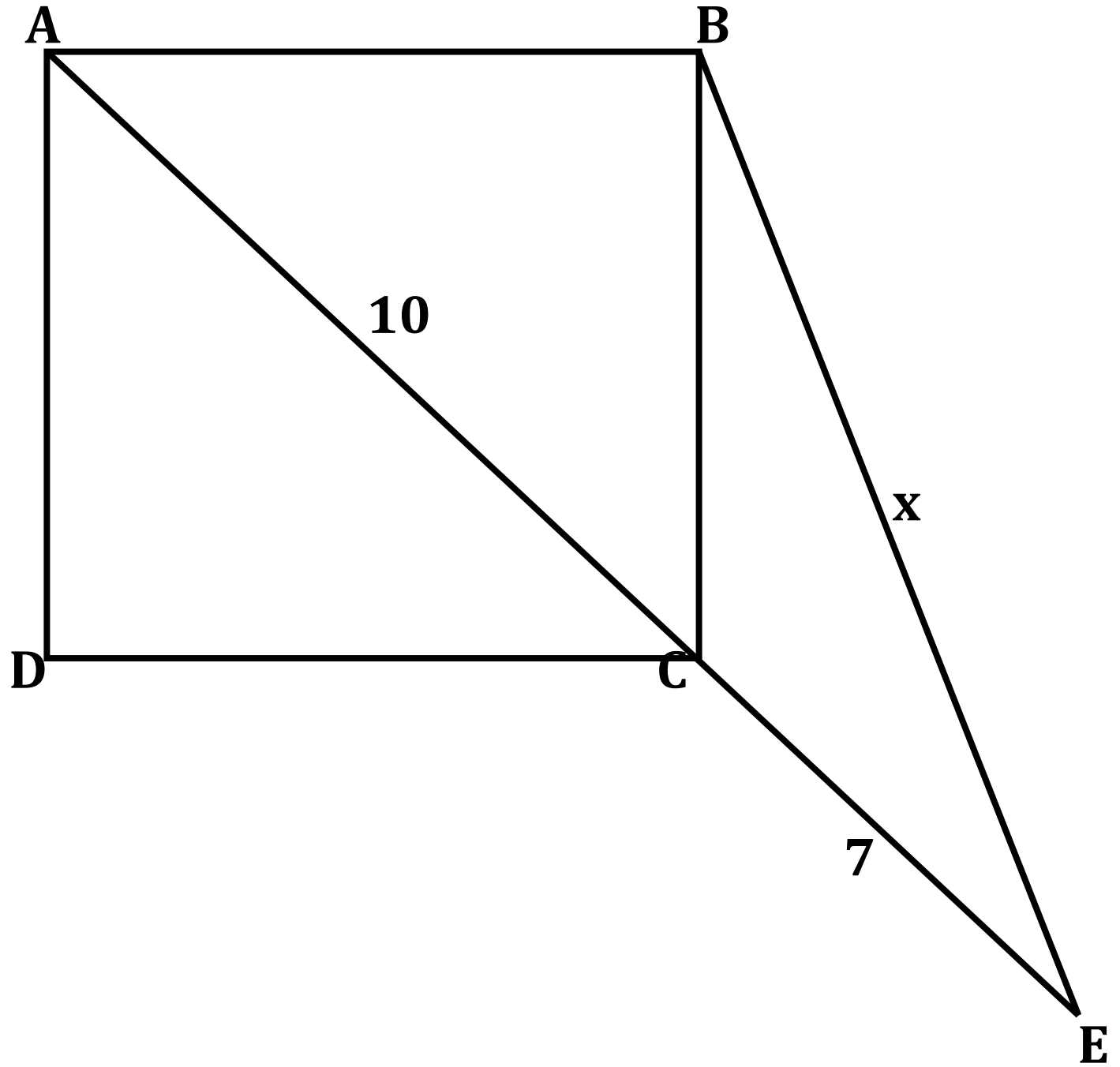


(Köşegenler birbirine dik keser ve ortalardı.)

Soru :

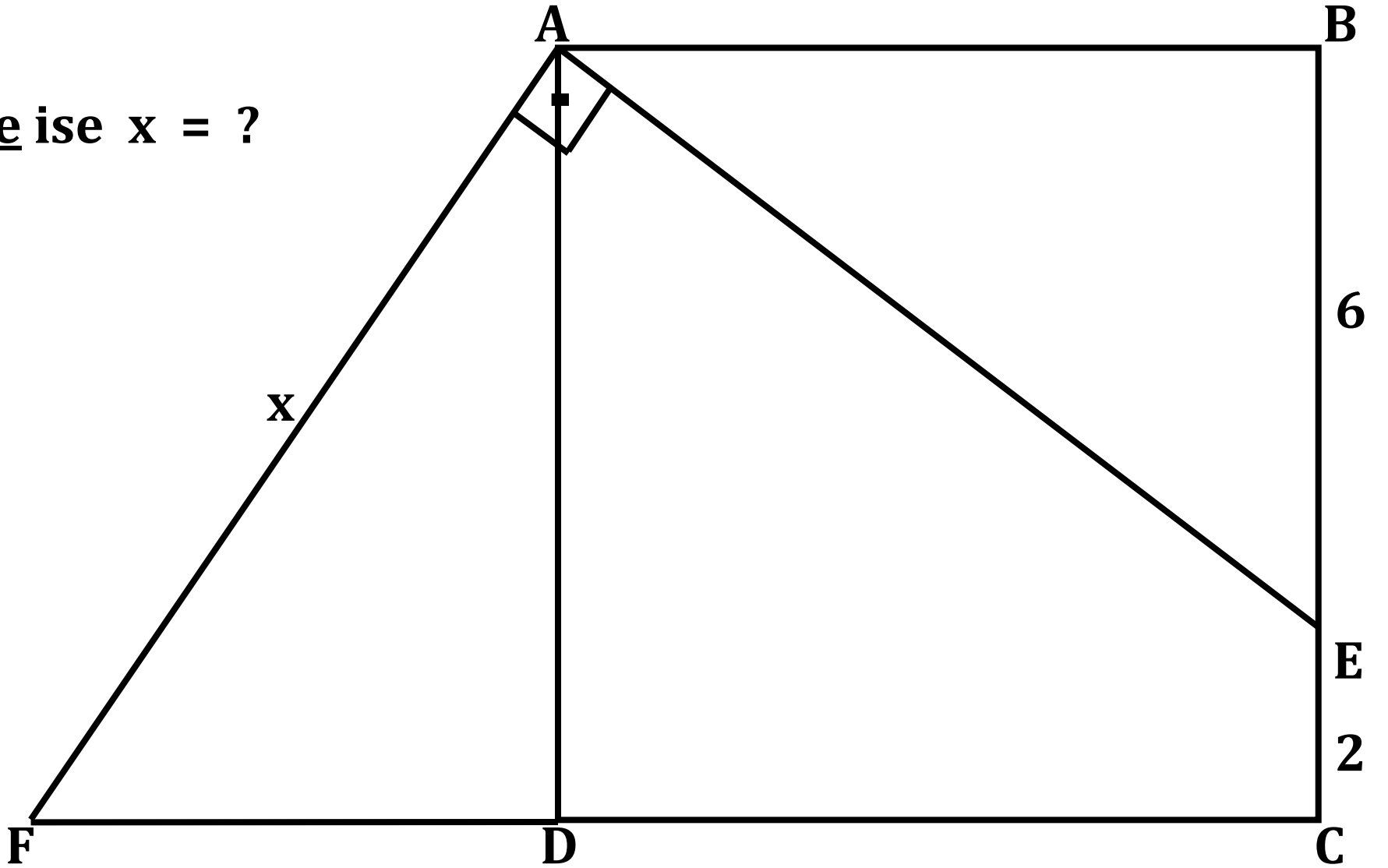
ABCD kare ise

$x = ?$



Soru :

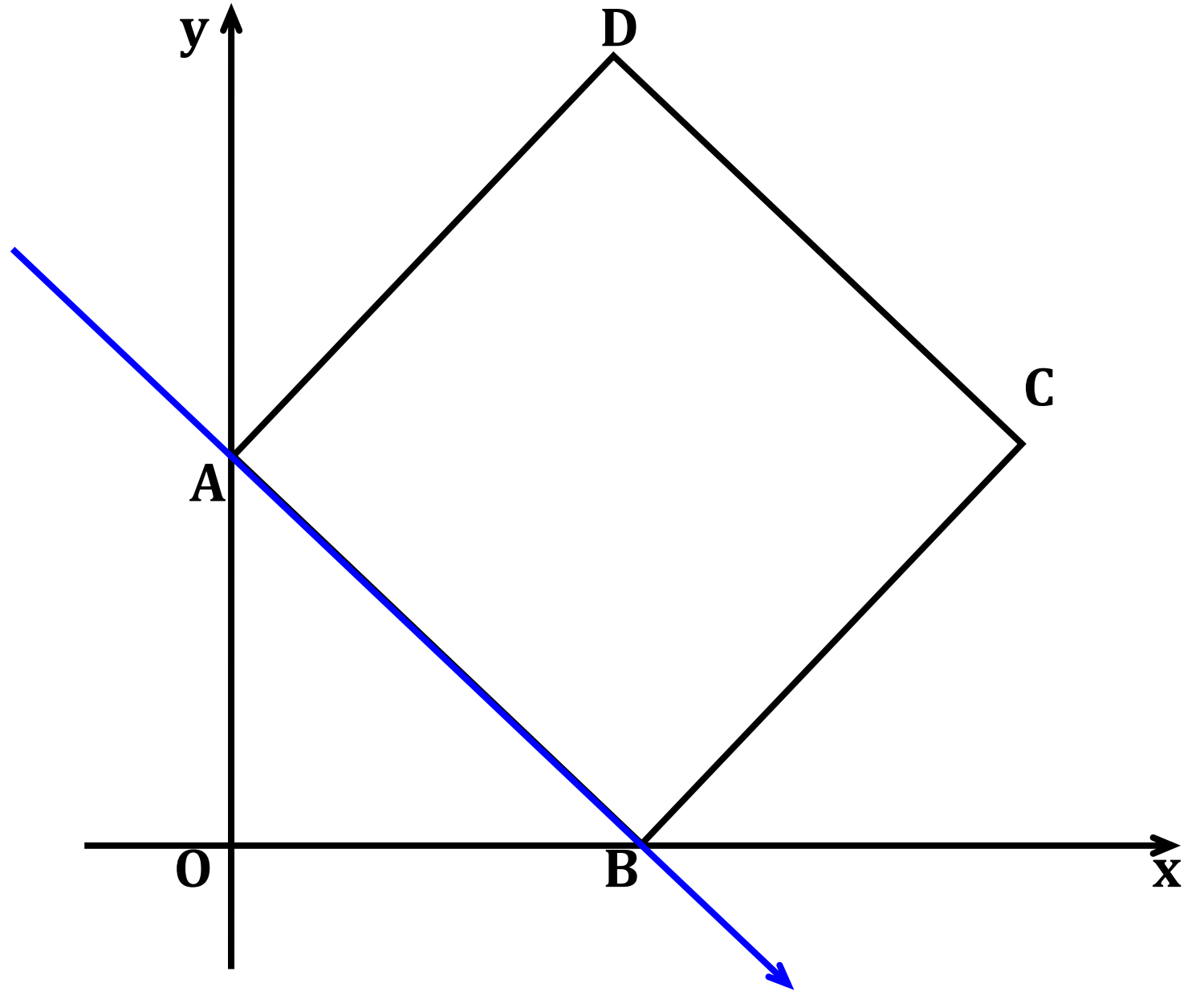
ABCD kare ise $x = ?$



(Eş üçgenlerden sonuca gidilir.)

Soru :

ABCD kare ise C noktasının koordinatları ne olur ?



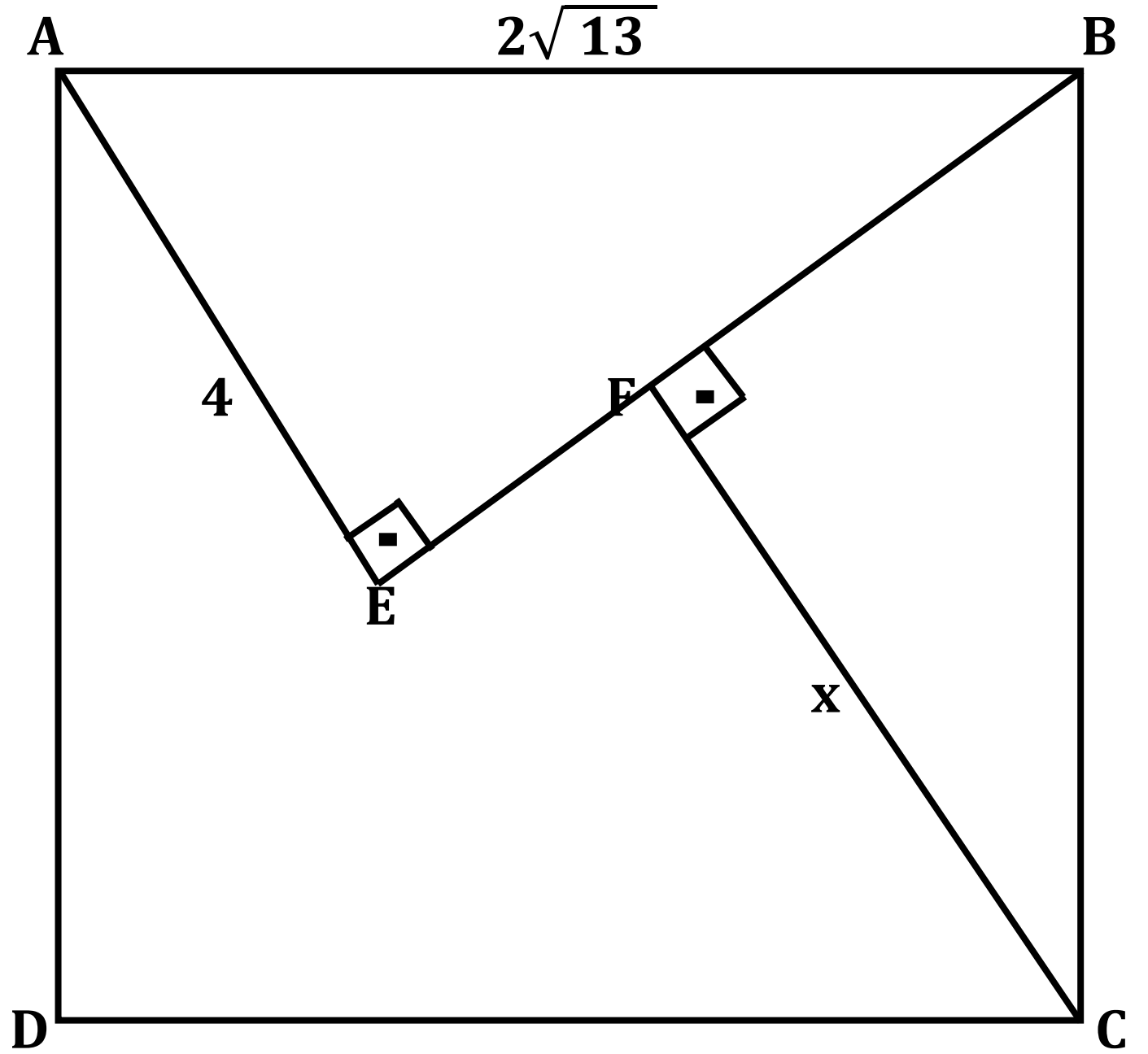
(C 'den x eksenine dik indir.

Eş üçgenlerden C noktasını bul.)

$$d : 3x + 4y = 12$$

Soru :

ABCD kare ise $x = ?$

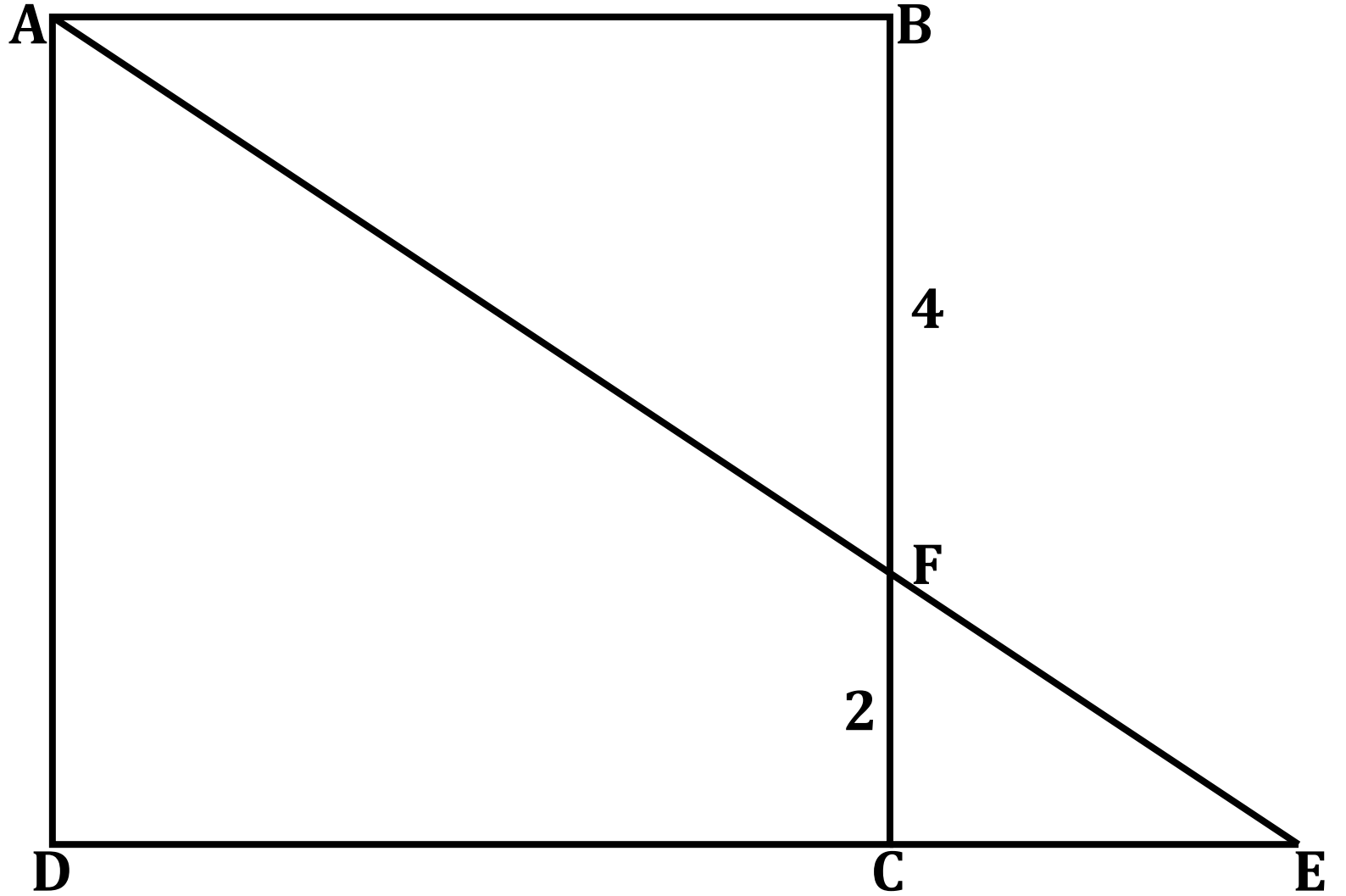


(Pisagor'dan $|BE|$ 'yi bul. Benzer üçgenlerden x 'i elde et.)

Soru :

ABCD kare

ise $|AE| = ?$



(Kelebek ve Pisagor'dan bul.)

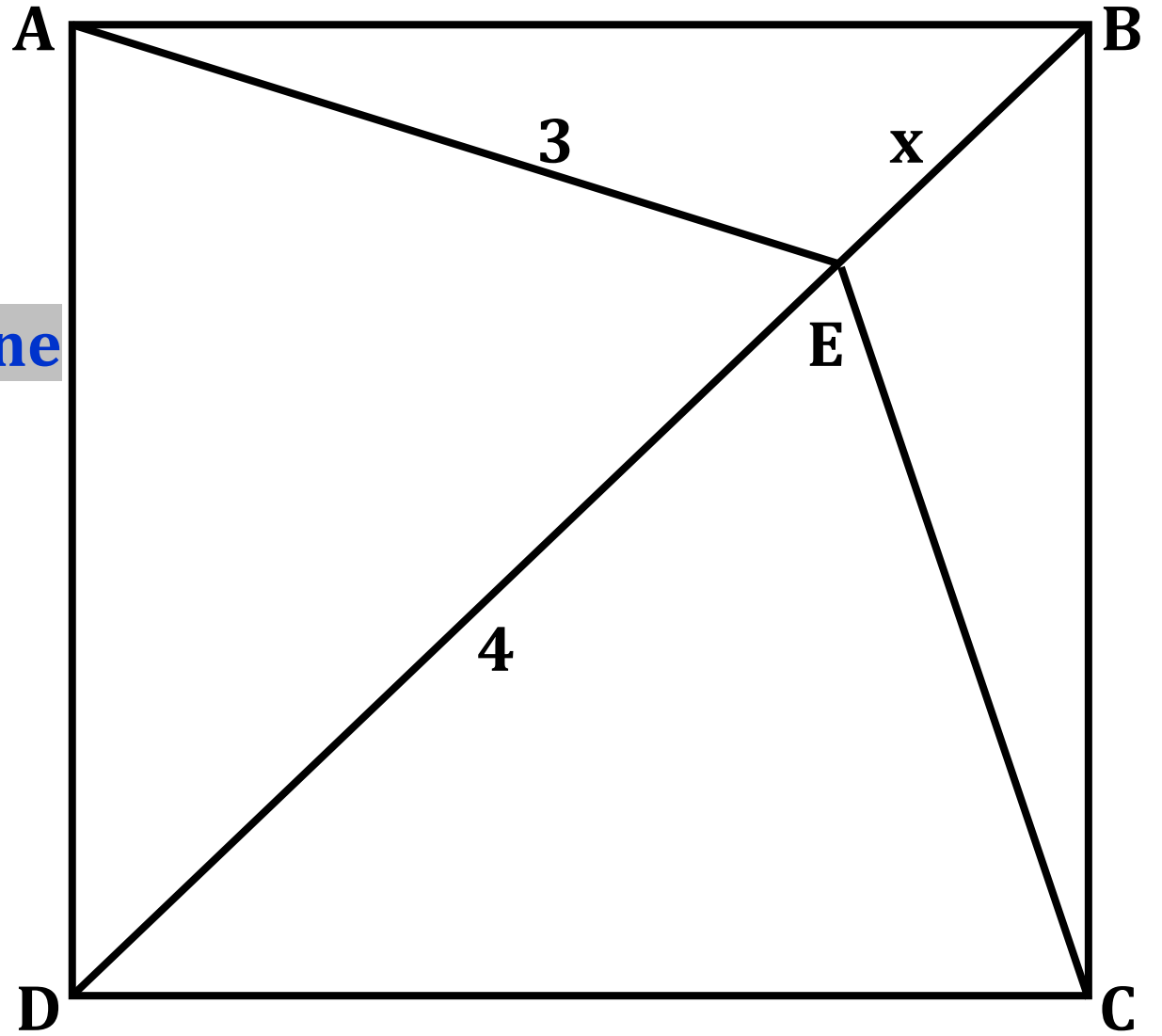
Soru :

ABCD kare ise ;

A) $x = ?$

(Çapraz köşelerden köşegene
indirilen parçalar eşitti.

Dikdörtgendeki **iç nokta**
kuralı uygulanır.)



B) | DC | = ?

Karenin Alanı

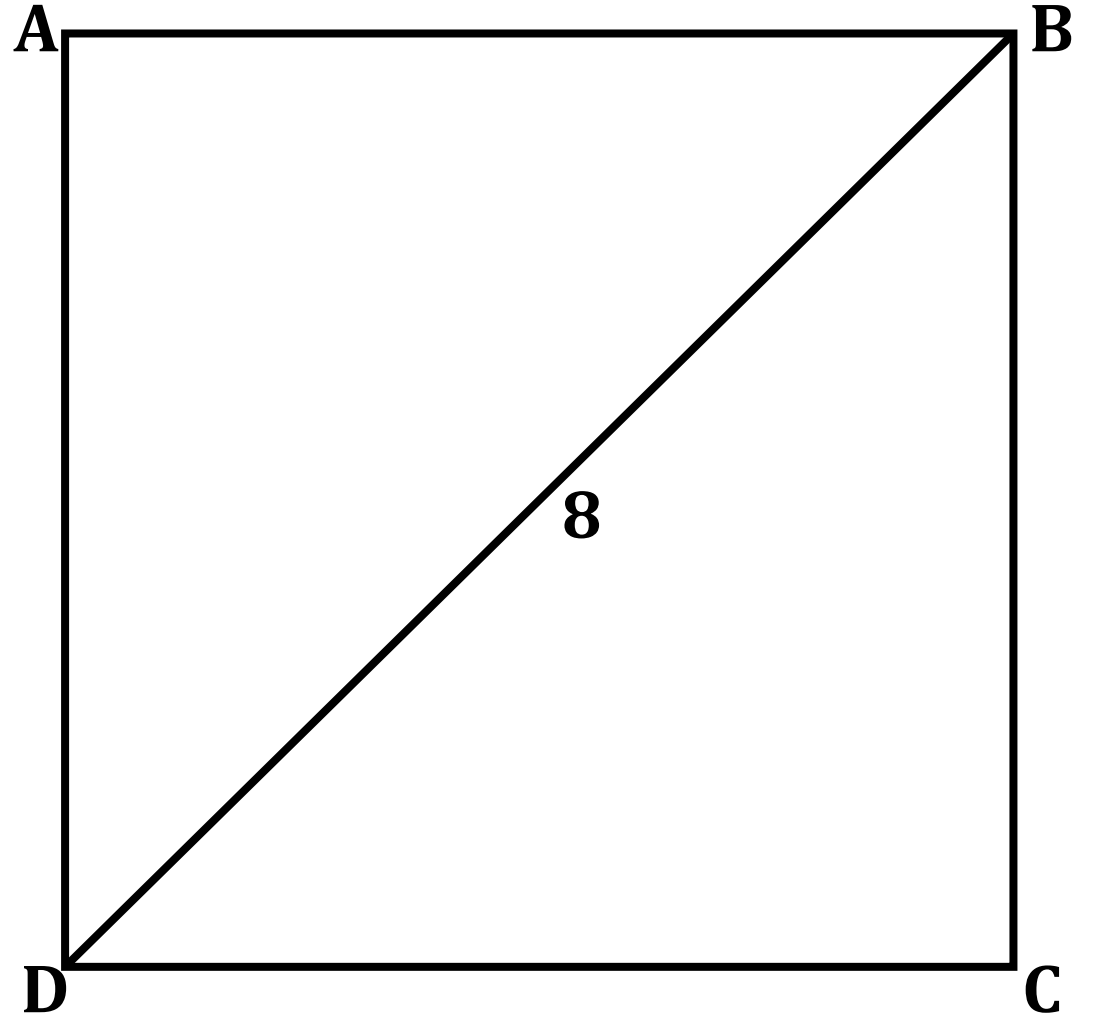
Kural: Kenar uzunluğu **a** br olan bir karenin alanı

Alan = a^2 olarak bulunur.

Soru: Alanı 225 br^2 olan karenin köşegen uzunluğunu bulunuz.

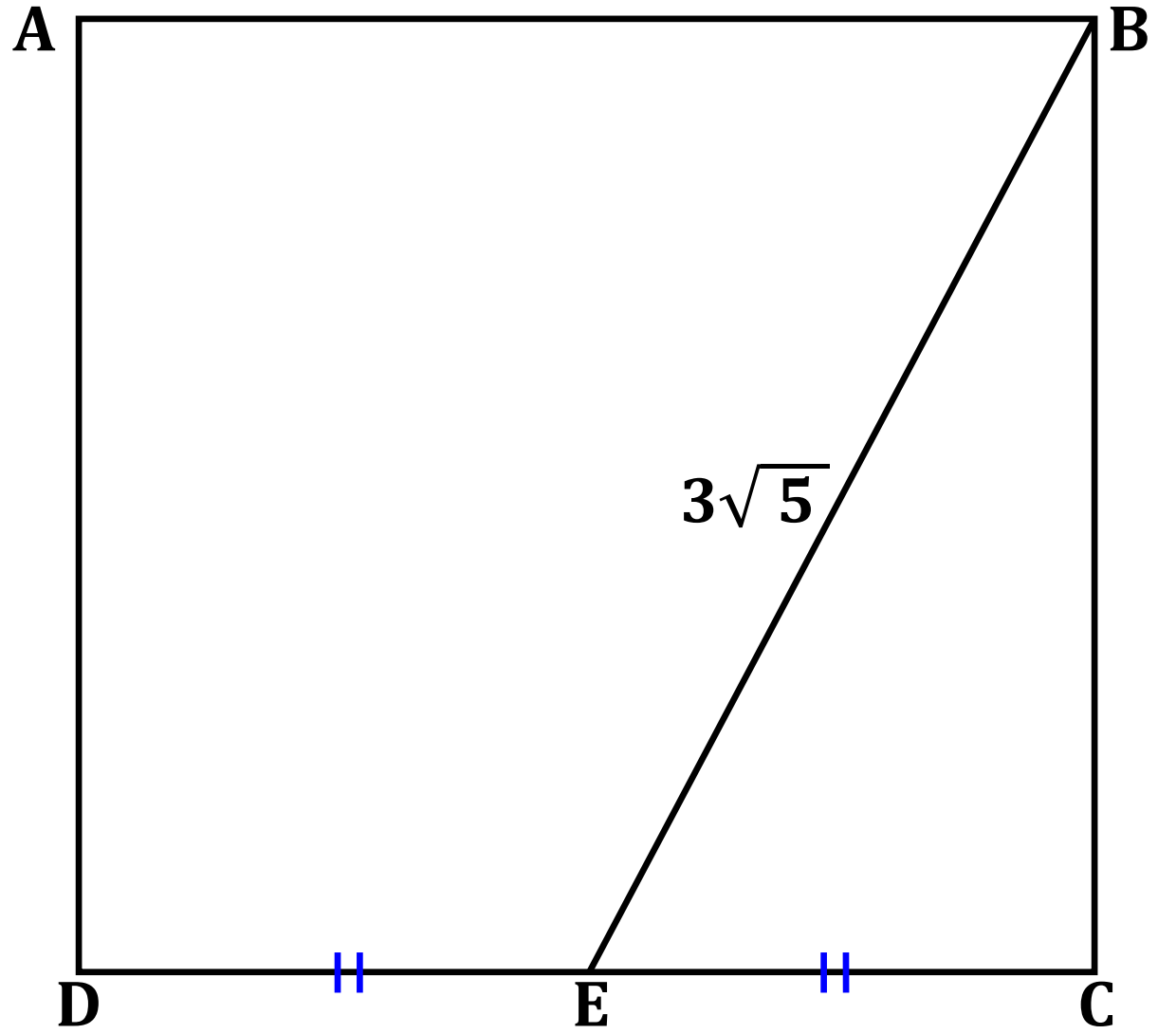
Soru :

**ABCD karesinin alanını
bulunuz.**



Soru :

**ABCD karesinin alanını
bulunuz.**



Soru :

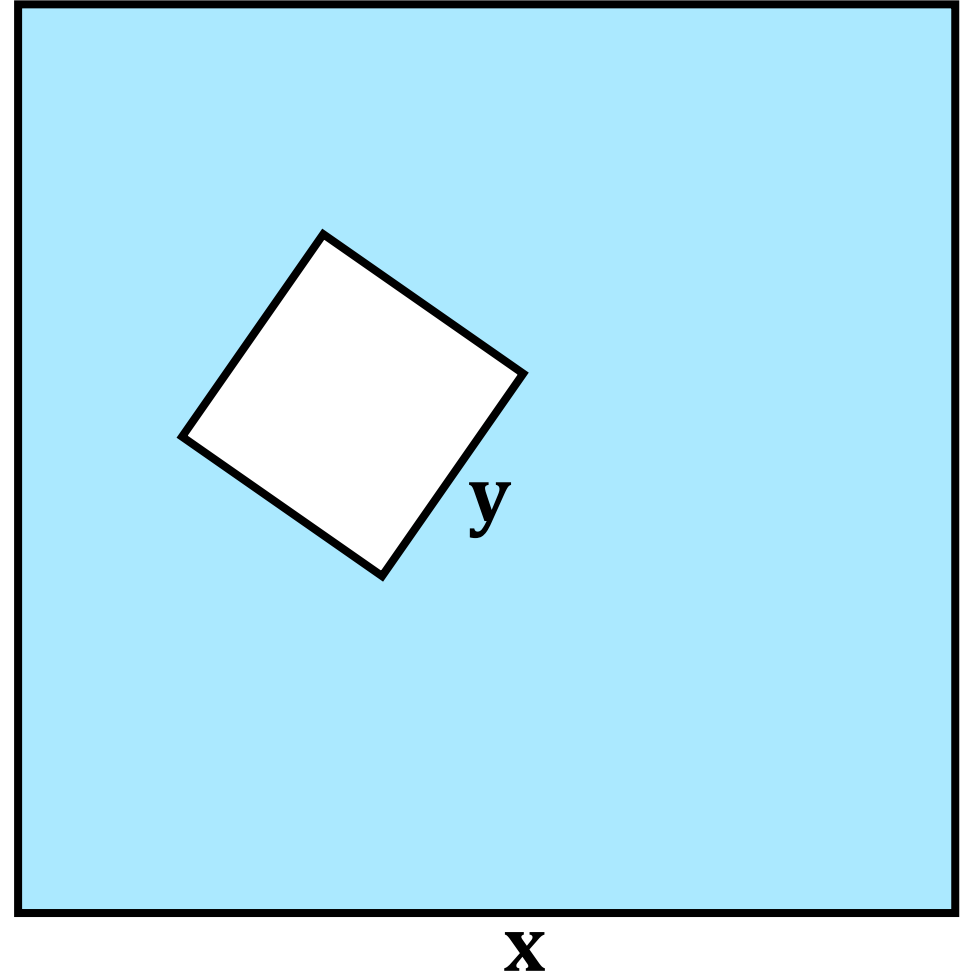
Şekilde iki kare verilmiştir.

Boyalı bölgenin alanı 72

br² ve $x - y = 6$ ise $x \cdot y = ?$

$$[x^2 - y^2 = (x - y) \cdot (x + y)]$$

idi.]

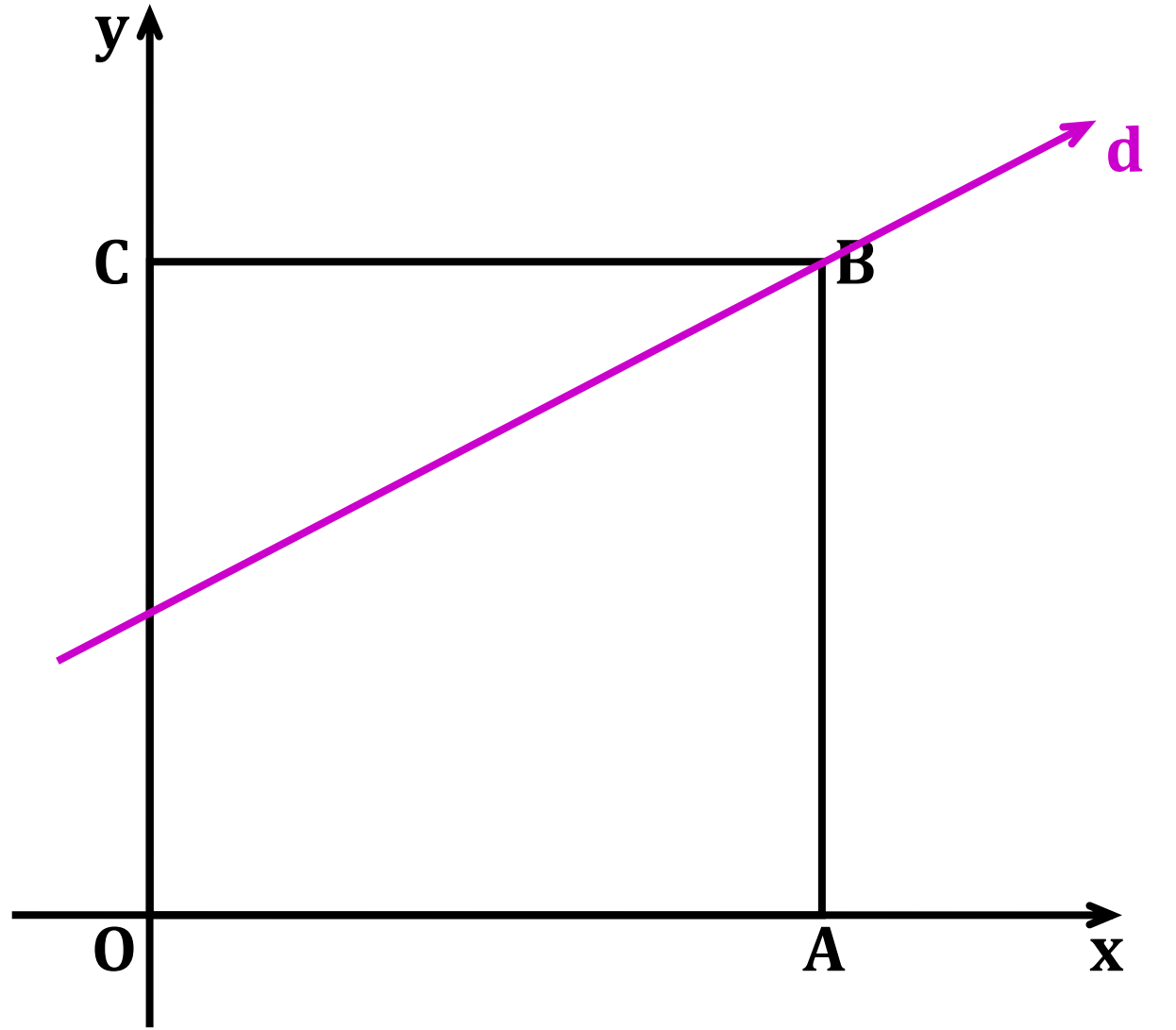


Soru :

d doğrusunun denklemi

$x - 2y + 8 = 0$ 'dır.

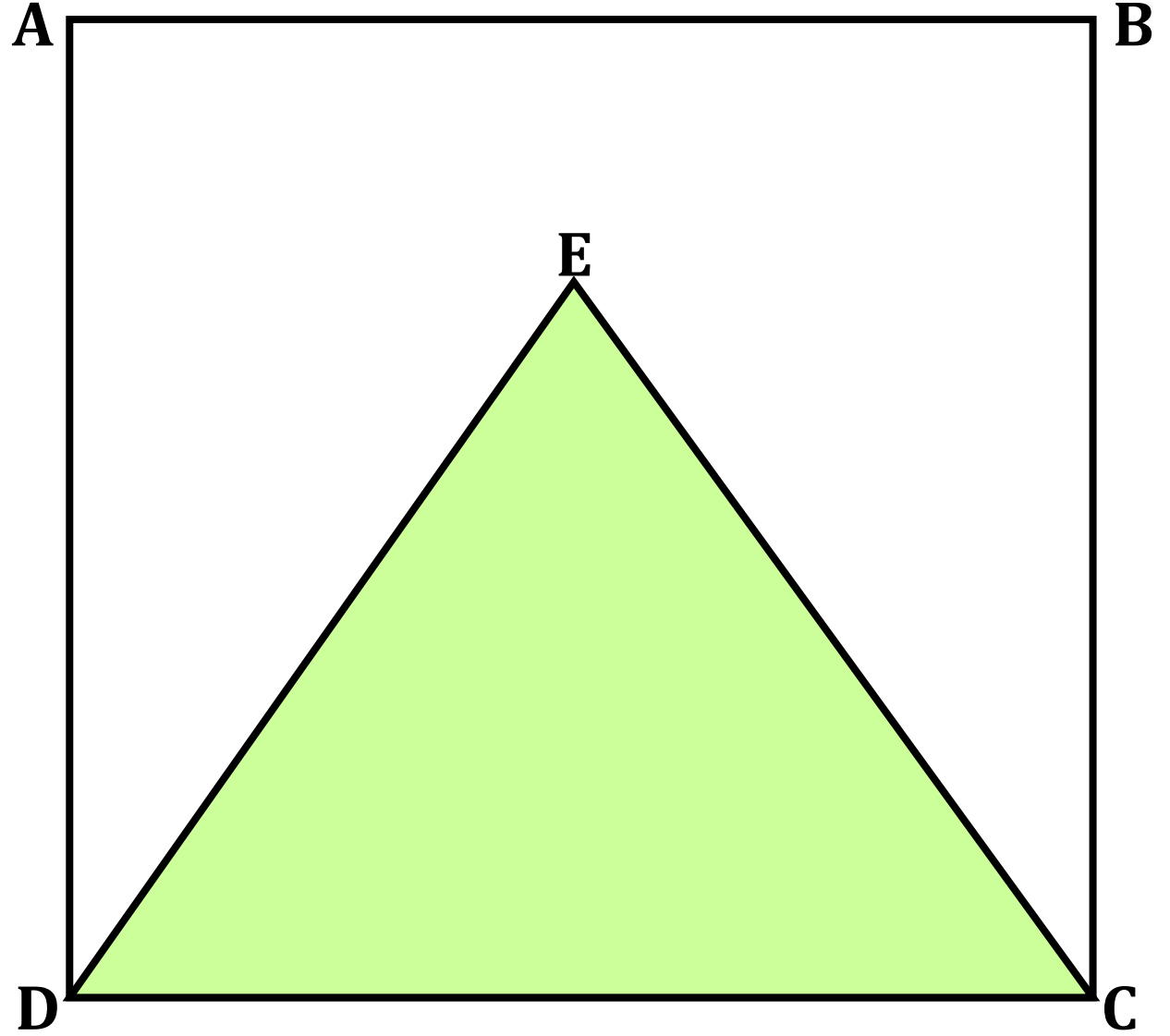
**Buna göre OABC karesinin
alanını bulunuz.**



(B noktasının koordinatları doğru denkleminde yerine yazılır.)

