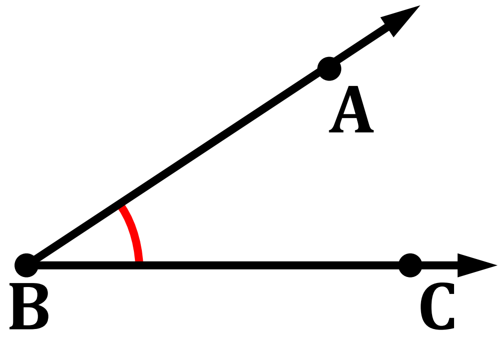
11. SINIF

MATEMATİK

DERS NOTLARI

1. ÜNİTE : TRİGONOMETRİ

Yönlü Açı

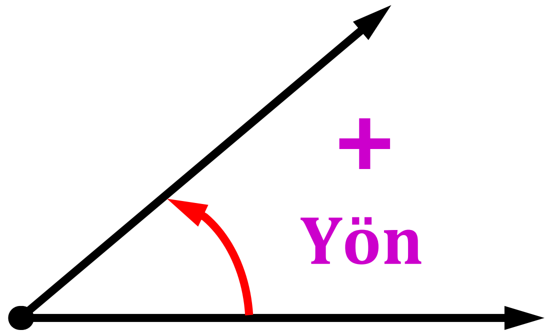


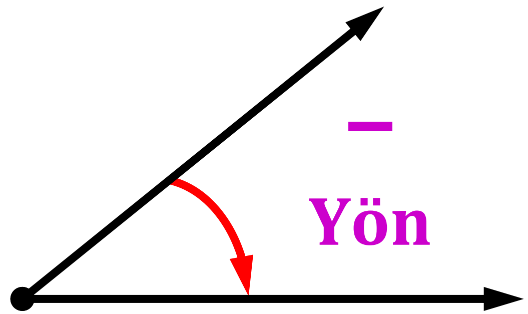
Başlangıç noktaları ortak olan iki ışının birleşim kümesine " açı " adı verilir. ABC açısı $\widehat{ABC}$ ve ölçüsü de $m(\widehat{ABC})$ ile gösterilir.

Kenarlarından biri başlangıç, diğeri bitiş kenarı olarak kabul edilen açıya " yönlü açı " denir.

Bitiş kenarı saatin dönme yönünün ters yönünde hareket eden açılara " pozitif yönlü açı " denir.

Bitiş kenarı saatin dönme yönüyle aynı yönde hareket eden açılara " negatif yönlü açı " denir.

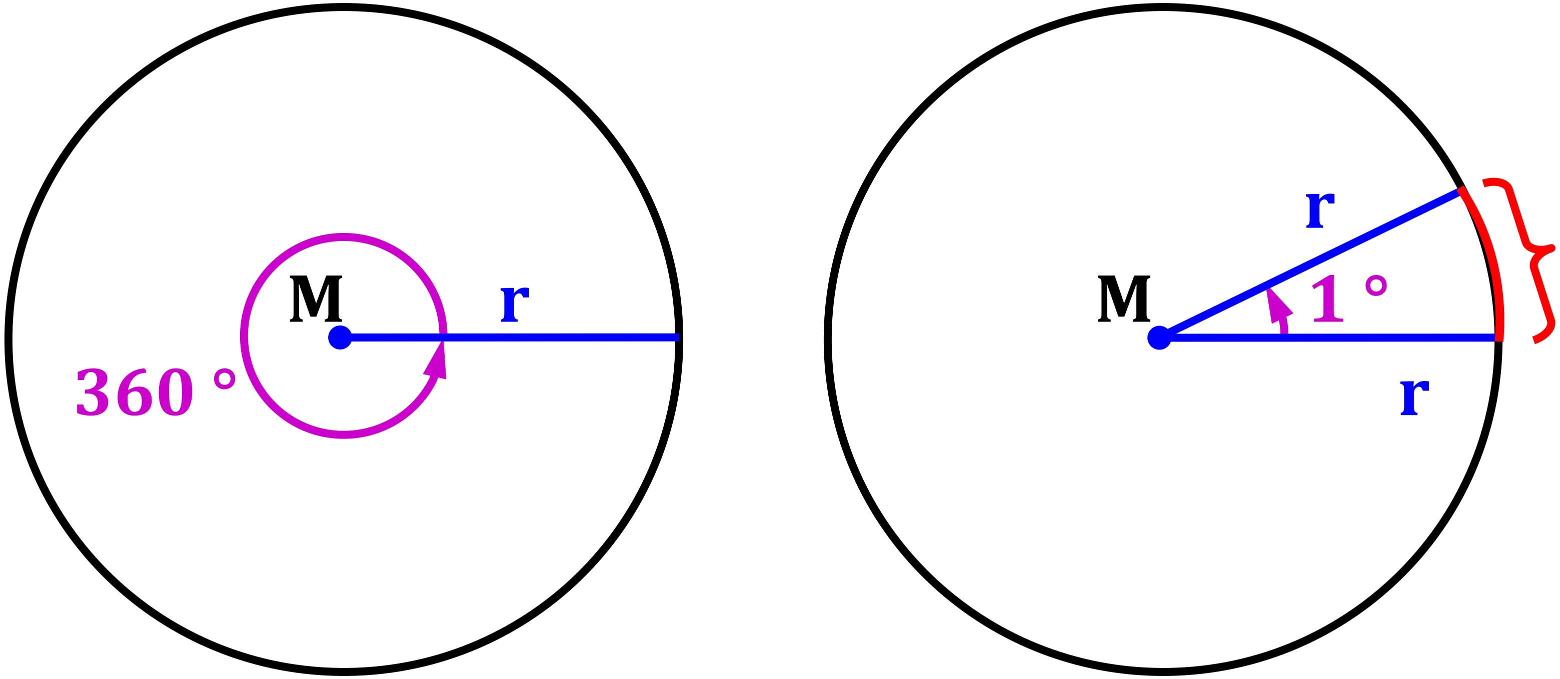




Açı Ölçü Birimleri

Derece

Çemberin merkezi M, yarıçap uzunluğu ise r harfi ile gösterilirdi. Tam açı ise 360 ° idi.



Tüm çemberin 360 ’ta biridir.

