

10. SINIF

MATEMATİK

DERS NOTLARI

~ 1 ~

[Bu bölümde işlenecek olan konuların, matematik müfredat programındaki yeri altta gösterilmiştir.]

10. 1. SAYMA ve OLASILIK

10. 1. 1. Sıralama ve Seçme

Terimler ve Kavramlar: Toplama yöntemi, Çarpma yöntemi, Faktöriyel, Permütasyon, Tekrarlı permütasyon

Sembol ve Gösterimler: $n!$, $P(n, r)$

10. 1. 1. 1. Olayların gerçekleşme sayısını toplama ve çarpma yöntemlerini kullanarak hesaplar.

A) Sayma konusunun tarihsel gelişim sürecinden söz edilir ve bu süreçte rol alan Sâbit İbn Kurrâ'nın çalışmalarına yer verilir.

~ 2 ~

B) Faktöriyel kavramı verilerek saymanın temel ilkesi ile ilişkilendirilir.

10. 1. 1. 2. n çeşit nesne ile oluşturulabilecek r'li dizilişlerin (permütasyonların) kaç farklı şekilde yapılabileceğini hesaplar.

10. 1. 1. 3. Sınırlı sayıda tekrarlayan nesnelerin dizilişlerini (permütasyonlarını) açıklayarak problemler çözer.

A) En az iki tanesi özdeş olan nesnelerin tüm farklı dizilişlerinin sayısı örnekler/problemler bağlamında ele alınır.

B) Gerçek hayat problemlerine yer verilir.

~ 3 ~

1.ÜNİTE : SAYMA

SAYMA YÖNTEMLERİ

Toplama İle Sayma

Aynı türden olayların gerçekleşmesinde tüm olayların ihtimalleri toplanır.



Kaç olay varsa her bir olayın ihtimali toplanır.

~ 4 ~

Soru : 3 kumaş pantolonu ve 4 gömleği olan bir kişi kaç farklı giyim tercihi yapabilir ?



~ 7 ~

Soru : 3 kot ve 2 kumaş pantolonu olan bir kişi kaç farklı pantolon seçimi yapabilir ?

Soru : 12 kişinin katıldığı bir yarışmada ilk üç kaç farklı şekilde oluşabilir ?



~ 5 ~

~ 8 ~

Çarpma İle Sayma

Farklı türden olayların gerçekleşmesinde her olayın gerçekleşme ihtimalleri çarpılır.



Kaç olay varsa her bir olayın ihtimali çarpılır.

~ 6 ~

Soru : Bir voleybol takımının yapacağı 8 maç sonuç bakımından (skor değil) kaç farklı şekilde sonuçlanabilir ?



~ 9 ~

Soru : 3 mektup 6 posta kutusuna ;

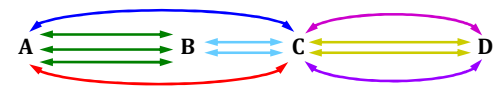


A) Kaç farklı seçim yapılacak şekilde atılabilir ?

~ 10 ~

B) Taktığı kravattı ancak üç gün sonra takabilecek şekilde kaç farklı tercih yapılabilir ?

Soru :



A , B , C ve D şehirleri arasında farklı yol güzergahları üstte gösterilmiştir. A şehrinden yola çıkan bir araç kaç farklı şekilde D 'ye ulaşabilir ? **[Olayların gerçekleşmesinde farklı durumlar var ise her bir durumun sonucu toplanır.]**

~ 16 ~

B) Atılan posta kutusuna bir daha mektup atılmama şartı ile kaç farklı seçim yapılacak şekilde atılabilir ?

~ 11 ~

Soru :

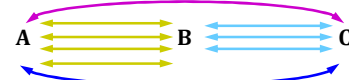


A , B ve C şehirleri arasında farklı yol güzergahları üstte gösterilmiştir. A şehrinden yola çıkan bir araç;

A) Kaç şekilde C 'ye ulaşıp tekrar A 'ya dönebilir ?

~ 14 ~

Soru :



A , B ve C şehirleri arasında farklı yol güzergahları üstte gösterilmiştir. A şehrinden yola çıkan bir araç kaç farklı şekilde C 'ye gidip A 'ya tekrar dönebilir ?

~ 17 ~

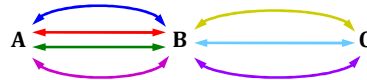
Soru : 6 farklı kravattı olan bir kişi aynı kravattı 4 gün boyunca;



A) Ertesi gün takmama şartı ile kaç farklı tercih yapılabilir ?

~ 12 ~

B) Giderken kullandığı yol bir daha kullanmamak üzere kaç şekilde C 'ye ulaşıp tekrar A 'ya dönebilir ?



~ 15 ~

Soru : { 1 , 2 , 3 , 4 , 5 , 6 } kümesinin elemanları kullanılarak yazılabilecek üç basamaklı;

A) Kaç sayı yazılabilir ?


~ 18 ~

<p>{ 1 , 2 , 3 , 4 , 5 , 6 } kümesinin elemanları kullanılarak yazılabilecek <u>üç</u> basamaklı;</p> <p>B) Rakamları tekrarsız kaç sayı yazılabilir ?</p> <p>~ 19 ~</p>	<p>{ 1 , 2 , 3 , 4 , 5 , 6 } kümesinin elemanları kullanılarak yazılabilecek <u>üç</u> basamaklı;</p> <p>E) 400 'den küçük kaç çift sayı yazılabilir ?</p> <p>~ 22 ~</p>	<p>{ 0 , 1 , 2 , 3 , 4 , 5 } kümesinin elemanları kullanılarak yazılabilecek <u>dört</u> basamaklı;</p> <p>B) Rakamları tekrarsız kaç sayı yazılabilir ?</p> <p>~ 25 ~</p>
<p>{ 1 , 2 , 3 , 4 , 5 , 6 } kümesinin elemanları kullanılarak yazılabilecek <u>üç</u> basamaklı;</p> <p>C) Kaç tek sayı yazılabilir ?</p> <p>~ 20 ~</p>	<p>{ 1 , 2 , 3 , 4 , 5 , 6 } kümesinin elemanları kullanılarak yazılabilecek <u>üç</u> basamaklı;</p> <p>F) 300'den küçük rakamları tekrarsız kaç tek sayı yazılabilir ?</p> <p>(Çakışma durumunda durumlar ayrı değerlendirilir ve sonuçlar toplanır.)</p> <p>~ 23 ~</p>	<p>{ 0 , 1 , 2 , 3 , 4 , 5 } kümesinin elemanları kullanılarak yazılabilecek <u>dört</u> basamaklı;</p> <p>C) Kaç çift sayı yazılabilir ?</p> <p>~ 26 ~</p>
<p>{ 1 , 2 , 3 , 4 , 5 , 6 } kümesinin elemanları kullanılarak yazılabilecek <u>üç</u> basamaklı;</p> <p>D) Rakamları tekrarsız kaç çift sayı yazılabilir ?</p> <p>~ 21 ~</p>	<p>Soru.: { 0 , 1 , 2 , 3 , 4 , 5 } kümesinin elemanları kullanılarak yazılabilecek <u>dört</u> basamaklı;</p> <p>A) Kaç sayı yazılabilir ?</p> <p>~ 24 ~</p>	<p>{ 0 , 1 , 2 , 3 , 4 , 5 } kümesinin elemanları kullanılarak yazılabilecek <u>dört</u> basamaklı;</p> <p>D) Rakamları tekrarsız kaç tek sayı yazılabilir ?</p> <p>~ 27 ~</p>

<p>{ 0 , 1 , 2 , 3 , 4 , 5 } kümesinin elemanları kullanılarak yazılabilecek dört basamaklı;</p> <p>E) 3000 'den büyük kaç sayı yazılabilir ?</p>	<p><u>Soru:</u> { 1 , 2 , 3 , 4 , 5 } kümesinin elemanları ile en az iki basamağı aynı olan üç basamaklı kaç sayı yazılabilir ? [Sayılar tek tek düşünülebilir. Ya da yazılabilecek tüm sayılardan şartı sağlamayan sayılar çıkartılır.]</p>	<p><u>Soru:</u> $\frac{12!}{10!} - \frac{8!}{7!} = ?$</p>
<p>{ 0 , 1 , 2 , 3 , 4 , 5 } kümesinin elemanları kullanılarak yazılabilecek dört basamaklı;</p> <p>F) Rakamları tekrarsız 5 ile bölünebilen kaç sayı yazılabilir ?</p>	<p><u>Soru:</u> { 1 , 2 , 3 , 4 , 5 , 6 } kümesinin elemanları kullanılarak yazılabilecek üç basamaklı, rakamları farklı sayıların kaç tanesinde 4 rakamı vardır ?</p>	<p><u>Soru:</u> $\frac{10! + 7!}{6!} = ?$</p>
<p>{ 0 , 1 , 2 , 3 , 4 , 5 } kümesinin elemanları kullanılarak yazılabilecek dört basamaklı;</p> <p>G) Rakamları tekrarsız 4000'den küçük kaç çift sayı yazılabilir ?</p>	<p><u>Faktöriyel</u></p> <p>1 'den n 'ye kadar olan sayıların çarpımına “ n faktöriyel ” adı verilir ve n ! olarak gösterilir.</p> <p>n ! = 1 . 2 . 3 . . . (n - 2) . (n - 1) . n olarak açılır.</p> <p><u>Özellikler :</u></p> <p>1) n ∈ N olmalıdır.</p> <p>2) 1 ! = 1 'dir. 0 ! = 1 olarak kabul edilir.</p> <p>3) 1 . 2 . 3 . . . (n - 2) . (n - 1) . n = n !</p> <p>= n . (n - 1) !</p> <p>= n . (n - 1) . (n - 2) !</p> <p>(Faktöriyel'deki sayı ayrı tutulursa sayının bir eksiğinin faktöriyeli alınmış olur.)</p> <p>olarak alınabilir.</p>	<p><u>Soru:</u> $\frac{(n + 2)!}{(n + 1)!} = 8$ ise n ! = ?</p>

<p><u>Soru:</u> $\frac{(n + 1)!}{(n - 1)!} : \frac{n + 1}{n} = ?$</p>	<p><u>Soru:</u> $\frac{11 + n^2}{n!} = \frac{2}{(n - 1)!} + \frac{1}{(n - 2)!}$ ise $n = ?$</p>	<p><u>Soru:</u> $\frac{(n - 2)!}{(n - 4)!} = n + 46$ ise $n = ?$</p>
~ 37 ~	~ 40 ~	~ 43 ~
<p><u>Soru:</u> $- 5n + \frac{(n + 3)!}{(n + 1)!} = 70$ ise $n = ?$</p>	<p><u>Soru:</u> $\frac{n!}{(n - 2)!} = 30$ ise $n = ?$ (2. dereceden denklemler 3. ünite konusu. 8.sınıfta da işlenmişti. İstersek çarpanlara ayırma- dan da çözümü bulabiliriz. Sonucu sağlayacak olan n değerini tah- min etmeliyiz.)</p>	<p><u>Soru:</u> $\frac{- 4! + 5!}{5! + 3!} = ?$ (Faktöriyeli büyük olan sayılar verilseydi o zaman sonucu hesaplamak çok zor olurdu. Bu tür sorularda pay ile paydada ortak olan sayının faktöriyeli ortak paranteze alınır ve sadeleştirme yapılarak kalanların işlem sonucu bulunur.)</p>
~ 38 ~	~ 41 ~	~ 44 ~
<p><u>Soru:</u> $\frac{(n + 2)!}{n!} = 42 + \frac{n!}{(n - 2)!}$ ise $n = ?$</p>	<p><u>Soru:</u> $\frac{(n + 3)!}{(n + 1)!} = 90$ ise $n = ?$</p>	<p><u>Soru:</u> $\frac{11! + 10! - 9!}{10! + 8!} = ?$</p>
~ 39 ~	~ 42 ~	~ 45 ~

<p><u>Soru:</u> $\frac{(n + 2)! - n!}{n! + (n + 1)!} = ?$</p> <p>~ 46 ~</p>	<p><u>Soru:</u> $x! = 210 \cdot y!$ ise x sayıları ne olabilir ? (İki farklı çarpan grubu var.)</p> <p>~ 49 ~</p>	<p><u>Soru:</u> $\frac{P(5, 4) - P(8, 2)}{P(3, 3) + P(4, 1)} = ?$</p> <p>~ 52 ~</p>
<p><u>Soru:</u> $x! = 20 \cdot y!$ ise x sayısı ne olabilir ?</p> <p>(1. Durum : Bilinen çarpana göre y tahmin edilir ve x sayısı bulunur. 2. Durum : Bilinen sayının ardışık çarpanları bulunarak y sayısı tahmin edilir ve x sayısı bulunur.)</p> <p>~ 47 ~</p>	<p><u>Permütasyon (Diziliş)</u></p> <p>Sonlu bir kümenin elemanlarının belirli bir sıra ile dizilişlerinin her birine o kümenin bir “ permütasyonu ” adı verilir.</p> <p><u>Kural: A)</u> n elemanlı bir kümenin n 'li dizilişlerinin sayısı $P(n, n) = n!$ olarak alınır.</p> <p><u>B)</u> n elemanlı bir kümenin r 'li dizilişlerinin sayısı $P(n, r) = \frac{n!}{(n - r)!}$ olarak alınır. (Kısaca: n 'den itibaren sayı r adım sırayla azaltılır. Elde edilen sayılar çarpılır.)</p> <p>~ 50 ~</p>	<p><u>Soru:</u> $\frac{P(7, 3) - P(5, 1)}{(3!)! + P(4, 2)} = ?$</p> <p>~ 53 ~</p>
<p><u>Soru:</u> $x! = 72 \cdot y!$ ise x sayılarının toplamı ne olabilir ?</p> <p>~ 48 ~</p>	<p><u>Soru:</u> $P(5, 5) + P(6, 3) = ?$</p> <p>~ 51 ~</p>	<p><u>Soru:</u> $P(n + 1, 2) = 100 + n$ ise $n = ?$</p> <p>~ 54 ~</p>

<p><u>Soru:</u> $P(n - 2, 2) + 5n = 262$ ise $n = ?$</p>	<p>$A = \{ a, b, c, d, e, f, g \}$ kümesinin 3'lü permütasyonlarının kaçında ;</p> <p>B) b vardır ? (<u>1.Yol:</u> Tüm durumdan b'nin olmadığı durum çıkarılır. <u>2.Yol:</u> b'nin dizilişteki yerine göre ihtimaller düşünülür.)</p>	<p>$A = \{ a, b, c, d, e, f, g \}$ kümesinin 3'lü permütasyonlarının kaçında ;</p> <p>E) a ve b birlikte bulunur ?</p>
<p><u>Soru:</u> $P(2n + 1, 2) - P(n, 2) = 90$ ise $n = ?$ (<u>En son aşamada denklemi sağlayan n değeri deneme yolu ile bulunabilir.</u>)</p>	<p>$A = \{ a, b, c, d, e, f, g \}$ kümesinin 3'lü permütasyonlarının kaçında ;</p> <p>C) c var fakat e yoktur ?</p>	<p><u>Soru:</u> Boyları farklı 12 çocuk <u>yan yana</u> dizileceklerdir.</p>  <p>A) Kaç farklı şekilde dizilebilirler ?</p>
<p><u>Soru:</u> $A = \{ a, b, c, d, e, f, g \}$ kümesinin 3'lü permütasyonlarının kaçında ;</p> <p>A) b yoktur ?</p>	<p>$A = \{ a, b, c, d, e, f, g \}$ kümesinin 3'lü permütasyonlarının kaçında ;</p> <p>D) a veya d vardır ?</p>	<p>Boyları farklı 12 çocuk <u>yan yana</u> dizileceklerdir.</p> <p>B) <u>İki başta en kısa</u> boylular olması şartıyla kaç farklı diziliş yapılabilir ?</p>

Soru: Birbirinden farklı; 4 matematik, 3 fizik, 2 kimya kitabı bir rafa yan yana dizilecektir.



A) Kaç farklı şekilde dizilebilirler ?

~ 64 ~

Birbirinden farklı 4 matematik, 3 fizik, 2 kimya kitabı bir rafa yan yana dizilecektir.

D) Başta ve sonda kimya kitabı, matematik kitapları ise bir arada olacak şekilde kaç farklı diziliş yapılabilir ?

~ 67 ~

Soru: 5 doktor ile 4 hemşire yan yana oturacaklardır. İki doktorun arasına bir hemşire gelecek şekilde kaç farklı şekilde diziliş yapılabilir ? (Bu tarz sorularda dizilişe karar vermek gerekir.)



~ 70 ~

Birbirinden farklı 4 matematik, 3 fizik, 2 kimya kitabı bir rafa yan yana dizilecektir.

B) Aynı tür kitaplar bir arada olacak şekilde kaç farklı diziliş yapılabilir ? (1.Aşama: Bir arada olması istenen kitaplar 1 kitap gibi düşünülür. 2.Aşama: Grupta toplamda kaç kitap (grubun dizilişi) olduysa önce toplamın faktöriyeli alınır. 3.Aşama: Her grubun adet faktöriyeli (yani kendi içindeki diziliş sayısı) çarpım olarak 2.aşamadaki faktöriyelin yanına çarpım olarak eklenir.)

Soru: 4 evli çift, çiftler bir arada olacak şekilde kaç farklı yan yana sıralanabilirler ?



~ 68 ~

Soru: 4 kız ile 4 erkek öğrenci, herhangi iki kız veya iki erkek öğrenci yan yana gelmeyecek şekilde kaç farklı sayıda yan yana sıralanabilir ?



~ 71 ~

Birbirinden farklı 4 matematik, 3 fizik, 2 kimya kitabı bir rafa yan yana dizilecektir.

C) Sadece fizik kitapları bir arada olacak şekilde kaç farklı diziliş yapılabilir ?

Soru: Ali ile Veli'nin bulunduğu 6 kişilik grup yan yana dizileceklerdir. Bu ikisinin bir arada olmadığı kaç farklı diziliş yapılabilir ?

~ 66 ~

~ 69 ~

Tekrarlı Permutasyon
n tane elemanın içinde özdeş elemanlar bulunuyorsa, bu n elemanın diziliş sayısında n ! sayısının paydasına bu özdeş elemanların sayısının faktöryel çarpımları yazılır.

$n_1 + n_2 + n_3 + \dots + n_r = n$ olmak üzere n tane nesnenin; n_1 tanesi özdeş , n_2 tanesi özdeş , \dots , n_r tanesi özdeş ise bu n tane nesnenin farklı dizilişlerinin sayısı

$$\frac{n!}{n_1! \cdot n_2! \cdot n_3! \cdot \dots \cdot n_r!} \text{ ile bulunur.}$$

~ 72 ~

Soru : LALE kelimesinin harflerinin yerleri değiştirilerek oluşturulan anlamlı ya da anlamsız 4 harfli kaç kelime yazılabilir ? (Tek tek yazmak işi uzatır.)

~ 73 ~

Soru : KARAMAN kelimesinin harflerinin yerleri değiştirilerek oluşturulan anlamlı ya da anlamsız 7 harfli kelimelerden kaçı sert ünsüz ile biter ?

~ 76 ~

~ 79 ~

Soru : SARRAF kelimesinin harflerinin yerleri değiştirilerek oluşturulan anlamlı ya da anlamsız 6 harfli;
A) Kaç kelime yazılabilir ?

~ 74 ~

Soru : 1123333 sayısının rakamları kullanılarak oluşturulacak;
A) 7 basamaklı kaç çift sayı yazılır ?

~ 77 ~

Soru : 2031332 sayısının rakamları kullanılarak yedi basamaklı kaç sayı sayılabilir ? (Tüm durumdan şartı sağlamayan durum çıkartılır.)

~ 80 ~

SARRAF kelimesinin harflerinin yerleri değiştirilerek oluşturulan anlamlı ya da anlamsız 6 harfli;
A) Sesli harf ile başlayan kaç kelime yazılabilir ?

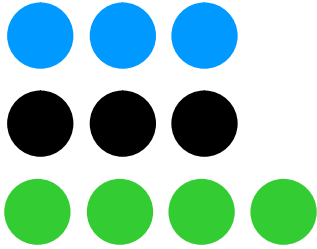
~ 75 ~

1123333 sayısının rakamları kullanılarak oluşturulacak;
B) 6 basamaklı kaç sayı yazılır ? (Çözüm için verilen rakamlardan birini yok saymamız gerekiyor.)

~ 78 ~

~ 81 ~

Soru: Özdeş olan; 3 mavi, 3 siyah ve 4 yeşil bilye yan yana dizeleceklerdir. Mavi bilyeler bir arada olacak şekilde kaç farklı diziliş yapılabilir ?

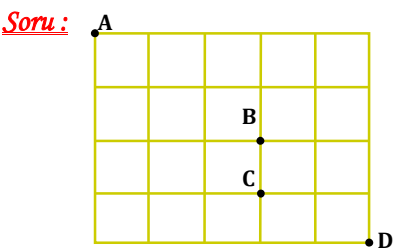


~ 82 ~

Soru: İki basketbol takımı birbiri ile 7 final maçı yapacaktır. Bu maçlardan 4 'ünü kazanan şampiyon olacaktır. 7 maçta oynandığına göre karşılaşmalar sonuç bakımından kaç farklı şekilde sonuçlanır ?

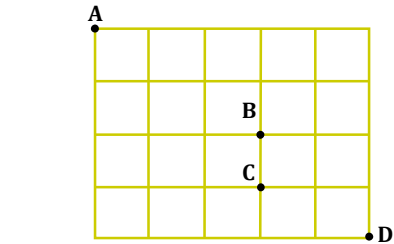


~ 83 ~



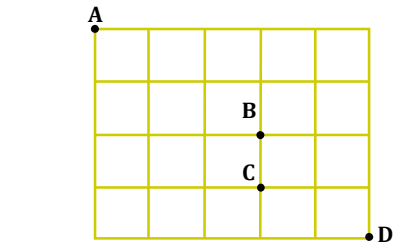
Not: Başlangıç noktasından istenilen mesafeye toplam **a** defa yön kullanılsın. Örneğin bunun için **b** defa bir yöne, **c** defa diğer yöne hareket ediliyorsa, istenilen yere toplam ulaşım sayısı $\frac{a!}{b! \cdot c!}$ ile bulunur.

~ 85 ~



B) Kaç farklı şekilde B noktasına uğrayıp D noktasına ulaşır ?

~ 86 ~



C) Kaç farklı şekilde BC yolunu takip edip D noktasına ulaşır ?

~ 87 ~

Şekilde bir bölgedeki yatay ve dikey yollar gösterilmiştir. A noktasından yola çıkan bir araç en kısa yoldan; **A)** Kaç farklı şekilde D noktasına ulaşır ?

Soru:

		K		Sol baştaki T harfinden başlayıp E
	R	İ		harfine kadar komşu harfleri
Ü	K	Y		izleyerek TÜRKİYE kelimesi
T	R	İ	E	kaç defada okunabilir ?
Ü	K	Y		
	R	İ		
	K			

~ 88 ~

(Bu bölümde işlenecek olan konuların, matematik müfredat programındaki yeri altta gösterilmiştir.)

Terimler ve Kavramlar: Kombinasyon

Sembol ve Gösterimler: $C(n, r)$, $\binom{n}{r}$

10. 1. 1. 4. n elemanlı bir kümenin **r** tane elemanın kaç farklı şekilde seçilebileceğini hesaplar.

A) Kombinasyon kavramı alt küme sayısı ile ilişkilendirilir.

B) Kombinasyon kavramının aşağıdaki temel özellikleri incelenir:

- $C(n, r) = C(n, n - r)$
- $C(n, 0) + C(n, 1) + \dots + C(n, n) = 2^n$

~ 89 ~

Kombinasyon

n elemanlı bir kümenin elemanlarıyla oluşturulan grupların her birine “kombinasyon” adı verilir.

n, r ∈ ℕ, n ≥ r olmak üzere **n** elemanlı bir kümenin **r** elemanlı tüm alt kümelerinin sayısı $C(n, r)$ veya $\binom{n}{r}$ ile gösterilir.

$C(n, r) = \binom{n}{r} = \frac{n!}{(n - r)! \cdot r!}$ olarak hesaplanır.

(**Kısayol:** **n** 'den itibaren sayı **r** adım sırayla azaltılır. Elde edilen sayılar çarpılır. Çarpımın paydasına adım sayısının faktöriyeli yazılır.)

~ 90 ~

Soru: $\binom{8}{3} + \binom{7}{2} = ?$

~ 91 ~

Soru: $\frac{C(10, 3) - P(8, 2)}{P(7, 3) + C(6, 2)} = ?$

~ 94 ~

Özellikler: 1) $\binom{n}{r}$ ifadesinde $n, r \in \mathbb{N}$ ve $r \leq n$ olmalıdır.

2) $\binom{n}{0} = \binom{n}{n} = 1$

Örneğin; $\binom{4}{0} = 1$ ve $\binom{4}{4} = 1$ 'dir.

3) $\binom{n}{1} = \binom{n}{n-1} = n$

Örneğin; $\binom{5}{1} = 5$ ve $\binom{5}{4} = 5$ 'tir.

4) $\binom{n}{r} = \binom{n}{k}$ ise $r = k$ veya $r + k = n$ olmalıdır.

Örneğin; $\binom{5}{2} = \binom{5}{2}$ ve $\binom{5}{2} = \binom{5}{3}$ eşitlikleri sağlanır.

Bu yüzden, örneğin $\binom{13}{10}$ yerine $\binom{13}{3}$ ifadesini kullanabiliriz.

~ 97 ~

Soru: $\binom{9}{2} + \binom{8}{4} - \binom{10}{1} = ?$

~ 92 ~

Soru: $C(n + 1, 3) = 3 \cdot C(n, 2)$ ise $n = ?$

~ 95 ~

Soru: $\binom{12}{10} + \binom{15}{14} = ?$

~ 98 ~

Soru: $\binom{10}{3} : \binom{6}{4} = ?$

~ 93 ~

Soru: $12 \cdot C(n + 6, 4) = (2n + 20) \cdot C(n + 5, 3)$ ise $n = ?$

~ 96 ~

Soru: $2 \cdot \binom{n+1}{n} - 1 = 15$ ise $n = ?$

~ 99 ~

Soru: $\binom{8}{n+2} = \binom{8}{1+2n}$ ise $n = ?$ $\left(\binom{n}{r} = \binom{n}{k} \right)$ ise $r = k$ veya $r + k = n$ olmalıydı.)

~ 100 ~

Soru: $\binom{n+2}{n-3} = \binom{n+2}{2n-7}$ ise n sayılarının çarpımı ne olur ?

~ 101 ~

Soru: $\binom{33}{n+3} = \binom{33}{2n-6}$ ise $\binom{n}{10} = ?$

~ 102 ~

5) $\binom{n}{0} + \binom{n}{1} + \binom{n}{2} + \dots + \binom{n}{n-1} + \binom{n}{n} = 2^n$ olarak alınır.

Soru: $\binom{6}{0} + \binom{6}{1} + \binom{6}{2} + \dots + \binom{6}{5} + \binom{6}{6} + \binom{7}{2} = ?$

~ 103 ~

Soru: $\binom{9}{0} + \binom{9}{1} + \binom{9}{2} + \dots + \binom{9}{7} + \binom{9}{8} = ?$

(Grup tam düşünülür. Grupta olmayan terim sonuçtan çıkartılır.)

~ 104 ~

Soru: $\binom{10}{0} + \binom{10}{1} + \binom{10}{3} + \binom{10}{4} + \dots + \binom{10}{9} + \binom{10}{10} = ?$

~ 105 ~

Karışık Uygulamalar

Soru: $A = \{ 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 \}$ kümesinin;

A) 5 elemanlı alt küme sayısını bulunuz.

~ 106 ~

$A = \{ 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 \}$ kümesinin;

B) En az 7 elemanlı alt küme sayısını bulunuz.

~ 107 ~

$A = \{ 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 \}$ kümesinin;

C) En çok 3 elemanlı alt küme sayısını bulunuz.

~ 108 ~

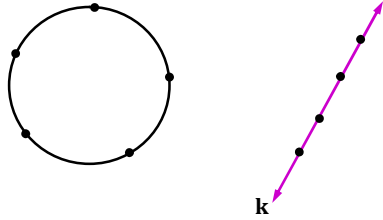
<p>A = { 1 , 2 , 3 , 4 , 5 , 6 , 7 , 8 } kümesinin; D) 4 elemanlı alt kümelerinin kaç tanesinde 5 yoktur ?</p>	<p>A = { 1 , 2 , 3 , 4 , 5 , 6 , 7 , 8 } kümesinin; G) 4 elemanlı alt kümelerinin kaç tanesinde 1 veya 8 vardır ?</p>	<p><u>Not :</u> Çözümlerde yeri geldiğinde toplama - çarpma ile sayma ve permütasyon yöntemlerini kullanabiliriz.</p> <p><u>Soru :</u> 10 kişilik bir gruptan 3 kişi ve bu 3 kişi içinden 1 başkan kaç farklı şekilde seçilebilir ?</p>
~ 109 ~	~ 112 ~	~ 115 ~
<p>A = { 1 , 2 , 3 , 4 , 5 , 6 , 7 , 8 } kümesinin; E) 4 elemanlı alt kümelerinin kaç tanesinde 7 vardır ?</p>	<p><u>Soru :</u> n elemanlı bir kümenin 4 elemanlı alt küme sayısı 6 elemanlı alt küme sayısına eşit ise kümenin 2 elemanlı alt küme sayısını bulunuz.</p>	<p><u>Soru :</u> 7 matematik, 5 fizikçi arasından 3 matematik ve 2 fizikçi kaç farklı şekilde seçilebilir ?</p>
~ 110 ~	~ 113 ~	~ 116 ~
<p>A = { 1 , 2 , 3 , 4 , 5 , 6 , 7 , 8 } kümesinin; F) 4 elemanlı alt kümelerinin kaç tanesinde 2 var ama 4 yoktur ?</p>	<p><u>Soru :</u> n elemanlı bir kümenin 2 elemanlı alt küme sayısı 28 ise bu kümenin 3 elemanlı alt küme sayısı kaçtır ?</p>	<p><u>Soru :</u> 9 kişilik gruptan seçilen 4 kişi kaç farklı şekilde yan yana dizilebilir ?</p>
~ 111 ~	~ 114 ~	~ 117 ~

<p><u>Soru:</u> 4 kimya ve 5 tarih kitabı arasından; 3 kimya ve 2 tarih kitabı seçilip, tarih kitapları <u>bir arada</u> olacak şekilde kaç farklı yan yana dizilebilir ?</p> <p>~ 118 ~</p>	<p><u>Soru:</u> 6 negatif ve 4 pozitif sayı arasından 3 sayı seçiliyor. Bu sayıların çarpımı negatif ise kaç farklı seçim yapılabilir ?</p> <p>~ 121 ~</p>	<p>10 soruluk bir sınavda öğrencinin 8 soruyu cevaplamaı istenmektedir. Öğrencinin;</p> <p>B) İlk 6 sorudan <u>en az</u> 5 'ini cevaplamaı şartı ile kaç farklı seçim yapılabilir ?</p> <p>~ 124 ~</p>
<p><u>Soru:</u> 6 doktor ve 5 hemşire arasından, grupta <u>en çok</u> 1 doktor olacak şekilde kaç farklı <u>üçlü</u> ekip oluşturulabilir ?</p> <p>~ 119 ~</p>	<p><u>Soru:</u> 8 diziden 3 'ü aynı saatte yayınlanmaktadır. 3 dizi izleyecek olan kişi kaç farklı seçim yapılabilir ?</p> <p>~ 122 ~</p>	<p><u>Soru:</u> 12 soruluk bir sınavda öğrencinin 8 soruyu cevaplamaı istenmektedir. Öğrenci ilk 4 sorudan <u>en çok</u> 1 'ini cevaplamaı şartı ile kaç farklı seçim yapılabilir ?</p> <p>~ 125 ~</p>
<p><u>Soru:</u> 4 matematik, 3 fizik ve 2 kimyacı arasından <u>4 kişilik</u> komisyon oluşturulacaktır. Komisyonda her branştan <u>en az</u> 1 kişinin bulunduğu kaç farklı seçim yapılabilir ?</p> <p>~ 120 ~</p>	<p><u>Soru:</u> 10 soruluk bir sınavda öğrencinin 8 soruyu cevaplamaı istenmektedir. Öğrencinin;</p> <p>A) İlk 3 soruyu cevaplamaı şartı ile kaç farklı seçim yapılabilir ?</p> <p>~ 123 ~</p>	<p><u>Soru:</u> 1 , 2 , 3 , 4 , 5 , 6 rakamları kullanılarak $x < y < z$ şartını sağlayan üç basamaklı kaç farklı xyz sayısı yazılabilir ?</p> <p>[Gruptan seçilebilecek herhangi üç sayı ile şartı sağlayan sayı yazılabilir.]</p> <p>~ 126 ~</p>

Soru: x , y , z birer rakam olmak üzere $x < y < z$ şartını sağlayan üç basamaklı kaç farklı xyz sayısı yazılabilir ?

~ 127 ~

Soru: Verilen noktalardan; **A)** Kaç doğru geçebilir ?



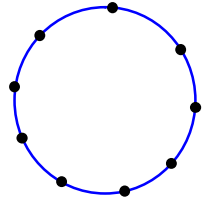
~ 130 ~

Soru: Verilen noktalar kullanılarak kaç üçgen oluşturulabilir ?



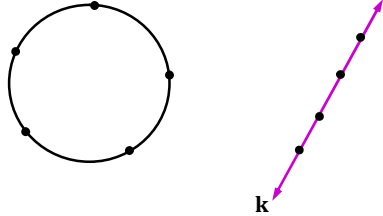
~ 133 ~

Soru: Bir çember üzerindeki 9 noktadan;
A) Kaç doğru geçebilir ?



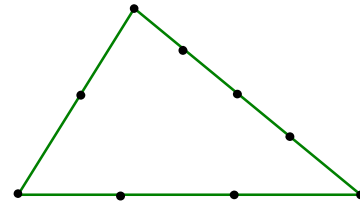
~ 128 ~

B) Kaç üçgen çizilebilir ?
(2.yol: Tüm durumdan, üçgen oluşturamayacak olan durum çıkartılır.)



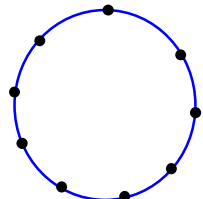
~ 131 ~

Soru: Şekildeki noktalar kullanılarak kaç farklı üçgen çizilebilir ?



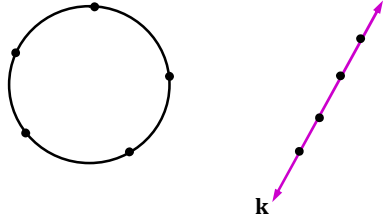
~ 134 ~

B) Kaç üçgen çizilebilir ?



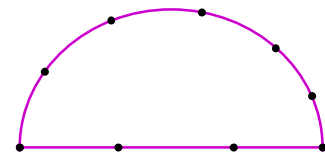
~ 129 ~

C) Kaç dörtgen çizilebilir ?



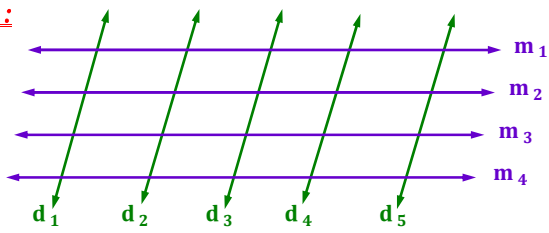
~ 132 ~

Soru: Verilen noktalar kullanılarak kaç doğru çizilebilir ?



~ 135 ~

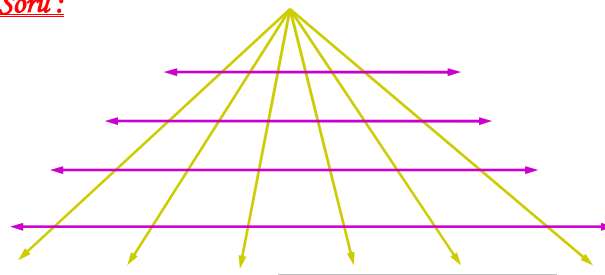
Soru :



$d_1 // d_2 // d_3 // d_4 // d_5$ ve $m_1 // m_2 // m_3 // m_4$ doğrularını kullanarak; **A)** Kaç dörtgen çizilebilir ?

~ 136 ~

Soru :



Şekilde kaç üçgen vardır ? **[Sayarak ta bulunabilir.]**

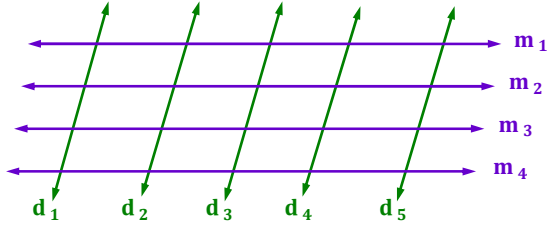
~ 139 ~

Soru : Aynı düzlemdeki birbirinden farklı olan 5 çemberin **en çok** kaç farklı noktada kesişebileceğini bulunuz. **[İki farklı çemberin en çok kaç noktada kesişebileceği şekiller üzerinde denenir. Nokta sayısı bulunursa çözüm $k \cdot \binom{n}{2}$ olarak bulunur.**

Nokta sayısı

Gruptan seçilen iki çember

~ 142 ~

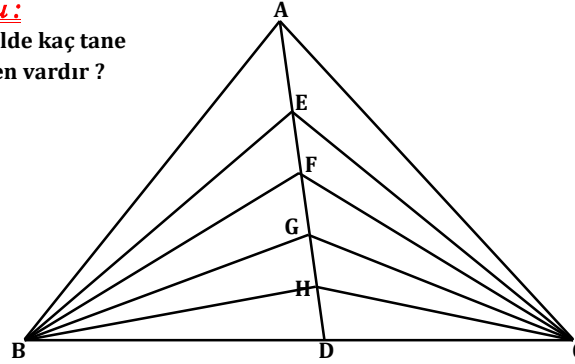


B) Bir köşesi d_4 üzerinde olan kaç dörtgen çizilebilir ?

~ 137 ~

Soru :

Şekilde kaç tane üçgen vardır ?

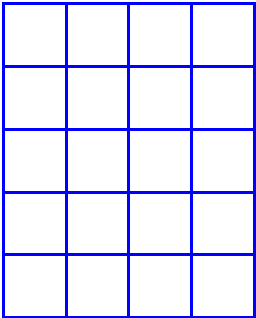


~ 140 ~

Soru : Aynı düzlemdeki birbirinden farklı olan 6 üçgenin **en çok** kaç farklı noktada kesişebileceğini bulunuz.

~ 143 ~

Soru : Kenar uzunlukları 1 br olan karelerin oluşturduğu şekilde, alanı 1 br²'den büyük olan kaç dikdörtgen vardır ?



~ 138 ~

[Bu bölümde işlenecek olan konuların, matematik müfredat programındaki yeri altta gösterilmiştir.]

Terimler ve Kavramlar: Pascal üçgeni, Binom açılımı

10. 1. 1. 5. Pascal üçgenini açıklar.

Pascal üçgeninin, aralarında Ömer Hayyam'ın da bulunduğu Hint, Çin, İslam medeniyetlerindeki matematikçi ve düşünürler tarafından Pascal'dan çok önceleri ele alındığı; bu çerçevede matematiksel bilginin oluşumunda farklı kültür ve bilim insanlarının rolü vurgulanır.

10. 1. 1. 6. Binom açılımını yapar.

A) Binom açılımı Pascal üçgeni ile ilişkilendirilir.

B) Sadece iki terimli ifadelerin açılımı ele alınır.

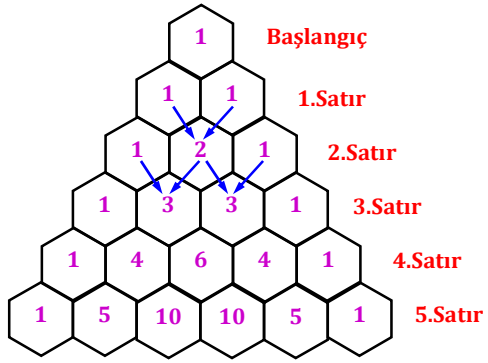
C) Binom formülü ile ilgili örnekler yapılır ancak

$(ax + by)^n$ açılımında $n \in \mathbb{N}$ ve $a, b \in \mathbb{Q}'$ şeklindeki örneklere yer verilmez.

~ 141 ~

~ 144 ~

Pascal Üçgeni



... olarak devam eder.

Üstteki şekil **Pascal üçgeni** olarak adlandırılır.

~ 145 ~

Soru: Pascal üçgenindeki 7.satırdaki ikinci eleman x ve satırın tüm sayılarının toplamı y ise $x + y = ?$

~ 148 ~

Soru: $(2x - 3/x)^4$ ifadesinin açılımını bulunuz.

~ 151 ~

Pascal üçgeni aşağıdaki özelliklere sahiptir:

1) Pascal üçgeninin tepesinde 1 sayısı bulunur.

2) Her satır bir önceki satırın eleman sayısından bir fazladır.

3) Her satır 1 ile başlar ve 1 ile biter. Aradaki sayılar ise bir üst satırda kendisine komşu olan iki sayının toplamıdır.

4) n . satırdaki elemanların toplamı 2^n üslü sayısı ile bulunur.

Her satır ile kombinasyon ilişkisi aşağıda belirtilmiştir.

$$1 = 2^0 = 1 = \binom{0}{0}$$

$$1 + 1 = 2^1 = 2 = \binom{1}{0} + \binom{1}{1}$$

$$1 + 2 + 1 = 2^2 = 4 = \binom{2}{0} + \binom{2}{1} + \binom{2}{2}$$

$$1 + 3 + 3 + 1 = 2^3 = 8 = \binom{3}{0} + \binom{3}{1} + \binom{3}{2} + \binom{3}{3}$$

$$1 + 4 + 6 + 4 + 1 = 2^4 = 16 = \binom{4}{0} + \binom{4}{1} + \binom{4}{2} + \binom{4}{3} + \binom{4}{4}$$

~ 146 ~

Binom Açılımı

Her $x, y \in \mathbb{R}$ ve her $n \in \mathbb{N}$ için;

$$(x + y)^n = \binom{n}{0} \cdot x^n \cdot y^0 + \binom{n}{1} \cdot x^{n-1} \cdot y^1 + \binom{n}{2} \cdot x^{n-2} \cdot y^2$$

$$+ \dots + \binom{n}{n-1} \cdot x^1 \cdot y^{n-1} + \binom{n}{n} \cdot x^0 \cdot y^n \text{ olarak açılır.}$$

Soru: $(x - 2y)^2$ ifadesinin açılımını bulunuz.

~ 149 ~

Kural 1: $(ax + by)^n$ açılımında;

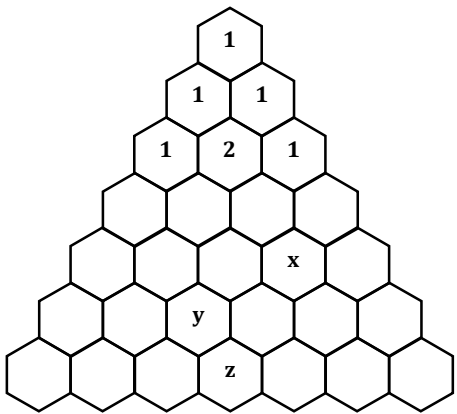
A) $n + 1$ tane terim vardır.

B) Açılımdaki her bir terimdeki x ve y değişkenlerinin üsleri toplamı n 'dir.

B) Katsayılar toplamı için x ve y yerine 1, sabit terim için ise x ve y yerine 0 yazılır.

~ 152 ~

Soru: Altta verilen Pascal üçgeninde $x + y + z = ?$



~ 147 ~

Soru: $(3x + y)^3$ ifadesinin açılımını bulunuz.

~ 150 ~

Soru: $(3x - y)^4$ açılımındaki terim sayısı ile açılımın katsayılar toplamının çarpımını bulunuz.

~ 153 ~

2.yol: $(3x - y)^4$ ifadesinin binom açılımından da istenenler bulunabilir.

Soru: $(3x + 5)^3$ açılımındaki sabit terim, katsayılar toplamından kaç eksiktir ?

Soru: $(x - 3y)^m$ açılımındaki bir terim $a \cdot x^{5-m} \cdot y^{m+2}$ ise açılımdaki katsayılar toplamını bulunuz.

~ 154 ~

~ 157 ~

~ 160 ~

Soru: $(x - 3y)^n$ açılımında 6 terim varsa açılımın katsayılar toplamını bulunuz.

Kural 2: A) $(ax + by)^n$ açılımındaki baştan $(r + 1)$. terim $\binom{n}{r} \cdot (ax)^{n-r} \cdot (by)^r$ olarak elde edilir.
B) $(ax + by)^n$ açılımındaki sondan $(r + 1)$. terim $\binom{n}{r} \cdot (ax)^r \cdot (by)^{n-r}$ olarak elde edilir.

~ 155 ~

~ 158 ~

~ 161 ~

Soru: $(2 - x)^5$ açılımındaki sabit terim ile katsayılar toplamını bulunuz.

Soru: $(2x + 5y)^{12}$ açılımındaki bir terim $a \cdot x^{2k+1} \cdot y^{k-4}$ ise k = ?

Soru: $(x + 3y)^5$ açılımındaki baştan 3. terimi bulunuz.

~ 156 ~

~ 159 ~

~ 162 ~

<p><u>Soru:</u> $(2x + 5)^4$ açılımındaki baştan 2. terimi bulunuz.</p> <p>~ 163 ~</p>	<p><u>Soru:</u> $(2m - 2)^5$ açılımındaki sondan 4. terimi bulunuz.</p> <p>~ 166 ~</p>	<p><u>Kural 2: C)</u> $(ax + by)^{2n}$ açılımındaki ortanca terim $\left(\begin{smallmatrix} 2n \\ n \end{smallmatrix} \right) . (ax)^n . (by)^n$ olarak elde edilir.</p> <p><u>Soru:</u> $(- 2x + 3)^6$ açılımındaki ortanca terimi bulunuz.</p> <p>~ 169 ~</p>
<p><u>Soru:</u> $(3x - 2y)^6$ açılımındaki baştan 4. terimi bulunuz.</p> <p>~ 164 ~</p>	<p><u>Soru:</u> $(x^2 + 2x)^6$ açılımındaki sondan 3. terimi bulunuz.</p> <p>~ 167 ~</p>	<p><u>Soru:</u> $(- 1 + 2 / x)^8$ açılımındaki ortanca terimi bulunuz.</p> <p>~ 170 ~</p>
<p><u>Soru:</u> $(2x + 1 / x)^7$ açılımındaki baştan 5. terimi bulunuz.</p> <p>~ 165 ~</p>	<p><u>Soru:</u> $(\sqrt{x} + \sqrt[4]{x})^{10}$ açılımındaki sondan 7. terimi bulunuz.</p> <p>~ 168 ~</p>	<p><u>Soru:</u> $(2x + x^2)^8$ açılımındaki ortanca terimi bulunuz.</p> <p>~ 171 ~</p>

Soru: $(\sqrt{x} + \sqrt[3]{x})^{12}$ açılımındaki ortanca terimi bulunuz.

~ 172 ~

Soru: $(x^2 + 2)^7$ açılımındaki bir terim $A \cdot x^8$ ise $A = ?$

Not: Baştan $(r + 1)$. terim $A \cdot x^8$ olsun. Üslü terimlerin eşitliğinden r bulunur ve r çözümde yerine yazılarak A sayısı elde edilir.

~ 173 ~

Soru: $(3 + 2x^3)^5$ açılımındaki bir terim $A \cdot x^6$ ise $A = ?$

~ 174 ~

Soru: $(3x + x^2)^6$ açılımındaki bir terim $A \cdot x^{10}$ ise $A = ?$

~ 175 ~

Soru: $(-x^2 + 2/x)^7$ açılımındaki x^8 'li terimin katsayısını bulunuz.

~ 176 ~

Soru: $(2x^3 - 1/x)^{11}$ açılımındaki bir terim $A \cdot x$ ise $A = ?$

~ 177 ~

Not: Sabit terim istendi diye x yerine 0 yazamayız. Çünkü parantezdeki 2. terim tanımsız oluyor. Çözüm yolunda istenen, baştan $(r + 1)$. terim $A \cdot x^0$ olarak alınır.

Soru: $(x + 1/x^2)^6$ açılımındaki sabit terimi bulunuz.

~ 178 ~

Soru: $(x + 3/x)^6$ açılımındaki sabit terimi bulunuz.

~ 179 ~

Soru: $(x^2 + 2/x^3)^{10}$ açılımındaki sabit terimi bulunuz.

~ 180 ~

(Bu bölümde işlenecek olan konuların, matematik müfredat programındaki yeri altta gösterilmiştir.)

10. 1. 2. Basit Olayların Olasılıkları

Terimler ve Kavramlar: Örnek uzay, olay, deney, çıktı, kesin olay, imkânsız olay, ayrık olay, ayrık olmayan olay, bir olayın tümleyeni, olasılık

Sembol ve Gösterimler: E , $P (A)$, $P (A')$, $P (A \cup B)$, $P (A \cap B)$

10. 1. 2. 1. Örnek uzay, deney, çıktı, bir olayın tümleyeni, kesin olay, imkânsız olay, ayrık olay ve ayrık olmayan olay kavramlarını açıklar.

A) Örnek uzay, deney, çıktı kavramları eş olası durumlardan yola çıkılarak eş olası olmayan durumlar için de örneklenir ve tanımlanır.

~ 181 ~

B) Ayrık olay ve ayrık olmayan olaylar üzerinde durulur.
C) El Kindî ve Laplace'ın çalışmalarına yer verilir.

10. 1. 2. 2. Basit olayların olasılıklarını hesaplar.

Bir olayın tümleyeni ile olasılık değeri ilişkilendirilir.

10. 1. 2. 3. Tümleyen, ayrık olay ve ayrık olmayan olay ile ilgili olasılıkları hesaplar.

Sadece sonlu ve ayrık kümeler üzerinde tanımlı olayların olasılıkları üzerinde durulur.

Basit Olayların Olasılıkları

Tekrarlanabilen, her seferinde farklı sonuçlar elde edilebilen aşamalara birer “ deney ” adı verilir. Deneylerde elde edilen sonuçların her birine de “ çıktı ” adı verilir.

Bir deneyin mümkün olan tüm çıktıların kümesine “ örnek uzay ” adı verilir ve E harfi ile gösterilir.

~ 182 ~

Örnek uzayın her bir alt kümesine “ olay ” adı verilir.

Bir A olayının dışında kalan, örnek uzayın diğer çıktıları içeren olaya da “ A olayın tümleyeni ” adı verilir ve A' ile gösterilir.



Madeni bir paranın atılması deneyinde örnek uzay

$E = \{ \text{Yazı} , \text{Tura} \}$ olur. Paranın üst yüzüne; yazı gelmesi olayı

$A = \{ \text{Yazı} \}$ ise yazı gelmemesi olayı $A' = \{ \text{Tura} \}$ olur.

$s (E) = 2$ olup, $s (A) = 1$ ve $s (A') = 1$ olduğundan

$s (A) + s (A') = s (E)$ olur.

~ 183 ~

Soru: İki madeni paranın atılma olayındaki örnek uzayları bulunuz.



~ 184 ~

Soru: Üç madeni paranın atılma olayındaki örnek uzayları bulunuz.



Not: n tane madeni paranın atılması olayında örnek uzayın 2^n tane elemanı vardır.

~ 185 ~

Soru: Bir zarın atılması olayındaki örnek uzayların elemanlarını bulunuz.



~ 186 ~

Soru: İki zarın atılması olayındaki örnek uzayların elemanlarını bulunuz.



Not: n tane zarın atılması olayında örnek uzayın 6^n tane elemanı vardır.

~ 187 ~

Soru: 4 hemşire, 2 doktor ve 3 hasta bakıcının olduğu gruptan;

A) İki kişinin seçilmesi olayına ait örnek uzayın eleman sayısı kaçtır ? (Kombinasyondan faydalanılır.)

~ 188 ~

4 hemşire, 2 doktor ve 3 hasta bakıcının olduğu gruptan;

B) Üç kişinin seçilmesi olayında her branştan bir kişinin olması olayına ait örnek uzayın eleman sayısı kaçtır ?

~ 189 ~

<p>4 hemşire, 2 doktor ve 3 hasta bakıcının olduğu gruptan;</p> <p>C) Seçilecek olan iki kişinin de <u>aynı branştan olması</u> olayına ait örnek uzayın eleman sayısı kaçtır ?</p> <p>~ 190 ~</p>	<p><u>Tanım :</u> Ortak elemanları olmayan olaylara “ ayrık olaylar ” denir.</p> <p>A ve B ayrık iki olay ise $A \cap B = \emptyset$ olur.</p> <p>İki olayın ortak elemanı varsa bu olaylara “ ayrık olmayan olaylar ” denir. A ve B ayrık olmayan iki olay ise $A \cap B \neq \emptyset$ olur.</p> <p><u>Soru :</u> Bir zarın atılması olayında zarın üst yüzüne; tek sayı gelmesi olayı A , asal sayı gelmesi olayı B ve iki ile bölünebilen bir sayı gelmesi olayı C ise olaylardan ayrık ile ayrık olmayan olayları inceleyiniz.</p> <p>~ 193 ~</p>	<p><u>Soru :</u> İki madeni paranın atılması olayında üst yüze gelenlerden <u>birinin yazı</u> gelme ihtimalini bulunuz.</p> <p>~ 196 ~</p>
<p><u>Soru :</u> 62663644 sayısının rakamları kullanılarak yazılabilecek sekiz basamaklı farklı <u>tek</u> sayıların oluşturduğu olaya ait örnek uzayın eleman sayısı kaçtır ? (<u>Tekrarlı permütasyondan faydalanılır.</u>)</p> <p>~ 191 ~</p>	<p><u>Kural :</u> A , E örnek uzayda bir olay olsun. A olayının gerçekleşme olasılığı $P (A)$ ile gösterilir.</p> $P (A) = \frac{\text{A olayının eleman sayısı}}{\text{Örnek uzayın eleman sayısı}} = \frac{s (A)}{s (E)}$ <p>oranı ile bulunur.</p> <p>Bir A olayının olma olasılık değeri [0 , 1] aralığında olmalıdır. Yani $0 \leq P (A) \leq 1$ olmalıdır.</p> <p>Olasılığı 0 olan olaya “ imkansız olay ” (Örneğin bir zarın atılması olayında üst yüze 7 sayısının gelmesi imkansızdır.) adı verilir.</p> <p>Olasılığı 1 olan olaya “ kesin olay ” (Örneğin bir zarın atılması olayında üst yüze bir rakamın gelmesi kesin bir olaydır.) adı verilir.</p> <p>~ 194 ~</p>	<p><u>Soru :</u> Üç madeni paranın atılması olayında üst yüze; A) Gelenlerden <u>birinin tura</u> gelmesi olasılığı kaçtır ?</p> <p>~ 197 ~</p>
<p><u>Tanım :</u> Aynı örnek uzaydaki bir olaya ait olası durumların sayısı başka bir olaya ait olası durumların sayısına eşit ise bu olaylara “ eş olası olaylar ”, eşit değil ise “ eş olası olmayan olaylar ” denir.</p> <p><u>Soru :</u> Bir zarın atılması olayında zarın üst yüzüne; çift gelmesi olayı A , asal sayı gelmesi olayı B ve üçe bölünebilen bir sayı gelmesi olayı C ise olaylardan eş olası durumda olan ve eş olası durumda olmayan olayları yazınız.</p> <p>~ 192 ~</p>	<p><u>Soru :</u> $P (K) = 2$, $P (L) = \frac{3}{7}$, $P (M) = - 1$, $P (N) = \frac{5}{3}$</p> <p>$P (R) = \frac{4}{9} + \frac{1}{5}$ ile $P (S) = 1 \frac{2}{3}$ sonuçlarından hangisi ya da hangileri olasılık değeri olarak alınabilir ?</p> <p>~ 195 ~</p>	<p>Üç madeni paranın atılması olayında üst yüze; B) Gelenlerden <u>en az ikisinin</u> yazı gelmesi olasılığı kaçtır ?</p> <p>~ 198 ~</p>

<p><u>Soru :</u> Dört madeni paranın atılması olayında; üst yüze gelenlerden <u>ikisinin tura, ikisinin de yazı</u> gelmesi olasılığı kaçtır ?</p> <p>~ 199 ~</p>	<p>İki zar havaya atılıyor. Üst yüze gelen sayıların; C) <u>İkisinin de asal</u> sayı olması olasılığı kaçtır ?</p> <p>~ 202 ~</p>	<p>İki zar havaya atılıyor. Üst yüze gelen sayıların; F) <u>Birinin, diğerinin tam katı</u> olma olasılığı kaçtır ?</p> <p>~ 205 ~</p>
<p><u>Soru :</u> İki zar havaya atılıyor. Üst yüze gelen sayıların; A) <u>İkisinin de aynı</u> olma ihtimali kaçtır ?</p> <p>~ 200 ~</p>	<p>İki zar havaya atılıyor. Üst yüze gelen sayıların; D) <u>Birinin diğerinden 1 fazla</u> olma olasılığı kaçtır ?</p> <p>~ 203 ~</p>	<p><u>Soru :</u> Herkesin İngilizce veya Almanca bildiği 48 kişilik kafilede; 32 kişi İngilizce, 21 kişi de Almanca bilmektedir. Bu kafileden seçilen birinin her iki dili de bilme olasılığı kaçtır ? (KÜME ÇÖZÜMÜNDEN YARARLANILIR.)</p> <p>~ 206 ~</p>
<p>İki zar havaya atılıyor. Üst yüze gelen sayıların; B) <u>İkisinin de farklı</u> olması olasılığı kaçtır ?</p> <p>~ 201 ~</p>	<p>İki zar havaya atılıyor. Üst yüze gelen sayıların; E) <u>Toplamının en az 10</u> olması olasılığı kaçtır ?</p> <p>~ 204 ~</p>	<p><u>Soru :</u> 4 siyah, x beyaz ve y mavi topun bulunduğu bir kutudan rengine bakılmaksızın alınan bir topun; beyaz gelme olasılığı $\frac{3}{10}$, mavi gelme olasılığı ise $\frac{1}{2}$ 'dir. Buna göre bu kutuda toplam kaç top bulunmaktadır ?</p> <p>~ 207 ~</p>

Soru: Farklı 4 tarih ve 3 coğrafya kitabı bir rafa yan yana diziliyor. 4 tarih kitabının bir arada olma olasılığı kaçtır ? (**Permütasyon**dan yararlanılır.)

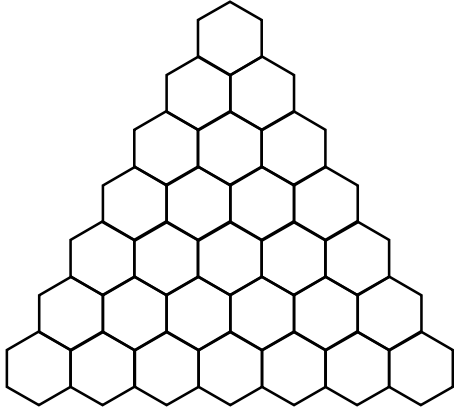
Bir torbada 4 kırmızı, 3 beyaz ve 2 siyah top vardır. Bu torbadan rengine bakılmaksızın çekilen üç topun; **C) Her birinin farklı** renkte olma olasılığı kaçtır ?