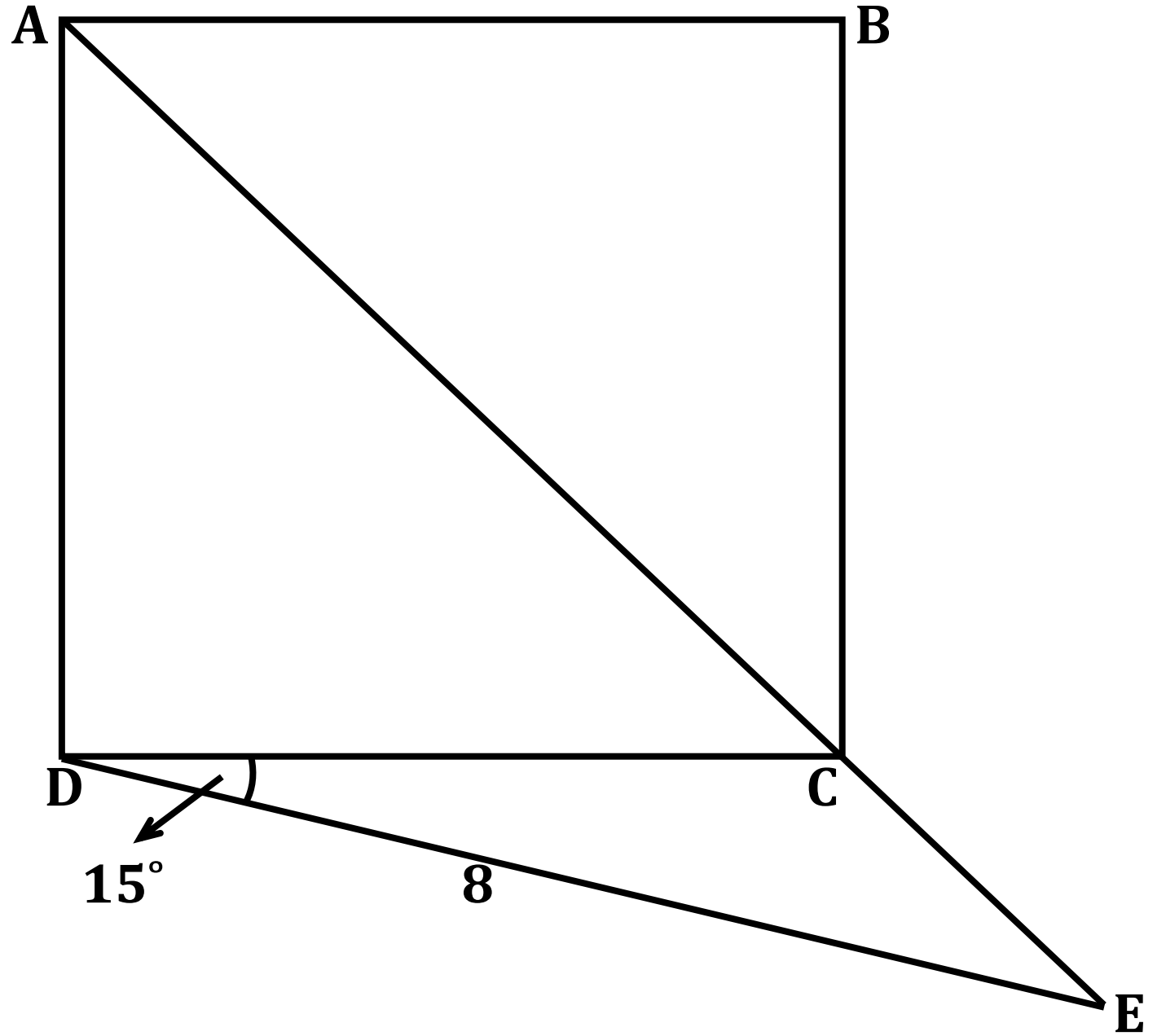
Soru :

ABCD kare, DEC eşkenar
üçgen ve boyalı bölgenin
alanı $12\sqrt{3}$ br² ise
 $A (ABCD) = ?$



Soru :

**ABCD karesinin
alanını bulunuz.**



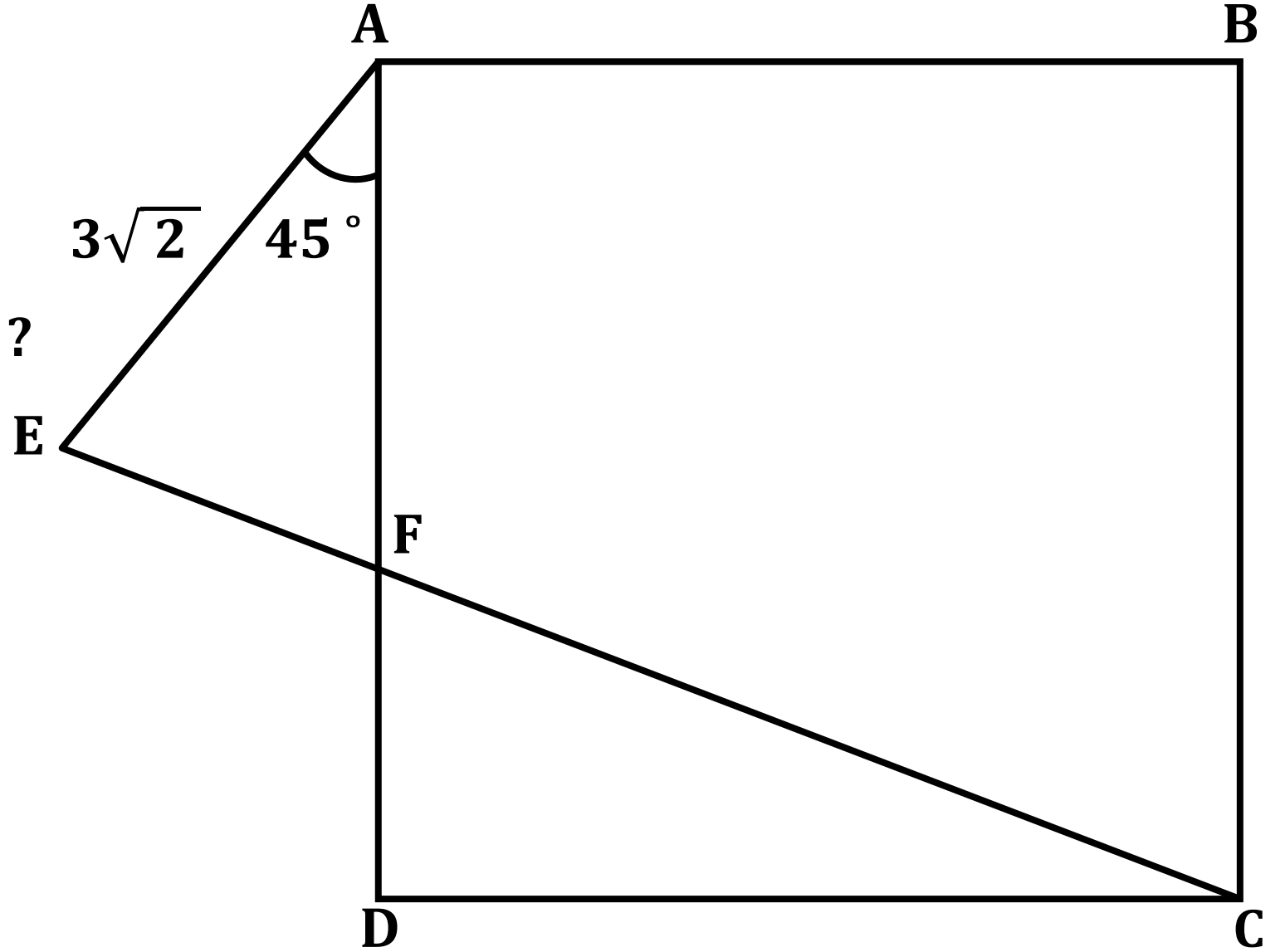
(Diğer köşegeni çiz.)

Soru :

ABCD kare ve

$$|FC| = 3 \cdot |EF|$$

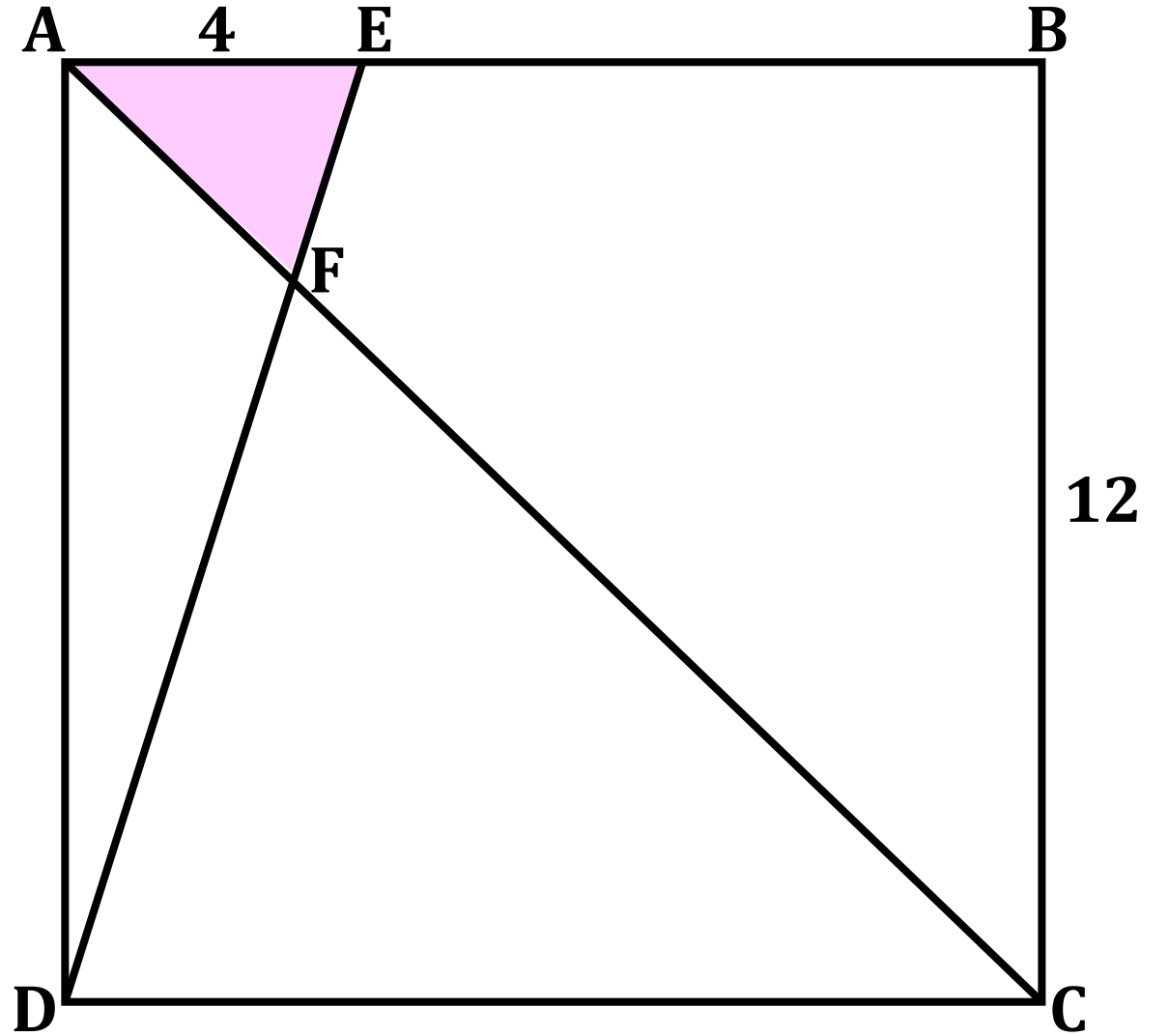
ise $A(ABCD) = ?$



(A ile C 'yi birleştir. Açkıortayda yan taban alt taban ile orantılı idi.)

Soru :

ABCD kare ise boyalı
bölgenin alanını
bulunuz.



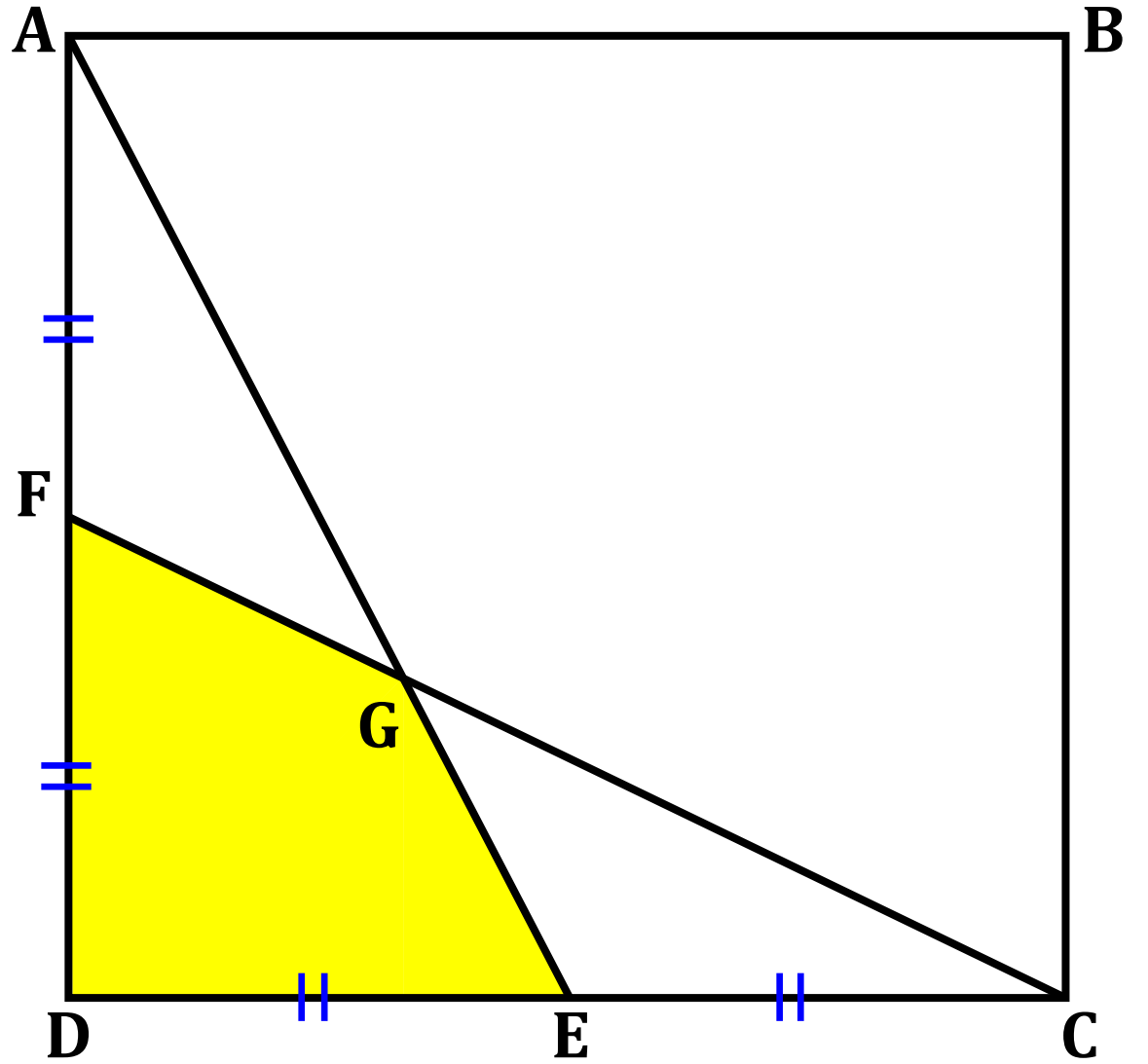
(Kelebek kuralı ve alan – taban ilişkisi kullanılır.)

Soru :

ABCD kare ve

$$A (DEGF) = 12 \text{ br}^2$$

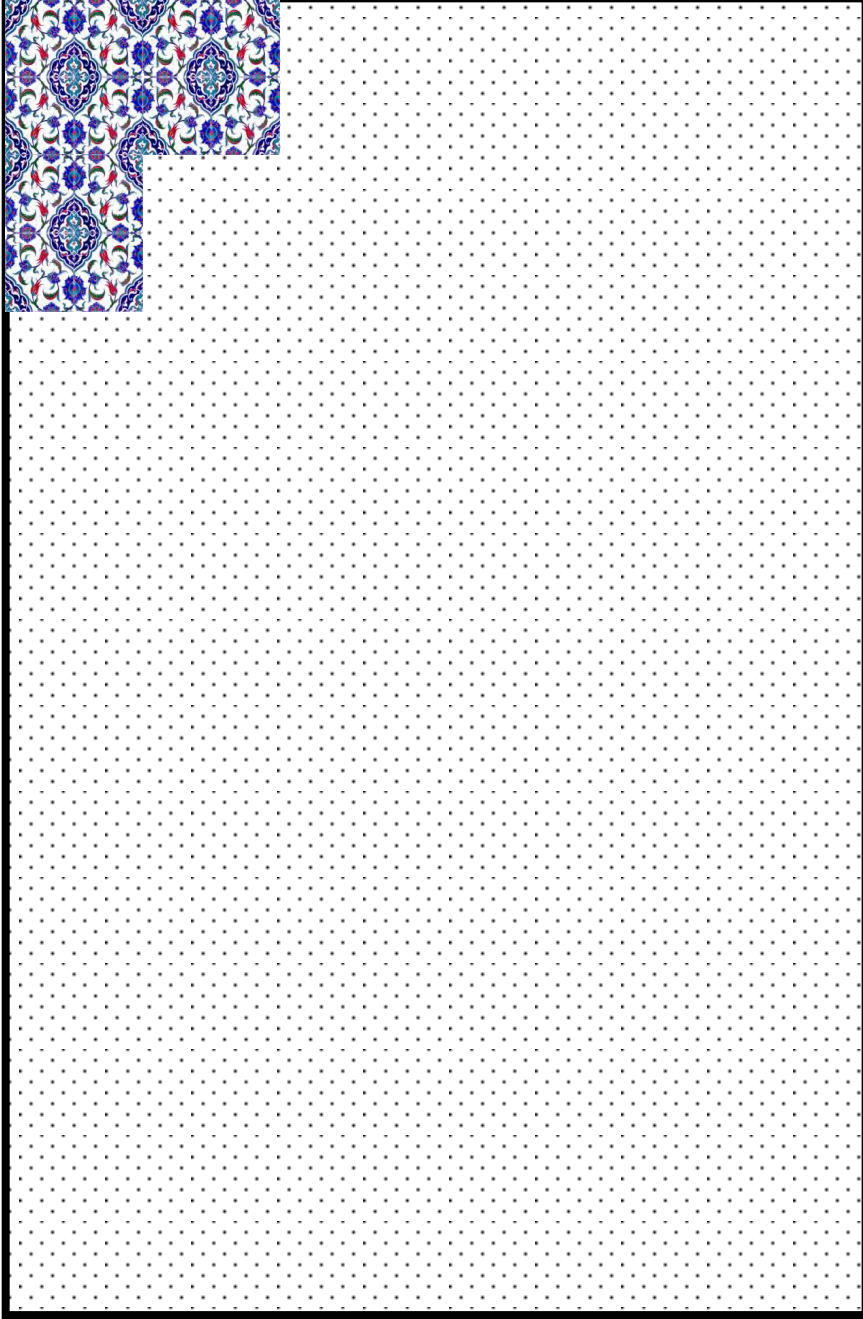
$$\text{ise } A (ABCD) = ?$$



(Köşegenler çizilir.)

Soru :

2 m



2 m ve 5 m boyutlarındaki dikdörtgen

bir duvar, yandaki şekli verilen kare çinilerle kaplanacaktır. Çininin bir kenarı 20 cm ise;

A) Kaplama işi için kaç adet çini gerekir ?



5 m

B) Çininin m^2 fiyatı 75 ₺ ise bir çininin fiyatı ile duvarın kaplama fiyatını bulunuz.

Soru :

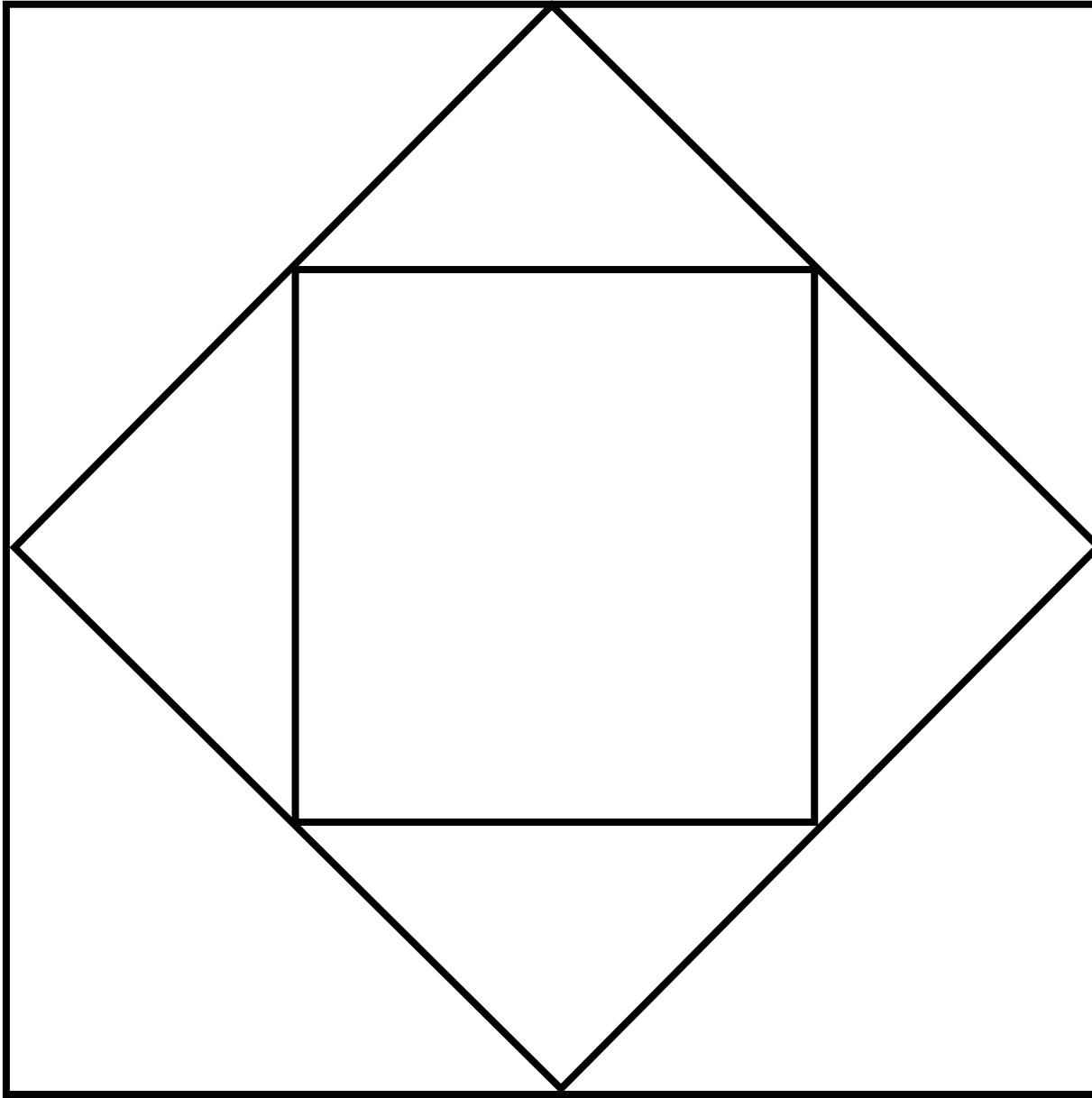
Şekildeki orta mermer karedir. Bunun çevresine eş üçgen

şeklinde mermer parçaları yerleştirilerek dışa doğru yine kare şekiller oluşturuluyor.

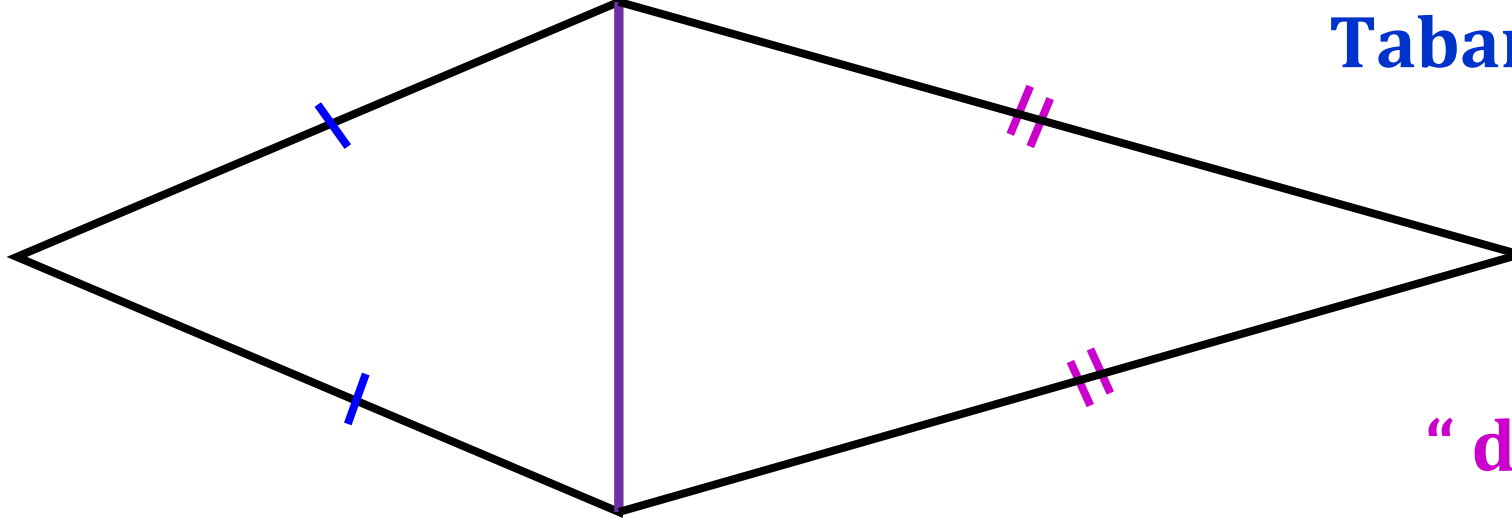
Dış kısmın bir kenarı 60 cm ise; **A) Siyah bölgenin alanı kaç kaç cm^2 'dir ?**

****B)** İç mermerin çevre uzunluğunu bulunuz.**



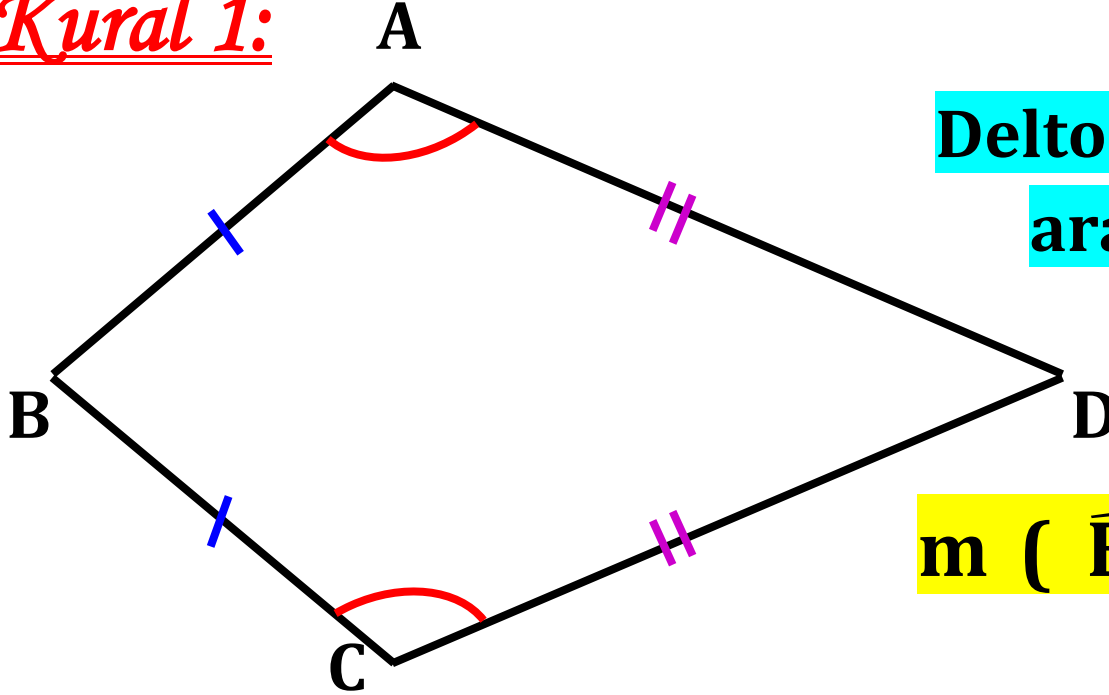


DELTOİD



Tabanları ortak olan iki
ikizkenar üçgenin
birleşiminden
oluşan dörtgene
“deltoid” adı verilir.

Kural 1:

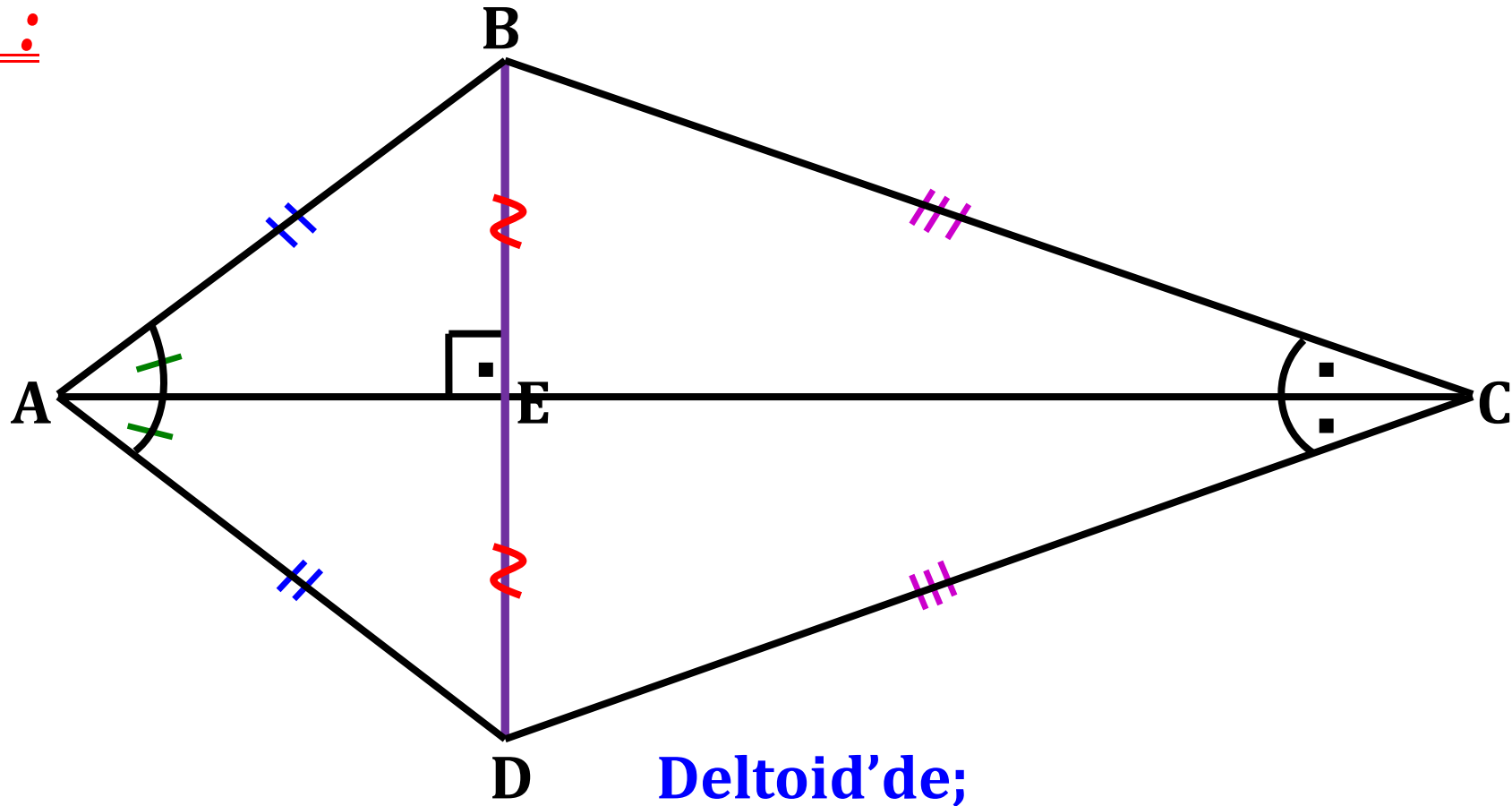


Deltoid’de, farklı kenar uzunlukları
arasında kalan karşılıklı açıların
ölçüsü birbirine eşittir.

ABCD deltoidinde

$m (\widehat{BAC}) = m (\widehat{BCD})$ olarak
alınır.

Kural :



Deltoid'de;

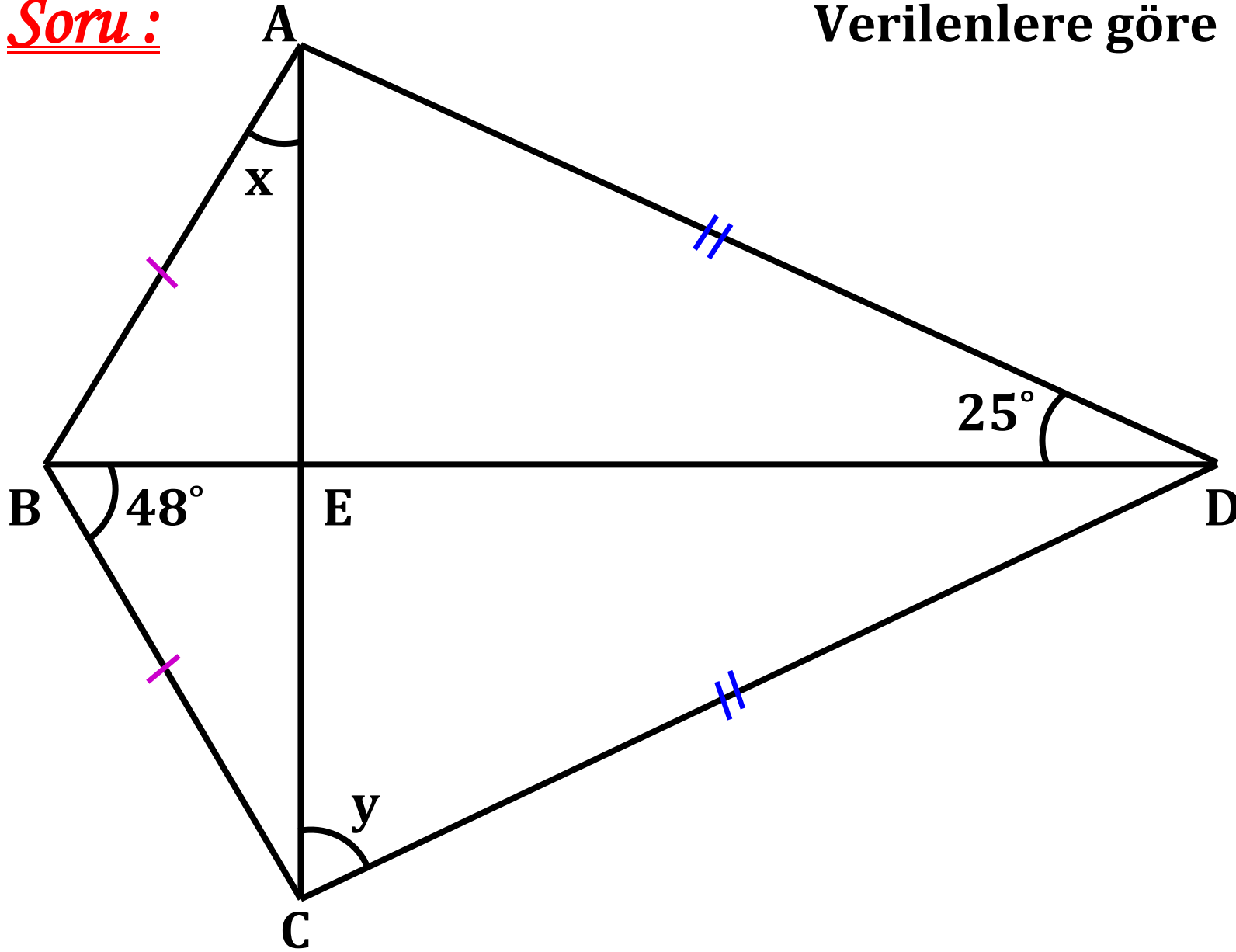
1) Köşegenler dik kesişir.

2) $|BE| = |DE|$ 'dir.

3) Köşegenlerden biri açıortaydır. (İkizkenarların birleşme noktasını birleştiren doğru parçasıdır.)

Soru :

Verilenlere göre $y - x = ?$

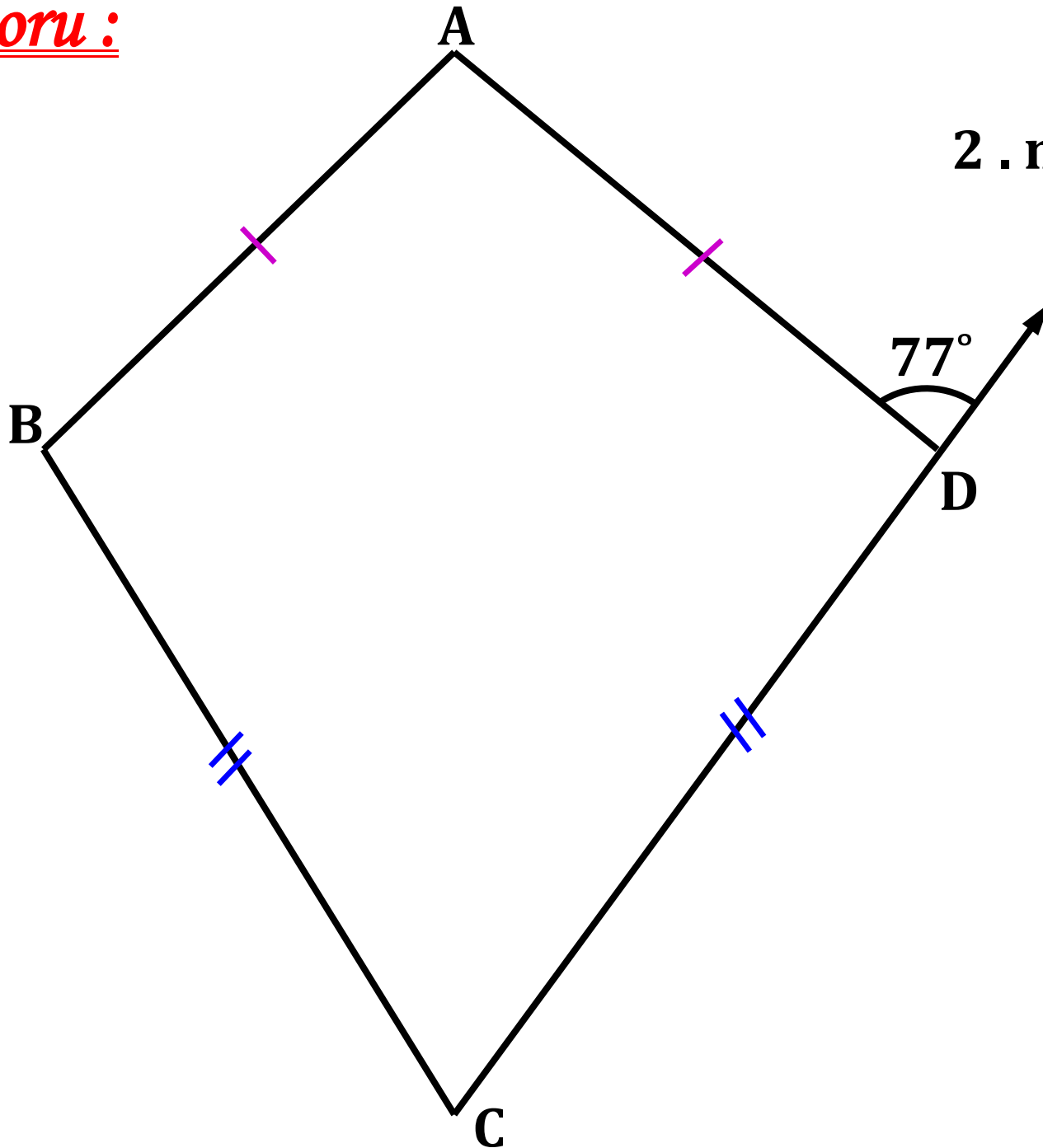


Soru :

ABCD deltoiddir.