Tam çember yayının 360 eş parçaya bölünmesiyle elde edilen her bir yayı gören merkez açının ölçüsüne “ 1 derece ” adı verilir ve 1 ° ile gösterilir. (Dairenin 360 dereceye bölünmesi kesin olmamakla birlikte, genellikle Babillilere dayandırılır.)

Derecenin 60 'ta 1 'ine (1 / 60) 1 dakika denir. 1 ' ile gösterilir.

Dakikanın 60 'ta 1 'ine ise 1 saniye denir. 1 " ile gösterilir.

***** Bu kısımda adı geçen dakika ve saniye terimleri zaman kavramı ile ilgili değildir. O yüzden derece ile saat kıyaslamasına girilmez. Derece, dakika ve saniyelerin topografik anlamları, yerkürenin üzerinde koordinatların bu terimlerle gösterilmesi ise gene 360 sayısıyla, kürenin 360 boylama bölünmüş olmasıyla ilgili.**

Kural : **1 ° = 60 ' , 1 ' = 60 " olduğundan 1 ° = 60 ' = 3600 " olarak alınır.**

Bir açının ölçüsü a derece b dakika c saniye olarak verildi ise bu a ° b ' c " ya da a ° + b ' + c " olarak gösterilir.

Soru : **Ölçüsü $5° \, 21' \, 46''$ olan açıyı saniye cinsinden bulunuz.**

Soru : $82370'' - (15° 33' 46'')$ **işleminin sonucunu saniye cinsinden bulunuz.**

Not : **Ölçüsü saniye cinsinden verilen açı için aşağıdaki çözüm sırası takip edilir.**

1) **1 ° = 3600 " olduğundan açı 3600 ’e bölünür. Elde edilen bölüm, açının derecesini gösterir.**

2) **1 ' = 60 " olduğundan kalan saniye değerinin kaç dakika olduğunu bulmak için 60 ile bölme işlemi yapılır. Bölümdeki sayı, açının kaç dakika olduğunu; kalan, kaç saniye olduğunu gösterir.**

Soru : **24689 " ’ lik açı ölçüsünü derece, dakika ve saniye cinsinden yazınız.**

Soru : **150842 " ' lik açı ölçüsünü derece, dakika ve saniye cinsinden yazınız.**

Not : **1)** **İşlem sonucunda grup içinde fazlalık varsa, fazlalık diğer ölçü birimine çevrilir ve sol tarafa eklenir.**

Soru : **A)**

$$\begin{array}{r} 49^\circ\ 26'\ 56'' \\ +\ \ 12^\circ\ 48'\ 20'' \\ \hline \end{array}$$

B)

$$\begin{array}{r} 32^\circ\ 48'\ 33'' \\ 21^\circ\ 50'\ 14'' \\ +\ \ 40^\circ\ 36'\ 22'' \\ \hline \end{array}$$

Soru : **$76° \; 24'' + 12° \; 35' \; 42'' = ?$** **(Toplama yaparken aynı ölçü türlerinin toplanması gerekir. Grupta olmayan ölçü grubu 0 olarak alınır.)**

Not : **2)** **İşlemde eksiklik varsa, eksiklik sol gruptan temin edilerek diğer ölçü birimine çevrilir ve sağ tarafa eklenir.**

Soru :

$$\begin{array}{r} 60° \ 44' \ 28'' \\ - \quad 33° \ 56' \ 20'' \\ \hline \end{array}$$

Soru :

$$
\begin{array}{rrrr}
 & 83° & 42' & 13'' \\
- & 60° & 50' & 25'' \\
\hline
\end{array}
$$

Soru : **x = 105 ° 31 ' 20 " ile y bütünler açılar ise y = ?**

(Bütünler iki açının toplamı 180 ° idi. 180 ° = 180 ° 0 ' 0 " olarak alınır.)

Not : **3)** **Çarpma işleminde çarpımdaki sayı açının tüm elemanları ile çarpılır. Elemanlardaki fazlalıklar sol yan komşuya aktarılır.**

Soru : $5 \cdot (12° \, 28' \, 20'') = ?$

Soru : $m(\widehat{A}) = 44°\,26'\,56''$ ve $m(\widehat{B}) = 16°\,32'\,42''$ ise $m(\widehat{A}) + 2.m(\widehat{B}) = ?$

Not : 4) Bölme sorularında ondalıklı sonuçlar doğru kabul edilmez. Bölünmeyen gruptaki fazlalık sağ yan komşuya aktarılır.

Soru : $m(\widehat{A}) = 31° \ 24' \ 09''$ ve $m(\widehat{B}) = 32° \ 55' \ 18''$ ise ;

A) $\dfrac{m(\widehat{A})}{3} = ?$

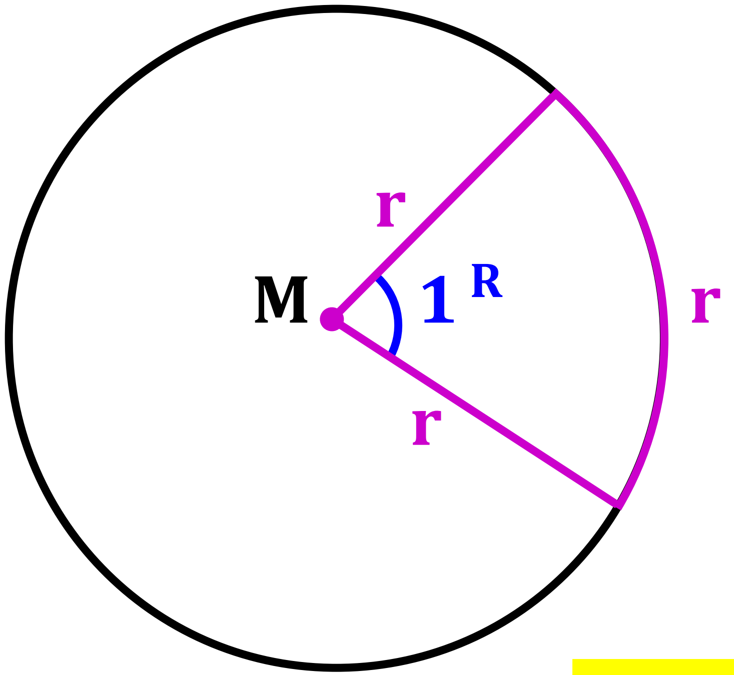
$m(\widehat{A}) = 31° 24' 09''$ ve $m(\widehat{B}) = 32° 55' 18''$

B) $m(\widehat{A}) - \dfrac{m(\widehat{B})}{2} = ?$

Radyan

Herhangi bir çemberde yarıçap uzunluğuna eşit olan yayı gören merkez açının ölçüsüne " 1 radyan " adı verilir ve 1^R ile gösterilir.
Çemberin çevre uzunluğu $Ç = 2 . \pi . r$ eşitliği ile bulunurdu.
$\pi = 3{,}14$ olarak alınırdı.