~ 208 ~

~ 211 ~

~ 214 ~

Soru: Pascal üçgeninde bulunan 6. satırdaki elemanlardan seçilen birinin 10 sayısından büyük olma olasılığı kaçtır ?



~ 209 ~

Soru: Bir torbada 4 kırmızı, 3 beyaz ve 2 siyah top vardır. Bu torbadan rengine bakılmaksızın çekilen üç topun; **A) İkisinin beyaz, birinin kırmızı** olma olasılığı kaçtır ? (**Kombinasyon**dan faydalanılır.)

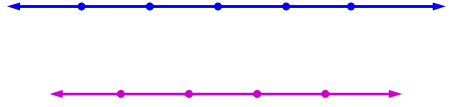
Soru: 5 pozitif, 4 negatif sayının yazıldığı ayrı kağıtlar içinden sayılara bakmadan üç sayı seçiliyor. Seçilen sayıların çarpımının negatif olma ihtimali kaçtır ?

~ 212 ~

~ 215 ~

Soru: 1 , 2 , 3 , 4 , 5 , 6 , 7 rakamları kullanılarak yazılabilecek üç basamaklı rakamları farklı tüm sayılar içinden alınan bir sayının 5 ile bölünebilme olasılığı kaçtır ? (**Sayma kurallarından** yararlanılır.)

Bir torbada 4 kırmızı, 3 beyaz ve 2 siyah top vardır. Bu torbadan rengine bakılmaksızın çekilen üç topun; **B) İkisinin kırmızı** olma olasılığı kaçtır ?

Soru: 
Noktalardan oluşturulacak olan çokgenin üçgen olma olasılığı kaçtır ?

~ 210 ~

~ 213 ~

~ 216 ~

<p>~ 217 ~</p>	<p><u>Soru:</u> A olayının olma olasılığı, A' olayının olma olasılığının 5 katı ise $P(A) - P(A') = ?$</p> <p>~ 220 ~</p>	<p><u>Soru:</u> $\left. \begin{aligned} P(A) + P(B') &= \frac{5}{7} \\ P(A') + P(B') &= \frac{8}{7} \end{aligned} \right\} \text{ ise } P(B) = ?$</p> <p>~ 223 ~</p>
<p><u>Kural:</u> Kümeler konusundan hatırlarsak $A \cup A' = E$ ve $s(A) + s(A') = s(E)$ idi. Dolayısıyla, $P(A) + P(A') = P(E)$ ise $P(A) + P(A') = 1$ olmalıdır.</p> <p><u>Soru:</u> $P(A) = \frac{3}{8}$ ise $P(A) \cdot P(A') = ?$</p> <p>~ 218 ~</p>	<p><u>Soru:</u> $P(A) + 3 \cdot P(A') = \frac{11}{5}$ ise $P(A) = ?$</p> <p>(<u>1.vol:</u> Kurala benzer hale getirmek için düzenleme yapılır. <u>2.vol:</u> Kural verilen denklemin altına yazılır ve taraf tarafa yok etme metodu kullanılır.)</p> <p>~ 221 ~</p>	<p><u>Soru:</u> Bir atıcının yaptığı tüm atışlar ölçülmüş ve bir hedefi vurma olasılığı $\frac{7}{20}$ olarak belirlenmiştir. Buna göre atıcının bir atış yaptığında bu hedefi <u>vuramama</u> olasılığı;</p> <p>A) Kaçtır ? B) Yüzde kaçtır ?</p> <p>~ 224 ~</p>
<p><u>Soru:</u> $P(A) = \frac{7}{13}$ ise $2 \cdot P(A) - P(A') = ?$</p> <p>~ 219 ~</p>	<p><u>Soru:</u> $P(A) - 2 \cdot P(A') = -\frac{4}{5}$ ise $P(A') = ?$</p> <p>~ 222 ~</p>	<p><u>Soru:</u> Bir kutuda bulunan 4 yeşil ve 3 mavi top arasından rengine bakılmaksızın <u>iki</u> top çekiliyor. Çekilen toplardan <u>en az birinin</u> yeşil olma ihtimali kaçtır ? (<u>Kombinasyondan da yapılır. Ya da 1 - Sağlamayan Seçim sonucu bize istenileni verir.</u>)</p> <p>~ 225 ~</p>

Kural: A) A ve B, E örnek uzayda **iki ayrık olmayan** olay olsun.
P (A ∪ B) = P (A) + P (B) - P (A ∩ B) olarak alınır.

↓
Veya

↓
Ve

Soru: A ve B, E örnek uzayda **ayrık olmayan** iki olay olsun.
 $P (A) = \frac{3}{5}$, $P (B) = \frac{2}{15}$ ve $P (A \cap B) = \frac{4}{25}$ ise
 $P (A \cup B) = ?$

~ 226 ~

$P (A \cap B) = \frac{1}{2}$, $P (A) = \frac{5}{8}$, $P (B) = \frac{1}{8}$
B) $P (A \cap B') = ?$ ($A \cap B' = A - B$ idi.)

~ 229 ~

Soru: A ve B **ayrık olaylardır**. $P (A' \cap B') = \frac{2}{7}$ ve
 $P (A) = \frac{1}{5}$ ise $P (B) = ?$ ($A' \cap B' = (A \cup B)'$ idi.)

~ 232 ~

Soru: A ve B, E örnek uzayda **ayrık olmayan** iki olay olsun.
 $P (A) = \frac{1}{9}$, $P (B) = \frac{5}{6}$ ve $P (A \cup B) = \frac{25}{36}$ ise
 $P (A \cap B) = ?$

~ 227 ~

Soru: Bir grupta 12 kadın ve 18 erkek vardır. Kadınların 3 'ü, erkeklerin ise 5 'i gözlüklüdür. Gruptan seçilen bir kişinin **erkek veya gözlüklü** olma ihtimali kaçtır ?

~ 230 ~

Soru: Bir kutuda bulunan 5 beyaz, 4 sarı ve 6 mor bilye arasından rengine bakılmaksızın çekilen bir topun **sarı veya mor** olma ihtimali kaçtır ?

~ 233 ~

Soru: A ve B, E örnek uzayda **iki ayrık olmayan** olay olsun.
 $P (A \cap B) = \frac{1}{2}$, $P (A) = \frac{5}{8}$, $P (B) = \frac{1}{8}$ ise;
A) $P (A \cup B) = ?$

~ 228 ~

Kural: B) A ve B **iki ayrık olay ise** $A \cap B = \emptyset$ **idi**.
P (A ∩ B) = 0 olur. Dolayısıyla,
 $P (A \cup B) = P (A) + P (B) - \underbrace{P (A \cap B)}_0$
P (A ∪ B) = P (A) + P (B) olarak alınır.
Soru: A ve B **iki ayrık olaydır**. $P (A \cup B) = \frac{19}{24}$ ve
 $P (A) = \frac{5}{18}$ ise $P (B) = ?$

~ 231 ~

~ 234 ~

Kural: C) A ve B ayrık olayları, E örnek uzayın alt kümeleridir. $A \cup B = E$ olduğundan $P(A \cup B) = P(E)$ olur. Dolayısıyla $P(A) + P(B) = 1$ olarak alınır.

Aynı şekilde A, B ve C ikişer ikişer ayrık olayları, E örnek uzayın alt kümeleri ise $P(A) + P(B) + P(C) = 1$ olarak alınır.

Soru: A, B ve C ikişer ikişer ayrık olayları, E örnek uzayın alt kümeleridir. $P(A) = \frac{5}{12}$ ve $P(B) = \frac{1}{2}$ ise $P(C) = ?$

~ 235 ~

Soru: A ve B ayrık olayları, E örnek uzayın alt kümeleridir. A'nın olma olasılığı B'nin olma olasılığının $\frac{5}{9}$ fazlasıdır. Buna göre B olayının olma olasılığı kaçtır ?

~ 238 ~

Soru: Bir deney için A, B ve C üç ayrık olay tanımlanıyor. $P(A \cup B) = \frac{2}{3}$, $P(B \cup C) = \frac{5}{6}$ ise $P(A) = ?$

~ 236 ~

Soru: Bir deney için üç ayrık A, B, C olayı vardır. A'nın olma olasılığı B'nin olma olasılığının 2 katı, C'nin olma olasılığı A'nın olma olasılığının üçte biridir. Buna göre B olayının olma olasılığı kaçtır ?

~ 239 ~

(Bu bölümde işlenecek olan konuların, matematik müfredat programındaki yeri altta gösterilmiştir.)

10. 2. FONKSİYONLAR

10. 2. 1. Fonksiyon Kavramı ve Gösterimi

Terimler ve Kavramlar: Fonksiyon, tanım kümesi, değer kümesi, görüntü kümesi

Sembol ve Gösterimler: $f : A \rightarrow B$, $f(A)$, $y = f(x)$

10. 2. 1. 1. Fonksiyonlarla ilgili problemler çözer.

A) Fonksiyon kavramı açıklanır.

B) Sadece gerçekte sayılar üzerinde tanımlanmış fonksiyonlar ele alınır.

~ 237 ~

2. ÜNİTE : FONKSİYONLAR

Fonksiyon Kavramı ve Gösterimi

A ve B boş olmayan iki küme olsun. A'nın her bir elemanı B'nin **yalnız bir** elemanına eşleyen f ilişkisine, A'dan B'ye bir "fonksiyon" adı verilir.

$f : A \rightarrow B$ veya $A \xrightarrow{f} B$ olarak gösterilir.

A : Tanım kümesi

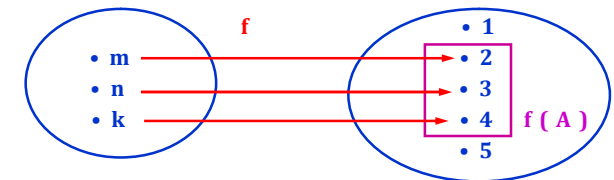
B : Değer kümesi olarak adlandırılır.

A kümesinin f fonksiyonu sonucundaki görüntüsü $f(A)$ kümesi olarak belirtilir. $f(A)$ 'ya "görüntü kümesi" adı verilir.

~ 241 ~

Örneğin; A (Tanım Kümesi)

B (Değer Kümesi)



$f(m) = 2$, $f(n) = 3$, $f(k) = 4$ olarak ifade alınır. f fonksiyonu sıralı ikililer kullanılarak $f = \{ (m, 2), (n, 3), (k, 4) \}$ biçiminde de gösterilir.

$A = \{ m, n, k \}$ olup $f(A) = \{ 2, 3, 4 \}$ olarak alınır.

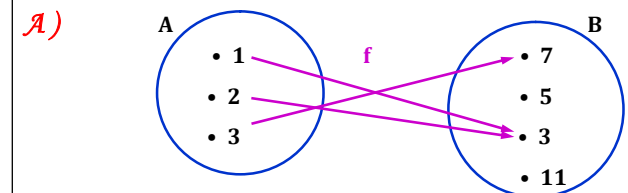
~ 242 ~

Not: (Fonksiyon Olma Şartı)

1) Tanım kümesinde **açıkta eleman kalmamalıdır**. Değer kümesinde açıkta eleman kalabilir.

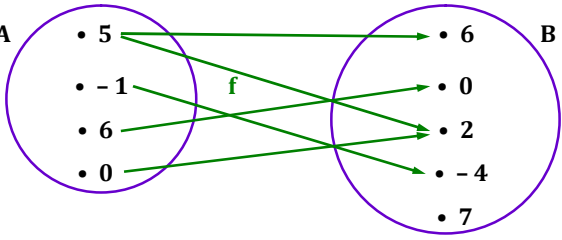
2) Tanım kümesinde **her elemanın yalnız bir görüntüsü vardır**. Tanım kümesindeki farklı elemanların görüntüsü aynı olabilir.

Soru: Verilen f ifadelerinin fonksiyon olup olmadığını kontrol ediniz.



~ 243 ~

~ 240 ~

<p>B) </p> <p>C) $A = \{ 2, 4, 6, 8 \}$ ve $B = \{ 5, 9, 17, 20 \}$ olup $f = \{ (2, 5), (4, 9), (8, 17) \}$</p> <p style="text-align: right;">~ 244 ~</p>	<p>Soru: $f : A \longrightarrow B$ olsun. $A = \{ -1, 0, 1, 3 \}$ ve $B = \{ 2, 3, 6, 11, 18 \}$ veriliyor. $x \in A$ olup, $f(x) = x^2 + 2$ ise f fonksiyon mudur ?</p> <p style="text-align: right;">~ 247 ~</p>	<p>Soru: $f : \mathbb{Z} \longrightarrow \mathbb{Q}$ (Rasyonel Sayılar) veriliyor. $x \in \mathbb{Z}$ olup, $f(x) = \frac{5}{x-2}$ ise f fonksiyon mudur ?</p> <p style="text-align: right;">~ 250 ~</p>
<p>Soru: $f : A \longrightarrow B$ olsun. $A = \{ -2, 0, 3 \}$ ve $B = \{ -3, 0, 1, 5 \}$ veriliyor. $x \in A$ olup, $f(x) = 2x + 1$ ise f fonksiyon mudur ? (A 'daki elemanlara karşılık gelen sayılar bulunur. Şemasız da fonksiyon şartı kontrol edilebilir.)</p> <p style="text-align: right;">~ 245 ~</p>	<p>Soru: $f : \mathbb{Z}$ (Tam Sayılar) $\longrightarrow \mathbb{N}$ (Doğal sayılar) veriliyor. $x \in \mathbb{Z}$ olup, $f(x) = x + 3$ ise f fonksiyon mudur ?</p> <p>(Şema ile eşleme yapılarak gösterim yapılabilir. Bunun yerine tanım kümesindeki bir sayının bile karşılığının olmaması fonksiyon olma şartı için yeterlidir.)</p> <p style="text-align: right;">~ 248 ~</p>	<p>Soru: $f : \mathbb{N} \longrightarrow \mathbb{R}$ veriliyor. $x \in \mathbb{Z}$ olup, $f(x) = \sqrt{3x - 1}$ ise f fonksiyon mudur ?</p> <p style="text-align: right;">~ 251 ~</p>
<p>Soru: $f : A \longrightarrow B$ olsun. $A = \{ -3, 1, 4, 6 \}$ ve $B = \{ -1, 1, 4, 6, 8 \}$ veriliyor. $x \in A$ olup, $f(x) = 5 - x$ ise f fonksiyon mudur ?</p> <p style="text-align: right;">~ 246 ~</p>	<p>Soru: $f : \mathbb{N} \longrightarrow \mathbb{N}$ veriliyor. $x \in \mathbb{N}$ olup, $f(x) = x - 5$ ise f fonksiyon mudur ?</p> <p style="text-align: right;">~ 249 ~</p>	<p>Not: A kümesinin f fonksiyonu sonucundaki görüntüsü $f(A)$ kümesi olarak belirtilir. $f(A) = \{ f(x) : x \in A \}$ olarak yazılır. x değerleri f fonksiyonunda x görülen yere yazılır. Bulunan sonuçlar $f(A)$ kümesini oluşturur.</p> <p>Soru: $f : A \longrightarrow \mathbb{R}$ fonksiyonu veriliyor. $A = \{ -2, 1, 3 \}$ ve $f(x) = 4 - 3x$ veriliyor. $x \in A$ için $f(A) = ?$</p> <p style="text-align: right;">~ 252 ~</p>

<p><u>Soru:</u> $f : A \longrightarrow \mathbb{R}$ fonksiyonu veriliyor. $A = \{ -1 , 0 , 2 , 4 \}$ ve $f (x) = x^2 - 2x$ veriliyor. $x \in A$ için $f (A)$ kümesinin elemanlarının toplamını bulunuz.</p> <p>~ 253 ~</p>	<p><u>Soru:</u> $f : A = [-9 , 6) \longrightarrow \mathbb{R}$ fonksiyonu veriliyor. $x \in A$ ve $f (x) = \frac{-3x + 8}{5}$ ise $f (A)$ kümesinin çözüm aralığı ne olacaktır ?</p> <p>~ 256 ~</p>	<p><u>Soru:</u> $f : A \longrightarrow \mathbb{R}$ fonksiyonu veriliyor. $f (x) = \frac{x - 2}{4}$ ve $f (A) = \{ -3 , 1 , 7 \}$ veriliyor. $x \in A$ için A kümesinin elemanlarının çarpımını bulunuz.</p> <p>~ 259 ~</p>
<p><u>Soru:</u> $f : A \longrightarrow \mathbb{R}$ fonksiyonu veriliyor. $A = \{ -11 , 7 , 25 \}$ ve $f (x) = \frac{2x - 5}{3}$ veriliyor. $x \in A$ için $f (A)$ kümesindeki elemanların çarpımını bulunuz.</p> <p>~ 254 ~</p>	<p><u>Soru:</u> $f : A \longrightarrow \mathbb{R}$ fonksiyonu veriliyor. $f (x) = 2x - 1$ ve $f (A) = \{ -5 , 1 , 11 \}$ veriliyor. $x \in A$ için A kümesinin elemanlarını bulunuz. [Not: $f (A)$ kümesinin elemanları sırası ile $f (x)$ fonksiyonuna eşitlenir ve x değerleri bulunur.]</p> <p>~ 257 ~</p>	<p><u>Soru:</u> $f : A \longrightarrow f (A) = [-2 , 8]$ fonksiyonu veriliyor. $x \in A$ ve $f (x) = 2x - 8$ ise A kümesinin çözüm aralığı ne olacaktır ?</p> <p>~ 260 ~</p>
<p><u>Soru:</u> $f : A = [-3 , 5] \longrightarrow \mathbb{R}$ fonksiyonu veriliyor. $x \in A$ ve $f (x) = -5 + 3x$ ise $f (A)$ kümesinin çözüm aralığı ne olacaktır ? [Not: A 'nın sınır değerleri sırası ile x yerine yazılır. Sonuçlar $f (A)$ kümesinin sınırlarını verir.]</p> <p>~ 255 ~</p>	<p><u>Soru:</u> $f : A \longrightarrow \mathbb{R}$ fonksiyonu veriliyor. $f (x) = 3 - x$ ve $f (A) = \{ -2 , 0 , 2 , 5 \}$ veriliyor. $x \in A$ için A kümesinin elemanlarının toplamını bulunuz.</p> <p>~ 258 ~</p>	<p><u>Soru:</u> $f : A \longrightarrow f (A) = [-1 , 3]$ fonksiyonu veriliyor. $f (x) = \frac{4 - x}{5}$ ve $x \in A$ için A kümesinin çözüm aralığı ne olacaktır ?</p> <p>~ 261 ~</p>

Karışık Uygulamalar

Soru: $f(x) = 3x - 7$ ise $f(5) - f(-1) + f(0) = ?$
(x yerine verilen sayılar konulur.)

~ 262 ~

Soru: $f(x) = 5 - 2x$ ise $f\left(\frac{1}{2}\right) + f\left(\frac{-3}{4}\right) = ?$

~ 265 ~

Soru: $f(x) = 6 + 5k - kx$ ve $f(2) = 18$ ise $f(5) = ?$

~ 268 ~

Soru: $f(x) = 4 - x + x^2$ ise
 $f(2) + f(-3) + 2.f(0) = ?$

~ 263 ~

Soru: $f(x) = 4mx - m + 2$ fonksiyonu için $f(2) = 37$ ise
 $m = ?$

~ 266 ~

Soru: $f(x) = 2x^2 - x$ ve $h(x) = k - 3x$ veriliyor.
 $5.f(-2) + 3.h(2) = 11$ ise $k = ?$

~ 269 ~

Soru: $f(x) = x^4 - x^2$ ise $f(-2) + f(\sqrt{3}) = ?$

~ 264 ~

Soru: $f(x) = x^2 + kx - 11$ ve $f(-3) = -23$ ise $k = ?$

~ 267 ~

Soru: $f(x) = 10 - 4x$ ise $f(2x - 5) = ?$

(x görülen yere fonksiyonda istenen yazılır ve sonuç bulunur.)

~ 270 ~

Soru: $f(x) = 5x - 15$ ise $f(6 - 2x) = ?$

Soru: $f(x) = x^2 - x$ ise $f(x + 4) = ?$

Soru: $f(5 + 2x) = 11 - 4x$ ise $f(-1) = ?$

~ 271 ~

~ 274 ~

~ 277 ~

Soru: $f(x) = 2x + 1$ ise $f(x - 1) + f(x + 2) = ?$

Soru: $f(x) = x^2 + 3x - 1$ ise $f(2x - 5) = ?$

Soru: $f\left(\frac{6 + 2x}{3}\right) = x^2 + 4x$ ise $f(8) = ?$

~ 272 ~

~ 275 ~

~ 278 ~

Soru: $f(x) = 5 + 3x$ ise $f(x + 3) - f(x - 1) = ?$

Soru: $f(3x - 1) = 7x + 2$ ise $f(14) = ?$
(Parantezin içerisindeki sağlayan x değeri bulunur ve eşitliğin karşısında yazılır.)

Soru: $f\left(\frac{4x - 2}{5}\right) = 8x + 1$ ise $f(3) = ?$

~ 273 ~

~ 276 ~

~ 279 ~

Soru: $f(x + 1) = x \cdot f(x)$ veriliyor. $f(2) = 5$ ise $f(5) = ?$
[İsteneni tek seferde bulmak mümkün değildir. x'e sıra ile değer-
ler verilir ve istenen bulunur.]

~ 280 ~

Soru: $f(x + 3) = f(x + 2) + 4x$ veriliyor. $f(3) = 6$ ise $f(6) = ?$

~ 281 ~

Soru: $f(x + y) = f(x) \cdot f(y)$ veriliyor. $f(4) = 10$ ise $f(16) = ?$

~ 282 ~

Soru: $f(x + 1) = f(x) \cdot x$ veriliyor. $f(1) = 4$ ise $f(50) = ?$ [İlk terimden son terime kadar tek tek sonuçları bul-
mak işi uzatır. Gidişata göre çözüm üretilir.]

~ 283 ~

Soru: $f(x) - 2 \cdot f(-x) = 3x + 4$ ise $f(1) = ?$
[x'e 1 ve -1 değerlerini ver ve iki denkleme taraf tarafa çöz.]

~ 284 ~

Soru: $f(x) + 4 \cdot f(-x) = 5 + 3x$ ise $f(-2) = ?$

~ 285 ~

Soru: $f(x) = 3x + 2$ ise $f(2x + 1)$ fonksiyonunun $f(x)$ cinsinden sonucunu bulunuz.
[$f(x)$ fonksiyonundan x yalnız bırakılır. $f(2x + 1)$ fonksiyo-
nu bulunur ve x yerine ilk bulduğumuz ifade yazılır.]

~ 286 ~

Soru: $f(x) = 4x - 3$ ise $f(12x - 5)$ fonksiyonunun $f(x)$ cinsinden sonucunu bulunuz.

~ 287 ~

Soru: $f(x) = 3^{x+2} - 1$ ise $f(x + 2)$ fonksiyonunun $f(x)$ cinsinden sonucunu bulunuz. [$f(x)$ fonksiyonda 3^x bulunur.
Ardından $f(x + 2)$ sonucu bulunur ve işlemde 3^x yerine ilk elde ettiğimiz değer yazılır.]

~ 288 ~

Soru: $f(x^2 + x) = 2x^2 + 2x - 7$ ise $f(5) = ?$
(İçeriye sağlayan sayıyı bulmak mümkün olmayabilir. Bunun yeri-
ne iç kısım ile sonucun benzerliğini görmek gerekir.)

~ 289 ~

Soru: $f(x^2 - 5x + 2) = -3x^2 + 15x + 6$ ise $f(5) = ?$

~ 292 ~

~ 295 ~

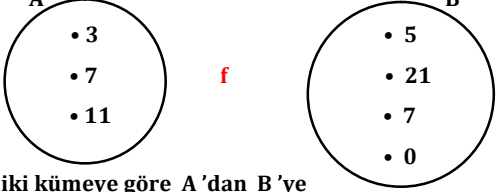
Soru: $f(x) = 2^{x-1} + 3$ ise $f(x+4)$ fonksiyonunun $f(x)$ cinsinden sonucunu bulunuz.

~ 290 ~

Soru: $f(3x^2 - 2x) = -9x^2 + 6x + 1$ ise $f(10) = ?$

~ 293 ~

Soru: A B



Verilen iki kümeye göre A'dan B'ye tanımlı kaç fonksiyon tanımlanabilir ? (Fonksiyon şartını düşünerek kaç eşleme yapılabileceği bulunur. Sayma kuralındaki çözüm yöntemi kullanılır.)

Not: A ve B boş kümeden farklı birer küme olmak üzere, $s(A) = m$ ve $s(B) = n$ ise A kümesinden B kümesine tanımlı fonksiyon sayısı n^m 'dir.

~ 296 ~

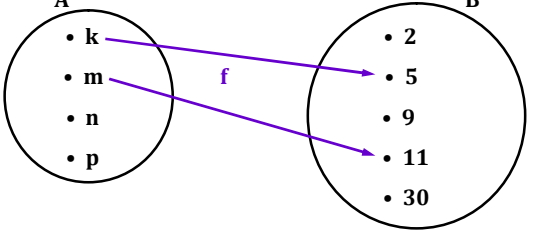
Soru: $f(x) = 3^{x-1}$ ise $f(2x)$ fonksiyonunun $f(x)$ cinsinden sonucunu bulunuz.

~ 291 ~

Soru: $f(x^2 + 3x - 1) = 4x^2 + 12x + 3$ ise $f(2) = ?$

~ 294 ~

Soru: A B



Verilen iki kümeye göre A'dan B'ye tanımlı;
A) Kaç fonksiyon tanımlanabilir ?

B) Her eleman farklı bir eleman ile eşleşmek üzere kaç farklı fonksiyon tanımlanabilir ?

~ 297 ~

Soru: Sabit ücretin 8 ₺ olduğu cep tarifesinde dakika ücreti 0,125 ₺'dir. **A)** Dakika hesabına göre konuşma sonucu ödenecek olan faturayı belirten fonksiyonu oluşturunuz. **[Verilenlere göre bilinmeyenin x olduğu bir fonksiyon bulunur.]**



B) Bu tarifiede ayda 200 dk konuşan biri ay sonunda kaç ₺ fatura öder ?

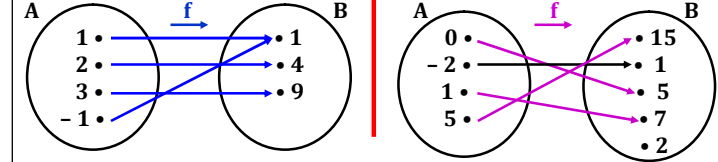
~ 298 ~

Soru: Araç kiralama şirketinde bir araç için 1. gün kira bedeli 100 ₺, sonraki günler ise kira bedeli 85 ₺'dir. Bir süre kiralanan araç için ödenecek olan miktarı belirten fonksiyonu oluşturunuz.



~ 301 ~

Soru: Aşağıdaki fonksiyonların bire bir, örten, içine durumunu inceleyiniz.



~ 304 ~

Soru: 7500 m³ su alan ve tam dolu olan bir depoda boşaltım vanası dakikada 0,25 m³ su boşaltmaktadır. **A)** Bir süre açılacak olan vana sonucunda depoda kalan su miktarını belirten fonksiyonu oluşturunuz.



~ 299 ~

[Bu bölümde işlenecek olan konuların, matematik müfredat programındaki yeri altta gösterilmiştir.]

Terimler ve Kavramlar: İçine fonksiyon, örten fonksiyon, bire bir fonksiyon, eşit fonksiyon, birim fonksiyon, doğrusal fonksiyon,

Sembol ve Gösterimler: $f + g$, $f - g$, $f \cdot g$, f / g

10.2.1.1. Fonksiyonlarla ilgili problemler çözer.

C) İçine fonksiyon, örten fonksiyon, bire bir fonksiyon, eşit fonksiyon, birim (özdeşlik) fonksiyon, sabit fonksiyon, doğrusal fonksiyon açıklanır.

D) İki fonksiyonun eşitliği örneklerle açıklanır.

~ 302 ~

Soru: $f : A = \{ -3, 1, 4 \} \rightarrow B = \{ -3, 3, 11 \}$ veriliyor. $f(x) = -2x + 5$ fonksiyonu bire bir, örten, içine midir? **[İki küme şema ile gösterilerek, eşleştirmeden de durumlar incelenebilir.]**

~ 305 ~

7500 m³ su alan ve tam dolu olan bir depoda boşaltım vanası dakikada 0,25 m³ su boşaltmaktadır.

B) Depo kaç dakikada boşalır ?

~ 300 ~

Bire Bir (1-1), Örten – İçine Fonksiyon

$f : A \rightarrow B$ fonksiyonu verilsin. **A'nın her bir elemanı B'nin farklı bir elemanı ile eşleşiyorsa** f'e "bire bir (1-1) fonksiyon" adı verilir.

B değer kümesinde **açıkta eleman kalmıyorsa** f fonksiyonuna "örten fonksiyon" adı verilir. **$f(A) = B$ ise f örten fonksiyondur.**

B değer kümesinde **açıkta eleman kalıyorsa** f fonksiyonuna "içine fonksiyon" adı verilir.

~ 303 ~

Soru: $f : A = \{ -4, 0, 2, 4 \} \rightarrow B = \{ -15, 1, 5, 17 \}$ veriliyor. $f(x) = x^2 + 1$ fonksiyonu bire bir, örten, içine midir ?

~ 306 ~

Soru: $f : \mathbb{N} \longrightarrow \mathbb{N}$ veriliyor. $f(x) = 2x + 1$ fonksiyonu bire bir, örten, içine midir ? (Şema ile görmek daha kolaydır.)

~ 307 ~

Soru: $A = \{ p, q, r \}$ ve $B = \{ 2, 4, 6, 8, 10 \}$ kümeleri veriliyor. Buna göre A kümesinden B kümesine tanımlı kaç farklı bire bir fonksiyon yazılabileceğini bulunuz. (Çarpma ile sayma metodu kullanır.)

~ 310 ~

Soru: Aşağıda verilen fonksiyonlardan hangisi – hangileri bire bir fonksiyondur ?

A) $f(x) = 6 - 2x$

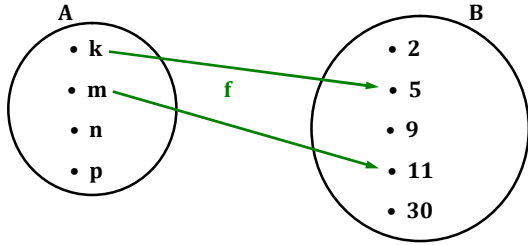
B) $f(x) = \frac{1}{x}$

~ 313 ~

Soru: $f : \mathbb{Z} \longrightarrow \mathbb{Z}$ veriliyor. $f(x) = x + 2$ fonksiyonu bire bir, örten, içine midir ?

~ 308 ~

Soru:



Verilen iki kümeye göre A 'dan B 'ye tanımlı, her eleman farklı bir eleman ile eşleşmek üzere kaç farklı fonksiyon tanımlanabilir ?

~ 311 ~

C) $f(x) = x^3 - 1$

D) $f(x) = x^2 + 1$

~ 314 ~

Soru: $f : \mathbb{Z} \longrightarrow \mathbb{N}$ veriliyor. $f(x) = x^2$ fonksiyonu bire bir, örten, içine midir ?

~ 309 ~

Not: f bire bir fonksiyon ise, " $f(a) = f(b)$ ise $a = b$ " şartını sağlaması gerekir. Bu yöntemde eşleştirmeye gerek kalmaz.

Soru: $f(x) = 5x + 11$ fonksiyonu bire bir fonksiyon mudur ?

~ 312 ~

Eşit Fonksiyon

Tanım ve görüntü kümeleri aynı olan iki fonksiyona " eşit fonksiyon " adı verilir.

$f : A \longrightarrow B$ ve $h : A \longrightarrow B$ için $f(A) = h(A)$ ise f ile h fonksiyonları eşit fonksiyonlardır.

Soru: $f : A = \{ -2, 4 \} \longrightarrow B$ ve $h : A = \{ -2, 4 \} \longrightarrow B$ veriliyor. $f(x) = 3x + 2$ ve $h(x) = x^2 - 8$ fonksiyonları eşit midir ?

~ 315 ~

Soru: $f : \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}$ ve $h : \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}$ fonksiyonları veriliyor.

$$\left. \begin{aligned} f(x) &= (2a - 3)x^3 - kx + 5 \\ h(x) &= 6x + m + x^3 + 1 \end{aligned} \right\} \begin{aligned} &\text{eşit fonksiyonlar ise} \\ &k + a + m = ? \end{aligned}$$

(Benzer x 'li terimler birbirine eşitlenir. Aynı şekilde x 'li olmayan terimlerde birbirine eşitlenir.)

~ 316 ~

Soru: $f : \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}$ ve $h : \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}$ fonksiyonları veriliyor.

$$\left. \begin{aligned} f(x) &= 2p + (4 + k)x^4 - 3kx + 1 \\ h(x) &= 8x^4 + (q + k)x + 11 \end{aligned} \right\} \begin{aligned} &f(x) = h(x) \text{ ise} \\ &k.p.q = ? \end{aligned}$$

~ 317 ~

Soru: $f : \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}$ ve $h : \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}$ fonksiyonları veriliyor.

$$\left. \begin{aligned} f(x) &= (2x + 4).(x - 3) + m - 1 \\ h(x) &= (m - n)x + kx^2 + 5 \end{aligned} \right\} \begin{aligned} &f(x) = h(x) \\ &\text{ise } k + m + n = ? \end{aligned}$$

~ 318 ~

Birim Fonksiyon

Tanım kümesindeki her elemanı kendisine eşleyen fonksiyona "birim fonksiyon " adı verilir. Genellikle **I** harfi ile gösterilir.

I (x) = x birim fonksiyondur. Ama biz birim fonksiyon olarak **f (x) = x** gösterimini kullanacağız.

f (x) = x

f (x) = x

Sayının görüntüsü kendisine eşittir.

Soru: $f (m + 4) = 4m - 11$ birim fonksiyon ise $m = ?$

~ 319 ~

Soru: $f (2k + 3) + f (4 - 4k) = 33$ birim fonksiyon ise $k = ?$

~ 320 ~

Soru: $f (5 + k) + f (3k - 1) = f (k + 16)$ birim fonksiyon ise $f (k - 4) = ?$

~ 321 ~

Not: f birim fonksiyon ise $f (x) = x$ yani **f (x) = 1 x + 0** olarak alınır. *** Eşitliğin sağında x 'in kat sayısı **1** olmalıdır. Yanında **x 'in başka kuvvetleri ve sabit sayı bulunmamalıdır.**

Soru: $f (x) = (3a - 11) x + b + 2$ birim fonksiyon ise $a . b = ?$

~ 322 ~

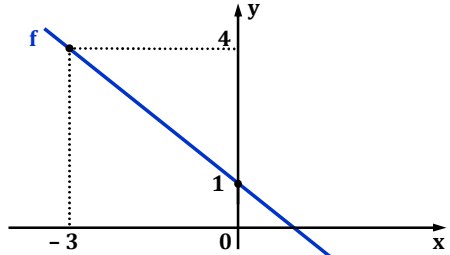
Soru: $f (x) = (7 - 2m) x + m - n + 1$ birim fonksiyon ise $m + n = ?$

~ 323 ~

Soru: $f (x) = kx - 4x + 2k - m + 3$ birim fonksiyon ise $k + m = ?$

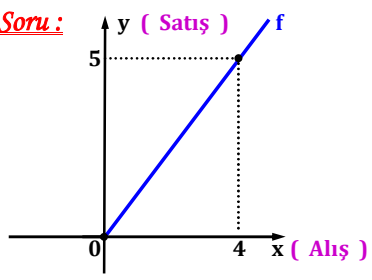
~ 324 ~

<p><u>Soru:</u> $f(x) = (a + 3)x^2 + (4b - 15)x + c - 1$ <u>birim fonksiyon</u> ise $a.b.c = ?$</p> <p style="text-align: right;">~ 325 ~</p>	<p><u>Soru:</u> $f(x) = (2 + m)x^2 + (-n + 4)x + m.n - 5$ <u>sabit fonksiyon</u> ise $f(111) = ?$</p> <p style="text-align: right;">~ 328 ~</p>	<p><u>Not: 2)</u> f sıfır fonksiyon ise $f(x) = 0 = 0x + 0$ olarak alınır. Yani sıfır fonksiyonunda x'li terimler olmamalı, kalanlar da sıfırlanmalıdır.</p> <p><u>Soru:</u> $f(x) = (3k - 21)x + 8 - 2m$ <u>sıfır fonksiyonu</u> ise $k + 2m = ?$</p> <p style="text-align: right;">~ 331 ~</p>
<p style="text-align: center;"><u>Sabit Fonksiyon</u></p> <p>$f: A \longrightarrow B$ olsun. Her $x \in A$ için $f(x) = c$ (c sabit bir sayı) fonksiyonuna “sabit fonksiyon” adı verilir. Sabit fonksiyonda x'in her değeri aynı sonucu verir.</p> <p><u>Not: 1)</u> f sabit fonksiyon ise $f(x) = c = 0.x + c$ olarak alınır. Yani sabit fonksiyonda x'li terimler olmamalıdır.</p> <p><u>Soru:</u> $f(x) = (-6 + 3n)x + 5 - n$ <u>sabit fonksiyon</u> ise $f(x) = ?$</p> <p style="text-align: right;">~ 326 ~</p>	<p><u>Soru:</u> f <u>birim</u> h ise <u>sabit</u> fonksiyondur. $f(2x - 3) = f(5 + 2x) + h(x)$ ise $h(2018) = ?$</p> <p style="text-align: right;">~ 329 ~</p>	<p><u>Soru:</u> $f(x) = 2kx - 16x + k - 2m + 4$ <u>sıfır fonksiyonu</u> ise $k.m = ?$</p> <p style="text-align: right;">~ 332 ~</p>
<p><u>Soru:</u> $f(x) = 6x + kx + 3k - 2$ <u>sabit fonksiyon</u> ise $f(x) = ?$</p> <p style="text-align: right;">~ 327 ~</p>	<p><u>Soru:</u> f <u>birim</u> g ise <u>sabit</u> fonksiyondur. $f(4x + 6) + g(x) - g(x + 3) = f(x + 16)$ ise $x = ?$</p> <p style="text-align: right;">~ 330 ~</p>	<p><u>Not: 3)</u> Fonksiyon <u>kesirli</u> verilirse;</p> <p>A) $f(x) = \frac{ax + b}{cx + d}$, $f(x) = \frac{ax^2 + bx + c}{dx^2 + ex + f}$ <u>sabit fonksiyonlar</u> ise <u>pay ile paydadaki benzer terimlerin oranı birbirine eşittir.</u> $\frac{a}{c} = \frac{b}{d}$, $\frac{a}{d} = \frac{b}{e} = \frac{c}{f}$ <u>orantısından istenen bulunur.</u></p> <p>B) Pay ile paydadaki ortak çarpan sadeleştirilerek fonksiyonun sonucu bulunur.</p> <p><u>Kısa yolu:</u> Pay ile paydadaki benzer terimlerden <u>bilinen ikisinin oranı</u> fonksiyonun sonucunu verir.</p> <p style="text-align: right;">~ 333 ~</p>

<p><u>Soru:</u> $f(x) = \frac{2x - 3}{m + 4x}$ <u>sabit fonksiyon</u> ise $m = ?$, $f(x) = ?$</p> <p style="text-align: right;">~ 334 ~</p>	<p><u>Soru:</u> $f(x) = \frac{16x + 4x^2 - 2m}{kx + 12 + x^2}$ <u>sabit fonksiyon</u> ise $m = ?$, $k = ?$, $f(x) = ?$</p> <p style="text-align: right;">~ 337 ~</p>	<p><u>Soru:</u> f <u>doğrusal fonksiyon</u> olsun. $f(-1) = 4$ ve $f(3) = 12$ ise $f(5) = ?$</p> <p style="text-align: right;">~ 340 ~</p>
<p><u>Soru:</u> $f(x) = \frac{-9x + 3}{6x + m}$ <u>sabit fonksiyon</u> ise $m = ?$, $f(x) = ?$</p> <p style="text-align: right;">~ 335 ~</p>	<p style="text-align: center;"><i>Doğrusal Fonksiyon</i></p> <p>$m, n \in \mathbb{R}$ olsun. $y = f(x) = mx + n$ şeklinde tanımlanan f fonksiyonuna “doğrusal fonksiyon” adı verilir. f bir doğrusal fonksiyon ise grafiği bir doğrudur. Doğrusal fonksiyonda x’in diğer kuvvetleri bulunamaz.</p> <p><u>Soru:</u> f doğrusal fonksiyondur. $f(x) = (2 - k)x^2 + kx - 2 + 4x + mx^4$ ise $f(5) = ?$</p> <p style="text-align: right;">~ 338 ~</p>	<p><u>Soru:</u> f <u>doğrusal fonksiyon</u> ise $f(-1) = ?$ [Noktalar (x, y) olarak alınırdı.]</p>  <p style="text-align: right;">~ 341 ~</p>
<p><u>Soru:</u> $f(x) = \frac{(3 - m)x + 10}{25 - 10x}$ <u>sabit fonksiyon</u> ise $m = ?$, $f(x) = ?$</p> <p style="text-align: right;">~ 336 ~</p>	<p><u>Soru:</u> f <u>doğrusal fonksiyon</u> olsun. $f(1) = -6$ ve $f(-2) = 3$ ise $f(2) = ?$</p> <p style="text-align: right;">~ 339 ~</p>	<p><u>Soru:</u> f doğrusal fonksiyon olsun. $f(x + 1) + f(2x) = 9x - 7$ ise $f(2) = ?$ [İki denklemin eşitliğinde; x’li terimler birbirine, sabit terimler de birbirine eşitlenir.]</p> <p style="text-align: right;">~ 342 ~</p>

	<p><u>Not:</u> (Doğrusal Fonksiyonlarla Modellenebilen Günlük Hayat Durumları) Verilen problemlere uygun olarak noktalar oluşturulur ve doğrusal grafik çizilir.</p> <p><u>Soru:</u> Bir su deposunun su alma kapasitesi 72 m^3'tür. Bu depoyu doldurma amaçlı üretilen bir vanadan ise saatte 16 m^3 su geçmektedir. Depo boş durumda iken açılan vana;</p> <p>A) Depoyu kaç saatte doldurur ? B) Deponun doluluk oranını gösteren zamana bağlı doğrusal grafiğini çiziniz.</p>	<p><u>Soru:</u> Başlangıçta 50 cm ve 70 cm olan iki fidandan birincisi ayda 6 cm, ikincisi ise ayda 4 cm uzamaktadır. Verilenlere göre;</p> <p>A) Fidanların aya göre boyunu hesaplayan fonksiyonları yazınız.</p>
~ 343 ~	~ 346 ~	~ 349 ~
<p><u>Soru:</u> f doğrusal fonksiyondur. $f(x - 1) + f(x + 3) = 4x + 10$ ise $f(-4) = ?$</p>	<p><u>Soru:</u> Maaşı 4000 ₺ olan bir kişi maaşı aldığı gün kira ve fatura ödemeleri için 2500 ₺'sini ayırıyor. Kalan parayı iki günde 125 ₺ harcayacak şekilde planlama yapıyor. Buna göre;</p> <p>A) Kalan parası planlamaya göre kaç gün yeter ?</p>	<p>B) Fidanların zamana bağlı boy değişimini veren doğrusal grafiklerini çiziniz.</p>
~ 344 ~	~ 347 ~	~ 350 ~
	<p>B) Harcama planlamasına göre kalan para – zaman ilişkisini gösteren doğrusal fonksiyonun grafiğini çiziniz.</p>	<p>Başlangıçta 50 cm ve 70 cm olan iki fidandan birincisi ayda 6 cm, ikincisi ise ayda 4 cm uzamaktadır. Verilenlere göre;</p> <p>C) İki fidanın boyu hangi ayda eşit duruma gelir ?</p>
~ 345 ~	~ 348 ~	~ 351 ~

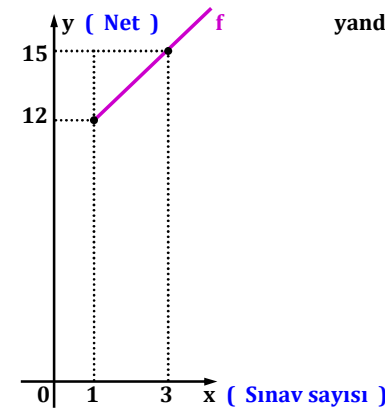
Soru:



f'in grafiği doğrusaldır. Grafiğe göre 300 ₺'ye satılan bir mal kaç ₺'ye alınmıştır ?
(Üçgen benzerliğinden veya orantıdan da çözülebilir.)

~ 352 ~

Soru:



Bir öğrencinin girdiği sınavlardaki yaptığı netlerin grafiği yanda verilmiştir. Grafik doğrusaldır. Buna göre öğrencinin kaçınıcı sınavdaki net sayısı 27 olur ?

~ 355 ~

Çift Fonksiyon

$f(-x) = f(x)$ ise f'e " çift fonksiyon " adı verilir.

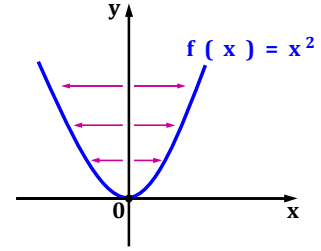
1) f çift fonksiyon ise, f'in grafiği y eksenine göre simetrik.

Örnek:

$f(x) = x^2$ fonksiyonu için

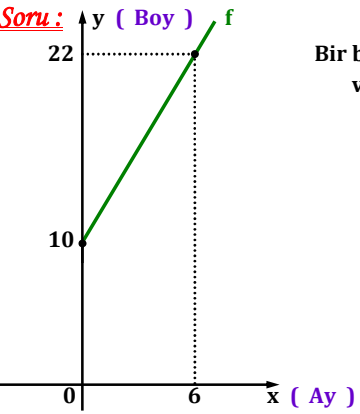
$$f(-x) = (-x)^2 = x^2 = f(x)$$

olur. Dolayısıyla f çift fonksiyondur. Yanda fonksiyonun grafiği verilmiştir.



~ 358 ~

Soru:



f'in grafiği doğrusaldır. Bir bitkinin boy - zaman grafiği yanda verilmiştir. Buna göre bitkinin 15. aydaki boyu kaç br olur ?

~ 353 ~

2) f çift fonksiyon ise, f'in denkleminde x'in tek dereceli terimleri bulunmaz. x'in çift kuvveti ve sabit sayılar bulunabilir.

Soru: $f(x) = 3x + 2$, $f(x) = x^3 + 2x$, $f(x) = 4$ ile $f(x) = x^4 + 1$ fonksiyonlarından hangileri çift fonksiyondur ?

~ 356 ~

~ 359 ~

(Bu bölümde işlenecek olan konuların, matematik müfredat programındaki yeri altta gösterilmiştir.)

Terimler ve Kavramlar: Tek fonksiyon, çift fonksiyon, dikey (düşey) doğru testi

Sembol ve Gösterimler: $f + g$, $f - g$, $f \cdot g$, f/g

10.2.1.1. Fonksiyonlarla ilgili problemler çözer.

C) Tek fonksiyon, çift fonksiyon ve parçalı tanımlı fonksiyon açıklanır.

E) f ve g fonksiyonları kullanılarak $f + g$, $f - g$, $f \cdot g$, $\frac{f}{g}$

işlemleri yapılır, ancak parçalı tanımlı fonksiyonlarda bu işlemlere girilmez.

F) Gerçek hayat problemlerine ve tablo-grafik kullanımına yer verilir.

~ 354 ~

~ 357 ~

Soru: $f(x) = 2x^2 + m + (3m - 3)x$ fonksiyonu çift fonksiyon ise $f(5) = ?$

~ 360 ~

Soru: $f(x) = (3m - 6)x^3 + 8 + (m + 1)x^2$ fonksiyonu çift fonksiyon ise $f(2) = ?$

~ 361 ~

Soru: f çift fonksiyondur. $f(x) + 3.f(-x) = 4x^2 - 2$ ise $f(2) = ?$ **[$f(-x) = f(x)$ kullanılır.]**

~ 364 ~

Soru: f çift fonksiyondur. $f(-1) = \frac{m}{2} - 4$ ve $f(1) = 16 + 3m$ ise $m = ?$

~ 367 ~

Soru: $f(x) = (2k + 6)x^5 + (m - 2)x^3 + (k + m)x^2$ fonksiyonunun grafiği y eksenine göre simetrik ise $f(4) = ?$

~ 362 ~

Soru: f fonksiyonunun grafiği y eksenine göre simetrik tir. $-4.f(-x) + f(x) = x^2 - x^4 + 6$ ise $f(3) = ?$

~ 365 ~

Tek Fonksiyon
 $f(-x) = -f(x)$ ise f 'e “tek fonksiyon” adı verilir.
1) f tek fonksiyon ise, f 'in grafiği orijine göre simetrik tir.
Örnek:
 $f(x) = x^3$ fonksiyonu için
 $f(-x) = (-x)^3 = -x^3 = -f(x)$ olur. Dolayısıyla f tek fonksiyondur. Yanda fonksiyonun grafiği verilmiştir.

2) f tek fonksiyon ise, f 'in denkleminde x 'in çift dereceli terimleri ve sabit sayılar bulunmaz.

~ 368 ~

Soru: $f(x) = (a + 2)x^4 + ax - 4x + 2$ fonksiyonu çift fonksiyon ise $f(1) = ?$

~ 363 ~

Soru: f çift fonksiyondur. $f(2) = 6 - 2m$ ve $f(-2) = -m + 14$ ise $m = ?$

~ 366 ~

Soru: $f(x) = x^3 + 2x$, $f(x) = x^5 + x + 2$, $f(x) = -7$ ile $f(x) = \sqrt[4]{x^{20}} + x^{11}$ fonksiyonlarının tek - çift fonksiyon olma durumunu inceleyiniz.

~ 369 ~

Soru: $f(x) = 3x + (4m - 4)x^2 + 2mx$ fonksiyonu tek fonksiyon ise $f(5) = ?$

~ 370 ~

Soru: f tek fonksiyondur. $-3f(-x) + f(x) = 9x - x^3$ ise $f(-1) = ?$ ($f(-x) = -f(x)$ kullanılır.)

~ 373 ~

Soru: f tek fonksiyondur. $f(3) = 3m + 7$ ve $f(-3) = -m - 15$ ise $m = ?$

~ 376 ~

Soru: $f(x) = (2m + 4)x^3 + (3 - m)x^4 + mx$ fonksiyonunun grafiği orijine göre simetrik ise $f(-1) = ?$

~ 371 ~

Soru: f fonksiyonunun grafiği orijine göre simetriktir. $f(x) + 4f(-x) = x^3 - 7x$ ise $f(4) = ?$

~ 374 ~

Parçalı Fonksiyonlar

Tanım kümesinin ayrık altkümelerinde farklı kurallarla tanımlı olan fonksiyonlara “**parçalı fonksiyonlar**” adı verilir.

Örneğin ;

$$f(x) = \begin{cases} g(x) & , x \in (a, b) \text{ ise} \\ h(x) & , x \in (c, d) \text{ ise} \end{cases}$$

fonksiyonu parçalı bir fonksiyondur.

*** Verilen x değeri hangi aralığın içerisindeyse, x 'i şartı sağlanan fonksiyonda yerine yazınız.

~ 377 ~

Soru: $f(x) = (m + 2)x^2 + (2m + 6)x - m + n + 6$ fonksiyonu tek fonksiyon ise $m + n = ?$

~ 372 ~

Soru: f tek fonksiyondur. $f(-4) = 6 + m$ ve $f(4) = 12 - 2m$ ise $f(4) = ?$

~ 375 ~

Soru: $f(x) = \begin{cases} 6 + 2x & , -8 < x \leq 5 \text{ ise} \\ x^2 - 3x & , 5 < x \leq 15 \text{ ise} \end{cases}$ fonksiyonu veriliyor. Buna göre $f(7) + f(-4) = ?$

~ 378 ~

Soru: $f(x) = \begin{cases} x^2 + 4x & , x \leq 2 \text{ ise} \\ 5 - 2x & , 2 < x \text{ ise} \end{cases}$

fonksiyonu veriliyor. Buna göre $f(-5) \cdot f(4) + f(2) = ?$

~ 379 ~

Soru: $f(x) = \begin{cases} 4 + x & , x < -3 \text{ ise} \\ x^2 - x^3 & , -3 \leq x < 2 \text{ ise} \\ 2x + 1 & , 2 \leq x \text{ ise} \end{cases}$

fonksiyonu veriliyor. Buna göre $f(-2) + f(3) + f(-6) = ?$

~ 380 ~

Soru: $f(x) = \begin{cases} 3 + x & , x \text{ çift sayı ise} \\ x^2 - 11 & , x \text{ tek sayı ise} \end{cases}$

fonksiyonu veriliyor. Buna göre $f\{f[f(2)]\} = ?$

[En içten dışa doğru çözüm yürütülür.]

~ 381 ~

Soru: $f(x) = \begin{cases} -6x + 10 & , x \in (-\infty, 5) \text{ ise} \\ mx + 2m & , x \in [5, +\infty) \text{ ise} \end{cases}$

fonksiyonu veriliyor. $f(-4) + f(6) = -30$ ise $m = ?$

~ 382 ~

Soru: $f(x) = \begin{cases} 3k - 2x & , x > 3 \text{ ise} \\ \frac{2x + 3 + k}{x - 4} & , x \leq 3 \text{ ise} \end{cases}$

fonksiyonu veriliyor. $f(3) + f(-1) = 7$ ise $k = ?$

~ 383 ~

Soru: $f(x) = \begin{cases} 5 \text{ ₺} & , x \leq 2 \text{ ise} \\ 5 + x \text{ ₺} & , 2 < x < 24 \text{ ise} \end{cases}$ ve $f(t) = 15t$

fonksiyonları bir otoparktaki araç ücret tespitini gösteren ifadelerdir. x saat, t gün sayısını göstermek üzere bu otoparkta; 12 saat, 4 gün ve 6 gün 2 saat kalan üç aracın ödeyeceği toplam park ücreti kaç ₺ olur?

~ 384 ~

Fonksiyonlarda İşlemler

Fonksiyon dört işlem sorularında işlem önceliğine dikkat edilerek istenen elde edilir.

$(f + g)(x) = f(x) + g(x)$

$(f - g)(x) = f(x) - g(x)$

$(f \cdot g)(x) = f(x) \cdot g(x)$

$\left(\frac{f}{g}\right)(x) = \frac{f(x)}{g(x)}$

$(a \cdot f + b \cdot g)(x) = a \cdot f(x) + b \cdot g(x)$ olarak alınır.