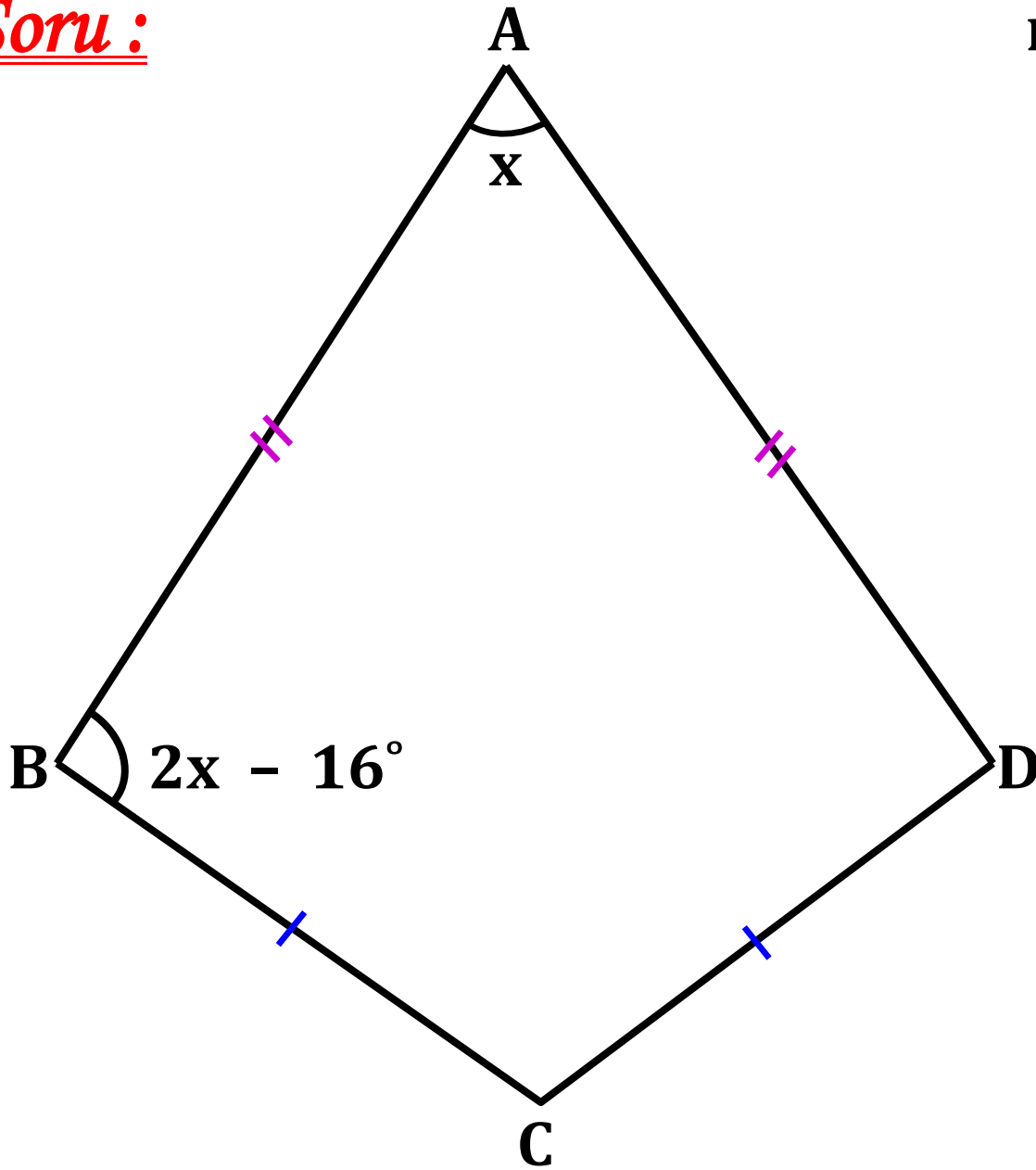
$$2 . m (\widehat{BAD}) = 5 . m (\widehat{BCD})$$

$$\text{ise } m (\widehat{BCD}) = ?$$



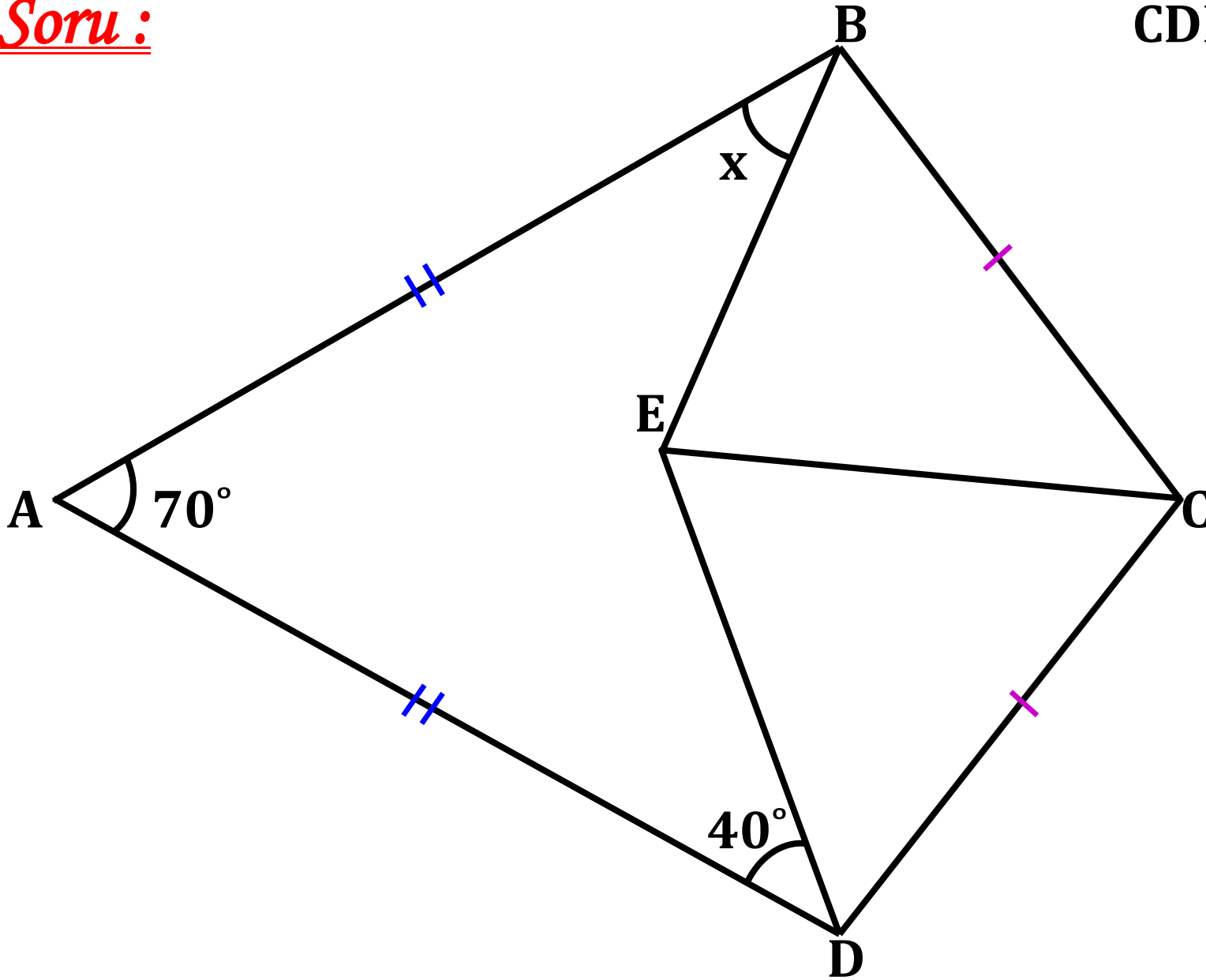
Soru :

$$m(\widehat{C}) = 2 \cdot m(\widehat{A}) \text{ ise } x = ?$$



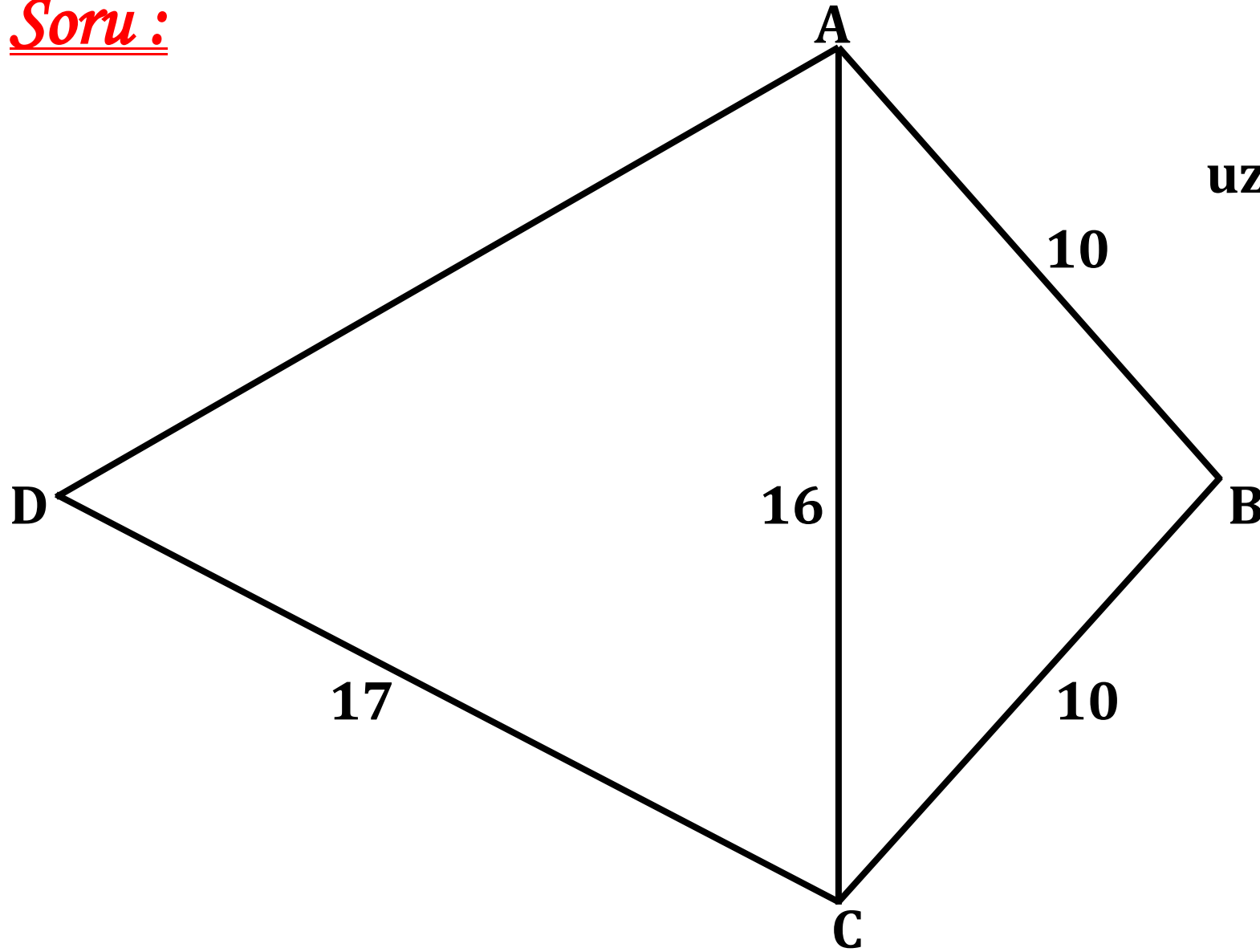
Soru :

CDE eşkenar üçgen ise
 $x = ?$



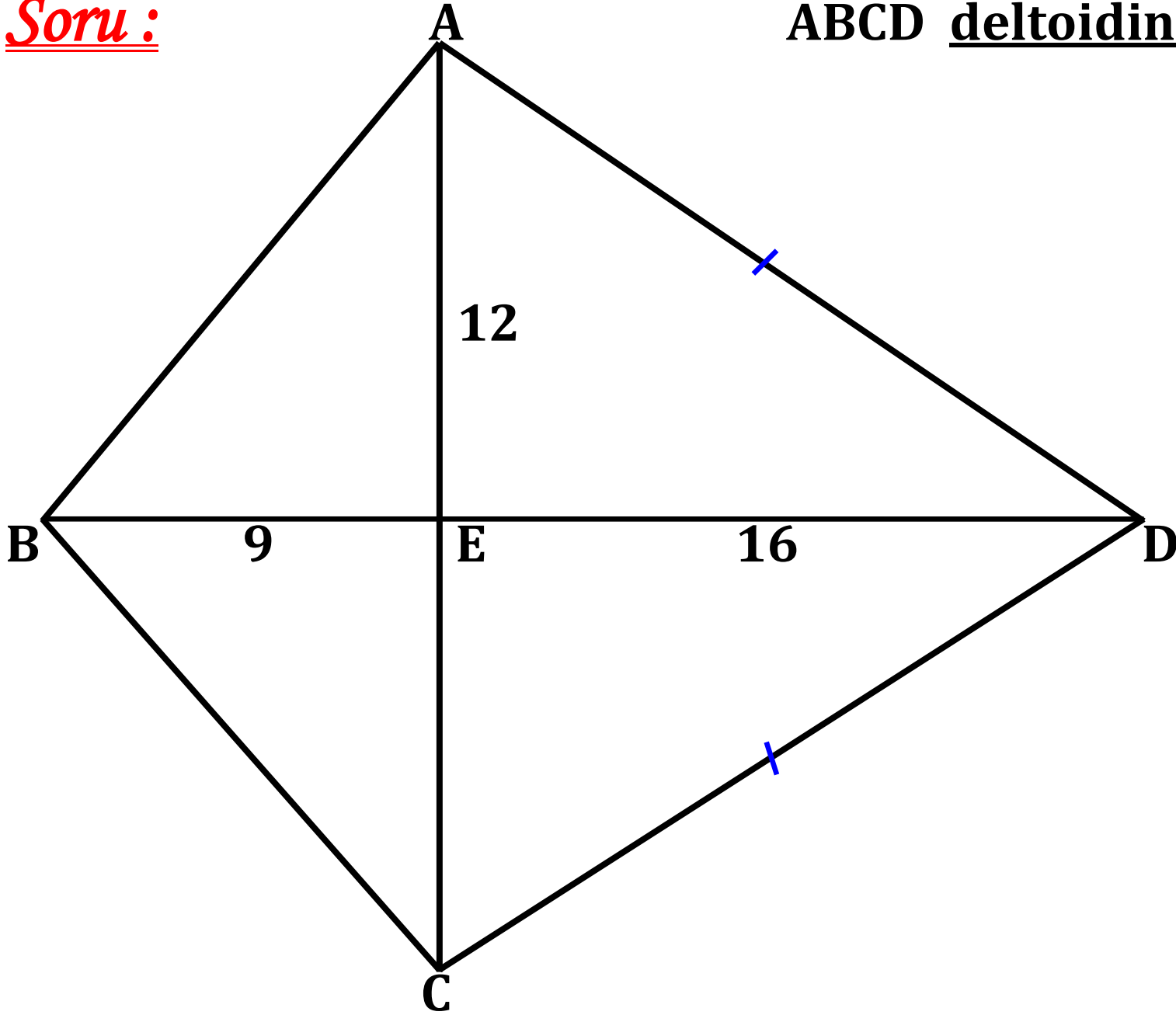
Soru :

ABCD deltoid ise
[DB] köşegeninin
uzunluğunu bulunuz.



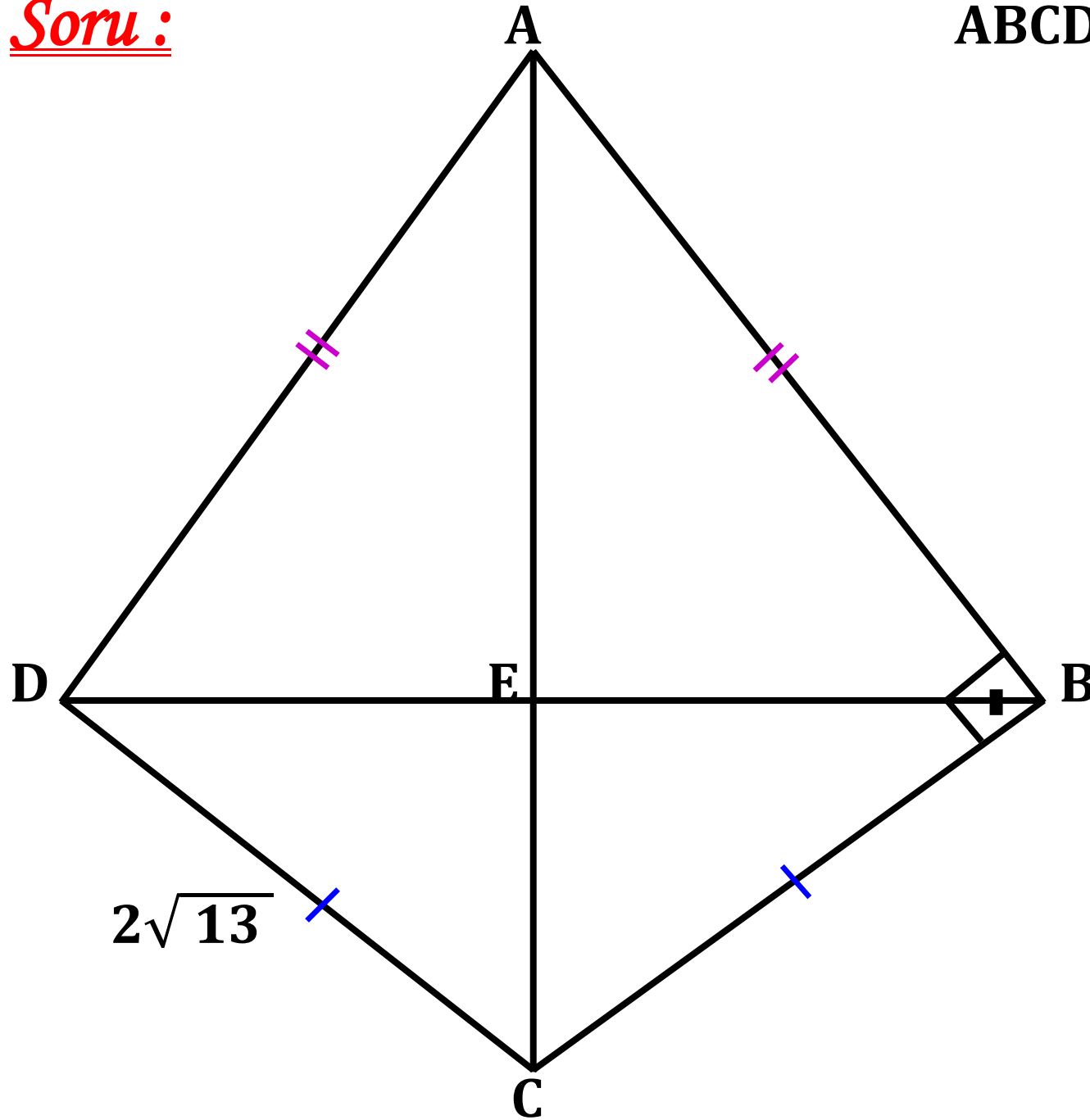
Soru :

ABCD deltoidinin çevre uzunluğunu
bulunuz.



Soru :

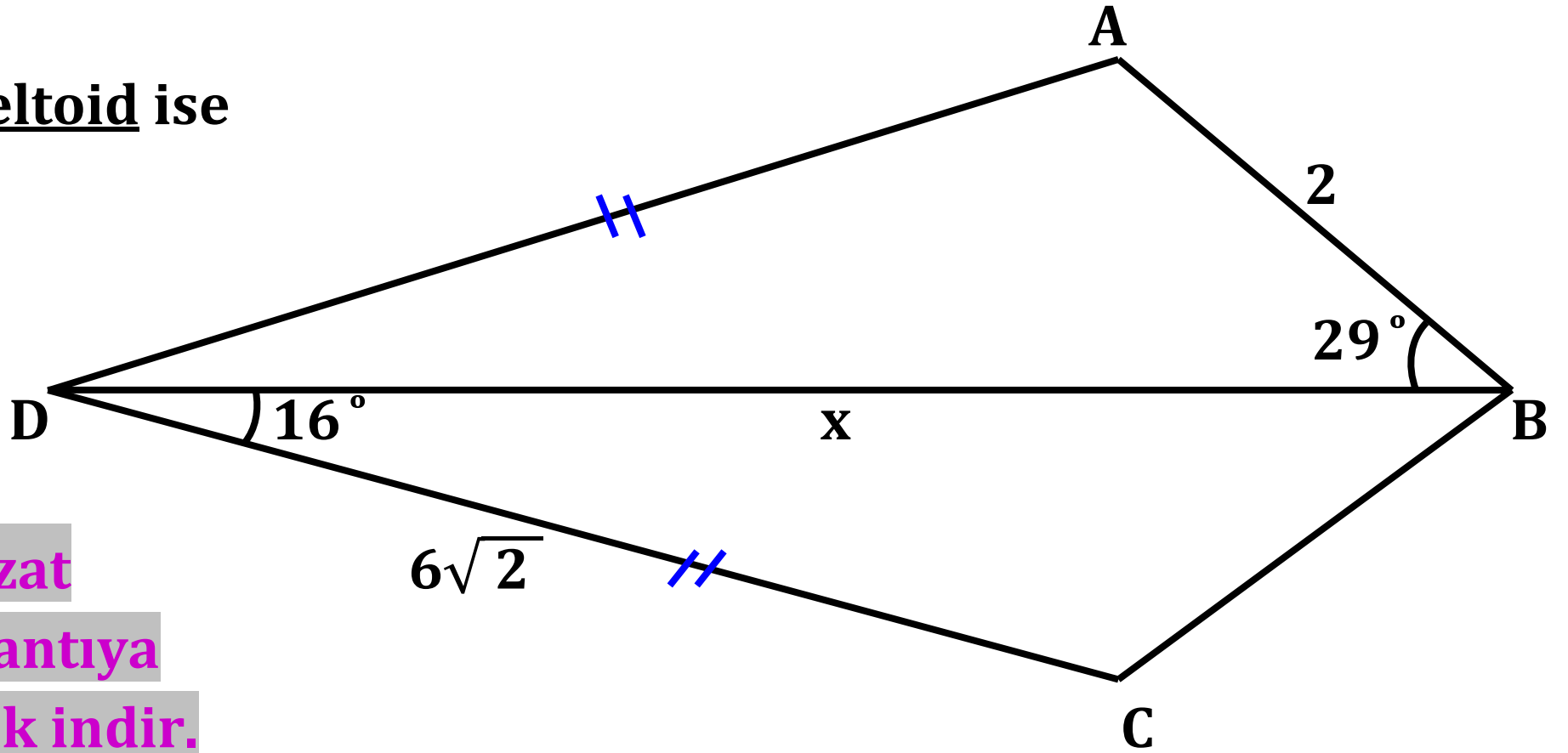
ABCD deltoid ve $|BD| = 12$ br
ise $|AC| = ?$



Soru :

ABCD deltoid ise

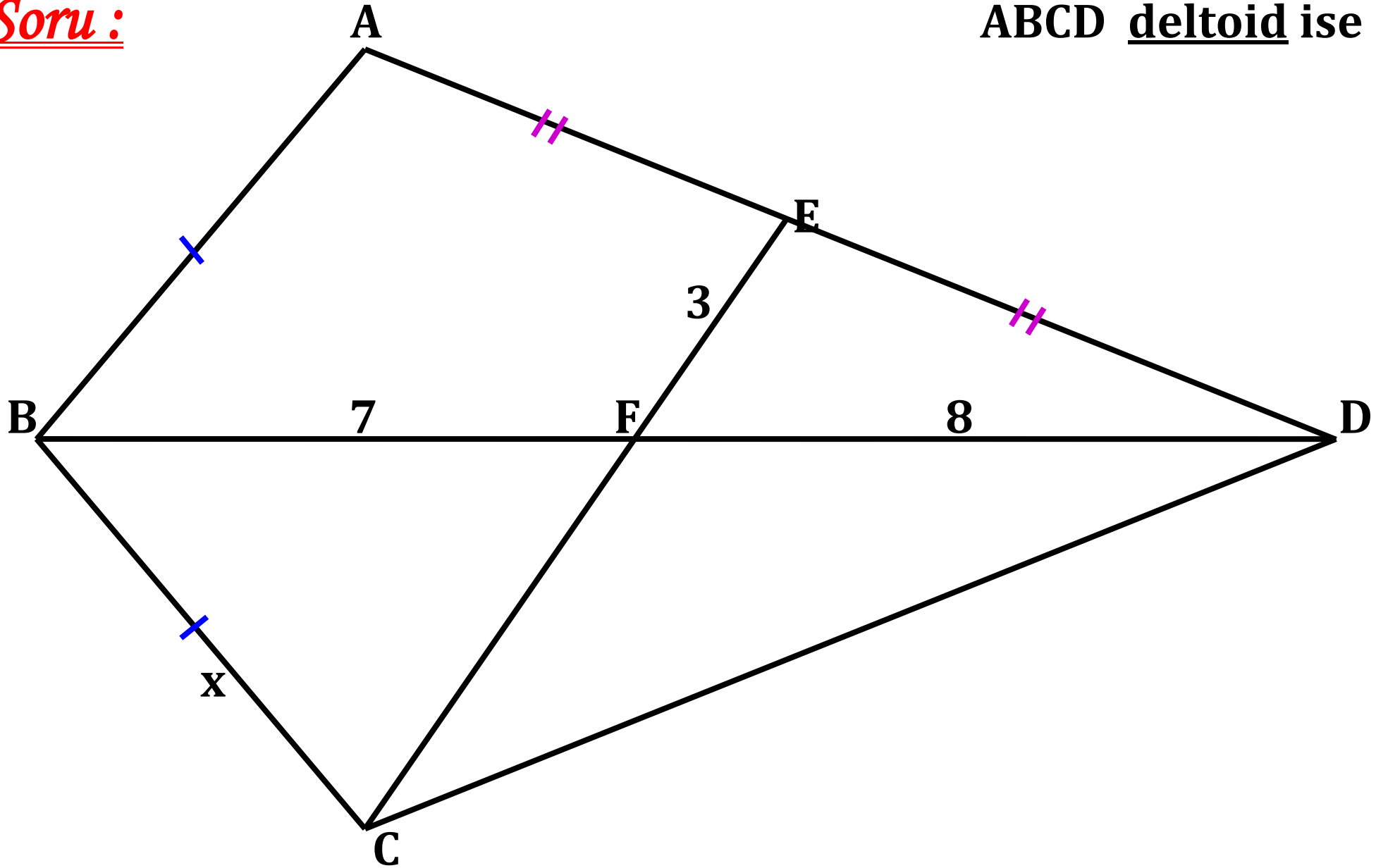
x = ?



(C 'yi uzat
ve bu uzantiya
B 'den dik indir.
Oluşan dik
üçgenlerden
istenene
bulunur.)

Soru :

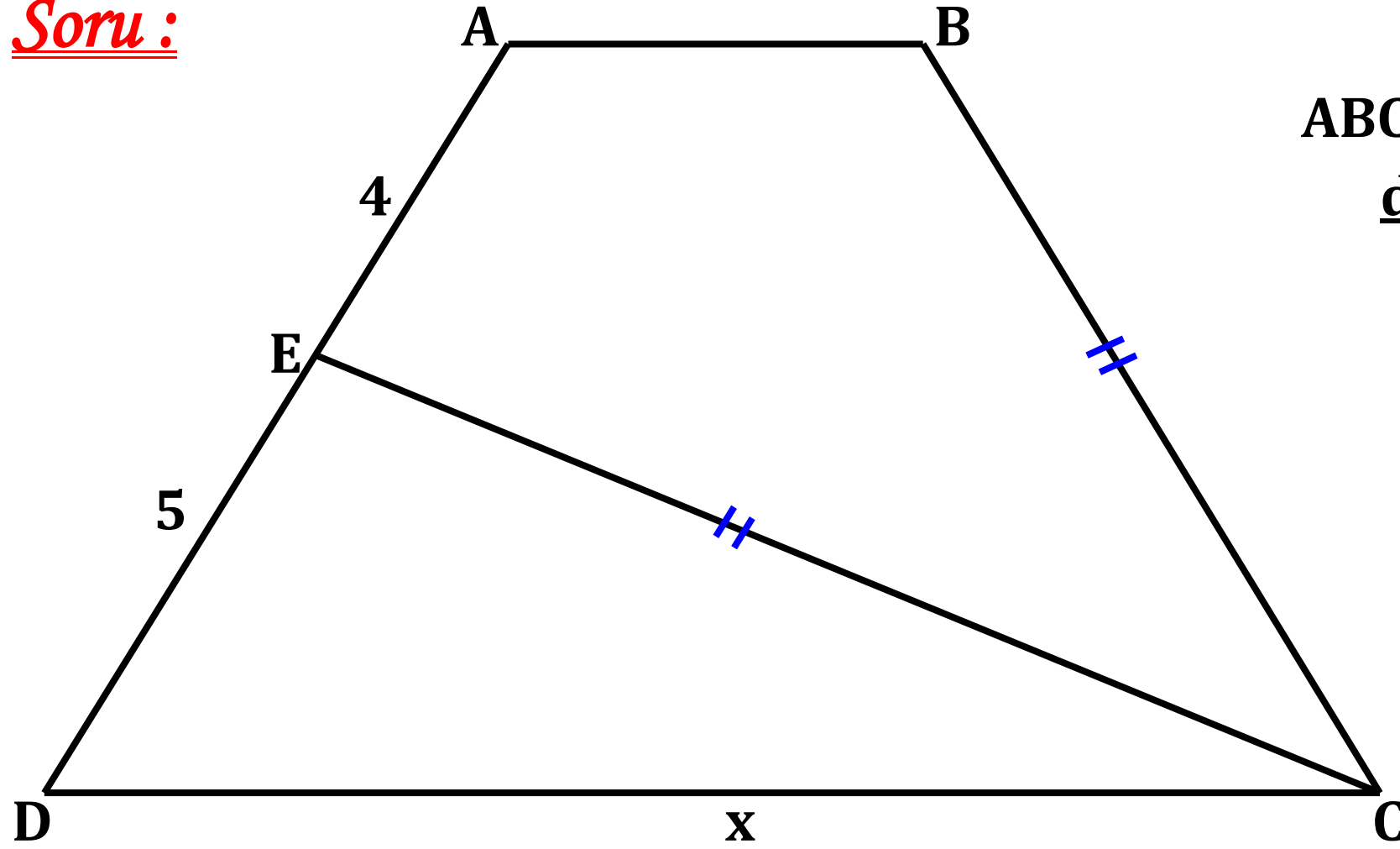
ABCD deltoid ise $x = ?$



(Diğer köşegen çizilir. Ağırlık merkezi
ve Pisagor'dan istenen bulunur.)

~ 1200 ~

Soru :

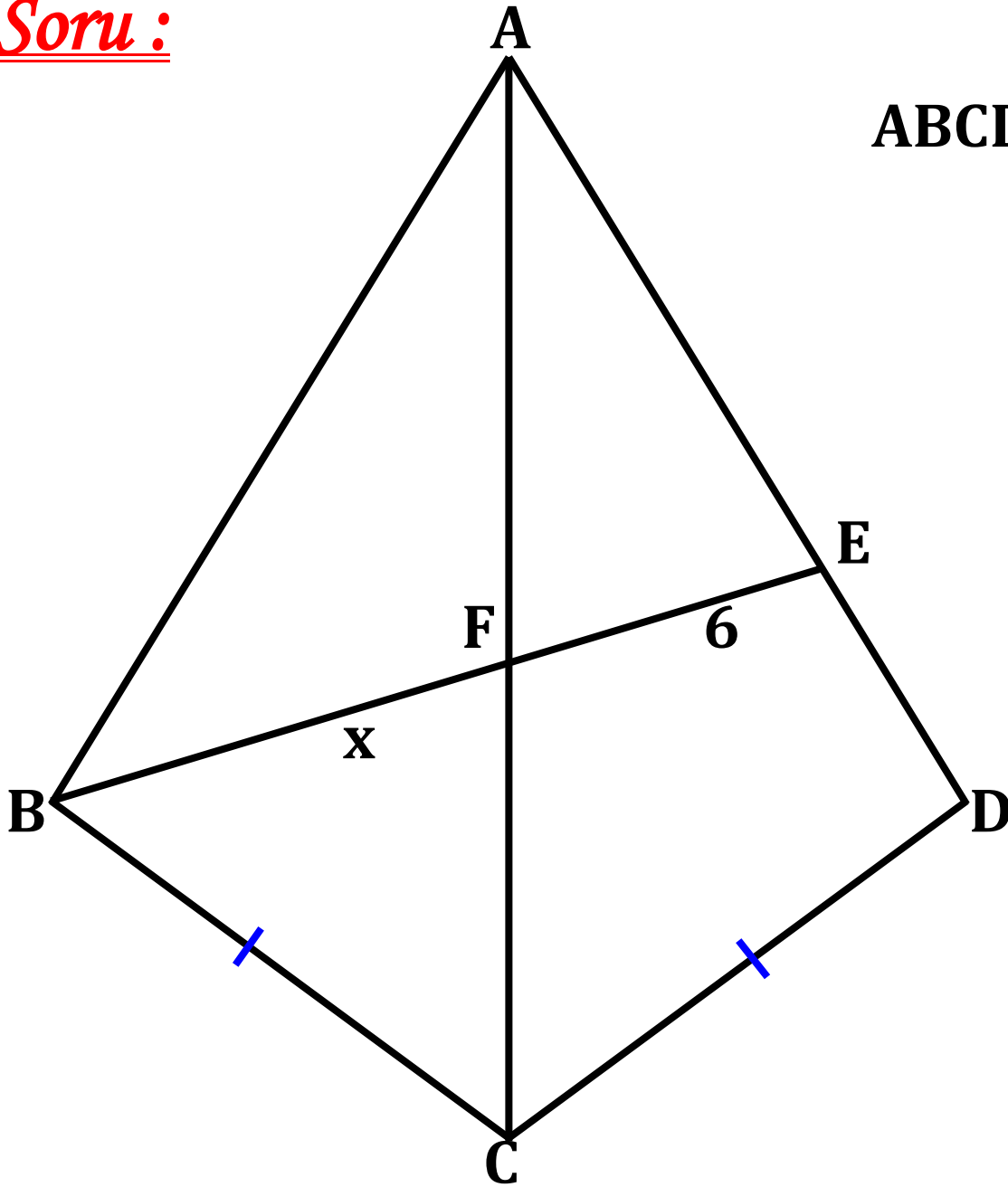


$ABCD$ yamuk, $ABCE$
deltoid ise $x = ?$

(Deltoidin uygun köşegeni çizilir.
Köşegen aynı zamanda açıortaydı.)

Soru :

ABCD deltoid ve $2 \cdot |AD| = 3 \cdot |AE|$
ise $x = ?$



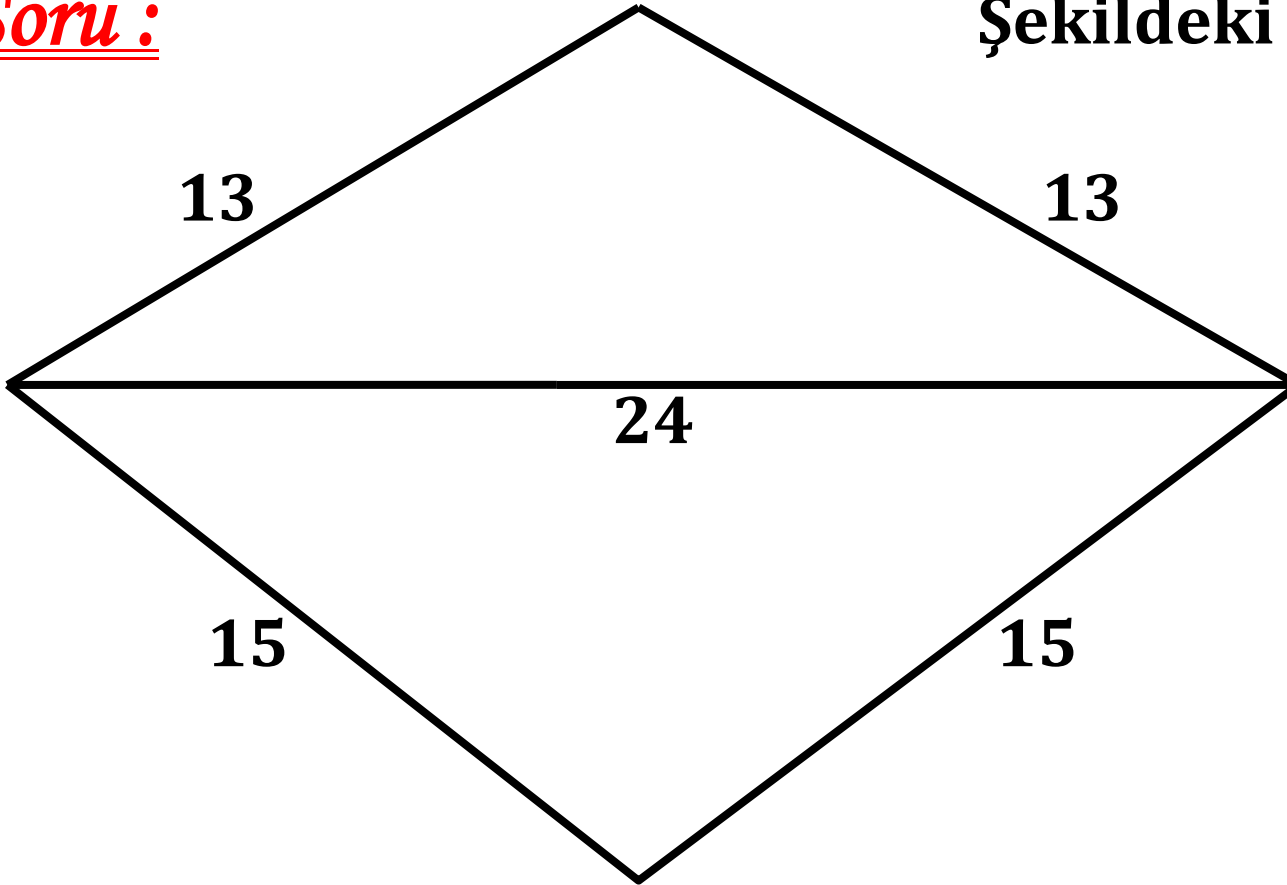
Deltoidin Alanı :

Deltoidin köşegen uzunlukları **e** ve **f** olsun. Deltoidin alanı

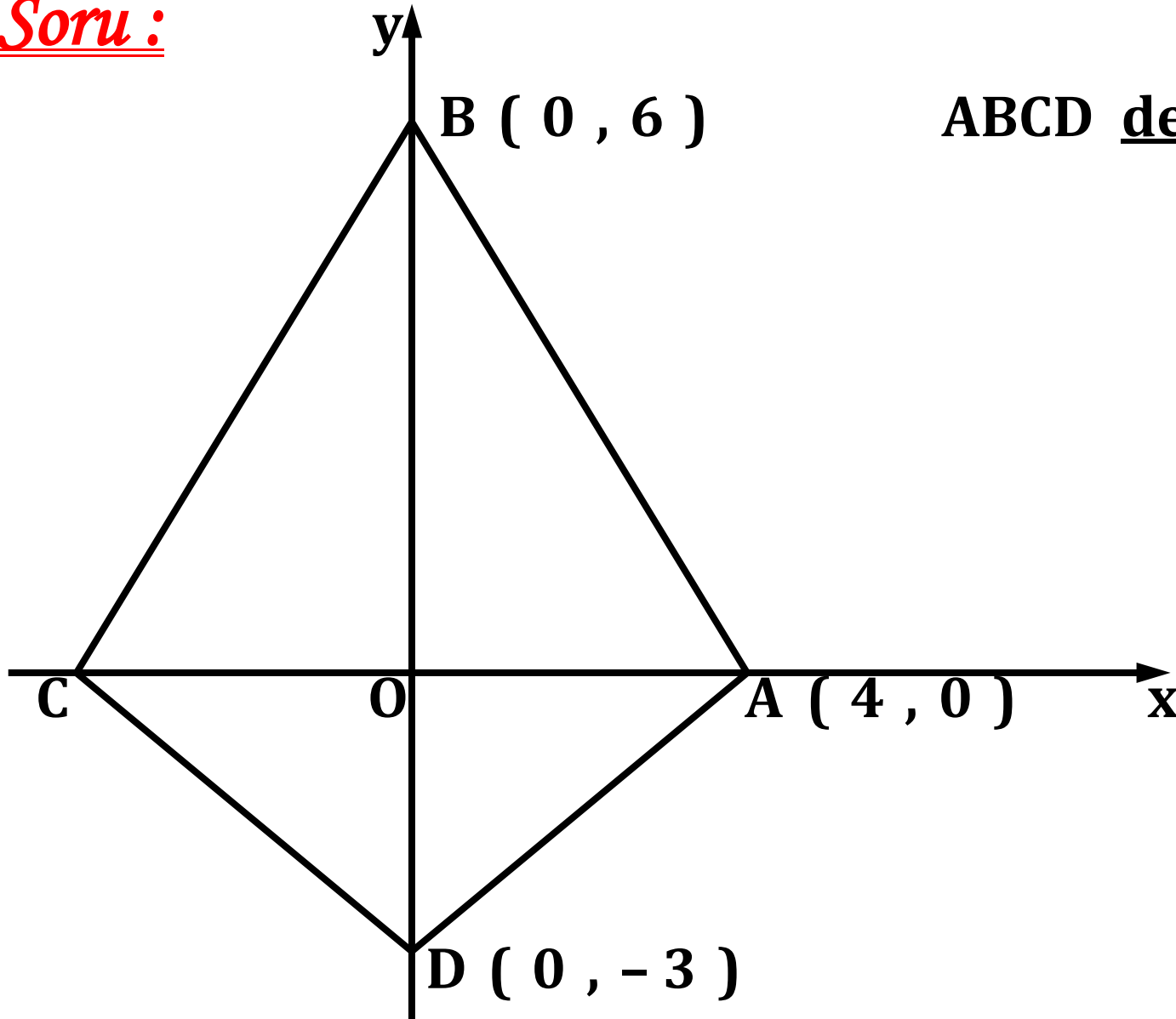
$$\text{Alan} = \frac{e \cdot f}{2} \text{ eşitliği kullanılarak bulunur.}$$

Soru :

Şekildeki deltoidin alanını bulunuz.