***** Şimdiki konumuzda ise bir açının ölçüsü π cinsinden verildiği zaman ölçünün birimi radyan olarak alınır.**



r br yay uzunluğu	**1 radyan**
2 . π . r br yay uz. ise	**x radyan**

Doğru orantıdan yararlanarak,

$\cancel{r} . x = 2 . \pi . \cancel{r} . 1$

$x = 2\pi$ **bulunur.**

O halde bir çember yayının ölçüsü 2π radyandır.

Kural : **A)** **Bir çember yayının ölçüsü 2π radyan ise $360° = 2\pi$ olarak alınır. Dolayısıyla bundan sonraki işlemlerde $\pi = 180°$ olarak alınır.**

B) **Bir açının derece cinsinden ölçüsü D, radyan cinsinden ölçüsü R olarak verildiğinde iki ölçü arasındaki dönüşüm alttaki eşitlik ile sağlanır.**

$$\frac{D}{180°} = \frac{R}{\pi}$$ **olarak alınır.**

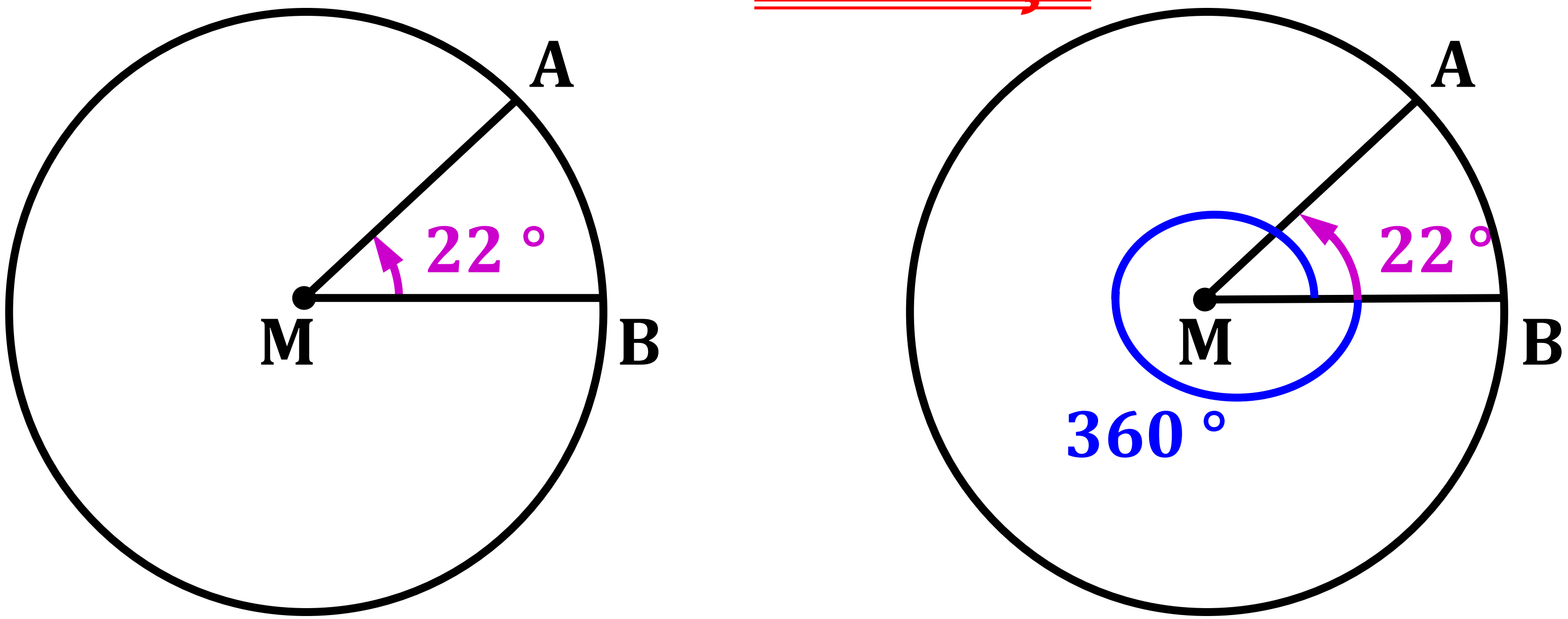
Soru : **1080 °'lik açıyı radyan (? π) cinsinden bulunuz.**

Soru : **Aşağıda derece cinsinden verilen açı ölçülerini radyana, radyan cinsinden verilen açı ölçülerini dereceye dönüştürünüz.**

A) $810°$ **B)** $-135°$

C) $\frac{5\pi}{3}$ D) $\frac{8\pi}{15}$

Esas Ölçü



Sol tarafta çember üzerinde B ’den A ’ya hareket eden bir kişi merkez nokta ile pozitif yönde 22 ° ’lik açı oluşturuyor. Kişi sağ tarafta ise çember etrafında tur attıktan sonra yine A noktasına geliyor. Tur sonucunda ölçülen açı 382 ° oluyor. Kişi sonuçta çember üzerinde 22 ° kadar yer değişikliği yapmıştır.

$$382° = \underbrace{22°}_{\text{Artan açı}} + \underbrace{1}_{\text{Tur sayısı}} . 360°$$ **olarak yazılabilir.**

Bu durumda 382 ° ’lik açının esas ölçüsü 22 ° olarak alınır.

Kural : **Bir x açısının esas ölçüsü y , tur sayısı da k olsun.**

$y \in [\,0°,\ 360°\,)$ **olmak üzere** $x = y + k\,.\,360°$ $(\,k \in \mathbb{Z}\,)$

olarak yazılır.