~ 385 ~

Soru: $f(x) = 3x - 2$ ve $g(x) = 5 - 6x$ ise;

A) $(f - g)(x) = ?$

B) $(f + g)(4) = ?$

~ 386 ~

$f(x) = 3x - 2$ ve $g(x) = 5 - 6x$ ise;

C) $(2f + 3g)(x) = ?$

~ 387 ~

Soru: $f(x) = 10 + 3x$ ve $g(x) = 2x - 5$ ise;

A) $(f \cdot g)(x) = ?$

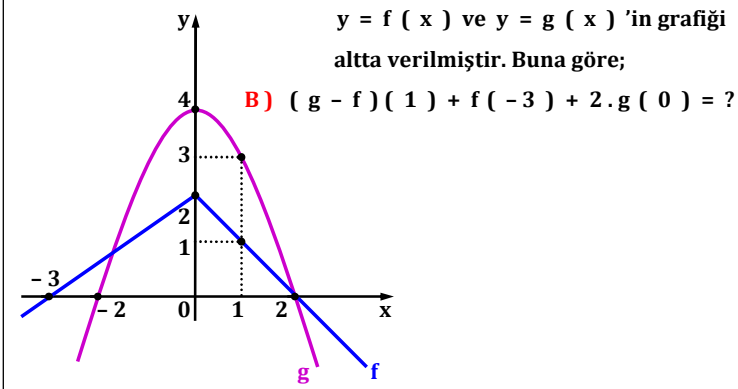
B) $(f + g)(-2) = ?$

~ 388 ~

Soru: $f(x) = 4x - 1$ ve $g(x) = -x + 7$ ise;

A) $(f^2 + g^3)(3) = ?$

~ 391 ~



~ 394 ~

$f(x) = 10 + 3x$ ve $g(x) = 2x - 5$ ise;

C) $\left(\frac{f}{g}\right)(20) = ?$

~ 389 ~

$f(x) = 4x - 1$ ve $g(x) = -x + 7$ ise;

B) $(f \cdot g)(2) - (f + g)(5) = ?$

~ 392 ~

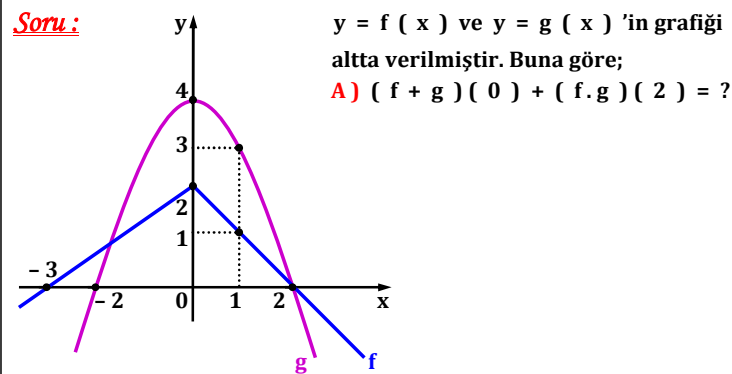
Soru: $(f + g)(x) = 5x - 5$ ve $(2f - g)(x) = x + 23$ ise
 $f(6) = ?$ **[Yok etme metodu kullanılır.]**

~ 395 ~

$f(x) = 10 + 3x$ ve $g(x) = 2x - 5$ ise;

D) $(3f - 4g)(2) = ?$

~ 390 ~



~ 393 ~

Soru: $(f \cdot g)(x) = x^2 + 15x - 7$ ve $g(x) = 2x + 5$ ise
 $f(2) = ?$ **[Çarpanlardan biri biliniyorsa diğeri de bulunur.]**

~ 396 ~

<p><u>Not:</u> $f : A \longrightarrow B, g : C \longrightarrow D$ fonksiyonları verilsin. f ve g’nin bir arada bulunduğu işlemler $A \cap C$ kümesi üzerinde tanımlanır.</p> <p>Bulunan değerler işlemin görüntü kümesini oluşturur.</p> <p><u>Soru:</u> $f : \{ -3, -2, -1, 0, 1 \} \longrightarrow K$ ve $g : \{ -2, 1, 3, 4 \} \longrightarrow M$ veriliyor. $f(x) = x^2 + x$ ve $g(x) = x^2 + 6$ ise;</p> <p>A) $(f + g)(x)$ fonksiyonunun görüntü kümesini bulunuz.</p> <p>~ 397 ~</p>	<p><u>Soru:</u> $f : \{ -6, -3, 0, 2, 4 \} \longrightarrow K$ ve $g : \{ -4, -3, 1, 4, 6 \} \longrightarrow M$ veriliyor. $f(x) = x^2 - 2x$ ve $g(x) = 4x + 2$ ise;</p> <p>A) $(f - g)(x)$ fonksiyonunun görüntü kümesini bulunuz.</p> <p>~ 400 ~</p>	<p>$f = \{ (-1, -2), (3, 7), (8, 25) \}$ ve $h = \{ (-1, 5), (4, 20), (8, 68) \}$ fonksiyonları veriliyor. Buna göre;</p> <p>C) $f(3) \cdot h(4) + (h - f)(8) = ?$</p> <p>~ 403 ~</p>
<p>~ 398 ~</p>	<p>$f : \{ -6, -3, 0, 2, 4 \} \longrightarrow K$ ve $g : \{ -4, -3, 1, 4, 6 \} \longrightarrow M$ veriliyor. $f(x) = x^2 - 2x$ ve $g(x) = 4x + 2$ ise;</p> <p>B) $\left(\frac{g}{f}\right)(x)$ fonksiyonunun görüntü kümesini bulunuz.</p> <p>~ 401 ~</p>	<p>10. 2. 1. 2. Fonksiyonların grafiklerini çizer.</p> <p>A) $f(x) = ax + b$ şeklindeki fonksiyonların grafikleri ile ilgili uygulamalar yapılır.</p> <p>B) Parçalı tanımlı şekilde verilen fonksiyonların grafikleri çizilir.</p> <p>10. 2. 1. 3. Fonksiyonların grafiklerini yorumlar.</p> <p>A) Grafiği verilen fonksiyonların tanım ve görüntü kümeleri gösterilir.</p> <p>B) Bir fonksiyon grafiğinde, fonksiyonun x ekseninde tanımlı olduğu her bir noktadan y eksenine paralel çizilen doğruların, grafiği yalnızca bir noktada kestiğine (düşey / dikey doğru testi) işaret edilir.</p> <p>C) Bir f fonksiyonunun grafiğinin $y = f(x)$ denkleminin grafiği olduğu ve grafiğin (varsa), x eksenini kestiği noktaların $f(x) = 0$ denkleminin gerçek sayılardaki çözüm kümesi olduğu vurgulanır.</p> <p>~ 404 ~</p>
<p>$f : \{ -3, -2, -1, 0, 1 \} \longrightarrow K$ ve $g : \{ -2, 1, 3, 4 \} \longrightarrow M$ veriliyor. $f(x) = x^2 + x$ ve $g(x) = x^2 + 6$ ise;</p> <p>B) $(f \cdot g)(x)$ fonksiyonunun görüntü kümesini bulunuz.</p> <p>~ 399 ~</p>	<p><u>Soru:</u> $f = \{ (-1, -2), (3, 7), (8, 25) \}$ ve $h = \{ (-1, 5), (4, 20), (8, 68) \}$ fonksiyonları veriliyor. Buna göre;</p> <p>A) $2f = ?$</p> <p>B) $f + h = ?$</p> <p>~ 402 ~</p>	<p><u>Doğru Çizimi</u></p> <p>$a, b \in \mathbb{R}$ olmak üzere $f(x) = ax + b$ fonksiyonunun grafiği dik koordinat sisteminde $y = ax + b$ doğrusunun grafiğini belirtir. Bir doğrunun grafiğini dik koordinat sisteminde çizmek için bu doğrunun geçtiği en az 2 noktaya ihtiyaç vardır. (x, y) sıralı ikilisi seçilip bu sıralı ikililer dik koordinat sisteminde işaretlenir ve işaretlenen noktalar bir doğru parçası oluşturacak şekilde birleştirilip doğru çizilir.</p> <p>Noktaların bulunurken aşağıdaki sıra takip edilir.</p> <p>1) $x = 0$ için y değeri bulunur. A $(0, y)$ noktası işaretlenir.</p> <p>2) $y = 0$ için x değeri elde edilir. B $(x, 0)$ noktası işaretlenir.</p> <p>Noktalardan geçen grafik (doğru) çizilir.</p> <p>~ 405 ~</p>

<p><u>Soru:</u> $f(x) = y = 6 - 2x$ doğrusunun grafiğini çiziniz.</p> <p>~ 406 ~</p>	<p><u>Soru:</u> $y = f(x), 3y - 4x = 12$ doğrusunun grafiğini çiziniz.</p> <p>~ 409 ~</p>	<p><u>Soru:</u> $y = f(x) = 2$ doğrusunun grafiğini çiziniz.</p> <p>[$y = 0$ alınamayacağından x'e değerler verilir ve noktalardan geçen doğru grafiği çizilir. $y = a$ doğrusu y ekseninde a noktasından geçen ve x eksenine paralel olan bir doğrudur.]</p> <p>~ 412 ~</p>
<p><u>Soru:</u> $f(x) = y = 5x + 10$ doğrusunun grafiğini çiziniz.</p> <p>~ 407 ~</p>	<p><u>Soru:</u> $\frac{x}{4} + \frac{2y}{5} = 2$ doğrusunun grafiğini çiziniz.</p> <p>~ 410 ~</p>	<p><u>Soru:</u> $y = f(x) = -2$ ve $y = f(x) = 3$ doğrularının grafiğini çizip doğrular arasındaki uzaklığı bulunuz.</p> <p>~ 413 ~</p>
<p><u>Soru:</u> $f(x) = y = \frac{2x}{3} - 4$ doğrusunun grafiğini çiziniz.</p> <p>~ 408 ~</p>	<p><u>Soru:</u> $y = f(x) = 4x$ doğrusunun grafiğini çiziniz.</p> <p>[$x = 0$ ve $y = 0$ için aynı nokta bulunuyorsa grafiği çizmek için bir noktaya daha ihtiyacımız vardır. x için rastgele bir sayı alınır ve y değeri bulunur ve noktalardan geçen grafik çizilir.]</p> <p>~ 411 ~</p>	<p><u>Parçalı Fonksiyonun Grafiği</u></p> <p>Fonksiyon parçalı olarak verilirse, her bir parçayı tanımlı olduğu aralıkta çizeriz. Yani fonksiyonun grafiği şartı sağladığı kısımdan itibaren çizilir.</p> <p><u>Soru:</u></p> $y = f(x) = \begin{cases} 3 - x, & x < 1 \text{ ise} \\ x + 1, & x \geq 1 \text{ ise} \end{cases}$ <p>parçalı fonksiyonunun grafiğini çiziniz.</p> <p>~ 414 ~</p>

Soru: $y = f(x) = \begin{cases} 4, & x \leq -1 \text{ ise} \\ 2 - 2x, & x > -1 \text{ ise} \end{cases}$ parçalı fonksiyonunun grafiğini çiziniz.

~ 415 ~

Soru: $y = f(x) = \begin{cases} -2, & x < 0 \text{ ise} \\ x - 2, & 0 \leq x < 4 \text{ ise} \\ 2, & x \geq 4 \text{ ise} \end{cases}$ parçalı fonksiyonunun grafiğini çiziniz.

~ 418 ~

~ 421 ~

Soru: $y = f(x) = \begin{cases} -x - 2, & x \leq 0 \text{ ise} \\ -2 + x/2, & x > 0 \text{ ise} \end{cases}$ parçalı fonksiyonunun grafiğini çiziniz.

~ 416 ~

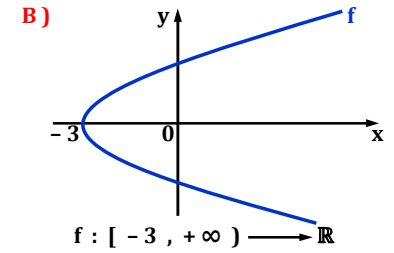
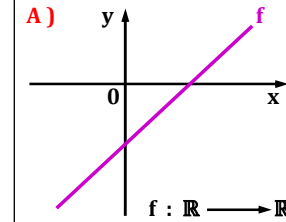
Soru: $y = f(x) = \begin{cases} x + 3, & x < 0 \text{ ise} \\ 3, & 0 \leq x < 2 \text{ ise} \\ -x + 5, & x \geq 2 \text{ ise} \end{cases}$ parçalı fonksiyonunun grafiğini çiziniz.

~ 419 ~

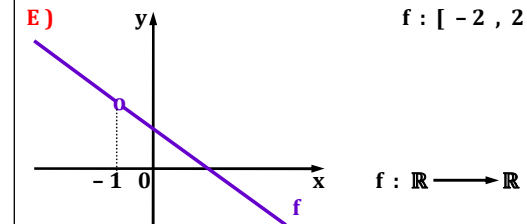
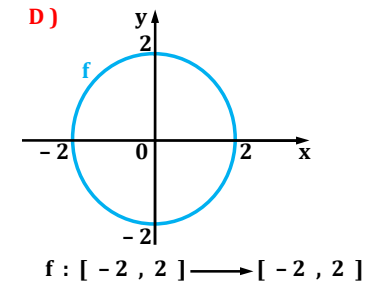
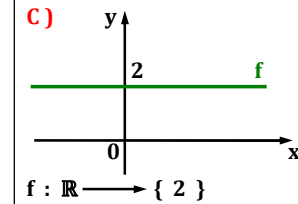
Fonksiyon Grafiklerini Okuma ve Yorumlama

Not 1: Grafik sorularında da f ifadesi için fonksiyon olma şartı aynen geçerlidir. Grafik üzerinde y eksenine paralel olacak şekilde düz doğru çizilir. Çizilen doğru grafiği **tek noktadan fazla keserse f fonksiyon değildir.**

Soru: Aşağıdaki grafiği verilen ifadelerin fonksiyon olup olmadığını kontrol ediniz.



~ 422 ~



~ 417 ~

~ 420 ~

~ 423 ~

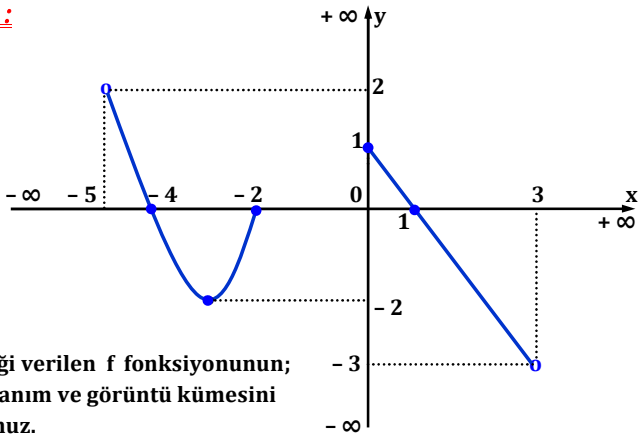
Not 2: $f : A \rightarrow B$ fonksiyonunda A kümesi elemanları x ekseninden, B kümesi elemanları ise y ekseninden alınır.

Grafiğin x eksenindeki sol ve sağ sınırı fonksiyonun tanım kümesini (T. K.) verir. Grafik parçalı olarak veriliyorsa, tanım kümesi parçalı fonksiyonların bileşkesi olarak alınır.

Grafiğin y eksenindeki alt ve üst sınırı fonksiyonun görüntü kümesini (G. K.) verir. Grafik parçalı olarak veriliyorsa, görüntü kümesi parçalı fonksiyonların bileşkesi olarak alınır.

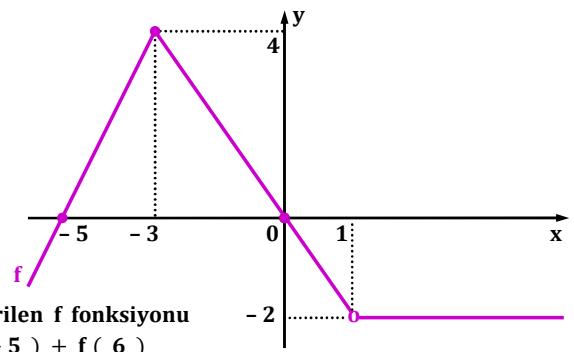
Not 3: f fonksiyonunun grafiğinde; grafiğin çıkabildiği en üst y değerine fonksiyonun alabileceği en büyük değer (maksimum değer), grafiğin inebildiği en alt değere de fonksiyonun alabileceği en küçük değer (minimum değer) olarak adlandırılır.

Soru:



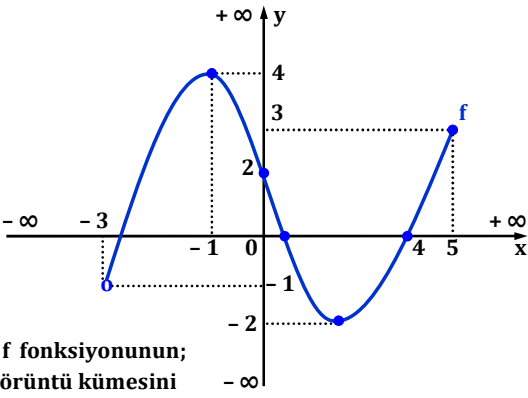
Grafiği verilen f fonksiyonunun;
A) Tanım ve görüntü kümesini bulunuz.
B) En büyük ve en küçük tam sayı değerini bulunuz.

Soru:



Grafiği verilen f fonksiyonu için $\frac{f(-5) + f(6)}{f(-3) + f(0)} = ?$

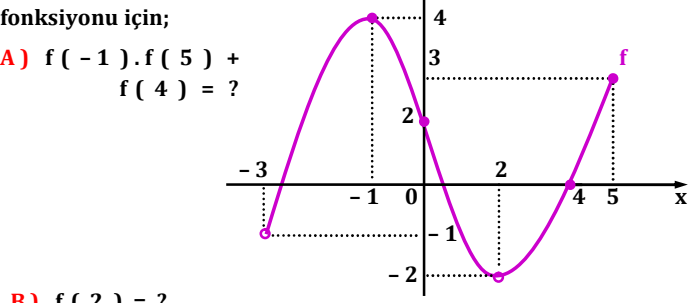
Soru:



Grafiği verilen f fonksiyonunun;
A) Tanım ve görüntü kümesini bulunuz.
B) En büyük ve en küçük değerini bulunuz.

Not 3: $f : A \rightarrow B, x \in A, y \in B$ ve $y = f(x)$ verilsin. $y = f(x)$ fonksiyonunda x 'in görüntüsü y olarak alınır.

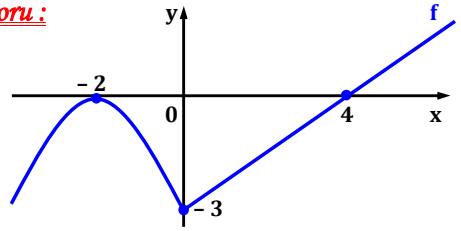
Soru:



A) $f(-1) \cdot f(5) + f(4) = ?$
B) $f(2) = ?$

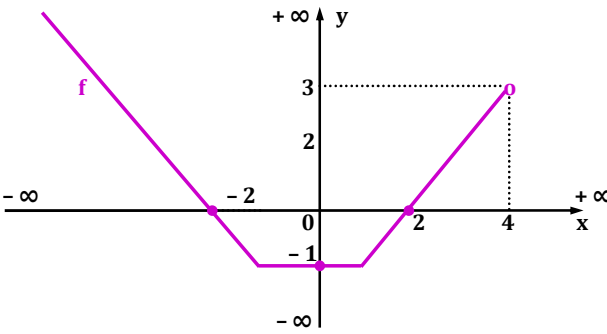
Not 4: $f(x) = 0$ denkleminin çözüm kümesinin elemanlarından biri, grafiğin x eksenini kestiği noktadaki apsis değeridir. Bir fonksiyonun grafiğinde $f(x) = 0$ denkleminin çözüm kümesinin elemanlarına " f 'in sıfırları " adı verilir. Grafik x eksenini kesmiyorsa $f(x) = 0$ denkleminin gerçekte sayılarda çözümü yoktur.

Soru:



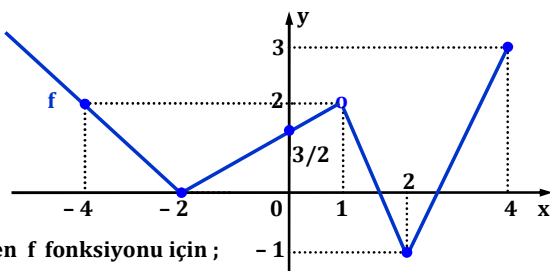
Grafiği verilen f fonksiyonunun sıfırlarını ve bu noktaları bulunuz.

Soru:



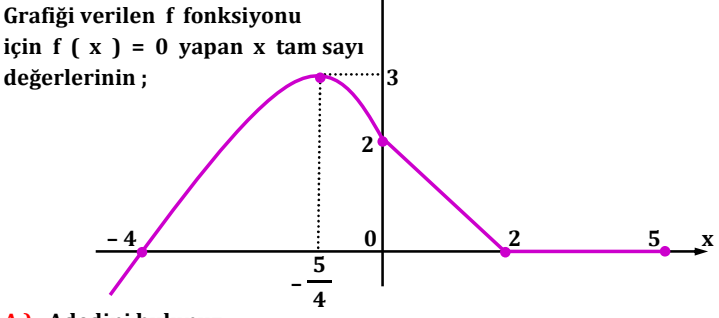
Grafiği verilen f fonksiyonunun;
A) Tanım ve görüntü kümesini bulunuz.
B) En büyük ve en küçük değerini bulunuz.

Soru:



Grafiği verilen f fonksiyonu için;
A) $f(2) + f(0) \cdot f(-4) + f^2(4) = ?$
B) $f[f(-2)] = ?$

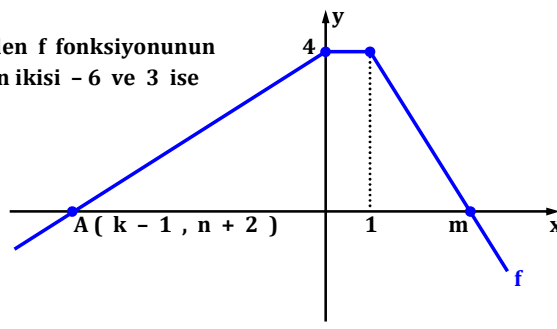
Soru:



Grafiği verilen f fonksiyonu için $f(x) = 0$ yapan x tam sayı değerlerinin;
A) Adedini bulunuz.
B) Bu x değerleri biliniyorsa bu değerlerin çarpımı ne olur ?

Soru:

Grafiği verilen f fonksiyonunun sıfırlarından ikisi -6 ve 3 ise $k \cdot m \cdot n = ?$

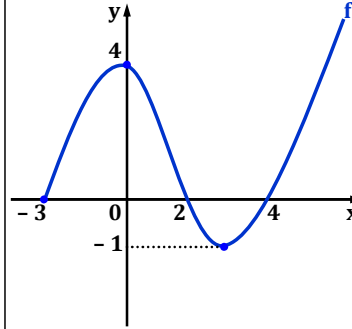


~ 433 ~

Soru:

Aşağıda grafiği verilen f fonksiyonlarının bire bir ve örten olma durumunu inceleyiniz.

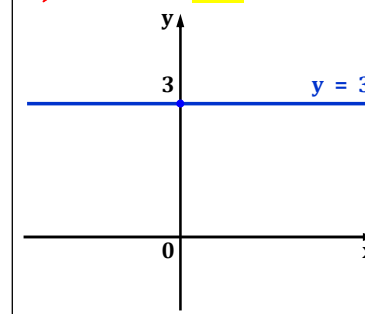
1) $f : [-3, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$



- A) Bire bir ama örten değil.
- B) Bire bir ve örtendir.
- C) Bire bir ve örten değil.
- D) Bire bir değil ama örtendir.

~ 436 ~

4) $f : \mathbb{R} \rightarrow \{3\}$



- A) Bire bir ama örten değil.
- B) Bire bir ve örtendir.
- C) Bire bir ve örten değil.
- D) Bire bir değil ama örtendir.

~ 439 ~

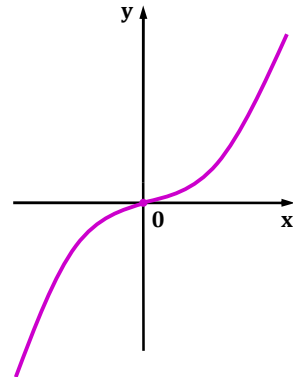
Not 5: Grafik sorularında ;

A) Bire bir şartı için grafik üzerinde x eksenine paralel olacak şekilde yatay doğrular çizilir. Çizilen doğrular grafiği tek noktada keserse fonksiyon bire birdir.

B) Örtten şartı içinse, grafik değer kümesi (alt sınır - üst sınır) aralığında çizilmelidir. ($f : A \rightarrow B$ ifadesinde B değer kümesiydi.)

~ 434 ~

2) $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$



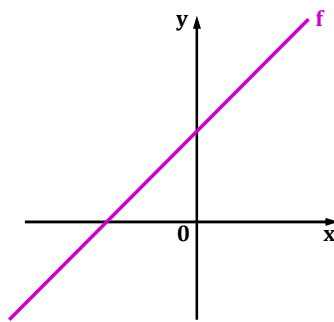
- A) Bire bir ama örten değil.
- B) Bire bir ve örtendir.
- C) Bire bir ve örten değil.
- D) Bire bir değil ama örtendir.

~ 437 ~

Soru: $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = 4 - 2x$ fonksiyonu bire bir ve örten midir ? [Grafik çizilir ve nottaki şartlar kontrol edilir.]

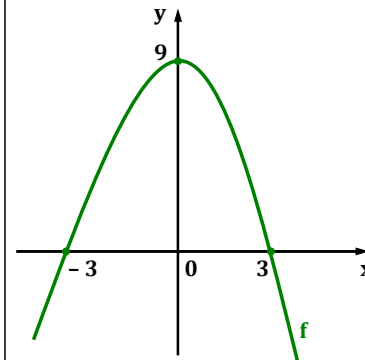
~ 440 ~

Soru: $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ olsun. Grafiği verilen f fonksiyonu bire bir ve örten midir ? ($\mathbb{R} = (-\infty, +\infty)$ aralığı idi.)



~ 435 ~

3) $f : \mathbb{R} \rightarrow [-\infty, 9]$



- A) Bire bir ama örten değil.
- B) Bire bir ve örtendir.
- C) Bire bir ve örten değil.
- D) Bire bir değil ama örtendir.

~ 438 ~

[Bu bölümde işlenecek olan konuların, matematik müfredat programındaki yeri altta gösterilmiştir.]

10.2.2. İki Fonksiyonun Bileşkesi ve Bir Fonksiyonun Tersİ

Terimler ve Kavramlar: Bileşke fonksiyon, fonksiyonun tersi

Sembol ve Gösterimler: $f \circ g$, f^{-1}

10.2.2.1. Bire bir ve örten fonksiyonlar ile ilgili uygulamalar yapar.

- A) Bir fonksiyonun bire bir ve örtenliği grafik üzerinde yatay doğru testiyle incelenir ve cebirsel olarak ilişkilendirilir.
- B) Bilgi ve iletişim teknolojileri yardımıyla bir fonksiyonun bire bir ve örten olup olmadığı belirlenir.

~ 441 ~

10. 2. 2. 2. Fonksiyonlarda bileşke işlemiyle ilgili işlemler yapar.

- A) Bileşke işlemi, fonksiyonların cebirsel ve grafik gösterimleri ile ilişkilendirilerek ele alınır.
- B) Fonksiyonlarda bileşke işleminin birleşme özelliğini olduğu belirtilir, değişme özelliğinin olmadığı örneklerle gösterilir.
- C) Parçalı tanımlı fonksiyonların bileşkesine girilmez.

10. 2. 2. 3. Verilen bir fonksiyonun tersini bulur.

- A) Bir fonksiyonun tersinin de fonksiyon olması için gerekli şartlar belirtilir.
- B) Sadece bire bir ve örten doğrusal fonksiyonun tersinin grafiği çizilir; fonksiyonun grafiği ile tersinin grafiğinin $y = x$ doğrusuna göre simetrik olduğu gösterilir.
- C) Parçalı tanımlı fonksiyonların tersi verilmez.

~ 442 ~

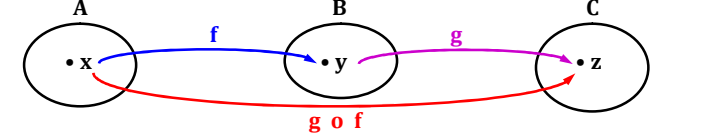
Soru: $f(x) = x^2 + 2x$ ve $g(x) = 2x - 1$ ise $f \circ g(x) = ?$

~ 445 ~

~ 448 ~

İki Fonksiyonun Bileşkesi

$f: A \rightarrow B$ ve $g: C \rightarrow D$ fonksiyonları verilsin. A kümesindeki her elemanı f ve g fonksiyonları yardımı ile C kümesinde yalnız bir elemana eşleyen fonksiyona "bileşke fonksiyon" adı verilir.



f ile g fonksiyonlarının bileşkesi $g \circ f$ ile gösterilir. o bileşke işlemi gösteren semboldür. $f(x) = y$, $g(y) = z$ olduğundan $(g \circ f)(x) = z$ olarak alınır.

~ 443 ~

Not: Bazı özel durumlar dışında bileşke fonksiyonun **değişme özelliği yoktur**. Yani $(f \circ g)(x) \neq (g \circ f)(x)$ olur.

Soru: $f(x) = 5 - 4x$ ve $g(x) = 2x + 1$ ise $g \circ f(x) + f \circ g(x) = ?$

~ 446 ~

Soru: $f(x) = 3x - 2$, $g(x) = x + 4$ ve $h(x) = 2x + 1$ ise $f \circ g \circ h(x) = ?$

~ 449 ~

Kural: $(g \circ f)(x) = g[f(x)]$ olarak alınır. Yani, g fonksiyonunda x görülen yere $f(x)$ yazılır ve sonuç bulunur.

*** Her zaman için sağdaki fonksiyon, soldaki fonksiyonda x görülen yere yazılır.

Soru: $f(x) = 2x - 1$ ve $g(x) = 3x + 2$ ise $g \circ f(x)$ ve $f \circ g(x)$ fonksiyonlarını bulunuz.

~ 444 ~

Soru: $f(x) = 3x + 2$ ve $g(x) = x^2 - x$ ise $g \circ f(x) = ?$

~ 447 ~

Soru: $f(x) = 2x + 4$, $g(x) = 2x - 1$ ve $h(x) = 1 + 3x$ ise $g \circ h \circ f(x) = ?$

~ 450 ~

Soru: $f(x) = 4x + 5$ ve $g(x) = 3x - 2$ ise $f \circ g(3) = ?$
[Bileşke fonksiyonu bulmadan; $f[g(3)]$ ifadesinde önce $g(3)$ sonucunu, sonra da bulduğumuz sayıyı f fonksiyonuna uygulayarak istenen sonucu buluruz.]

~ 451 ~

Soru: $f(x) = x^2 + x$, $g(x) = 2x + 1$ ve $h(x) = x + 2$ ise $f \circ g \circ h(0) = ?$

~ 454 ~

Soru: $f(x) = 4x + 2$ ve $g(x) = 3x - k$ veriliyor.
 $f \circ g(2) = 34$ ise $g(1) = ?$

~ 457 ~

Soru: $f(x) = x^2 + 4x$ ve $g(x) = 2x + 5$ ise
 $g \circ f(-2) = ?$

~ 452 ~

Soru: $f(x) = 3x - 2$, $g(x) = x^3 + 2x$ ve $h(x) = 4 - 2x$ ise $g \circ f \circ h(1) = ?$

~ 455 ~

Soru:
$$f(x) = \begin{cases} 2x + 4 & , \ x < 2 \text{ ise} \\ x + 3 & , \ x \geq 2 \text{ ise} \end{cases}$$

parçalı fonksiyonu veriliyor. $f \circ f(1) + f(2) = ?$

~ 458 ~

Soru: $f(x) = 3x + 2$ ve $g(x) = x^2 - x$ ise
 $g \circ f(1) + f \circ g(2) = ?$

~ 453 ~

Soru: $f(x) = 2x + m$ ve $g(x) = 3x + 5$ veriliyor.
 $g \circ f(1) = 23$ ise $m = ?$

~ 456 ~

Soru:
$$f(x) = \begin{cases} x^2 + 1 & , \ x < -1 \text{ ise} \\ x - 2 & , \ -1 \leq x < 3 \text{ ise} \\ 3x - 4 & , \ 3 \leq x \text{ ise} \end{cases}$$

parçalı fonksiyonu veriliyor. $f \circ f \circ f(0) = ?$

~ 459 ~

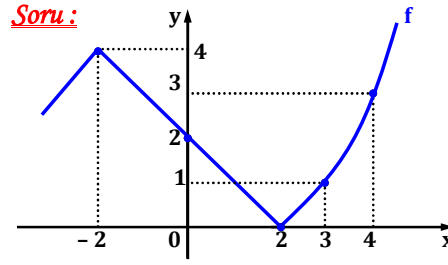
Soru:

$$f(x) = \begin{cases} x + 3 & , x \text{ tek ise} \\ 2x + 1 & , x \text{ çift ise} \end{cases}$$

parçalı fonksiyonu veriliyor. $f \circ f \circ f \circ f \circ f(2) = ?$

~ 460 ~

Soru:



$$f \circ f \circ f \circ f(-2) = ?$$

f fonksiyonunun grafiği yanda veriliyor. Buna göre

~ 463 ~

Bir Fonksiyonun Tersi

Bir f fonksiyonunun tersi f^{-1} ile gösterilir.

$f : A \rightarrow B$ ise $f^{-1} : B \rightarrow A$ olur. $y = f(x)$ bire bir ve örten ise $f(x)$ fonksiyonunun tersi de fonksiyon olur.

$y = f(x)$ fonksiyonunda x yalnız bırakılır. x yerine y, y yerine x yazılarak $y = f^{-1}(x)$ ters fonksiyonu elde edilir.

Soru: $y = f(x) = 3x - 2$ ise $f^{-1}(x) = ?$

~ 466 ~

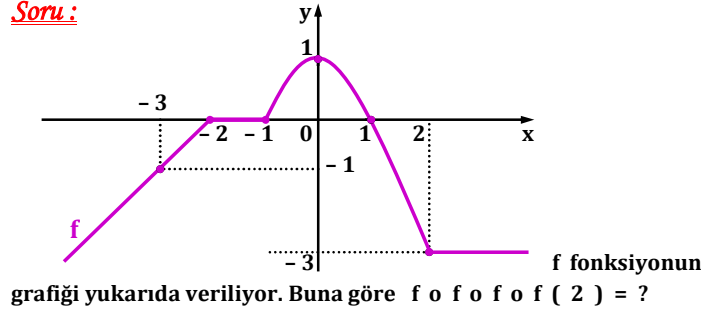
Soru:

$f(x) = 2x + 4$ ve $f \circ g(x) = 4x + 20$ ise $g(x) = ?$

[Bileşke fonksiyonun kuralı uygulanır ve işlemde g fonksiyonu yalnız bırakılır.]

~ 461 ~

Soru:



f fonksiyonun grafiği yukarıda veriliyor. Buna göre $f \circ f \circ f \circ f(2) = ?$

~ 464 ~

Soru: $y = f(x) = 5 - 8x$ ise $f^{-1}(x) = ?$

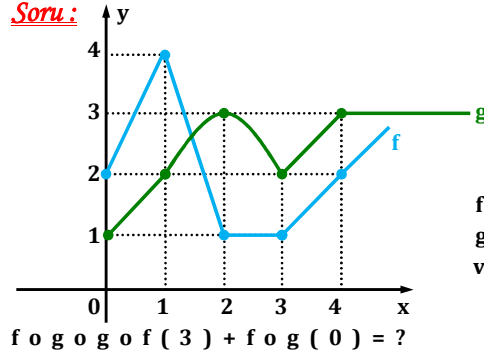
~ 467 ~

Soru:

$f(x) = 3x - 2$ ve $f \circ g(x) = 10 + 3x$ ise $g(7) = ?$

~ 462 ~

Soru:



f ve g fonksiyonlarının grafikleri yanda verilmiştir.

$$f \circ g \circ g \circ f(3) + f \circ g(0) = ?$$

~ 465 ~

Soru: $y = f(x) = \frac{3x - 11}{4}$ ise $f^{-1}(x) = ?$

~ 468 ~

Soru: $y = f(x) = (x + 2)^3 - 1$ ise $f^{-1}(x) = ?$

Kural: $y = f(x)$ fonksiyonunun tersini kısa yoldan aşağıdaki yöntemler kullanarak bulabiliriz.

1) $f(x) = x \mp a$ ise $f^{-1}(x) = x \pm a$

2) $f(x) = ax$ ise $f^{-1}(x) = \frac{x}{a}$

3) $f(x) = ax \mp b$ ise $f^{-1}(x) = \frac{x \pm b}{a}$

4) $f(x) = \frac{ax \mp b}{c}$ ise $f^{-1}(x) = \frac{cx \pm b}{a}$

5) $f(x) = \frac{ax + b}{cx + d}$ ise $f^{-1}(x) = \frac{-dx + b}{cx - a}$ (Üstteki x'in katsayısı ile alttaki sabit sayı, yer ve işaret değiştirir.) olarak alınır.

E) $f(x) = 9 - 4x$

F) $f(x) = \frac{3x - 15}{8}$

Soru: $x > 1$ olmak üzere $y = f(x) = 4 + (x - 1)^2$ ise $f^{-1}(20) = ?$

Soru: Aşağıda verilen $y = f(x)$ fonksiyonlarının ters fonksiyonlarını bulunuz.

A) $f(x) = 4 + x$

B) $f(x) = -7x$

G) $f(x) = \frac{6 - 2x}{5}$

H) $f(x) = \frac{2x - 1}{4 + 5x}$

C) $f(x) = \frac{3x}{2}$

D) $f(x) = 3x - 12$

i) $f(x) = \frac{4 + 3x}{7 - 2x}$

J) $f(x) = \frac{3x}{5 + 2x}$

<p>K) $f(x) = \frac{6}{2x - 3}$</p> <p>L) $f(x) = \frac{3x - 4}{7x}$</p> <p>~ 478 ~</p>	<p><u>Not:</u> $f[h(x)]$ durumunda $f(x)$ istenirse, işlemde $h(x)$ fonksiyonunun tersi x yerine yazılır.</p> <p><u>Soru:</u> $f(2x + 1) = 6x - 4$ ise $f(x) = ?$</p> <p>~ 481 ~</p>	<p><u>Soru:</u> $f\left(\frac{3x - 4}{5}\right) = 12x + 1$ ise $f(x) = ?$</p> <p>~ 484 ~</p>
<p><u>Soru:</u> $f(x) = \frac{2x - 1}{5 + x}$ ise $f^{-1}(7) = ?$</p> <p>~ 479 ~</p>	<p><u>Soru:</u> $f(3x - 4) = 8 - 9x$ ise $f(x) = ?$</p> <p>~ 482 ~</p>	<p><u>Soru:</u> $f\left(\frac{5 + 2x}{7}\right) = 5x + \frac{17}{3}$ ise $f(x) = ?$</p> <p>~ 485 ~</p>
<p><u>Soru:</u> $f(x) = \frac{3x + 5}{11}$ ve $f^{-1}(10) = k + 1$ ise $k = ?$</p> <p>~ 480 ~</p>	<p><u>Soru:</u> $f(-8 + 5x) = -3x + 10$ ise $f(x) = ?$</p> <p>~ 483 ~</p>	<p><u>Soru:</u> $f\left(\frac{3x + 2}{4 + 2x}\right) = 5x + 1$ ise $f(x) = ?$</p> <p>~ 486 ~</p>

<p><u>Soru:</u> $f \circ g (x) = x^2 + 3x$ ve $g (x) = 3x - 4$ ise $f (5) = ?$</p> <p>~ 487 ~</p>	<p><u>Soru:</u> $f (x) = \frac{5x - 1}{2}$ ve $g (x) = 10x - 3$ ise $g \circ f^{-1} (x) = ?$</p> <p>~ 490 ~</p>	<p><u>Soru:</u> $f (x) = 2x - 7$ ve $g (x) = 6 + 3x$ ise $(f \circ g)^{-1} (x) = ?$</p> <p>~ 493 ~</p>
<p><u>Soru:</u> $g \circ f (x) = -x^3 + 2x$ ve $f (x) = 2x + 3$ ise $g (11) = ?$</p> <p>~ 488 ~</p>	<p><u>Soru:</u> $f (x) = \frac{x + 1}{3}$ ve $g (x) = 4 - x$ ise $f^{-1} \circ g^{-1} (x) = ?$</p> <p>~ 491 ~</p>	<p><u>Soru:</u> $f (x) = -3x + 4$ ve $g (x) = 2x + 9$ ise $(g \circ f)^{-1} (x) = ?$</p> <p>~ 494 ~</p>
<p><u>Soru:</u> $f (x) = 3x - 5$ ve $g (x) = 2x - 4$ ise $f \circ g^{-1} (x) = ?$</p> <p>~ 489 ~</p>	<p><u>Kural:</u> 1) $(f^{-1})^{-1} (x) = f (x)$ yani bir fonksiyonun tersinin tersi fonksiyonunun kendisini verir.</p> <p>Örneğin; $f (x) = x + 4$ ise $f^{-1} (x) = x - 4$ olur.</p> <p>$(f^{-1})^{-1} (x) = x + 4 = f (x)$ sağlanır.</p> <p>2) $(f \circ g)^{-1} (x) = g^{-1} \circ f^{-1} (x)$ olarak alınır. Ya da önce bileşke fonksiyon bulunur. Sonrasında ise bileşke fonksiyonun tersi alınır.</p> <p>~ 492 ~</p>	<p><u>Soru:</u> $f (x) = \frac{x + 1}{3}$ ve $g (x) = 2x + 5$ ise $(f \circ g^{-1})^{-1} (x) = ?$</p> <p>~ 495 ~</p>

Soru: $f(x) = \frac{3x - 6}{4}$ ve $g(x) = 5x + 1$ ise
 $(g^{-1} \circ f)^{-1}(2) = ?$

~ 496 ~

C) $f(x) = \frac{3}{x + 1}$

~ 499 ~

~ 502 ~

Soru: $f(x) = \frac{5x - 7}{3}$ ve $g(x) = \frac{3x + 6}{5}$ ise
 $(f \circ g^{-1})^{-1}(11) = ?$

~ 497 ~



Soru: Aşağıdaki fonksiyonları tanım ve değer kümesini bulunuz.
A) $f(x) = \frac{3x + 5}{8 - 2x}$

~ 500 ~

D) $f(x) = \frac{15x - 20}{3x}$

~ 503 ~

Kural: $f: \mathbb{R} - \{a\} \longrightarrow \mathbb{R} - \{b\}$



Fonksiyonun tanım kümesidir.
Fonksiyonun paydasını sıfır yapan değer bulunur ve reel sayılar kümesinden çıkartılır.

Fonksiyonun değer kümesidir.
Ters fonksiyonun paydasını sıfır yapan değer bulunur ve reel sayılar kümesinden çıkartılır.

Soru: $f(x) = \frac{-9x + 5}{3x - 6}$ fonksiyonunun tanım ve değer kümesini bulunuz.

~ 498 ~

B) $f(x) = \frac{-10 + 4x}{5x - 15}$

~ 501 ~

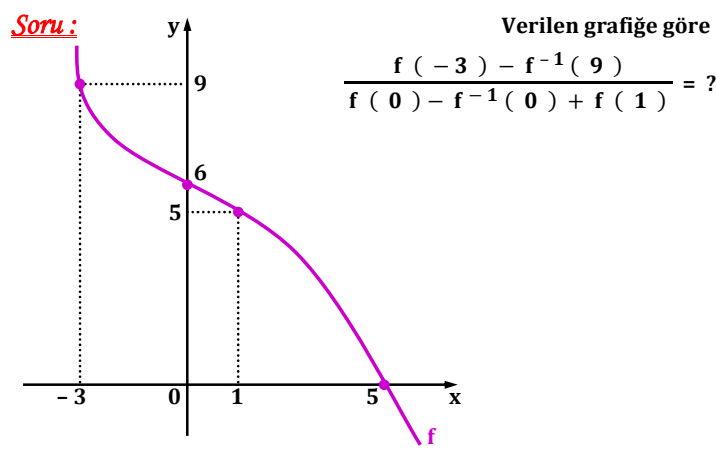
Soru: $f: \mathbb{R} - \{2\} \longrightarrow \mathbb{R} - \{3\}$ ve $f(x) = \frac{ax - 4}{3x - b}$ ise
 $a \cdot b = ?$

~ 504 ~

<p><u>Soru:</u> $f : \mathbb{R} - \{ 4 \} \longrightarrow \mathbb{R} - \{ -2 \}$ ve $f (x) = \frac{2 + kx}{-3x + m}$ ise $k + m = ?$</p> <p>~ 505 ~</p>	<p><u>Kural:</u> $y = f (x) \Leftrightarrow x = f^{-1} (y)$ olarak alınır.</p> <p>Yani, parantez içi ile eşitliğin karşısındaki terim yer değiştirirse fonksiyon ters fonksiyona dönüşür.</p> <p><u>Soru:</u> $f (x) = \frac{2x + k}{3}$ ve $f^{-1} (-2) = -1$ ise $k = ?$</p> <p>~ 508 ~</p>	<p><u>Soru:</u> $f (x) = \frac{3k - 2x + 4}{11}$ ve $f^{-1} (-3) = 5$ ise $f (1) = ?$</p> <p>~ 511 ~</p>
<p><u>Soru:</u> $f : \mathbb{R} - \{ 6 \} \longrightarrow \mathbb{R} - \{ -3 \}$ ve $f (x) = \frac{2nx - 6}{4x - 3m}$ ise $m - n = ?$</p> <p>~ 506 ~</p>	<p><u>Soru:</u> $f (x) = \frac{3kx - 4}{5}$ ve $f^{-1} (k + 1) = 2$ ise $k = ?$</p> <p>~ 509 ~</p>	<p>~ 512 ~</p>
<p><u>Soru:</u> $f : \mathbb{R} - \{ 2 \} \longrightarrow \mathbb{R} - \{ -3 \}$ ve $f (x) = \frac{-4 + 3mx}{nx + 12}$ ise $m + n = ?$</p> <p>~ 507 ~</p>	<p><u>Soru:</u> $f (x) = \frac{2k - 3x}{4 + kx}$ ve $f^{-1} (3) = 6$ ise $k = ?$</p> <p>~ 510 ~</p>	<p><u>Soru:</u> $f (3x + 2) = 2 - 4x$ ve $f^{-1} (6) = ?$</p> <p>~ 513 ~</p>

Soru: $f\left(\frac{5x-3}{6}\right) = 4x-7$ ve $f^{-1}(5) = ?$

~ 514 ~



~ 517 ~

Kural: $A) f \circ f^{-1}(x) = f^{-1} \circ f(x) = I(x)$

olarak alınır. Yani bir fonksiyon ile bu fonksiyonun tersinin bileşkesi birbirini etkisiz hale (nötr) getirir. (I : Etkisiz fonksiyon)

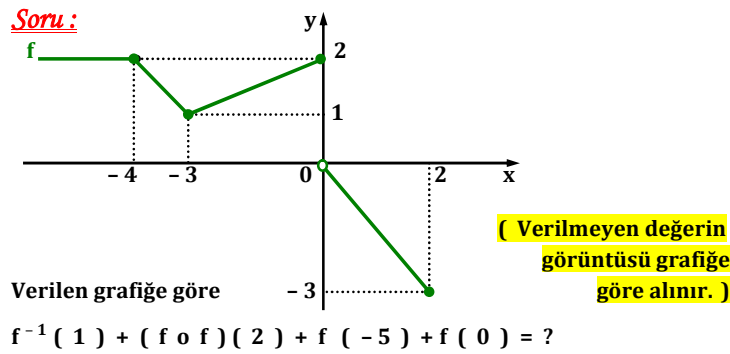
$B) f(x) = g(x)$ ise $h \circ f(x) = h \circ g(x)$

veya $f \circ h(x) = g \circ h(x)$ olarak alınır. Yani eşitliğin iki tarafını, aynı fonksiyon ile aynı taraftan bileşke uygulayabiliriz.

~ 520 ~

Soru: $f\left(\frac{5x+1}{1-2x}\right) = \frac{4-3x}{2}$ ve $f^{-1}(8) = ?$

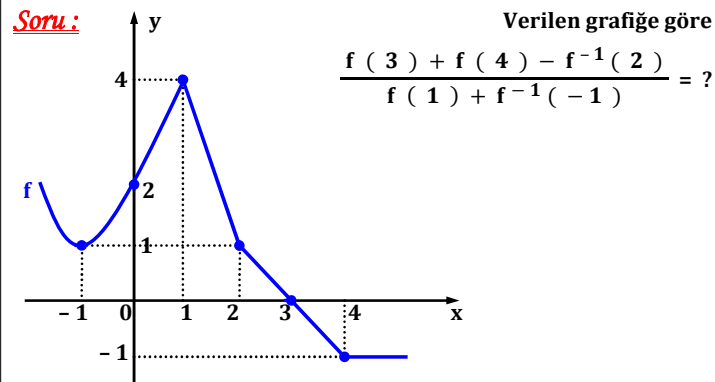
~ 515 ~



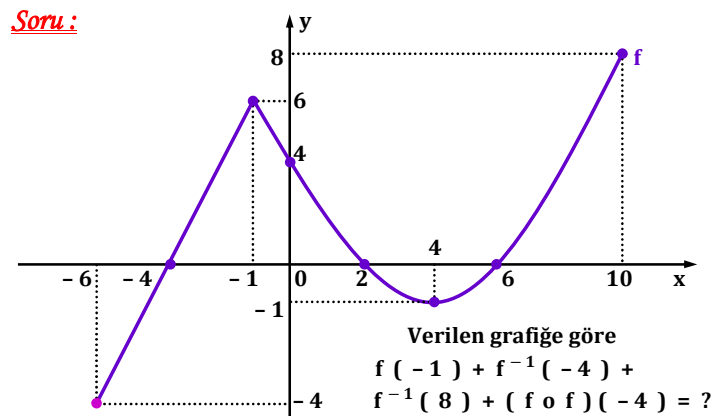
~ 518 ~

Soru: $g(x) = -4x + 3$ ve $f^{-1} \circ g(x) = 2x + 5$ ise $f(x) = ?$

~ 521 ~



~ 516 ~



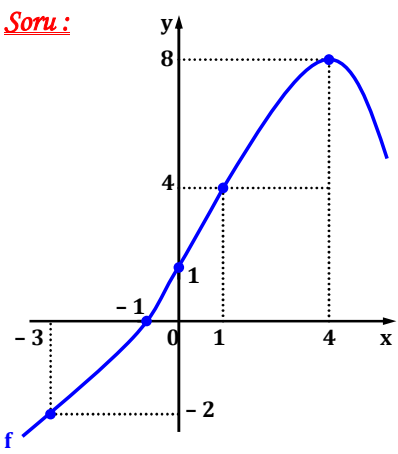
~ 519 ~

~ 522 ~

Soru: $f(x) = \frac{6x + 1}{5}$ ve $g^{-1} \circ f(x) = \frac{3x - 1}{2}$ ise $g(x) = ?$

~ 523 ~

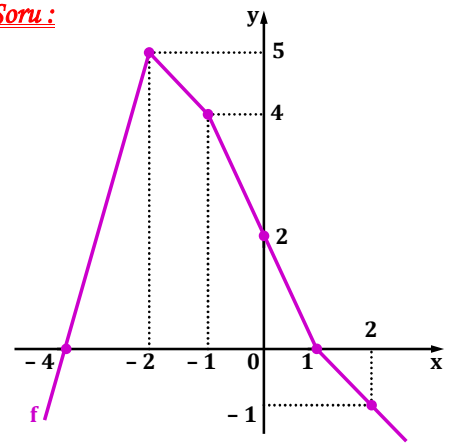
Soru:



Grafiğe göre
 $f \circ f \circ f(k) = 8$
 ise $k = ?$

~ 526 ~

Soru:



Grafiğe göre
 $f \circ f \circ f \circ f(m) = 4$
 ise $m = ?$

~ 527 ~

Soru: $y = f(x) = 2x - 4$ fonksiyonu veriliyor. f ve f^{-1} fonksiyonlarının grafiklerini çiziniz.

~ 530 ~

Soru: $g(x) = 5x - 1$ ve $g \circ f^{-1}(x) = \frac{x - 3}{2}$ ise $f(x) = ?$

~ 525 ~

Not:

$y = f(x)$ ile $y = f^{-1}(x)$ fonksiyonlarının grafikleri $y = x$ doğrusuna göre birbirlerine simetrikler.

Soru:

$y = f(x) = x + 3$ fonksiyonu veriliyor. f ve f^{-1} fonksiyonlarının grafiklerini çiziniz.

~ 528 ~

~ 531 ~

Soru: $f(x) = \frac{x-5}{4}$ fonksiyonunun grafiğinin $y = x$ doğru-
suna göre simetriği olan grafik $h(x) = (k+3)x + m$ fonksi-
yonuna ait ise $k \cdot m = ?$

~ 532 ~

der [$P(x)$] : Polinomun derecesini gösterir.
 a_0 : Polinomun sabit terimini gösterir. (x 'li olmayan terim)

Soru: Aşağıdaki ifadelerin polinom olup olmadığını kontrol
ediniz.

A) $P(x) = -4 + x + 3x^2$ B) $P(x) = 2x - x^3 + \frac{6}{x}$

C) $P(x) = 17$ D) $P(x) = 5x^6 - \sqrt{3}x + 8$

~ 535 ~

Soru: $P(x) = x^5 - 2x^3 \cdot x^{11} + 8x^2 + 6x$ polinomunun; sabit
terimi, baş katsayısı ile derecesinin toplamı kaç olur ?

~ 538 ~

(Bu bölümde işlenecek olan konuların, matematik müfredat
programındaki yeri altta gösterilmiştir.)

10. 3. POLİNOMLAR

10. 3. 1. Polinom Kavramı ve Polinomlarla İşlemler

Terimler ve Kavramlar: Polinom, polinomun derecesi, polinomun
katsayıları, polinomun baş katsayısı, polinomun sabit terimi, sabit
polinom, sıfır polinomu, polinomun sıfırları

Sembol ve Gösterimler: $P(x)$

10. 3. 1. 1. Bir değişkenli polinom kavramını açıkla.

A) Polinomun derecesi, katsayıları ve sabit terimi belirtilir.
B) Sabit polinom, sıfır polinomu ve iki polinomun eşitliği
örneklerle açıklanır.

**10. 3. 1. 2. Polinomlarla toplama, çıkarma, çarpma ve bölme
işlemlerini yapar.**

~ 533 ~

E) $P(x) = 2x + \sqrt[5]{x^2} - 7$ F) $P(x) = \frac{2x^6}{x^2} - 10x^9 + 1$

~ 536 ~

Soru: $P(x) = 2x^{\frac{7}{m-1}} - 8x$ polinom ise m değerleri ne
olabilir ? (Kuvvet doğal sayı olacak şekilde çözüm üretilir.)

~ 539 ~

A) Bir $P(x)$ polinomunun $x - a$ ile bölümünden kalan
 $P(a)$ 'dır.
 $P(a) = 0 \Leftrightarrow x - a$, $P(x)$ 'in bir çarpanıdır.
B) Polinomun sıfır kavramı bölme işlemiyle ilişkilendirilir.

3. ÜNİTE : POLİNOMLAR

$a_0, a_1, a_2, \dots, a_n \in \mathbb{R}$ (katsayılar) , $n \in \mathbb{N}$ ve x bir
bilinmeyen olmak üzere;

$P(x) = a_0 + a_1 \cdot x + a_2 \cdot x^2 + a_3 \cdot x^3 + \dots + a_n \cdot x^n$

ifadesine “ bir bilinmeyenli reel katsayılı polinom ” adı verilir.

- Polinomlarda x 'in kuvvetleri doğal sayı olmalıdır.
- Derecesi en büyük olan terimin katsayısına “ baş katsayı ” ve
bu terimin derecesine “ polinomun derecesi ” adı verilir.

~ 534 ~

Soru: $P(x) = 7x^2 - x^3 + 4x^5 - 6 + 3x$ polinomunun; sabit
terimi, baş katsayısı ile derecesinin çarpımı kaç olur ?

~ 537 ~

Soru: $P(x) = 4x^2 - x^{\frac{6}{m+2}}$ polinom ise m değerlerinin
toplamı kaçtır ?

~ 540 ~

Soru: $P(x) = 12 + x^{\frac{12}{1+m}} + 3x^{5-m}$ polinom ise m değerlerinin adedini bulunuz.

Soru: $P(x) = x^2 - 4x + 5$ için $P(-2) + P(5) = ?$

Soru: $P(3x + 1) = 4x - 22$ ise $P(22) = ?$
[İsteneni verecek şekilde x için uygun sayı kullanılır. Fonksiyon konusunda da işlenmişti.]

~ 541 ~

~ 544 ~

~ 547 ~

Soru: $P(x) = 3x - 11$ için $P(4x + 5) = ?$

Soru: $P(5x - 7) = x^2 - 2x + 5$ ise $P(-17) = ?$

~ 542 ~

~ 545 ~

~ 548 ~

Hatırlatma: $P(x)$ polinomu verildiğinde $P(a)$ istenirse, eşitlikte x yerine a yazılır. [Fonksiyon konusunda işlenmişti.]

Soru: $P(x) = 2x - x^3 + 3$ için $P(3) = ?$

Soru: $P(x) = 5 - 2x$ için $P(x + 2) - P(x - 3) = ?$

Soru: $P(x - 3, 2y + 4) = x^2 \cdot y + 2x - x^3 \cdot y^2 + 3y - 4$ için $P(0, 6) = ?$

~ 543 ~

~ 546 ~

~ 549 ~

<p><u>Soru:</u> $P(x + 4) + x \cdot Q(2x - 1) = 5x - x^2 + 19$ için $P(6) = 11$ ise $Q(3) = ?$</p> <p>~ 550 ~</p>	<p><u>Soru:</u> $P(2x + 8) = 4x - 11$ ise $P(x) = ?$</p> <p>~ 553 ~</p>	<p><u>Soru:</u> $P(x) = (7x + x^2 - 5)^3 + 2x$ polinomunun sabit terimi ile katsayılar toplamını bulunuz.</p> <p>~ 556 ~</p>
<p><u>Soru:</u> $3 \cdot P(x - 2) - 2 \cdot Q(x + 5) = x^3 + 4x - 1$ için $Q(8) = 4$ ise $P(1) = ?$</p> <p>~ 551 ~</p>	<p><u>Soru:</u> $P\left(\frac{3x - 5}{4}\right) = 7x - 2$ ise $P(x) = ?$</p> <p>~ 554 ~</p>	<p><u>Soru:</u> $P(x) = (2x + 1)^4 \cdot (x - 2)^5$ polinomunun sabit terimi ile katsayılar toplamının toplamını bulunuz.</p> <p>~ 557 ~</p>
<p><u>Hatırlatma:</u> $P[Q(x)]$ verildiğinde $P(x)$'i bulmak için eşitlikte x yerine $Q(x)$'in tersi yazılır. [Fonksiyon konusun-da işlenmişti.]</p> <p><u>Soru:</u> $P(x - 4) = 6 - 5x$ ise $P(x) = ?$</p> <p>~ 552 ~</p>	<p><u>Kural:</u> <i>A)</i> Bir polinomun sabit terimi için, polinomda x yeri-ne 0 yazılarak istenen bulunur.</p> <p><i>B)</i> Bir polinomun katsayılar toplamı için, polinomda x yerine 1 yazılarak istenen bulunur.</p> <p><u>Soru:</u> $P(x) = (3x - 2)^2 + 4x - 5$ polinomunun sabit terimi ile katsayılar toplamını bulunuz.</p> <p>~ 555 ~</p>	<p><u>Soru:</u> $P(x) = 2x^4 + a - 5x + 4$ polinomunun sabit terimi 7, katsayılar toplamını b ise $a \cdot b = ?$</p> <p>~ 558 ~</p>

Soru: $P(x - 1) + P(x + 1) = x^2 + 6x - 9$ veriliyor.
 $P(3) = 11$ ise $P(x)$ polinomunun katsayılar toplamını bulunuz.
(İsteneni bulmak ve verileni kullanmak için eşitlikte x yerine uygun sayı alınır.)

~ 559 ~

Soru: $P(1 + x) = 2x^3 + 3x - 1$ veriliyor. $P(2x - 3)$ polinomunun sabit terimini bulunuz.

~ 562 ~

Soru: $P(x) = (3 - x)^2 \cdot (x + 2)^3$ polinomunun çift dereceli ve tek dereceli terimlerinin katsayılar toplamını bulunuz.

~ 565 ~

Soru: $P(x - 2) - P(x + 3) = 2x^2 - 3x + 1$ veriliyor.
 $P(5) = 8$ ise $P(x)$ polinomunun sabit terimini bulunuz.

~ 560 ~

Kural: Bir $P(x)$ polinomunda;
 $A)$ Çift dereceli terimlerin katsayıları toplamı $\frac{P(1) + P(-1)}{2}$,
 $B)$ Tek dereceli terimlerin katsayıları toplamı $\frac{P(1) - P(-1)}{2}$
kesirleri kullanılarak bulunur.
Soru: $P(x) = (x + 2)^4 \cdot 3x^5$ polinomunun çift dereceli ve tek dereceli terimlerinin katsayılar toplamını bulunuz.

~ 563 ~

Soru: $P(2x - 7) = x^2 - 3x + 2$ veriliyor. $P(x + 4)$ polinomunun katsayılar toplamını bulunuz.