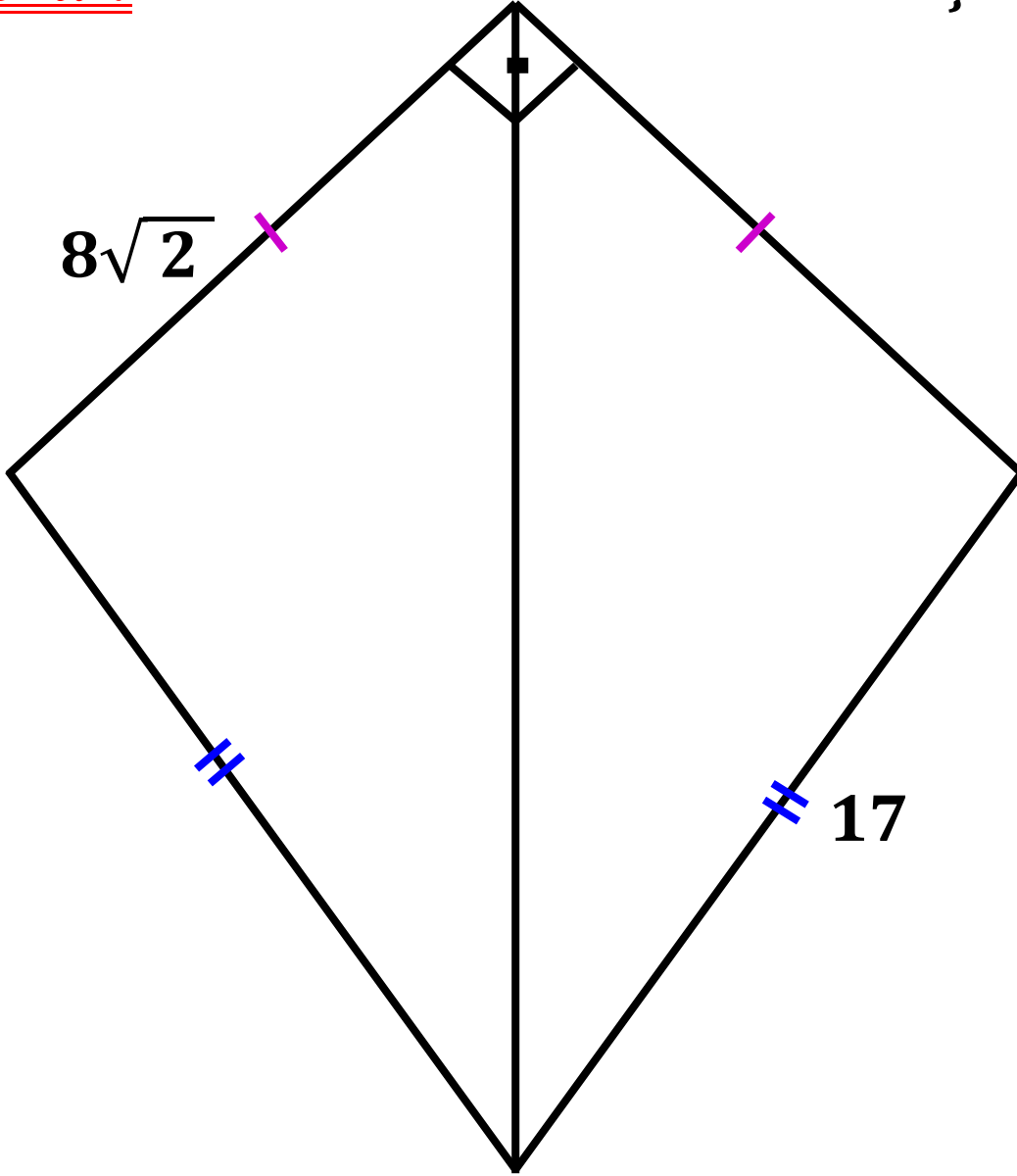
Soru :



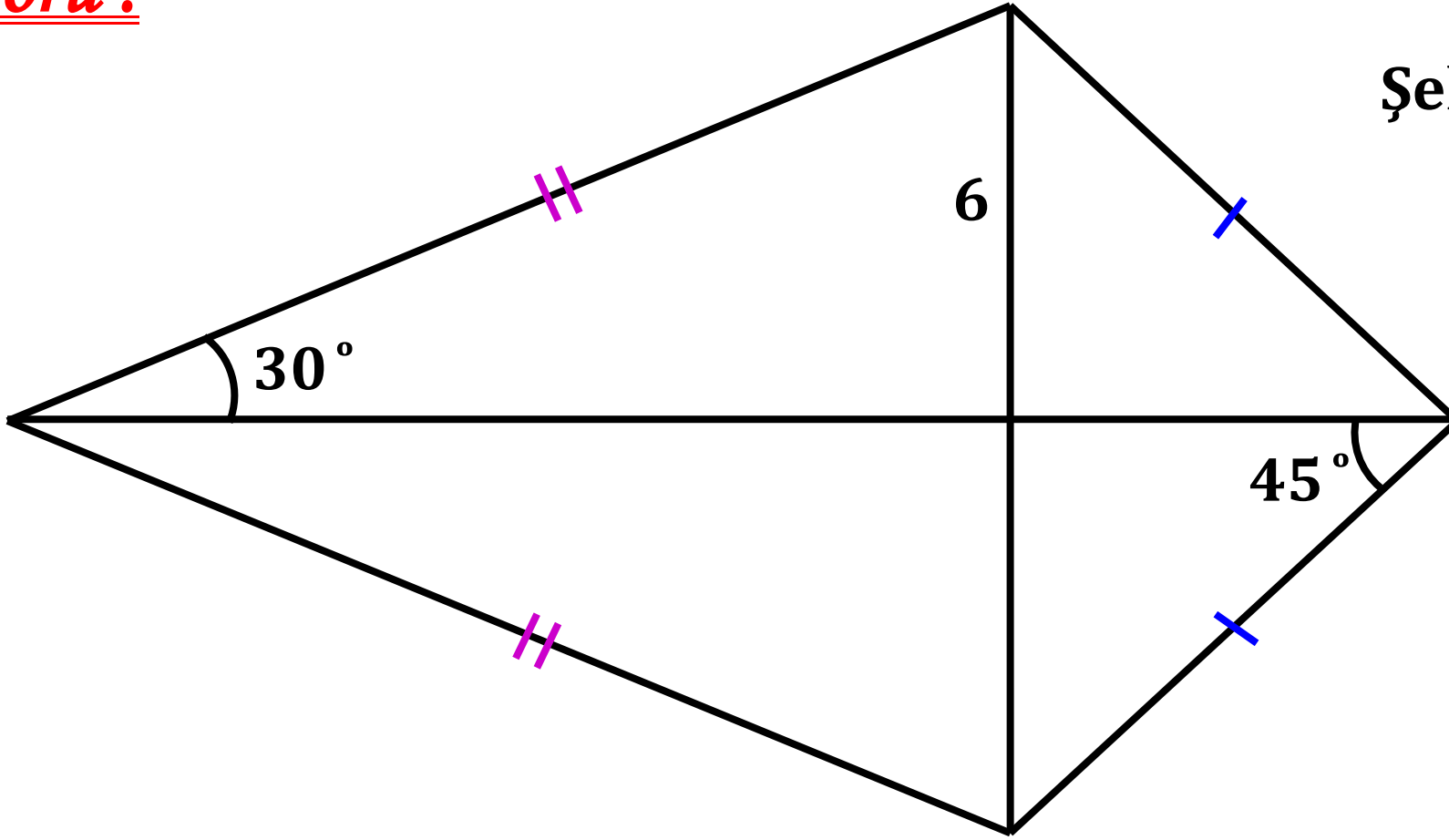
ABCD deltoid ise A (ABCD) = ?

Soru :

Şekildeki deltoidin alanını bulunuz.

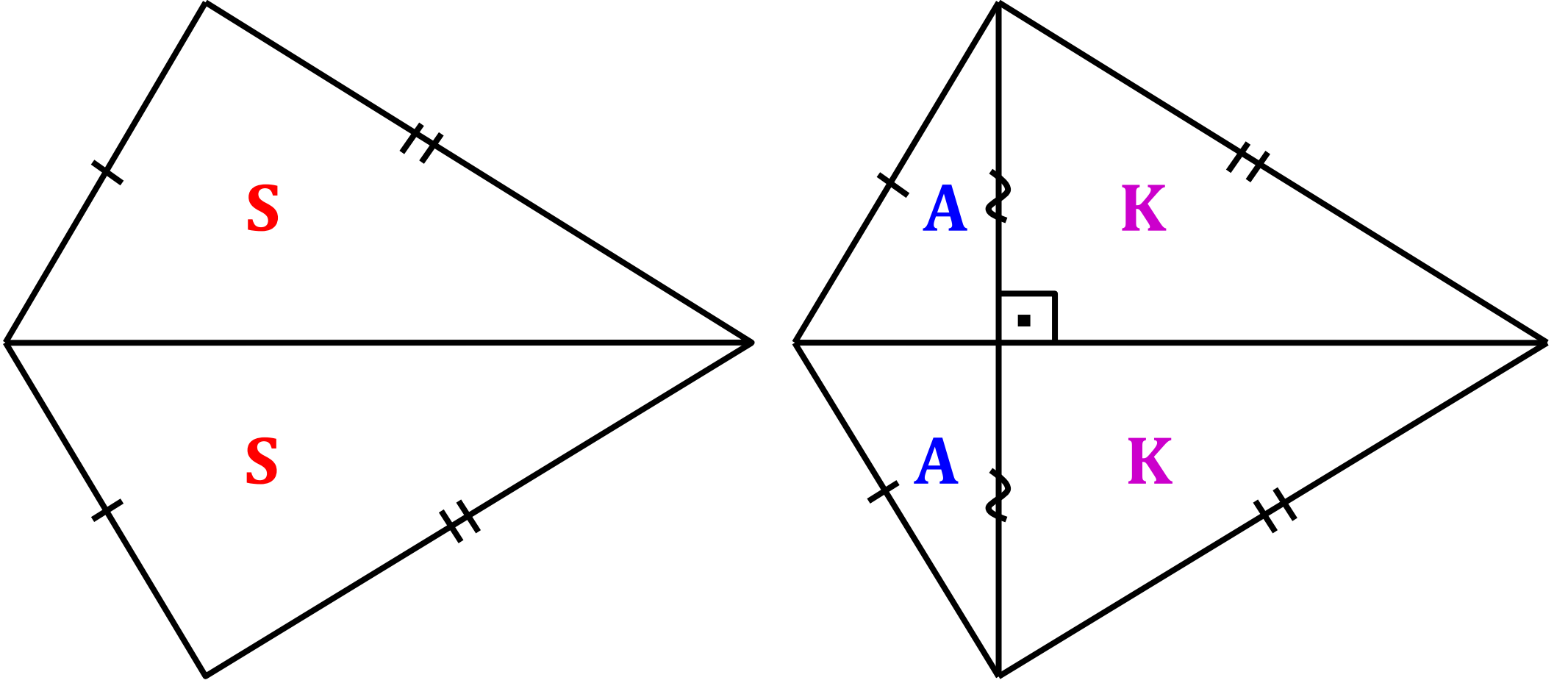


Soru :



Şekildeki deltoidin
alanını bulunuz.

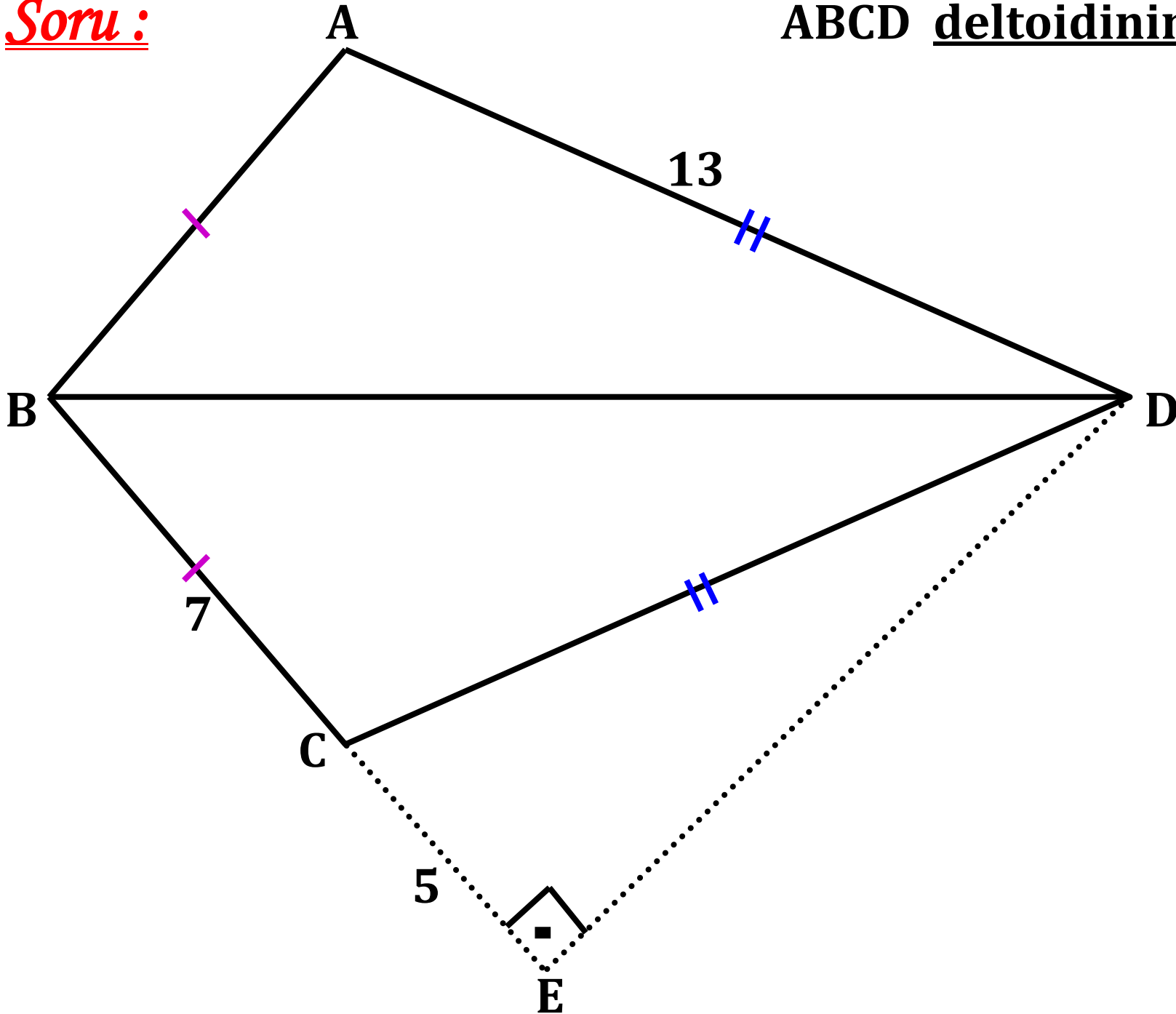
Kural:



Deltoid yukarıdaki şekildeki gibi bölünmüş ise, bölgelere düşen alan dağılımları şekildeki gibidir.

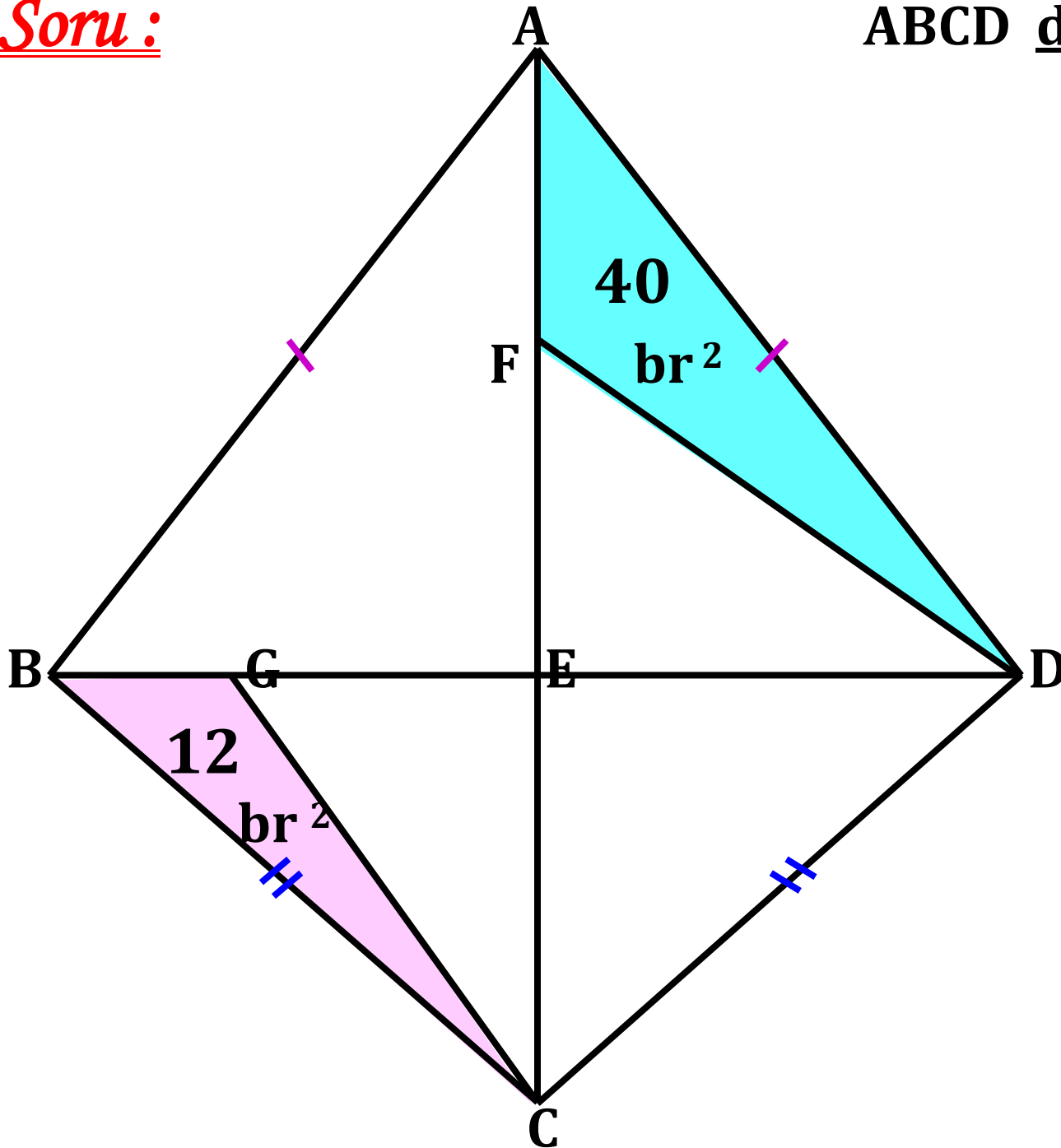
Soru :

ABCD deltoidinin alanını bulunuz.



Soru :

ABCD deltoid, $|GE| = 2 \cdot |BG|$ ve
 $3 \cdot |AF| = 2 \cdot |FE|$ ise
 $A(ABCD) = ?$



(Bu bölümde işlenecek olan konuların, matematik müfredat programındaki yeri altta gösterilmiştir.)

10. 6. UZAY GEOMETRİ

10. 6. 1. Katı Cisimler

Terimler ve Kavramlar: Dik prizma, dik piramit, ayrit, yükseklik, taban alanı, yüzey alanı, hacim

10. 6. 1. 1. Dik prizmalar ve dik piramitlerin uzunluk, alan ve hacim bağıntılarını oluşturur.

A) Üçgen, dörtgen ve altıgen dik prizma/piramit ile sınırlandırılır.

B) Gerçek hayat problemlerine yer verilir.

C) Bilgi ve iletişim teknolojilerinden yararlanılır.

6. ÜNİTE : UZAY GEOMETRİ

DİK PRİZMALAR

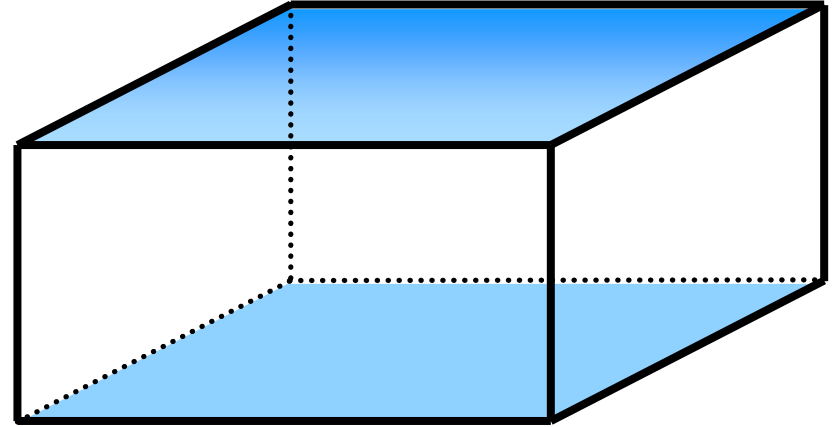
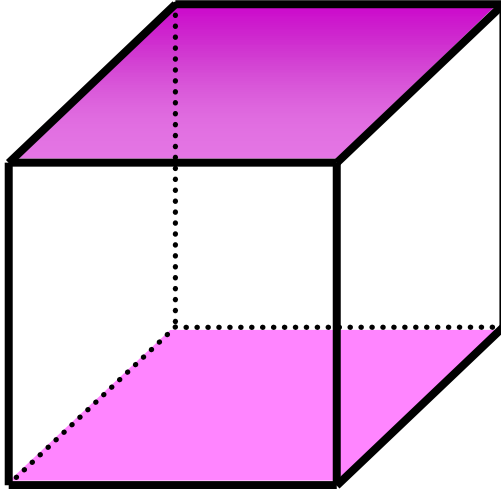
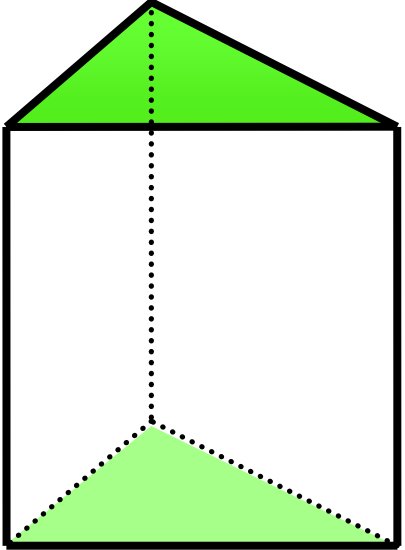
Günlük hayatı kolaylaştıran birçok ürünün ve yaşam alanlarının şekil olarak prizma veya piramitten esinlenilerek yapıldığı görülmektedir.

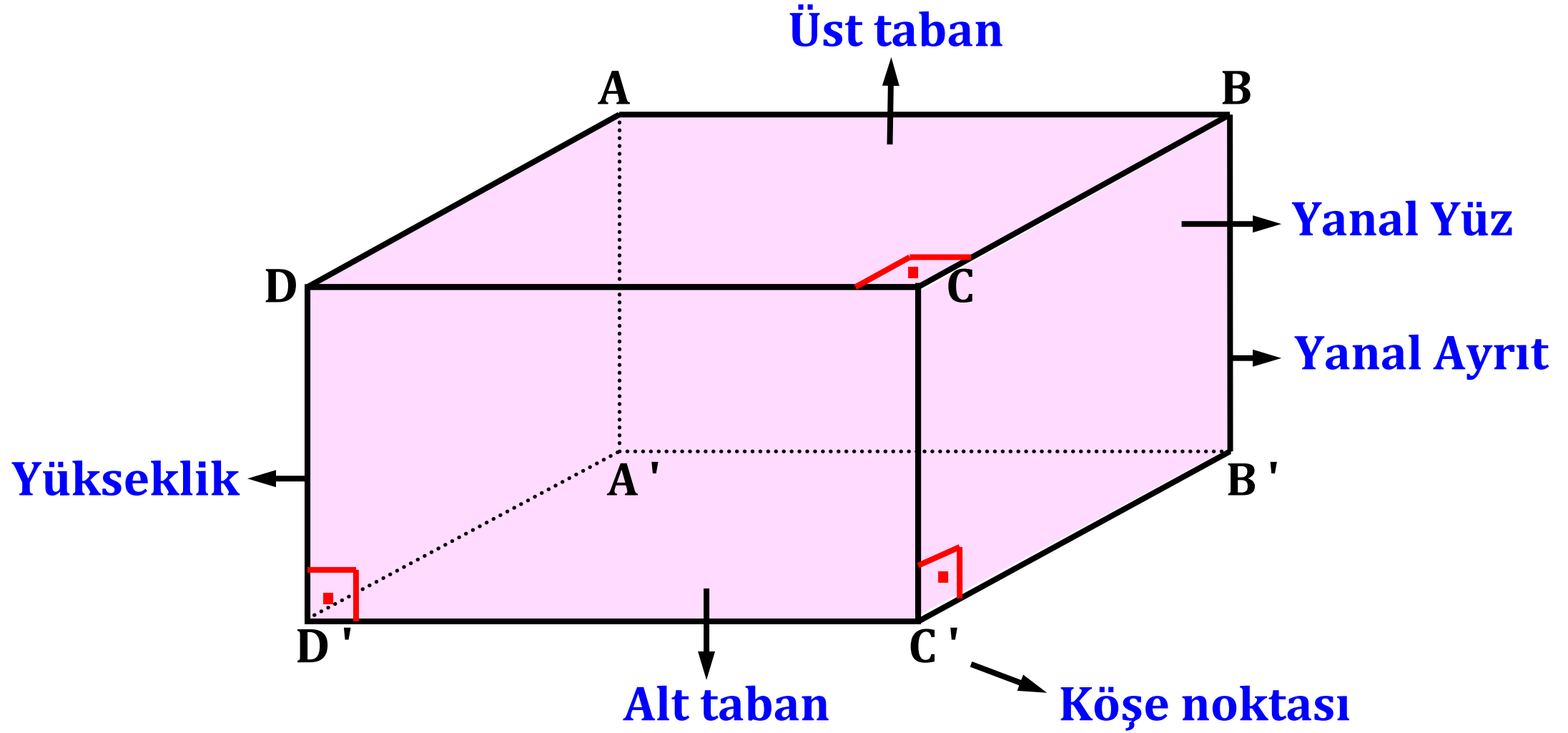


Prizma : Birbirine eşit ve paralel iki düzlemin köşelerinin birleşmesi sonucu elde edilen cisme “prizma” denir.

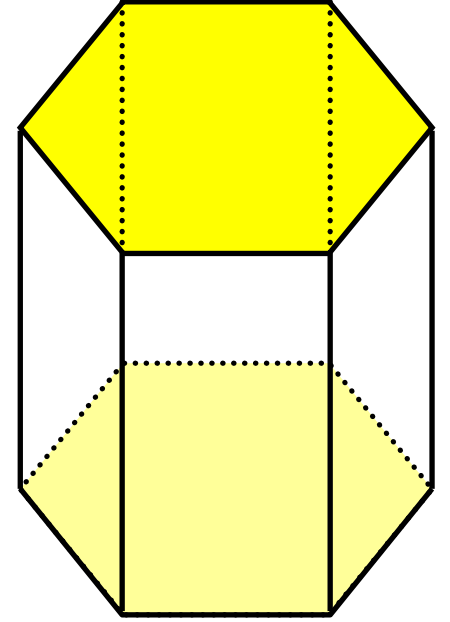
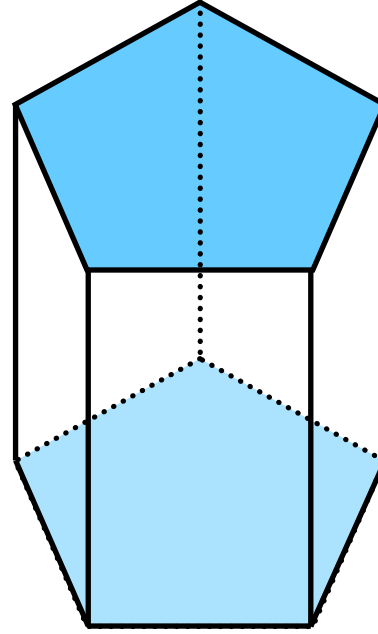
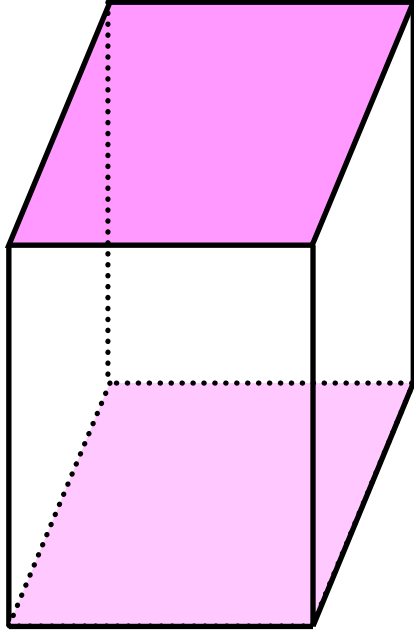
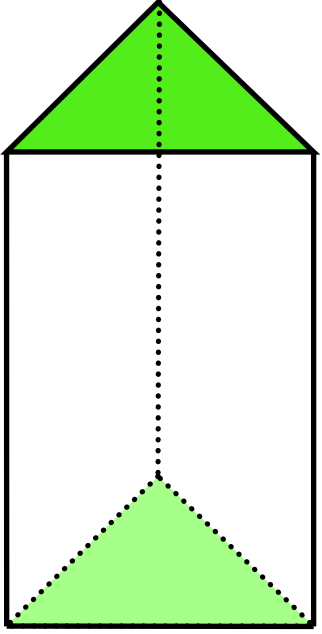
Dik Prizma : Tabanları herhangi bir çokgensel bölge, yan yüzleri dikdörtgensel bölge olan cisimlere “ **dik prizma** ” denir. Dik prizmalarda tabanları birleştiren yanıl ayrıtlar tabanlara diktir. Tabanları düzgün çokgensel bölge olan dik prizmalara “ **düzgün dik prizmalar** ” denir.

Prizmalar tabanlarına göre isimlendirilir. Üçgen prizma, kare prizma, dikdörtgenler prizması, altıgen prizma, beşgen prizma gibi .
..





Not: Tabanları düzgün çokgen olan prizmaya “**düzgün prizma**” denir.

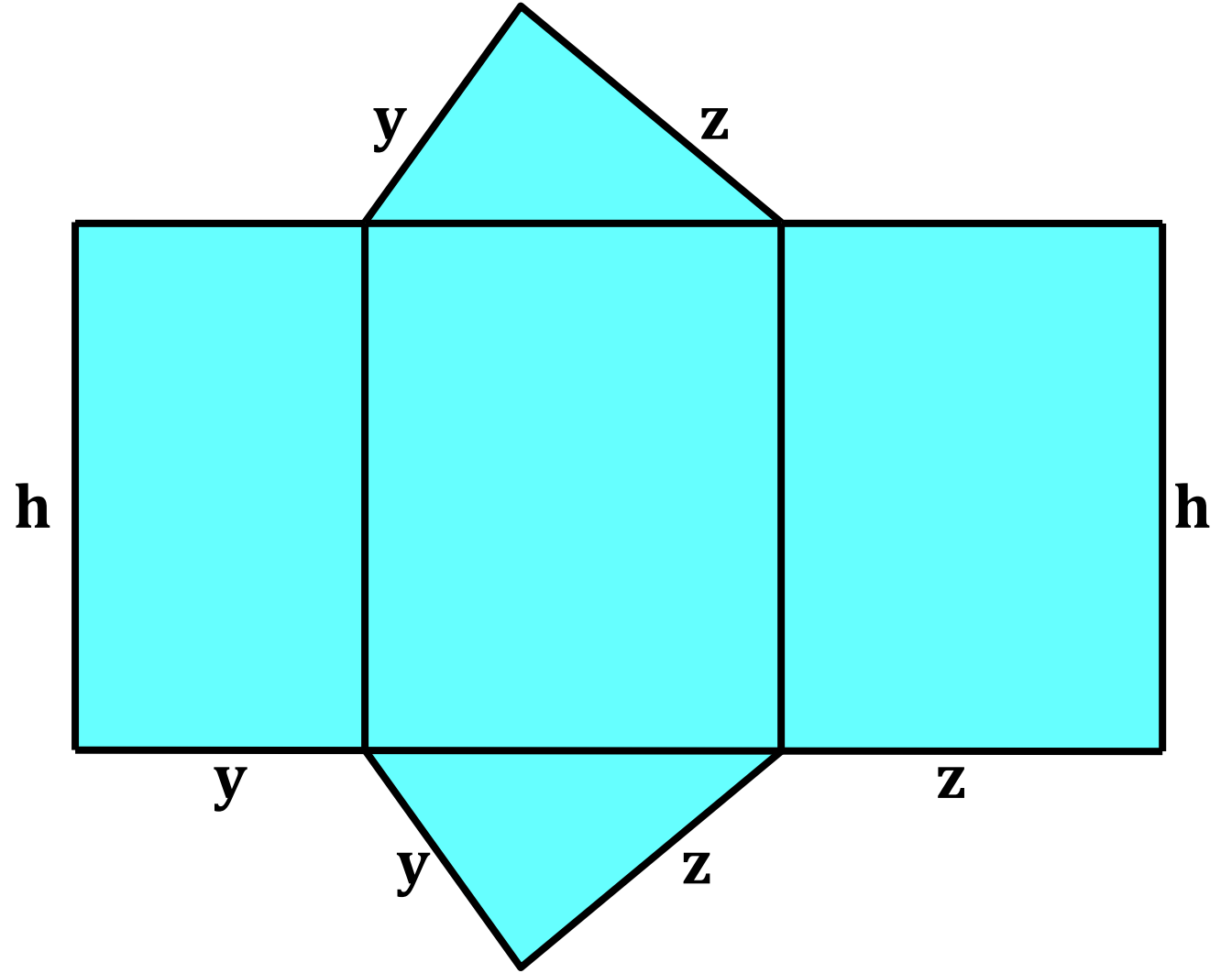
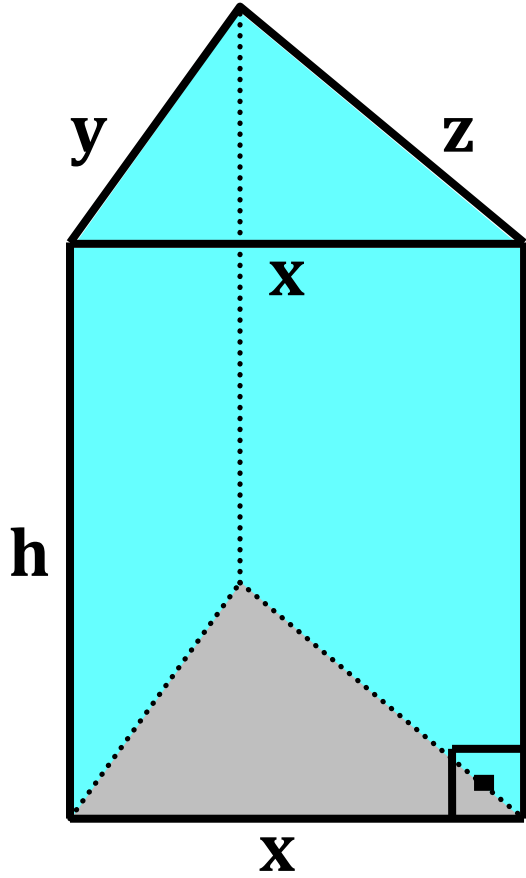


Cismin Adı	Yüz Sayısı	Ayrit Sayısı	Köşe Sayısı
Üçgen Dik Prizma	5	9	6
Dörtgen Dik Prizma	6	12	8
Beşgen Dik Prizma	7	15	10
Altıgen Dik Prizma	8	18	12

Dik Prizmaların Ortak Özellikleri

- 1) Tabanları birbirine eş ve paraleldir.
- 2) Yan yüzleri dikdörtgensel bölgelerdir.
- 3) Her bir köşede kesişen ayrıtları birbirine diktir.
- 4) Yanal ayrıtlar aynı zamanda yüksekliktir.
- 5) Dik prizmada tepeden inen doğru parçası, tabandaki herhangi bir doğruya diktir.
- 6) Yanal alan : Dik prizmada dikdörtgensel bölge olan tüm yan yüzeylerin alanlarının toplamıdır.
- Dik prizmanın yüzey alanı : Yanal alan ile iki taban alanının toplamıdır.
- 7) Dik prizmanın hacmi : Taban alanı ile yüksekliğin çarpımına eşittir.

Üçgen Dik Prizma



Sağdaki şekil, soldaki üçgen dik prizmanın açılmış halidir.

Kural: Dik üçgen prizmada;

A) Dik üçgen prizmanın yanıl alanı = $y \cdot h + x \cdot h + z \cdot h$

(Üç adet dikdörtgenden oluşur.)

B)

Üçgen Dik prizmanın yüzey alanı = Üç adet dikdörtgen alanı + İki adet üçgenin alanı

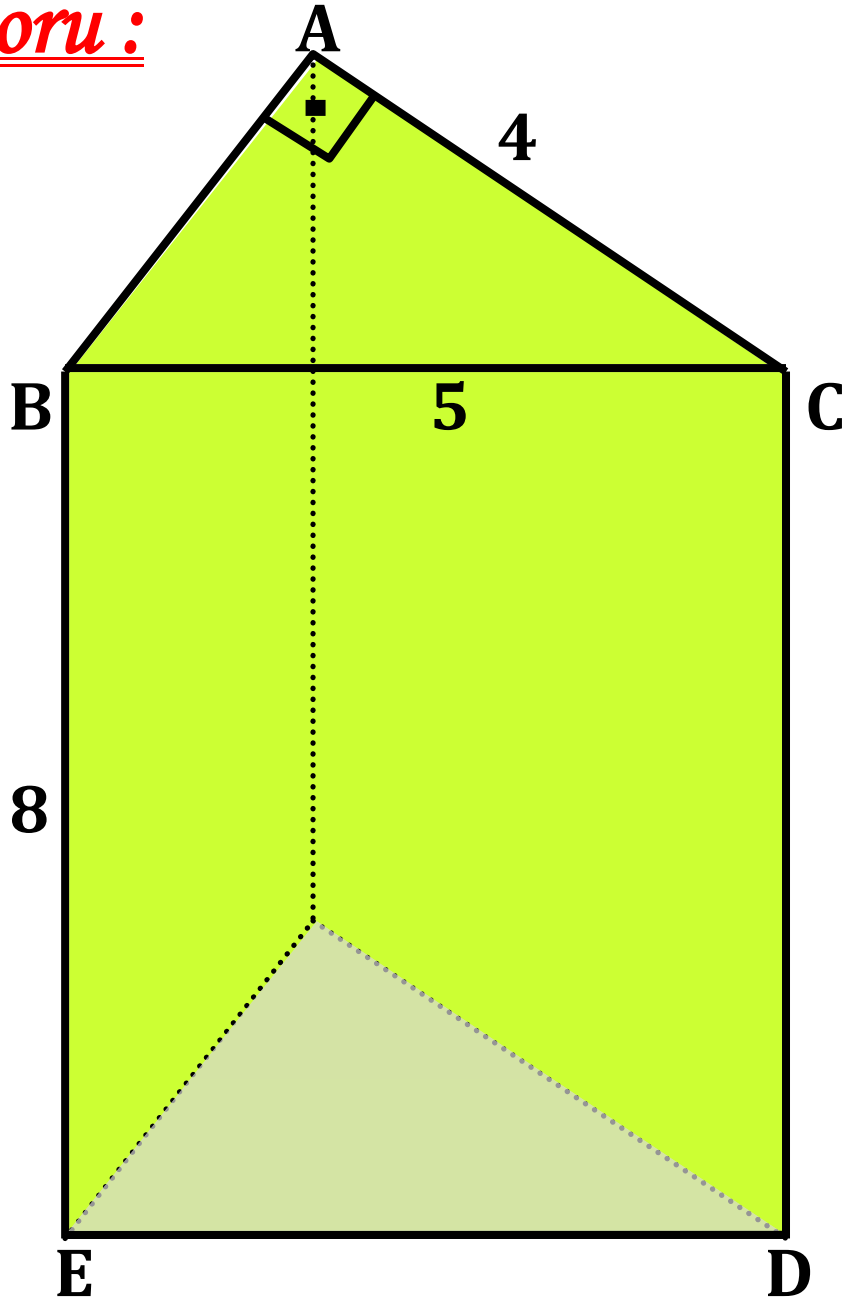
C) Üçgen dik prizmanın hacmi = Taban alanı . Yükseklik

eşitliklerinden yararlanılır.