Bir x açısının esas ölçüsü y , tur sayısı da k olsun.

$y \in [\,0\ ,\ 2\pi\,)$ **olmak üzere** $x = y + k\,.\,2\pi$ $(\,k \in \mathbb{Z}\,)$

olarak yazılır.

k yerine sayılar verilerek esas ölçüsü y olan bir sürü açı değeri bulabiliriz.

Soru : **Esas ölçüsü 52 ° olan üç basamaklı pozitif en küçük iki açıyı bulunuz.**

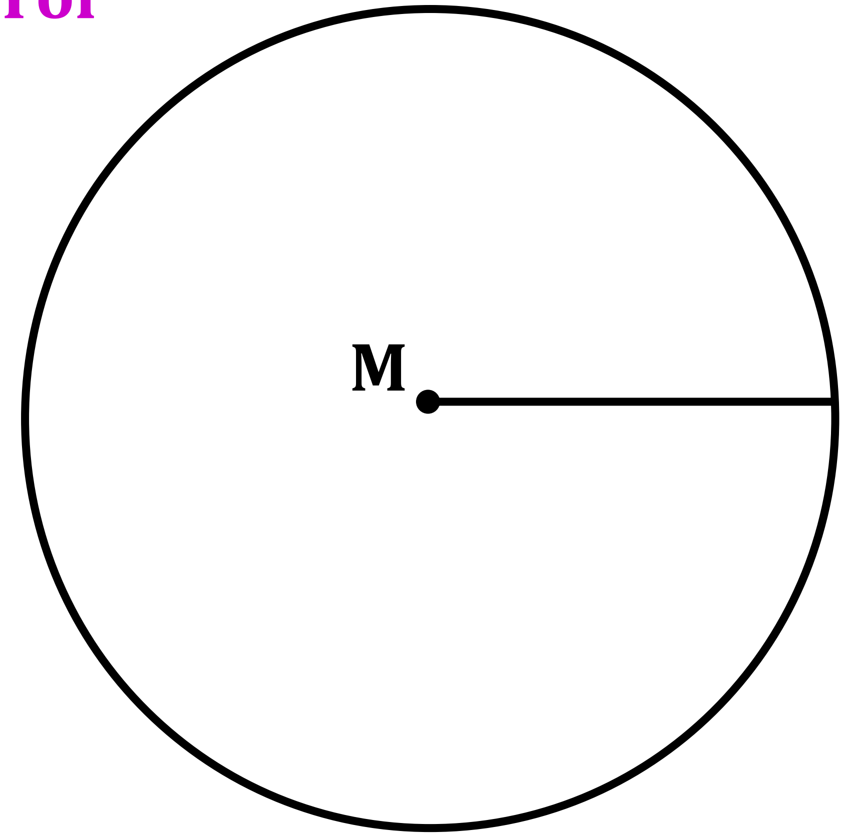
Soru : **Esas ölçüsü 40 ° olan negatif en büyük ve pozitif en küçük iki açıyı bulunuz.**

Soru : **Esas ölçüsü $\frac{\pi}{5}$ olan bu açıdan farklı en küçük pozitif iki açıyı radyan türünden bulunuz.**

Not 1: **$x \geq 360°$ olsun. Şekil üzerinde pozitif yönde tur sayısından artan açı değeri x'in esas ölüsünü verir. Daha kolay çözüm ise verilen açı değeri $360°$ sayısına bölünür. İşlemde kalan değer esas ölçüyü verir.**

Soru : **Ölçüsü $781°$ olan açının esas ölçüsünü bulunuz.**

1.Yol



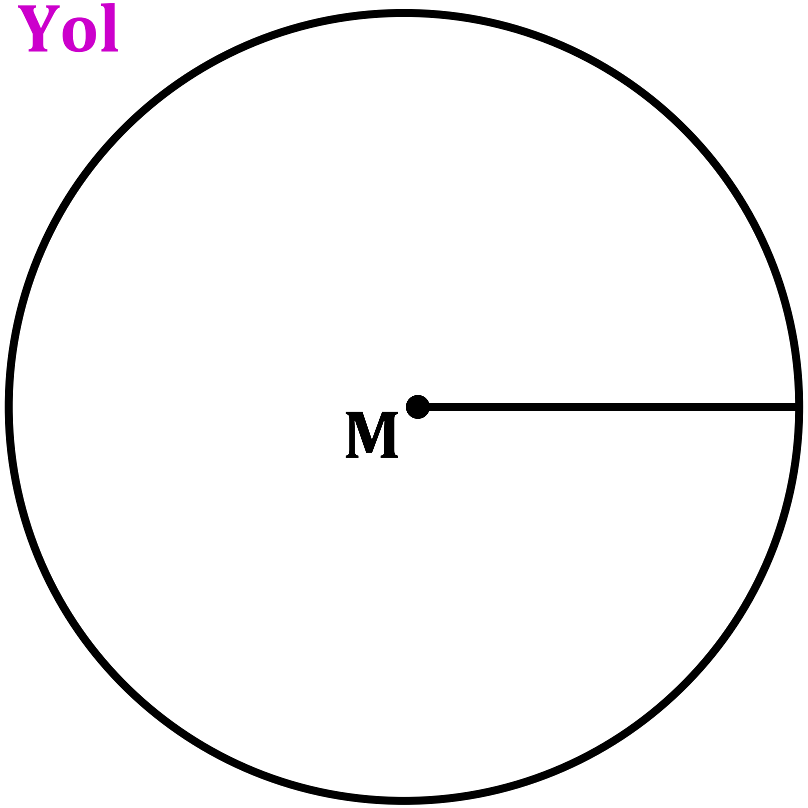
2.Yol

Soru : **$4386°$ ile $7512°$ açılarının <u>esas ölçülerini</u> bulunuz.**

Not 2: **$x < 0°$ olsun. Şekil üzerinde negatif yönde tur sayısından artan açı değerine pozitif yönden gelen açı değeri esas ölçüyü verir. Daha kolay çözüm ise x pozitif düşünülür ve $360°$ sayısına bölünür. İşlemden kalan değer $360°$ sayısından çıkartılır. Elde edilen sayı esas ölçüdür.**