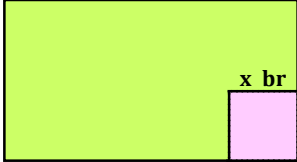
~ 561 ~

Sabit Polinom
 $c \in \mathbb{R}$ olmak üzere $P(x) = c$ polinomuna “sabit polinom” adı verilir. x'in her değeri için polinomun sonucu aynıdır.
*** Sabit polinomda x'li terim bulunmamalıdır. (Sabit fonksiyonda da aynı konu işlenmişti.)
Soru: $P(x) = (9 - 3k)x + k - 12$ sabit polinom ise $P(6) = ?$

~ 564 ~

~ 567 ~

<p><u>Soru:</u> $P(x) = (2m - n)x^2 + (m + 4)x + n$ <u>sabit polinom</u> ise $P(1) = ?$</p> <p>~ 568 ~</p>	<p><u>Soru:</u> $P(x) = (2k + 4)x^{11} + (m - 3)x + n - m + 1$ <u>sıfır polinomu</u> ise $k + m + n = ?$</p> <p>~ 571 ~</p>	<p><u>Soru:</u> $(2k - 5)x^2 + 5x + m - 1 = 6 + x^2 + 2x + nx$ ise $k.m.n = ?$</p> <p>~ 574 ~</p>
<p><u>Soru:</u> $P(x) = 12x + 3k - 2kx + 1$ <u>sabit polinom</u> ise $k + P(2019) = ?$</p> <p>~ 569 ~</p>	<p><u>İki Polinomun Eşitliği</u></p> <p>$P(x)$ ve $Q(x)$ gibi iki polinomun dereceleri aynı ve aynı dereceli terimlerin katsayıları da birbirine eşit ise bu iki polinoma “eşit polinom” adı verilir.</p> <p>İki eşit polinomda aynı dereceli terimlerin katsayıları birbirine, sabit sayılar da birbirine eşitlenir. (Fonksiyonlar konusunda da işlenmişti.)</p> <p><u>Soru:</u> $P(x) = (a - 1)x^3 - 7x + 8 + (b + 1)x^2$ ile</p> <p>$Q(x) = 4x^3 + 3x^2 - cx + d$ polinomları birbirine <u>eşit</u> ise $a + b + c + d = ?$</p> <p>~ 572 ~</p>	<p><u>Soru:</u> $(2x + 1).(x - 3) = ax^2 + c + 4 + (b - 2)x$ ise $a + b + c = ?$</p> <p>~ 575 ~</p>
<p><u>Not:</u> $P(x) = 0$ polinomuna “sıfır polinomu” adı verilir.</p> <p>*** Sıfır polinomunda x’li terim bulunmamalıdır. x’li terim dışındakilerde 0’a eşitlenir.</p> <p><u>Soru:</u> $P(x) = mx - 2x + 4n + 12$ <u>sıfır polinomu</u> ise $m.n = ?$</p> <p>~ 570 ~</p>	<p><u>Soru:</u> $P(x) = (a - 3)x^8 + x^5 + dx - c + 2$ ile</p> <p>$Q(x) = 5 + 7x^8 + (2b - 3)x^5$ polinomları birbirine <u>eşit</u> ise $a.b.c + d = ?$</p> <p>~ 573 ~</p>	<p><u>Soru:</u> $P(x - 3) + P(x - 1) = 6x - 10$ ise $P(x) = ?$</p> <p>(Toplamın sonucu 1.dereceden olduğuna göre $P(x)$ polinomu 1.dereceden bir ifade olarak alınır. $P(x) = ax + b$ olarak alınır ve eşitlik kullanılarak a ve b elde edilir.)</p> <p>~ 576 ~</p>

	<p><u>Polinomlarda Toplama – Çıkartma ve Çarpma İşlemi</u></p> <p>Aynı dereceden olan ifadelerin katsayıları verilen işleme göre toplanır veya çıkartılır. Çarpma işleminde ise dağılma özelliği kullanılır ve katsayılar çarpılır, x 'li terimlerin kuvveti toplanır.</p> <p>[Fonksiyonlar konusunda da işlenmişti.]</p> <p><u>Soru:</u> $P(x) = 3x - 9$ ve $Q(x) = 10 - x$ ise;</p> <p>A) $Q(x) - P(x) = ?$ B) $2P(x) - 4Q(x) = ?$</p>	<p><u>Soru:</u> $(4x^2 + 3x - 6) \cdot (5x - x^2 + 2)$ çarpımının açılımında x^2 'li terimin katsayısı ne olur ?</p>
<p>~ 577 ~</p> <p><u>Soru:</u> $P(2x - 3) + P(x + 1) = -3x + 6$ ise $P(x) = ?$</p>	<p>~ 580 ~</p> <p><u>Soru:</u> $P(x) = 8x^2 - 12x + 20$ ve $Q(x) = -x^2 + 2x + 5$ ise $\frac{P(x)}{4} + 2Q(x) = ?$</p>	<p>~ 583 ~</p> <p><u>Soru:</u> $P(x) = 2x^2 - x^3 + 4x + 1$ veriliyor. $P^2(x)$ polinomunda x^4 'lü terimin katsayısını bulunuz.</p>
<p>~ 578 ~</p>	<p>~ 581 ~</p> <p><u>Soru:</u> $P(x) = x^2 - 4x$ ve $Q(x) = 3x + 7$ ise $P(x) \cdot Q(x) = ?$</p>	<p>~ 584 ~</p> <div data-bbox="1491 1062 1912 1276"> <p><u>Soru:</u></p>  </div> <p>Büyük şekil bir dikdörtgendir. Buna göre;</p> <p>A) Şeklin çevre uzunluğu kaç br 'dir ?</p> <p>B) Şeklin alanı kaç br^2 'dir ?</p>
<p>~ 579 ~</p>	<p>~ 582 ~</p>	<p>~ 585 ~</p>

<p>~ 595 ~</p>	<p><u>Soru:</u> $P(x) = -x^5 + 2x^3 + x^2 - x + 4$ polinomunun $2x + 2$ ile bölümünden <u>kalanı</u> bulunuz.</p> <p>~ 598 ~</p>	<p><u>Soru:</u> $P(x) = -x^3 + kx^2 - 2x + k$ polinomunun $2x + 4$ ile bölümünden <u>kalan</u> 2 ise polinomun $x - 1$ ile bölümünden <u>kalan</u> kaçtır ?</p> <p>~ 601 ~</p>
<p><u>Kural:</u> (Kalanı Kısa Yoldan Bulma)</p> <p>Bir $P(x)$ polinomunun $ax + b$ ile bölümünden <u>kalanı</u> bulmak için;</p> <p>A) $ax + b = 0$ eşitliğinden x değeri bulunur.</p> <p>B) Bulunan x değeri polinomda yerine yazılır.</p> <p><u>Soru:</u> $P(x) = 2x^2 - 5x + 3$ polinomunun $x - 2$ ile bölümünden <u>kalanı</u> bulunuz.</p> <p>~ 596 ~</p>	<p><u>Soru:</u> $P(x) = x^2 - ax + 5$ polinomunun $x - 4$ ile bölümünden <u>kalan</u> 1 ise $a = ?$</p> <p>~ 599 ~</p>	<p>~ 602 ~</p>
<p><u>Soru:</u> $P(x) = x^3 + x^2 - 4x + 2$ polinomunun $x + 3$ ile bölümünden <u>kalanı</u> bulunuz.</p> <p>~ 597 ~</p>	<p><u>Soru:</u> $P(x) = 3x^4 + 5x^2 - m + 1$ polinomunun $x - \sqrt{2}$ ile bölümünden <u>kalan</u> -2 ise $m = ?$</p> <p>~ 600 ~</p>	<p><u>Soru:</u> $P(3 - x) = 2x^3 + x^2 + 4x - 1$ ise $P(x)$ polinomunun $x - 2$ ile bölümünden <u>kalanı</u> bulunuz. (İsteneni bulmak için verilen denklemde x yerine uygun bir sayı almalıyız.)</p> <p>~ 603 ~</p>

Soru: $P(2x + 4) = -x^4 + 2x^3 - 5x + 2$ ise $P(x + 9)$ polinomunun $x + 1$ ile bölümünden kalanı bulunuz.

~ 604 ~

4) $\frac{d}{dx}[k \cdot P(x)] = m$ olarak alınır. Katsayı polinomun derecesini etkilemez.

5) $\frac{d}{dx}[P(x^k)] = k \cdot m$ olarak alınır.

6) $\frac{d}{dx}[P^k(x)] = k \cdot m$ olarak alınır.

Soru: $\frac{d}{dx}[P(x)] = 5$ ve $\frac{d}{dx}[Q(x)] = 3$ ise;
A) $\frac{d}{dx}[P(x) \cdot Q(x)] + \frac{d}{dx}[P(x)/Q(x)] = ?$

~ 607 ~

$\frac{d}{dx}[P(x)] = 5$ ve $\frac{d}{dx}[Q(x)] = 3$ ise;
D) $\frac{d}{dx}[P^3(x)] - \frac{d}{dx}[4 \cdot Q(x)] = ?$

~ 610 ~

Soru: $P(x + 2) = (x^3 - 2x - 3) \cdot Q(x) + x^2 + x + 1$ veriliyor. $Q(x)$ 'in sabit terimi 5 ise $P(x)$ polinomunun $-3x + 6$ ile bölümünden kalanı bulunuz.

~ 605 ~

$\frac{d}{dx}[P(x)] = 5$ ve $\frac{d}{dx}[Q(x)] = 3$ ise;
B) $\frac{d}{dx}[P(x) + Q(x)] = ?$

~ 608 ~

$\frac{d}{dx}[P(x)] = 5$ ve $\frac{d}{dx}[Q(x)] = 3$ ise;
E) $\frac{d}{dx}[x^8 \cdot P(x^2) \cdot Q(x)] = ?$

~ 611 ~

Kural: (Derece Uygulamaları)
 $\frac{d}{dx}[P(x)] = m$ ve $\frac{d}{dx}[Q(x)] = n$ olsun.
(Sorularda basit olarak $P(x) = x^m$ ve $Q(x) = x^n$ olarak alınabilir.)

1) $\frac{d}{dx}[P(x) \cdot Q(x)] = m + n$ olarak alınır.

2) $\frac{d}{dx}[P(x)/Q(x)] = m - n$ olarak alınır.

3) $\frac{d}{dx}[P(x) \mp Q(x)] = m \text{ (} m > n \text{ ise)}$

veya $= n \text{ (} n < m \text{ ise)}$ olarak alınır. Toplamda hangi polinomun derecesi büyük ise sonuç olarak o polinomun derecesi alınır.

~ 606 ~

$\frac{d}{dx}[P(x)] = 5$ ve $\frac{d}{dx}[Q(x)] = 3$ ise;
C) $\frac{d}{dx}[P(x)] + 5 \cdot \frac{d}{dx}[Q(x)] = ?$

~ 609 ~

Soru: $\frac{d}{dx}[P(x)] = 4$ ve $\frac{d}{dx}[Q(x)] = 8$ ise;
A) $\frac{d}{dx}[P^4(x) \cdot Q(x)] = ?$

~ 612 ~

der [P (x)] = 4 ve der [Q (x)] = 8
B) der [9 . P (x) + 4 . Q (x)] = ?

~ 613 ~

Soru : der [P (x) . Q (x)] = 5 ve
der [P (x) / Q (x)] = 3 ise P ve Q polinomlarının derecesini bulunuz.

~ 616 ~

Polinomun Kökleri
Kökleri (sıfırları) x_1 ve x_2 olan ikinci dereceden polinomun denklemi $P (x) = a . (x - x_1) . (x - x_2)$ eşitliği ile bulunur.
Kökleri x_1 , x_2 ve x_3 olan üçüncü dereceden polinomun denklemi $P (x) = a . (x - x_1) . (x - x_2) . (x - x_3)$ eşitliği ile bulunur.
Kökler daha fazla verilirse benzer denklemler oluşturulur. Sorularda kökleri vermezse polinom $x - x_1$, $x - x_2$, . . . elemanlarına tam bölünür diyebilir.
a 'yı bulmak için soruda verilen diğer terim kullanılır. Başka eleman verilmezse istenene göre çözüm yapılır.

~ 619 ~

der [P (x)] = 4 ve der [Q (x)] = 8
C) der [$x^{12} . P (x) + Q (x^3)$] = ?

~ 614 ~

Soru : der [$P^2 (x) . Q (x)$] = 15 ve
der [P (x) / Q (x^2)] = 5 ise der [P (x) + Q (x)] = ?

~ 617 ~

Soru : Kökleri - 1 , 1 ve - 2 olan P (x) polinomu için
P (2) = 12 ise polinomun denklemini bulunuz.

~ 620 ~

der [P (x)] = 4 ve der [Q (x)] = 8
D) der [$P^2 (x^5)$] = ?

~ 615 ~

Soru : der [$P^2 (x) . Q (x^3)$] = 20 ve
der [P (x) . Q (x)] = 7 ise der [Q (x) / P (x)] = ?

~ 618 ~

~ 621 ~

<p><u>Soru:</u> Kökleri - 1 , 2 ve 3 olan $P(x)$ polinomu için $P(0) = -6$ ise polinomun denklemini bulunuz.</p> <p style="text-align: right;">~ 622 ~</p>	<p><u>Soru:</u> $P(x)$ üçüncü dereceden bir polinom olup $x - 1$, $x + 5$ ve $x - 3$ ile tam bölünmektedir. Buna göre $\frac{P(6)}{P(-2)} = ?$</p> <p style="text-align: right;">~ 625 ~</p>	<p><u>Soru:</u> Aşağıdaki verilen ifadeleri çarpanlarına ayırınız.</p> <p>A) $k^5 + 2k^3 =$</p> <p>B) $2x^3 - 6x + 8x^2 =$</p> <p style="text-align: right;">~ 628 ~</p>
<p style="text-align: right;">~ 623 ~</p>	<p>(Bu bölümde işlenecek olan konuların, matematik müfredat programındaki yeri altta gösterilmiştir.)</p> <p>10. 3. 2. Polinomların Çarpanlara Ayırılması</p> <p>Terimler ve Kavramlar: Çarpan, özdeşlik, değişken değiştirme, rasyonel ifade</p> <p>10. 3. 2. 1. Bir polinomu çarpanlarına ayırır.</p> <p>A) Ortak çarpan parantezine alma ve değişken değiştirme yöntemleri kullanılarak çarpanlara ayırma uygulamaları yapılır.</p> <p>B) Tam kare, iki kare farkı, iki terimin toplamının ve farkının küpü, iki terimin küplerinin toplamı ve farkına ait özdeşlikler kullanılarak çarpanlara ayırma uygulamaları yapılır.</p> <p>C) $ax^2 + bx + c$ biçimindeki ifadeler çarpanlarına ayrılır.</p> <p style="text-align: right;">~ 626 ~</p>	<p>C) $4a^3b^2 - 12a^2b^3 =$</p> <p>D) $7x.(x - y) - 2.(x - y) + 6y.(-x + y) =$</p> <p style="text-align: right;">~ 629 ~</p>
<p><u>Soru:</u> $P(x)$ ikinci dereceden bir polinom olup $x + 2$ ve $x - 4$ ile <u>tam bölünmektedir</u>. Polinomun katsayılar toplamı - 18 ise $P(5) = ?$</p> <p style="text-align: right;">~ 624 ~</p>	<p>10. 3. 2. 2. Rasyonel ifadelerin sadeleştirilmesi ile ilgili işlemler yapar.</p> <p>A) Rasyonel ifade kavramı tanıtılır.</p> <p>B) Çarpanları polinom olmayan ifadelerde çarpanlara ayırma uygulamalarına yer verilmez.</p> <p style="text-align: center;"><u>ÇARPANLARA AYIRMA</u></p> <p>Bir polinomun iki ya da daha fazla polinomun çarpımı biçiminde yazılması işlemine “ çarpanlara ayırma ” denir.</p> <p><u>Kural 1:</u> (Ortak Çarpan Parantezine Alma)</p> <p>Verilen ifadelerin her birinde ortak olan bir çarpan varsa, bu çarpan parantezin içine alınır. Kalan terimler parantezin içine alınır.</p> <p style="text-align: right;">~ 627 ~</p>	<p>E) $(x + y).(x - y) - (x + y)^2 =$</p> <p>F) $(a + b)^2 - 2a - 2b =$</p> <p style="text-align: right;">~ 630 ~</p>

<div>G) $(x - 2y)^2 - 4x + 8y =$</div> <div>H) $(a - 2)^5 + (-a + 2)^4 =$</div> <div>~ 631 ~</div>	<div>C) $xy^2 + 16x + 4x^2y + 4y =$</div> <div>~ 634 ~</div>	<div>F) $ax + by + bx + cy + ay + cx =$</div> <div>~ 637 ~</div>
--	---	---

Kural 2: **(Gruplandırma Yöntemi İle Çarpanlara Ayırma)**
Bir grupta benzer terimlere sahip olan elemanlar gruplandırılır. Her grup paranteziçindeki ifadeleri aynı olacak biçimde çarpanlarına ayrılır. Sonra gruplar, ortak çarpan parantezine alınır.

Soru : Aşağıdaki verilen ifadeleri çarpanlarına ayırınız.
A) $a^2 - 2a - ab + 2b =$

~ 632 ~	~ 635 ~	~ 638 ~
---------	---------	---------

<div>B) $2 - 12n - 4x + 24nx =$</div> <div>~ 633 ~</div>	<div>E) $6ab - 15bc - 10cd + 4ad =$</div> <div>~ 636 ~</div>	<div><u>Kural 3:</u> (İki Kare Farkı) $a^2 - b^2 = (a - b).(a + b)$ olarak çarpanlara ayrılır. <u>Soru :</u> Aşağıdaki verilen ifadeleri çarpanlarına ayırınız. A) $x^2 - 144 =$ B) $9x^2 - 25 =$</div> <div>~ 639 ~</div>
---	---	---

<div>C) $36a^2 - 81b^2 =$</div> <div>D) $x^4 - 1 =$</div> <div>~ 640 ~</div>	<div>Not: Grup iki kare farkını sağlamıyorsa terimlerde ortak çarpan vardır.</div> <div>G) $8x^2 - 50 =$</div> <div>~ 643 ~</div>	<div>Soru: $A = (5^2 - 1) \cdot (5^2 + 1) \cdot (5^4 + 1) \cdot (5^8 + 1) \cdot (5^{16} + 1)$ işleminin sonucunu üslü olarak içerecek şekilde bulunuz.</div> <div>~ 646 ~</div>
<div>E) $(x + y)^2 - (x - y)^2 =$</div> <div>~ 641 ~</div>	<div>H) $a^3 - 4ab^2 =$</div> <div>~ 644 ~</div>	<div>Soru: $x^2 - y^2 = 17$ olup x ve y pozitif tam sayılardır. Buna göre $x \cdot y = ?$ (İki kare farkından denklemlerin karşılığı bulunur. Taraf tarafa yok etme metodundan sayılar bulunur.)</div> <div>~ 647 ~</div>
<div>F) $(a + b + c)^2 - (a - b - c)^2 =$</div> <div>~ 642 ~</div>	<div>Soru: $511^2 - 421^2 = 360x$ ise $x = ?$</div> <div>~ 645 ~</div>	<div>Kural 4: (Tam Kare Özdeşliği)</div> <div><div><div><div>a^2</div><div>a</div></div><div><div>$+ 2ab$</div><div>\downarrow</div><div>$2ab$</div></div><div><div>$+ b^2$</div><div>b</div></div><div><div>$= (a + b)^2$</div><div>\swarrow</div><div>\searrow</div></div></div><div>olarak çarpanlara ayrılır.</div><div>Terimin karekökü aşağı alınır.</div><div>İki terimin çarpımının 2 katı orta terimi sağlamalıdır.</div><div>$a^2 - 2ab + b^2 = (a - b)^2$ olarak alınır.</div><div>Soru: Aşağıdaki verilen ifadeleri çarpanlarına ayırınız.</div><div>A) $x^2 + 8x + 16 =$</div><div>~ 648 ~</div></div>

<div>B) $4x^2 - 12xy + 9y^2 =$</div> <div>C) $\frac{x^2}{25} + \frac{xy}{10} + \frac{y^2}{16} =$</div> <div>~ 649 ~</div>	<div>F) $- a^2 - 10a - 25 =$</div> <div>~ 652 ~</div>	<div><u>Soru :</u> $9x^2 + 24x + k$ ifadesi bir <u>tam kare</u> ise $k = ?$</div> <div>~ 655 ~</div>
<div>D) $4x^2 - \frac{6x}{5} + \frac{9}{25} =$</div> <div>~ 650 ~</div>	<div>G) $\sqrt{\frac{9}{4} - \frac{15}{4} + \frac{25}{16}} =$</div> <div>(Kökün derecesi çift ise içerden çıkan sonucun mutlak değeri alınırđ.)</div> <div>~ 653 ~</div>	<div><u>Soru :</u> $16x^2 - 24x + m + 1$ ifadesi bir <u>tam kare</u> ise $m = ?$</div> <div>~ 656 ~</div>
<div>E) $3x^2 + 12x + 12 =$</div> <div>(Tam kare özdeşliğini sağlamıyorsa, grup ortak paranteze alınır.)</div> <div>~ 651 ~</div>	<div>H) $\sqrt{\frac{121}{100} - \frac{77}{40} + \frac{49}{64}} =$</div> <div>~ 654 ~</div>	<div><u>Soru :</u> $4x^2 + (k + 1)x + 25$ ifadesi bir <u>tam kare</u> ise $k = ?$</div> <div>~ 657 ~</div>

Soru: $x^2 + (1 - k)x + 49$ ifadesi bir tam kare ise k sayı-
rının toplamı ne olur ?

B) $9x^2 + y^2 - 4a^2 + 6xy =$

Soru: $x - 2y = 7$ ve $x.y = 4$ ise $x^2 + 4y^2 = ?$
[$x - 2y = 7$ eşitliğinin karesi alınır ve tam kare özdeşliğinden
yararlanılır.]

~ 658 ~

~ 661 ~

~ 664 ~

Not: Tam kare özdeşliği ve iki kare farkının bulunduğu ifade-
lerde ; önce tam kare özdeşliği bulunur, ardından iki kare farkı
kullanılır.

Soru: $9m^2 - 6m + 1 - n^2$ ifadesini çarpanlarına ayırınız.

C) $16a^2 - n^2 - 6n - 9 =$

Soru: $2a + 3b = -11$ ve $a.b = 5$ ise $4a^2 + 9b^2 = ?$

~ 659 ~

~ 662 ~

~ 665 ~

Soru: Aşağıdaki ifadeleri çarpanlarına ayırınız.

A) $x^2 - 12x - 4y^2 + 36 =$

D) $a^2 - 2ma - n^2 + m^2 + 2bn - b^2 =$

Soru: $2x + y = 10$ ve $4x^2 + y^2 = 40$ ise $x.y = ?$

~ 660 ~

~ 663 ~

~ 666 ~

Soru: $x - \frac{3}{x} = 5$ ise $x^2 + \frac{9}{x^2} = ?$

~ 667 ~

Soru: $4m^2 + 9n^2 = 81$ ve $m \cdot n = 3$ ise $2m - 3n$ 'nin pozitif değeri kaç olur ?

~ 670 ~

Kural 5: (İki Küp Farkı , Toplamı)

$$\left. \begin{aligned} a^3 - b^3 &= (a - b) \cdot (a^2 + ab + b^2) \\ a^3 + b^3 &= (a + b) \cdot (a^2 - ab + b^2) \end{aligned} \right\} \text{olarak çarpanlarına ayrılır.}$$

Soru: Aşağıdaki ifadeleri çarpanlarına ayırınız.

A) $x^3 - 27 =$

~ 673 ~

Soru: $2x - \frac{5}{x} = -6$ ise $4x^2 + \frac{25}{x^2} = ?$

~ 668 ~

Soru: $x^2 - 5x + 4 = 0$ ise $x^2 + \frac{16}{x^2} = ?$ (Denklem x ile bölünür ve çözüm uygulanır.)

~ 671 ~

B) $x^3 + 64 =$

~ 674 ~

Soru: $x^2 + 25y^2 = 44$ ve $x \cdot y = 10$ ise $x + 5y$ 'nin negatif değeri kaç olur ? ($x + 5y = k$ denir ve aynı çözüm uygulanır.)

~ 669 ~

Soru: $x^2 + 8x - 5 = 0$ ise $x^2 + \frac{25}{x^2} = ?$

~ 672 ~

C) $8x^3 - 27y^3 =$

~ 675 ~

<div>D) $x^6 + y^6 =$</div> <div>~ 676 ~</div>	<div>G) $3x^3 + 81 =$ (İki küp farkını, toplamını sağlamıyorsa grup ortak paranteze alınır.)</div> <div>~ 679 ~</div>	<div>~ 682 ~</div>
<div>E) $(a - 1)^3 - 8 =$</div> <div>~ 677 ~</div>	<div>H) $250x^4 - 128x =$</div> <div>~ 680 ~</div>	<div><u>Soru:</u> $x + y = 2$ ve $x.y = -8$ ise $x^3 + y^3 = ?$</div> <div>~ 683 ~</div>
<div>F) $(k - 1)^3 - (k + 1)^3 =$</div> <div>~ 678 ~</div>	<div><u>Soru:</u> $x - 2y = 4$ ve $x.y = 2$ ise $x^3 - 8y^3 = ?$ (Küp farkının açılımı bulunur. Eksik parçalar tam kare özdeşliğinden bulunur.)</div> <div>~ 681 ~</div>	<div><u>Soru:</u> $x - y = 4$ ve $x^3 - y^3 = 76$ ise $x.y = ?$</div> <div>~ 684 ~</div>

Soru: $x - \frac{1}{x} = 4$ ise $x^3 - \frac{1}{x^3} = ?$

D) $4x^2 + 11x - 20 =$

E) $-x^2 - 8x + 9 =$

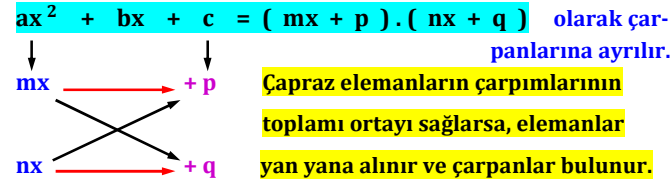
~ 685 ~

~ 688 ~

~ 691 ~

Soru: $x + \frac{1}{x} = 6$ ise $x^3 + \frac{1}{x^3} = ?$

Kural 6: $(ax^2 + bx + c)$ 'nin Çarpanları]



Soru: Aşağıdaki ifadeleri çarpanlarına ayırınız.

A) $x^2 - 5x - 24 =$

F) $x^2 + 4xy - 45y^2 =$

G) $abx^2 + (b - 2a)x - 2 =$

~ 686 ~

~ 689 ~

~ 692 ~

B) $x^2 + 4x - 60 =$

H) $x - 14\sqrt{x} + 24 =$

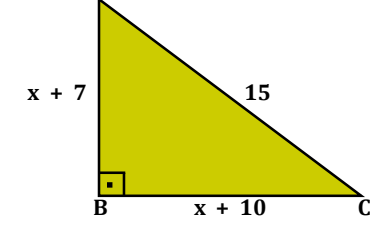
C) $6x^2 - 13x + 5 =$

~ 687 ~

~ 690 ~

~ 693 ~

Soru : ABC üçgeninin çevre uzunluğunu bulunuz.



B) $2 (x - 4)^2 - (x - 4) - 10 =$

E) $4^x - 2^{x+1} - 8 =$

~ 694 ~

~ 697 ~

~ 700 ~

~ 695 ~

C) $(x^2 + x)^2 - 8 (x^2 + x) + 12 =$

F) $9^x - 2 \cdot 3^{x+1} + 5 =$

Kural 7: (Değişken Değiştirme)

İçinde aynı terim bulunan polinomda; aynı terimlere değişken değiştirilmesi yapılarak, polinom $ax^2 + bx + c$ türüne çevrilir ve çarpanlarına ayrılır.

Soru : Aşağıdaki ifadeleri çarpanlarına ayırınız.

A) $(x + 3)^2 + 3 (x + 3) + 2 =$

D) $(x^2 + 3x)^2 + 16 (- x^2 - 3x) - 36 =$

Soru : $\sqrt{2017 \cdot 2019 + 1}$ işleminin sonucunu bulunuz.

(Büyük sayılardan birine değişken verilir ve çarpanlara ayırma kurallarından faydalanılır.)

~ 696 ~

~ 699 ~

~ 702 ~

Soru : $\sqrt{510 \cdot 515 + 519}$ işleminin sonucunu bulunuz.

C) $\frac{mx + 3y + my + 3x}{x + y} =$

F) $\frac{3x^2 - 27}{6x^2 + 18x} =$

~ 703 ~

~ 706 ~

~ 709 ~

RASYONEL İFEDELER

1) Sadeleştirme Uygulamaları

$\frac{P(x)}{Q(x)}$ ifadesinde; pay ve paydada ortak çarpanlar, varsa

bu çarpanlar sadeleştirilir.

Soru : Aşağıdaki ifadelerin en sade halini bulunuz.

A) $\frac{3x - 12}{20 - 5x} =$

D) $\frac{4ab - 2a - 2b^2 + b}{2a - b} =$

G) $\frac{2x^2 - 3x - 2}{x^2 + 2x - 8} =$

~ 704 ~

~ 707 ~

~ 710 ~

B) $\frac{2m^3 - 8m^2n}{m^2n - 4mn^2} =$

E) $\frac{kx^2 - ky^2}{kx - ky} =$

H) $\frac{-m^2 + m + 6}{m^2 + 7m + 10} =$

~ 705 ~

~ 708 ~

~ 711 ~

<p>i) $\frac{2x^2 + xy - 6y^2}{4x^2 - 8xy + 3y^2} =$</p>	<p>L) $\frac{3x^2 - 5x - 2}{x^2 + x + 1} : \frac{x^2 - 4}{x^3 - 1} =$</p>	<p><u>Soru:</u> $\frac{x^2 + ax - 11}{3x^2 - 5x - 8}$ kesri <u>sadeleştirilebilir</u> ise a negatif tam sayısı ne olmalıdır ?</p> <p>$\frac{x^2 + ax - 11}{3x^2 - 5x - 8} =$</p>
~ 712 ~	~ 715 ~	~ 718 ~
<p>J) $\frac{x^2 - 16}{x^2 - 3x - 4} : \frac{x^2 + 4x}{x^2 + x} =$</p>	<p>M) $\frac{(x^2 - y^2) \cdot (x^2 + xy + y^2)}{(x^3 - y^3) \cdot \left(\frac{1}{x} + \frac{1}{y}\right)} =$</p>	<p><u>Soru:</u> $\frac{4x^2 + 7x - 15}{x^2 - mx + 12}$ kesri <u>sadeleştirilebilir</u> ise $m \in \mathbb{Z}$ ne olmalıdır ?</p> <p>$\frac{4x^2 + 7x - 15}{x^2 - mx + 12} =$</p>
~ 713 ~	~ 716 ~	~ 719 ~
<p>K) $\frac{x^2 - 3x + 2}{x^2 + x - 2} : \frac{x^2 + x}{x^2 + 3x + 2} =$</p>	<p><u>Soru:</u> $\frac{x^2 - mx + 36}{x^2 - 6x + 5}$ kesri <u>sadeleştirilebilir</u> ise m pozitif tam sayısı ne olmalıdır ? (Pay ve paydadaki ortak çarpan bulunur.)</p> <p>$\frac{x^2 - mx + 36}{x^2 - 6x + 5}$</p>	<p><u>Soru:</u> $\frac{x^2 + kx + m}{x^2 - 3x - 4}$ kesrinin <u>sadeleştirilmiş</u> hali $\frac{x - 2}{x + 1}$ ise k . m = ?</p>
~ 714 ~	~ 717 ~	~ 720 ~

2) Rasyonel İfadelerle İşlemler

Verilen ifadelerde payda eşitleme, sadeleştirme v.b. işlemler yapılarak işlemin sonucu bulunur.

Soru: $\frac{x}{x + 1} + \frac{-x}{x - 1} = ?$

Soru: $\frac{m}{m + 1} + \frac{m}{1 + 1 / m} = ?$

~ 721 ~

~ 724 ~

~ 727 ~

Soru: $\frac{x}{x + 3} - \frac{9 - 3x}{x^2 - 9} = ?$

Soru: $\frac{x^2 - 8x}{x - 3} + \frac{30}{2x - 6} = ?$

Soru: $\frac{10 + x}{x^2 + 5x + 4} = \frac{A}{x + 4} + \frac{B}{x + 1}$ ise A ve B 'yi bulunuz.

~ 722 ~

~ 725 ~

~ 728 ~

Soru: $\frac{x - y}{x + y} - \frac{x + y}{x - y} = ?$

Soru: $\frac{1}{x^2 - 16} = \frac{A}{x - 4} + \frac{B}{x + 4}$ ise A ve B 'yi bulunuz.

(İki tarafında paydası eşitlenir ve ortak payda kaldırılır. 1.yol: Polinom eşitliğinden çözüm bulunur. 2.yol: x 'e uygun değerler verilir ve A ile B sayıları bulunur.)

~ 723 ~

~ 726 ~

~ 729 ~

Soru : $\frac{6x}{x^2 + x - 2} = \frac{A}{x - 1} + \frac{B}{x + 2}$ ise A . B = ?

~ 730 ~

B) İkinci dereceden bir bilinmeyenli denklemler; tam kareye tamamlanarak, çarpanlarına ayrılarak ve diskriminant kullanılarak çözdürülür.

C) Gerçek hayat problemlerine yer verilir.

4. ÜNİTE : İKİNCİ DERECEDEDEN DENKLEMLER

İkinci Dereceden Bir Bilinmeyenli Denklemler

Tanım : x bilinmeyen ve a , b , c ∈ ℝ (a ≠ 0) olmak üzere, $ax^2 + bx + c = 0$ denklemine “ikinci dereceden bir bilinmeyenli denklem” adı verilir. Denklemde ikinci dereceden daha büyük x 'li terim bulunamaz.

~ 733 ~

Soru : $2x^3 - n + x^2 - 4 = 0$ denklemini ikinci dereceden bir denklem belirtiyor. Buna göre n sayısı ne olabilir ?

~ 736 ~

~ 731 ~

Soru : $(x + 3)^2 - 2(x + 5) + 8 = 0$ denklemini $ax^2 + bx + c = 0$ şeklinde yazıp a . b . c sonucunu bulunuz.

~ 734 ~

Kural 1: $ax^2 - b = 0$ denkleminde **iki kök** (denklemleri sağlayan x_1 ve x_2 değerleri) **ters işaretli ve mutlak değerce birbirine eşit** ($|x_1| = |x_2|$) ise bu köklere “**simetrik kökler**” adı verilir.

Soru : $25 - x^2 = 0$ denkleminin çözüm kümesini bulunuz.

~ 737 ~

(Bu bölümde işlenecek olan konuların, matematik müfredat programındaki yeri alta gösterilmiştir.)

10. 4. İKİNCİ DERECEDEDEN DENKLEMLER

10. 4. 1. İkinci Dereceden Bir Bilinmeyenli Denklemler

Terimler ve Kavramlar : İkinci dereceden bir bilinmeyenli denklem, denklemin kökü, diskriminant, karmaşık sayı, eşlenik

Sembol ve Gösterimler : Δ , i , a + ib , z , \bar{z} , C

10. 4. 1. 1. İkinci dereceden bir bilinmeyenli denklem kavramını açıkla.

10. 4. 1. 2. İkinci dereceden bir bilinmeyenli denklemleri çöz.

A) $ax^2 + bx + c$ biçimindeki cebirsel ifadelerin; tam kare ve iki kare farkına ait özdeşlikler kullanılarak çarpanlara ayrılmasıyla ilgili uygulamalar yapılır.

~ 732 ~

Soru : $(2a - 6)x^3 + 6x^{7+b} - 2 = 0$ denklemini ikinci dereceden bir denklem belirtiyor. Buna göre a . b = ?

~ 735 ~

Soru : $4x^2 - 36 = 0$ denkleminin çözüm kümesini bulunuz.

~ 738 ~

Soru: $49 - 25x^2 = 0$ denkleminin çözüm kümesini bulunuz.

~ 739 ~

Soru: $4x^2 + (30 + 5m)x + 2m - 88 = 0$ denklemini simetrik köklere sahipse bu kökleri bulunuz.

~ 742 ~

Soru: $3x^2 - 75x = 0$ ise $\Ç = ?$

~ 745 ~

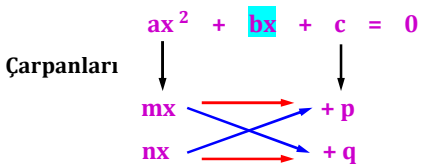
Soru: $2x^2 + 98 = 0$ denkleminin çözüm kümesini bulunuz.

~ 740 ~

Soru: $-x^2 + 36x + mx - m = 0$ denklemini simetrik köklere sahipse, bu köklerin çarpımını bulunuz.

~ 743 ~

Kural 3: $ax^2 + bx + c = 0$ denkleminde;



Çapraz çarpım sonuçları toplandığında orta terimi veriyorsa, çarpanlar karşılıklı alınır.

$(mx + p) \cdot (nx + q) = 0$ olarak alınır. Her bir çarpan sıfıra eşitlenir ve denklem çözümünden x değerleri elde edilir.

~ 746 ~

Not: $ax^2 - b = 0$ denklemini simetrik köklere sahipse, denkleminde x'li terim olmamalıdır. Yani, $ax^2 + 0x - b = 0$ olmalıdır.

\downarrow
x'in katsayısı 0 alınır.

Soru: $3x^2 + (m - 48)x - m = 0$ denklemini simetrik köklere sahipse bu kökleri bulunuz.

~ 741 ~

Kural 2: $ax^2 + bx = 0$ denklemini x ortak parantezine alınarak çarpanlar sıfıra eşitlenir ve çözümlerden kökler bulunur.

Soru: $-x^2 + 5x = 0$ ise $\Ç = ?$

~ 744 ~

Soru: $x^2 - 5x - 36 = 0$ denkleminin çözüm kümesini bulunuz.

~ 747 ~

Soru: $x^2 - 18x + 32 = 0$ denkleminin çözüm kümesini bulunuz.

~ 748 ~

Soru: $-2x^2 + 13x - 20 = 0$ denkleminin çözüm kümesini bulunuz.

~ 751 ~

Not: Verilen bir kök denklemini sağlar. (Verilen kök denkleminde x yerine yazılır.)

Soru: $x^2 - 5x + ax - 3 = 0$ denkleminin bir kökü 3 ise denklemin diğer kökünü de bulunuz.

~ 754 ~

Soru: $x^2 + 19x + 60 = 0$ denkleminin çözüm kümesini bulunuz.

~ 749 ~

Soru: $3x^2 + 10x + 8 = 0$ denkleminin çözüm kümesini bulunuz.

~ 752 ~

~ 755 ~

Soru: $-x^2 + 5x + 24 = 0$ denkleminin çözüm kümesini bulunuz.

~ 750 ~

Soru: $4x^2 - 16x + 15 = 0$ denkleminin çözüm kümesini bulunuz.

~ 753 ~

Soru: $x^2 + (-1 + m)x - 4 - m = 0$ denkleminin bir kökü 2 ise denklemin diğer kökünü de bulunuz.

~ 756 ~

Soru: $2x^2 - 3x - k = 0$ denkleminin bir kökü -1 ise denklemin diğer kökü ile k 'nın çarpımını bulunuz.

~ 757 ~

Soru: $(m - 1)x^2 + (2 + m)x - 12 = 0$ denkleminin bir kökü -4 ise denklemin diğer kökünü de bulunuz.

~ 758 ~

~ 759 ~

Tanım: Denklemin kökleri birbirine eşit çıkarsa bu köklere "çakışık kökler" adı verilir.

Soru: $x^2 - 16x + 64 = 0$ denkleminin çözüm kümesini bulunuz.

~ 760 ~

Soru: $2x^2 + 20x + 50 = 0$ denkleminin çözüm kümesini bulunuz.

~ 761 ~

Soru: $x \in \mathbb{N}$ olmak üzere; bir malın alış fiyatı $x + 4$ ₺, satış fiyatı ise $x^2 + 3x$ ₺ 'dir. Satıcı bu üründen 4 ₺ kar elde ettiğine göre satıcı ürünü kaç ₺ 'ye almıştır ?

~ 762 ~

Kural 4: $ax^2 + bx + c = 0$ denklemini çarpanlarına ayırlamıyorsa $\Delta = b^2 - 4ac$ (Delta veya diskriminant adı verilir) bulunur.

A) $\Delta > 0$ ise denklemin farklı reel iki kökü vardır.

$$x_1 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a} \quad \text{ve} \quad x_2 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a}$$
 olarak bulunur.

B) $\Delta = 0$ ise denklemin birbirine eşit (çakışık ya da çift

kath kök) reel iki kökü vardır. $x_1 = x_2 = \frac{-b}{2a}$ olarak bulunur.

C) $\Delta < 0$ ise denklemin reel kökü yoktur. $\varnothing = \emptyset$ olarak alınır.

~ 763 ~

Soru: $x^2 - 6x + 7 = 0$ denkleminin köklerini bulunuz.

~ 764 ~

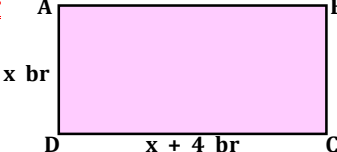
Soru: $x^2 - 8x + 13 = 0$ denkleminin köklerini bulunuz.

~ 765 ~

Soru: $x^2 + 4x - 15 = 0$ denkleminin köklerini bulunuz.

Soru: $x^2 - x - \frac{3}{2} = 0$ denkleminin köklerini bulunuz.

Soru:



ABCD dikdörtgeninin alanı 10 br^2 ise $x = ?$

~ 766 ~

~ 769 ~

~ 772 ~

Soru: $2x^2 - 8x - 2 = 0$ denkleminin köklerini bulunuz.

Soru: $x^2 - 6x + 9 = 0$ denkleminin köklerini bulunuz.

~ 767 ~

~ 770 ~

~ 773 ~

Soru: $-x^2 + 10x - 23 = 0$ denkleminin köklerini bulunuz.

Soru: $x^2 + 8x + 20 = 0$ denkleminin köklerini bulunuz.

Soru: $m \in \mathbb{Z}$ 'dir. $x^2 + 10x - m = 0$ denkleminin farklı iki reel kökü varsa; **A)** m 'nin çözüm aralığı ne olur ?

B) m en az kaç olmalıdır ?

~ 768 ~

~ 771 ~

~ 774 ~

<p><u>Soru:</u> $k \in \mathbb{Z}$’dir. $2x^2 + 8x + k = 0$ denkleminin <u>reel kökü</u> yoksa; A) k’nın çözüm aralığı ne olur ?</p> <p>B) k <u>en az</u> kaç olmalıdır ?</p> <p>~ 775 ~</p>	<p><u>Soru:</u> $(m - 1)x^2 - 4x - 3 = 0$ denkleminin <u>iki farklı kökü</u> varsa m’nin çözüm aralığı ne olmalıdır ?</p> <p>~ 778 ~</p>	<p><u>Soru:</u> $m^2x^2 + (2m + 1)x + 1 = 0$ denkleminin <u>çakışık iki kökü</u> var ise m ne olmalıdır ?</p> <p>~ 781 ~</p>
<p><u>Soru:</u> $m \in \mathbb{Z}$’dir. $mx^2 + 2\sqrt{2}x - 1 = 0$ denkleminin <u>reel kökü</u> yoksa m <u>en çok</u> kaç olmalıdır ?</p> <p>~ 776 ~</p>	<p><u>Soru:</u> $x^2 + 10x + m + 4 = 0$ denkleminin <u>çakışık iki kökü</u> varsa m sayısı ne olmalıdır ?</p> <p>~ 779 ~</p>	<p>(Bu bölümde işlenecek olan konuların, matematik müfredat programındaki yeri altta gösterilmiştir.)</p> <p>10. 4. 1. 3. Diskriminantın sıfırdan küçük olduğu durumlarda ikinci dereceden bir bilinmeyenli denklemleri çözer.</p> <p>A) Gerçek sayılar kümesini de kapsayan yeni bir sayı kümesi,tanımlama gereği örneklerle açıklanır.</p> <p>B) $i^2 = -1$ olmak üzere, bir karmaşık sayı $a + ib$ ($a, b \in \mathbb{R}$) biçiminde gösterilir.</p> <p>C) Köklerin birbirinin eşleniği olduğu belirtilir.</p> <p>Ç) Karmaşık sayının eşleniği dışındaki özelliklere ve işlemlere girilmez.</p> <p>10. 4. 1. 4. İkinci dereceden bir bilinmeyenli denklemin kökleri ile katsayıları arasındaki ilişkileri kullanarak işlemler yapar.</p> <p>~ 782 ~</p>
<p><u>Soru:</u> $ax^2 + 7x + 3 = 0$ denkleminin çözüm kümesi <u>iki elemanlı</u> ise a pozitif tam sayıları ne olmalıdır ?</p> <p>~ 777 ~</p>	<p><u>Soru:</u> $(2k + 1)x^2 - 3kx + k = 0$ denkleminin çözüm kümesi <u>tek elemanlı</u> ise k ne olabilir ?</p> <p>~ 780 ~</p>	<p>A) Sadece kökler toplamı ve çarpımı ile denklemin katsayıları arasındaki ilişkiler üzerinde durulur.</p> <p>B) Kökleri verilen ikinci dereceden denklemin elde etme ile ilgili uygulamalara yer verilir.</p> <p><u>Karmaşık Sayılar</u></p> <p>$x^2 + 1 = 0$ denkleminde $x^2 = -1$ olur. Reel sayılarda karesi -1 olan sayı olmadığından denklemin çözüm kümesi boş küme olarak alınır.</p> <p><u>Tanım:</u> Bu tarz denklemlerin çözüm kümesini ve reel sayılar kümesini de kapsayan kümeye “karmaşık sayılar” kümesi adı verilir. Küme C harfi ile gösterilir. Her gerçek sayı aynı zamanda bir karmaşık sayıdır. $\mathbb{N} \subset \mathbb{Z} \subset \mathbb{Q} \subset \mathbb{R} \subseteq \mathbb{C}$ olur.</p> <p>~ 783 ~</p>

Kural: $\sqrt{-1}$ sayısı reel sayı değildir. $\sqrt{-1} = i$ sayısı tanımlanarak bu i sayısına “sanal birim” adı verilir.

$i = \sqrt{-1}$ ise $i^2 = -1$ olarak alınır.

Soru: $x^2 + 4 = 0$ denkleminin çözüm kümesini bulunuz.

~ 784 ~

Soru: $\sqrt{-36} \cdot \sqrt{-25} \cdot \sqrt{-1} = ?$

~ 787 ~

Soru: $\sqrt{-4} \cdot \sqrt{12} \cdot \sqrt{-18} \cdot \sqrt{-6} = ?$

~ 790 ~

Soru: $100 + 4x^2 = 0$ denkleminin çözüm kümesini bulunuz.

~ 785 ~

Soru: $\sqrt{-16} \cdot \sqrt{-9} \cdot \sqrt{-4} \cdot \sqrt{-100} = ?$

~ 788 ~

Soru: $\sqrt{-64} + \sqrt{-16} - \sqrt{-4} = ?$

~ 791 ~

Not: Kök dereceleri aynı olsa bile karmaşık sayılarda çarpım tek kök altında yazılmaz.

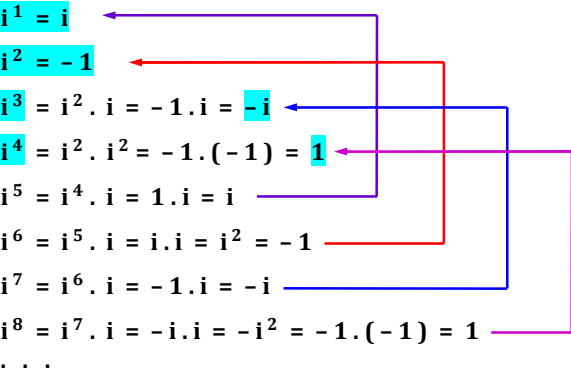
Soru: $\sqrt{-9} \cdot \sqrt{-4} = ?$

~ 786 ~

Soru: $\sqrt{-6} \cdot \sqrt{-24} = ?$

~ 789 ~

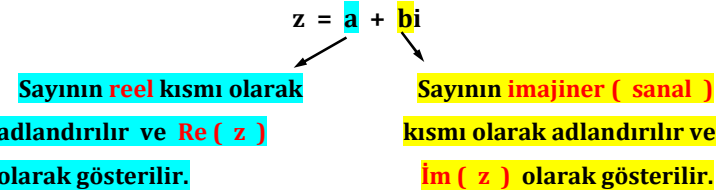
Kural: (i 'nin kuvvetleri)



Adımlara bakılırsa gidişatta döngü olduğu görülür. i 'nin tüm kuvvetleri bu dört sonuçtan birini verir.

~ 792 ~

Kural: Karmaşık sayılarda (\mathbb{C}) herhangi bir sayı z olsun.
 $a, b \in \mathbb{R}$ olmak üzere $z = a + bi$ olarak gösterilir.



Aşağıdaki sayıların reel ve sanal kısımlarını tabloya yerleştiriniz.

Sayı	$\text{Re}(z)$	$\text{İm}(z)$
$z = 6 - 5i$		
$z = 9i$		

~ 793 ~

Sayı	$\text{Re}(z)$	$\text{İm}(z)$
$z = 8$		
$z = 4i + 2$		

Soru: $z = \sqrt{-36} + \sqrt{-9} + 1$ ise z sayısında $\text{Re}(z) = ?$
ve $\text{İm}(z) = ?$

~ 794 ~

Soru: $z = \sqrt{144} + \sqrt{-49} + 2i$ ise $\text{Re}(z) \cdot \text{İm}(z) = ?$

~ 795 ~

Soru: $z = 2i \cdot (5 - 4i)$ ise $\text{İm}(z) - \text{Re}(z) = ?$

~ 796 ~

Soru: $z = (3 - 4i) \cdot (5 + 2i)$ ise $\text{Re}(z) + \text{İm}(z) = ?$

~ 797 ~

Kural: z karmaşık sayısının eşleniği \overline{z} ile gösterilir.
 $z = a + bi$ ise $\overline{z} = a - bi$ olarak alınır.

*** Eşlenik bulunurken verilen karmaşık sayının sadece
sanal kısmının işareti değiştirilir.

Aşağıdaki sayıların eşleniğini tabloda yazınız.

Sayı	Eşleniği	Sayı	Eşleniği
$z = 4 - 2i$		$z = 80$	
$z = 3i$		$z = -i - 6$	

~ 798 ~

Soru: $z = 12 - 6i$ ise $z + \overline{z} = ?$

~ 799 ~

Soru: $z = 5 + 2i$ ise $z - 2\overline{z} = ?$

~ 800 ~

Soru: $z = 6 + 4i$ ise $\text{Re}(\overline{z} + 2z) = ?$

~ 801 ~

<p><u>Soru:</u> $z = 5i - 6$ ise $\overline{z} + z \cdot \overline{z} = ?$</p> <p>~ 802 ~</p>	<p><u>Soru:</u> $x^2 - 2x + 2 = 0$ denkleminin karmaşık sayılardaki çö- züm kümesini bulunuz. (Not: Denklem çarpanlarına ayrılmıyorsa Δ'dan faydalanılır. Bulunan kökler birbirinin eşleniğidir.)</p> <p>~ 805 ~</p>	<p><u>İkinci Dereceden Bir Bilinmeyenli Denklemlerin Kökleri İle Katsayıları Arasındaki Bağlantılar</u></p> <p>$ax^2 + bx + c = 0$ denkleminin kökleri x_1 ve x_2 olsun.</p> <p>$x_1 + x_2 = -\frac{b}{a}$, $x_1 \cdot x_2 = \frac{c}{a}$ olarak alınır.</p> <p><u>Soru:</u> $2x^2 - 3x - 1 = 0$ denkleminin kökleri x_1 ve x_2 olsun. Buna göre $x_1 + x_2 - x_1 \cdot x_2 = ?$</p> <p>~ 808 ~</p>
<p><u>Soru:</u> $z = 2 + 2i$ ve $w = i + 3$ ise $z - 3w + (\overline{z})^2 = ?$</p> <p>~ 803 ~</p>	<p><u>Soru:</u> $x^2 - 2x + 10 = 0$ denkleminin karmaşık sayılardaki çö- züm kümesini bulunuz.</p> <p>~ 806 ~</p>	<p><u>Soru:</u> $-4x^2 + 8x + 3 = 0$ denkleminin kökleri x_1 ve x_2 olsun. Buna göre $x_1 + x_2 + x_1 \cdot x_2 = ?$</p> <p>~ 809 ~</p>
<p><u>Soru:</u> $z = 7 + i$ ve $w = 4 - 5i$ ise $\overline{3z - 4w} = ?$</p> <p>~ 804 ~</p>	<p><u>Soru:</u> $x^2 - 4x + 7 = 0$ denkleminin karmaşık sayılardaki kök- leri x_1 ve x_2 ise $\text{Re}(x_1) + \text{İm}(x_1) \cdot \text{İm}(x_2) = ?$</p> <p>~ 807 ~</p>	<p><u>Soru:</u> $3x^2 - 4x + 1 = 0$ denkleminin kökleri x_1 ve x_2 olsun. Buna göre $x_1 + x_2 + x_1^2 \cdot x_2^2 = ?$</p> <p>~ 810 ~</p>

Soru: $x^2 - 6x + 3 = 0$ denkleminin kökleri x_1 ve x_2 olsun.
Buna göre $(2x_1 + 1) \cdot (2x_2 + 1) = ?$

Soru: $x^2 + 12x - 6 = 0$ denkleminin kökleri x_1 ve x_2 olsun.
Buna göre $x_1^2 + x_2^2 = ?$ **(Kökler toplamının karesi alınır ve istenen bulunur.)**

Soru: $(k - 1)x^2 + (2k + 1)x - k = 0$ denkleminin kökler toplamı -1 ise kökler çarpımı kaçtır ?

~ 811 ~

~ 814 ~

~ 817 ~

Soru: $x^2 + 7x + 5 = 0$ denkleminin kökleri x_1 ve x_2 olsun.
Buna göre $(3x_1 - 2) \cdot (3x_2 - 2) = ?$

Soru: $x^2 - x + 4 = 0$ denkleminin kökleri x_1 ve x_2 olsun.
 $\sqrt{x_1} + \sqrt{x_2}$ toplamının pozitif sonucu kaçtır ?
($\sqrt{x_1} + \sqrt{x_2} = a$ denir ve eşitliğin karesi alınır.)

Soru: $(m + 2)x^2 + (2m - 5)x + m = 0$ denkleminin kökler çarpımı 2 ise kökler toplamı kaçtır ?

~ 812 ~

~ 815 ~

~ 818 ~

Soru: $x^2 - 8x - 5 = 0$ denkleminin kökleri x_1 ve x_2 olsun.
Buna göre $\frac{1}{2x_1 - 1} + \frac{1}{2x_2 - 1} = ?$

Soru: $mx^2 + (1 - 5m)x + 3m = 0$ denkleminde, kökler toplamının kökler çarpımına oranı $\frac{4}{3}$ ise $m = ?$

~ 813 ~

~ 816 ~

~ 819 ~

Soru: $x^2 - 4x + 2m - 3 = 0$ denkleminin kökleri x_1 ve x_2 olsun. $2x_1 + x_2 = 7$ ise $m = ?$ **[Taraf tarafa yok etme metodu kullanılır.]**

~ 820 ~

Soru: $kx^2 - 3kx + 3k - 2 = 0$ denkleminin kökleri x_1 ve x_2 olsun. $3x_1 - x_2 = 1$ ise $k = ?$

~ 821 ~

Soru: $x^2 - 5x + m - 3 = 0$ denkleminin kökleri x_1 ve x_2 olsun. $x_1^2 - x_2^2 = 15$ ise $m = ?$ **[$x_1^2 - x_2^2 = (x_1 - x_2) \cdot (x_1 + x_2)$ eşitliğinden yararlanılır.]**

~ 822 ~

Soru: $x^2 + (x_1 + 4)x - 3x_2 = 0$ denkleminin kökleri x_1 ve x_2 ise bu kökleri bulunuz. **[Kökler çarpımından faydalanılır.]**

~ 823 ~

Soru: $x^2 + (k - 2)x + 81 = 0$ denkleminin pozitif kökleri x_1 ve x_2 olsun. $x_1 = x_2^3$ ise $k = ?$

~ 824 ~

~ 825 ~

Soru: $x^2 + (m - 6)x + m + 4 = 0$ denkleminin kökleri x_1 ve x_2 olsun. $x_1^2 + x_2^2 = 43$ ise m negatif tam sayısı ne olmalıdır? **[$(x_1 + x_2)^2 = x_1^2 + 2 \cdot x_1 \cdot x_2 + x_2^2$ eşitliğinden yararlanılır.]**

~ 826 ~

Soru:
$$\left. \begin{aligned} mx^2 + (-1 - m)x + n &= 0 \\ 4x^2 - 6x + n + 2 &= 0 \end{aligned} \right\} \begin{array}{l} \text{denklemlerinin kökleri} \\ \text{aynı ise } m + n = ? \end{array}$$
 [İki denklemin önce kökler toplamı ardından kökler çarpımı birbirine eşitlenir.]

~ 828 ~

	<p><u>Soru:</u> $x^2 + (m - 3)x + k - 1 = 0$ denkleminin bir kökü -4, $x^2 - mx + n = 0$ denkleminin bir kökü 5 olup iki denklemin diğ- er kökleri <u>ortaktır</u>. Buna göre $k . m . n = ?$ [Ortak kök t olsun.]</p>	
<p><u>Soru:</u> $3x^2 + (-m + 1)x + n = 0$ $2x^2 + (-2 - m)x + n + 1 = 0$ } denklemlerinin kökleri aynı ise $m . n = ?$</p>		<p><u>Soru:</u> $x^2 + kx - 2x - 4 = 0$ ile $x^2 + kx + 2x + 12 = 0$ denklemlerinin <u>birer kökü ortak</u> ise $k = ?$ [İki denklem taraf- tarafa çözülür ve ortak kök bulunur. Kök denklemini sağlar.]</p>
	<p><u>Soru:</u> $x^2 + (2 - 2m)x + k = 0$ denkleminin bir kökü 1, $x^2 + 2mx + n = 0$ denkleminin bir kökü -1 olup iki denklemin diğ- er kökleri <u>ortaktır</u>. Buna göre $k + m + n = ?$</p>	<p><u>Soru:</u> $x^2 + (k - 2)x - 2 = 0$ ile $x^2 + (k + 3)x - 7 = 0$ denklemlerinin <u>birer kökü ortak</u> ise $k = ?$</p>

<p><u>Kökleri Verilen İkinci Dereceden Bir Bilinmeyenli Denklemi Bulma</u></p> <p>x_1 ve x_2 iki kök olsun. $T = x_1 + x_2$ ve $\textcolor{black}{\text{Ç}} = x_1 \cdot x_2$ olmak üzere, kökleri x_1 ve x_2 olan ikinci dereceden bir bilinmeyenli denklem $\textcolor{black}{x}^2 - Tx + \text{Ç} = 0$ eşitliği ile bulunur.</p> <p><u>Soru:</u> Kökleri 7 ve - 3 olan ikinci dereceden bir bilinmeyenli denklemi bulunuz.</p>	<p>C) - $\frac{3}{4}$ ve $\frac{5}{3}$</p>	<p><u>Soru:</u> Aşağıda bir kökü verilen ikinci dereceden bir bilinmeyenli denklemi bulunuz.</p> <p>A) - 6 - $\sqrt{7}$</p>
<p><u>Soru:</u> Aşağıda kökleri verilen ikinci dereceden bir bilinmeyenli denklemi bulunuz.</p> <p>A) - 15 ve 8</p>	<p>D) - 6 (Çakışık kök)</p>	<p>B) 4 - $2\sqrt{5}$</p>
<p>B) $\frac{2}{3}$ ve - $\frac{1}{2}$</p>	<p><u>Not:</u> A) İkinci dereceden bir bilinmeyenli denklemin köklerinden biri $a + \sqrt{b}$ ise diğer kök $a - \sqrt{b}$ (verilen kökün eşleniği) olarak alınır.</p> <p><u>Soru:</u> Bir kökü $4 + \sqrt{3}$ olan ikinci dereceden bir bilinmeyenli denklemi bulunuz.</p>	<p><u>Not:</u> B) İkinci dereceden bir bilinmeyenli denklemin köklerinden biri $a + bi$ ise diğer kök $a - bi$ (verilen kökün eşleniği) olarak alınır.</p> <p><u>Soru:</u> Aşağıda bir kökü verilen ikinci dereceden bir bilinmeyenli denklemi bulunuz.</p> <p>A) 5 + 2i</p>

<p>B) $- 4i - 6$</p> <p>~ 847 ~</p>	<p><u>Soru:</u> $x^2 + 6x - 8 = 0$ denkleminin kökleri x_1 ve x_2 olsun. Kökleri $2x_1 + 1$ ve $2x_2 + 1$ olan yeni denklemi bulunuz.</p> <p>~ 850 ~</p>	<p>~ 853 ~</p>
<p><u>Soru:</u> $x^2 - 3x - 5 = 0$ denkleminin kökleri x_1 ve x_2 olsun. Kökleri $x_1 - 2$ ve $x_2 - 2$ olan yeni denklemi bulunuz.</p> <p>~ 848 ~</p>	<p>~ 851 ~</p>	<p>(Bu bölümde işlenecek olan konuların, matematik müfredat programındaki yeri altta gösterilmiştir.)</p> <p><u>10. 5. DÖRTGENLER ve ÇOKGENLER</u></p> <p><u>10. 5. 1. Çokgenler</u></p> <p>Terimler ve Kavramlar: Çokgen, düzgün çokgen</p> <p>10. 5. 1. 1. Çokgen kavramını açıklayarak işlemler yapar.</p> <p>A) İçbükey çokgenlere girilmez.</p> <p>B) Düzgün çokgenlerden bahsedilir, iç ve dış açılarının ölçüleri bulunur.</p> <p>C) Çokgenlerin köşegenleri ile ilgili özelliklere ve alan problemlerine yer verilmez.</p> <p>~ 854 ~</p>
<p>~ 849 ~</p>	<p><u>Soru:</u> $4x^2 - 5x - 3 = 0$ denkleminin köklerinin <u>çarpmaya göre tersini</u> kök kabul eden yeni denklemi bulunuz.</p> <p>~ 852 ~</p>	<p><u>10. 5. 2. Dörtgenler ve Özellikleri</u></p> <p>Terimler ve Kavramlar: Dışbükey dörtgen, içbükey dörtgen, köşegen, çevre, alan</p> <p>Sembol ve Gösterimler: Ç (ABCD) , A (ABCD)</p> <p>10. 5. 2. 1. Dörtgenin temel elemanlarını ve özelliklerini açıklayarak problemler çözer.</p> <p>A) Dışbükey ve içbükey dörtgen kavramları açıklanır. Bundan sonra dörtgen denildiğinde dışbükey dörtgen anlaşılmalıdır.</p> <p>B) Dörtgenin iç ve dış açılarının ölçüleri toplamı bulunur.</p> <p>C) Dörtgenin çevresi ve alanı üzerinde durulur.</p> <p>~ 855 ~</p>

5. ÜNİTE : ÇOKGENLER

Çokgenler ve Çokgenlerde Açılar

Kural: A) n kenarlı bir çokgenin iç açılarının ölçüleri toplamı $(n - 2) \cdot 180^\circ$ ifadesi ile bulunur.