Soru :

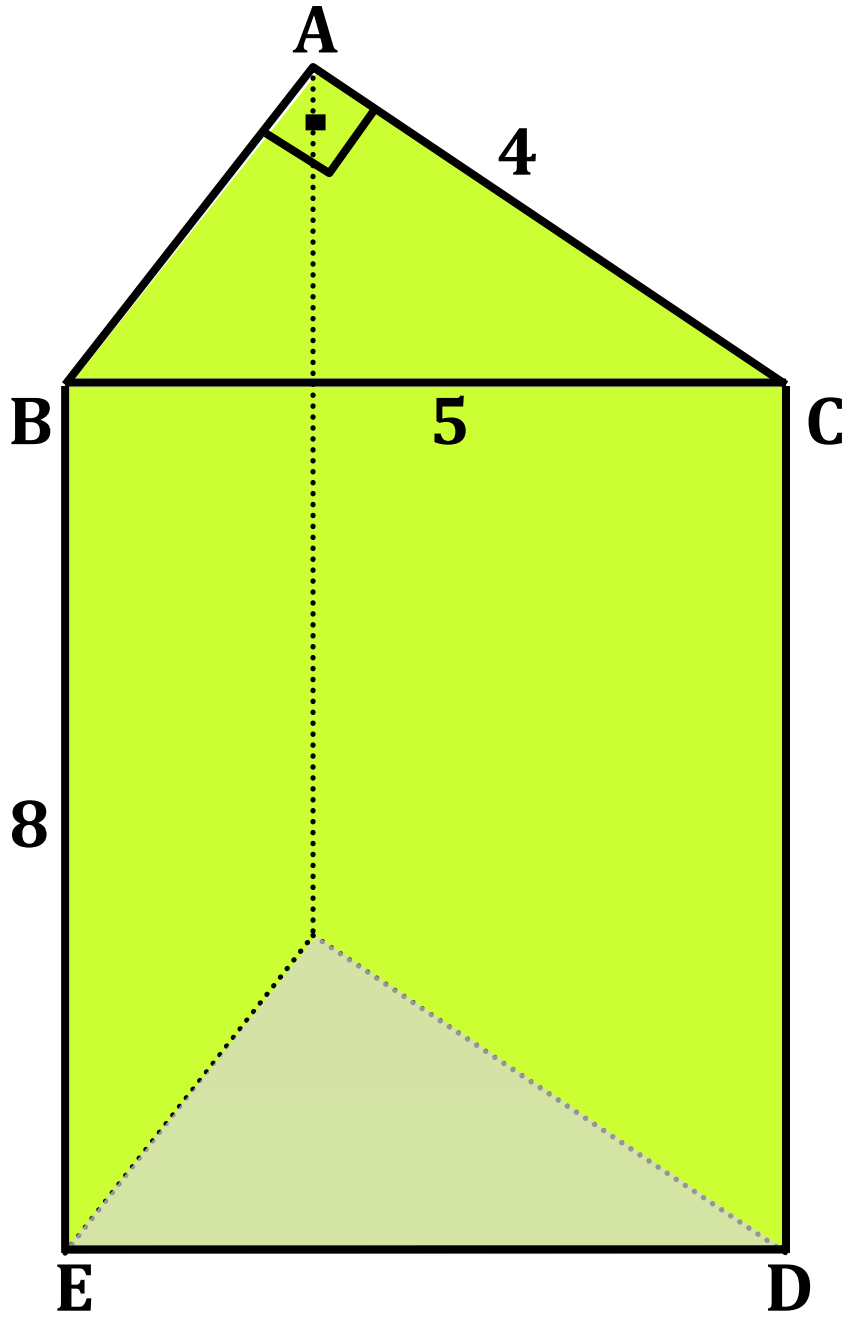
Şekilde verilen dik üçgen prizmanın;

A) Yüzey alanını bulunuz.



Şekilde verilen dik üçgen prizmanın;

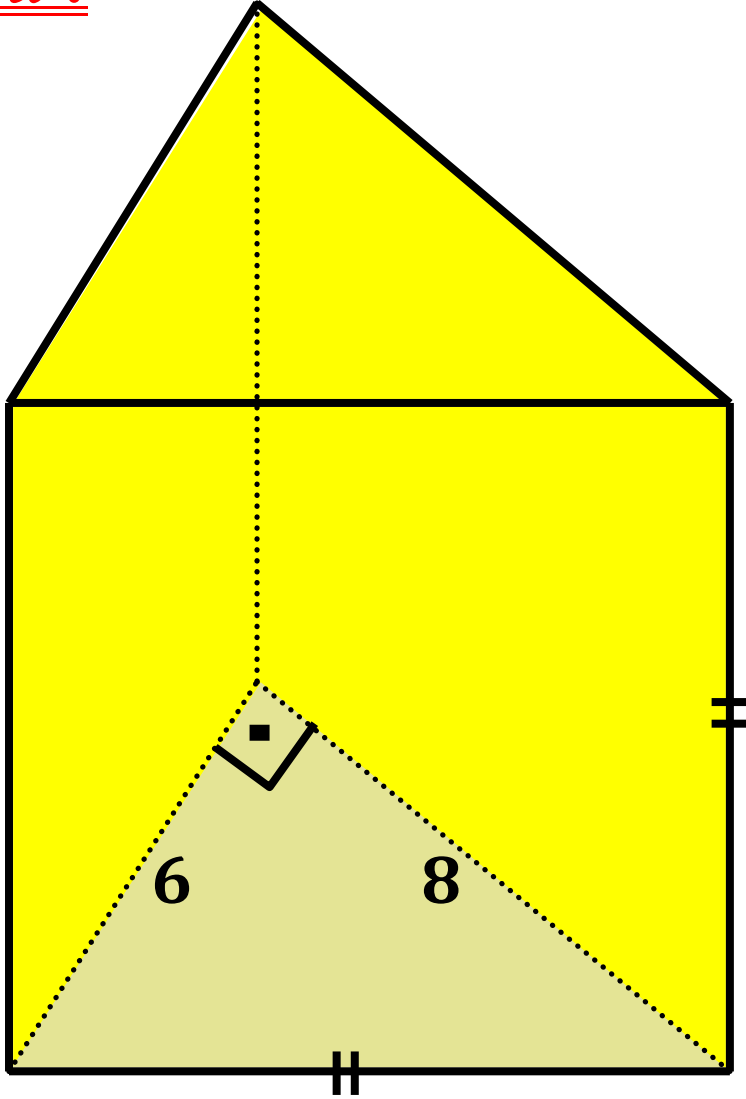
B) Hacmini bulunuz.



Soru :

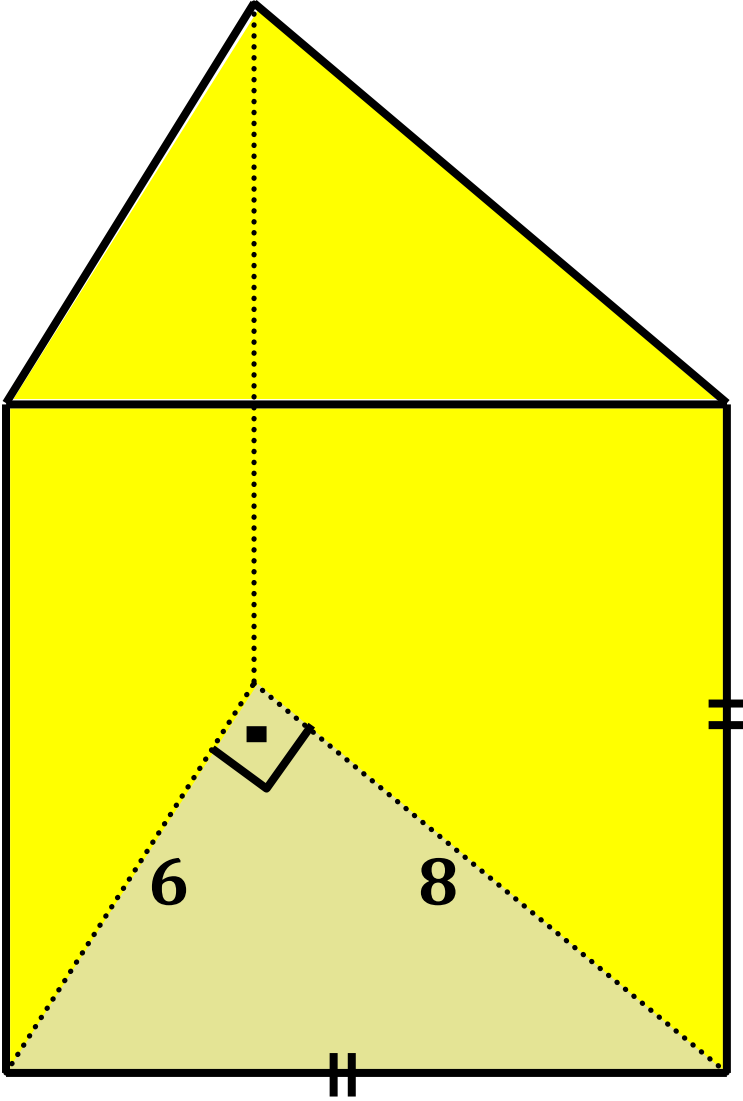
Şekilde verilen dik üçgen prizmanın;

A) Yanal alanını bulunuz.



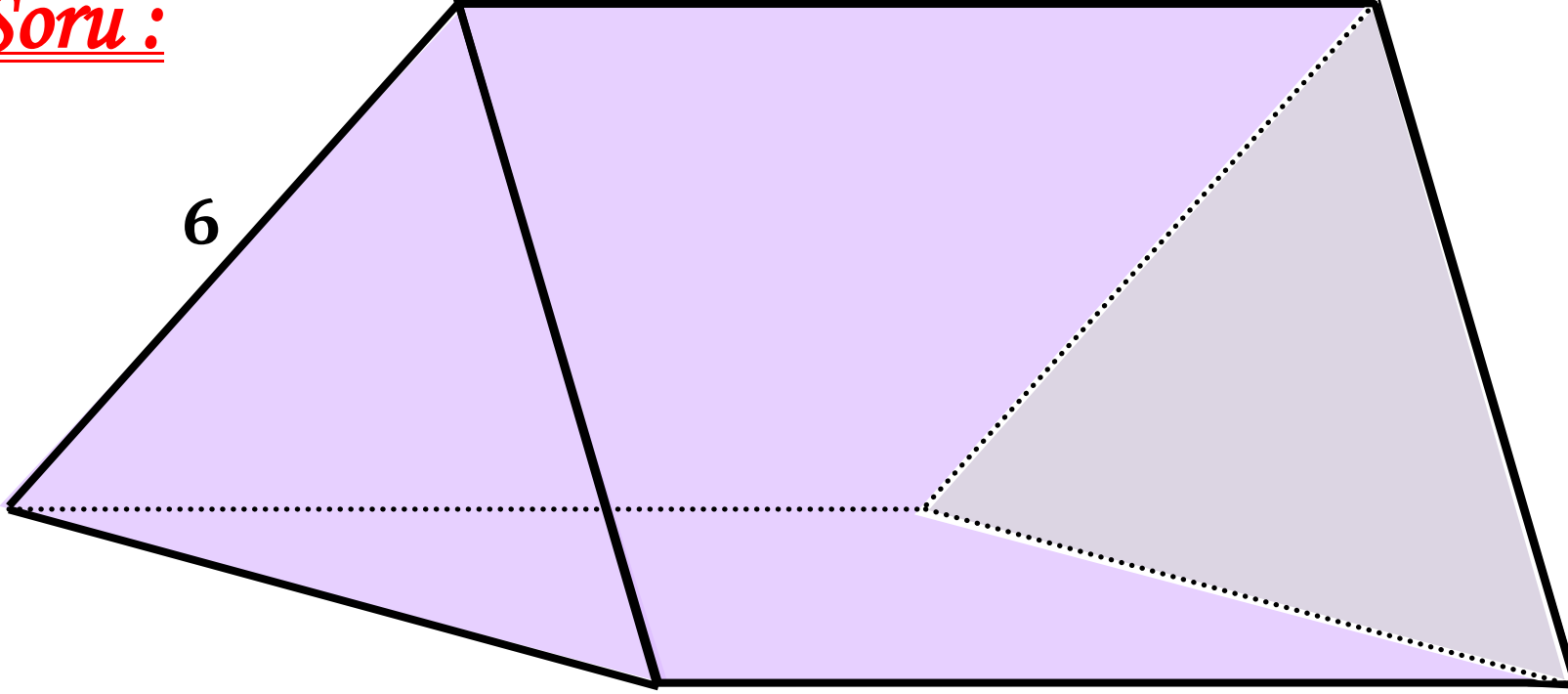
Şekilde verilen dik üçgen prizmanın;

B) Hacmini bulunuz.



Not : Düzgün üçgen prizmasında, üçgen kısmı eşkenar üçgendir.

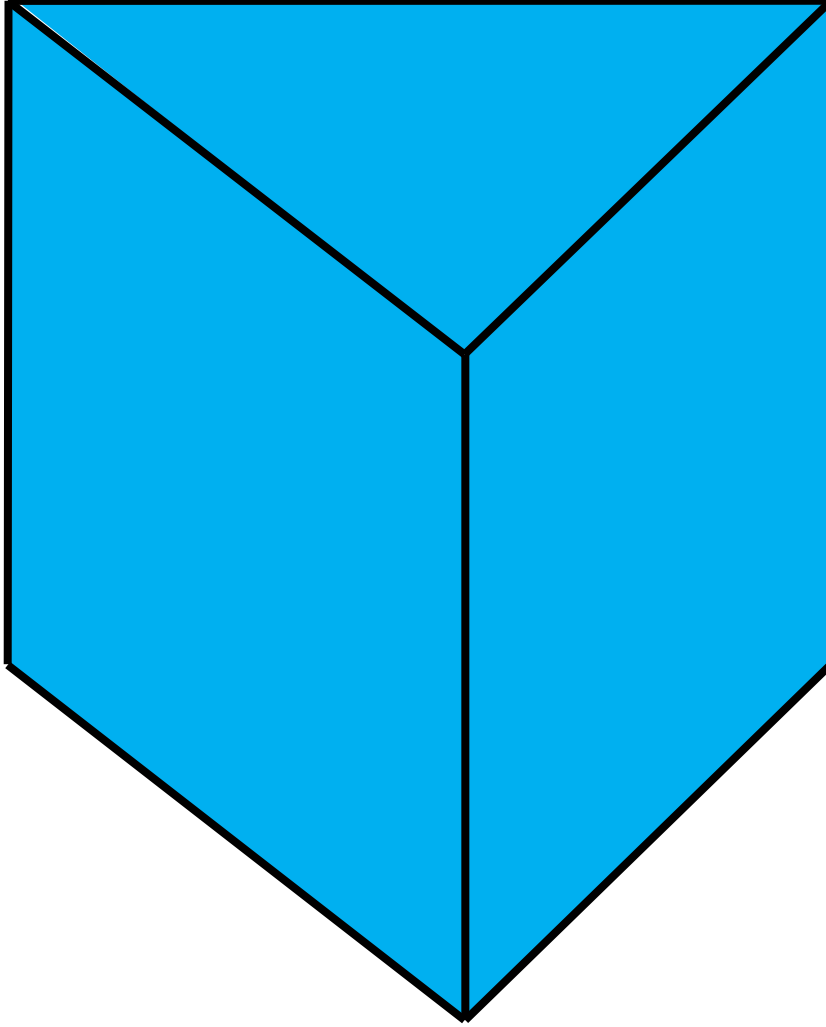
Soru :



Şekildeki düzgün üçgen prizma yatık şekilde verilmiştir. Prizmanın yanal alanı 90 br^2 ise hacmini bulunuz.

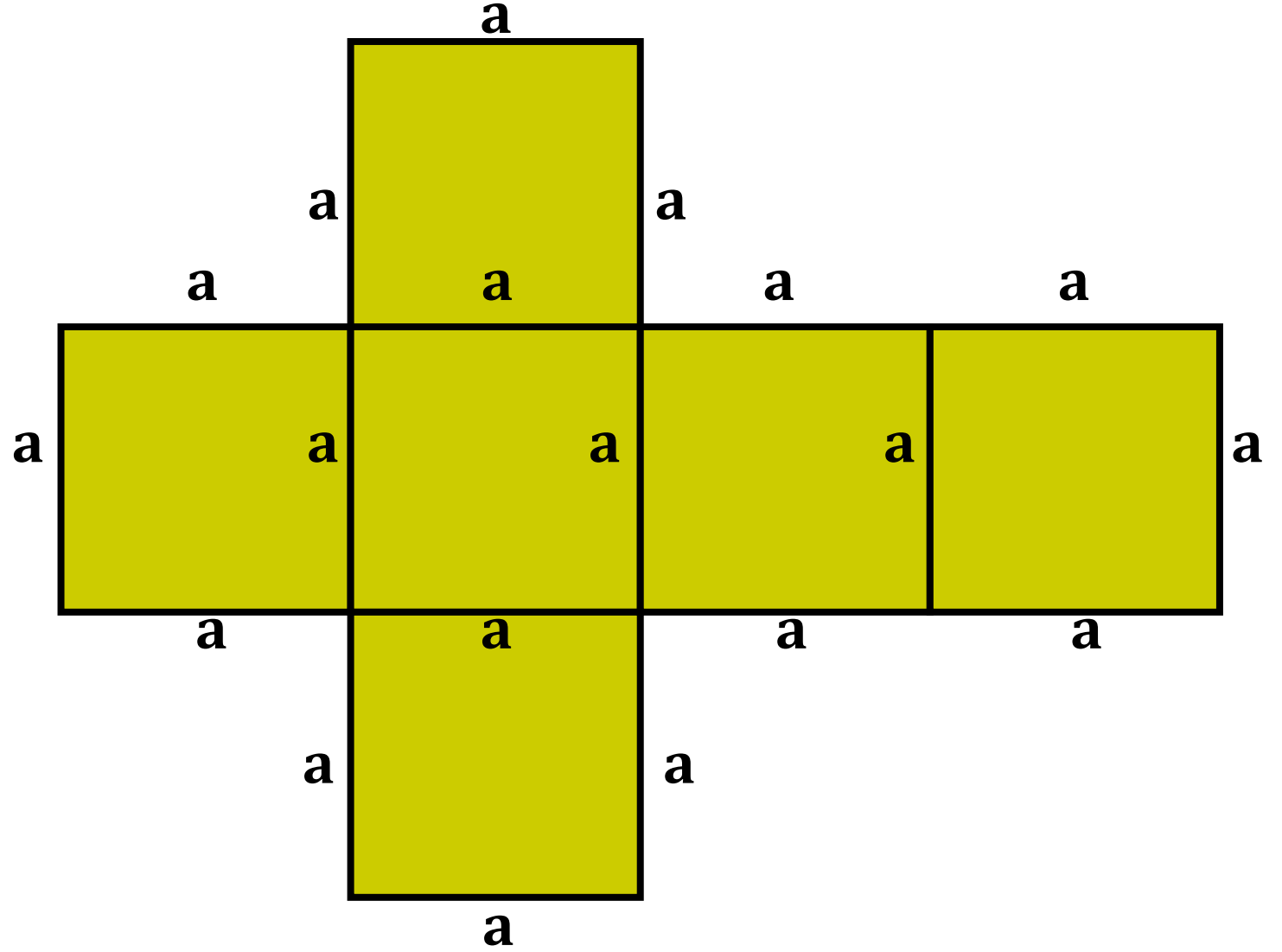
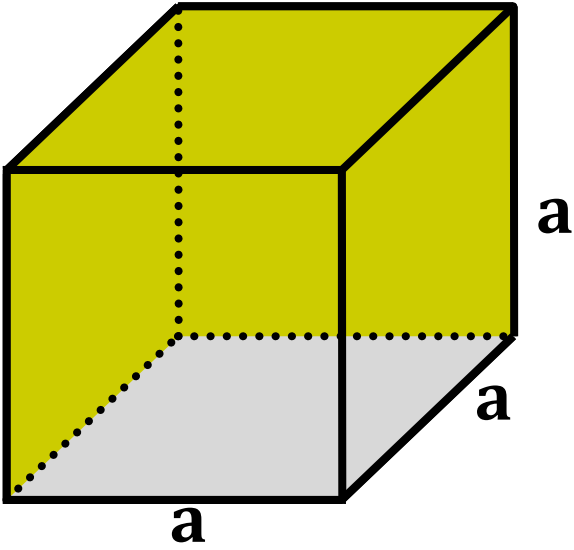
Soru :

$$10\sqrt{2}$$



Şekildeki dik üçgen priz-
mada yanal alanlar eş
karelerden oluşmaktadır.

Küp



Sağdaki şekil, soldaki kare (küp) prizmanın açılmış halidir.

Kural 1: Kare (küp) prizmada;

A) Küpün yanal alanı = $a \cdot a + a \cdot a + a \cdot a + a \cdot a$
= $4 \cdot a^2$ (Dört adet kareden oluşur.)

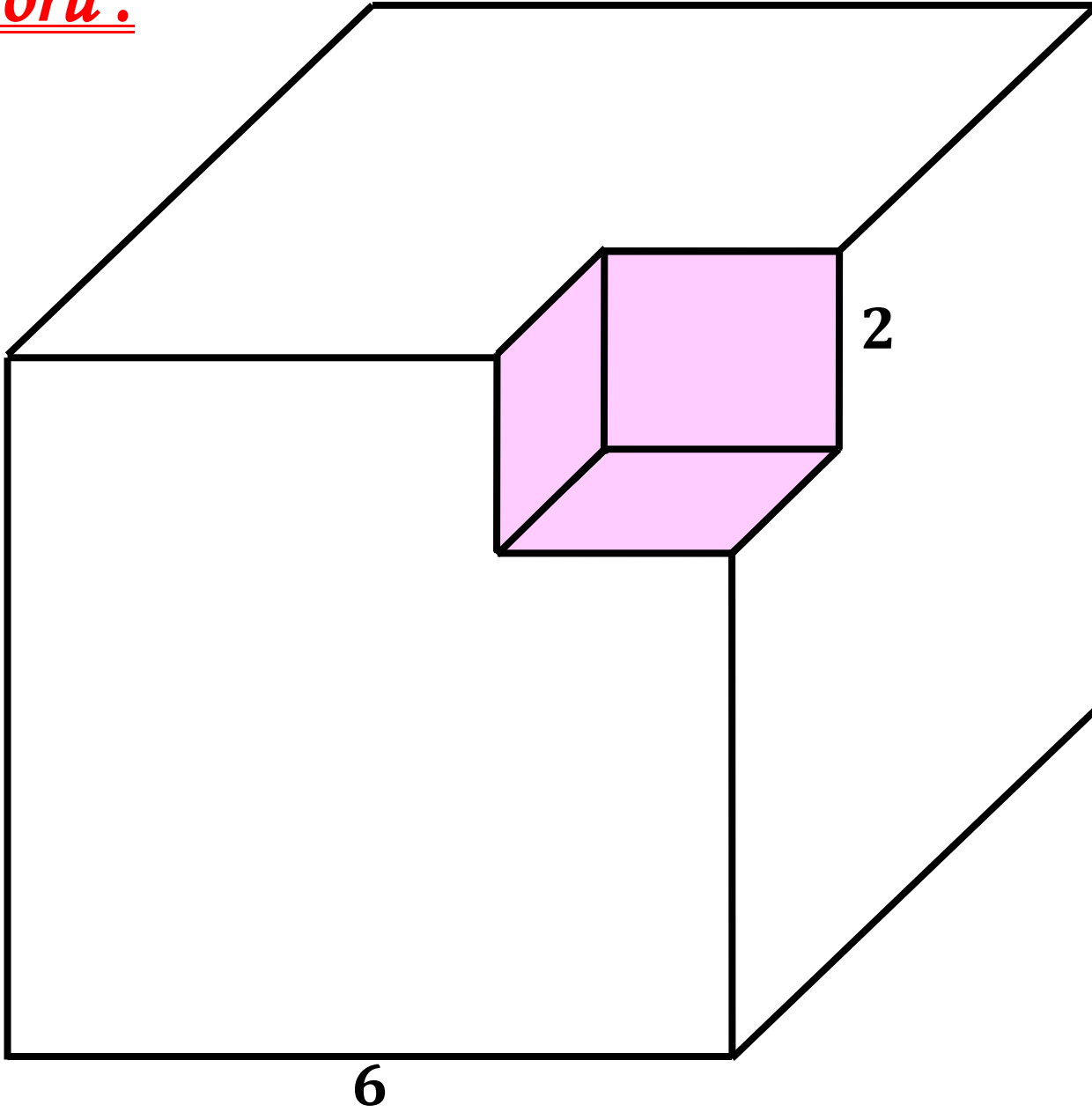
B) Küpün yüzey alanı = $6 \cdot a^2$ (Altı adet kareden oluşur.)

C) Küpün hacmi = Taban alanı . Yükseklik
= $a^2 \cdot a = a^3$ eşitliklerinden yararlanılır.

Soru: Taban alanı 64 br^2 olan küpün hacmini bulunuz.

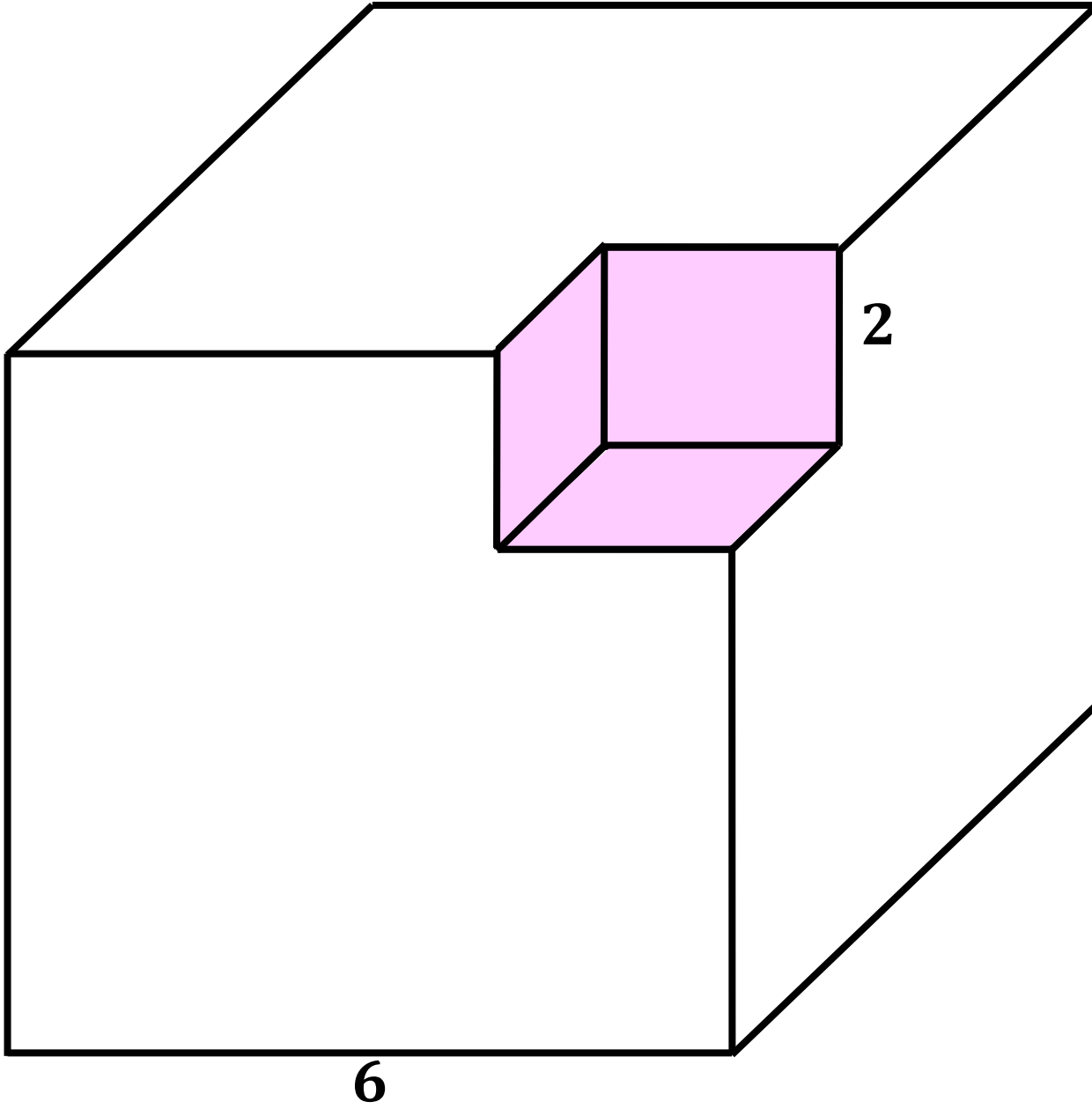
Soru : Bir kenarı 8 br olan küp şeklindeki kutunun içine, bir kenarı 2 br olan küplerden en çok kaç adet sığdırılabilir ?

Soru :



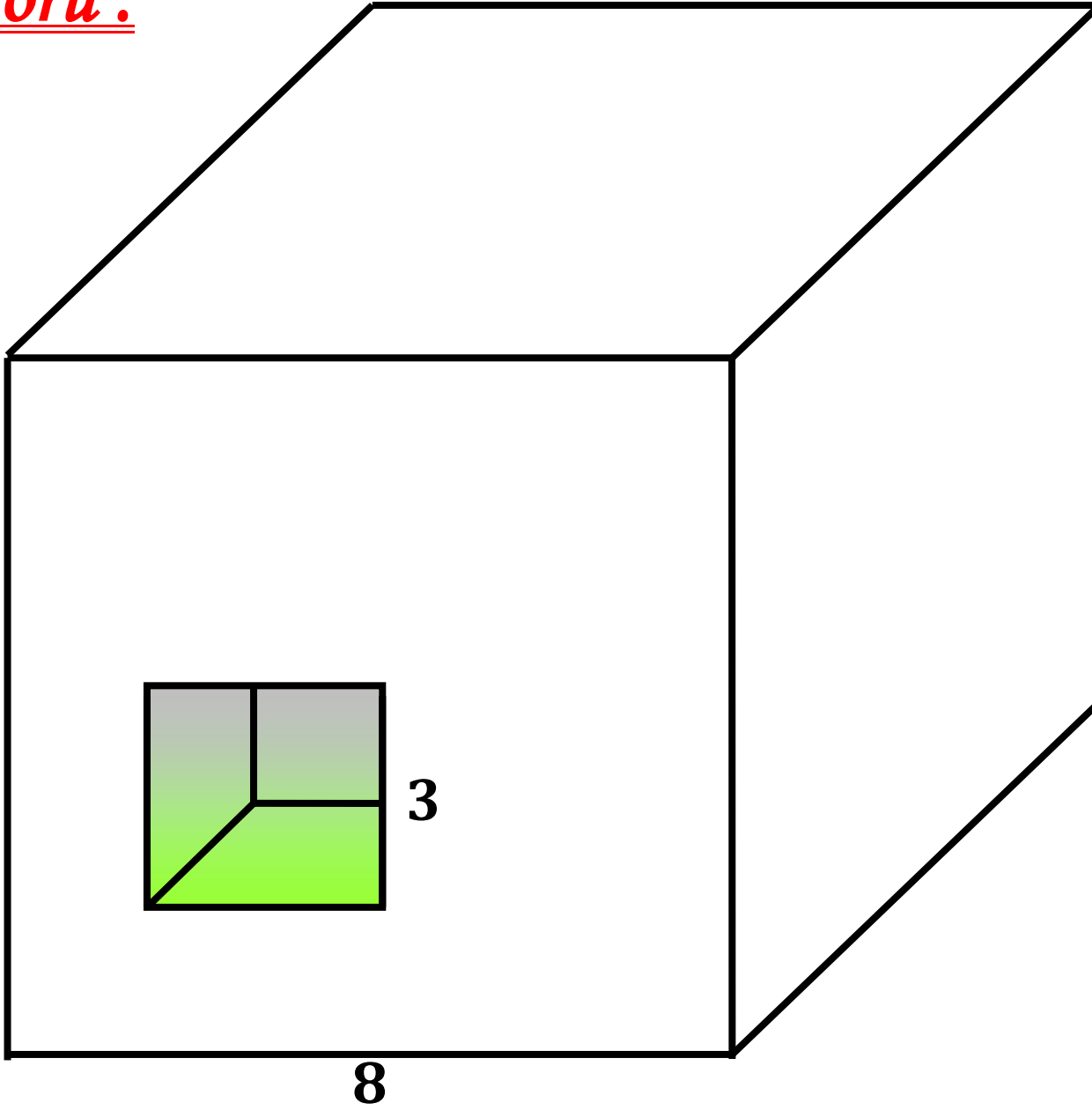
Verilen büyük küpn
içerisinden bir küp
çıkarıldığında;

A) Şeklin hacmi ne olur ?



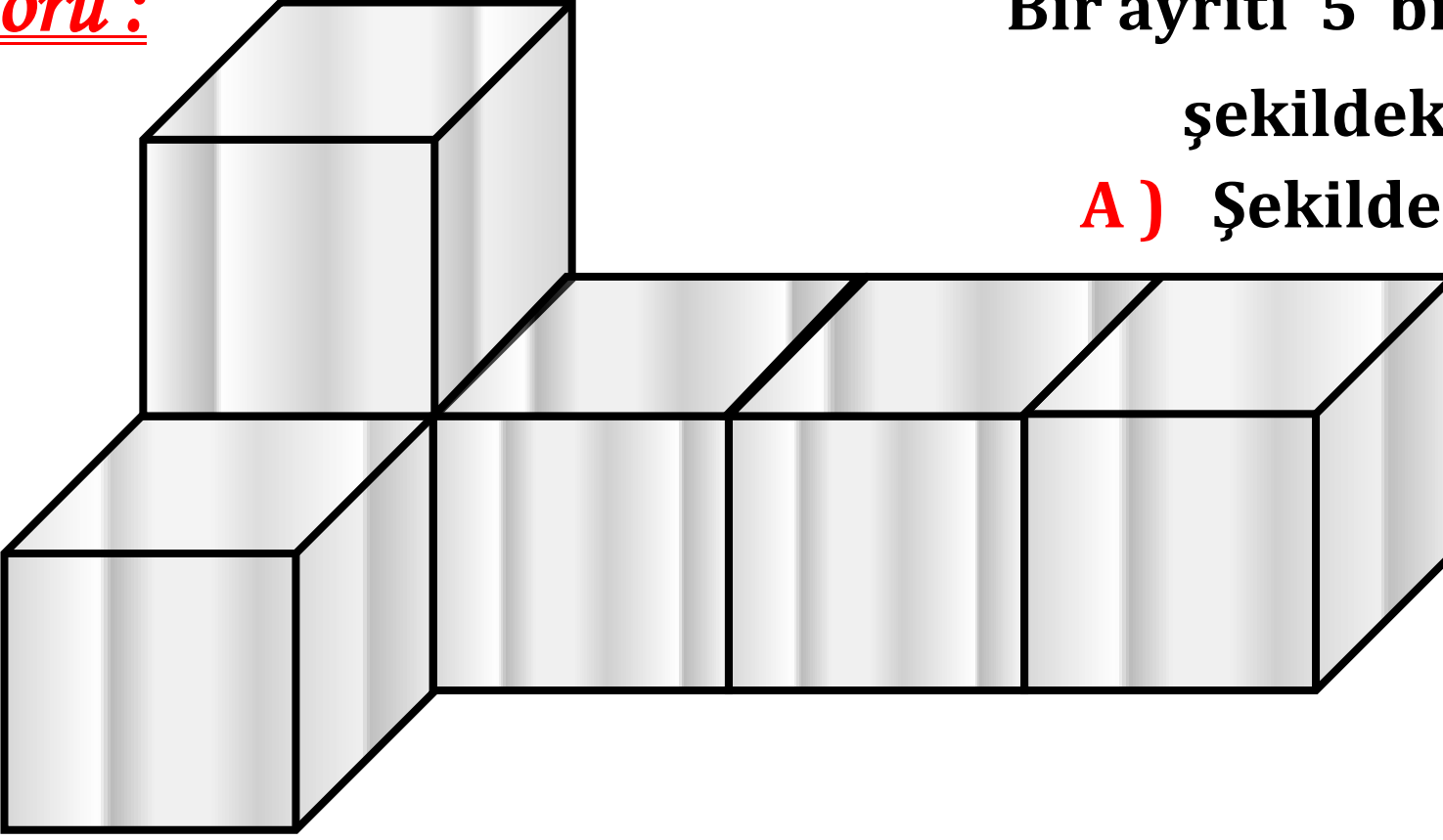
Verilen büyük küpn
içerisinden bir küp
çıkarıldığında;
B) Alan nasıl değişir ?

Soru :



Verilen büyük küpn
içerisinden bir küp
çıkarıldığında şek-
lin alanı ne olur ?

Soru :

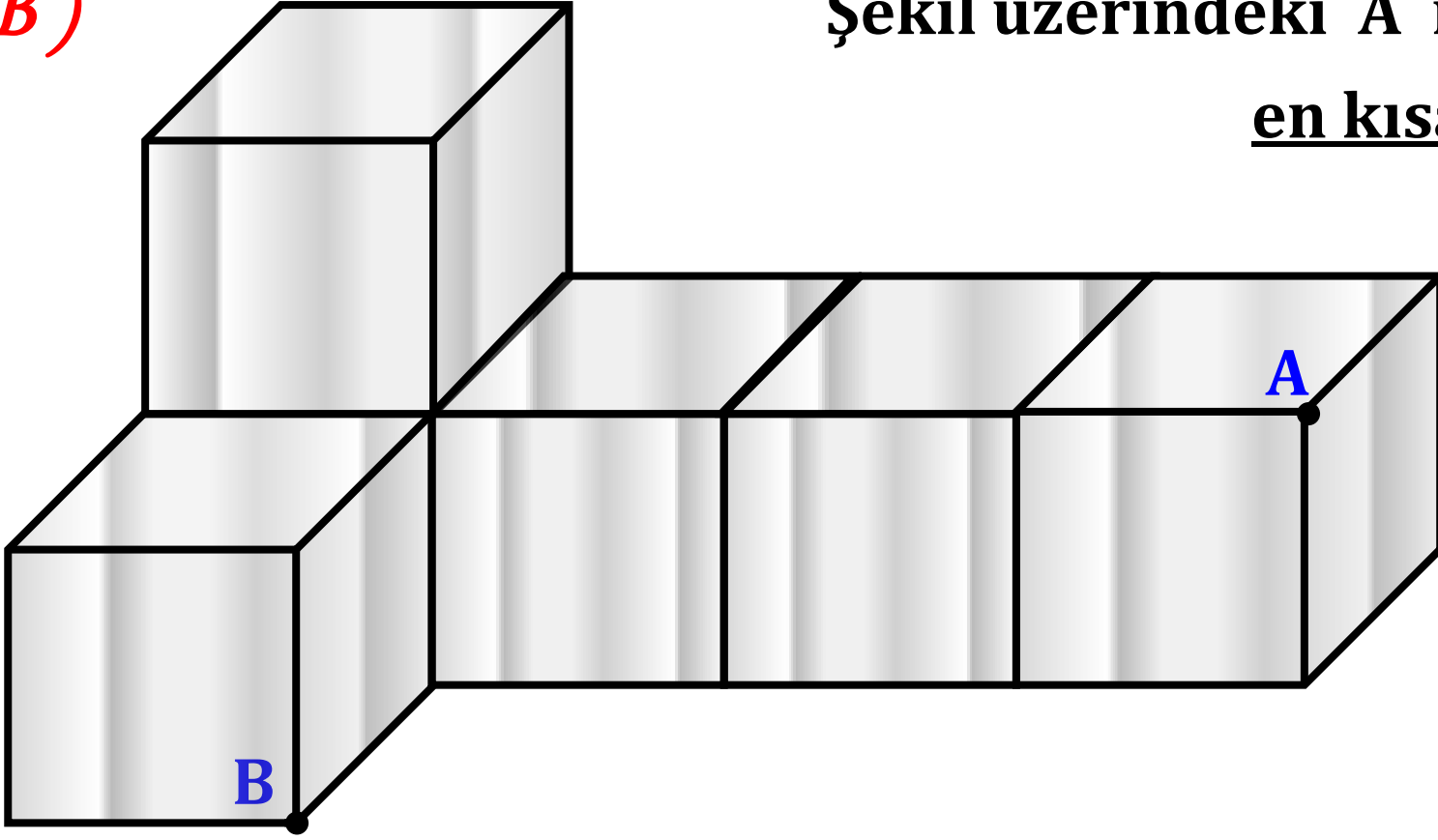


Bir ayrıtı 5 br olan 6 eş küp kutu
şekilde gibi yerleştiriliyor.