Soru : **$-745°$ açısının esas ölçüsünü bulunuz.**

1. Yol



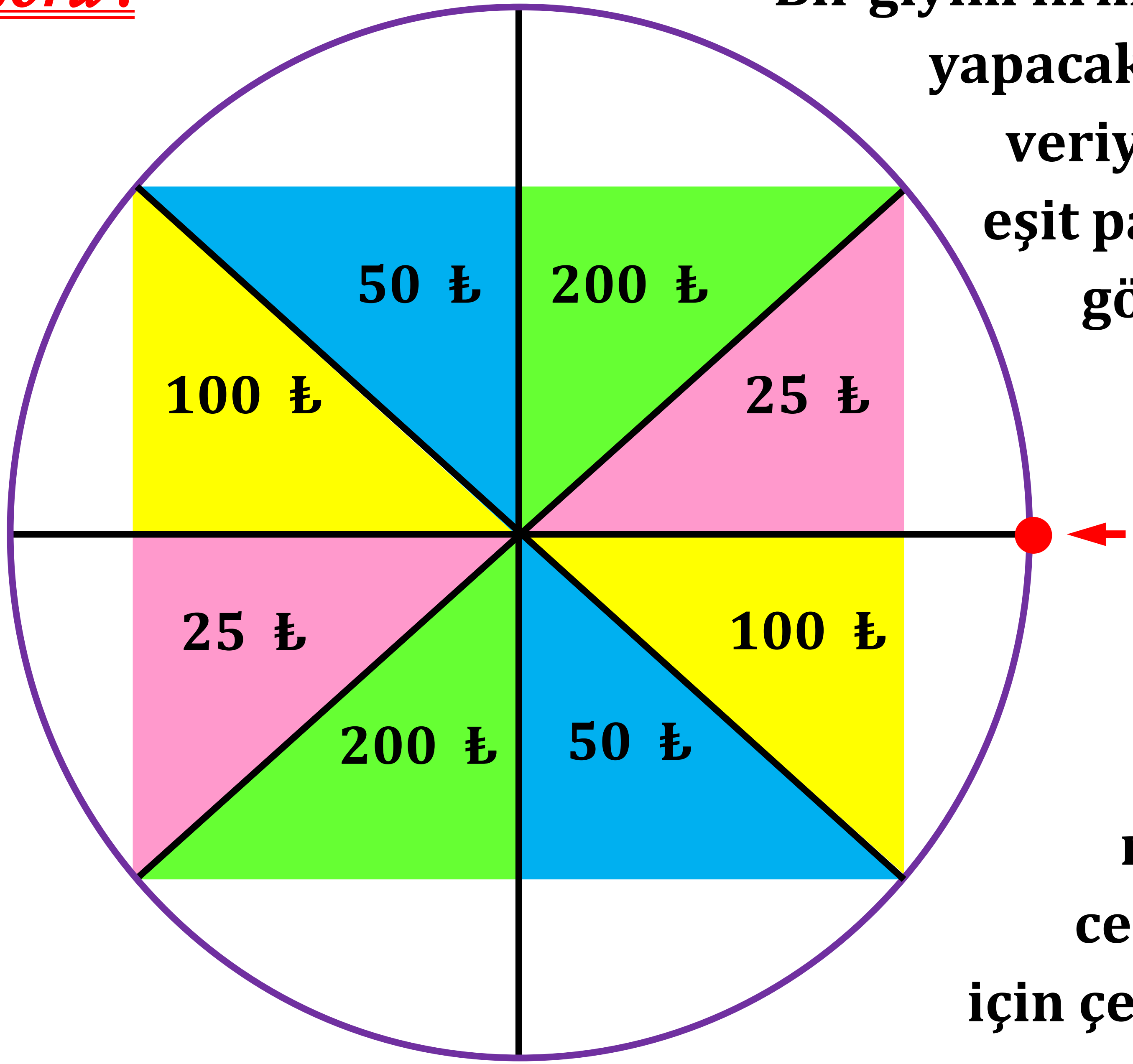
2. Yol

Soru : **– 1240 ° ile – 9800 ° açılarının <u>esas ölçülerini</u> bulunuz.**

Soru : $-55°$ açısının **esas ölçüsünü** bulunuz.

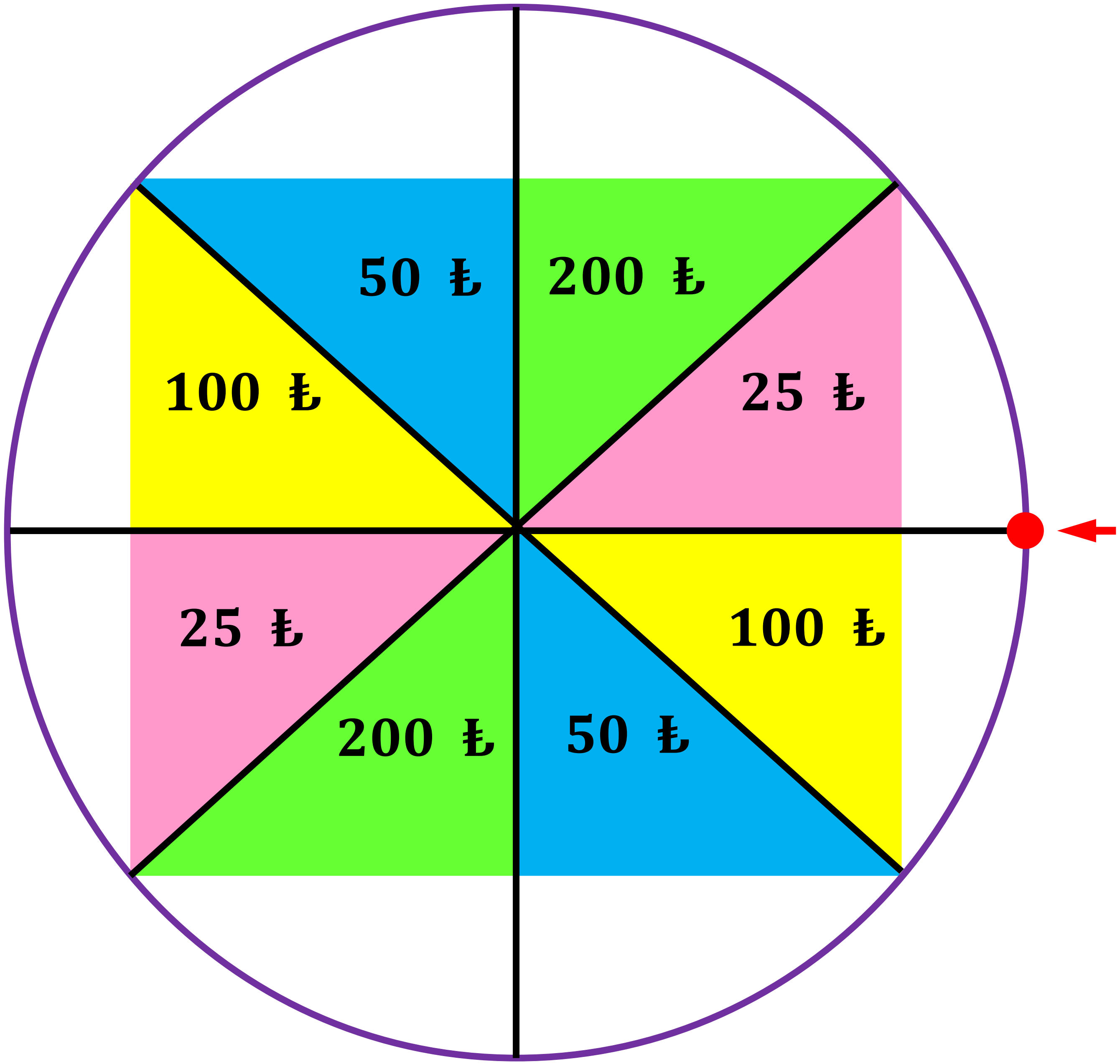
Not : Açı $0°$ ile $-360°$ arasında ise kısa yoldan açıya $360°$ ekleyerek de esas ölçüyü bulabiliriz.