B) n kenarlı bir çokgenin iç açı ölçülerinin aritmetik ortalaması $\frac{(n - 2) \cdot 180^\circ}{n}$ ifadesi ile bulunur.

C) Çokgende iç açıların bütünleri olan dış açıların ölçüleri toplamı 360° 'dir.

*** Çokgende, kenar sayısı iç açı sayısına eşittir.

~ 856 ~

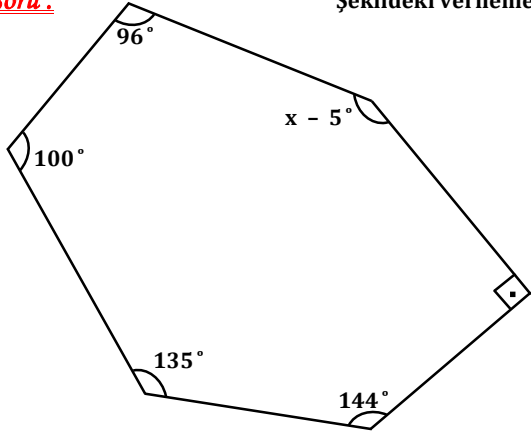
Soru: Dış bükey bir beşgende dış açı ölçüleri sırası ile 2, 3, 4, 5 ve 6 ile doğru orantılı ise bu çokgendeki en büyük iç açının ölçüsü kaç derecedir ?

~ 859 ~

Soru: İç açı ölçülerinin aritmetik ortalaması 140° olan bir çokgenin kenar sayısını bulunuz.

~ 862 ~

Soru: Şekildeki verilene göre $x = ?$

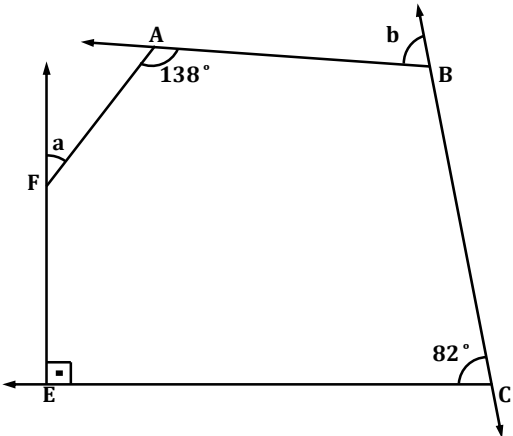


~ 857 ~

Soru: İç açıları ölçüleri toplamı, dış açı ölçüleri toplamının 4 katı olan bir çokgenin kenar sayısını bulunuz.

~ 863 ~

Soru: Verilenlere göre $a + b = ?$



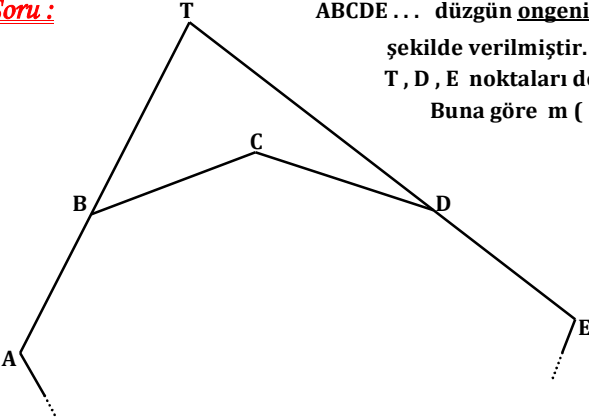
~ 858 ~

Soru: İç açıların ölçüleri toplamı 1080° olan bir çokgenin kenar sayısını bulunuz.

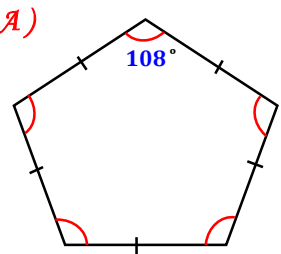
~ 861 ~

Soru: Ardışık iç açıların ölçüleri arasındaki farkın 20° olduğu bir altıgendeki en büyük iç açının ölçüsünü bulunuz.

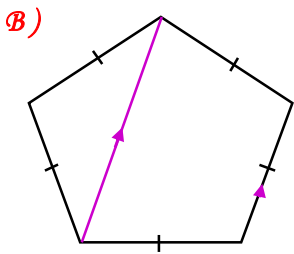
~ 864 ~

<p><u>Soru :</u> Bir ongenin iç açılarından birinin ölçüsü 135°’dir. Diğer iç açılarının ölçüleri <u>eşit</u> ise bu açının ölçüsünü bulunuz.</p>	<p><u>Düzgün Çokgen</u></p> <p>Bütün kenar uzunlukları aynı ve tüm iç açılarının ölçüsü birbirine eşit olan çokgene “düzgün çokgen” adı verilir.</p> <p><u>Kural 1: A)</u> n kenarlı düzgün bir çokgende bir dış açının ölçüsü $\frac{360^{\circ}}{n}$ olarak bulunur.</p> <p><u>B)</u> n kenarlı düzgün bir çokgende bir iç açının ölçüsü $\frac{(n - 2) \cdot 180^{\circ}}{n}$ olarak bulunur.</p>	<p><u>Soru :</u> Bir dış açısının ölçüsünün, bir iç açısının ölçüsüne oranı $\frac{1}{4}$ olan düzgün çokgen kaç kenarlıdır ?</p>
~ 865 ~	~ 868 ~	~ 871 ~
<p><u>Soru :</u> Bir çokgende iki iç açının ölçüsü 140° ve 160°’dir. Diğer iç açıların ölçüsü birbirine eşit olup ölçüsü 150°’dir. Buna göre bu çokgen kaç kenarlıdır ?</p>	<p><u>Soru :</u> 9 kenarlı düzgün çokgende bir iç açı ile dış açının ölçüsünün farkını bulunuz.</p>	<p><u>Soru :</u> Bir düzgün çokgenin bir <u>dış açısı</u> α ve $24^{\circ} < \alpha < 45^{\circ}$ olduğuna göre bu çokgen <u>en fazla</u> kaç kenarlı olmalıdır ?</p>
~ 866 ~	~ 869 ~	~ 872 ~
<p><u>Soru :</u> Bir çokgende üç iç açının ölçüsü 100°, 110° ve 120°’dir. Diğer iç açıların ölçüsü birbirine eşit olup ölçüsü 130°’dir. Buna göre bu çokgen kaç kenarlıdır ?</p>	<p><u>Soru :</u> Bir iç açısının ölçüsü 160° olan düzgün çokgen kaç kenarlıdır ?</p>	<p><u>Soru :</u> ABCDE ... düzgün <u>ongenin</u> bir kısmı şekilde verilmiştir. A , B , T ve T , D , E noktaları doğrusaldır. Buna göre $m(\widehat{BTD}) = ?$</p> 
~ 867 ~	~ 870 ~	~ 873 ~

Kural 2: (Düzgün Beşgen)



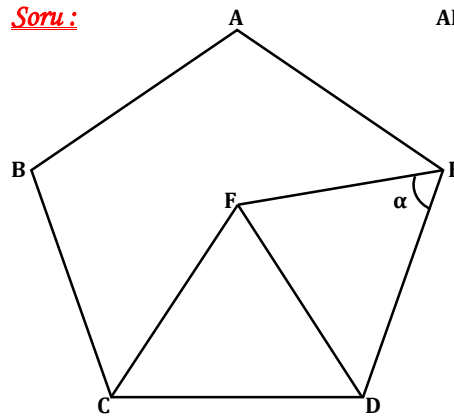
Düzgün beşgende bir iç açının ölçüsü 108° 'dir.



Düzgün bir beşgende herhangi bir köşegen karşısındaki kenara paraleldir.

~ 874 ~

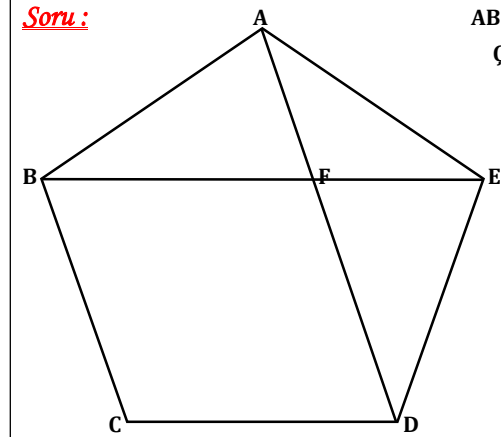
Soru:



ABCDE düzgün beşgen, CDF eşkenar üçgen ise $\alpha = ?$

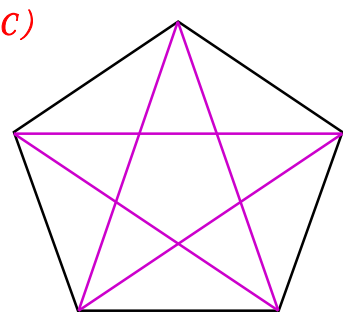
~ 877 ~

Soru:

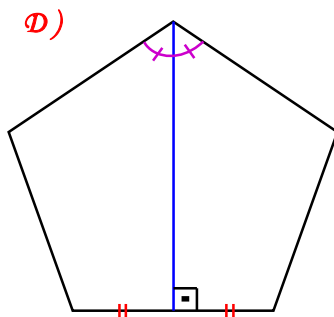


ABCDE düzgün beşgen ve $\angle (BCDF) = 20$ br ise $\angle (ABCDEF) = ?$

~ 880 ~



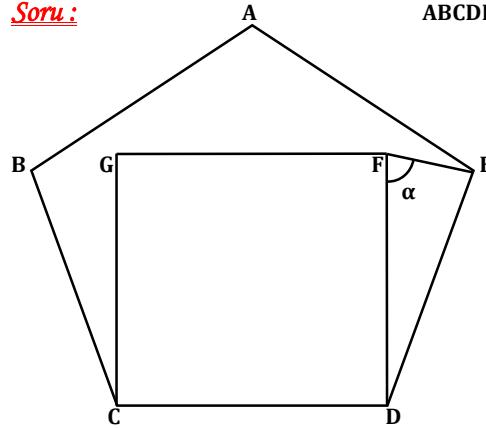
Düzgün beşgende köşegenler birbirine eşittir.



Düzgün beşgende bir köşeden indirilen dikme hem açıortay hem de kenarortaydır.

~ 875 ~

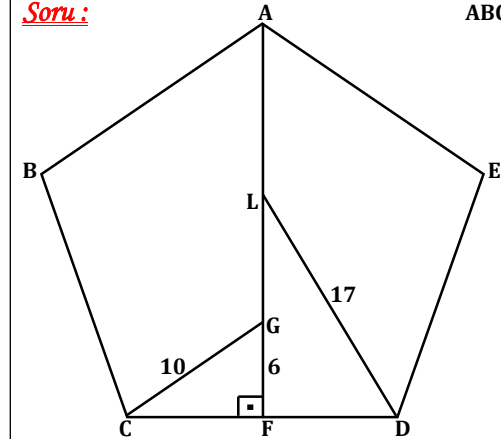
Soru:



ABCDE düzgün beşgen, CDFG kare ise $\alpha = ?$

~ 878 ~

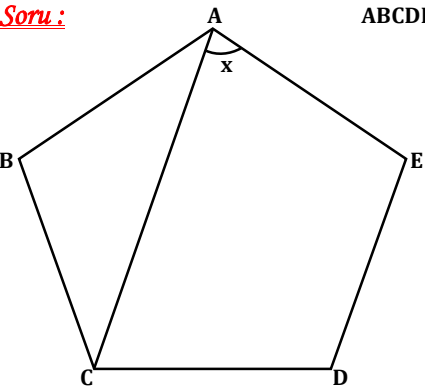
Soru:



ABCDE düzgün beşgen ise $|LG| + |FD| = ?$

~ 881 ~

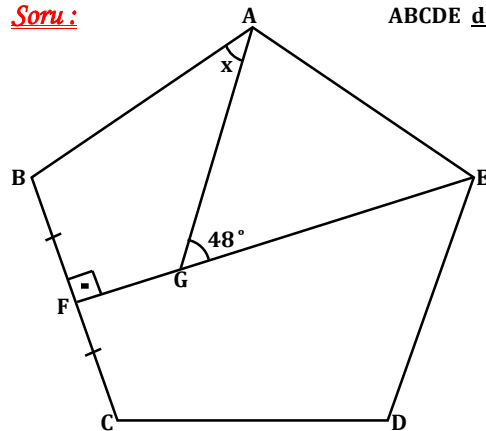
Soru:



ABCDE düzgün beşgen ise $x = ?$

~ 876 ~

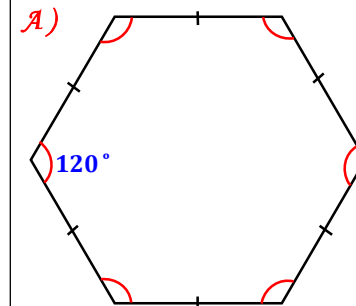
Soru:



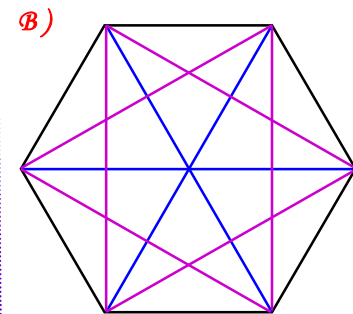
ABCDE düzgün beşgen ise $x = ?$

~ 879 ~

Kural 3: (Düzgün Altıgen)



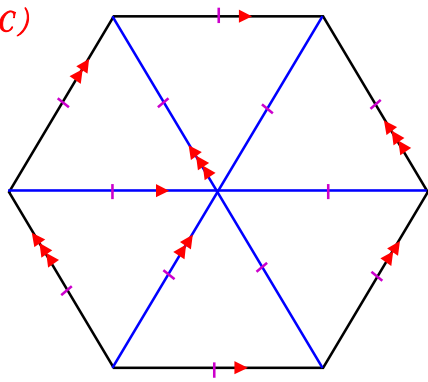
Düzgün altıgende bir iç açının ölçüsü 120° 'dir.



Düzgün altıgende; 6 tane eş kısa köşegen, 3 tane de eş uzun köşegen vardır.

~ 882 ~

C)

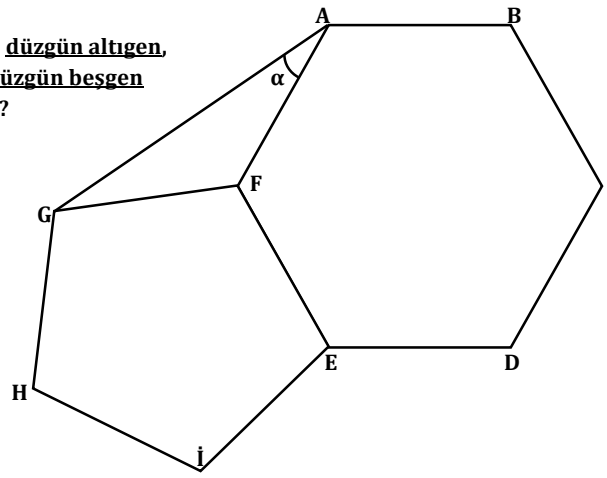


Düzgün altıgende uzun köşegenler çizildiğinde 6 tane eş eşkenar üçgen oluşur. 1) Uzun köşegenler aynı yönlü olan tabanlara paraleldir. 2) Uzun köşegen uzunluğu, altıgenin taban uzunluğunun 2 katına eşittir.

~ 883 ~

Soru:

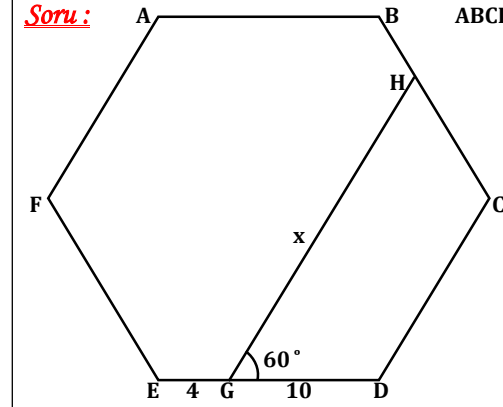
ABCDEF düzgün altıgen, EFGHİ düzgün beşgen ise $\alpha = ?$



~ 886 ~

Soru:

ABCDEF düzgün altıgen ise $x = ?$



[C ile D'yi uzat ve birleştir. Oluşan özel üçgenlerden x bulunur.]

~ 889 ~

Soru:

ABCDEF düzgün altıgen olup $\angle (ABCDEF) = 36$ br ise **A) $\angle (BDF) = ?$**

B) $\angle (BDF) = ?$

C) $\angle (BDF) = ?$

D) $\angle (BDF) = ?$

E) $\angle (BDF) = ?$

F) $\angle (BDF) = ?$

G) $\angle (BDF) = ?$

H) $\angle (BDF) = ?$

I) $\angle (BDF) = ?$

J) $\angle (BDF) = ?$

K) $\angle (BDF) = ?$

L) $\angle (BDF) = ?$

M) $\angle (BDF) = ?$

N) $\angle (BDF) = ?$

O) $\angle (BDF) = ?$

P) $\angle (BDF) = ?$

Q) $\angle (BDF) = ?$

R) $\angle (BDF) = ?$

S) $\angle (BDF) = ?$

T) $\angle (BDF) = ?$

U) $\angle (BDF) = ?$

V) $\angle (BDF) = ?$

W) $\angle (BDF) = ?$

X) $\angle (BDF) = ?$

Y) $\angle (BDF) = ?$

Z) $\angle (BDF) = ?$

AA) $\angle (BDF) = ?$

AB) $\angle (BDF) = ?$

AC) $\angle (BDF) = ?$

AD) $\angle (BDF) = ?$

AE) $\angle (BDF) = ?$

AF) $\angle (BDF) = ?$

AG) $\angle (BDF) = ?$

AH) $\angle (BDF) = ?$

AI) $\angle (BDF) = ?$

AJ) $\angle (BDF) = ?$

AK) $\angle (BDF) = ?$

AL) $\angle (BDF) = ?$

AM) $\angle (BDF) = ?$

AN) $\angle (BDF) = ?$

AO) $\angle (BDF) = ?$

AP) $\angle (BDF) = ?$

AQ) $\angle (BDF) = ?$

AR) $\angle (BDF) = ?$

AS) $\angle (BDF) = ?$

AT) $\angle (BDF) = ?$

AU) $\angle (BDF) = ?$

AV) $\angle (BDF) = ?$

AW) $\angle (BDF) = ?$

AX) $\angle (BDF) = ?$

AY) $\angle (BDF) = ?$

AZ) $\angle (BDF) = ?$

BA) $\angle (BDF) = ?$

BB) $\angle (BDF) = ?$

BC) $\angle (BDF) = ?$

BD) $\angle (BDF) = ?$

BE) $\angle (BDF) = ?$

BF) $\angle (BDF) = ?$

BG) $\angle (BDF) = ?$

BH) $\angle (BDF) = ?$

BI) $\angle (BDF) = ?$

BJ) $\angle (BDF) = ?$

BK) $\angle (BDF) = ?$

BL) $\angle (BDF) = ?$

BM) $\angle (BDF) = ?$

BN) $\angle (BDF) = ?$

BO) $\angle (BDF) = ?$

BP) $\angle (BDF) = ?$

BQ) $\angle (BDF) = ?$

BR) $\angle (BDF) = ?$

BS) $\angle (BDF) = ?$

BT) $\angle (BDF) = ?$

BU) $\angle (BDF) = ?$

BV) $\angle (BDF) = ?$

BW) $\angle (BDF) = ?$

BX) $\angle (BDF) = ?$

BY) $\angle (BDF) = ?$

BZ) $\angle (BDF) = ?$

CA) $\angle (BDF) = ?$

CB) $\angle (BDF) = ?$

CC) $\angle (BDF) = ?$

CD) $\angle (BDF) = ?$

CE) $\angle (BDF) = ?$

CF) $\angle (BDF) = ?$

CG) $\angle (BDF) = ?$

CH) $\angle (BDF) = ?$

CI) $\angle (BDF) = ?$

CJ) $\angle (BDF) = ?$

CK) $\angle (BDF) = ?$

CL) $\angle (BDF) = ?$

CM) $\angle (BDF) = ?$

CN) $\angle (BDF) = ?$

CO) $\angle (BDF) = ?$

CP) $\angle (BDF) = ?$

CQ) $\angle (BDF) = ?$

CR) $\angle (BDF) = ?$

CS) $\angle (BDF) = ?$

CT) $\angle (BDF) = ?$

CU) $\angle (BDF) = ?$

CV) $\angle (BDF) = ?$

CW) $\angle (BDF) = ?$

CX) $\angle (BDF) = ?$

CY) $\angle (BDF) = ?$

CZ) $\angle (BDF) = ?$

DA) $\angle (BDF) = ?$

DB) $\angle (BDF) = ?$

DC) $\angle (BDF) = ?$

DD) $\angle (BDF) = ?$

DE) $\angle (BDF) = ?$

DF) $\angle (BDF) = ?$

DG) $\angle (BDF) = ?$

DH) $\angle (BDF) = ?$

DI) $\angle (BDF) = ?$

DJ) $\angle (BDF) = ?$

DK) $\angle (BDF) = ?$

DL) $\angle (BDF) = ?$

DM) $\angle (BDF) = ?$

DN) $\angle (BDF) = ?$

DO) $\angle (BDF) = ?$

DP) $\angle (BDF) = ?$

DQ) $\angle (BDF) = ?$

DR) $\angle (BDF) = ?$

DS) $\angle (BDF) = ?$

DT) $\angle (BDF) = ?$

DU) $\angle (BDF) = ?$

DV) $\angle (BDF) = ?$

DW) $\angle (BDF) = ?$

DX) $\angle (BDF) = ?$

DY) $\angle (BDF) = ?$

DZ) $\angle (BDF) = ?$

EA) $\angle (BDF) = ?$

EB) $\angle (BDF) = ?$

EC) $\angle (BDF) = ?$

ED) $\angle (BDF) = ?$

EE) $\angle (BDF) = ?$

EF) $\angle (BDF) = ?$

EG) $\angle (BDF) = ?$

EH) $\angle (BDF) = ?$

EI) $\angle (BDF) = ?$

EJ) $\angle (BDF) = ?$

EK) $\angle (BDF) = ?$

EL) $\angle (BDF) = ?$

EM) $\angle (BDF) = ?$

EN) $\angle (BDF) = ?$

EO) $\angle (BDF) = ?$

EP) $\angle (BDF) = ?$

EQ) $\angle (BDF) = ?$

ER) $\angle (BDF) = ?$

ES) $\angle (BDF) = ?$

ET) $\angle (BDF) = ?$

EU) $\angle (BDF) = ?$

EV) $\angle (BDF) = ?$

EW) $\angle (BDF) = ?$

EX) $\angle (BDF) = ?$

EY) $\angle (BDF) = ?$

EZ) $\angle (BDF) = ?$

FA) $\angle (BDF) = ?$

FB) $\angle (BDF) = ?$

FC) $\angle (BDF) = ?$

FD) $\angle (BDF) = ?$

FE) $\angle (BDF) = ?$

FF) $\angle (BDF) = ?$

FG) $\angle (BDF) = ?$

FH) $\angle (BDF) = ?$

FI) $\angle (BDF) = ?$

FJ) $\angle (BDF) = ?$

FK) $\angle (BDF) = ?$

FL) $\angle (BDF) = ?$

FM) $\angle (BDF) = ?$

FN) $\angle (BDF) = ?$

FO) $\angle (BDF) = ?$

FP) $\angle (BDF) = ?$

FQ) $\angle (BDF) = ?$

FR) $\angle (BDF) = ?$

FS) $\angle (BDF) = ?$

FT) $\angle (BDF) = ?$

FU) $\angle (BDF) = ?$

FV) $\angle (BDF) = ?$

FW) $\angle (BDF) = ?$

FX) $\angle (BDF) = ?$

FY) $\angle (BDF) = ?$

FZ) $\angle (BDF) = ?$

GA) $\angle (BDF) = ?$

GB) $\angle (BDF) = ?$

GC) $\angle (BDF) = ?$

GD) $\angle (BDF) = ?$

GE) $\angle (BDF) = ?$

GF) $\angle (BDF) = ?$

GH) $\angle (BDF) = ?$

GI) $\angle (BDF) = ?$

GJ) $\angle (BDF) = ?$

GK) $\angle (BDF) = ?$

GL) $\angle (BDF) = ?$

GM) $\angle (BDF) = ?$

GN) $\angle (BDF) = ?$

GO) $\angle (BDF) = ?$

GP) $\angle (BDF) = ?$

GQ) $\angle (BDF) = ?$

GR) $\angle (BDF) = ?$

GS) $\angle (BDF) = ?$

Dörtgenler Ve Özellikleri

Kural 1:

ABCD dörtgeninde ;

1) İç açılarn ölçüleri toplamı

360°'dir.

$$\alpha + \beta + t + \theta = 360^\circ \text{ 'dir.}$$

2) Dış açılarn ölçüleri toplamı

da 360°'dir.

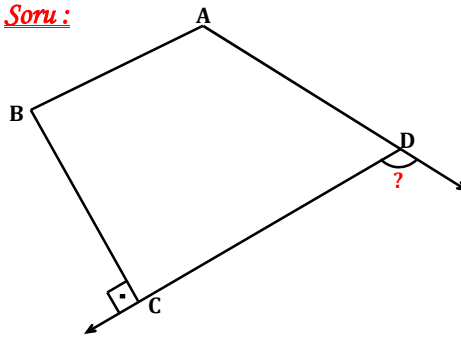
$$\alpha' + \beta' + t' + \theta' = 360^\circ \text{ 'dir.}$$

*** Bütünler olan komşu iki açının toplamı 180° idi.

$$\alpha + \alpha' = t + t' = \beta + \beta' = \theta + \theta' = 180^\circ \text{ 'dir.}$$

~ 892 ~

Soru :

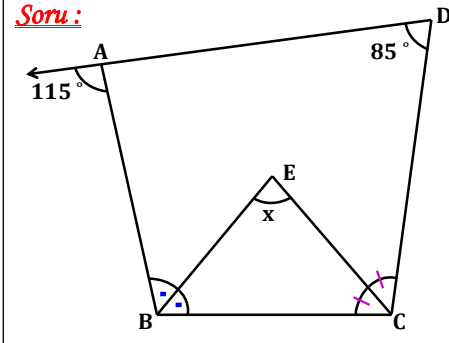


ABCD dörtgeninde

$3 \cdot m(\widehat{BAD}) = 10 \cdot m(\widehat{ADC}) = 6 \cdot m(\widehat{ABC})$ ise istenen açığı bulunuz.

~ 895 ~

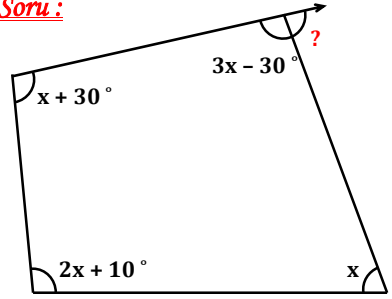
Soru :



x = ?

~ 898 ~

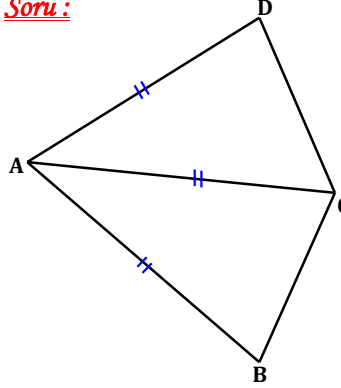
Soru :



Dörtgende verilenlere göre istenen açığı bulunuz.

~ 893 ~

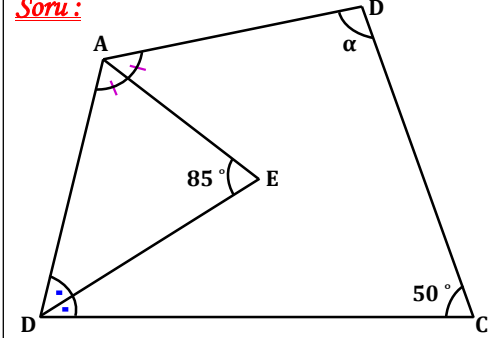
Soru :



ABCD dörtgeninde $m(\widehat{DAB}) = 70^\circ$ ise $m(\widehat{BCD}) = ?$

~ 896 ~

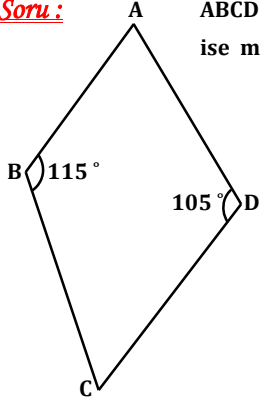
Soru :



$\alpha = ?$

~ 899 ~

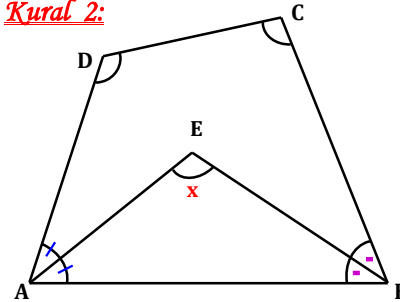
Soru :



ABCD dörtgeninde $3 \cdot m(\widehat{BAD}) = 4 \cdot m(\widehat{BCD})$ ise $m(\widehat{BAD}) = ?$

~ 894 ~

Kural 2:



[AE] ve [BE] açıortay ise

$$x = \frac{m(\widehat{D}) + m(\widehat{C})}{2}$$

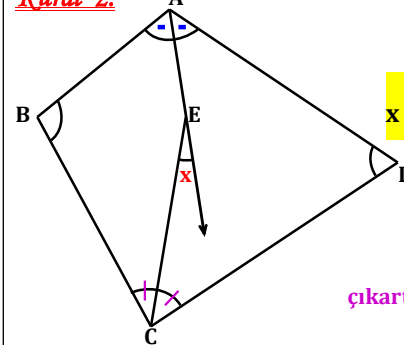
olarak alınır.

Açıortayın bulunmadığı köşe açılarının toplamının yarısı alınır.

2.Yol: Dörtgendeki ve üçgendeki iç açılar toplamından da sonuca gidilebilir.

~ 897 ~

Kural 2:



[AE] ve [CE] açıortay ise

$$x = \frac{|m(\widehat{B}) - m(\widehat{D})|}{2}$$

olarak alınır.

*** Büyük açıdan küçük açı çıkartılıyorsa, mutlak değeri almaya gerek yoktur.

2.Yol: Büyük dörtgen ve iç dörtgenlerdeki açılardan da sonuca gidilebilir.

~ 900 ~

Soru :

$x = ?$

~ 901 ~

Soru :

A) $x = ?$

B) İstenen açıyı bulunuz.

~ 904 ~

Soru :

Verilenlere göre $x = ?$

~ 907 ~

Soru :

x geniş açıdır. Buna göre $x = ?$

~ 902 ~

Soru :

$x = ?$

~ 905 ~

Soru :

Verilenlere göre $\angle ABCD = ?$

~ 908 ~

Kural 4:

[AF], [BF], [CE] ve [DE] açıortaylar ise ,
açıortayların oluşturduğu
dörtgende **çapraz köşe**
açılarının ölçüleri toplamı
 180° 'dir.
 $x + y = 180^\circ$ olarak alınır.

2.Yol: Üçgen ve dörtgen açı kurallarından da bulunabilir.

~ 903 ~

Kural 5:

ABCD dörtgeninde
köşegenler dik
kesiliyorsa,
dörtgenin çapraz
kenar uzunluklarının
kareleri toplamı birbirine eşittir.

$x^2 + z^2 = y^2 + t^2$ olarak alınır.

~ 906 ~

Soru :

$|AB| = 3 \cdot |BC|$ ise $|BC| = ?$

~ 909 ~

Soru : Verilenlere göre $|EF| = ?$

~ 910 ~

Soru : ABCD dörtgeninde; E , F G , H orta noktalar olup $|AC| = 12$, $|BD| = 14$ br ise $\square (EFGH) = ?$

~ 913 ~

Soru : ABCD dörtgeninde $|EF| = 15$, $|AC| = 24$ br ise $|BD| = ?$

~ 916 ~

Soru : Verilenlere göre $x = ?$
[BDC üçgeninin simetrisi aşağı çizilir ve kural uygulanır.]

~ 911 ~

Soru : ABCD dörtgeninde ; E , F G , H orta noktalar olup $|EF| = 5$, $|EH| = 4$ br ise $|AD| + |BC| + |FG| + |GH| = ?$

~ 914 ~

Soru : Verilenlere göre A (ABCD) = ?
[Dörtgeni oluşturan üçgenlerin alanları bulunarak istenen elde edilir.]

~ 917 ~

Hatırlatma : **[Temel Orantı]**
 E ile D orta noktalar ise,
 büyük ile küçük üçgen arasında
 1'e 2 oranı vardı.
 $[ED] \parallel [BC]$ olmalıdır.
 $\frac{|AE|}{|AB|} = \frac{|AD|}{|AC|} = \frac{k}{2k}$
 orantısı sağlanır.
***** Bu kural dörtgende verilenlere uygulanarak istenen elde edilir.**

~ 912 ~

Soru : ABCD dörtgeninde $|AC| = 12$, $|BD| = 16$ br ise $|EF| = ?$

~ 915 ~

Soru : ABCD dörtgeninin alanını bulunuz.

~ 918 ~

[Bu bölümde işlenecek olan konuların, matematik müfredat programındaki yeri altta gösterilmiştir.]

10. 5. 3. Özel Dörtgenler

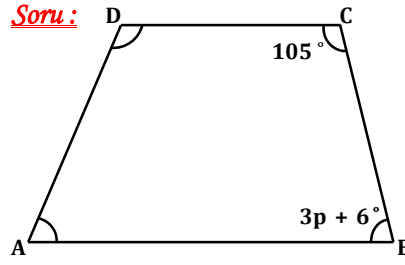
Terimler ve Kavramlar: Yamuk, ikizkenar yamuk, dik yamuk, paralelkenar, eşkenar dörtgen, dikdörtgen, kare, deltoid

10. 5. 3. 1. Özel dörtgenlerin açı, kenar, köşegen ve alan özelliklerini açıklayarak problemler çözer.

- A)** Yamuk, paralelkenar, eşkenar dörtgen, dikdörtgen, kare ve deltoid arasındaki hiyerarşik ilişkilere yer verilir.
- B)** Hiyerarşik ilişkiye göre her bir özel dörtgen kendi içerisinde; açı, kenar, köşegen ve alan özellikleri bağlamında ele alınır.
- C)** Origami, tangram gibi uygulamalar yapılır.
- Ç)** Geleneksel mimaride kullanılan motif örneklerinde yer alan düzgün çokgen örneklerine yer verilir.
- D)** Bilgi ve iletişim teknolojilerinden yararlanılır.

~ 919 ~

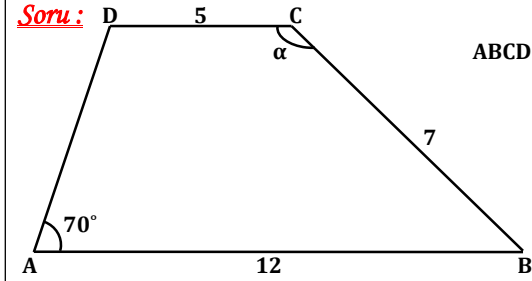
Soru:



ABCD yamuk ve
 $m(\widehat{ADC}) = 3 \cdot m(\widehat{DAB})$
 ise $p + m(\widehat{ADC}) = ?$

~ 922 ~

Soru:



ABCD yamuğunda $\alpha = ?$

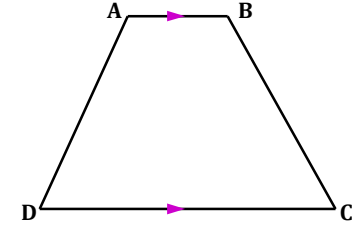
Not: Bu tarz sorularda üstteki noktalardan birinden alt tabana, yan tabanlardan birine paralel olacak şekilde bir doğru parçası indirilir. İkizkenar üçgen, yöndeş – ters açılardan sonuca gidilir.

~ 925 ~

YAMUK

Sadece iki kenarı birbirine paralel olan
 dörtgene “yamuk” adı verilir.

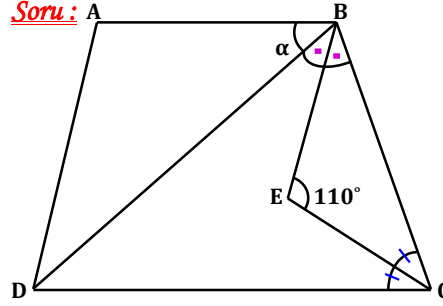
Kural 1: (Yamukta Açı Özellikleri)



ABCD yamuğunda, karşılıklı
 alt ve üst açılar toplamı 180° 'dir.
 $m(\widehat{A}) + m(\widehat{D}) = 180^\circ$
 $m(\widehat{B}) + m(\widehat{C}) = 180^\circ$
 olarak alınır.

~ 920 ~

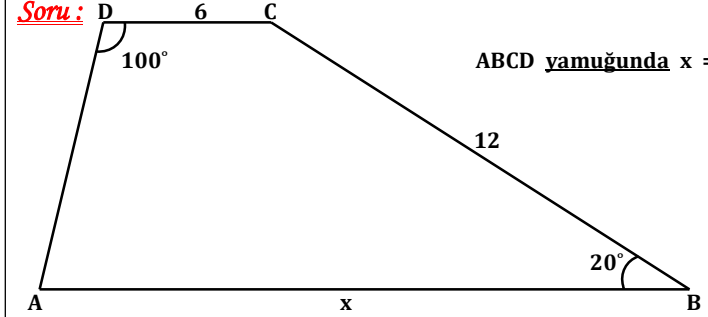
Soru:



ABCD yamuğunda $\alpha = ?$

~ 923 ~

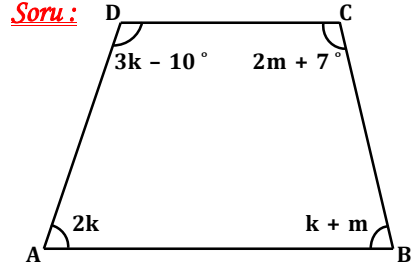
Soru:



ABCD yamuğunda $x = ?$

~ 926 ~

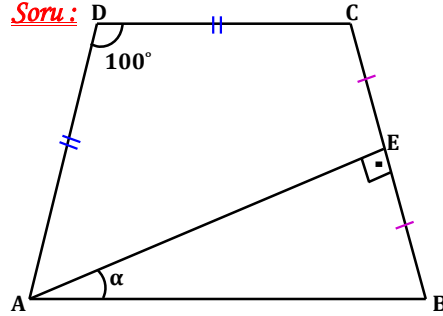
Soru:



ABCD yamuk ise $m = ?$

~ 921 ~

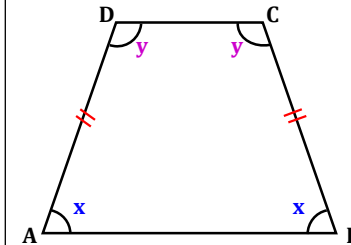
Soru:



ABCD yamuğunda $\alpha = ?$

~ 924 ~

Kural 2: Yamukta paralel olmayan iki kenar birbirine eşitse,
 bu yamuğa “ ikizkenar yamuk ” adı verilir.



İkizkenar yamukta ;

1) Alt taban açıları birbirine eşittir.

Dolayısıyla,

2) Üst taban açıları da birbirine eşittir.

~ 927 ~

Soru: ABCD ikizkenar yamuğunda $\alpha = ?$

~ 928 ~

Soru: ABCD yamuk ise $|DC| = ?$

~ 931 ~

Soru: [AB] // [EF] // [DC]'dir. ABCD yamuk ve $|FC| = 2 \cdot |BF|$ ise $x = ?$

Not: A'dan veya B'den alt tabana, yan tabanlardan birine paralel olacak şekilde doğru parçası indirilir. Benzerlik – temel orantı kullanılarak sonuca gidilir. **Kısayol:** Yan tabanlar arasındaki ilişki ve bilinen iki uzunluk arasındaki orantıya göre istenen bulunur.

~ 934 ~

Soru: ABCD yamuksa $m(\widehat{C}) = ?$

~ 929 ~

Soru: ABCD dik yamuğunda $x = ?$

~ 932 ~

Soru: [AB] // [EF] // [DC]'dir. ABCD yamuk ve $2 \cdot |AE| = 3 \cdot |ED|$ ise $x = ?$

~ 935 ~

Uzunluk Uygulamaları: Üçgen konusunda öğrendiğimiz kurallar uygulanarak çözüme ulaşılır.

Soru: ABCD dik yamuğunda $|AD| + |DC| = ?$

~ 930 ~

Soru: Verilenlere göre $\angle(ABCD) = ?$

~ 933 ~

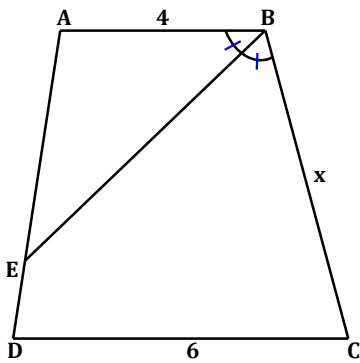
Soru: ABCD yamuk ve $|EB| = 3 \cdot |EC|$ ise $x = ?$

[E ile C'yi uzat ve birleştir. Kelebek ve Z kuralından istenen sonuca ulaşılır.]

~ 936 ~

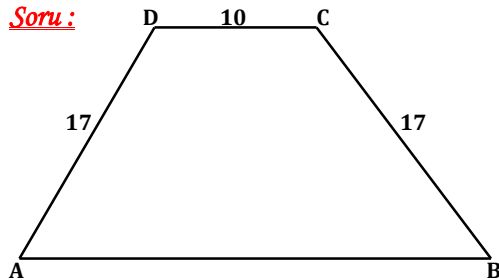
Soru:

ABCD yamuk ve
| AD | = 5 . | ED | ise
x = ?



~ 937 ~

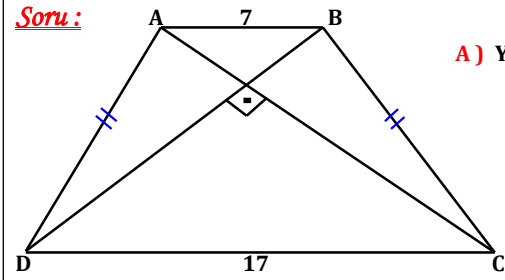
Soru:



ABCD yamuğunun
yüksekliğini 15 br
ise Ç (ABCD) = ?

~ 940 ~

Soru:

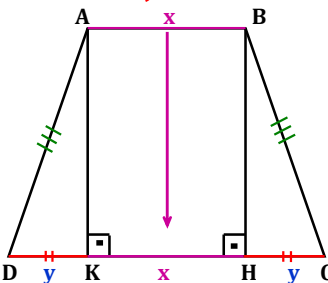


ABCD yamuğunda ;
A) Yamuğun yüksekliğini
bulunuz.

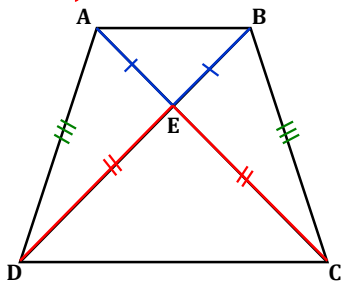
B) | AD | = ?

~ 943 ~

Kural 3: A)



B)

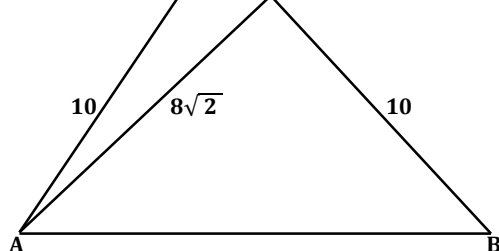


İkizkenar yamukta iki üst köşe
noktasından diklik indirildiğinde,
alt tabandaki iki yan parça
birbirine eşit olur.

İkizkenar yamukta ;
| AE | = | EB | , | DE | = | EC |
olup, ikizkenar yamukta köşegenler
birbirine eşittir. Yani | AC | = | BD |'dir.

~ 938 ~

Soru:

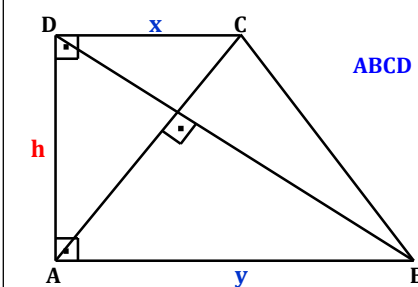


ABCD yamuk ise | AB | = ?

Not: Üst iki köşe noktasından
diklik indirilir. İki farklı dik
üçgenden Pisagor bağıntısı
uygulanarak istenen bulunur.

~ 941 ~

Kural 5:

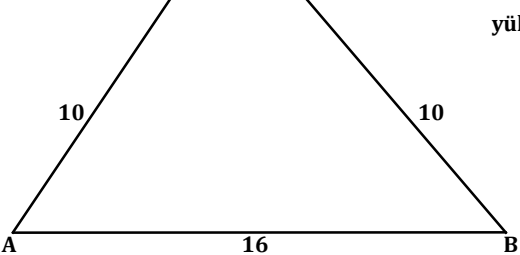


ABCD dik yamuğunda köşegenler
dik kesiliyorlarsa
 $h^2 = x \cdot y$ olarak alınır.

2. yol: D'den [CA]'nın paraleli çizilir ve A uzatılarak birleşme-
leri sağlanır. Öklit'ten sonuca ulaşılır.

~ 944 ~

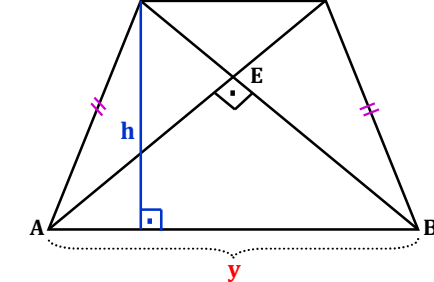
Soru:



ABCD yamuğunun
yüksekliğini bulunuz.

~ 939 ~

Kural 4:



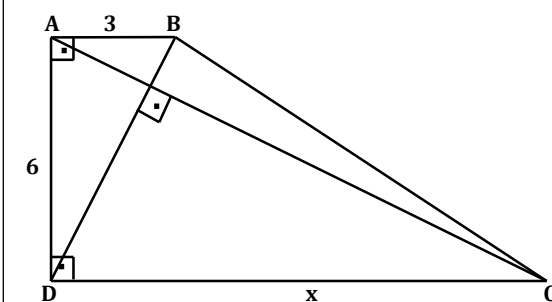
ABCD ikizkenar
yamuk olsun.

Yamukta köşegenler dik kesiliyorsa, $h = \frac{x + y}{2}$ olarak
alınır.

2. yol: E'den hem alt tabana hem de üst tabana diklik indirilirse,
muhteşem üçlü kuralından da aynı sonuç bulunabilir.

~ 942 ~

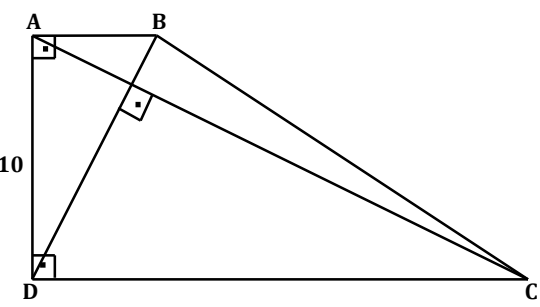
Soru: ABCD dik yamuğunda ; A) x = ?



B) | BC | = ?

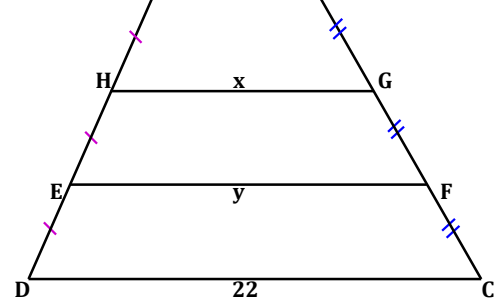
~ 945 ~

Soru: ABCD dik yamuğunda $|DC| = 4 \cdot |AB|$ ise $|AB| = ?$



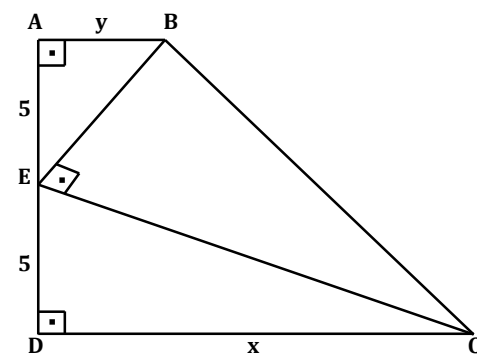
~ 946 ~

Soru: ABCD yamuğunda $y - x = ?$



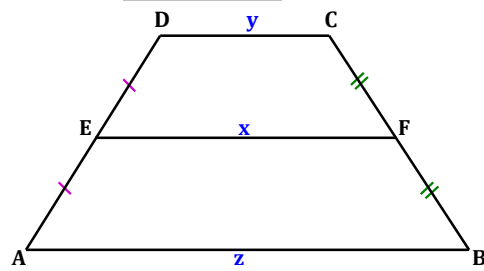
~ 949 ~

Soru: ABCD dik yamuğunda $x + y = 14$ ise $\angle (ABCD) = ?$



~ 952 ~

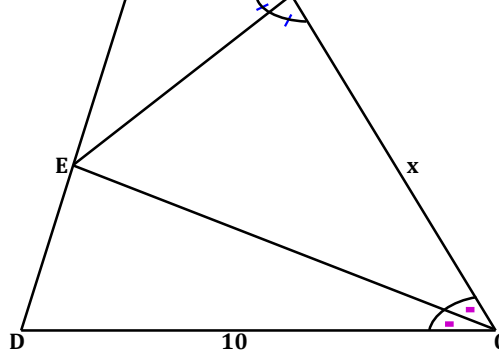
Kural 6: (Orta Taban)



ABCD yamuğunda [EF] orta taban ise $x = \frac{y + z}{2}$ olarak alınır.

~ 947 ~

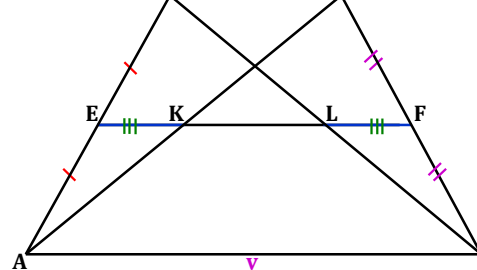
Soru: ABCD yamuğunda $x = ?$



Not: E 'den paralel çek. Z kuralı ve ikizkenar üçgenlerden x 'i bul.

~ 950 ~

Kural 7:



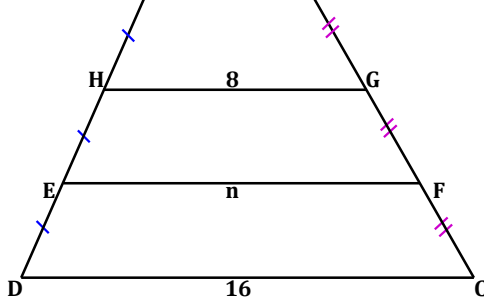
ABCD yamuğunda E ile F orta noktalar ise aşağıdaki özellikler geçerlidir.

1) $|EK| = |LF|$ 2) $|KL| = \frac{y - x}{2}$ olarak alınır.

2. yol: Benzerlikten de istenen bulunabilir.

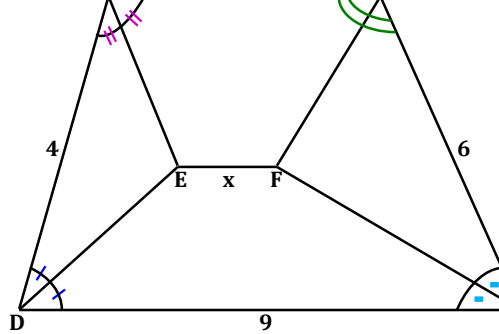
~ 953 ~

Soru: ABCD yamuğunda $m \cdot n = ?$



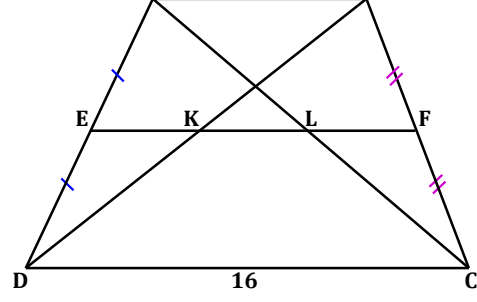
~ 948 ~

Soru: ABCD yamuğunda $x = ?$



~ 951 ~

Soru: ABCD yamuk ise $|KL| = ?$ ve $|EK| = ?$



~ 954 ~

Not: Parçalar arasındaki artma oranına göre de istenilenler bulunabilir.

Soru:

ABCD **yamuk** ise
 $|EK| = ?$

~ 955 ~

Kural 8:

ABCD **yamuk** ve
 $[EF] \parallel [AB]$ olsun.

1) $|EF| = \frac{2x \cdot y}{x + y}$

2) $|EG| = |GF| = \frac{x \cdot y}{x + y}$ olarak alınır.

~ 958 ~

Kural 1:

ABCD yamuğunun alanı

$A(ABCD) = \frac{(a + b) \cdot h}{2}$ olarak alınır. Yamuktaki uzunluk kurallarından da yeri geldiğinde faydalanılır.

Soru: Alt tabanı 8, üst tabanı 4 br olan yamuğun alanı 36 br² ise yamuğun yüksekliğini bulunuz.

~ 961 ~

Soru:

ABCD **yamuk** ise
 $|EF| = 13$ br ise a ve b'yi bulunuz.

~ 956 ~

Soru:

ABCD **yamuk** ve
 $[EF] \parallel [AB]$ ise
 $|EG| = ?$

~ 959 ~

Soru:

ABCD **yamuğunun** alanını bulunuz.

~ 962 ~

Soru:

ABCD **yamuk** ise
 $|EF| = 13$ br ise a ve b'yi bulunuz.

~ 957 ~

Soru:

ABCD **yamuk** ve
 $[EG] \parallel [AB]$ ise
 $x = ?$

~ 960 ~

Soru:

ABCD **yamuğunun** alanını bulunuz.

~ 963 ~

Soru: ABCD ikizkenar yamuğunun alanını bulunuz.

~ 964 ~

Soru: ABCD yamuk ve $|EF| = 15$ br ise $A(ABCD) = ?$

~ 967 ~

Soru: ABCD ikizkenar yamuk ve $|BD| = 10$ br ise $A(ABCD) = ?$

~ 970 ~

Soru: ABCD ikizkenar yamuğunun alanını bulunuz.

~ 965 ~

Soru: ABCD dik yamuğunun alanı 32 br^2 ise $x = ?$

~ 968 ~

Soru: ABCD ikizkenar yamuğunun alanını bulunuz.

~ 971 ~

Soru: ABCD dik yamuğunun alanını bulunuz.

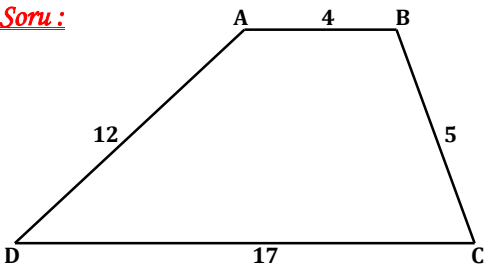
~ 966 ~

~ 969 ~

Soru: ABCD yamuğunun alanını bulunuz.

~ 972 ~

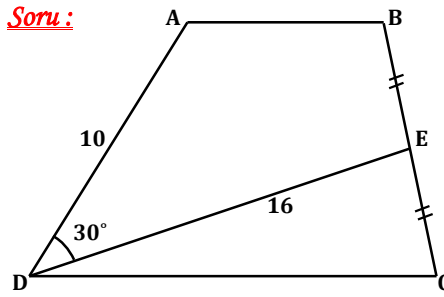
Soru:



ABCD yamuğunun alanını bulunuz.

~ 973 ~

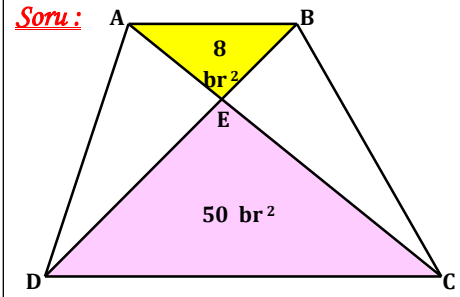
Soru:



ABCD yamuğunun alanını bulunuz.
(A ile E birleştirilir.)

~ 976 ~

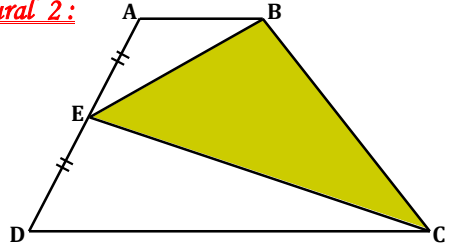
Soru:



ABCD yamuk ise
A (ABCD) = ?

~ 979 ~

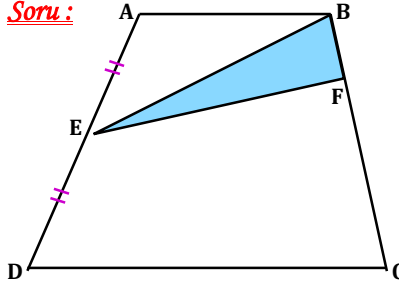
Kural 2:



ABCD yamuğunda E orta nokta ise,
 $A (ABCD) = 2 \cdot A (BCE)$ olarak alınır.