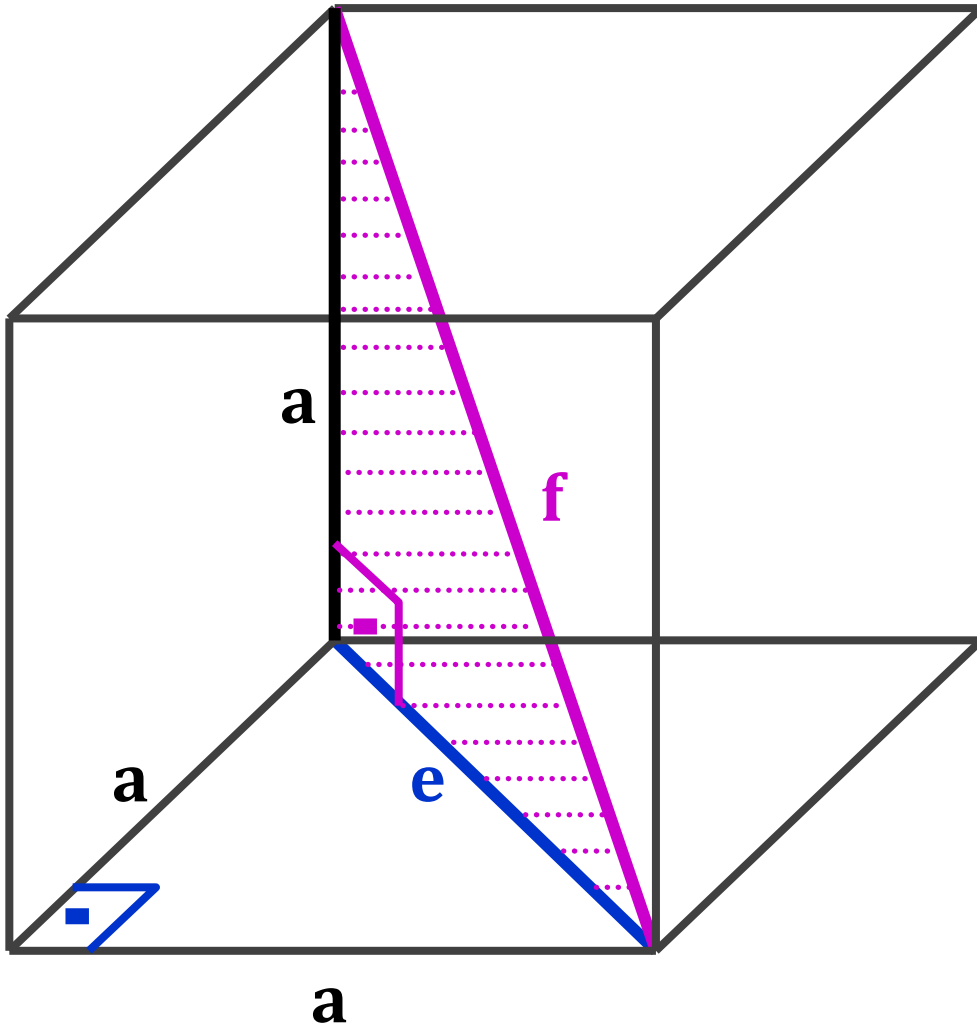
A) Şekilde görünen yüzeylerin
alanı kaç
 br^2 'dir ?

B)

Şekil üzerindeki A ile B noktaları arası
en kısa mesafe kaç br 'dir ?



Kural 2: Küpte;



A) Yüzey köşegeni e olarak adlandırılır.

$$e^2 = a^2 + a^2 = 2a^2$$

$$e = a\sqrt{2} \text{ bulunur.}$$

B) Cisim köşegeni f olarak adlandırılır.

$$\begin{aligned} f^2 &= a^2 + e^2 = a^2 + 2a^2 \\ &= 3a^2 \end{aligned}$$

$$f = a\sqrt{3} \text{ olarak bulunur.}$$

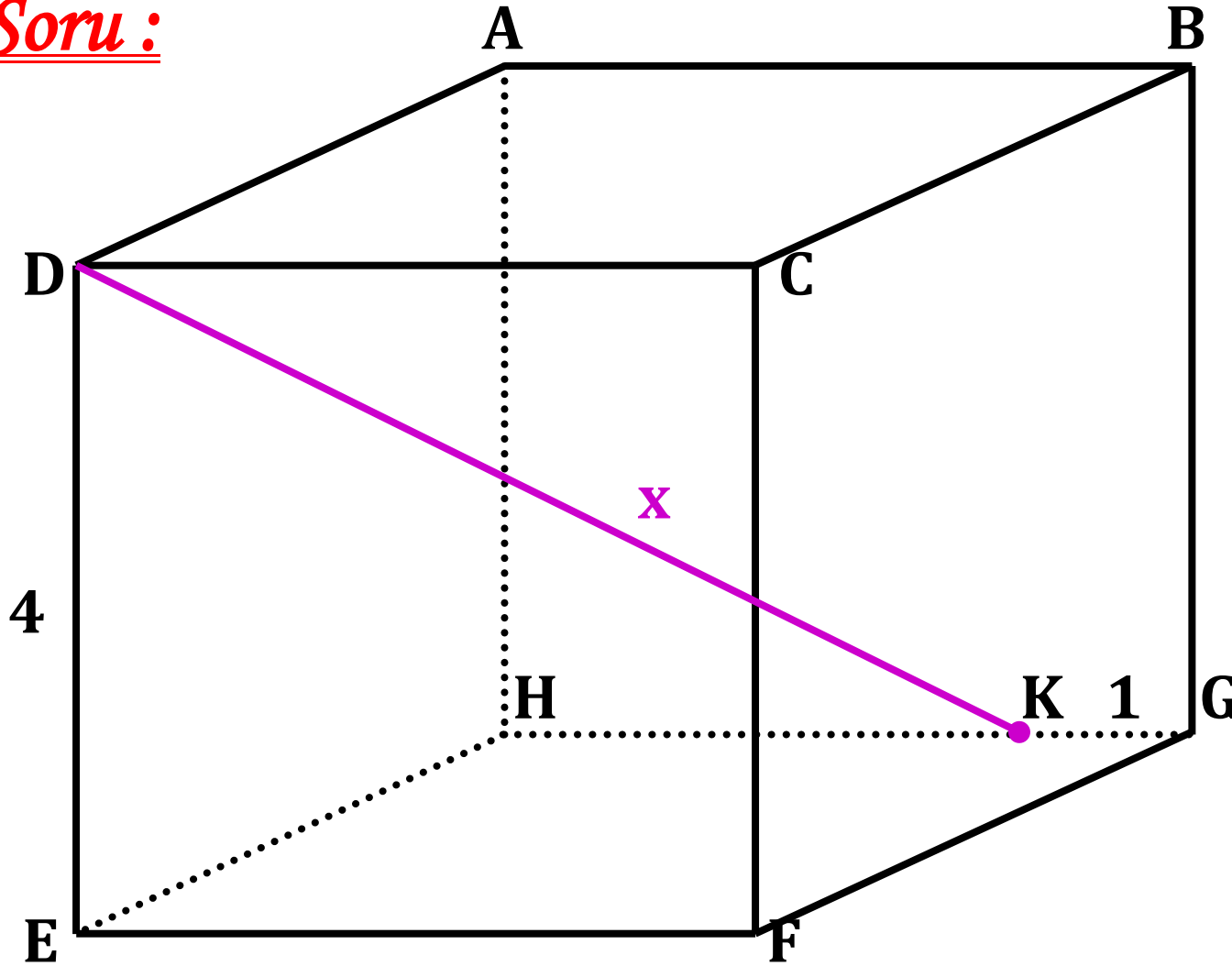
Soru : Yüzey köşegeninin $6\sqrt{2}$ br olduğu küpün hacmini ve yanal alanını bulunuz.

Soru : Bir küpün alanı (küpün alanı dendiğinde yüzey alandan bahsedilmektedir) 96 br^2 ise küpün cisim köşegenini bulunuz.

Soru :

Şekildeki küp için

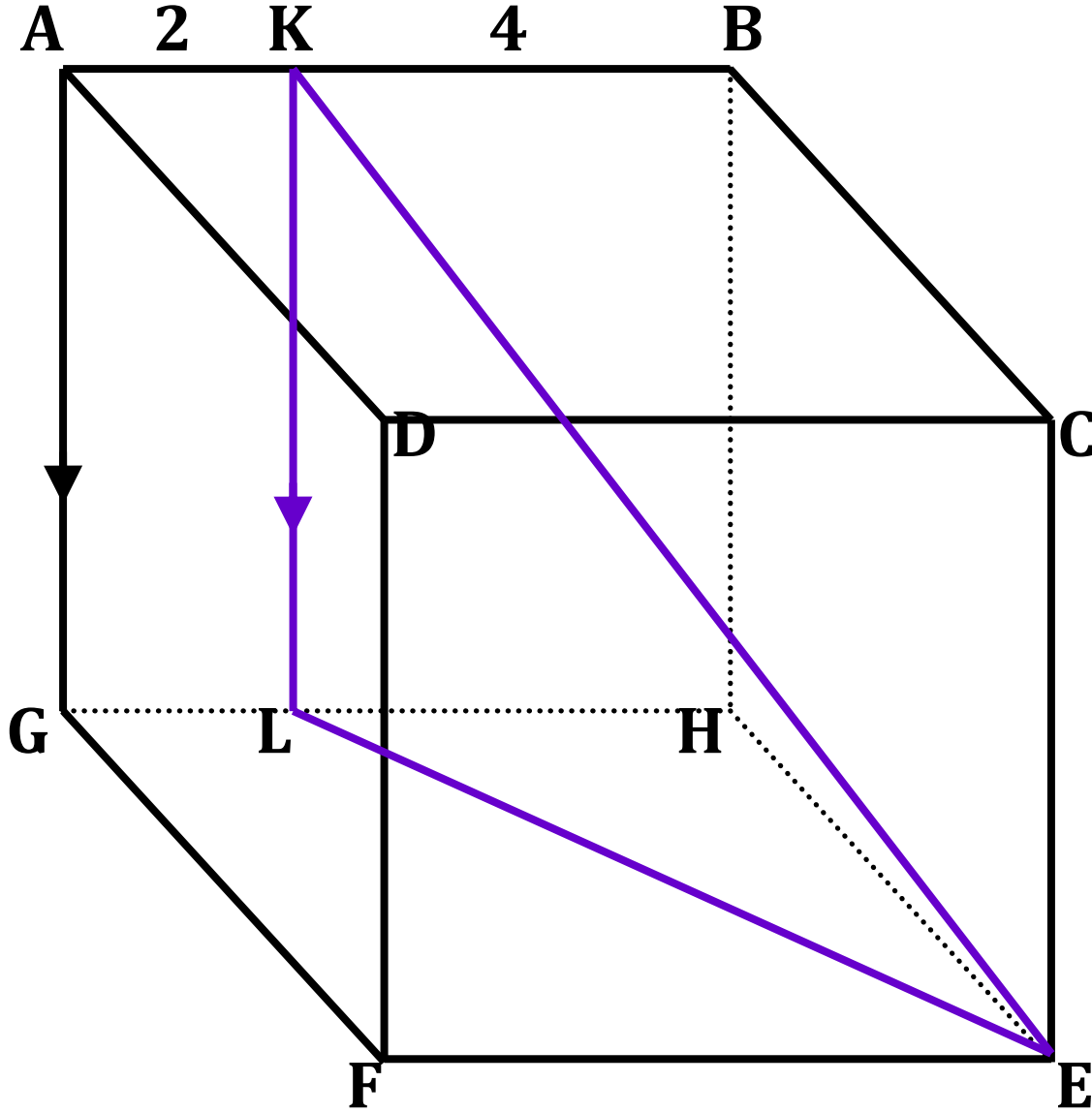
$$x = ?$$



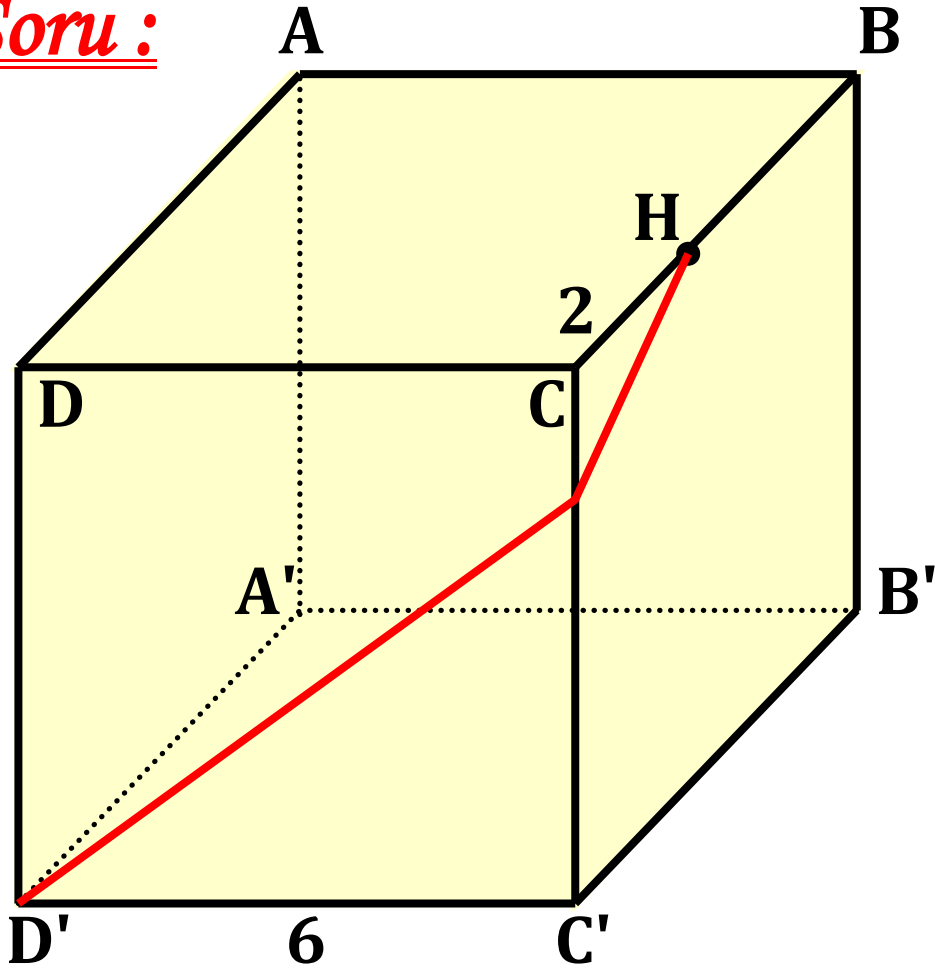
(K 'dan alt tabana kenarlara paralel olacak şekilde doğru parçası çizilir. Alt tabanı kestiği nokta D köşesi ile birleştirilir. Dik üçgenlerden sonuç bulunur.)

Soru :

Şekildeki küp için $[KL] \parallel [AG]$ ise $|KE| = ?$



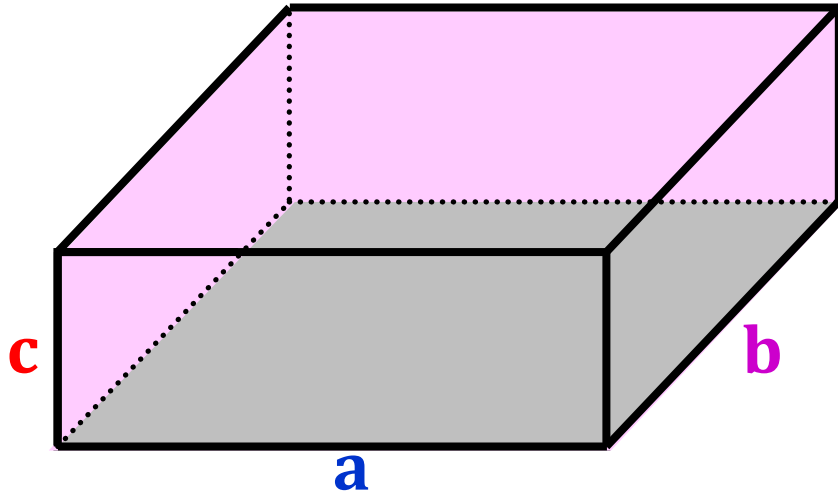
Soru :



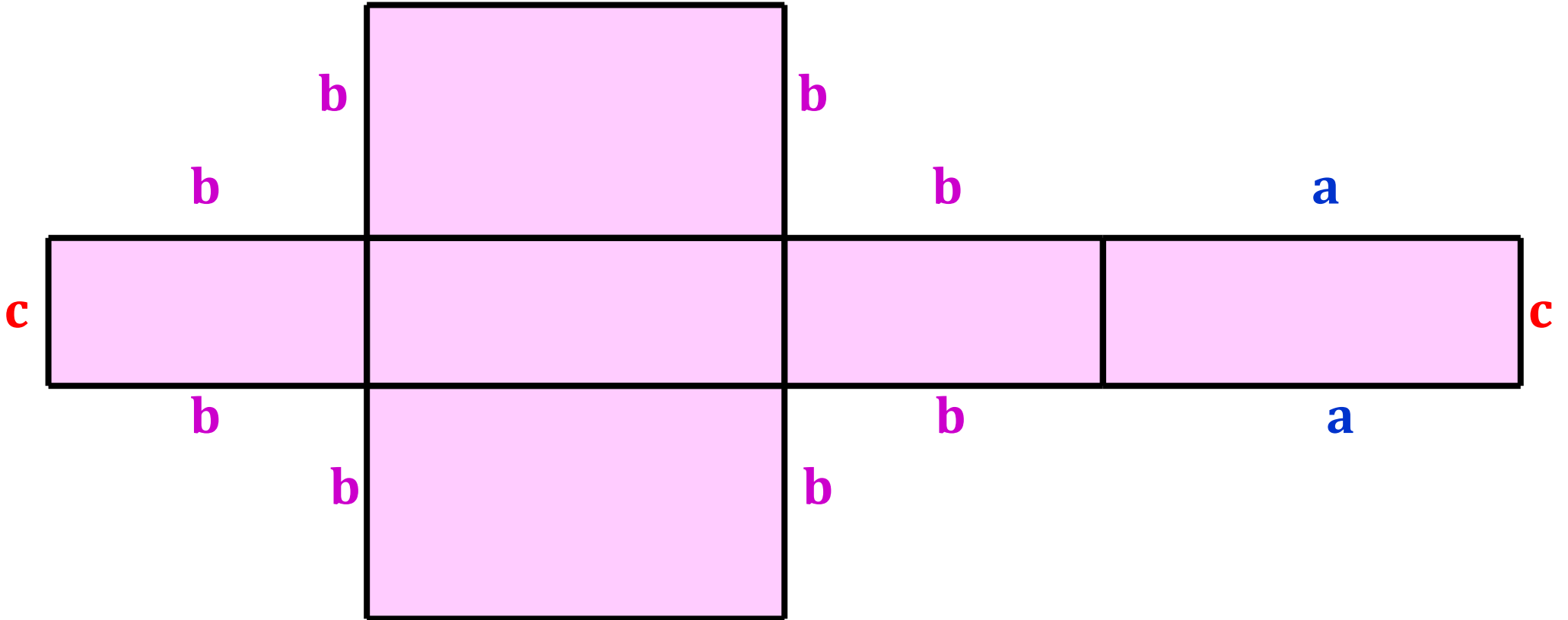
Küpün yüzeyi üzerinde D ' noktasından H noktasına giden en kısa yolun uzunluğu kaç br 'dir ?

(Yüzeyden mesafe hesaplamalarında şekil açılır.)

Dikdörtgen Prizma



Alttaki şekil, soldaki dikdörtgen prizmanın açılmış halidir.



Kural 1: **Dikdörtgen prizmada;**

A) Prizmanın yanıl alanı = $a . c + b . c + a . c + b . c$

$$= 2 . a . c + 2 . b . c$$

(Dört adet dikdörtgenden oluşur.)

B) Prizmanın yüzey alanı = $a . b + b . c + a . b + b . c +$
 $a . c + a . c$

$$= 2 . a . b + 2 . b . c + 2 . a . c$$

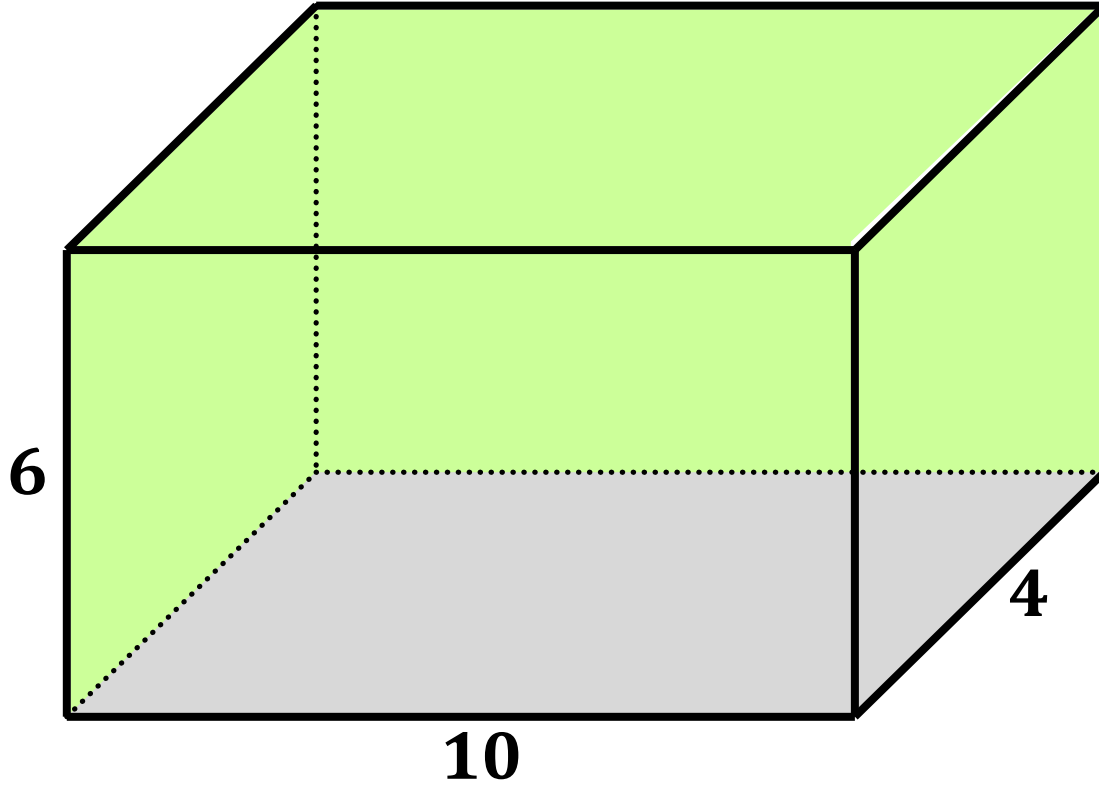
(Altı adet dikdörtgenden oluşur.)

C) Prizmanın hacmi = Taban alanı . Yükseklik

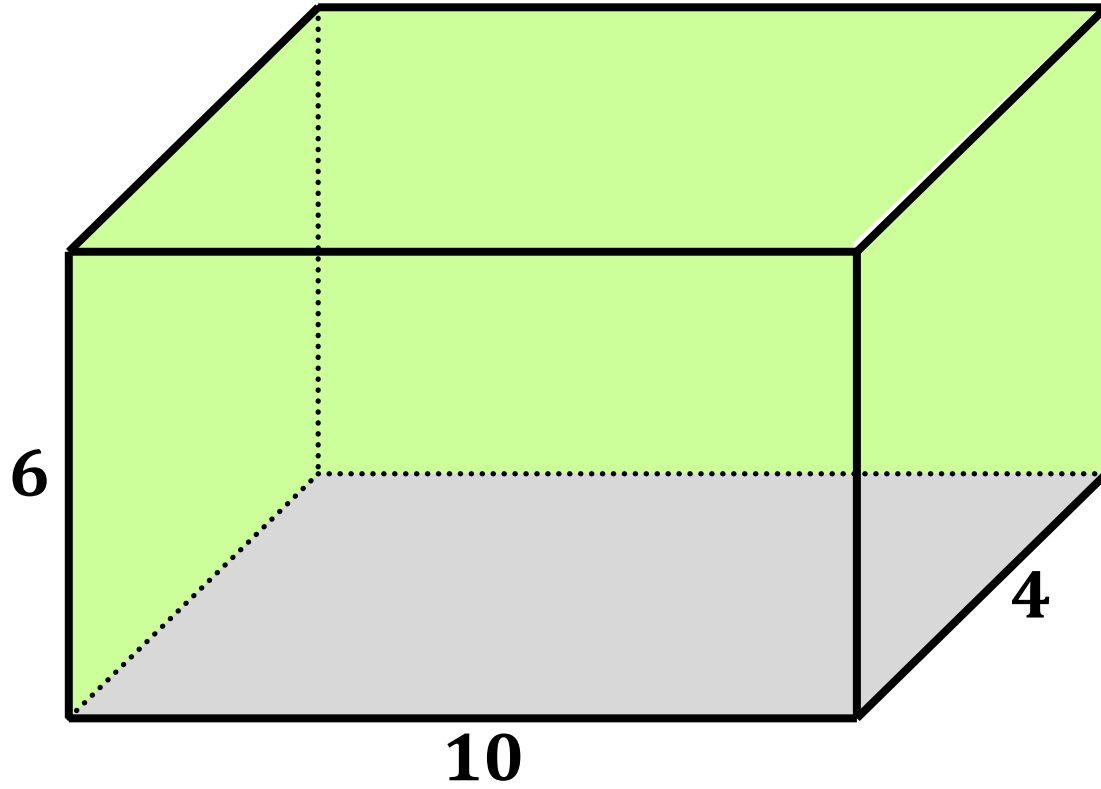
$$= a . b . c \quad \text{eşitliklerinden yararlanılır.}$$

Soru : **Dikdörtgen** tabanlı dik prizmanın;

A) Yanal alanını bulunuz.



Dikdörtgen tabanlı dik prizmanın; **B)** Hacmini bulunuz.

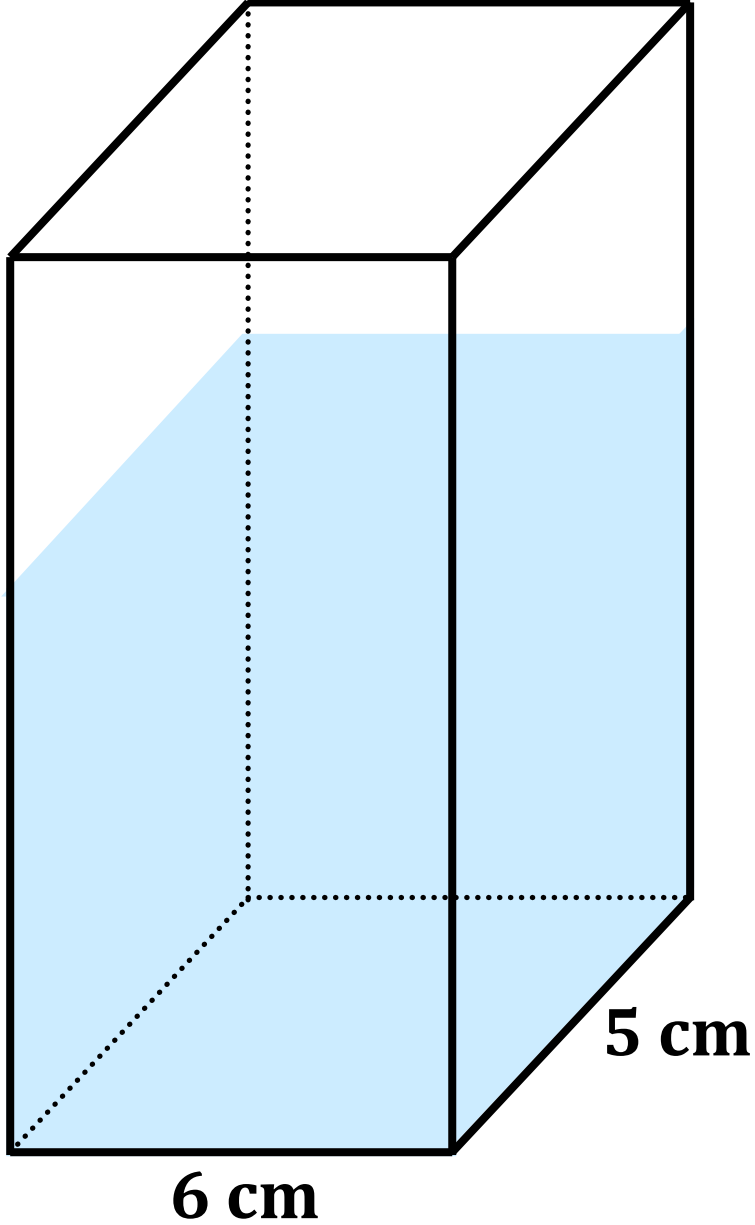


Soru : Dikdörtgen tabanlı dik prizmada; tabanın kısa kenarı 6, uzun kenarı 8 br 'dir. Prizmanın hacmi 192 br^3 ise, prizmanın yüzey alanını bulunuz.

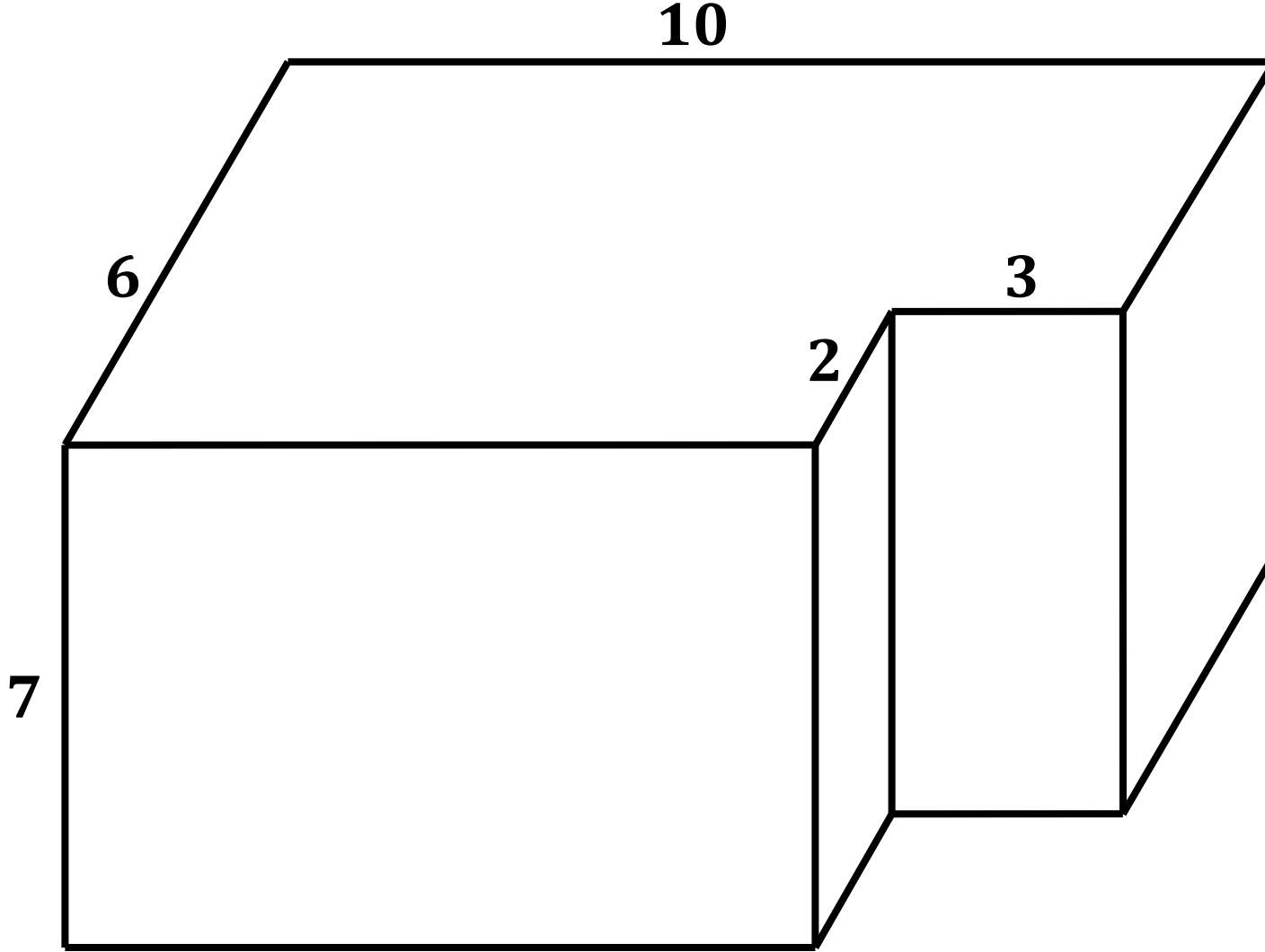
Soru : Bir dikdörtgenler prizmasının farklı üç yüzünün alanları 12 br^2 , 8 br^2 ve 6 br^2 olduğuna göre prizmanın hacmini bulunuz.

Soru : **Dikdörtgen tabanlı dik prizmanın içinde bulunan suyun**

**hacmi 240 m^3 olup, prizmanın
yüksekliği 13 cm ise prizmanın
üstten kaç cm boşluk kalmıştır ?**

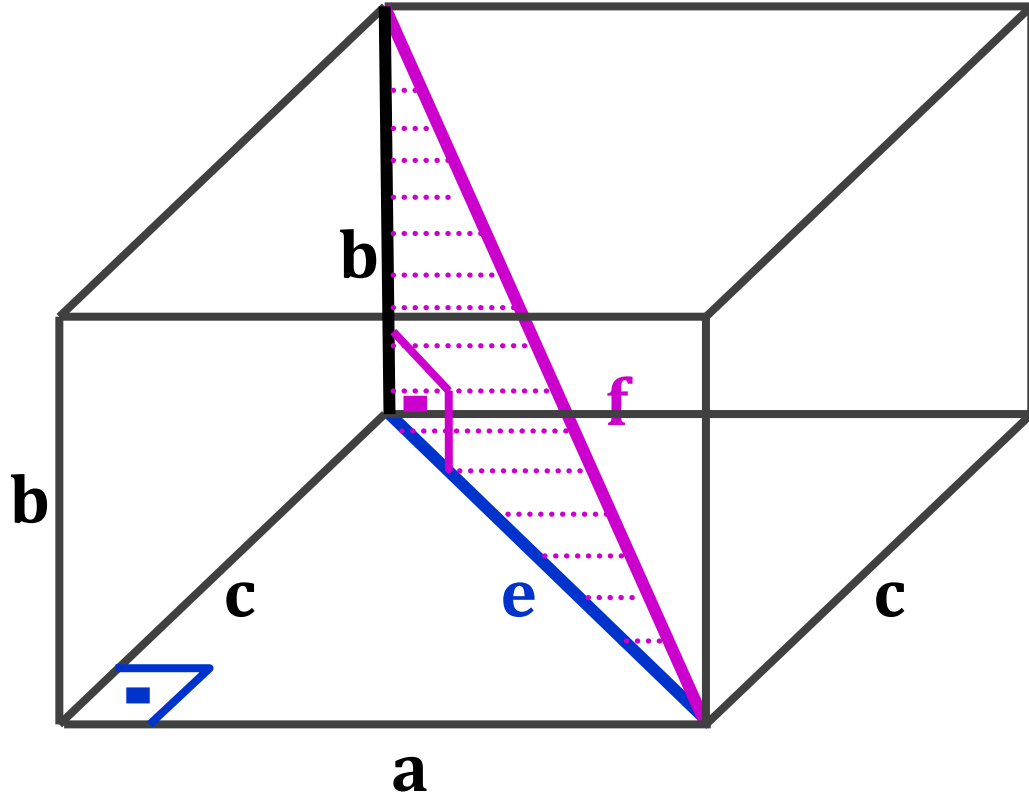


Soru : Şekilde eksik olarak verilen dikdörtgen dik prizmanın hacmini bulunuz.



(Şekil tüm düşünülür. Tüm şeklin hacminden, şekilde olmayan kısmın hacmi çıkartılır.)

Kural 2: Dikdörtgenler prizmasında ;



A) Bir yüzey köşegeni **e** olarak adlandıırırsak ;

$$e^2 = a^2 + c^2$$

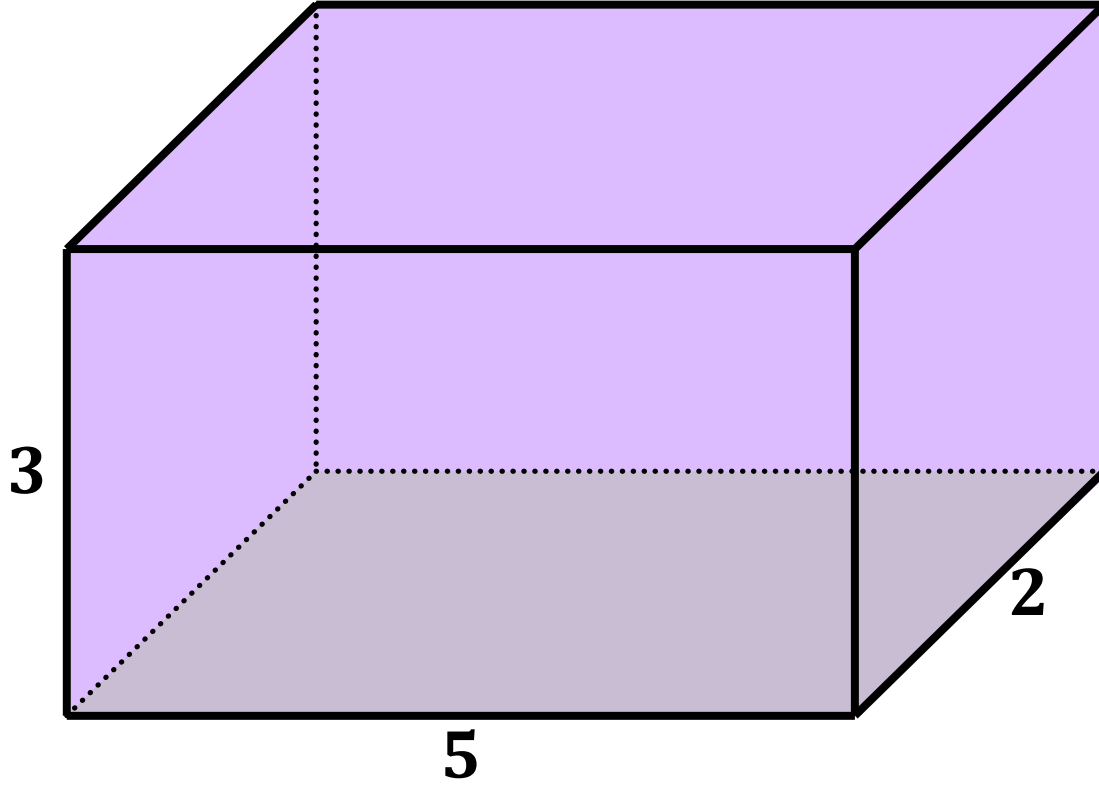
$$e = \sqrt{a^2 + c^2} \text{ bulunur.}$$

B) Cisim köşegeni **f** olarak adlandırılır.

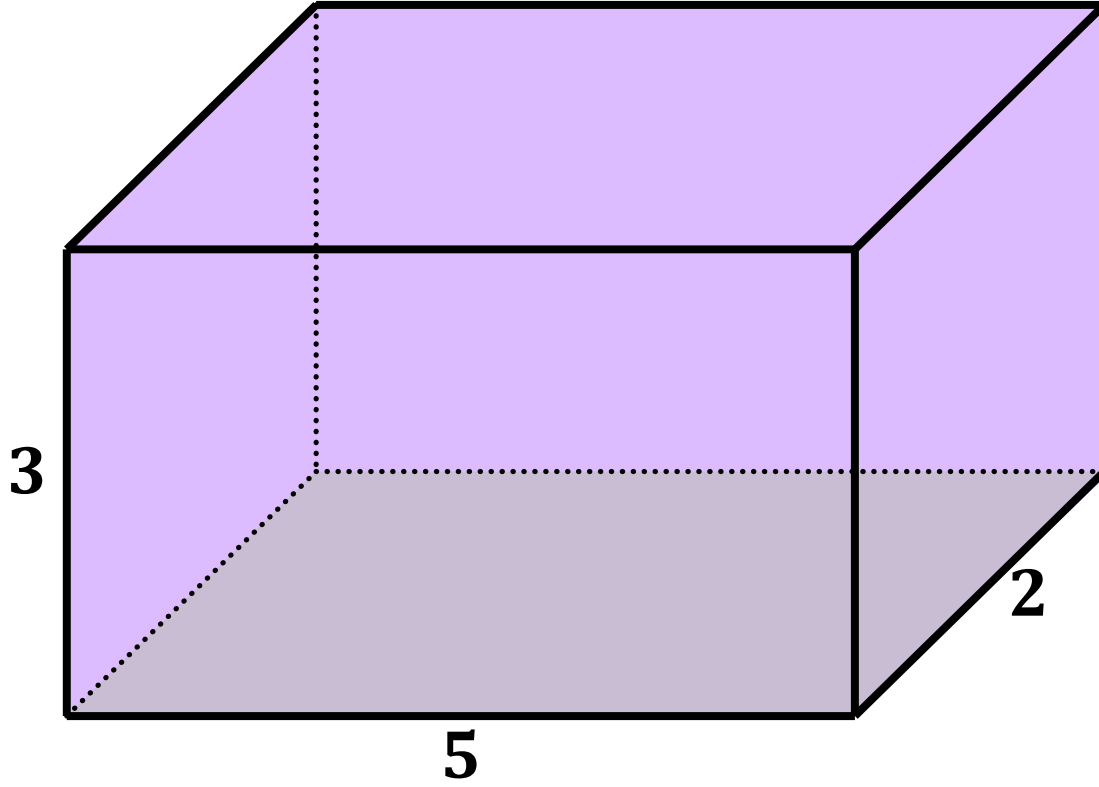
$$f^2 = b^2 + e^2 = b^2 + a^2 + c^2$$

$$f = \sqrt{a^2 + b^2 + c^2} \text{ olarak bulunur.}$$

Soru : **Dikdörtgen tabanlı dik prizmanın;** **A)** Yüzey köşegenlerini bulunuz.