Soru :

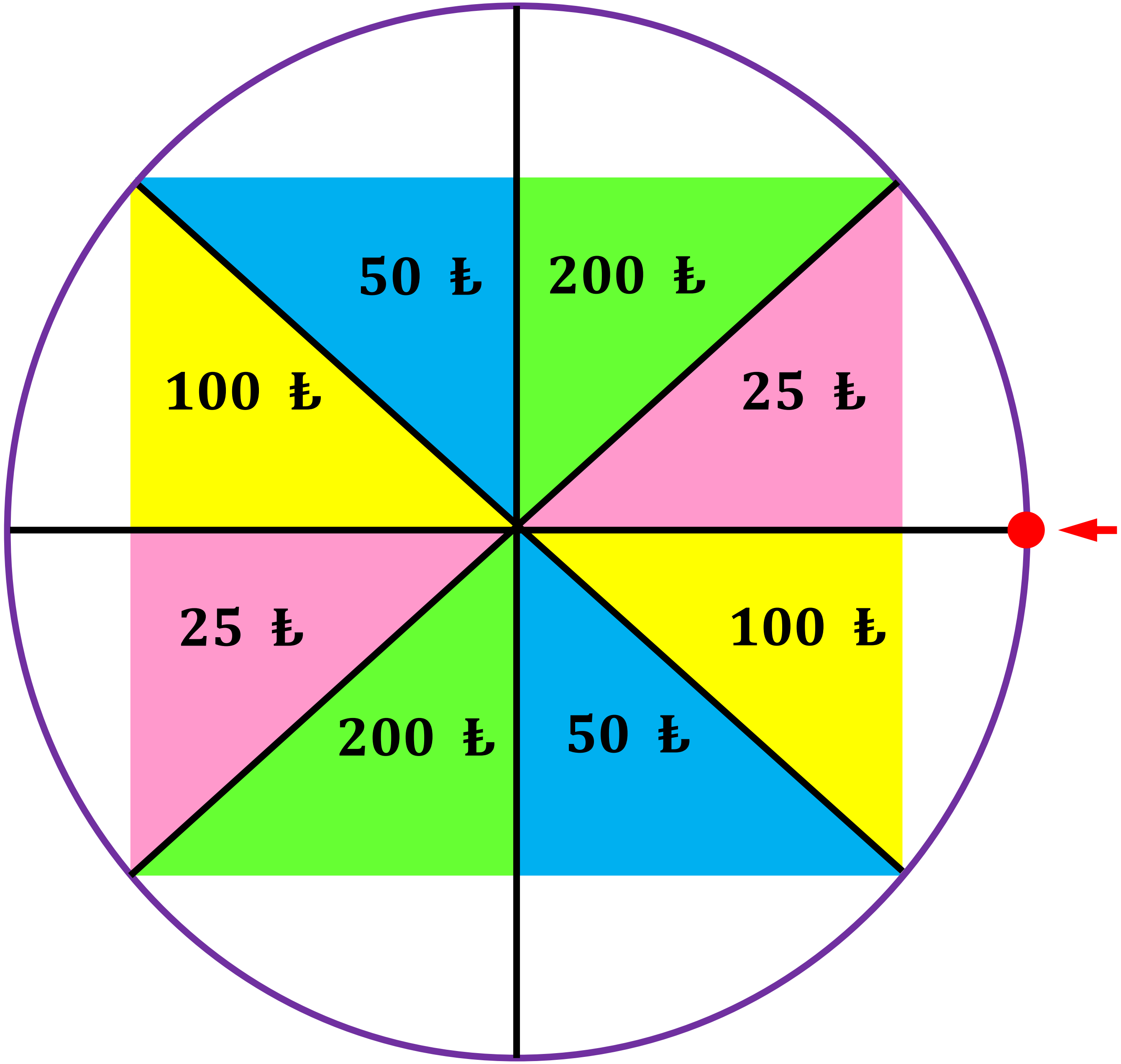


Bir giyim firması mağazadan alışveriş yapacaklara çarkı çevirme şansı veriyor. Çark dairesel olup 8 eşit parçaya ayrılmıştır. Ok ile gösterilen yerden çevirme işlemine başlanacaktır. Çark durduğunda okun gösterdiği bölgedeki hediye çeki müşteriye verilecektir. Ok tam çizgide kalırsa büyük olan miktar çek olarak verilecektir. Çeki kullanabilmek için çek miktarında ya da daha fazla bir tutar alışveriş yapılmalıdır.