~ 974 ~

Soru:

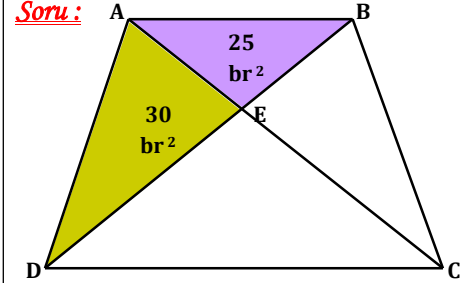


ABCD yamuk,
 $|FC| = 3 \cdot |BF|$ ve
 $A (BEF) = 8 \text{ br}^2$ ise
 $A (ABCD) = ?$

(Alan - taban ilişkisini kullanılır.)

~ 977 ~

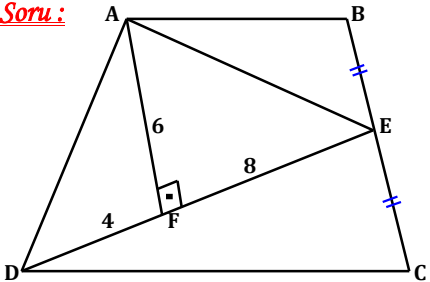
Soru:



ABCD yamuk ise
A (ABCD) = ?

~ 980 ~

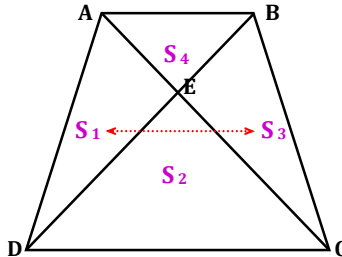
Soru:



ABCD yamuğunun alanını bulunuz.

~ 975 ~

Kural 3: S'ler bulundukları bölgelerin alanlarını göstermektedir.

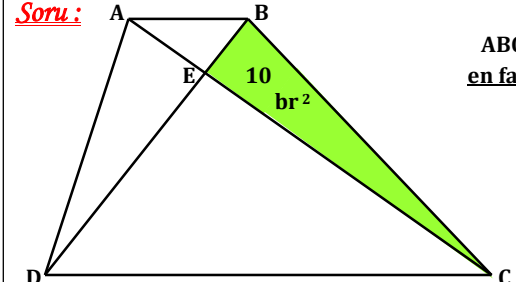


Yamukta köşegenlerin ayırdığı üçgenler varsa ;
1) $S_1 \cdot S_3 = S_2 \cdot S_4$ olarak alınır. (Çapraz alanların çarpımı birbirine eşittir.)

2) $S_1 = S_3$ 'tür. Yani yamukta paralel kollar arasında kalan iki yan üçgenin alanları birbirine eşittir.

~ 978 ~

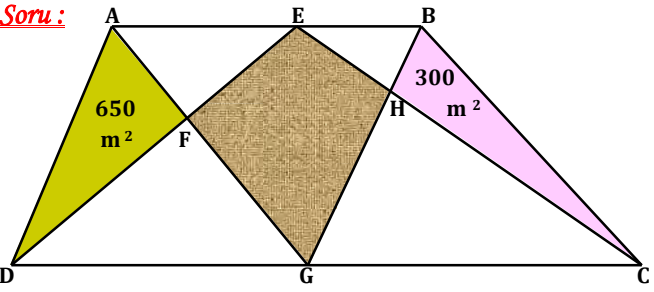
Soru:



ABCD yamuğunun alanı en fazla kaç br^2 olabilir ?

~ 981 ~

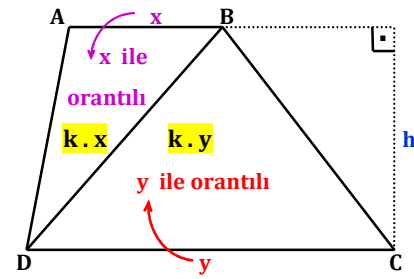
Soru :



ABCD bir yamuktur. Yamuğun içinde kalan EFGH dörtgeninin alanını bulunuz.

~ 982 ~

Kural 4: (Alan - taban ilişkisi)

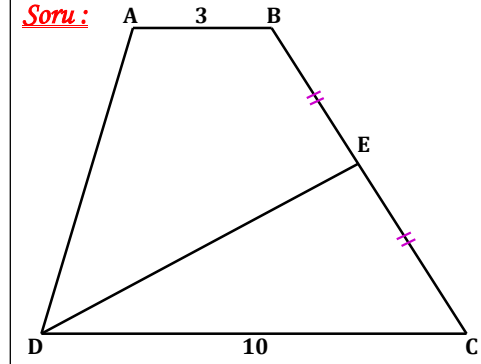


ABCD yamuğunda
iki üçgenin de
yüksekliği aynıdır.

*** Yükseklikleri
aynı olan üçgenlerin
alanları tabanları ile
orantılı idi.

~ 985 ~

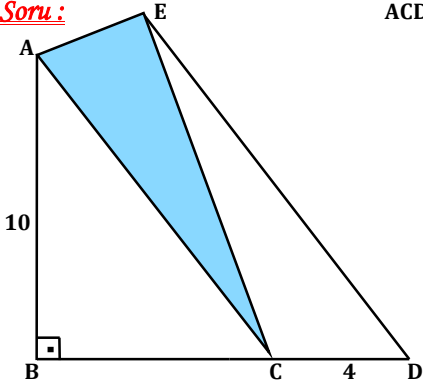
Soru :



ABCD yamuk ise $\frac{A (ABCD)}{A (ABED)} = ?$

~ 988 ~

Soru :

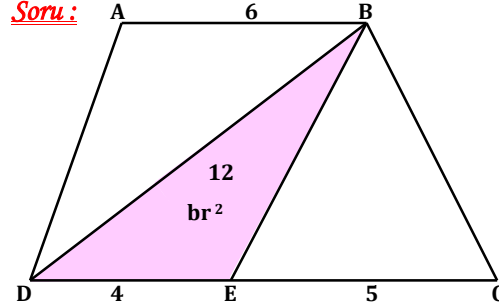


ACDE yamuksa boyalı bölgenin alanını bulunuz.

[A ile D'yi birleştir. Bölgelere harf ver ve istenileni üçgenin alan kurallarından elde et.]

~ 983 ~

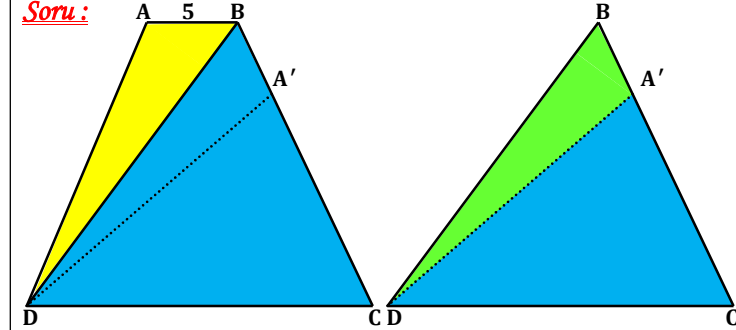
Soru :



ABCD yamuğunun
alanını bulunuz.

~ 986 ~

Soru :



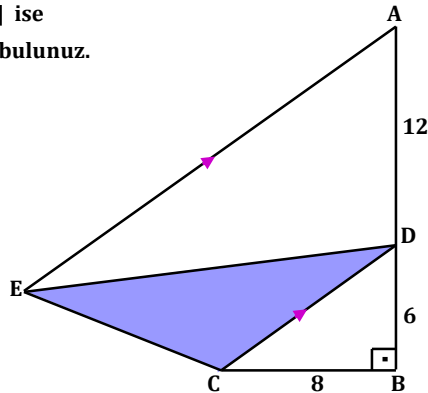
ABCD kağıttan bir yamuktur. Kağıt A köşesinden [BD] boyunca katlandığında, A köşesi [BC] üzerindeki A' köşesine geliyor.

$A (\triangle BCD) = 4 . A (\triangle ABD)$ ise $| A'C | + | DC | = ?$

~ 989 ~

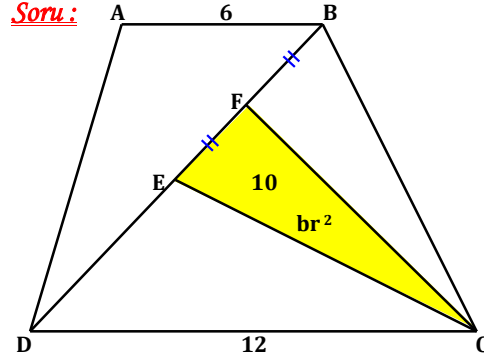
Soru :

[DC] // [AE] ise boyalı bölgenin alanını bulunuz.



~ 984 ~

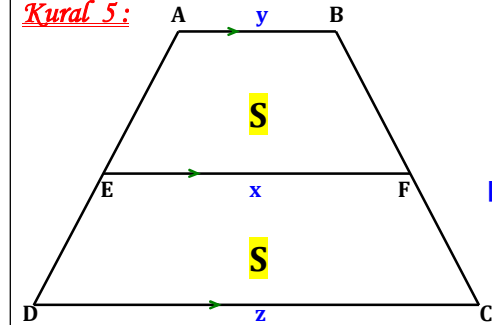
Soru :



ABCD yamuk ve
 $| DE | = 2 . | EF |$
ise $A (ABCD) = ?$

~ 987 ~

Kural 5:



ABCD yamuk ve
[AB] // [EF] // [DC]
olsun.

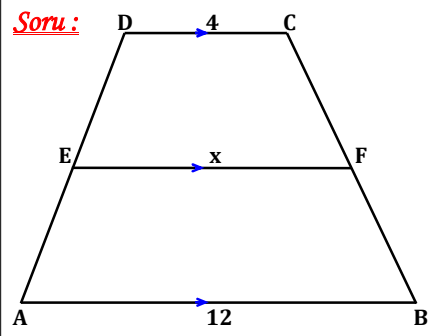
$A (\triangle AEF) = A (\triangle BCF) = S$ ise

$$x^2 = \frac{y^2 + z^2}{2}$$

olarak alınır.

~ 990 ~

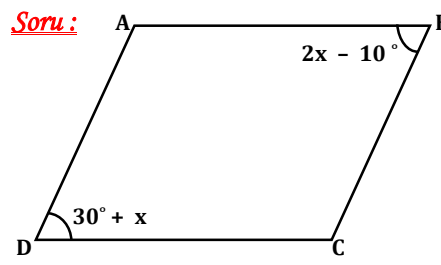
Soru:



ABCD yamuğunda, ABFE ile CDEF yamuklarının alanları birbirine eşit ise $x = ?$

~ 991 ~

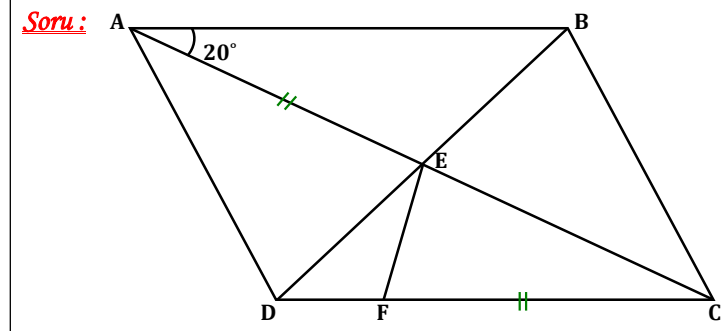
Soru:



ABCD paralelkenar ise $m(\widehat{A}) = ?$

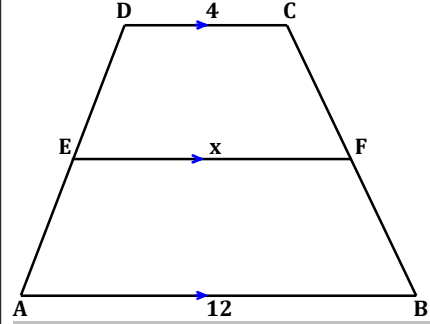
~ 994 ~

Soru:



ABCD paralelkenar ise $m(\widehat{EFD}) = ?$

~ 997 ~

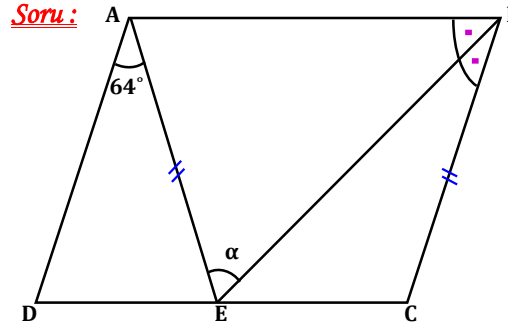


ABCD yamuğunda, ABFE ile CDEF yamuklarının alanları birbirine eşit ise $x = ?$

2.Yol: D ve C noktalarından yukarı doğru parçaları çizilir ve şekil üçgene dönüştürülür. Üst üçgen ile en büyük üçgende alan - benzerlik ilişkisi kurulur ve aynı yöntem üst üçgen ile orta üçgen için kullanılır ve x bulunur.

~ 992 ~

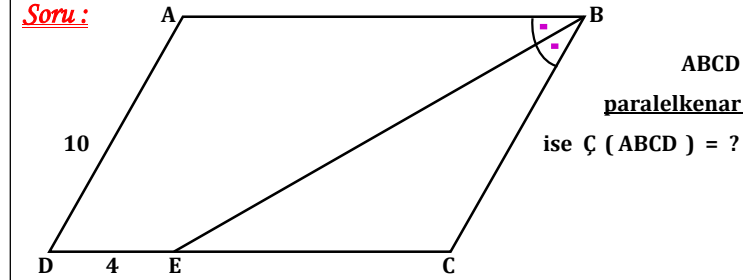
Soru:



ABCD paralelkenar ise $\alpha = ?$

~ 995 ~

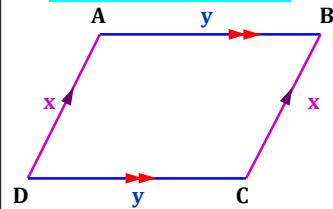
Soru:



ABCD paralelkenar ise $\alpha = ?$

~ 998 ~

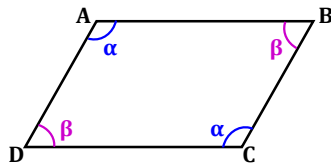
PARALELKENAR



Tanım: Karşılıklı kenarları birbirine paralel ve eşit olan dörtgene "paralelkenar" adı verilir.

Paralelkenarda köşegenler birbirini ortalar.

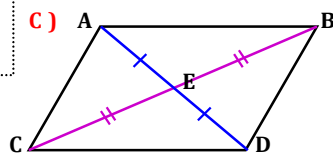
Kural 1: A)



Paralelkenarda zıt köşe açıları birbirine eşittir.

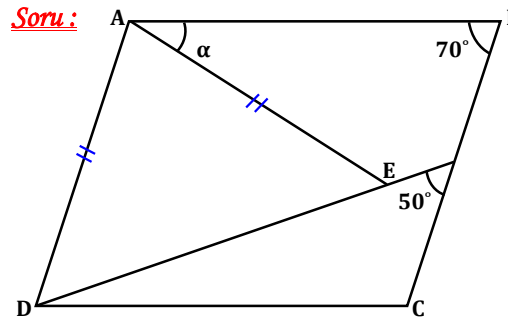
B) $\alpha + \beta = 180^\circ$ 'dir.

C)



~ 993 ~

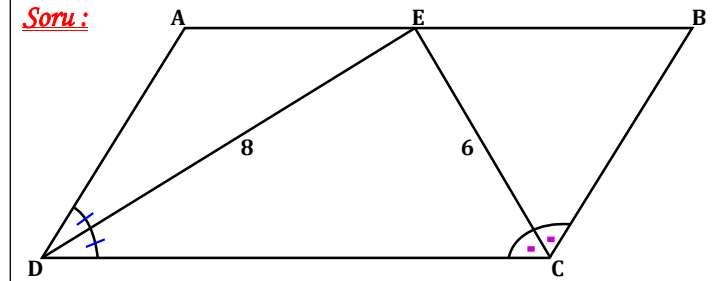
Soru:



ABCD paralelkenar ise $\alpha = ?$

~ 996 ~

Soru:



ABCD paralelkenar ise $\alpha = ?$

~ 999 ~

Soru :

ABCD
paralelkenar ve
 $\angle D = 60^\circ$
 $\text{Ç (ABCD)} = 80$
br ise $|AD| = ?$

~ 1000 ~

Soru :

ABCD
paralelkenar
ise $x = ?$

~ 1003 ~

Soru :

ABCD
paralelkenar
ise $x = ?$

~ 1006 ~

Soru :

ABCD paralelkenar
ise $x = ?$

~ 1001 ~

Soru :

ABCD paralelkenar ise $x = ?$

~ 1004 ~

Soru :

ABCD
paralelkenar
ise $x = ?$

~ 1007 ~

Soru :

ABCD paralelkenar
ise $x = ?$

~ 1002 ~

Soru :

ABCD
paralelkenar ve
 $2 \cdot |AE| = 3 \cdot |EB|$
ise $x = ?$

~ 1005 ~

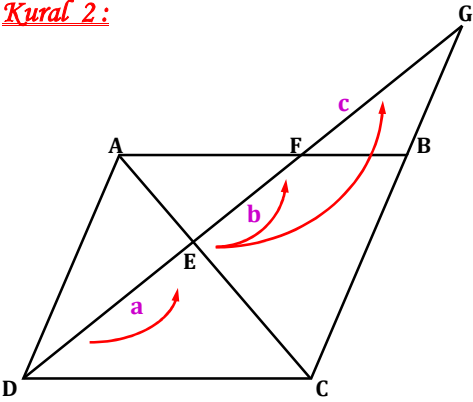
Soru :

ABCD
paralelkenar ,
 $|DF| = 2 \cdot |FA|$
ve $|FC| = 16$
br ise $|GC| = ?$

~ 1008 ~

[Açortaydan yan tabanlara indirilen dikmeler birbirine eşitti.]

Kural 2:

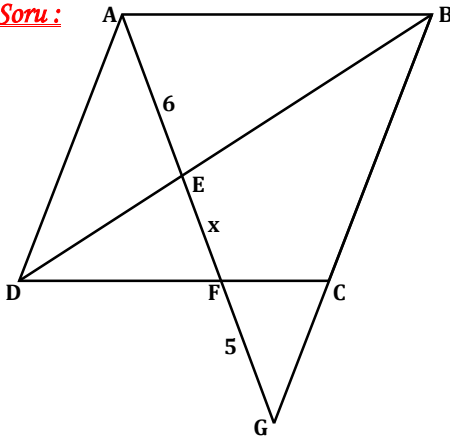


ABCD paralelkenar ise
 $a^2 = b \cdot (b + c)$
olarak alınır.

(Kuralda, bir köşegen ve bir kenarın uzatılmış hali bulunmalıdır.)

~ 1009 ~

Soru:

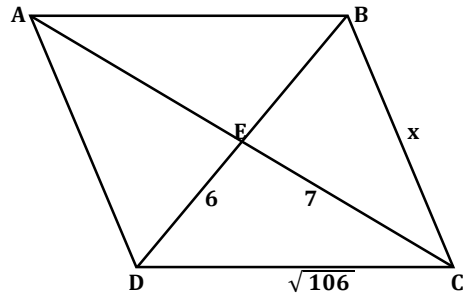


ABCD
paralelkenar
ise x = ?

~ 1012 ~

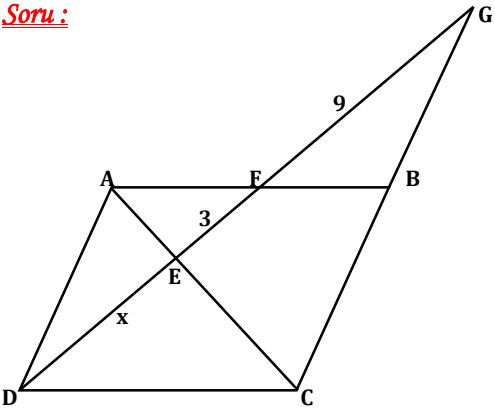
Soru:

ABCD paralelkenar
ise x = ?



~ 1015 ~

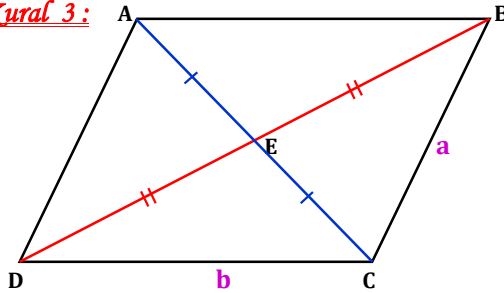
Soru:



ABCD
paralelkenar
ise x = ?

~ 1010 ~

Kural 3:

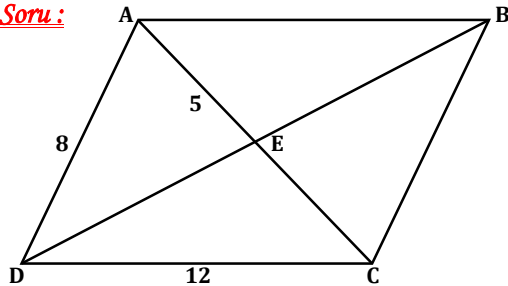


ABCD
paralelkenar.
| AC | = e ve
| BD | = f olsun.

Buna göre, $e^2 + f^2 = 2 \cdot (a^2 + b^2)$ olarak alınır.

~ 1013 ~

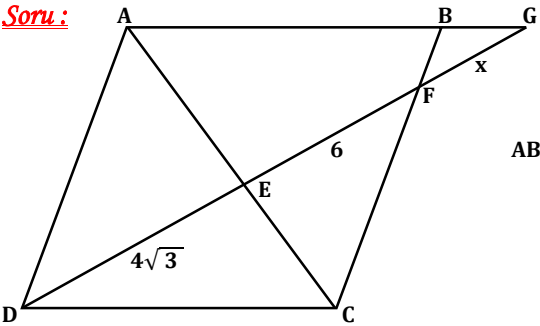
Soru:



ABCD
paralelkenar
ise | BD | = ?

~ 1016 ~

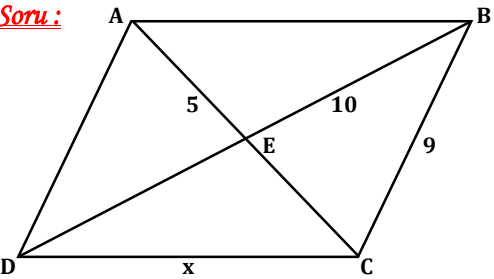
Soru:



ABCD paralelkenar
ise x = ?

~ 1011 ~

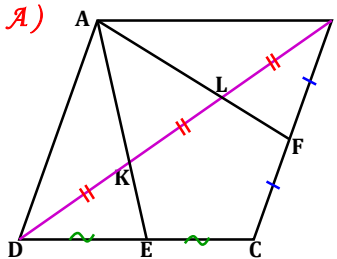
Soru:



ABCD
paralelkenar
ise x = ?

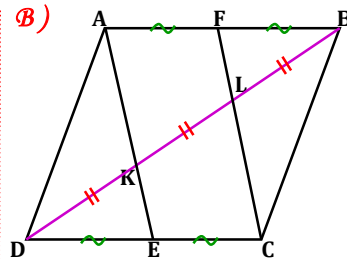
~ 1014 ~

Kural 4: ABCD paralelkenarında E ile F orta nokta olmak üzere;



$| DK | = | KL | = | LB |$

olarak alınır.



$| DK | = | KL | = | LB |$

olarak alınır.

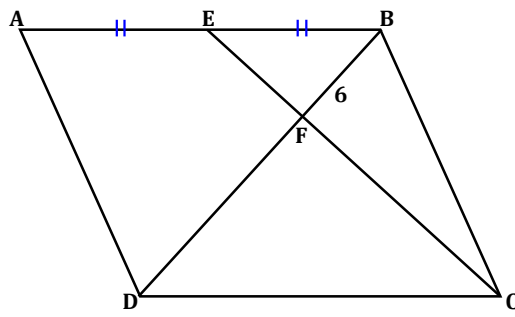
~ 1017 ~

Soru:

ABCD

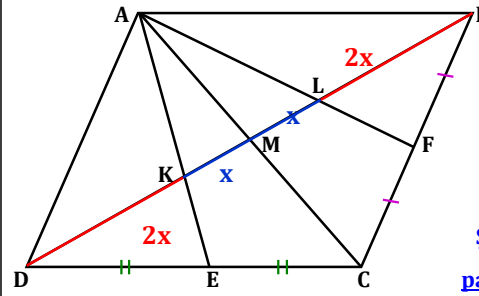
paralelkenar

ise $|BD| = ?$



~ 1018 ~

Kural 4: C)



Şekildeki ABCD
paralelkenarında,

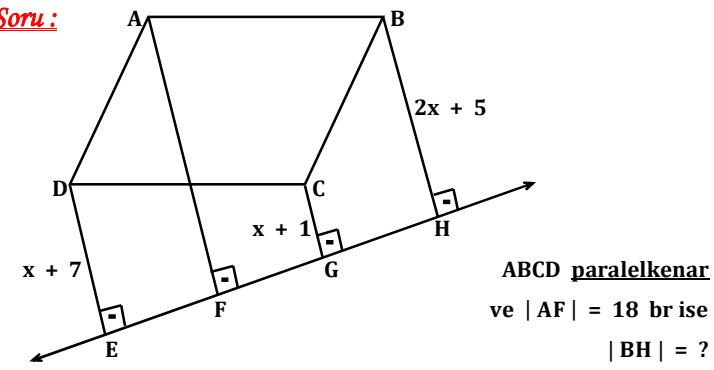
$$|DK| = |KL| = |LB| = 2 \cdot |KM| = 2 \cdot |ML|$$

olarak almır.

(1'e 2 oranı ağırlık merkezinden dolayı gelmektedir.)

~ 1021 ~

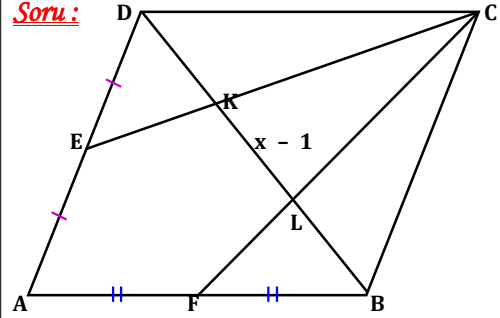
Soru:



ABCD paralelkenar
ve $|AF| = 18$ br ise
 $|BH| = ?$

~ 1024 ~

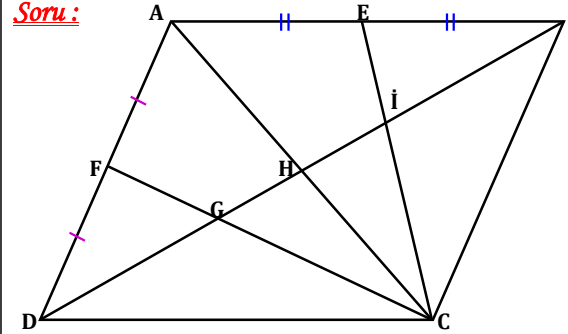
Soru:



ABCD
paralelkenar ve
 $|BD| = 2x + 11$
ise $|LB| = ?$

~ 1019 ~

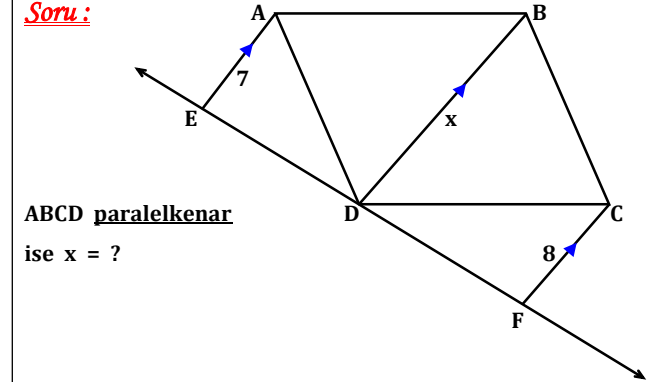
Soru:



ABCD
paralelkenar
ve $|BD| = 48$
br ise $|LH| = ?$

~ 1022 ~

Soru:

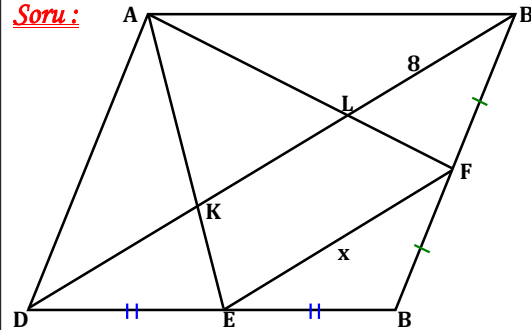


ABCD paralelkenar
ise $x = ?$

2.yol: A ile C birleştirilir. Yamuktaki orta taban kuralından da
istenen bulunabilir.

~ 1025 ~

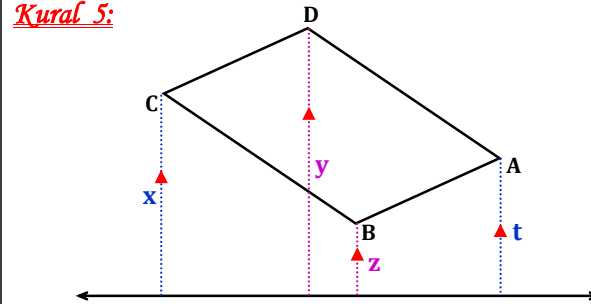
Soru:



ABCD
paralelkenar
ise $x = ?$

~ 1020 ~

Kural 5:



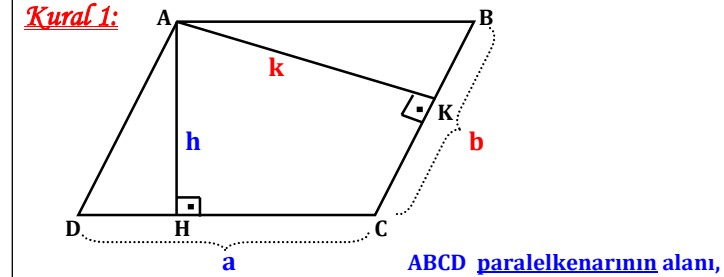
Bir paralelkenarın köşelerinden bir doğruya paralel olan
uzunluklardan ; içte kalan uzunlukların toplamı, dışta kalan
uzunluklar toplamına eşittir.

$$x + t = y + z \text{ olarak almır.}$$

~ 1023 ~

Paralelkenarda Alan Uygulamaaları

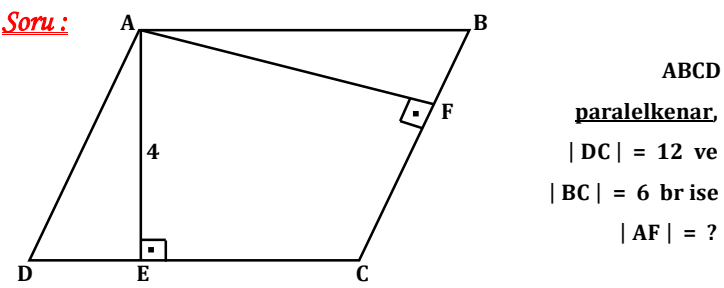
Kural 1:



$$A (ABCD) = a \cdot h = b \cdot k \text{ olarak bulunur.}$$

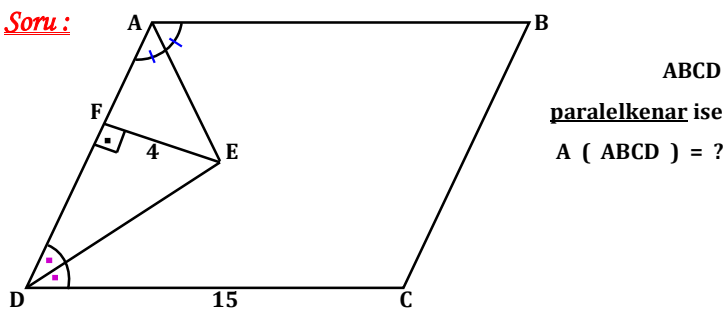
Taban ile tabana ait yüksekliğin çarpımı paralelkenarın
alanını verir.

~ 1026 ~



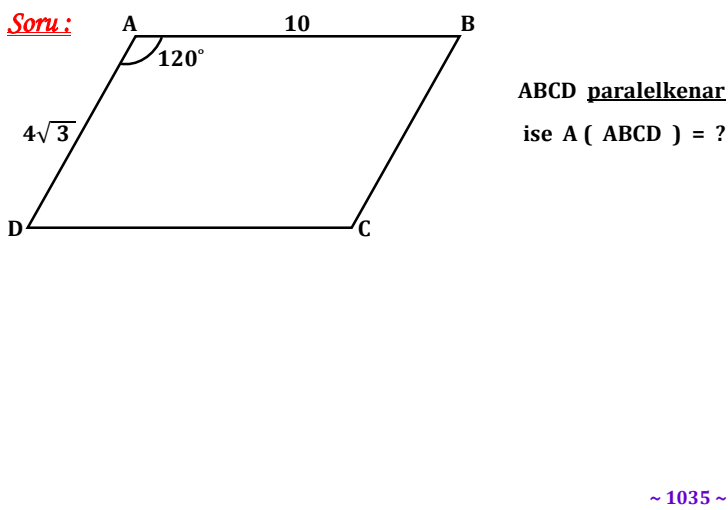
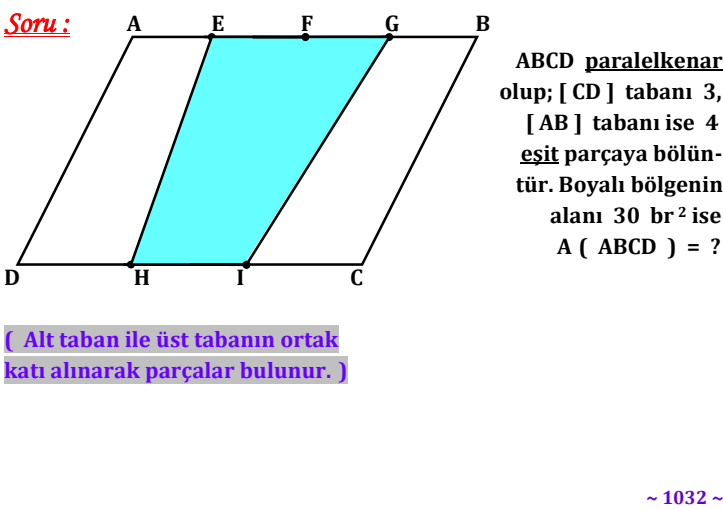
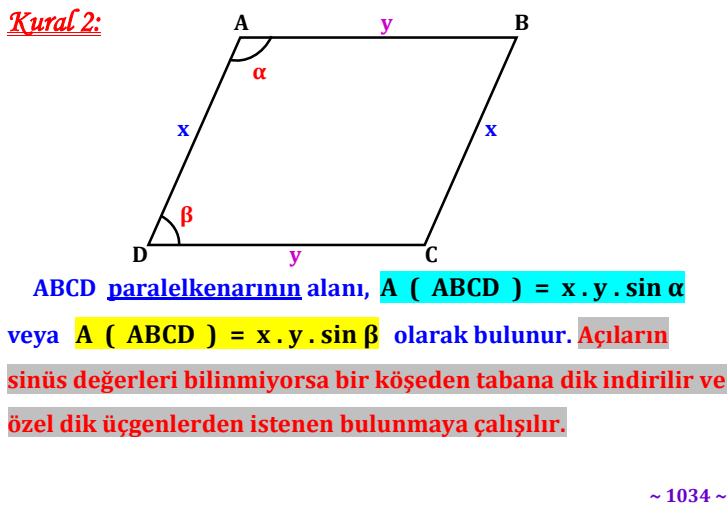
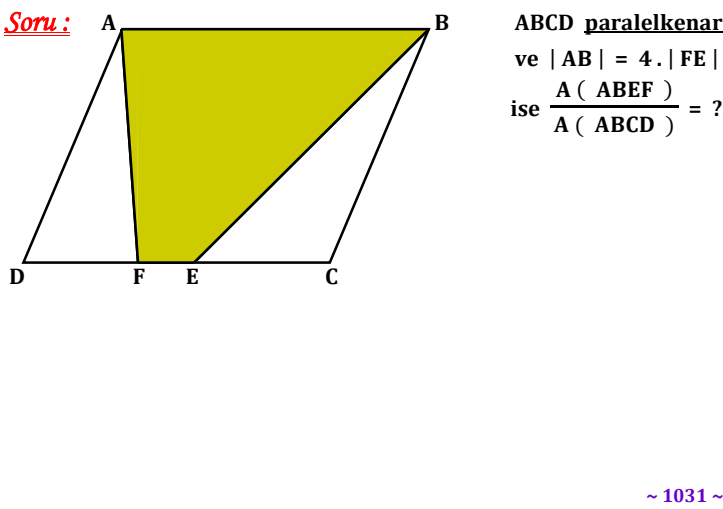
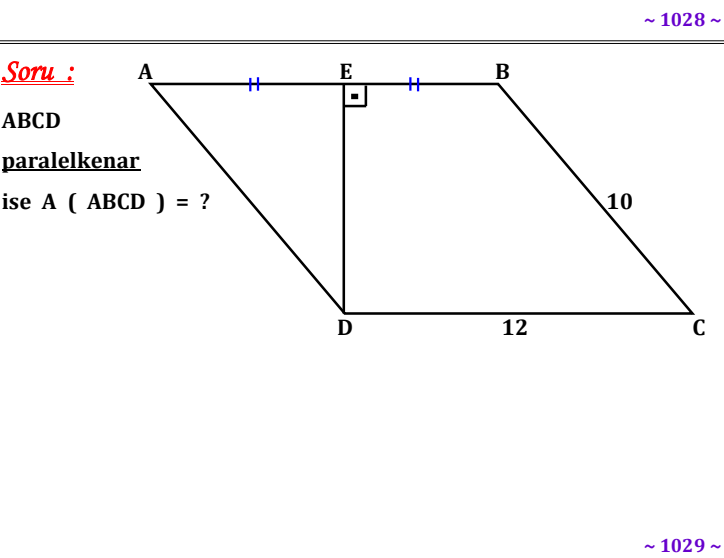
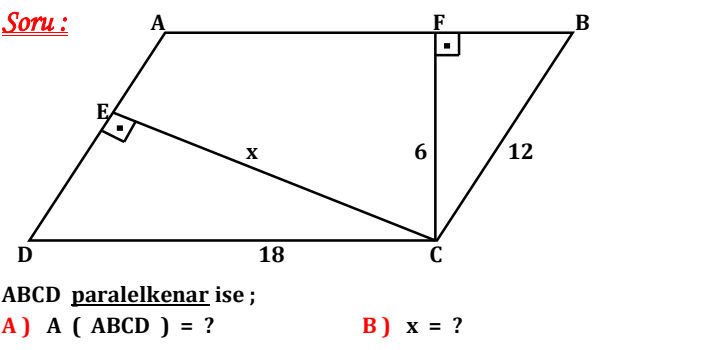
2.yol: A . A . A . benzerlik özelliğinden de bulunabilir.

~ 1027 ~



(Açortayda yan tabanlara indirilen dikmeler birbirine eşitti.)

~ 1030 ~

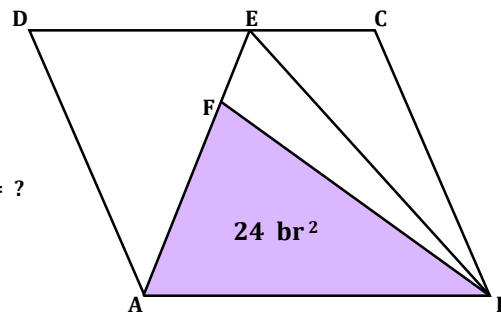


Soru: Kenar uzunlukları 8 ve 9 br olan paralelkenarın alanı 36 br^2 ise, paralelkenarın iki kenar arasındaki dar açının ölçüsü kaç derecedir ?

~ 1036 ~

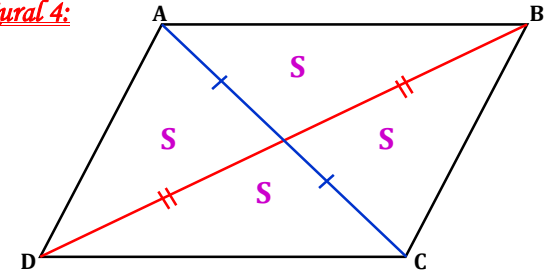
Soru:

ABCD
paralelkenar ve
 $|AF| = 3 \cdot |FE|$
ise $A(ABCD) = ?$



~ 1039 ~

Kural 4:

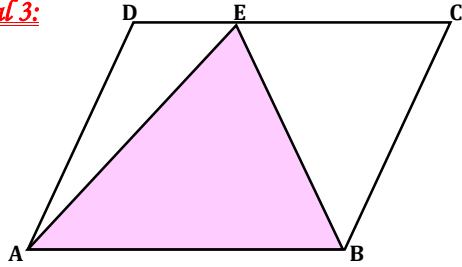


S'ler bulundukları bölgelerin alanlarını göstermektedir.

*** Paralelkenarda köşegenler dörtgeni dört eşit bölgeye ayırır.

~ 1042 ~

Kural 3:



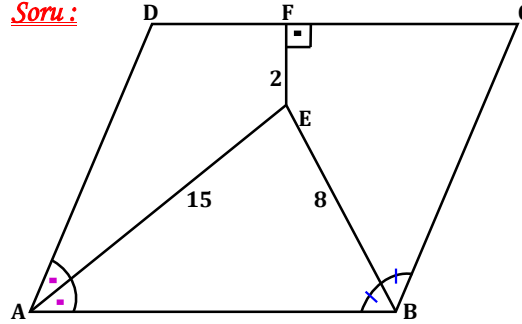
ABCD paralelkenar ise, $A(ABCD) = 2 \cdot A(\triangle ABE)$

olarak alınır.

Üçgenin iki köşesi paralelkenarın iki köşesi, üçgenin tepe noktası ise diğer paralel olan kenar üzerinde olmalıdır.

~ 1037 ~

Soru:

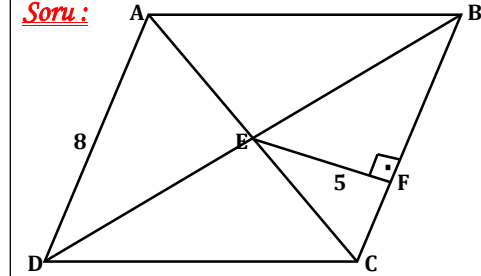


ABCD
paralelkenar ise
 $A(ABCD) = ?$

(E'den [AB]'ye paralel olacak şekilde paralel çiz. Hem kural 3'ü hem de kural 1'i kullanarak isteneni bul.)

~ 1040 ~

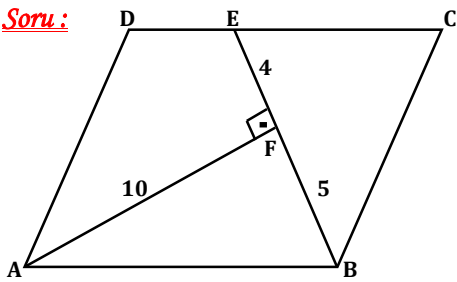
Soru:



ABCD
paralelkenar ise
 $A(ABCD) = ?$

~ 1043 ~

Soru:

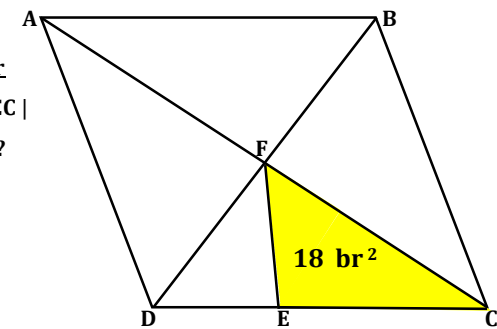


ABCD
paralelkenar ise
 $A(ABCD) = ?$
(A ile E birleştirilir.)

~ 1038 ~

Soru:

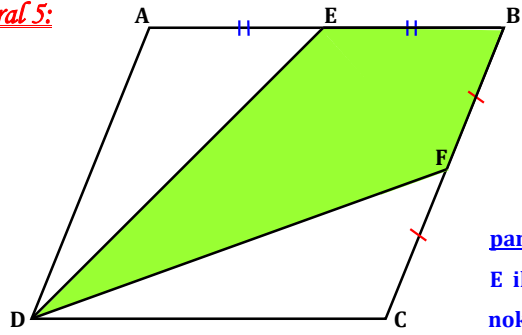
ABCD paralelkenar
ve $3 \cdot |DE| = 2 \cdot |EC|$
ise $A(ABCD) = ?$



~ 1041 ~

~ 1044 ~

Kural 5:



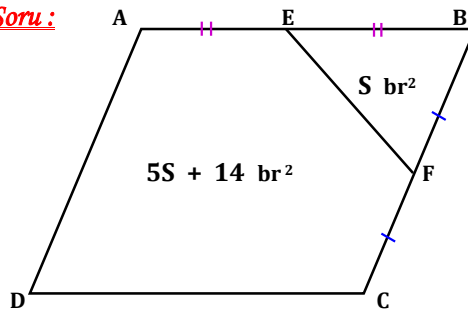
ABCD
paralelkenarında
E ile F orta
noktalar ise,

$$A(ABCD) = 2 \cdot A(EBFD) \text{ olarak alınır.}$$

(B ile D birleştirilirse , alan - taban ilişkisinden de bulunabilir.)

~ 1045 ~

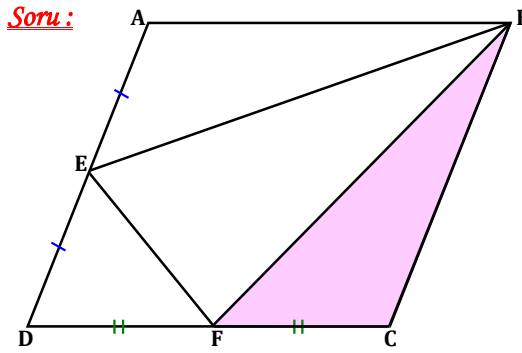
Soru:



ABCD
paralelkenar ise
 $A(ABCD) = ?$

~ 1048 ~

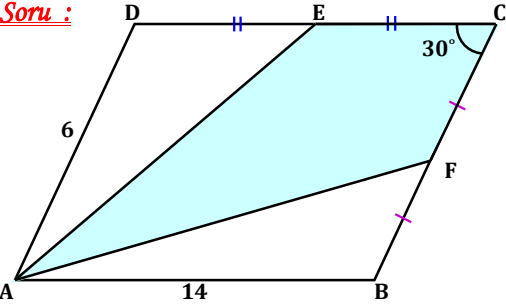
Soru:



ABCD
paralelkenarının
alanı 120 br^2 ise
boyalı bölgenin
alanını bulunuz.

~ 1051 ~

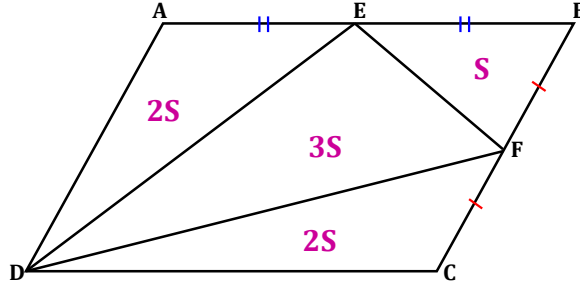
Soru:



ABCD
paralelkenar
ise boyalı bölgenin
alanını bulunuz.

~ 1046 ~

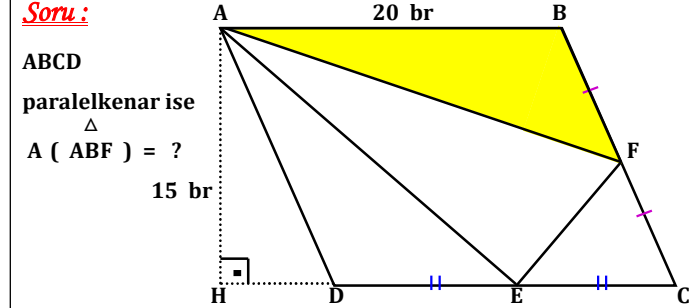
Kural 6: B)



ABCD paralelkenarında E ile F orta nokta ise , bölgelere
ayrılan S alan miktarları şekildeki gibidir.

~ 1049 ~

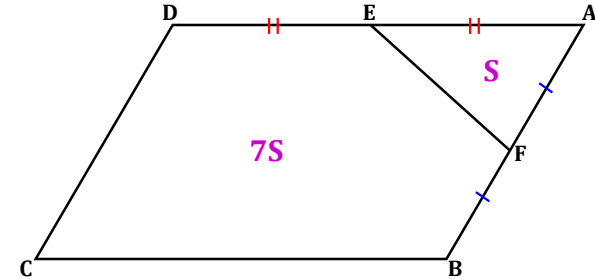
Soru:



ABCD
paralelkenar ise
 $A(\triangle ABF) = ?$

~ 1052 ~

Kural 6: A)

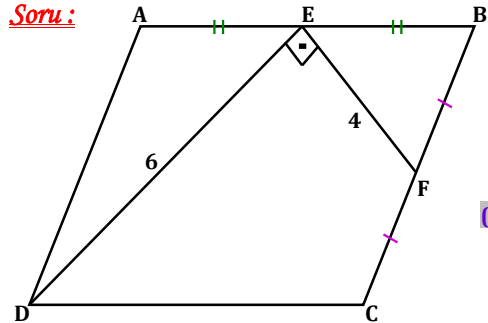


ABCD paralelkenarında , $A(ABCD) = 8 \cdot A(\triangle AEF)$
olarak alınır.

2.Yol: B ile D birleştirilir. Alan - basamak (S , 3S , 5S , ...)
ilişkisinden de aynı sonuç bulunur.

~ 1047 ~

Soru:

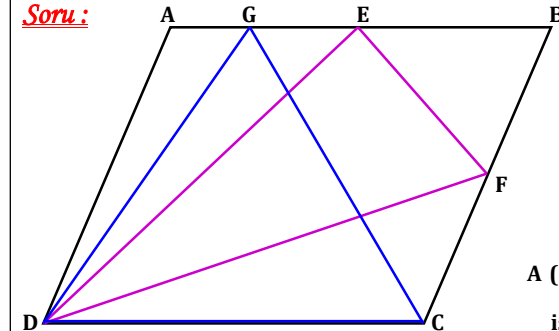


ABCD
paralelkenar ise
 $A(ABCD) = ?$

(D ile F birleştirilir.)

~ 1050 ~

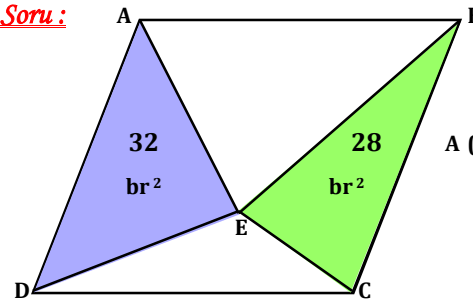
Soru:



ABCD
paralelkenardır.
E [AB] 'nin,
F 'de [BC] 'nin
orta tabanıdır.
 $A(\triangle EDF) = 15 \text{ br}^2$
ise $A(\triangle CDG) = ?$

~ 1053 ~

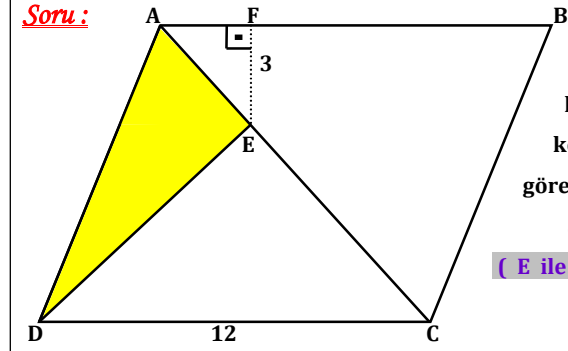
Soru:



ABCD
paralelkenardır.
 $\Delta AEB = 2 \cdot \Delta CDE$
ise $A(ABCE) = ?$

~ 1054 ~

Soru:

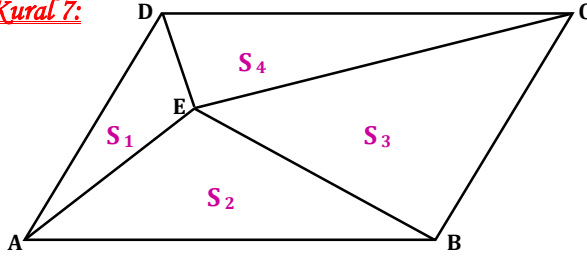


ABCD paralel-
kenarında [AC]
köşegendir. Buna
göre boyalı bölgenin
alanını bulunuz.
(E ile B birleştirilir.)

~ 1057 ~

~ 1060 ~

Kural 7:

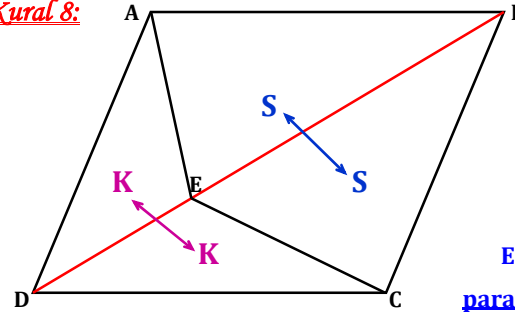


E, ABCD paralelkenarının içinde herhangi bir nokta ise;

$$S_1 + S_3 = S_2 + S_4 = \frac{A(ABCD)}{2} \text{ olarak alınır.}$$

~ 1055 ~

Kural 8:



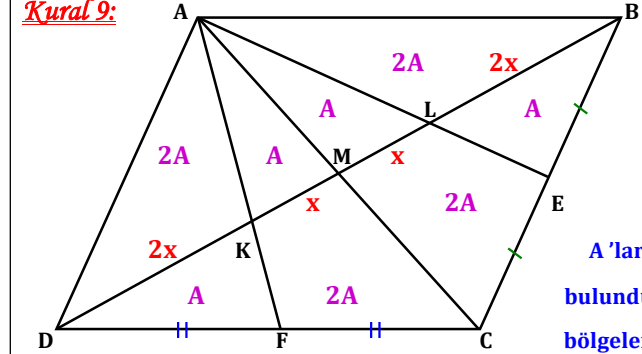
E, ABCD
paralelkenarının

köşegeni üzerindeki bir nokta olsun.

*** Köşegene göre simetrik olan üçgenlerin alanları
birbirine eşittir.

~ 1058 ~

Kural 9:

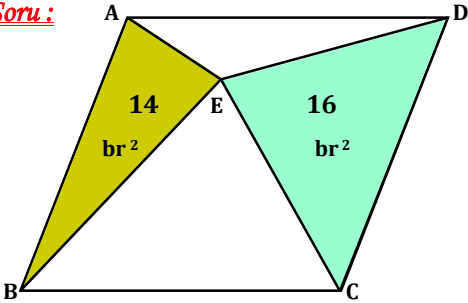


A'lar
bulundukları
bölgelerin

alanlarını göstermektedir. ABCD paralelkenar ise, bölgelere ayrı-
lan alan miktarları şekilde gibidir. (Alan - taban ilişkisinden de
bulunabilir.)

~ 1061 ~

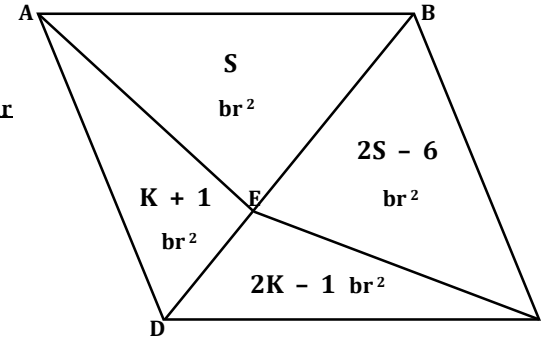
Soru:



ABCD
paralelkenar ise
 $A(ABCD) = ?$

~ 1056 ~

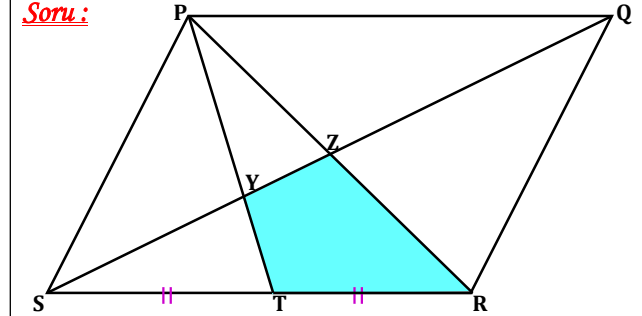
Soru:



ABCD
paralelkenar
ve [BD]
köşegendir.
Buna göre
 $S \cdot K = ?$

~ 1059 ~

Soru:

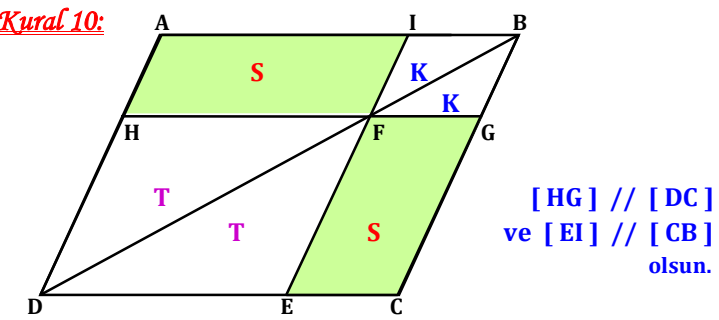


PQRS paralelkenar ve boyalı bölgenin alanı 20 br^2 ise
 $A(PQRS) = ?$

(Şekil kurala benzetilir ve istenen sonuç bulunur.)

~ 1062 ~

Kural 10:



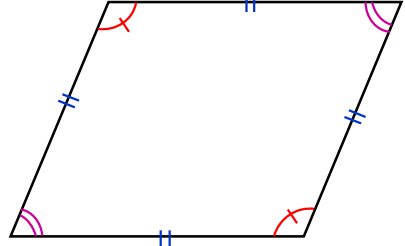
ABCD paralelkenarında, [BC] köşegen olmak üzere köşegenin iki tarafındaki boyalı bölgelerin alanları birbirine eşit olur.

$A (C E F G) = A (A H F I)$ olarak alınır. Şekle bakılırsa paralelkenarın yarısına düşen parçaların alanları birbirine eşit oluyor.

~ 1063 ~

EŞKENAR DÖRTGEN

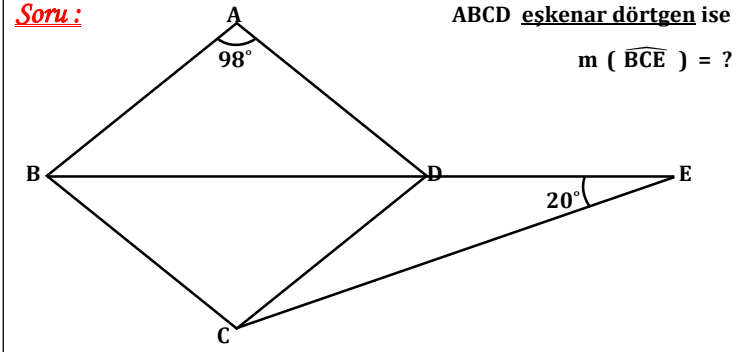
Tanım: Kenarları birbirine eşit olan paralelkenara " eşkenar dörtgen " adı verilir.