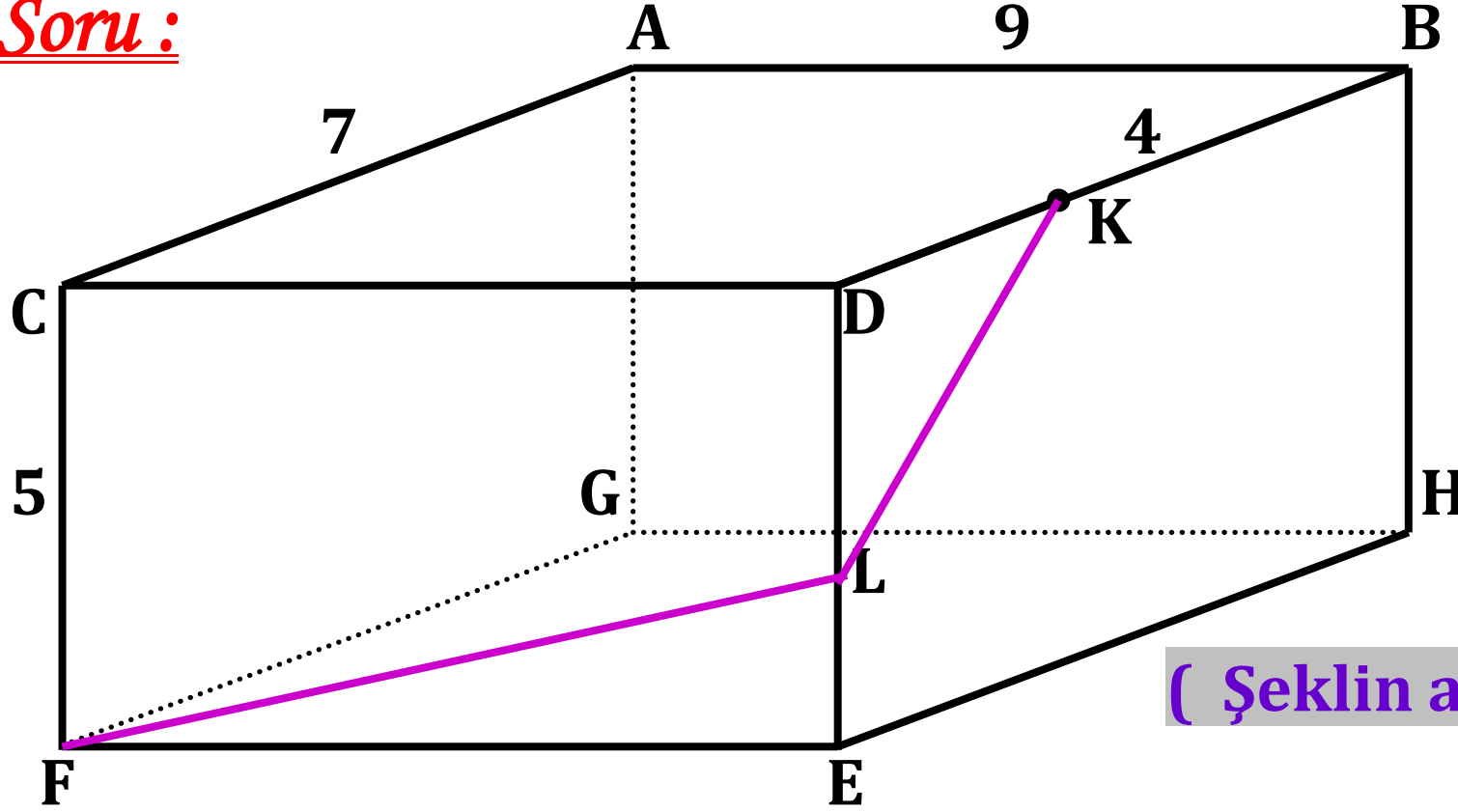


Dikdörtgen tabanlı dik prizmanın; **B)** Cisim köşegenini bulunuz.



Not : Uzunluk uygulamalarında, uygun dik üçgen oluşturulur ve istenen bulunur.

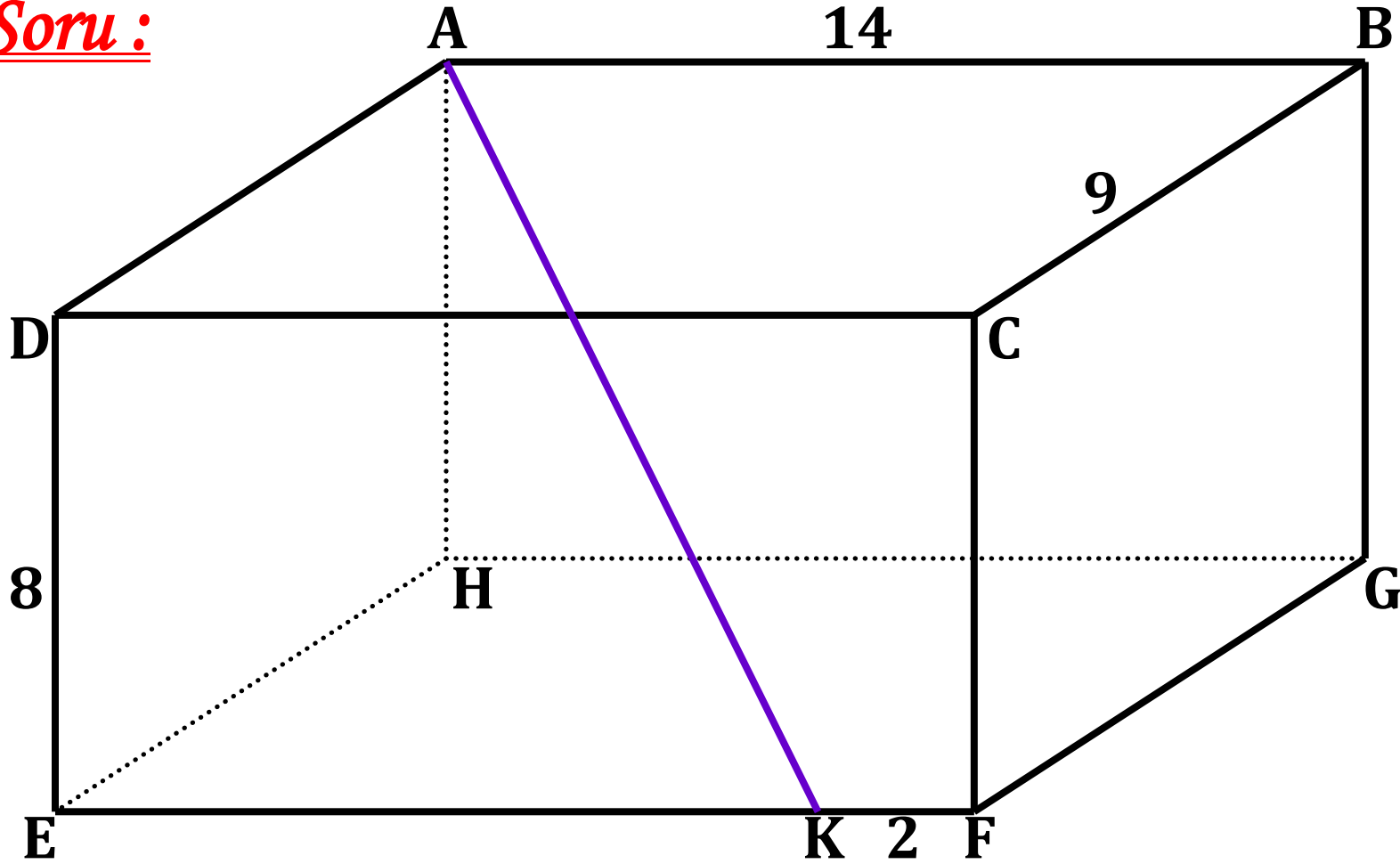
Soru :



Şekildeki dikdört-
genler prizmasında
 $| FL | + | LK |$
toplamının en
küçük değerini
bulunuz.

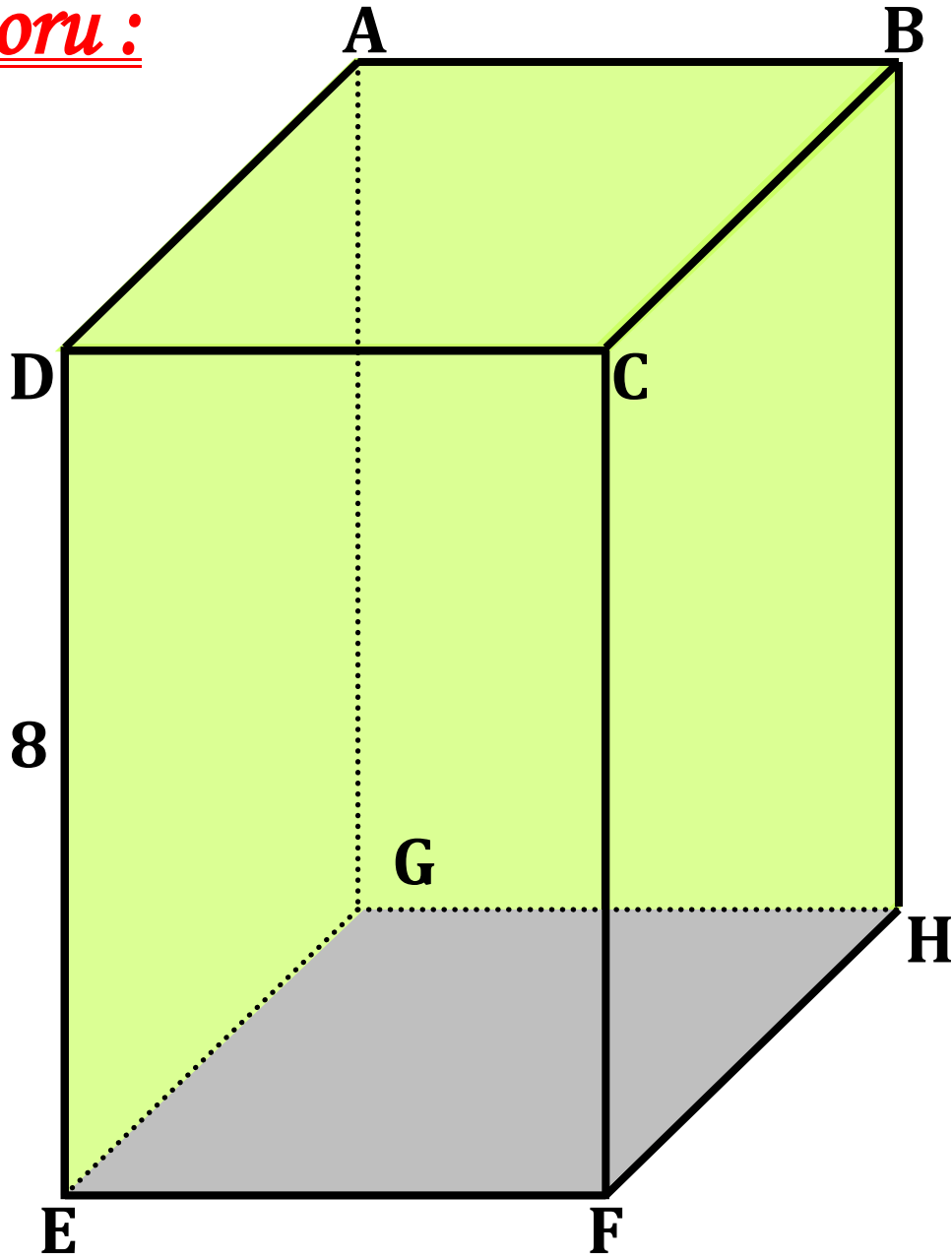
(Şeklin açık hali düşünülür.)

Soru :



Şekildeki
dikdörtgenler
prizmasında
 $|AK| = ?$

Soru :

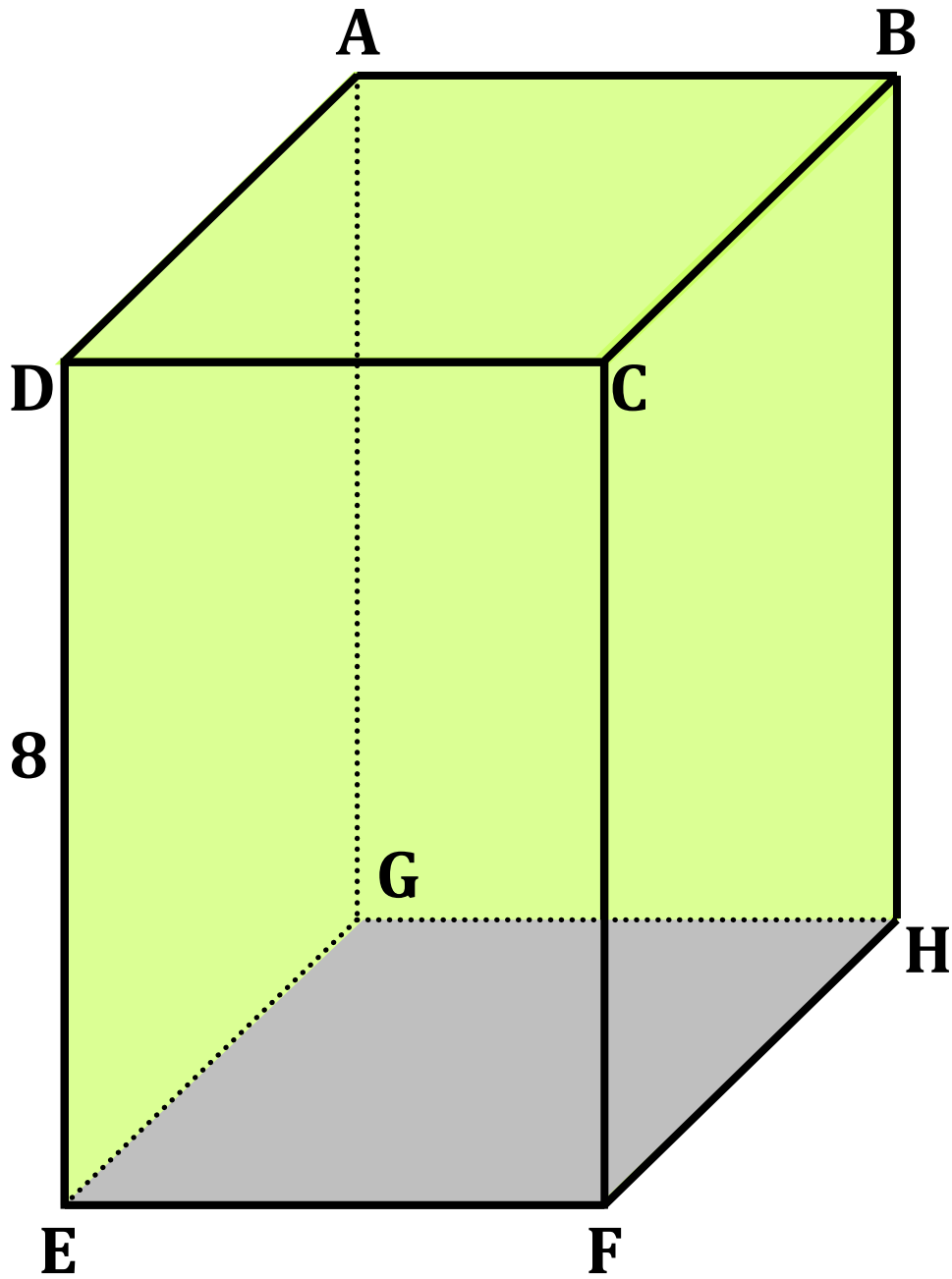


Şekildeki kare dik prizmada
taban alanı $16 br^2$ ise ;

A) Hacmini bulunuz.

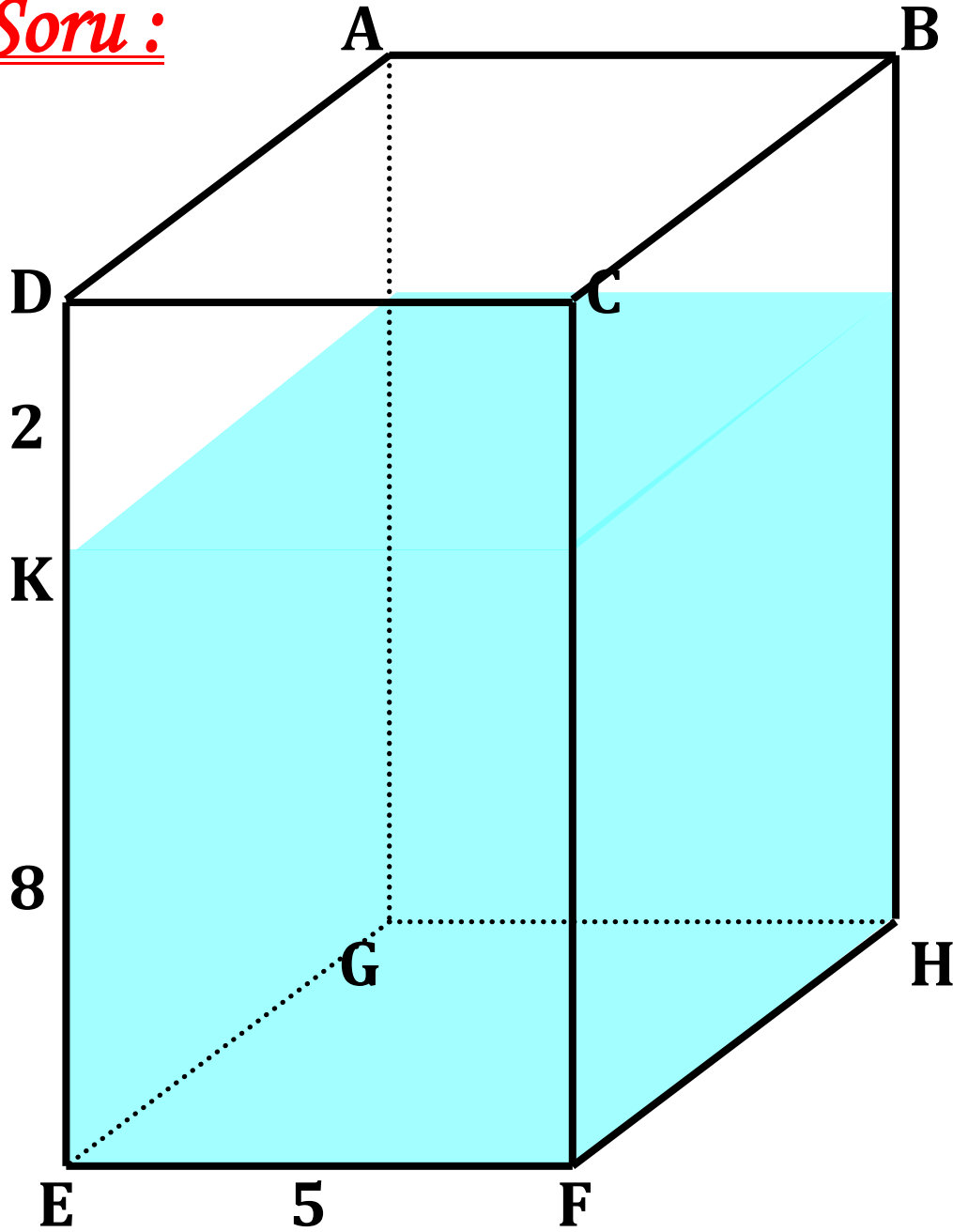
B) Yüzey alanını bulunuz.

Not : Kare dik prizmada, tabanlar
kare olup yan alanlar ise dikdörtgendir.



Şekildeki kare dik prizmada
taban alanı 16 br^2 ise ;
C) Cisim köşegenini bulunuz.

Soru :

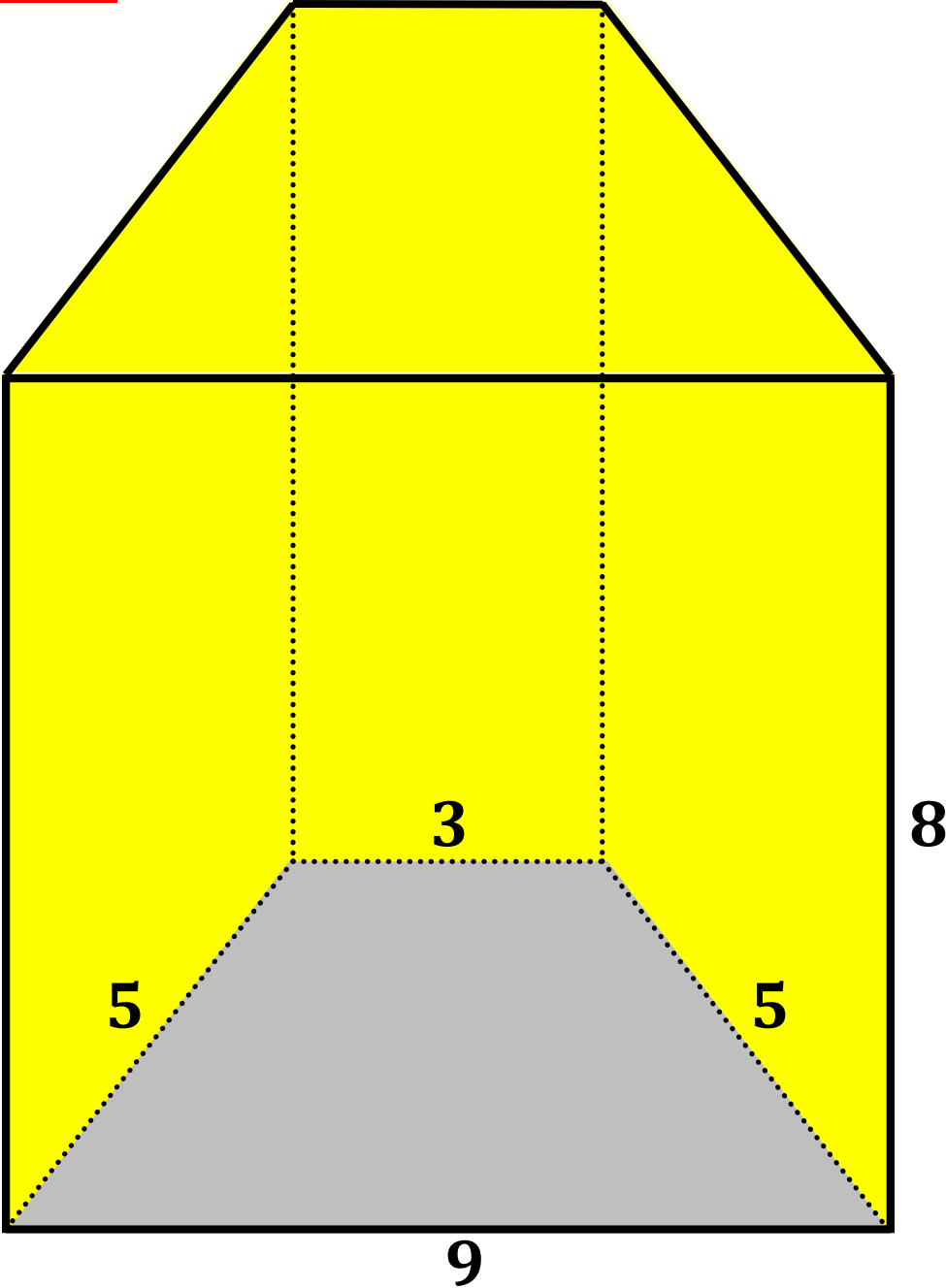


Şekildeki kare dik prizmanın içi bir miktar su ile doludur. Prizma sağ yanı üzerine yatırılırsa suyun yüksekliği kaç br olur ?

Soru :

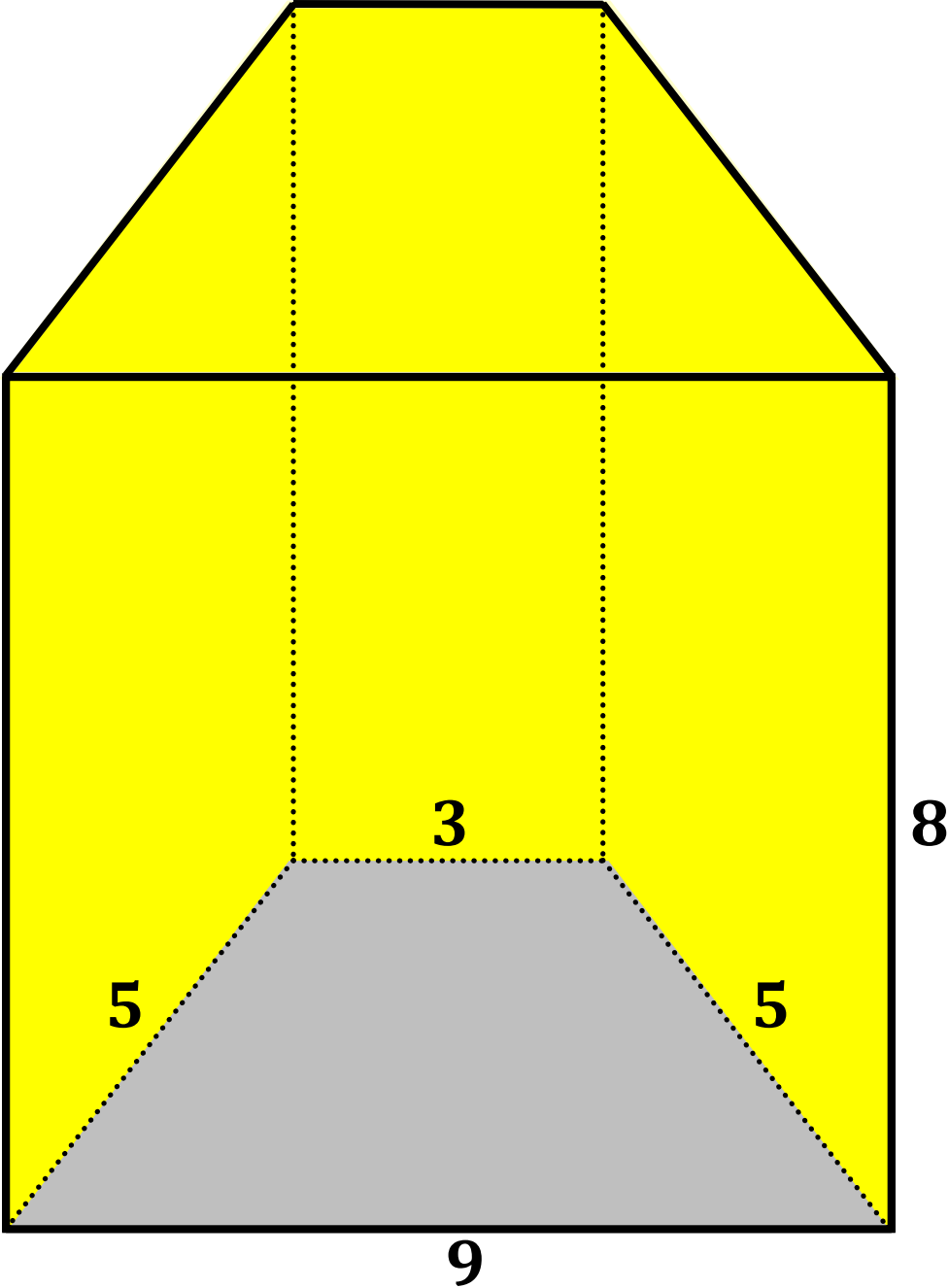
Tabanı ikizkenar yamuk olan dik prizmanın ;

A) Hacmini bulunuz.

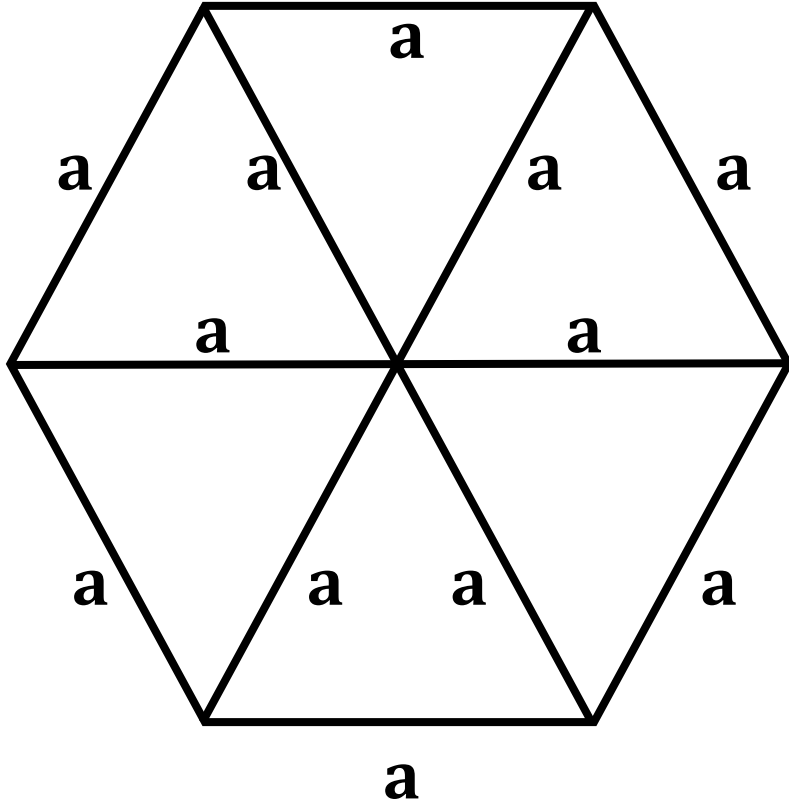


Tabanı ikizkenar yamuk olan dik prizmanın ;

B) Yüzey alanını bulunuz.



Not : Düzgün altıgen dik prizmada, taban alanı 6 tane eşkenar üçgenden oluşmaktadır.

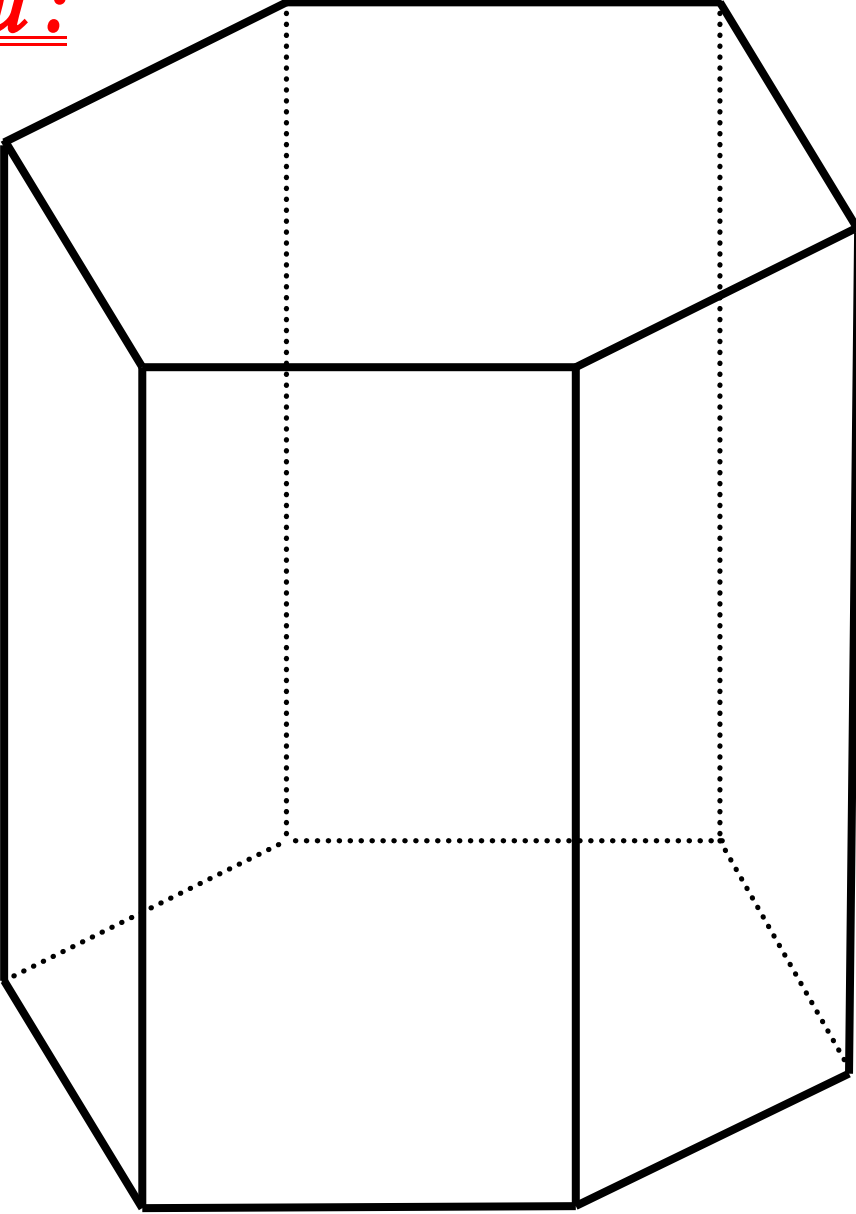


Eşkenar üçgenin alanı $\frac{a^2 \cdot \sqrt{3}}{4}$ idi.

Dolayısıyla düzgün altıgenin alanı $6 \cdot \frac{a^2 \cdot \sqrt{3}}{4}$ olarak bulunur.

Soru : Taban ayırıtı 4 br olan düzgün altıgen dik prizmanın yüksekliği 9 br ise prizmanın hacmini bulunuz.

Soru :



Şekildeki düzgün altıgen dik prizmada ; prizmanın hacmi $24\sqrt{3} \text{ br}^3$ olup, taban ayrıtı yüksekliğin yarısı ise tabanın çevre uzunluğunu bulunuz.

PIRAMİTLER

Tabanı çokgen, yanal yüzeyleri ise ortak bir tepe noktasında birleşen çokgenlerden oluşan çok yüzlülere “piramit” adı verilir.

Piramitler tabanlarına göre adlandırılırlar. Örneğin (P , ABCD)

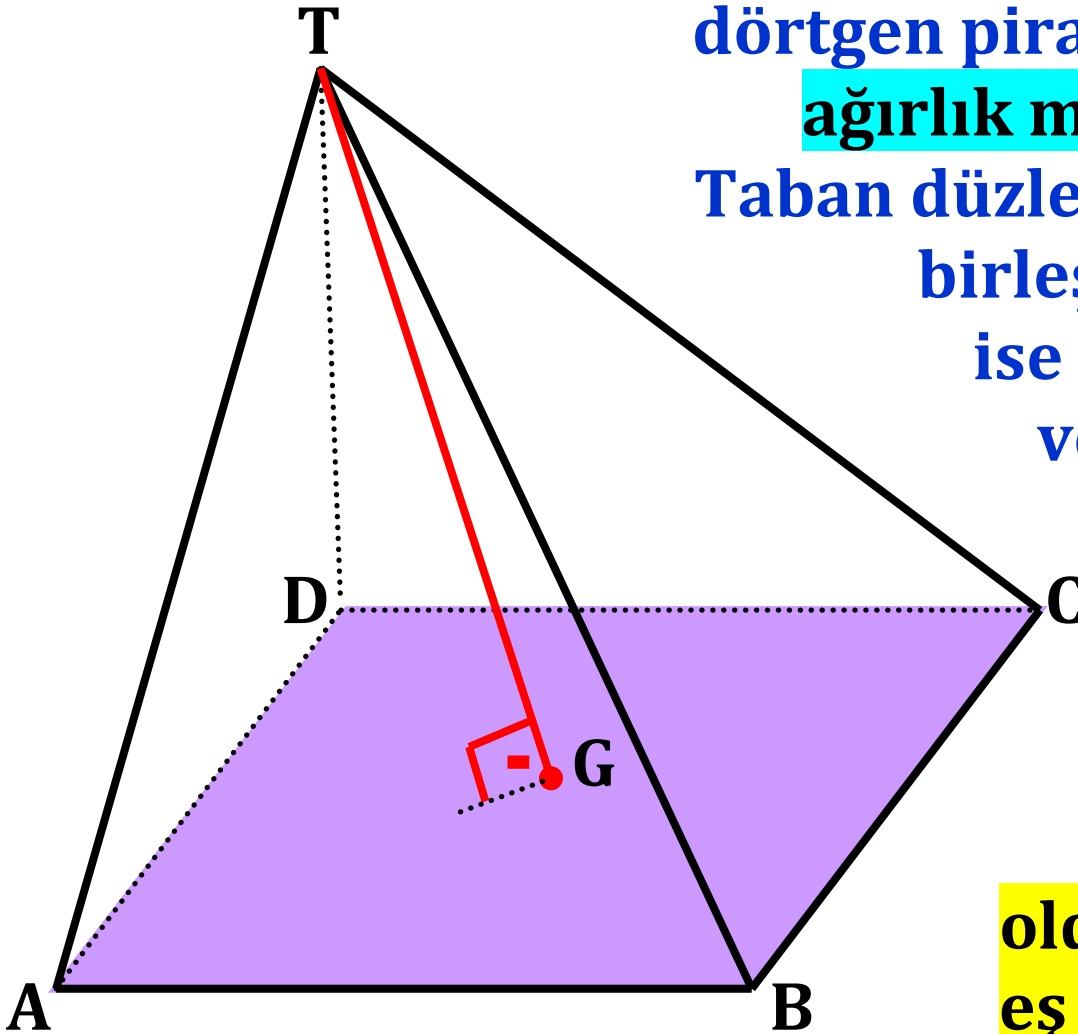
dörtgen piramittir. Piramitte ; G tabanın **ağırlık merkezi**, T tepe noktası olsun.

Taban düzleminin ağırlık ile tepe noktasını birleştiren doğru parçası tabana dik ise bu piramide “dik piramit” adı verilir.

Çözümlerde ağırlık merkezinin özellikleri kullanılır.

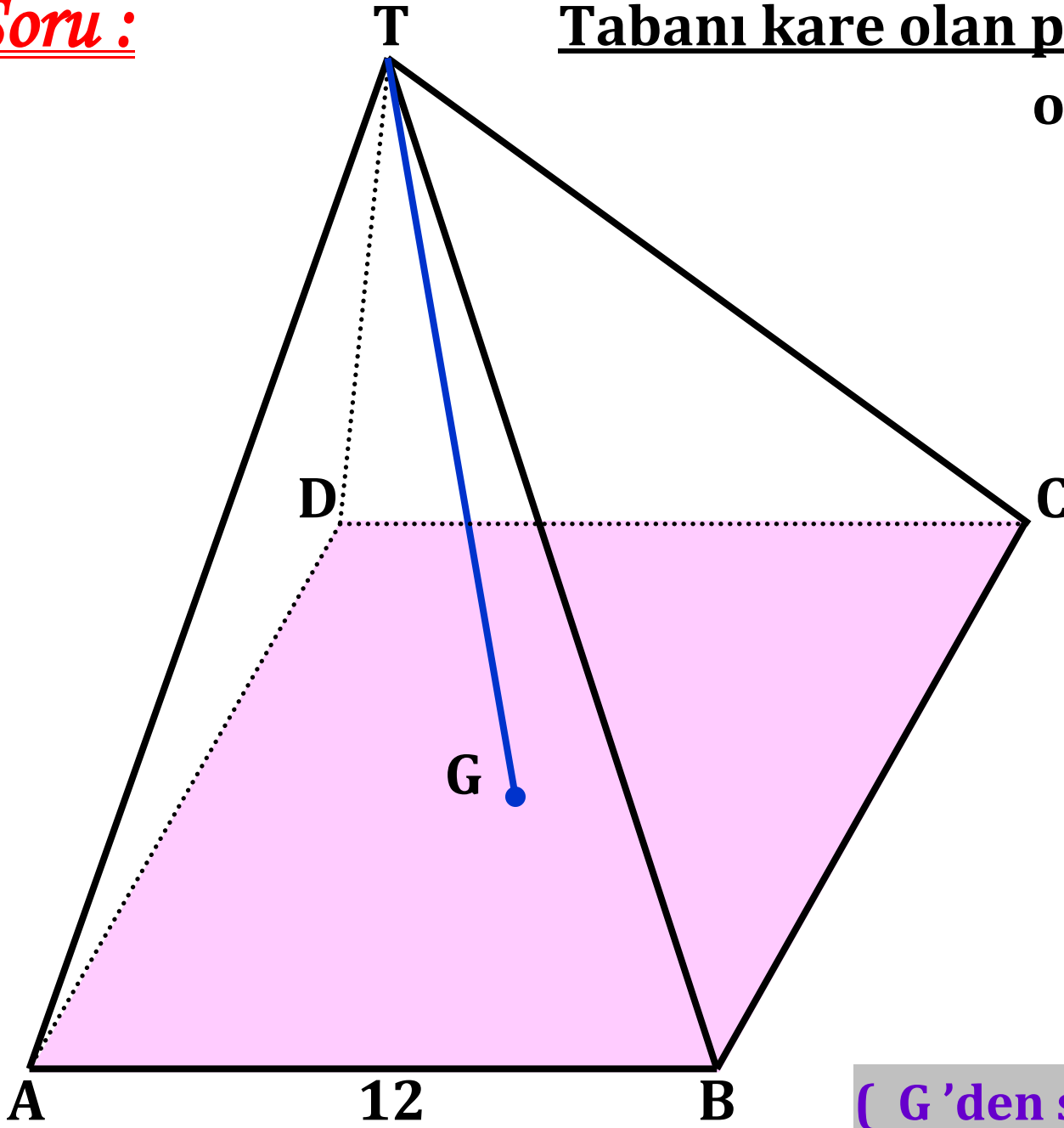
**** Tabanı düzgün çokgen olan piramide ise “düzgün piramit” denir.**

Düzgün piramitlerin yan ayrıtları eş olduğundan yan yüzler birbirine eş ikizkenar üçgenlerdir.