Buna göre çark; A) Saat yönünde 2630 ° çevrildiğinde hediye çeki olarak ne kazanılır ?



B) **Saat yönünün tersine 1890 ° çevrildiğinde hediye çeki olarak ne kazanılır ?**



Not 3: **Radyan cinsinden verildiği durumlarda esas ölçüyü bulmak için; pay (π olmadan), paydadaki sayının iki katına bölünür. Kalan sayı sonucun payına (π çarpanı dahil) , paydaya ise baştaki verilen sayının paydası yazılır. İkinci çözüm olarak radyan cinsinden verilen açı dereceye çevrilir ve derecedeki çözüm yöntemi uygulanır. Bulunan sonuç tekrar radyana çevrilir.**

$$\frac{a\pi}{b} \longrightarrow \begin{array}{r|l} a & 2 \,.\, b \\ \cline{2-2} - & \\ \hline k & \end{array} \longrightarrow \text{Esas ölçü } \frac{k\pi}{b}$$

bulunur.

Negatif radyanlı açıların esas ölçüsü için öncelikle açı pozitif gibi düşünülür. Yukarıdaki yöntem uygulanır. Kalan varsa bu değer 2π sayısından çıkartılır.

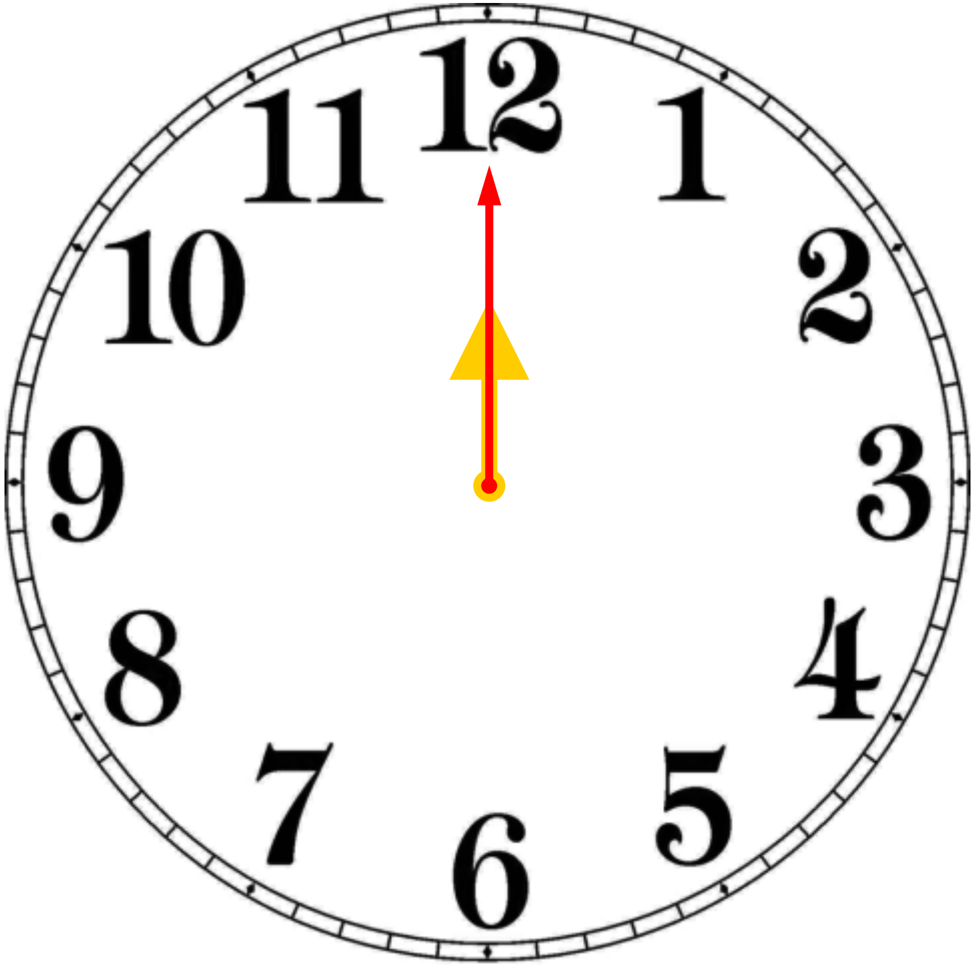
Soru : **47π ile -12π açılarının <u>esas ölçülerini</u> bulunuz.**

Soru : **Ölçüsü $\frac{23\pi}{3}$ olan açının <u>esas ölçüsü</u> kaç derecedir ?**

Soru : **Ölçüsü $\frac{45\pi}{4}$ ve $-\frac{61\pi}{5}$ olan açıların <u>esas ölçülerini</u> bulunuz.**