*** Eşkenar dörtgen bir paralelkenar olduğundan dolayı, paralelkenarın bütün özelliklerini sağlar.

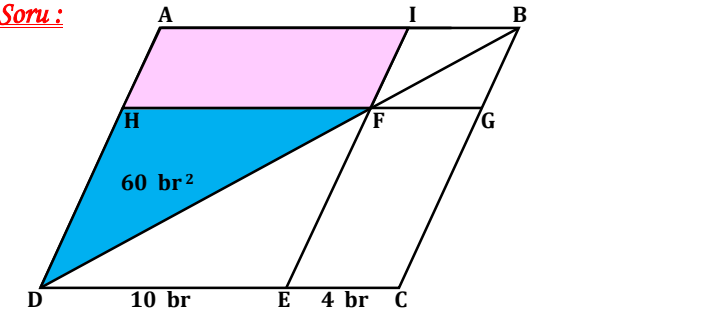
~ 1066 ~

Soru:



~ 1069 ~

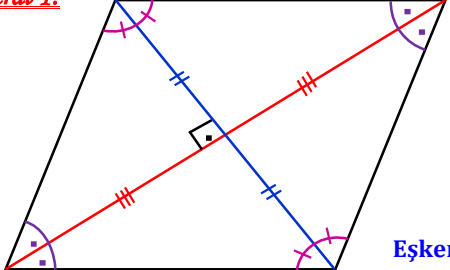
Soru:



[HG] // [DC] ve [EI] // [CB] olsun. ABCD paralelkenarında [BD] köşegendir. Buna göre $A (A I H F) = ?$

~ 1064 ~

Kural 1:

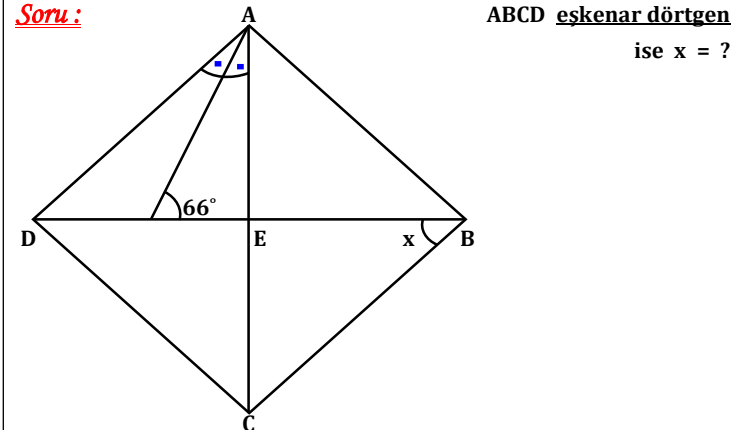


Eşkenar dörtgende;

- A) Köşegenler birbirine ortalar.
- B) Köşegenler aynı zamanda açıortaydırlar.
- C) Köşegenler birbirini dik keserler.

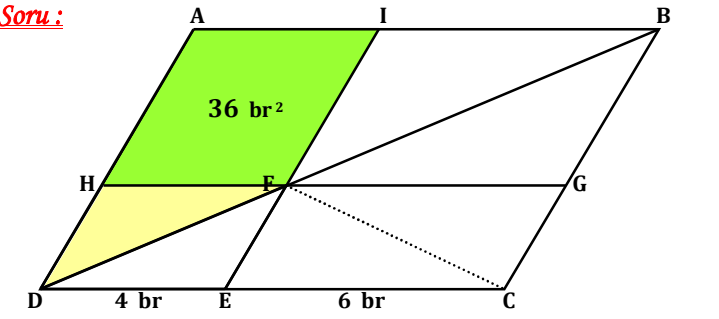
~ 1067 ~

Soru:



~ 1070 ~

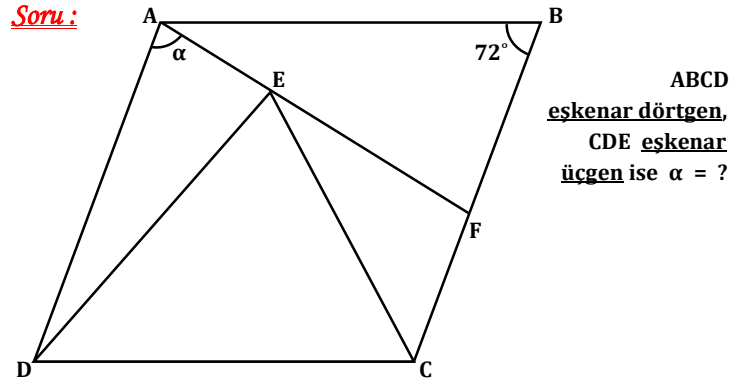
Soru:



[HG] // [DC] ve [EI] // [CB] olsun. ABCD paralelkenarında [BD] köşegendir. Buna göre boyalı bölgenin alanını bulunuz.

~ 1065 ~

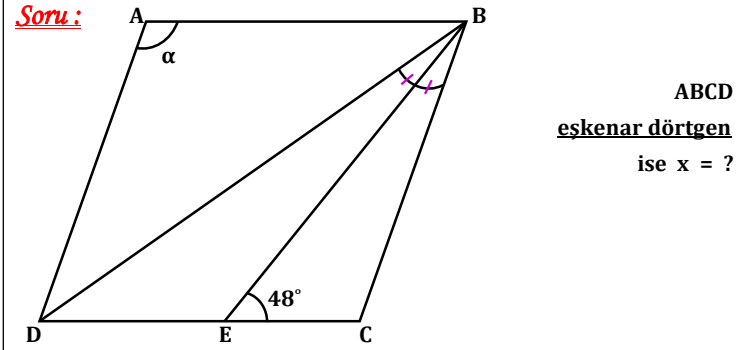
Soru:



ABCD eşkenar dörtgen, CDE eşkenar üçgen ise $\alpha = ?$

~ 1068 ~

Soru:



ABCD eşkenar dörtgen ise $x = ?$

~ 1071 ~

Soru :

ABCD eşkenar dörtgen ve
 $m(\widehat{C}) = 2 \cdot m(\widehat{D})$ ise
 $\angle(ABCD) = ?$

~ 1072 ~

Soru :

ABCD eşkenar dörtgen ve
 $|AC| = 20$ br
ise $x = ?$

[Diğer köşegen çizilir ve iki dik üçgenden x bulunur.]

~ 1075 ~

Soru :

ABCD eşkenar dörtgen ise $\frac{|EG|}{|GF|} = ?$
[E 'den paralel çek.]

~ 1078 ~

Soru :

ABCD eşkenar dörtgen
ise $x = ?$

~ 1073 ~

Soru :

ABCD eşkenar dörtgen ise $x = ?$

~ 1076 ~

Soru :

ABCD eşkenar dörtgen ise
 $x = ?$

[A ile C birleştirilir. Köşegenler aynı zamanda açıortaydı. Açıortayda yan tabanlar alt tabanlar ile orantılı idi.]

~ 1079 ~

Soru :

ABCD eşkenar dörtgen
ise $\angle(ABCD) = ?$

[Paralelkenardaki özellikten veya ağırlık merkezinden eksik parçaları bul. Dik üçgenden istenen elde edilir.]

~ 1074 ~

Soru :

ABCD eşkenar dörtgen
ve $|DB| = 14$
ise $x = ?$

~ 1077 ~

Soru :

ABCD eşkenar dörtgen
ise $|EB| = ?$

~ 1080 ~

Kural 2: Köşegen uzunlukları e ve f, kenar uzunluğu a br olan eşkenar dörtgende ; $e^2 + f^2 = 4a^2$ olarak alınır.

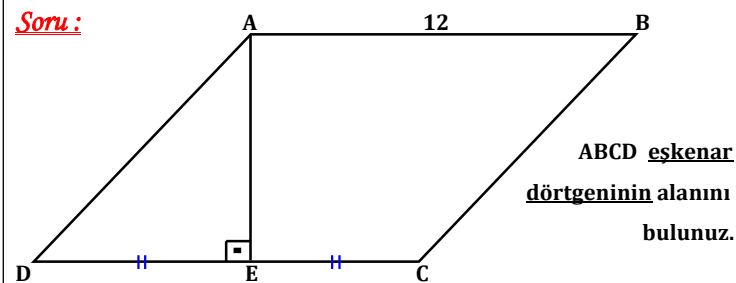
Aynı kural paralelkenarda da vardı. İstenirse şekil üzerinden de çözüm yapılabilir.

Soru : Bir köşegeni 12 br ve çevresi 40 br olan eşkenar dörtgen-
de diğer köşegen uzunluğunu bulunuz.

~ 1081 ~

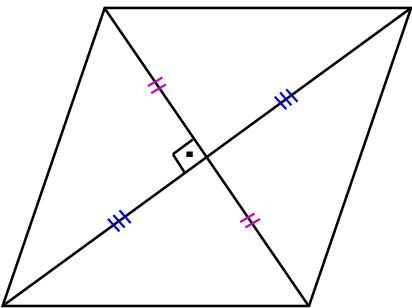
Soru : Köşegen uzunlukları oranı $\frac{2}{5}$ olan eşkenar dörtgenin bir kenar uzunluğu $\sqrt{29}$ br ise dörtgenin kısa köşegen uzunluğunu bulunuz.

~ 1084 ~



~ 1087 ~

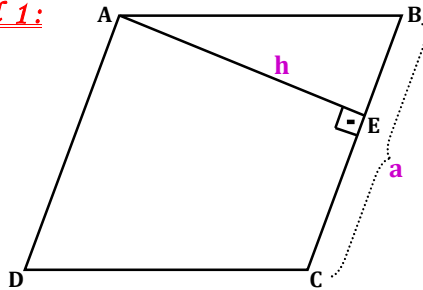
2. yol: Şekil üzerinden de bulunabilir.



~ 1082 ~

Eşkenar Dörtgenin Alanı

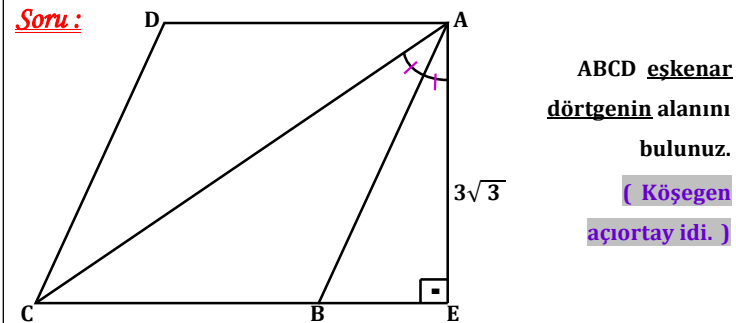
Kural 1:



ABCD eşkenar dörtgen ise, $A (ABCD) = a \cdot h$ olarak alınır.

*** Paralelkenardaki alan formülleri burada da geçerlidir.

~ 1085 ~

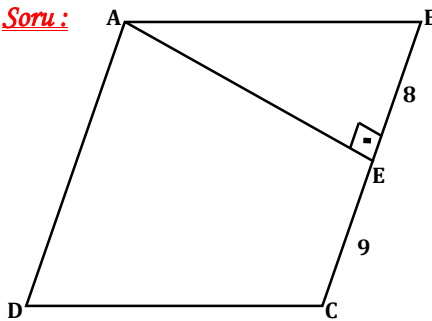


~ 1088 ~

Soru : Köşegen uzunlukları 10 ve 24 br olan eşkenar dörtgenin çevre uzunluğunu bulunuz.

~ 1083 ~

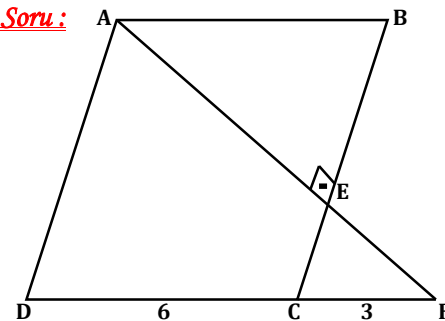
Soru :



ABCD eşkenar
dörtgeninin alanını
bulunuz.

~ 1086 ~

Soru :



ABCD eşkenar
dörtgeninin alanını
bulunuz.

~ 1089 ~

Soru :

ABCD eşkenar dörtgenin alanını bulunuz.

~ 1090 ~

Soru :

ABCD eşkenar dörtgeninin alanı 156 br^2 'dir. D kenarı [AH] sabit kalmak üzere şekildeki gibi sağa katlanıyor. **A**) | D'C | = ?

~ 1093 ~

Soru :

ABCD eşkenar dörtgeninin alanını bulunuz.

~ 1096 ~

Soru :

ABCD eşkenar dörtgeninin alanını bulunuz.

~ 1091 ~

B) Oluşan şeklin türünü ve alanını bulunuz.

~ 1094 ~

Soru :

ABCD eşkenar dörtgeninin alanını bulunuz.

~ 1097 ~

Soru :

ABCD eşkenar dörtgen ise boyalı bölgenin alanını bulunuz.

[Paralelkenarda işlenmişti.]

~ 1092 ~

Kural 2 :

ABCD eşkenar dörtgeninin alanı, köşegen uzunluklarının çarpımının yarısına eşittir.

$A (ABCD) = \frac{e \cdot f}{2}$ olarak alınır. (Veya şekildeki bir üçgenin alanı bulunur ve 4 katı alınır.)

~ 1095 ~

Soru :

ABCD eşkenar dörtgeninin alanını bulunuz.

~ 1098 ~

Soru: Alanı 120 br^2 olan eşkenar dörtgenin bir köşegeni 24 br ise dörtgenin çevre uzunluğunu bulunuz.

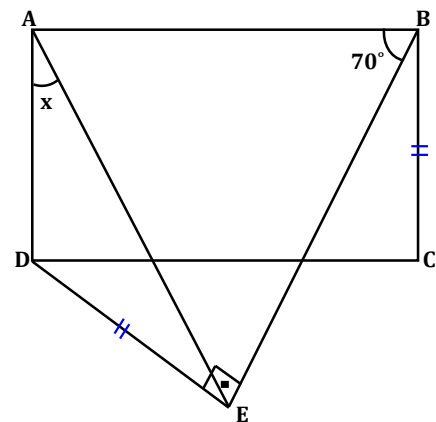
~ 1099 ~

Soru: Köşegenleri e ve f olan eşkenar dörtgende, $e - f = 12$ ve $e^2 + f^2 = 160$ ise dörtgenin alanını bulunuz.

[$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$ idi. İşlemde farkın karesi alınır.]

~ 1102 ~

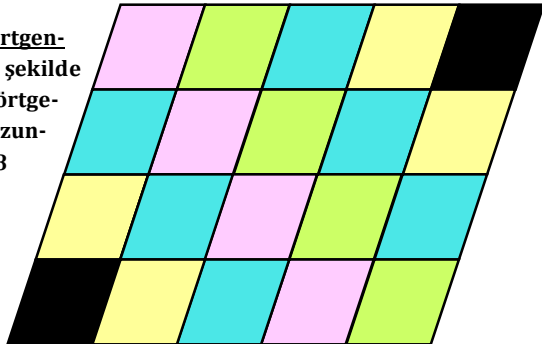
Soru: ABCD dikdörtgen ise $x = ?$



~ 1105 ~

Soru:

Eş eşkenar dörtgen-lerden oluşan şekilde bir eşkenar dörtgenin köşegen uzunlukları 6 ve 8 br 'dir. Buna büyük şeklin alanı ve çevresini bulunuz.

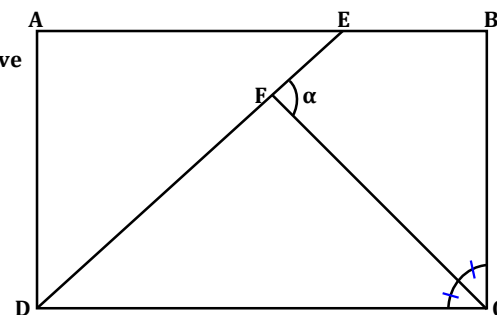


~ 1100 ~

Soru: Alanı 10 br^2 ve köşegen uzunlukları toplamı 14 br olan eşkenar dörtgende bir kenar uzunluğunu bulunuz. **[Toplamın karesi alınır. $e^2 + f^2 = 4a^2$ eşitliği kullanılır ve a bulunur.]**

~ 1103 ~

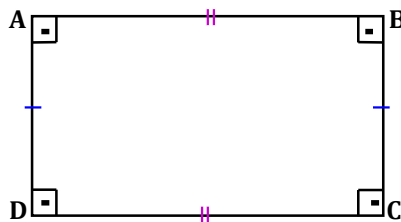
Soru: ABCD dikdörtgen ve $|DE| = 2 \cdot |AD|$ ise $\alpha = ?$



~ 1106 ~

DİKDÖRTGEN

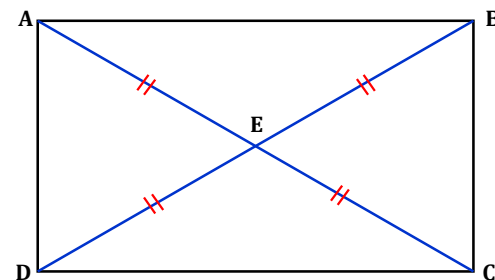
Tanım: Açıları dik açı olan paralelkenara "dikdörtgen" adı verilir.



Şekildeki ABCD bir dikdörtgendir.

~ 1101 ~

Kural 1:



ABCD dikdörtgeninde , köşegenler hem birbirine **eşit** hem de birbirlerini **ortalarlar**.

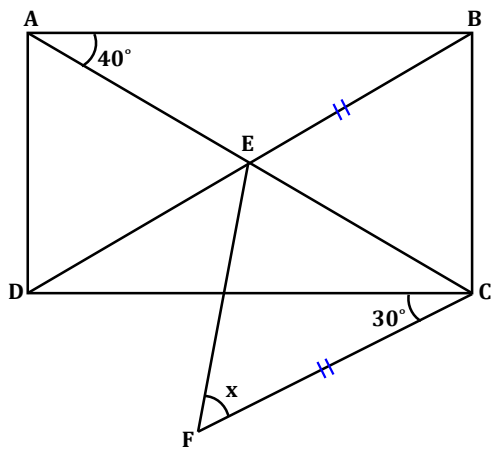
~ 1104 ~

~ 1107 ~

Soru :

ABCD dikdörtgen

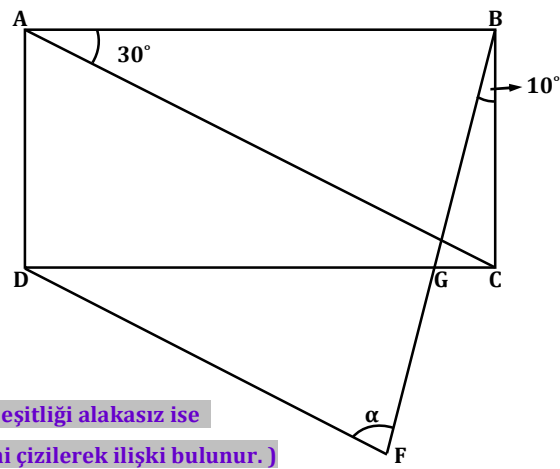
ise $x = ?$



~ 1108 ~

Soru :

ABCD dik-
dörtgen ve
 $|BF| = |AC|$
ise $\alpha = ?$



(İki parçanın eşitliği alakasız ise

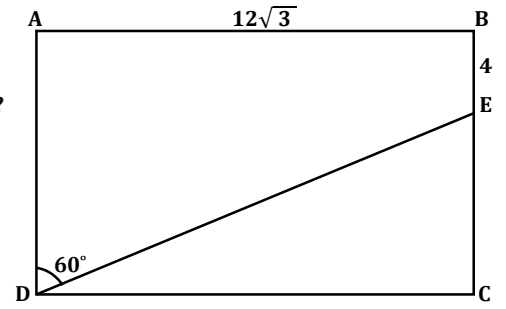
[BD] köşegeni çizilerek ilişki bulunur.)

~ 1111 ~

Soru :

ABCD dikdörtgen

ise $\angle (ABCD) = ?$

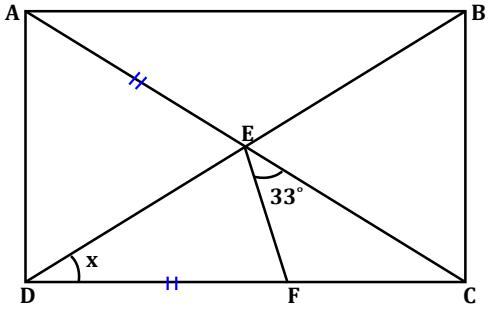


~ 1114 ~

Soru :

ABCD dikdörtgen

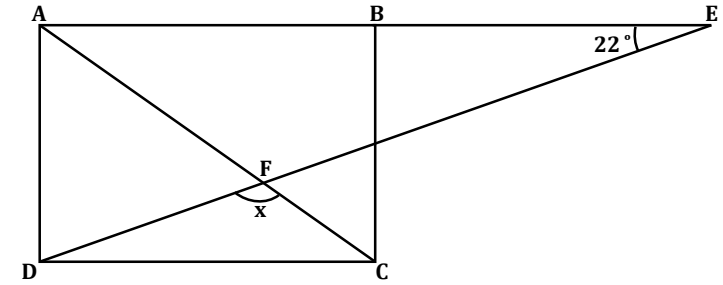
ise $x = ?$



~ 1109 ~

Soru :

ABCD dikdörtgen ve $|BE| = |AC|$ ise $x = ?$

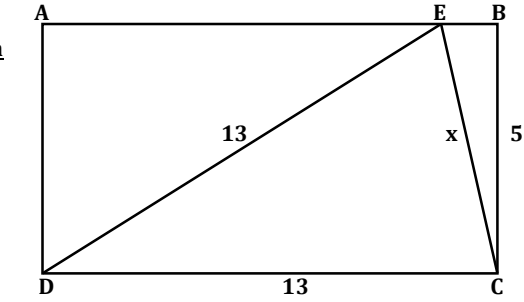


~ 1112 ~

Soru :

ABCD dikdörtgen

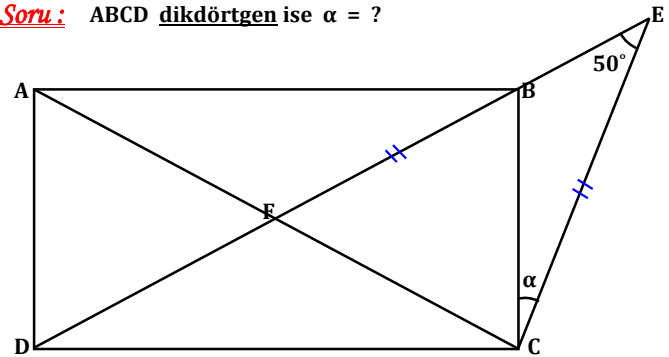
ise $x = ?$



~ 1115 ~

Soru :

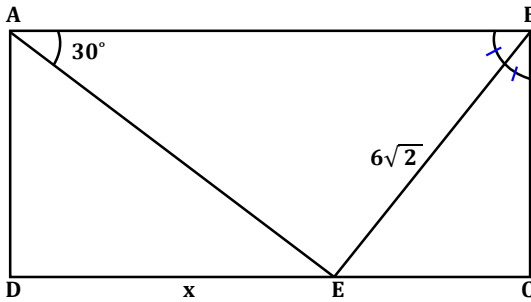
ABCD dikdörtgen ise $\alpha = ?$



~ 1110 ~

Soru :

ABCD dik-
dörtgen ise
 $x = ?$

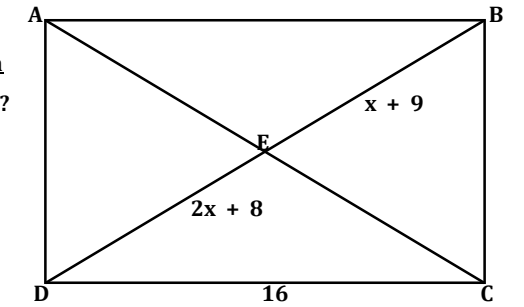


~ 1113 ~

Soru :

ABCD dikdörtgen

ise $\angle (ABCD) = ?$

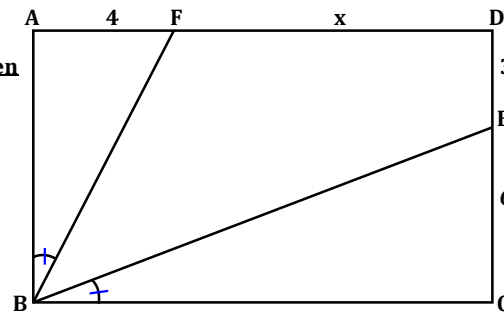


~ 1116 ~

Soru:

ABCD dikdörtgen

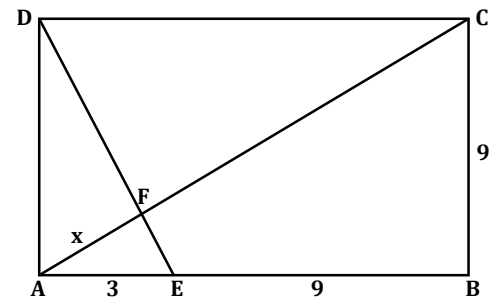
ise $x = ?$



Soru:

ABCD dikdörtgen

ise $x = ?$



~ 1117 ~

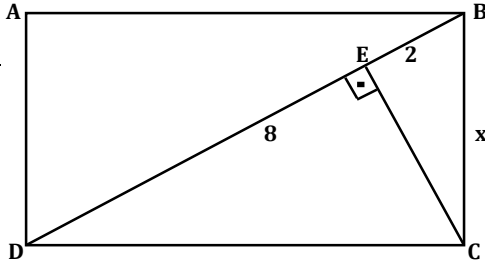
~ 1120 ~

~ 1123 ~

Soru:

ABCD dikdörtgen

ise $x = ?$

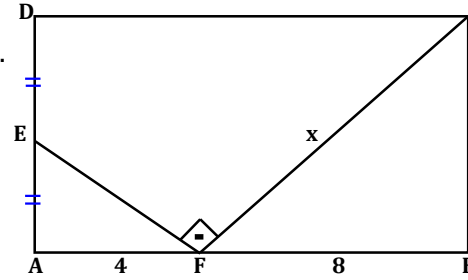


Soru:

ABCD dikdörtgendir.

A) $|BC| = ?$

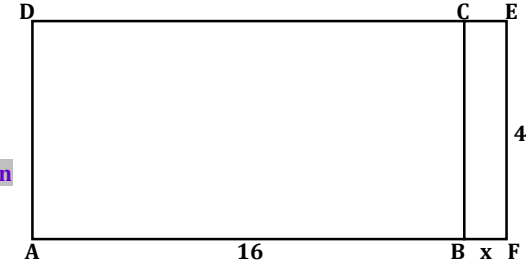
B) $x = ?$



Soru:

ABCD ile BCEF benzer dikdörtgenler ise $x = ?$

(İki dikdörtgenin kenarları orantılıdır.)



~ 1118 ~

~ 1121 ~

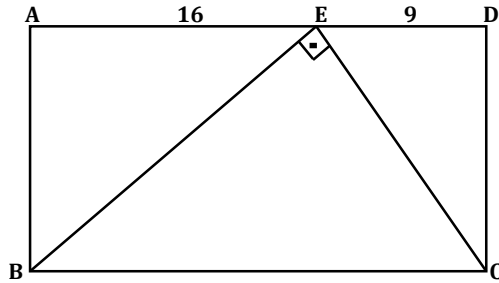
~ 1124 ~

Soru:

ABCD dikdörtgen

ise $\angle (ABCD) = ?$

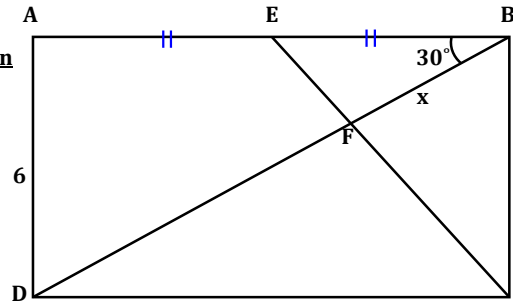
(A. A. A. benzerlik özelliğinden veya Öklit'ten bulunabilir.)



Soru:

ABCD dikdörtgen

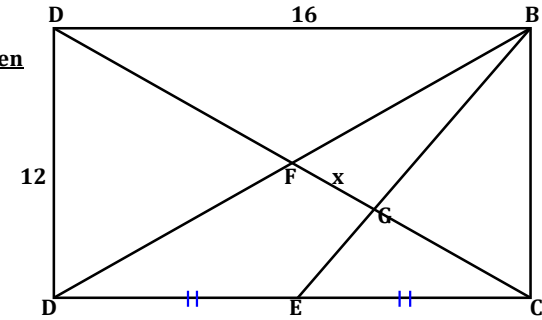
ise $x = ?$



Soru:

ABCD dikdörtgen

ise $x = ?$



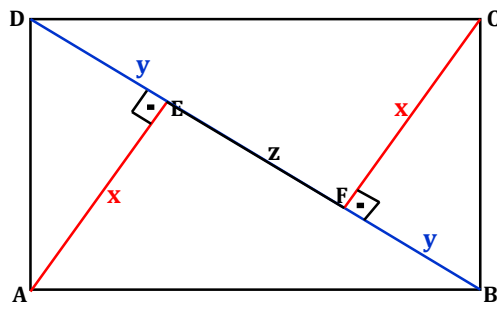
(Köşegen bulunur. Paralelkenardaki özellik kullanılır.)

~ 1119 ~

~ 1122 ~

~ 1125 ~

Kural 2:



*** Dikdörtgende;

1) Çapraz köşelerden köşegene indirilen dikmeler birbirine eşittir.

2) Köşegendeki iki yan parça da birbirine eşittir. Kural, paralelkenarda da geçerlidir. Çözümde Öklit kuralı uygulanır.

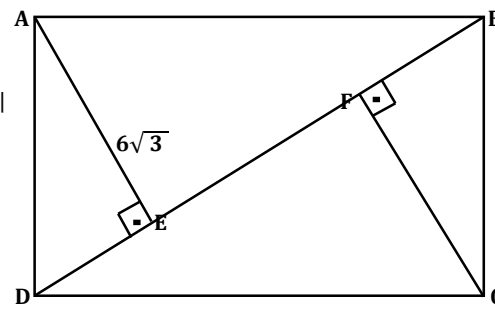
~ 1126 ~

Soru:

ABCD dikdörtgen

ve $|EF| = 2 \cdot |FB|$

ise $|ED| = ?$



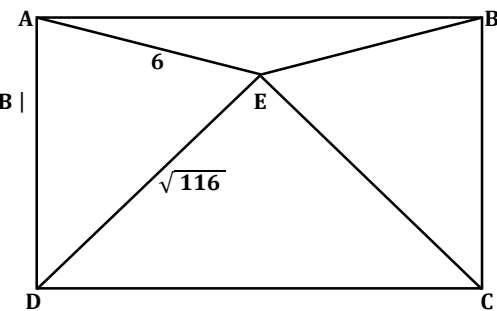
~ 1129 ~

Soru:

ABCD dikdörtgen

ve $2 \cdot |EC| = 3 \cdot |EB|$

ise $|EC| = ?$

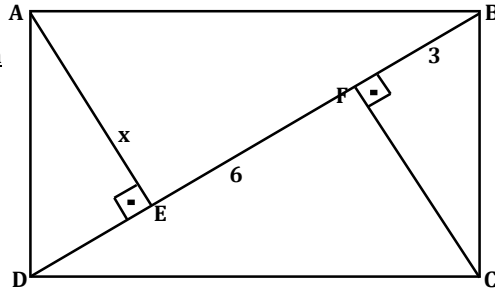


~ 1132 ~

Soru:

ABCD dikdörtgen

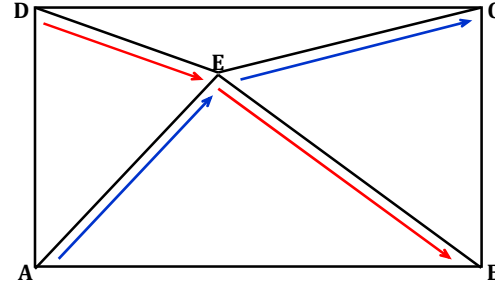
ise $x = ?$



~ 1127 ~

Kural 3:

A)



E, ABCD dikdörtgeninin içerisinde herhangi bir nokta ise;

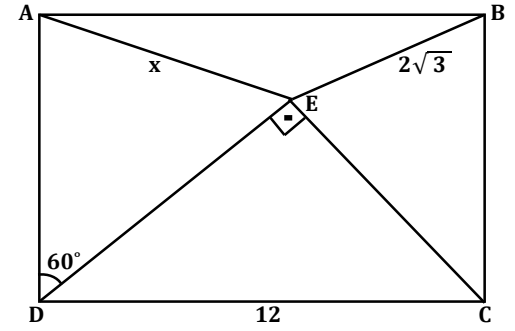
$|AE|^2 + |EC|^2 = |DE|^2 + |EB|^2$ olarak alınır.

~ 1130 ~

Soru:

ABCD dikdörtgen

ise $x = ?$

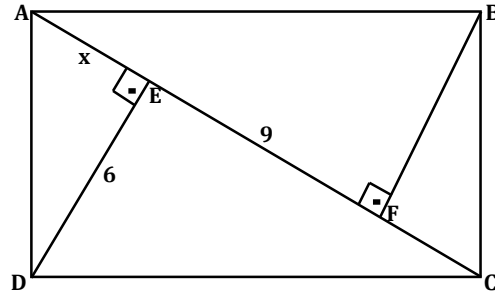


~ 1133 ~

Soru:

ABCD dikdörtgen

ise $x = ?$

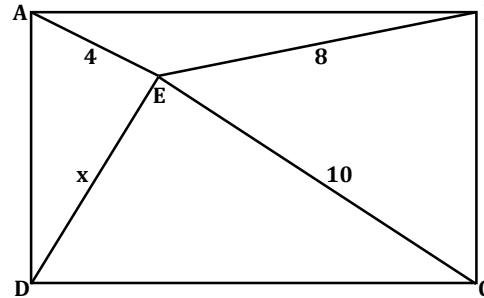


~ 1128 ~

Soru:

ABCD dikdörtgen

ise $x = ?$

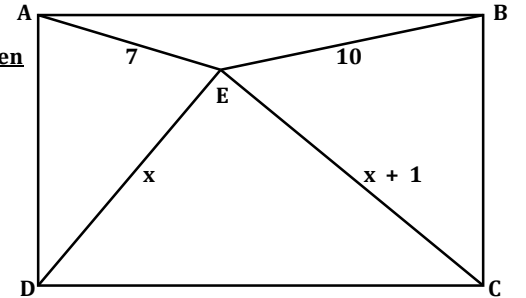


~ 1131 ~

Soru:

ABCD dikdörtgen

ise $x = ?$

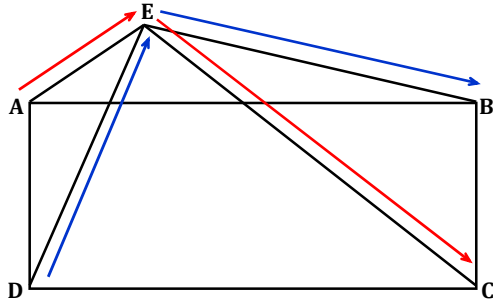


~ 1134 ~

[Denklemi sağlayan x değeri deneme ile de bulunabilir.]

Kural 3:

B)



E, ABCD dikdörtgeninin dışında herhangi bir nokta ise;

$|AE|^2 + |EC|^2 = |DE|^2 + |EB|^2$ olarak alınır.

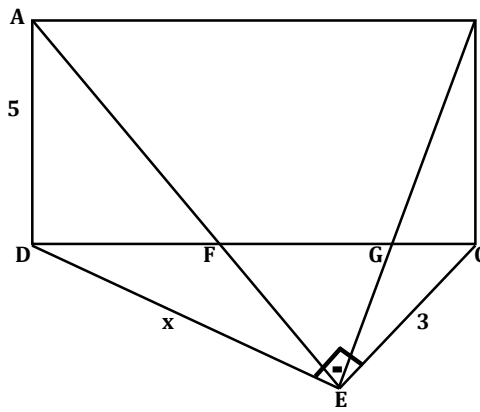
~ 1135 ~

ABCD **dikdörtgen**

$|AE| = 8$, $|BE| = 5$

br ise ;

B) $|AB| = ?$

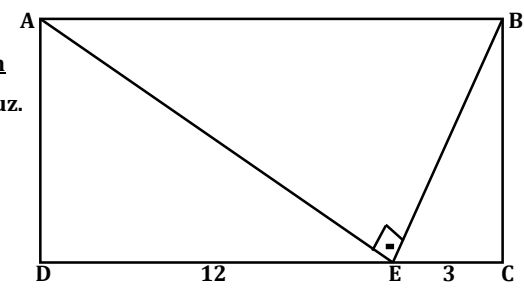


~ 1138 ~

Soru :

ABCD **dikdörtgen**

ise alanını bulunuz.

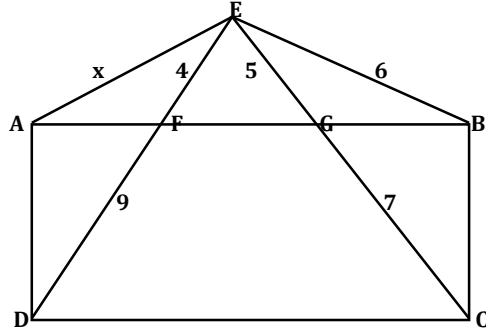


~ 1141 ~

Soru :

ABCD **dikdörtgen**

ise $x = ?$



~ 1136 ~

Dikdörtgenin Alanı

ABCD dikdörtgeninin alanı

$A(ABCD) = a \cdot b$

olarak bulunur.

*** Paralelkenar alan formülleri
burada da kullanılabilir.

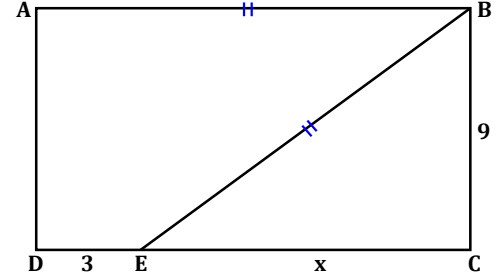
Soru : Uzun kenarı kısa kenarının 3 katı olduğu bir dikdörtgenin alanı 48 br^2 ise dikdörtgenin çevre uzunluğunu bulunuz.

~ 1139 ~

Soru :

ABCD **dikdörtgen**

ise $A(ABCD) = ?$



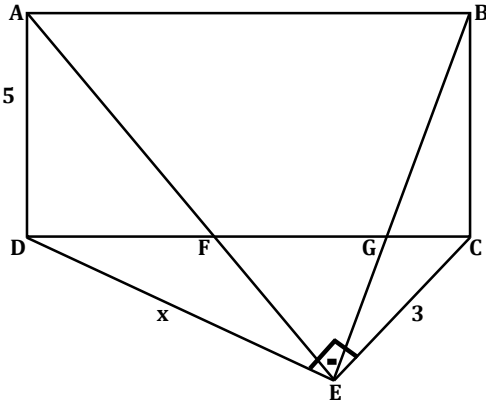
~ 1142 ~

Soru :

ABCD **dikdörtgen**

$|AE| = 8$, $|BE| = 5$

br ise ; **A)** $x = ?$

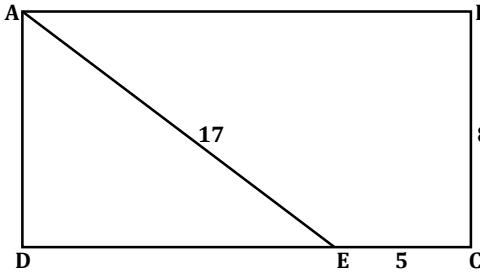


~ 1137 ~

Soru :

ABCD **dikdörtgen**

ise alanını bulunuz.

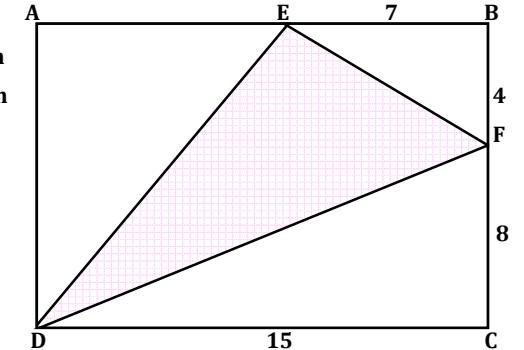


~ 1140 ~

Soru :

ABCD dikdörtgen

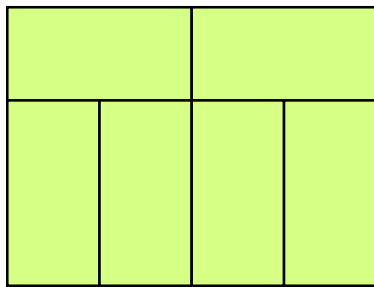
ise taralı bölgenin alanını bulunuz.



(Tüm alandan üçgenlerin alanları çıkartılarak bulunur.)

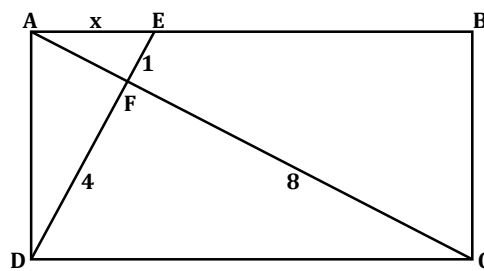
~ 1143 ~

Soru : Şekil 6 tane eş **dikdörtgenden** oluşmaktadır. Büyük şeklin çevresi 112 br ise alanı kaç br^2 'dir ?



~ 1144 ~

Soru : ABCD **dikdörtge-** **ninin alanını** bulunuz.



[Benzerlik ve iki dik üçgenden denklem sistemi çözülür ve kenarlar bulunur.]

~ 1147 ~

Soru : Alanı $70 br^2$ olan bir **dikdörtgende** ; kısa taban $2/5$ oranında **arttırılıp** , uzun kenarı $3/7$ oranında **azaltılırsa** yeni şeklin alanı kaç br^2 olur ?

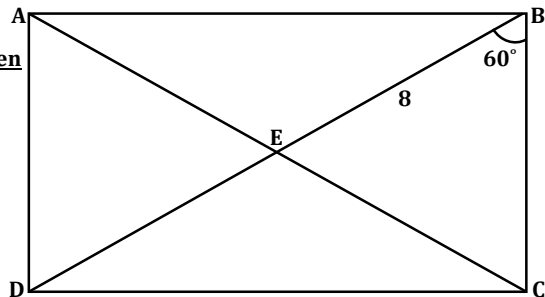
Alan = $a \cdot b = 70 br^2$ olsun.



Kenarlardaki artma , azalma miktarları uygulanarak yeni alan bulunur.

~ 1150 ~

Soru : ABCD **dikdörtgen** ise alanını bulunuz.



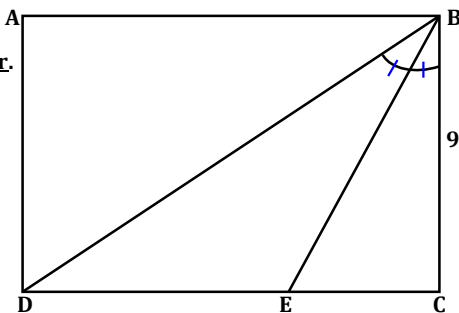
~ 1145 ~

Soru : Alanı $120 br^2$ olan bir **dikdörtgende** ; kısa taban % 15 **azaltılıp** , uzun kenar % 50 **arttırılırsa** oluşacak olan yeni şeklin alanı kaç br^2 olur ?

~ 1148 ~

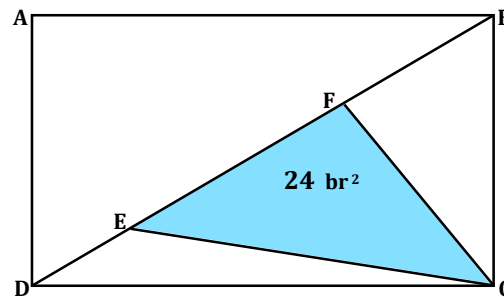
~ 1151 ~

Soru : ABCD **dikdörtgendir.** $3 \cdot |DE| = 5 \cdot |EC|$ ise A (ABCD) = ?



~ 1146 ~

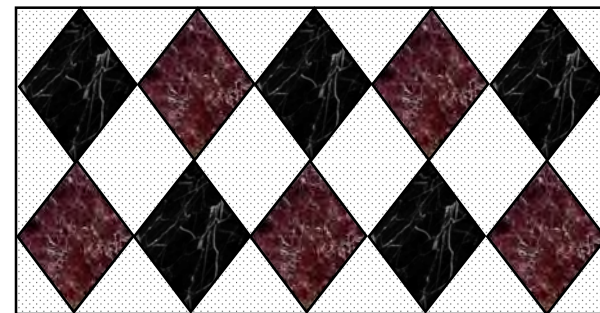
Soru :



ABCD **dikdörtgendir.** $6 \cdot |DE| = 2 \cdot |EF| = 3 \cdot |FB|$ ise A (ABCD) = ? [Paralelkenarda da işlenmişti. Alan - taban ilişkisi kullanılır.]

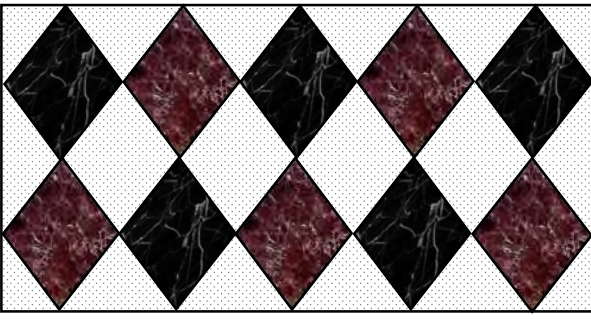
~ 1149 ~

Soru :



Boyutları 1,6 m ve 3 m olan dikdörtgen şeklindeki taban, eş eşkenar dörtgen mermerlerle döşenecektir. Buna göre;

~ 1152 ~



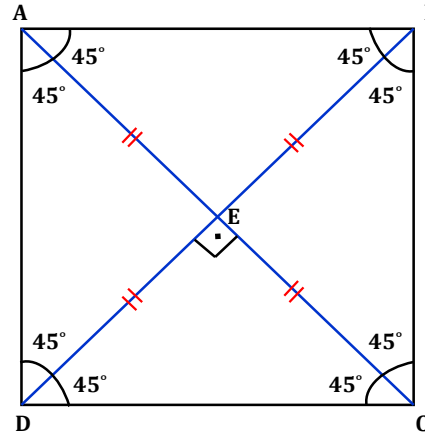
A) Bu fayansların bir kenar uzunluğu kaç cm 'dir ?

~ 1153 ~

C) Köşegenler birbirine eşittir.
|AC| = |BD| 'dir.

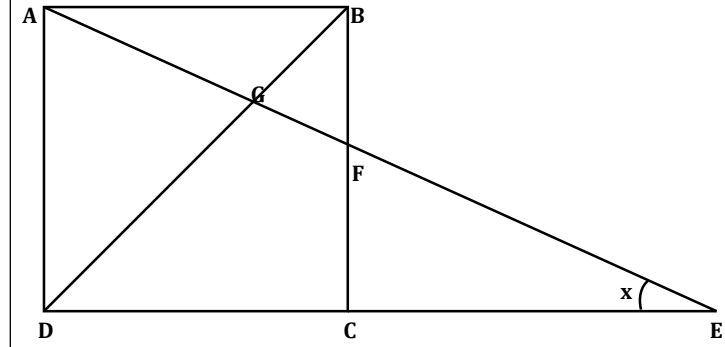
D) Köşegenler birbirini ortalar.

E) Köşegenler aynı zamanda açıortaydır.

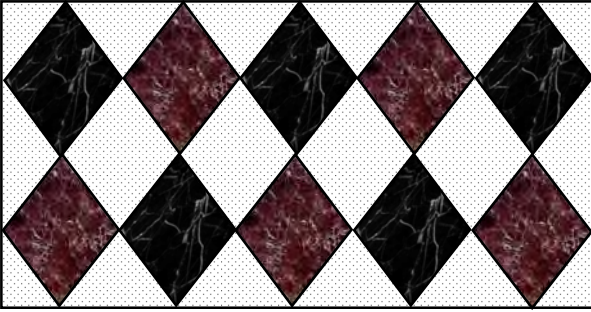


~ 1156 ~

Soru: ABCD kare, |DB| = |CE| ise x = ? (Diğer köşegeni çiz.)



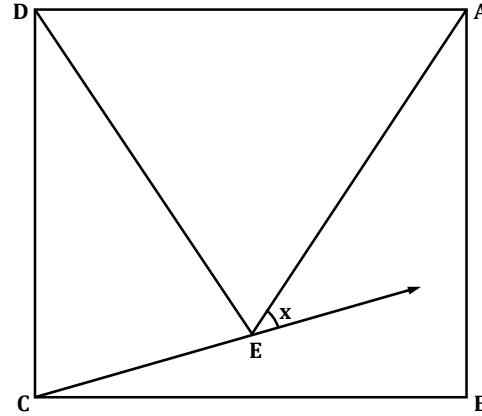
~ 1159 ~



B) Mermerler dışında kalan bölgenin alanı kaç cm² 'dir ?

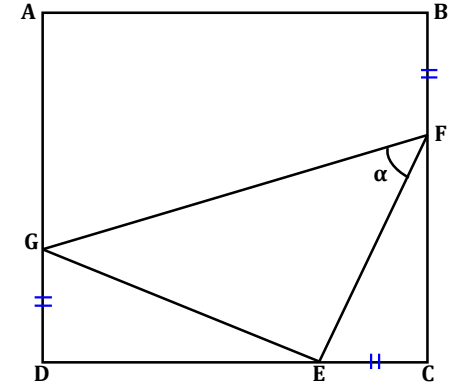
~ 1154 ~

Soru: ABCD kare, ADE eşkenar üçgen ise x = ?



~ 1157 ~

Soru: ABCD kare ise α = ?



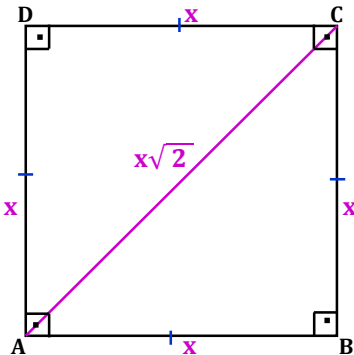
(Kenarlara ve açılara harf ver. İki üçgenin eşliğinden istenen açı bulunur.)

~ 1160 ~

KARE

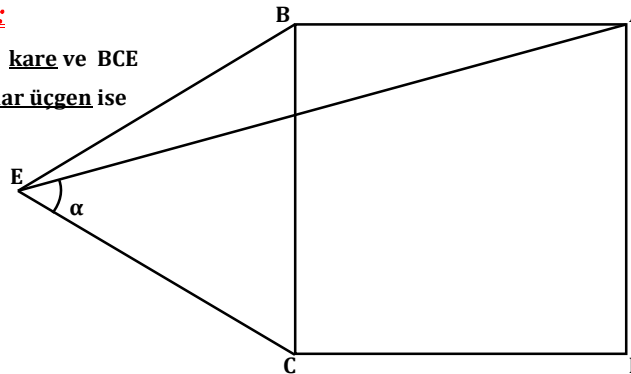
Kural 1:
A) Kenarları birbirine eşit, iç açıları 90° olan dikdörtgene "kare" adı verilir.

B) Karenin bir kenar uzunluğu x br ise, köşegen uzunluğu $x\sqrt{2}$ br dir. (90° - 45° - 45° üçgeninden dolayı.)



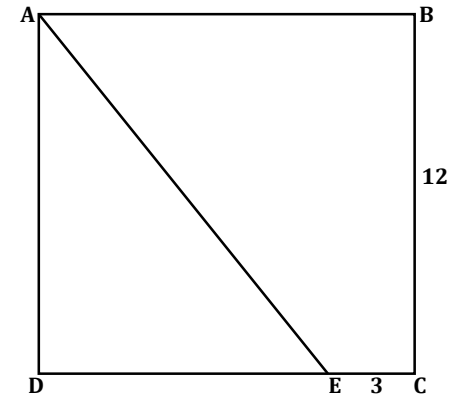
~ 1155 ~

Soru: ABCD kare ve BCE eşkenar üçgen ise α = ?

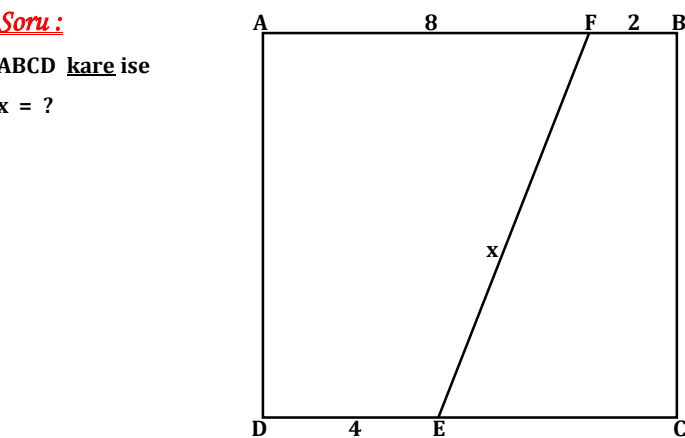


~ 1158 ~

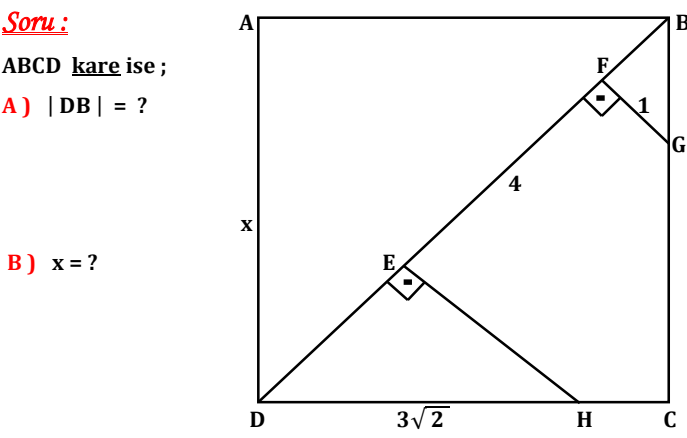
Soru: ABCD kare ise |AE| = ?



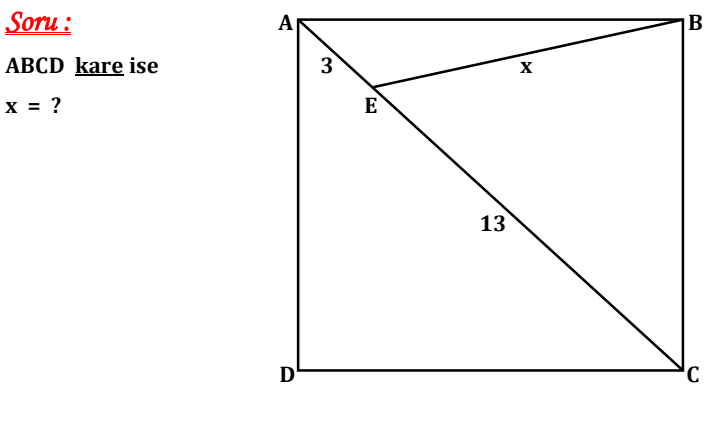
~ 1161 ~



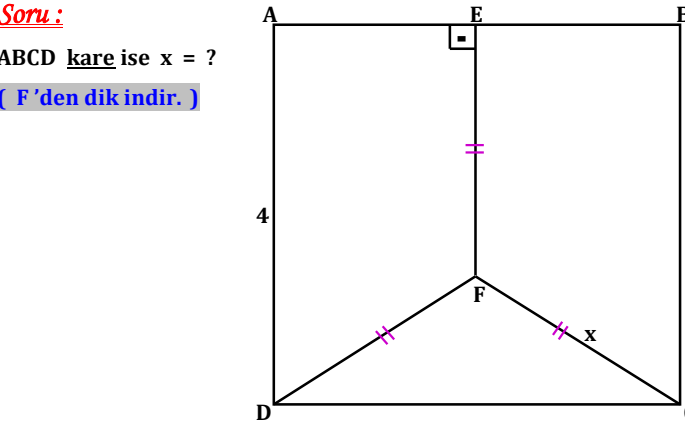
~ 1162 ~



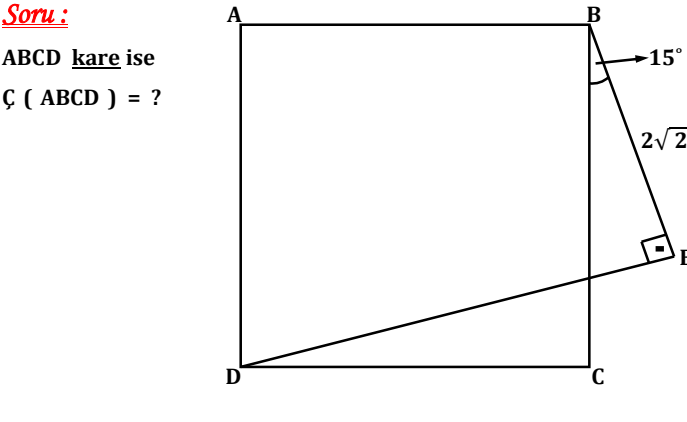
~ 1165 ~



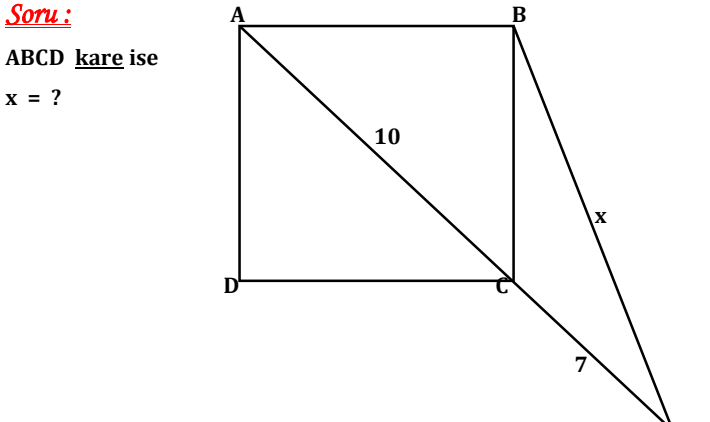
~ 1168 ~



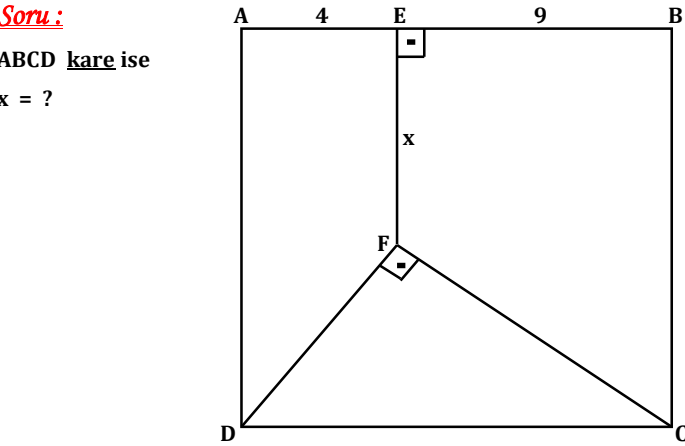
~ 1163 ~



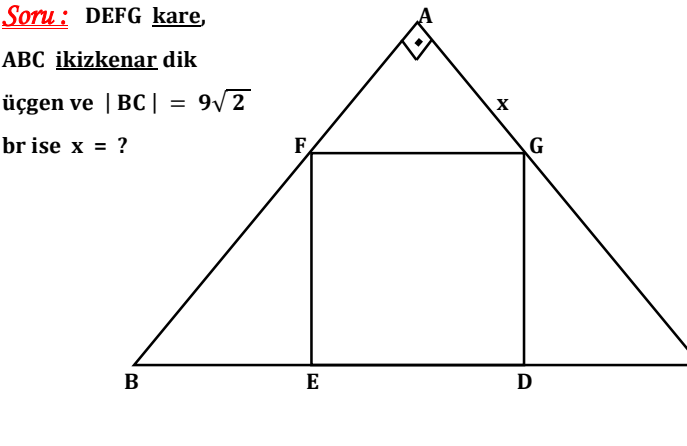
~ 1166 ~



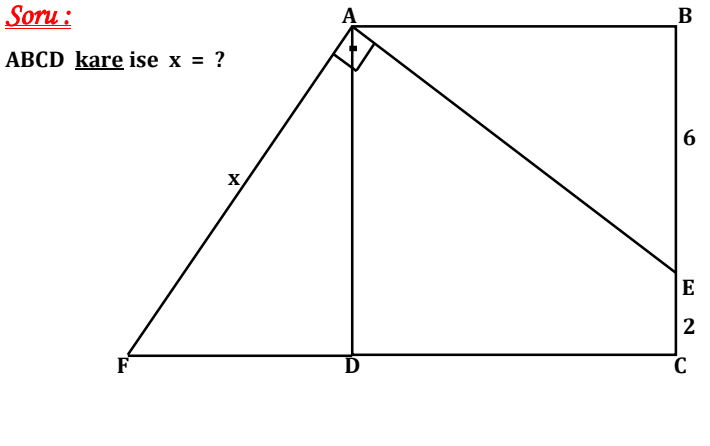
~ 1169 ~



~ 1164 ~



~ 1167 ~



(Eş üçgenlerden sonuca gidilir.)