Soru :

Tabanı kare olan piramitte G ağırlık merkezi olup, $|TG| = 8$ br ise $x = ?$

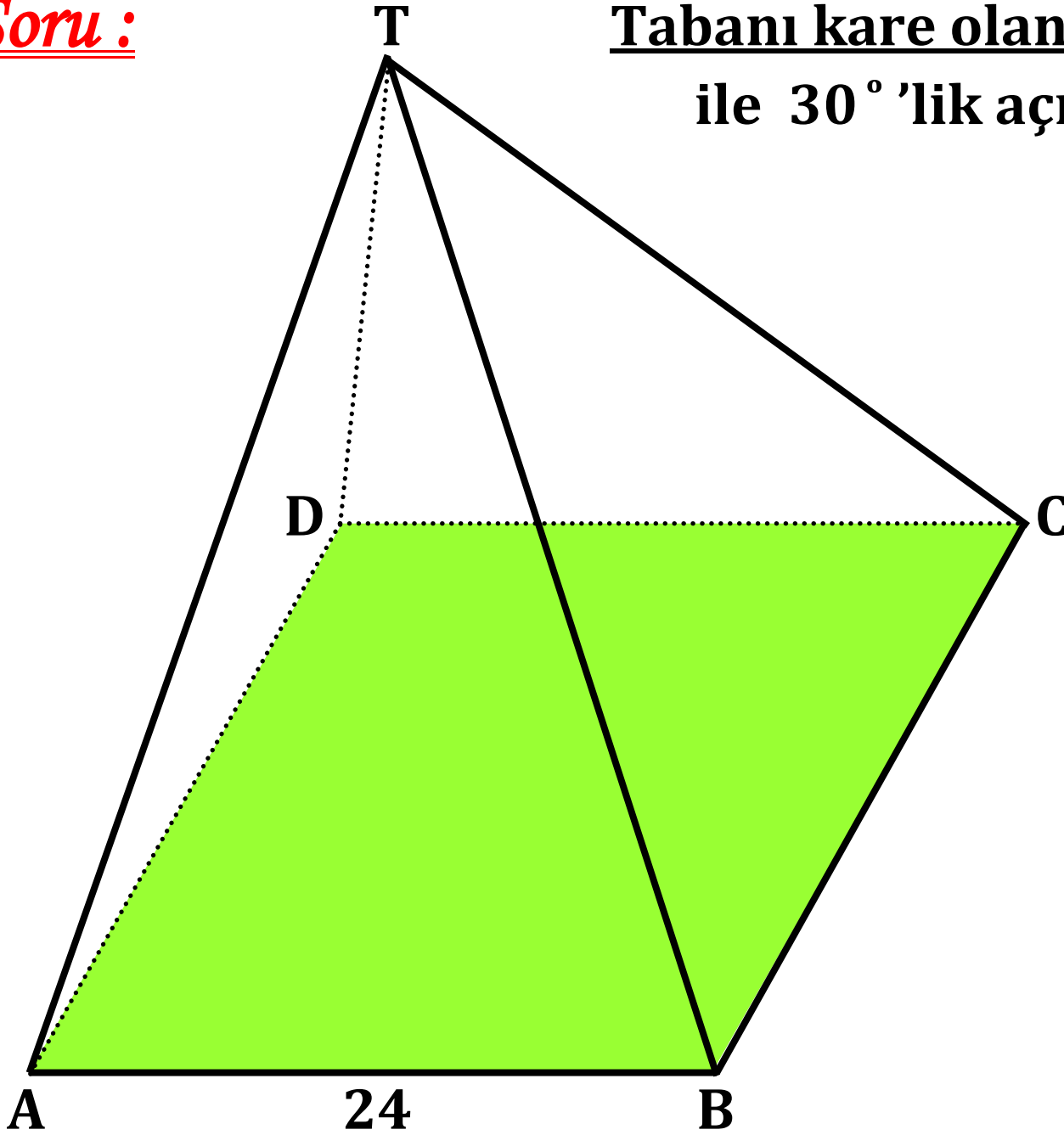


(G 'den sağ yan tabana dik indirilir.

Tabandaki nokta T ile birleştirilir ve dik üçgenlerden sonuç bulunur.)

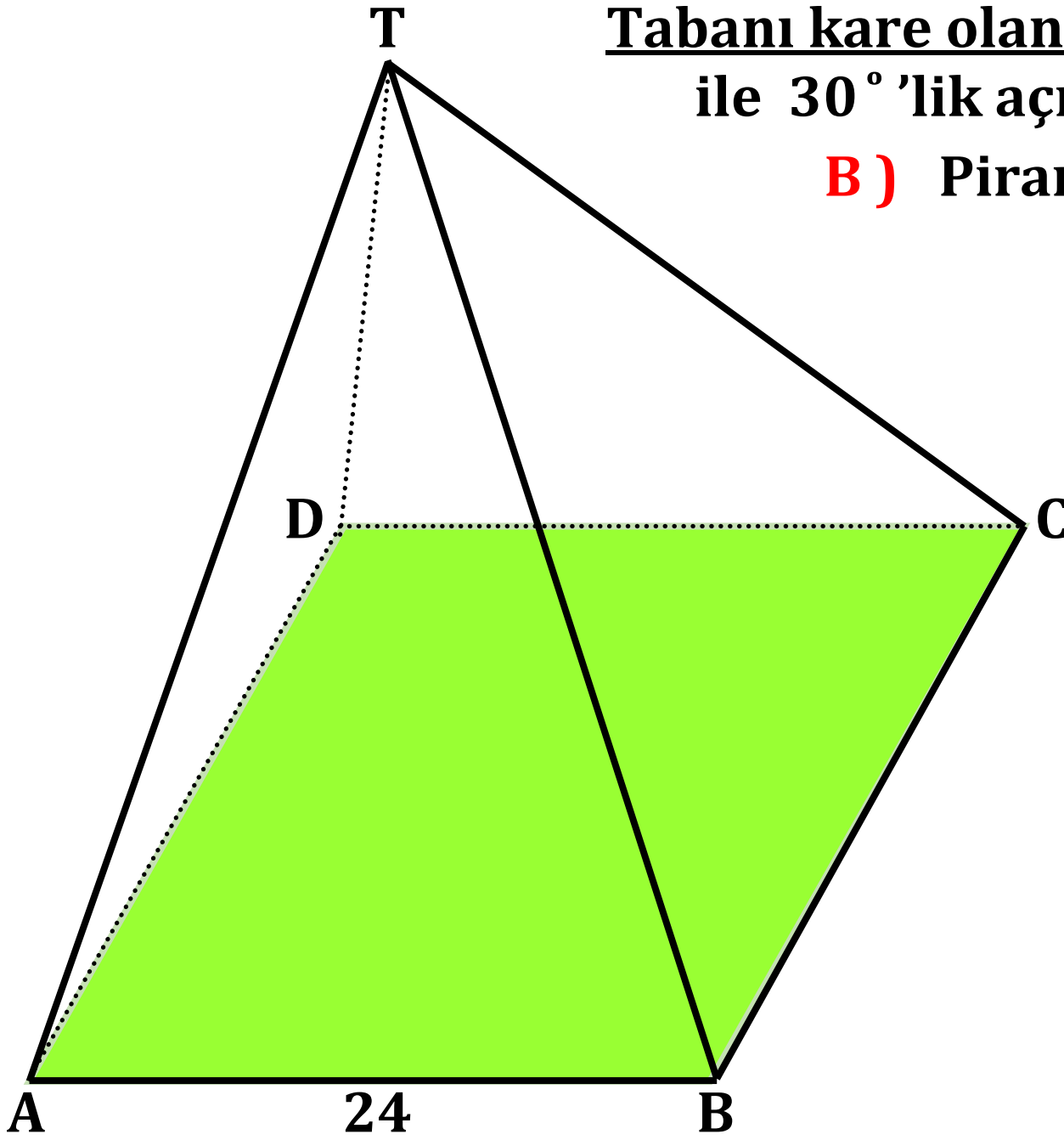
Soru :

Tabanı kare olan piramitte, yan yüzey taban ile 30° 'lık açı yapıyor. A) A ile C arası en kısa mesafe kaç br 'dir ?



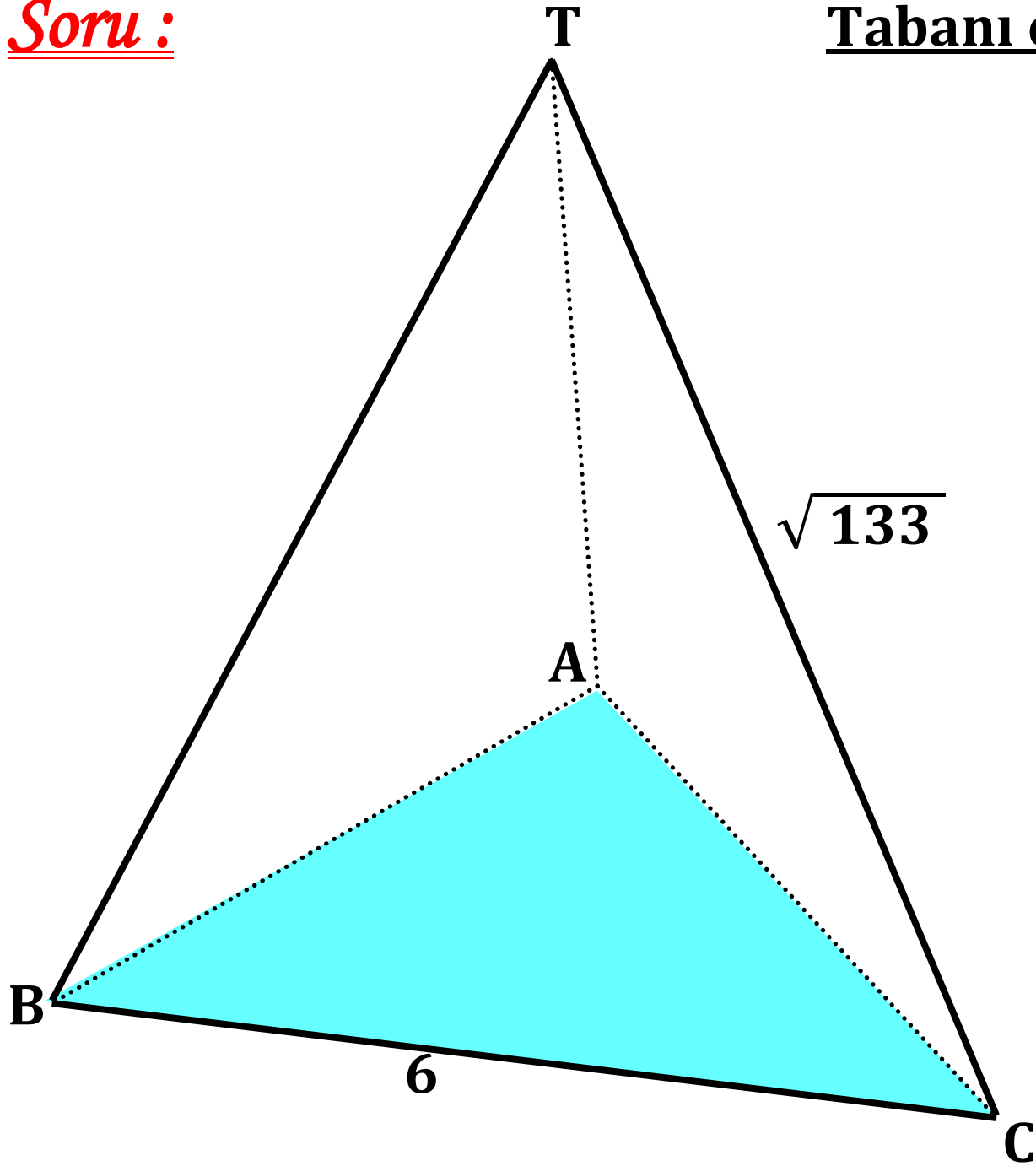
Tabanı kare olan piramitte, yan yüzey taban ile 30° 'lık açı yapıyor.

B) Piramidin yüksekliğini bulunuz.



Soru :

Tabanı eşkenar üçgen olan piramidin
yüksekliğini bulunuz.



Not : Herhangi bir piramidin hacmi, piramidin taba alanı ile yükseklik çarpımının üçte biridir.

$$\text{Hacim} = \frac{\text{Taban Alanı} \cdot \text{Yükseklik}}{3}$$

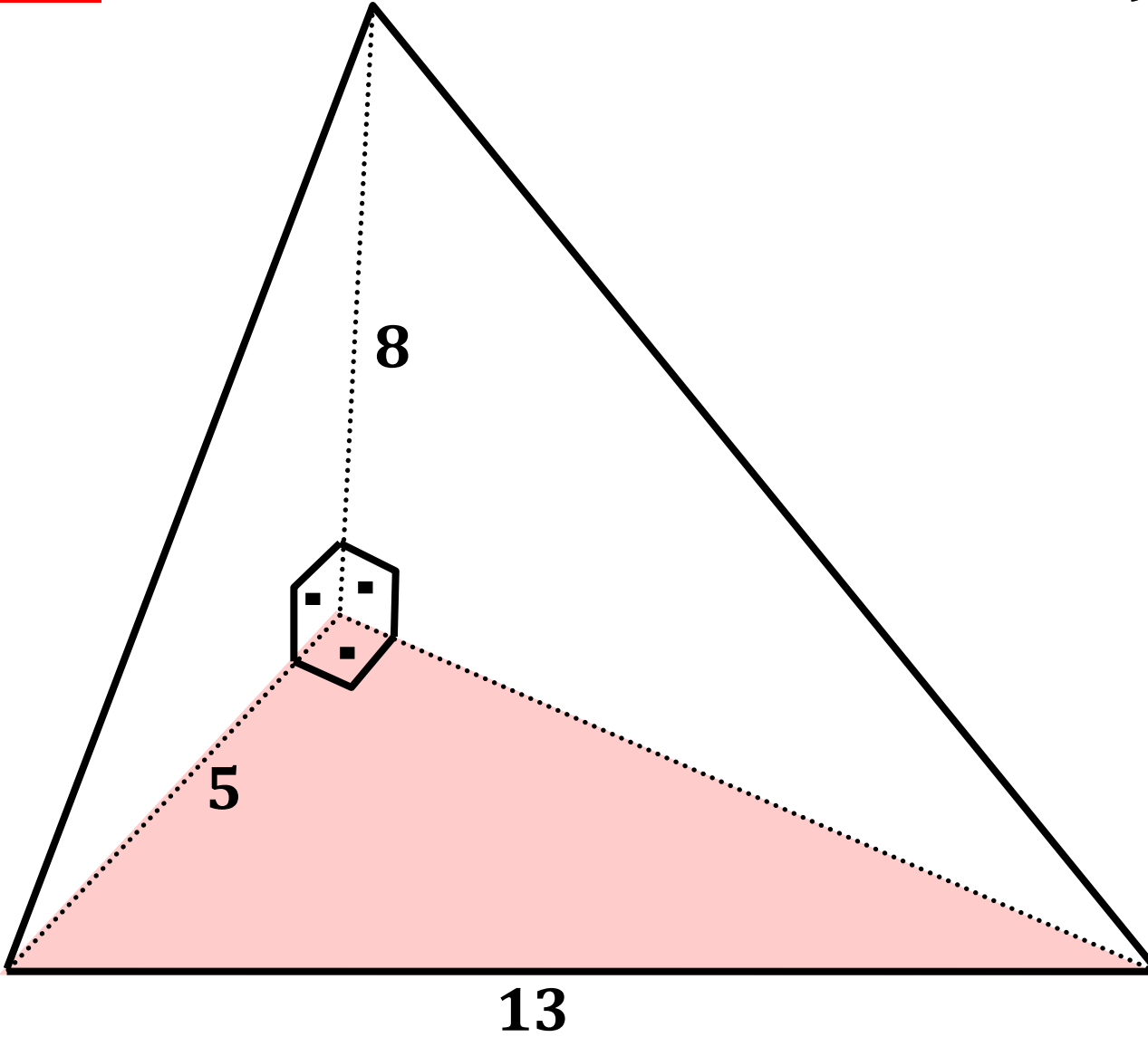
Soru : Kare dik piramidin taban ayırıtı 9 br olup, piramidin yüksekliği 8 br ise piramidin hacmini bulunuz.

Soru : Hacmi 72 br^3 ve yüksekliği 6 br olan piramidin taban alanını bulunuz.

Soru : Hacmi V br³ ve taban alanı A br² olan piramitte
 $2 \cdot V = 7 \cdot A$ ise piramidin yüksekliğini bulunuz.

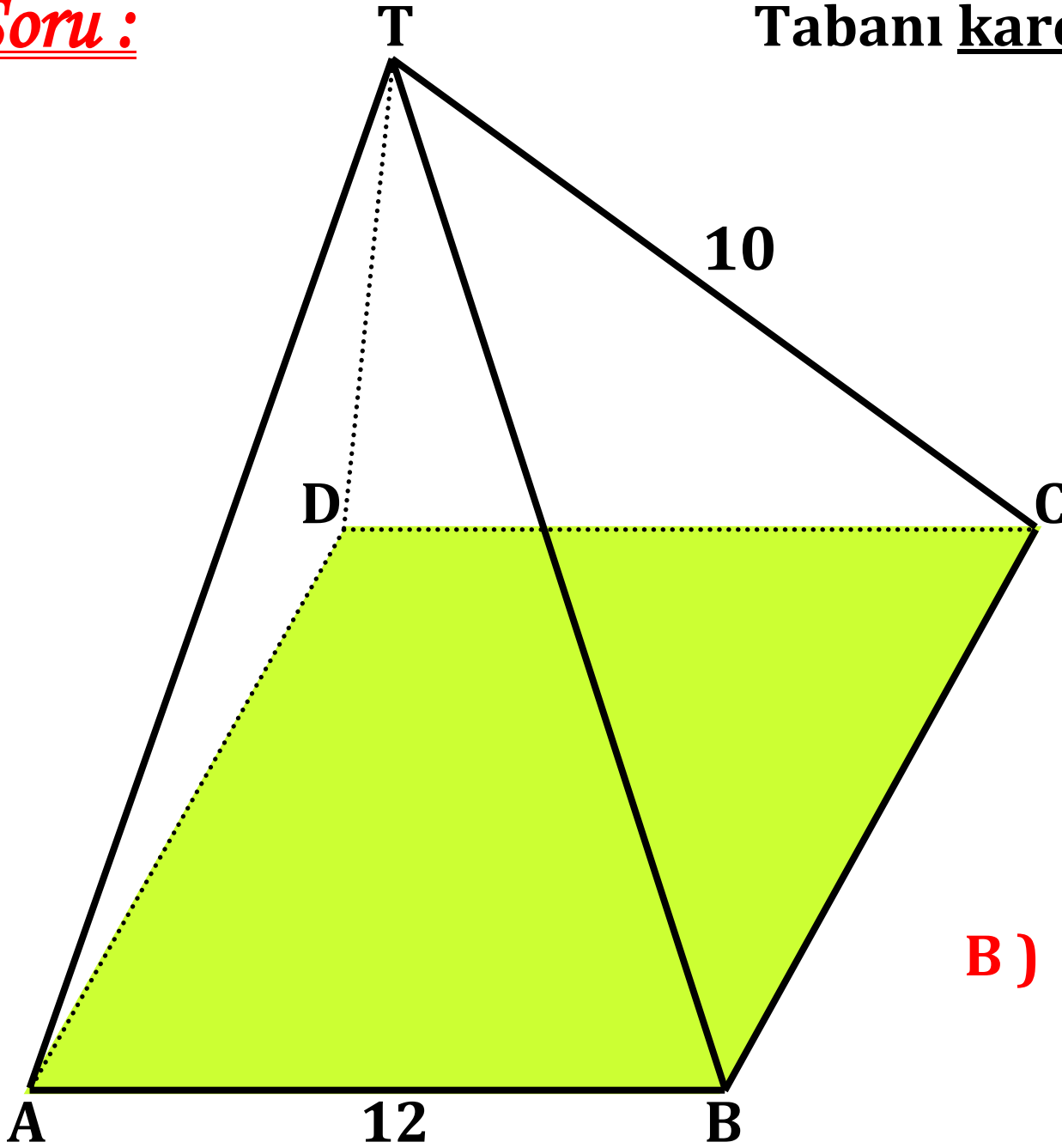
Soru :

Dik üçgen tabanlı dik piramidin
hacmini bulunuz.



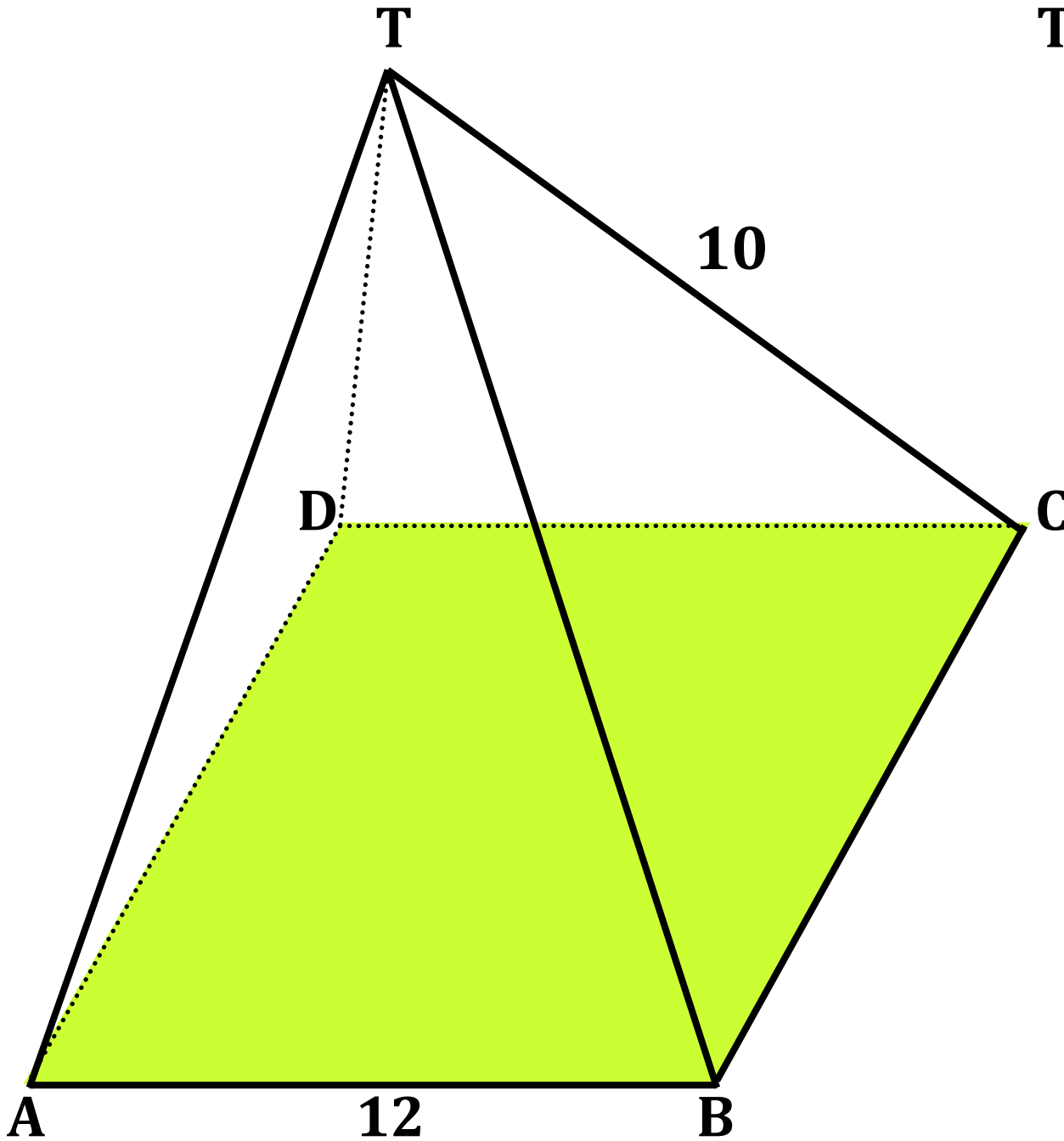
Soru :

Tabanı kare olan piramidin; **A)** Yüzey alanını bulunuz.



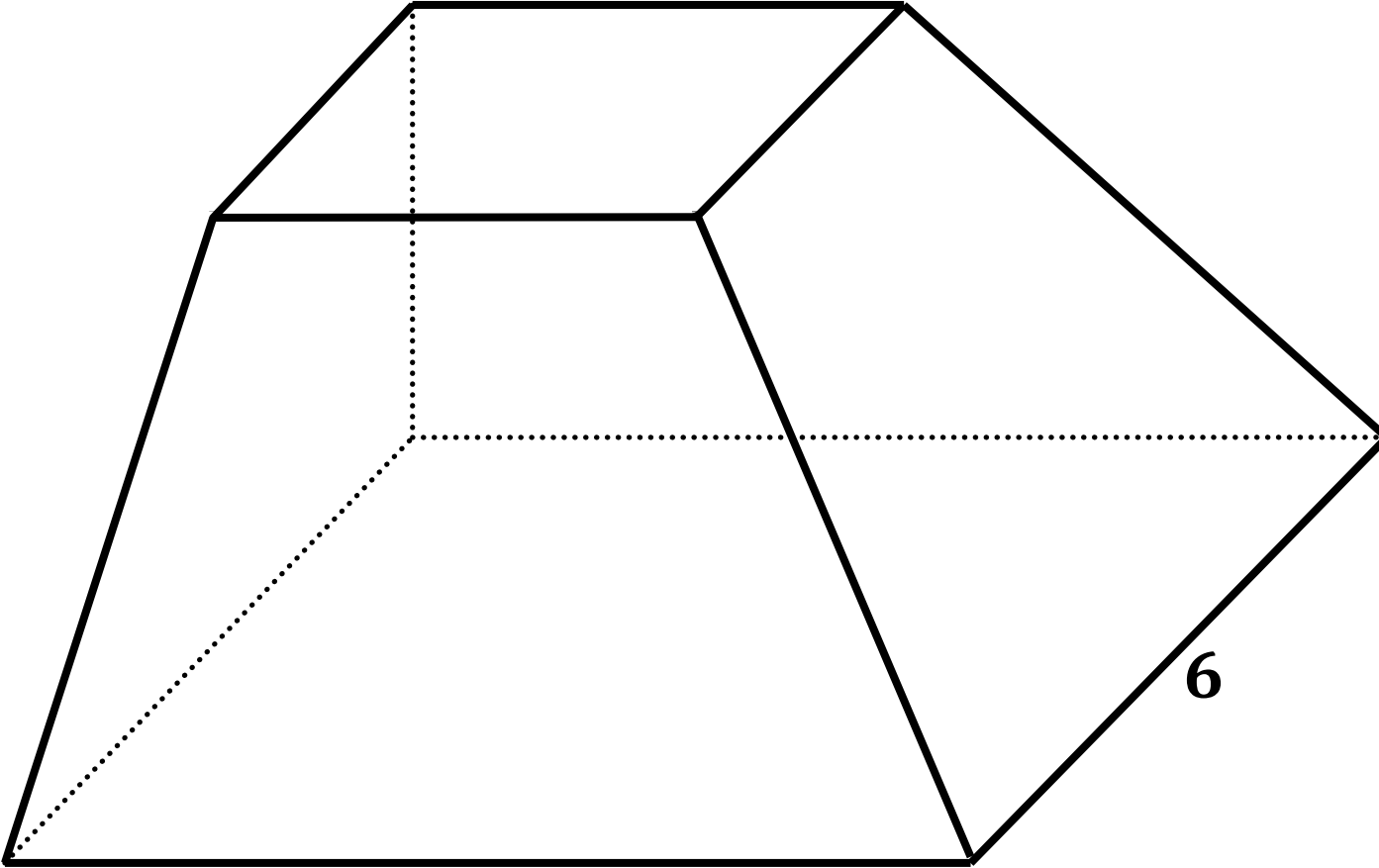
B) Hacmini bulunuz.

Tabanı kare olan piramidin;
B) Hacmini bulunuz.

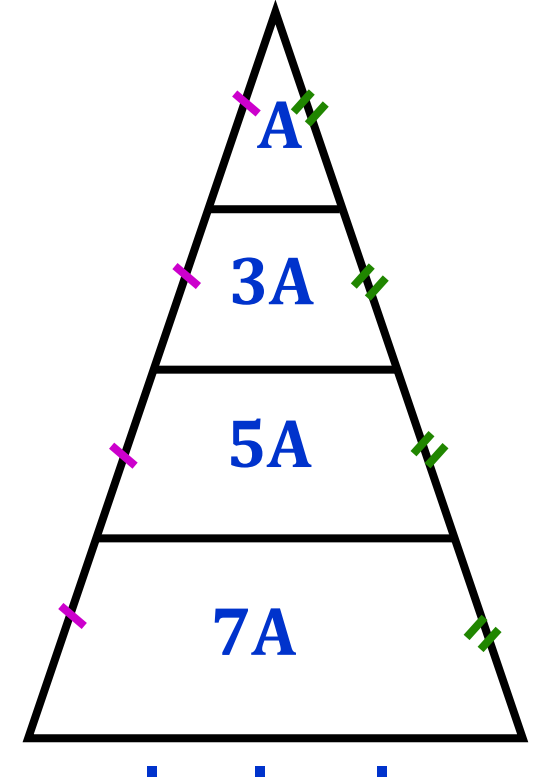
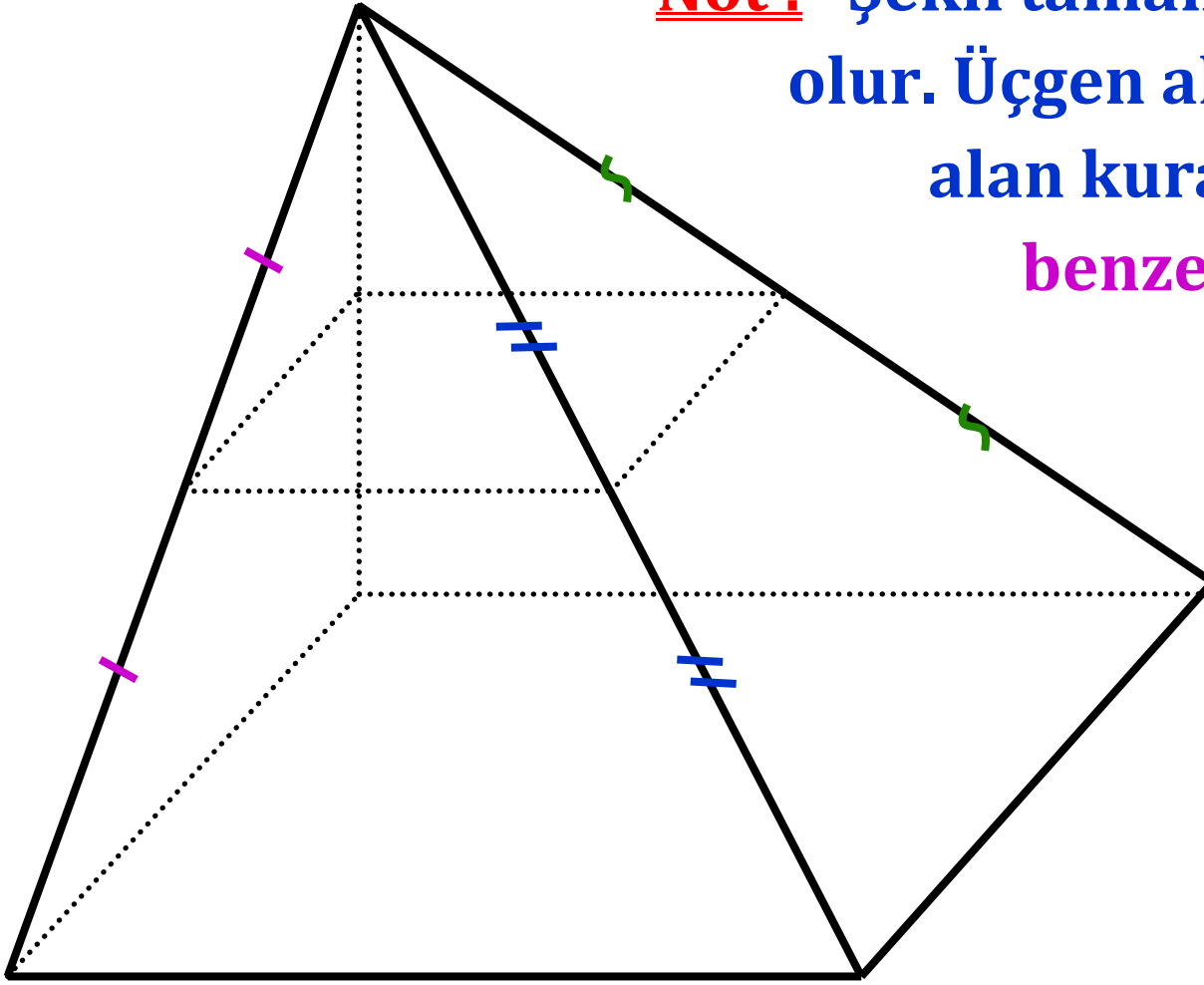


Soru : **Kare tabanlı piramit tam ortadan** tabana paralel olacak şekilde kesilerek kesik piramit oluşturuluyor. Kesik piramidin yüksekliği 4 br ise hacmini bulunuz.

(Şekil tamamlanır ve tüm parçadan üst kısmın hacmi çıkartılır.)



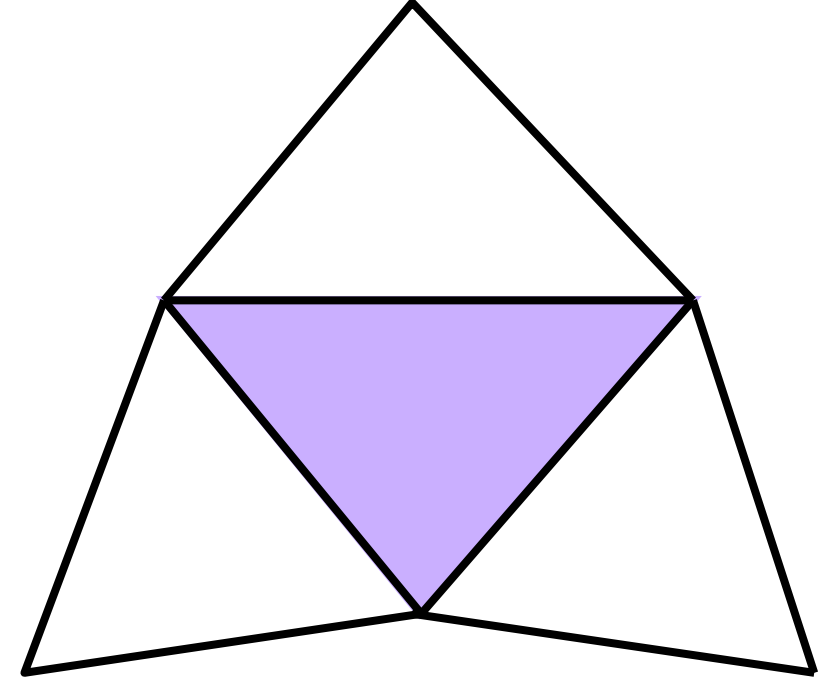
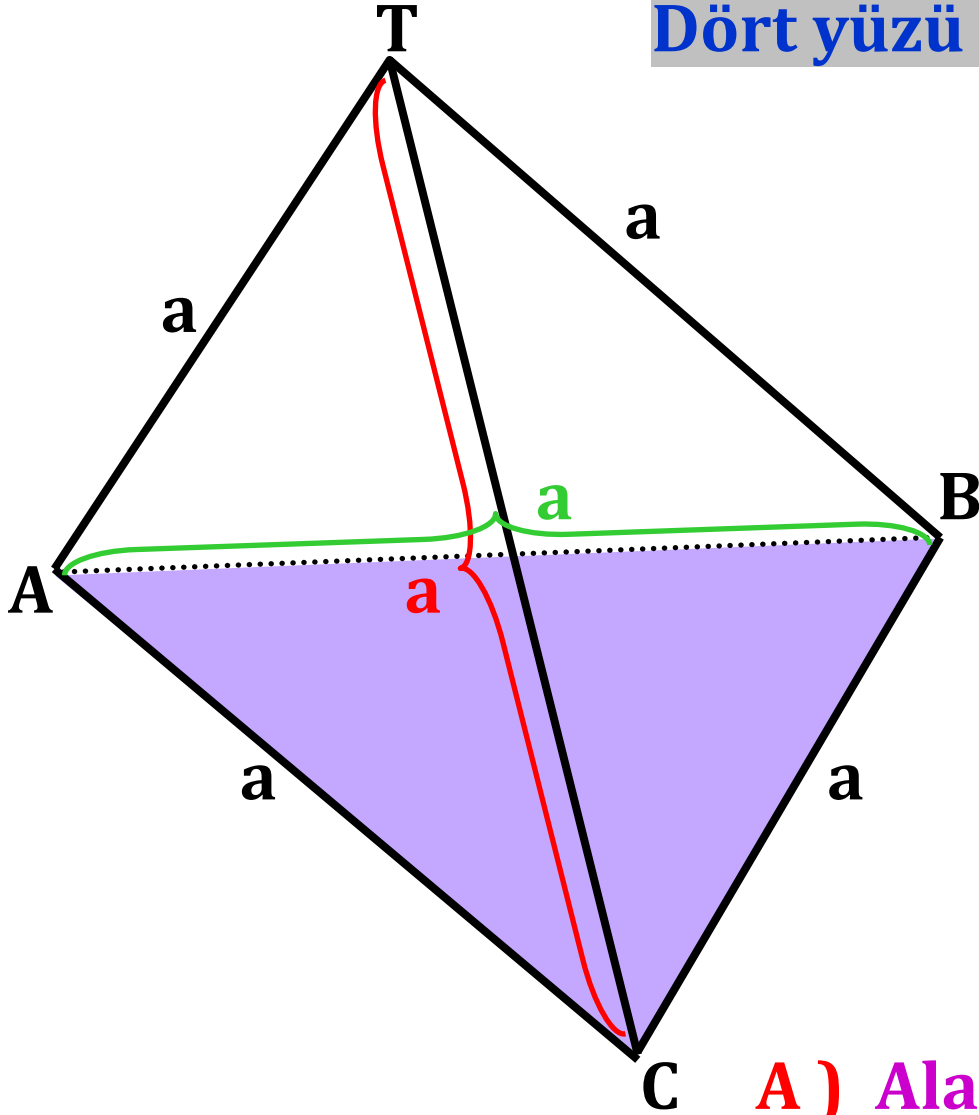
Not: Şekil tamamlandığında yandaki gibi olur. Üçgen alan konusunda basamak – alan kuralı vardı. (Alanlar oranı benzerlik oranının karesi idi.)



Burada da tabanlar eşit ise hacimler arasında; V , $7V$, $19V$, $27V$, . . . dağılımı vardır. (Hacimler oranı benzerlik oranının küpüne eşittir.)

Düzgün Dört Yüzlü

Dört yüzü de eşkenar üçgen olan dik prizmaya
“ düzgün dört yüzlü ” adı verilir.



Şeklin açık hali üstteki gibidir.
Düzgün dörtyüzlünün;

A) Alanı 4 tane eşkenar üçgenden oluşur.

$$\text{Alan} = 4 \cdot \frac{a^2 \cdot \sqrt{3}}{4} = a^2 \cdot \sqrt{3} \text{ olarak alınır.}$$

$$\text{B) Yüksekliği } h = \frac{a \cdot \sqrt{6}}{3} \text{ olarak alınır.}$$

$$\text{C) Hacmi } V = \frac{\text{Taban Alanı} \cdot \text{Yükseklik}}{3} = \frac{a^3 \cdot \sqrt{2}}{12} \text{ olarak alınır.}$$

Soru: Taban çevresi 18 br olan düzgün dörtyüzlünün alanını ve hacmini bulunuz.

Soru : Hacmi $\frac{16\sqrt{2}}{3} \text{ br}^3$ olan düzgün dörtyüzlünün yanal alanını bulunuz.