~ 1170 ~

Soru :
 ABCD kare ise C noktasının koordinatları ne olur ?

[C 'den x eksenine dik indir. Eş üçgenlerden C noktasını bul.]

$d : 3x + 4y = 12$

~ 1171 ~

Soru :
 ABCD kare ise ;
 A) $x = ?$
 (Çapraz köşelerden köşegene indirilen parçalar eşitti. Dikdörtgendeki iç nokta kuralı uygulanır.)

~ 1174 ~

Soru :
 ABCD karesinin alanını bulunuz.

~ 1177 ~

Soru :
 ABCD kare ise $x = ?$

[Pisagor'dan | BE | 'yi bul. Benzer üçgenlerden x 'i elde et.]

~ 1172 ~

B) $|DC| = ?$

~ 1175 ~

Soru :
 ABCD karesinin alanını bulunuz.

~ 1178 ~

Soru :
 ABCD kare ise $|AE| = ?$

[Kelebek ve Pisagor'dan bul.]

~ 1173 ~

Karenin Alanı
Kural : Kenar uzunluğu a br olan bir karenin alanı $Alan = a^2$ olarak bulunur.
Soru : Alanı 225 br^2 olan karenin köşegen uzunluğunu bulunuz.

~ 1176 ~

Soru :
 Şekilde iki kare verilmiştir. Boyalı bölgenin alanı 72 br^2 ve $x - y = 6$ ise $x \cdot y = ?$
 [$x^2 - y^2 = (x - y) \cdot (x + y)$ idi.]

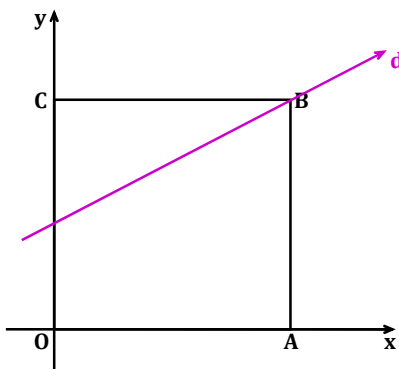
~ 1179 ~

Soru:

d doğrusunun denklemi

$x - 2y + 8 = 0$ 'dır.

Buna göre OABC karesinin alanını bulunuz.



[B noktasının koordinatları doğru denkleminde yerine yazılır.]

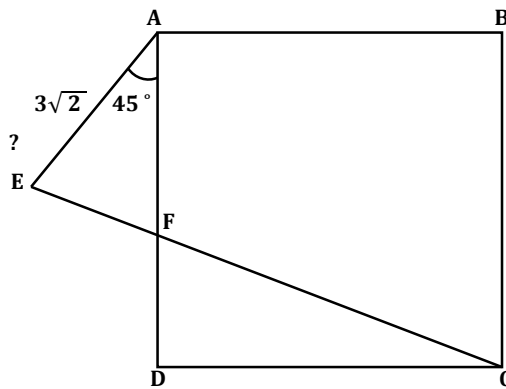
~ 1180 ~

Soru:

ABCD kare ve

$|FC| = 3 \cdot |EF|$

ise A (ABCD) = ?



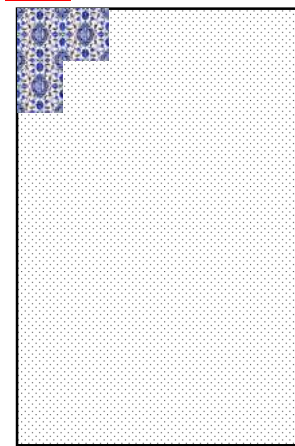
[A ile C'yi birleştir. Açortayda yan taban alt taban ile orantılı idi.]

~ 1183 ~

Soru:

2 m

2 m ve 5 m



bir duvar, yandaki şekli verilen kare çinilerle kaplanacaktır. Çininin bir kenarı 20 cm ise; **A)** Kaplama işi için kaç adet çini gerekir ?

~ 1186 ~

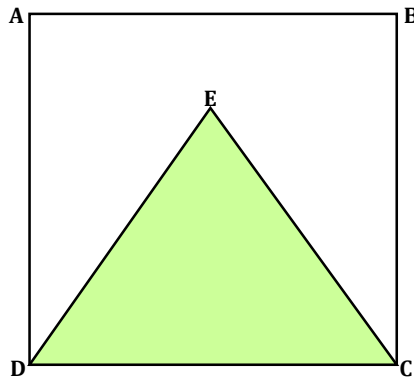
Soru:

ABCD kare, DEC eşkenar

üçgen ve boyalı bölgenin

alanı $12\sqrt{3} \text{ br}^2$ ise

A (ABCD) = ?



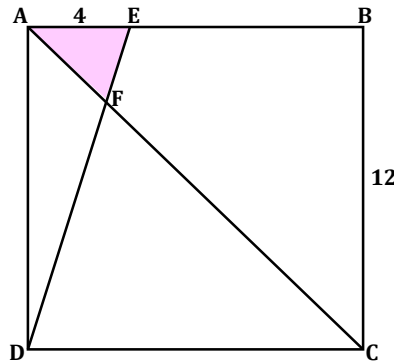
~ 1181 ~

Soru:

ABCD kare ise boyalı

bölgenin alanını

bulunuz.



[Kelebek kuralı ve alan - taban ilişkisi kullanılır.]

~ 1184 ~

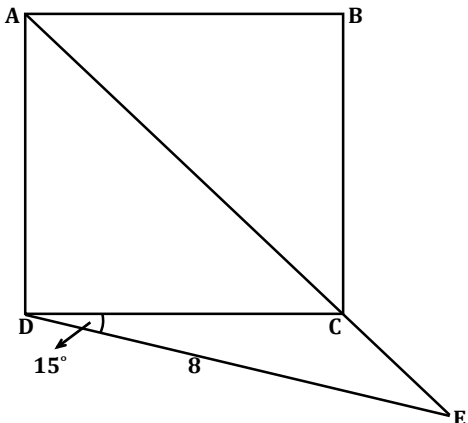
B) Çininin m^2 fiyatı 75 ₺ ise bir çininin fiyatı ile duvarın kaplama fiyatını bulunuz.

~ 1187 ~

Soru:

ABCD karesinin

alanını bulunuz.



[Diğer köşegeni çiz.]

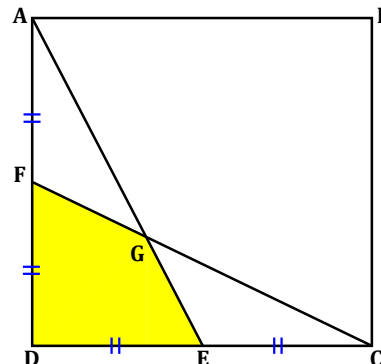
~ 1182 ~

Soru:

ABCD kare ve

A (DEGF) = 12 br^2

ise A (ABCD) = ?



[Köşegenler çizilir.]

~ 1185 ~

Soru:

Şekildeki orta mermer karedir. Bunun çevresine eş üçgen

şeklinde mermer

parçaları yerleştirilerek

dışa doğru yine kare

şekiller oluşturuluyor.

Dış kısmın bir kenarı

60 cm ise; **A)** Siyah

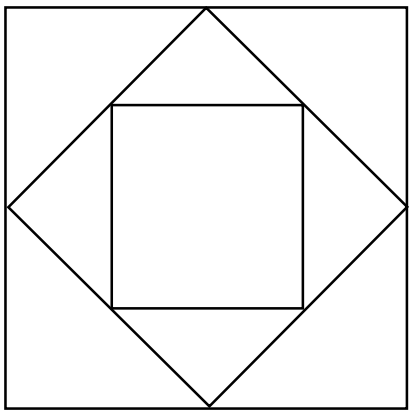
bölgenin alanı kaç

cm^2 'dir ?



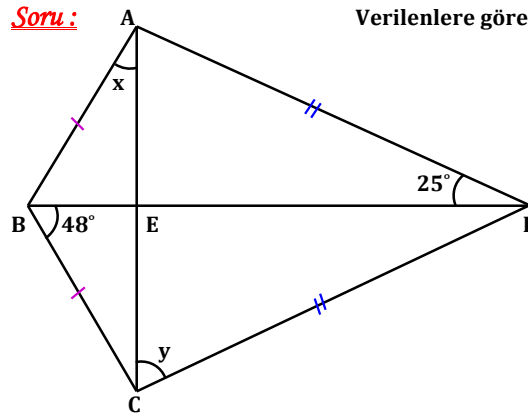
B) İç mermerin çevre uzunluğunu bulunuz.

~ 1188 ~



~ 1189 ~

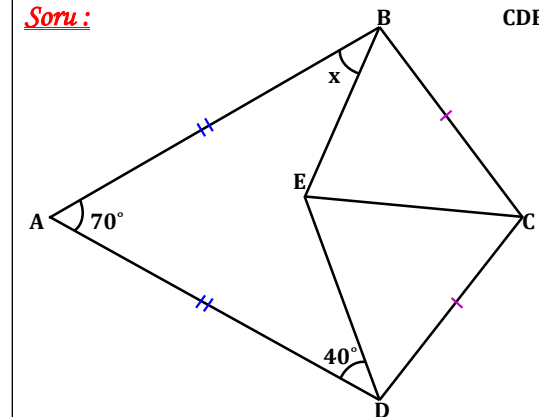
Soru:



Verilenlere göre $y - x = ?$

~ 1192 ~

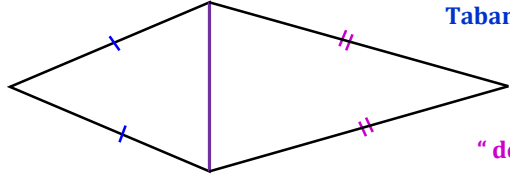
Soru:



CDE eşkenar üçgen ise $x = ?$

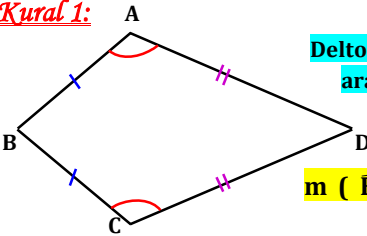
~ 1195 ~

DELTOİD



Tabanları ortak olan iki ikizkenar üçgenin birleşiminden oluşan dörtgene "deltoid" adı verilir.

Kural 1:

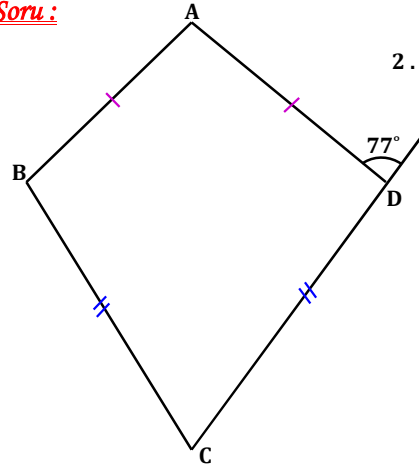


Deltoid'de, farklı kenar uzunlukları arasında kalan karşılıklı açılarının ölçüsü birbirine eşittir.

ABCD deltoidinde $m(\widehat{BAC}) = m(\widehat{BCD})$ olarak alınır.

~ 1190 ~

Soru:

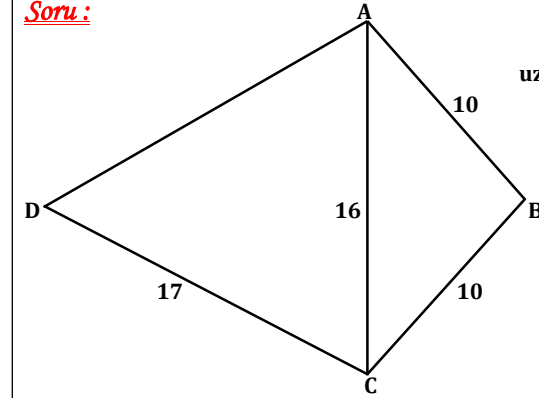


ABCD deltoididir.

$2 \cdot m(\widehat{BAD}) = 5 \cdot m(\widehat{BCD})$
ise $m(\widehat{BCD}) = ?$

~ 1193 ~

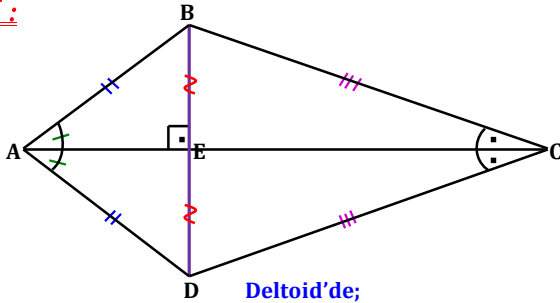
Soru:



ABCD deltoid ise [DB] köşegeninin uzunluğunu bulunuz.

~ 1196 ~

Kural:

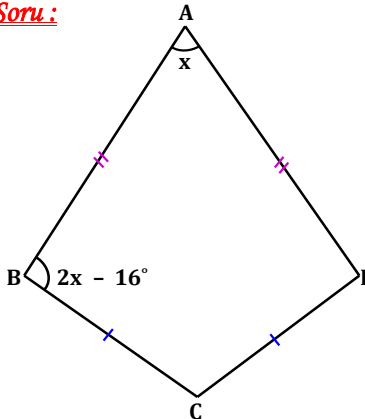


Deltoid'de;

- 1) Köşegenler dik kesişir.
- 2) $|BE| = |DE|$ 'dir.
- 3) Köşegenlerden biri açıortaydır. (İkizkenarların birleşme noktasını birleştiren doğru parçasıdır.)

~ 1191 ~

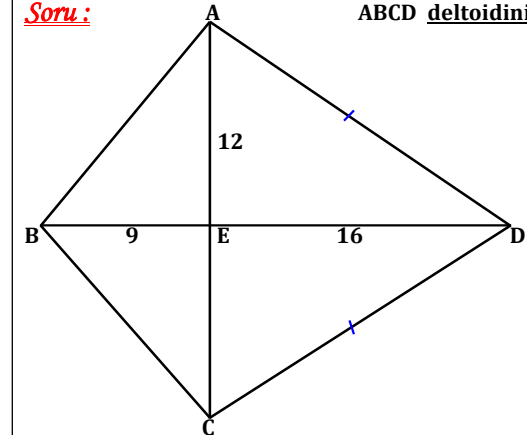
Soru:



$m(\widehat{C}) = 2 \cdot m(\widehat{A})$ ise $x = ?$

~ 1194 ~

Soru:



ABCD deltoidinin çevre uzunluğunu bulunuz.

~ 1197 ~

Soru : ABCD deltoid ve $|BD| = 12$ br
ise $|AC| = ?$

~ 1198 ~

Soru : ABCD yamuk, ABCE deltoid ise $x = ?$

~ 1201 ~

Soru : ABCD deltoid ise $A (ABCD) = ?$

~ 1204 ~

Soru : ABCD deltoid ise
 $x = ?$

(C'yi uzat ve bu uzantiya B'den dik indir. Oluşan dik üçgenlerden istenen bulunur.)

~ 1199 ~

Soru : ABCD deltoid ve $2 \cdot |AD| = 3 \cdot |AE|$
ise $x = ?$

~ 1202 ~

Soru : Şekildeki deltoidin alanını bulunuz.

~ 1205 ~

Soru : ABCD deltoid ise $x = ?$

(Diğer köşegen çizilir. Ağırlık merkezi ve Pisagor'dan istenen bulunur.)

~ 1200 ~

Deltoidin Alanı :
Deltoidin köşegen uzunlukları **e** ve **f** olsun. Deltoidin alanı
 $\text{Alan} = \frac{e \cdot f}{2}$ eşitliği kullanılarak bulunur.

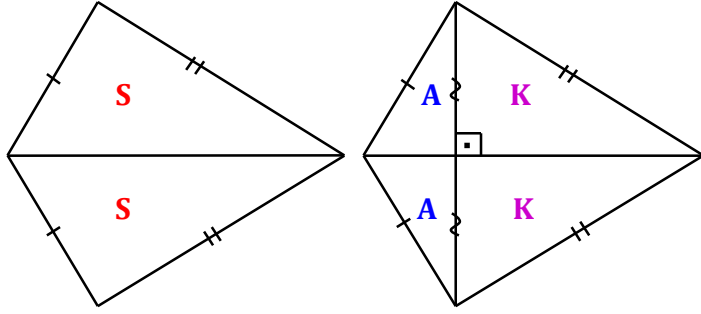
Soru : Şekildeki deltoidin alanını bulunuz.

~ 1203 ~

Soru : Şekildeki deltoidin alanını bulunuz.

~ 1206 ~

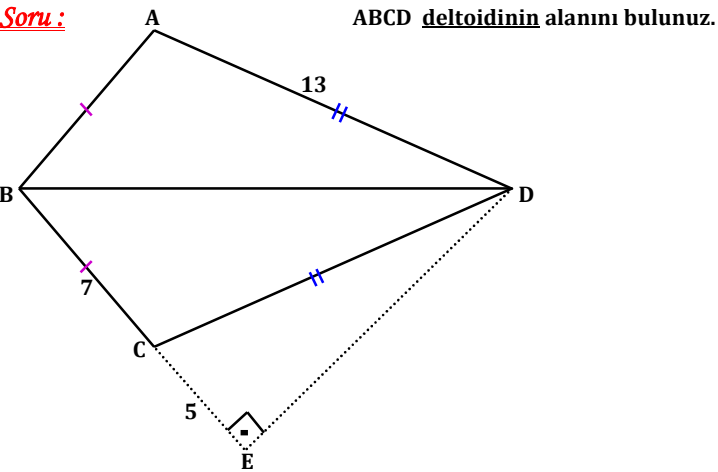
Kural:



Deltoid yukarıdaki şekildeki gibi bölünmüş ise, bölgelere düşen alan dağılımları şekildeki gibidir.

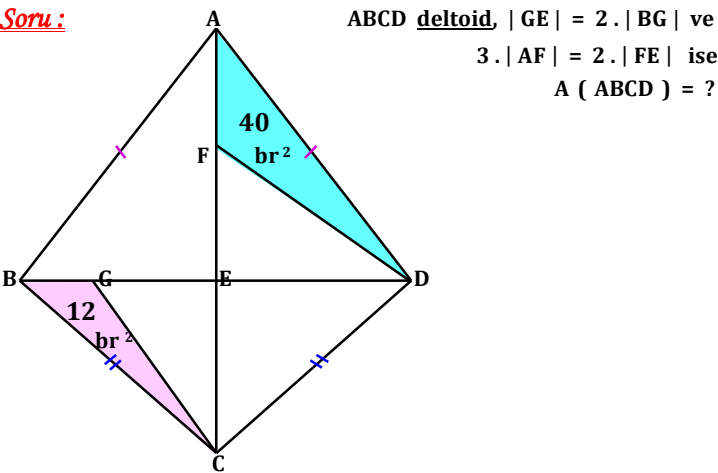
~ 1207 ~

Soru:



~ 1208 ~

Soru:



~ 1209 ~

[Bu bölümde işlenecek olan konuların, matematik müfredat programındaki yeri altta gösterilmiştir.]

10. 6. UZAY GEOMETRİ

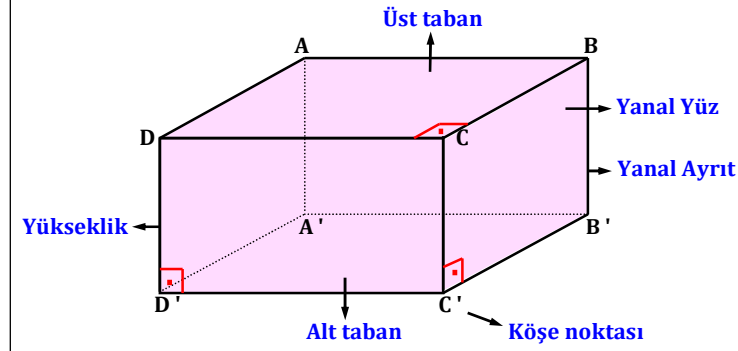
10. 6. 1. Katı Cisimler

Terimler ve Kavramlar: Dik prizma, dik piramit, ayrıt, yükseklik, taban alanı, yüzey alanı, hacim

10. 6. 1. 1. Dik prizmalar ve dik piramitlerin uzunluk, alan ve hacim bağıntılarını oluşturur.

- A) Üçgen, dörtgen ve altıgen dik prizma/piramit ile sınırlandırılır.
- B) Gerçek hayat problemlerine yer verilir.
- C) Bilgi ve iletişim teknolojilerinden yararlanır.

~ 1210 ~



Not: Tabanları düzgün çokgen olan prizmaya “düzgün prizma” denir.

~ 1213 ~

6. ÜNİTE : UZAY GEOMETRİ

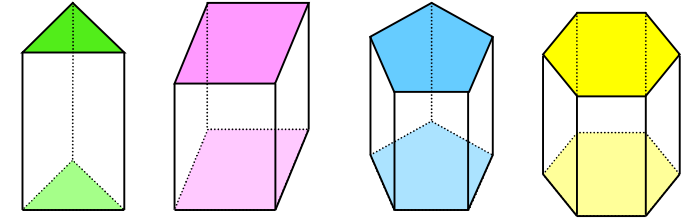
DİK PRİZMALAR

Günlük hayatı kolaylaştıran birçok ürünün ve yaşam alanlarının şekil olarak prizma veya piramitten esinlenilerek yapıldığı görülmektedir.



Prizma: Birbirine eşit ve paralel iki düzlemin köşelerinin birleşmesi sonucu elde edilen cisme “prizma” denir.

~ 1211 ~

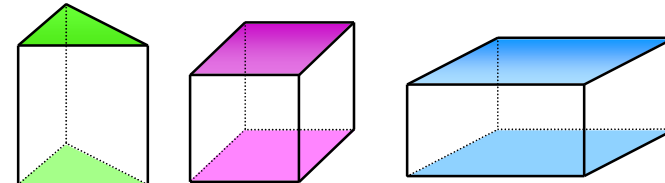


Cismin Adı	Yüz Sayısı	Ayrıt Sayısı	Köşe Sayısı
Üçgen Dik Prizma	5	9	6
Dörtgen Dik Prizma	6	12	8
Beşgen Dik Prizma	7	15	10
Altıgen Dik Prizma	8	18	12

~ 1214 ~

Dik Prizma: Tabanları herhangi bir çokgensel bölge, yan yüzleri dikdörtgensel bölge olan cisimlere “dik prizma” denir. Dik prizmalarda tabanları birleştiren yan ayrıtlar tabanlara diktir. Tabanları düzgün çokgensel bölge olan dik prizmalara “düzgün dik prizmalar” denir.

Prizmalar tabanlarına göre isimlendirilir. Üçgen prizma, kare prizma, dikdörtgenler prizması, altıgen prizma, beşgen prizma gibi .



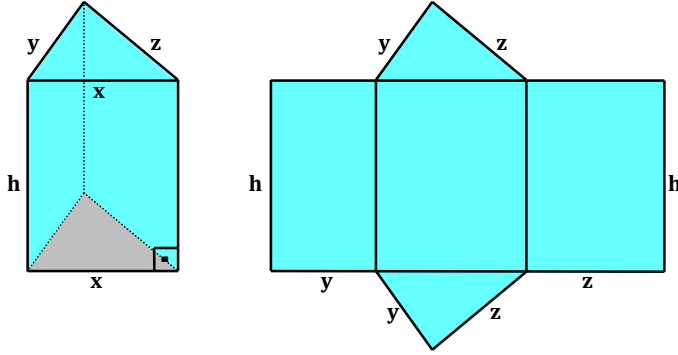
~ 1212 ~

Dik Prizmaların Ortak Özellikleri

- 1) Tabanları birbirine eş ve paraleldir.
- 2) Yan yüzleri dikdörtgensel bölgelerdir.
- 3) Her bir köşede kesişen ayrıtları birbirine diktir.
- 4) Yanal ayrıtlar aynı zamanda yüksekliktir.
- 5) Dik prizmada tepeden inen doğru parçası, tabandaki herhangi bir doğruya diktir.
- 6) **Yanal alan:** Dik prizmada dikdörtgensel bölge olan tüm yan yüzeylerin alanlarının toplamıdır.
- Dik prizmanın yüzey alanı:** Yanal alan ile iki taban alanının toplamıdır.
- 7) **Dik prizmanın hacmi:** Taban alanı ile yüksekliğin çarpımına eşittir.

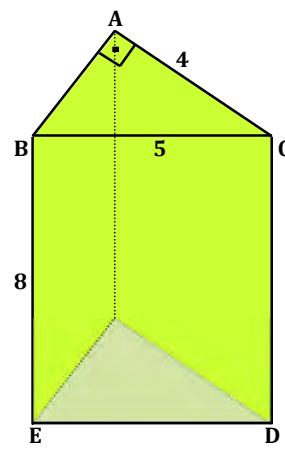
~ 1215 ~

Üçgen Dik Prizma



Sağdaki şekil, soldaki üçgen dik prizmanın açılmış halidir.

~ 1216 ~



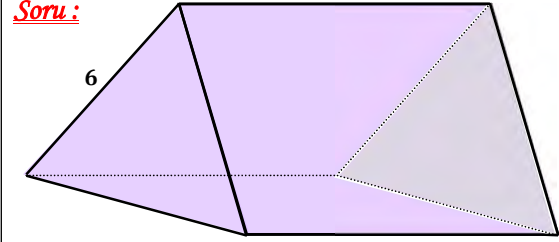
Şekilde verilen dik üçgen prizmanın;

B) Hacmini bulunuz.

~ 1219 ~

Not: Düzgün üçgen prizmasında, üçgen kısmı eşkenar üçgendir.

Soru:



Şekildeki düzgün üçgen prizma yatık şekilde verilmiştir. Prizmanın yanal alanı 90 br^2 ise hacmini bulunuz.

~ 1222 ~

Kural: Dik üçgen prizmada;

A) Dik üçgen prizmanın yanal alanı = $y \cdot h + x \cdot h + z \cdot h$

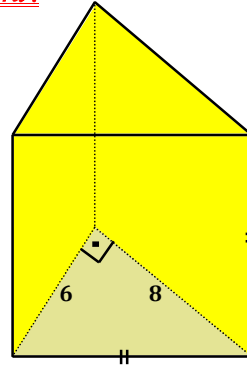
[Üç adet dikdörtgenden oluşur.]

B) Üçgen Dik prizmanın yüzey alanı = Üç adet dikdörtgen alanı + İki adet üçgenin alanı

C) Üçgen dik prizmanın hacmi = Taban alanı . Yükseklik eşitliklerinden yararlanılır.

~ 1217 ~

Soru:

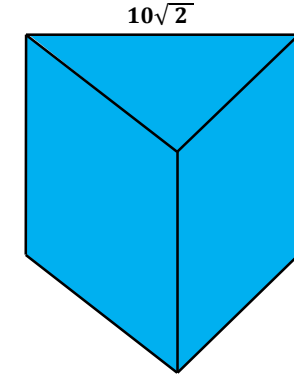


Şekilde verilen dik üçgen prizmanın;

A) Yanal alanını bulunuz.

~ 1220 ~

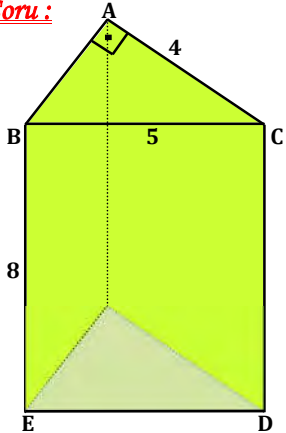
Soru:



Şekildeki dik üçgen prizma mada yanal alanlar eş karelerden oluşmaktadır.

~ 1223 ~

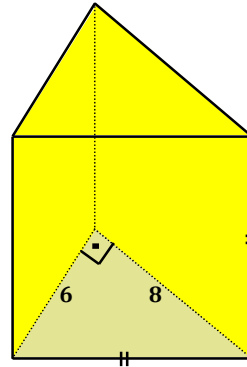
Soru:



Şekilde verilen dik üçgen prizmanın;

A) Yüzey alanını bulunuz.

~ 1218 ~

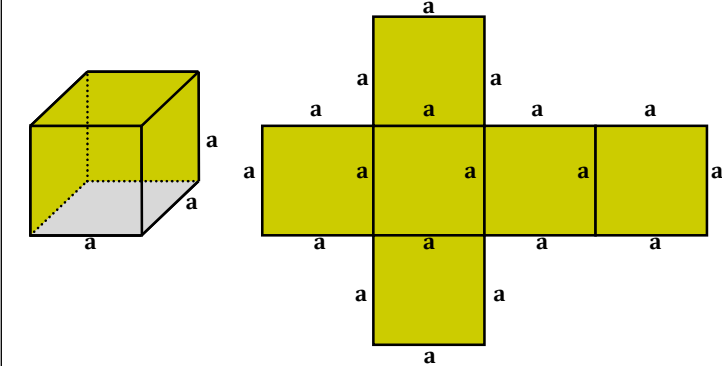


Şekilde verilen dik üçgen prizmanın;

B) Hacmini bulunuz.

~ 1221 ~

Küp



Sağdaki şekil, soldaki kare (küp) prizmanın açılmış halidir.

~ 1224 ~

Kural 1: Kare (küp) prizmada;

A) Küpün yanal alanı = $a \cdot a + a \cdot a + a \cdot a + a \cdot a$

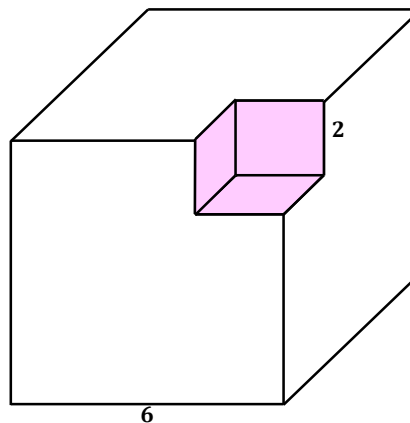
= $4 \cdot a^2$ (Dört adet kareden oluşur.)

B) Küpün yüzey alanı = $6 \cdot a^2$ (Altı adet kareden oluşur.)

C) Küpün hacmi = Taban alanı . Yükseklik

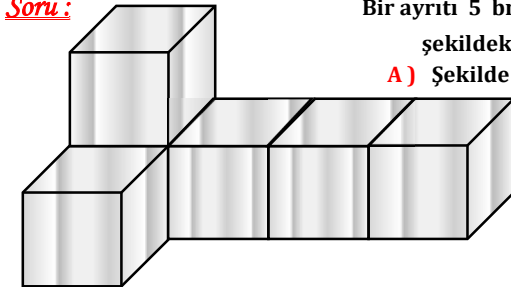
= $a^2 \cdot a = a^3$ eşitliklerinden yararlanılır.

Soru: Taban alanı 64 br^2 olan küpün hacmini bulunuz.



Verilen büyük küpün içerisinde bir küp çıkarıldığında;
B) Alan nasıl değişir ?

Soru:



Bir ayrıtı 5 br olan 6 eş küp kutu
şekildeki gibi yerleştiriliyor.
A) Şekilde görünen yüzeylerin
alanı kaç
 br^2 'dir ?

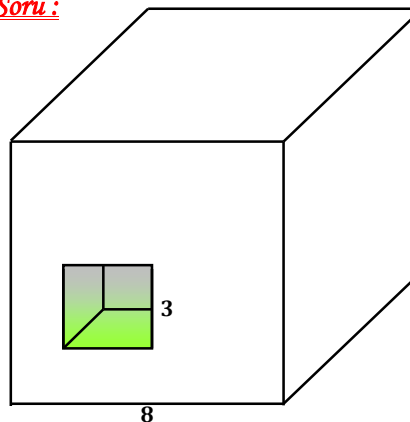
~ 1225 ~

~ 1228 ~

~ 1231 ~

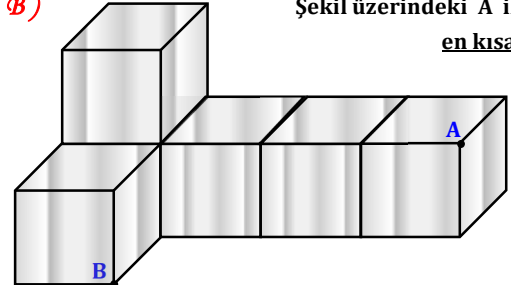
Soru: Bir kenarı 8 br olan küp şeklindeki kutunun içine, bir kenarı 2 br olan küplerden en çok kaç adet sığdırılabilir ?

Soru:



Verilen büyük küpün içerisinde bir küp çıkarıldığında şek-
lin alanı ne olur ?

B)



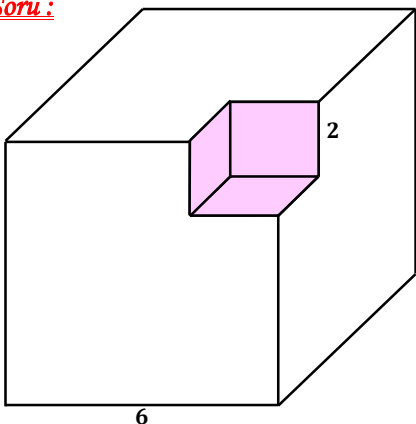
Şekil üzerindeki A ile B noktaları arası
en kısa mesafe kaç br 'dir ?

~ 1226 ~

~ 1229 ~

~ 1232 ~

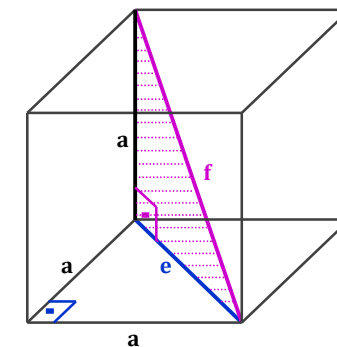
Soru:



Verilen büyük küpün içerisinde bir küp çıkarıldığında;
A) Şeklin hacmi ne olur ?

~ 1227 ~

Kural 2: Küpte;



A) Yüzey köşegeni e olarak adlandırılır.

$e^2 = a^2 + a^2 = 2a^2$

$e = a\sqrt{2}$ bulunur.

B) Cisim köşegeni f olarak adlandırılır.

$f^2 = a^2 + e^2 = a^2 + 2a^2 = 3a^2$

$f = a\sqrt{3}$ olarak bulunur.

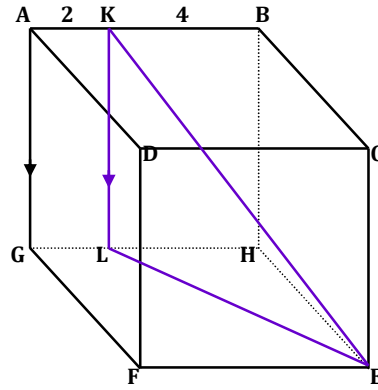
~ 1230 ~

~ 1233 ~

Soru: Yüzey köşegeninin $6\sqrt{2}$ br olduğu **küpün** hacmini ve yanal alanını bulunuz.

~ 1234 ~

Soru: Şekildeki **küp** için [KL] // [AG] ise | KE | = ?



~ 1237 ~

Kural 1: **Dikdörtgen prizmada;**

A) Prizmanın yanal alanı = $a \cdot c + b \cdot c + a \cdot c + b \cdot c$

$$= 2 \cdot a \cdot c + 2 \cdot b \cdot c$$

(Dört adet dikdörtgenden oluşur.)

B) Prizmanın yüzey alanı = $a \cdot b + b \cdot c + a \cdot b + b \cdot c +$

$$a \cdot c + a \cdot c$$

$$= 2 \cdot a \cdot b + 2 \cdot b \cdot c + 2 \cdot a \cdot c$$

(Altı adet dikdörtgenden oluşur.)

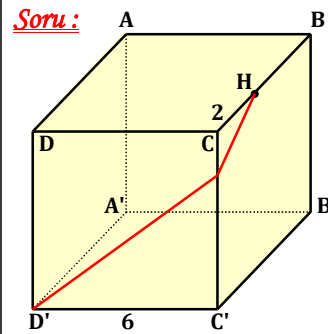
C) Prizmanın hacmi = Taban alanı . Yükseklik

$$= a \cdot b \cdot c \text{ eşitliklerinden yararlanılır.}$$

~ 1240 ~

Soru: Bir **küpün** alanı (küpün alanı dendiğinde yüzey alandan bahsedilmektedir) 96 br^2 ise küpün cisim köşegenini bulunuz.

~ 1235 ~



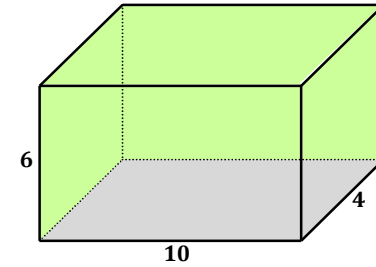
Küpün yüzeyi üzerinde D ' noktasından H noktasına giden en **kısa** yolun uzunluğu kaç br 'dir ?

(Yüzeyden mesafe hesaplamalarında şekil açılır.)

~ 1238 ~

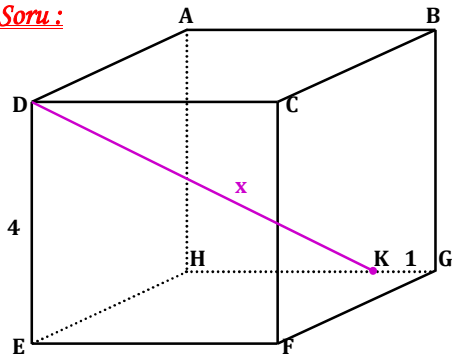
Soru: **Dikdörtgen** tabanlı dik prizmanın;

A) Yanal alanını bulunuz.



~ 1241 ~

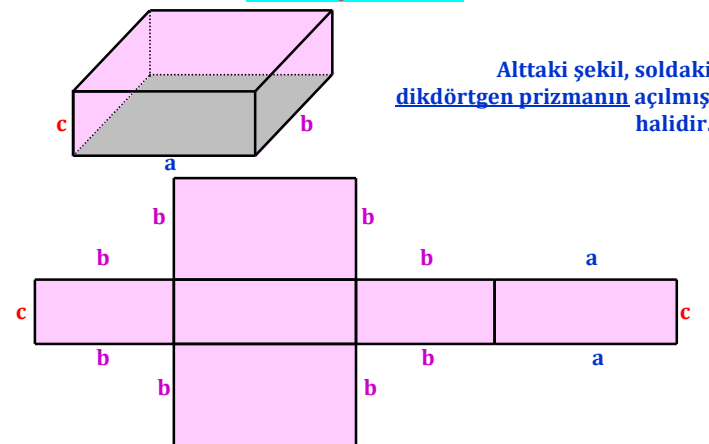
Soru: Şekildeki **küp** için $x = ?$



(K 'dan alt tabana kenarlara paralel olacak şekilde doğru parçası çizilir. Alt tabanı kestiği nokta D köşesi ile birleştirilir. Dik üçgenlerden sonuç bulunur.)

~ 1236 ~

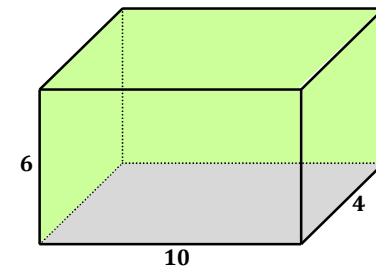
Dikdörtgen Prizma



Alttaki şekil, soldaki **dikdörtgen prizmanın** açılmış halidir.

~ 1239 ~

Dikdörtgen tabanlı dik prizmanın; **B)** Hacmini bulunuz.

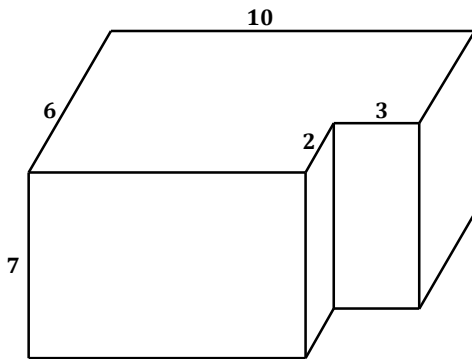


~ 1242 ~

Soru: Dikdörtgen tabanlı dik prizmada; tabanın kısa kenarı 6, uzun kenarı 8 br 'dir. Prizmanın hacmi 192 br³ ise, prizmanın yüzey alanını bulunuz.

~ 1243 ~

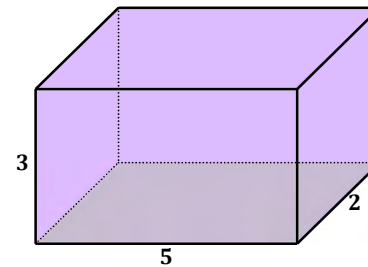
Soru: Şekilde eksik olarak verilen dikdörtgen dik prizmanın hacmini bulunuz.



[Şekil tüm düşünülür. Tüm şeklin hacminden, şekilde olmayan kısmın hacmi çıkartılır.]

~ 1246 ~

Dikdörtgen tabanlı dik prizmanın; B) Cisim köşegenini bulunuz.

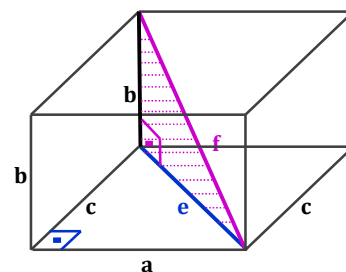


~ 1249 ~

Soru: Bir dikdörtgenler prizmasının farklı üç yüzünün alanları 12 br², 8 br² ve 6 br² olduğuna göre prizmanın hacmini bulunuz.

~ 1244 ~

Kural 2: Dikdörtgenler prizmasında ;



A) Bir yüzey köşegeni e olarak adlandırsak ;

$$e^2 = a^2 + c^2$$

$$e = \sqrt{a^2 + c^2} \text{ bulunur.}$$

B) Cisim köşegeni f olarak adlandırılır.

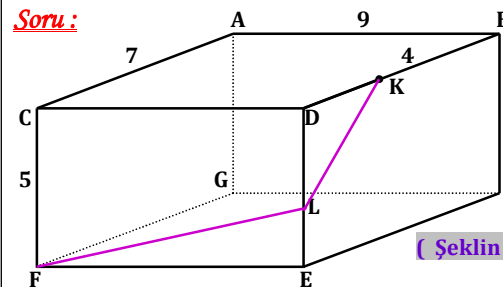
$$f^2 = b^2 + e^2 = b^2 + a^2 + c^2$$

$$f = \sqrt{a^2 + b^2 + c^2} \text{ olarak bulunur.}$$

~ 1247 ~

Not: Uzunluk uygulamalarında, uygun dik üçgen oluşturulur ve istenen bulunur.

Soru:

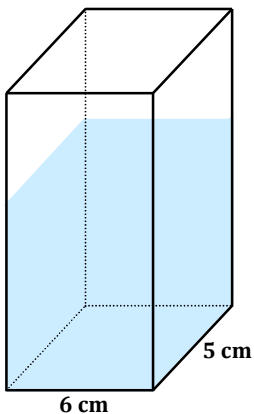


Şekildeki dikdörtgenler prizmasında
| FL | + | LK |
toplamının en küçük değerini bulunuz.

[Şeklin açık hali düşünülür.]

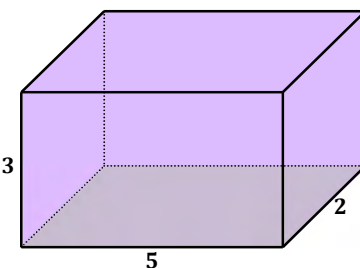
~ 1250 ~

Soru: Dikdörtgen tabanlı dik prizmanın içinde bulunan suyun hacmi 240 m³ olup, prizmanın yüksekliği 13 cm ise prizmanın üstten kaç cm boşluk kalmıştır ?



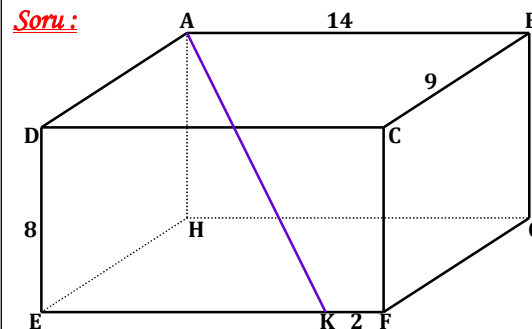
~ 1245 ~

Soru: Dikdörtgen tabanlı dik prizmanın; A) Yüzey köşegenlerini bulunuz.



~ 1248 ~

Soru:



Şekildeki dikdörtgenler prizmasında
| AK | = ?

~ 1251 ~

Soru : Şekildeki kare dik prizmada taban alanı 16 br^2 ise ;

A) Hacmini bulunuz.

B) Yüzey alanını bulunuz.

Not : Kare dik prizmada, tabanlar kare olup yan alanlar ise dikdörtgendir.

~ 1252 ~

Şekildeki kare dik prizmada taban alanı 16 br^2 ise ;

C) Cisim köşegenini bulunuz.

~ 1253 ~

Soru : Şekildeki kare dik prizmanın içi bir miktar su ile doludur. Prizma sağ yanı üzerine yatırılırsa suyun yüksekliği kaç br olur ?

~ 1254 ~

Soru : Tabanı ikizkenar yamuk olan dik prizmanın ;

A) Hacmini bulunuz.

~ 1255 ~

Tabanı ikizkenar yamuk olan dik prizmanın ;

B) Yüzey alanını bulunuz.

~ 1256 ~

Tabanı ikizkenar yamuk olan dik prizmanın ;

B) Yüzey alanını bulunuz.

~ 1257 ~

Not : Düzgün altıgen dik prizmada, taban alanı 6 tane eşkenar üçgenden oluşmaktadır.

Eşkenar üçgenin alanı $\frac{a^2 \cdot \sqrt{3}}{4}$ idi.

Dolayısıyla düzgün altıgenin alanı $6 \cdot \frac{a^2 \cdot \sqrt{3}}{4}$ olarak bulunur.

Soru : Taban ayrıtı 4 br olan düzgün altıgen dik prizmanın yüksekliği 9 br ise prizmanın hacmini bulunuz.

~ 1258 ~

Soru : Şekildeki düzgün altıgen dik prizmada ; prizmanın hacmi $24\sqrt{3} \text{ br}^3$ olup, taban ayrıtı yüksekliğin yarısı ise tabanın çevre uzunluğunu bulunuz.

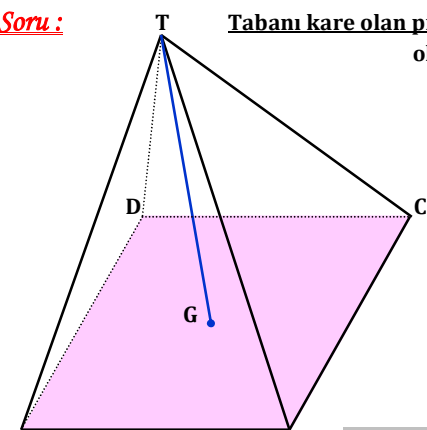
~ 1259 ~

PİRAMİTLER

Tabanı çokgen, yanal yüzeyleri ise ortak bir tepe noktasında birleşen çokgenlerden oluşan çok yüzlülere “**piramit**” adı verilir. Piramitler tabanlarına göre adlandırılırlar. Örneğin (P , ABCD) dörtgen piramittir. Piramitte ; G tabanın **ağırlık merkezi**, T tepe noktası olsun. Taban düzleminin ağırlık ile tepe noktasını birleştiren doğru parçası tabana dik ise bu piramit “**dik piramit**” adı verilir. **Çözümlerde ağırlık merkezinin özellikleri kullanılır.** **** Tabanı düzgün çokgen olan piramit ise “**düzgün piramit**” denir. Düzgün piramitlerin yan ayrıtları eş olduğundan yan yüzler birbirine eş ikizkenar üçgenlerdir.**

~ 1260 ~

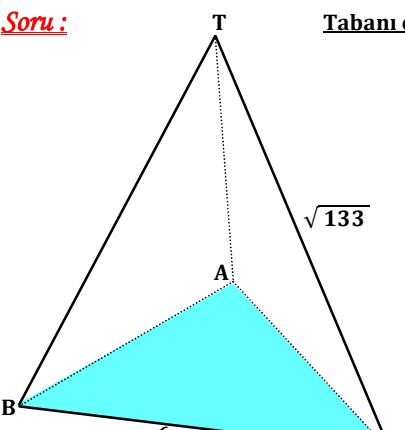
Soru: Tabanı kare olan piramitte G ağırlık merkezi olup, $|TG| = 8$ br ise $x = ?$



(G 'den sağ yan tabana dik indirilir. Tabandaki nokta T ile birleştirilir ve dik üçgenlerden sonuç bulunur.)

~ 1261 ~

Soru: Tabanı eşkenar üçgen olan piramidin yüksekliğini bulunuz.

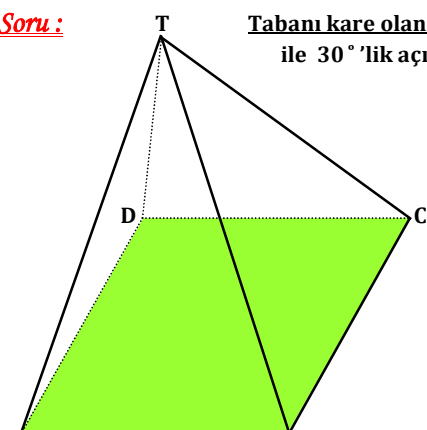


~ 1264 ~

Soru: Hacmi V br³ ve taban alanı A br² olan piramitte $2 \cdot V = 7 \cdot A$ ise piramidin yüksekliğini bulunuz.

~ 1267 ~

Soru: Tabanı kare olan piramitte, yan yüzey taban ile 30°'lik açı yapıyor. A) A ile C arası en kısa mesafe kaç br'dir ?



~ 1262 ~

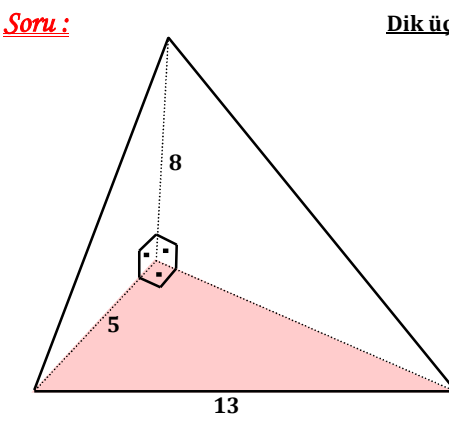
Not: Herhangi bir piramidin hacmi, piramidin taban alanı ile yükseklik çarpımının üçte biridir.

$$\text{Hacim} = \frac{\text{Taban Alanı} \cdot \text{Yükseklik}}{3}$$

Soru: Kare dik piramidin taban ayrıtı 9 br olup, piramidin yüksekliği 8 br ise piramidin hacmini bulunuz.

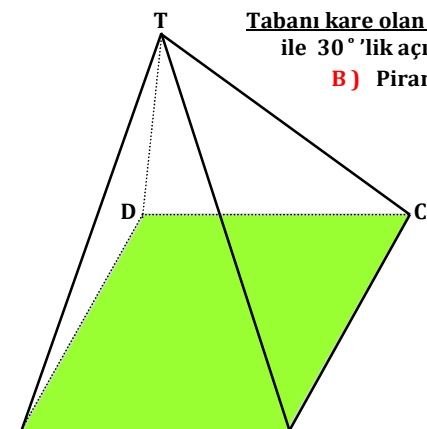
~ 1265 ~

Soru: Dik üçgen tabanlı dik piramidin hacmini bulunuz.



~ 1268 ~

Soru: Tabanı kare olan piramitte, yan yüzey taban ile 30°'lik açı yapıyor. B) Piramidin yüksekliğini bulunuz.

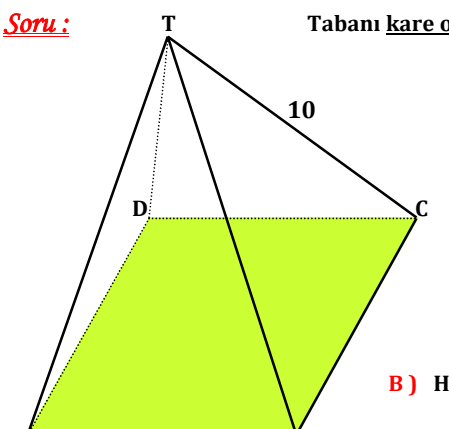


~ 1263 ~

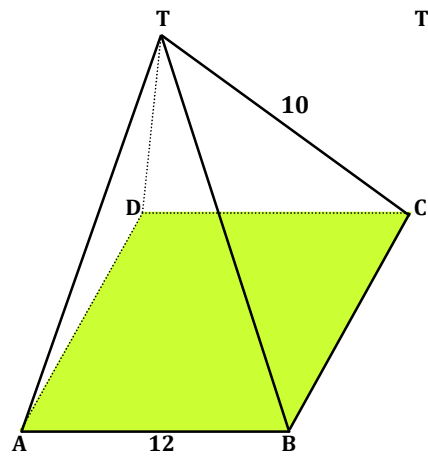
Soru: Hacmi 72 br³ ve yüksekliği 6 br olan piramidin taban alanını bulunuz.

~ 1266 ~

Soru: Tabanı kare olan piramidin; A) Yüzey alanını bulunuz. B) Hacmini bulunuz.

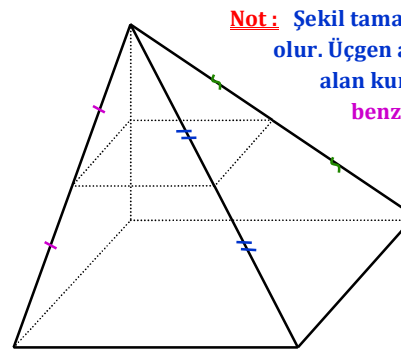


~ 1269 ~

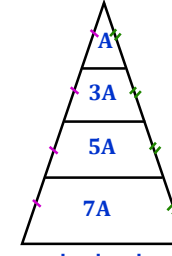


Tabanı kare olan piramidin;
B) Hacmini bulunuz.

~ 1270 ~



Not: Şekil tamamlandığında yandaki gibi olur. Üçgen alan konusunda basamak – alan kuralı vardı. (Alanlar oranı benzerlik oranının karesi idi.)



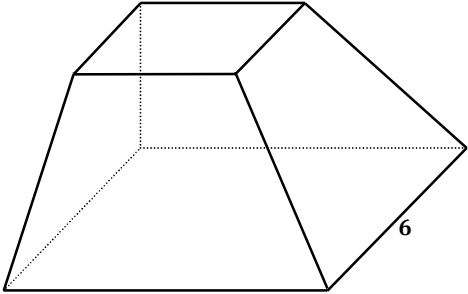
Burada da tabanlar eşit ise hacimler arasında; $V, 7V, 19V, 27V, \dots$ dağılımı vardır. (Hacimler oranı benzerlik oranının küpüne eşittir.)

~ 1273 ~

Soru: Hacmi $\frac{16\sqrt{2}}{3}$ br³ olan düzgün dörtyüzlünün yanal alanını bulunuz.

~ 1276 ~

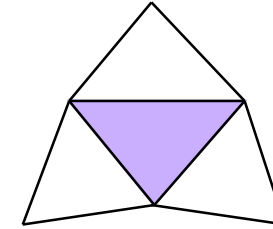
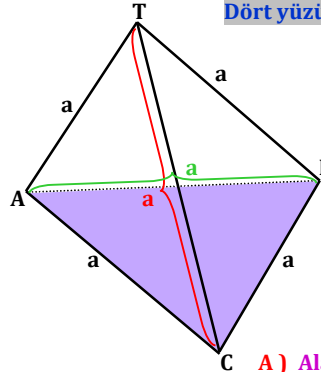
Soru: Kare tabanlı piramit tam ortadan tabana paralel olacak şekilde kesilerek kesik piramit oluşturuluyor. Kesik piramidin yüksekliği 4 br ise hacmini bulunuz.
(Şekil tamamlanır ve tüm parçadan üst kısmın hacmi çıkartılır.)



~ 1271 ~

Düzgün Dört Yüzlü

Dört yüzü de eşkenar üçgen olan dik prizmaya "düzgün dörtyüzlü" adı verilir.



Şeklin açık hali üstteki gibidir.
Düzgün dörtyüzlünün;
A) Alanı 4 tane eşkenar üçgenden oluşur.

~ 1274 ~

Alan = $4 \cdot \frac{a^2 \cdot \sqrt{3}}{4} = a^2 \cdot \sqrt{3}$ olarak alınır.

B) Yüksekliği $h = \frac{a \cdot \sqrt{6}}{3}$ olarak alınır.

C) Hacmi $V = \frac{\text{Taban Alanı} \cdot \text{Yükseklik}}{3} = \frac{a^3 \cdot \sqrt{2}}{12}$ olarak alınır.

Soru: Taban çevresi 18 br olan düzgün dörtyüzlünün alanını ve hacmini bulunuz.

~ 1272 ~

~ 1275 ~