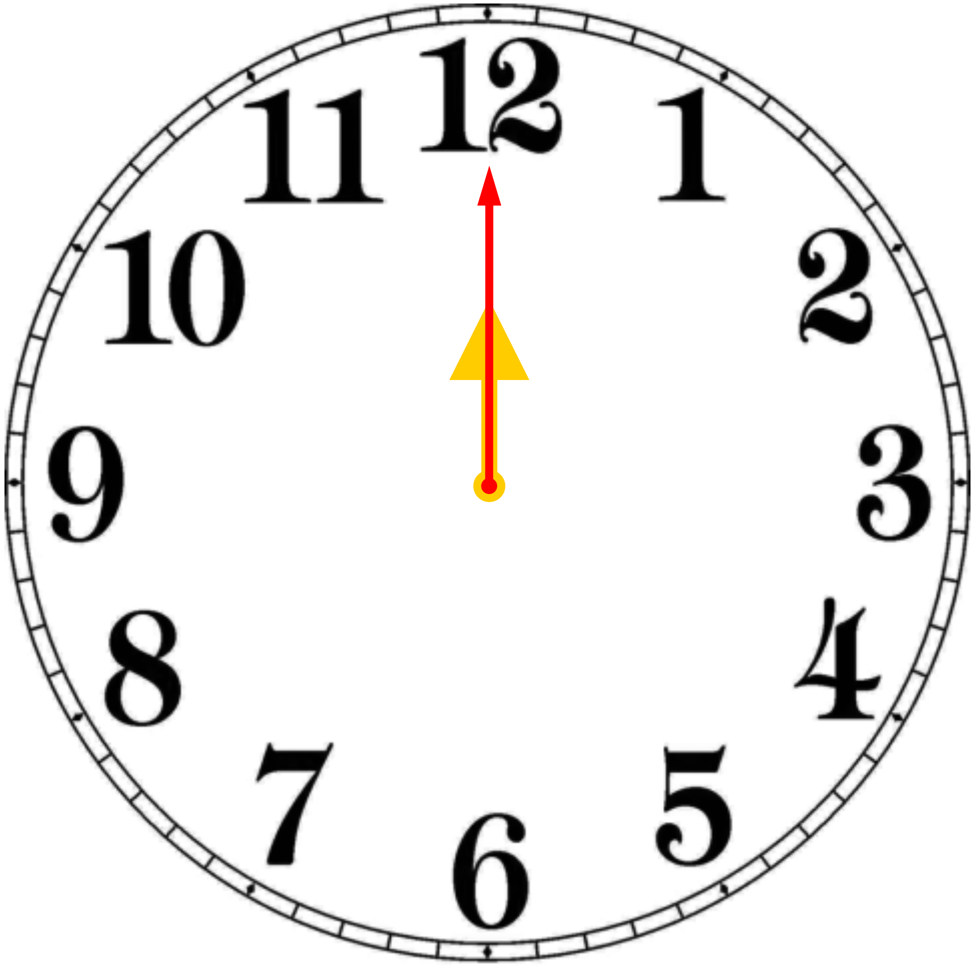
Soru : $\frac{13\pi}{3} + \frac{21\pi}{4}$ **toplamının <u>esas ölçüsünü</u> bulunuz.**

Soru : **Cuma günü öğlen tam 12 'de çalıştırılan bir duvar saatinde yelkovan; A) 74π kadar ilerlediğinde gün ve saat ne olur ?**



Not : **Esas açı bulunur. Burada tur sayısı devreye giriyor. Yelkovan tur sayısı ve artan açı (esas ölçü) miktarınca ilerletilir.**

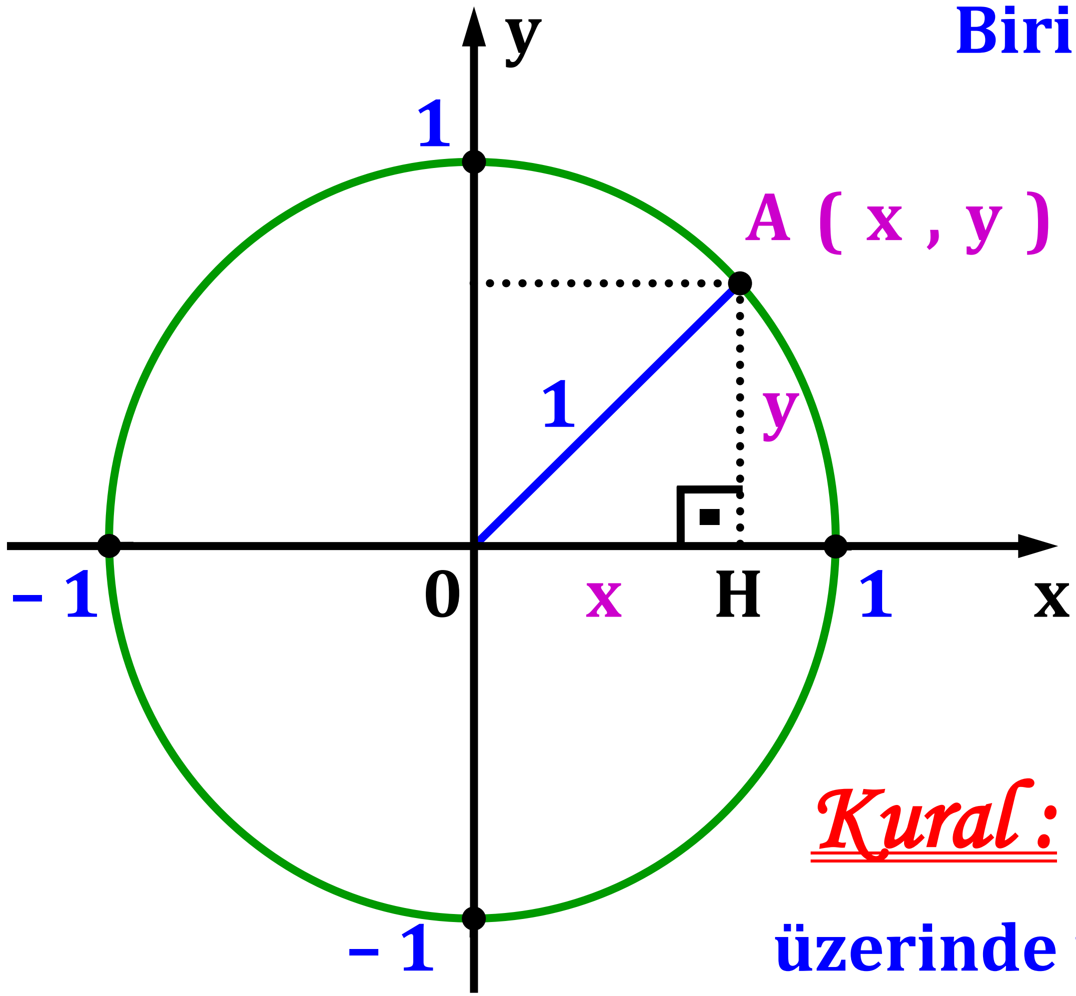
Cuma günü öğlen tam 12 'de çalıştırılan bir duvar saatinde yelkovan; B) $\frac{33\pi}{2}$ kadar ilerlediğinde ise gün ve saat ne olur ?



Trigonometrik Fonksiyonlar

Birim Çember

Koordinat sisteminde yarıçapı 1 br olan çembere " birim çember " adı verilir.



Birim çember üzerinde bir A (x , y) noktası alalım. A noktası merkez nokta ile birleştirilir. AHO dik üçgeninde Pisagor Bağıntısı uygulanırsa,

$x^2 + y^2 = 1^2$ olarak bulunur.

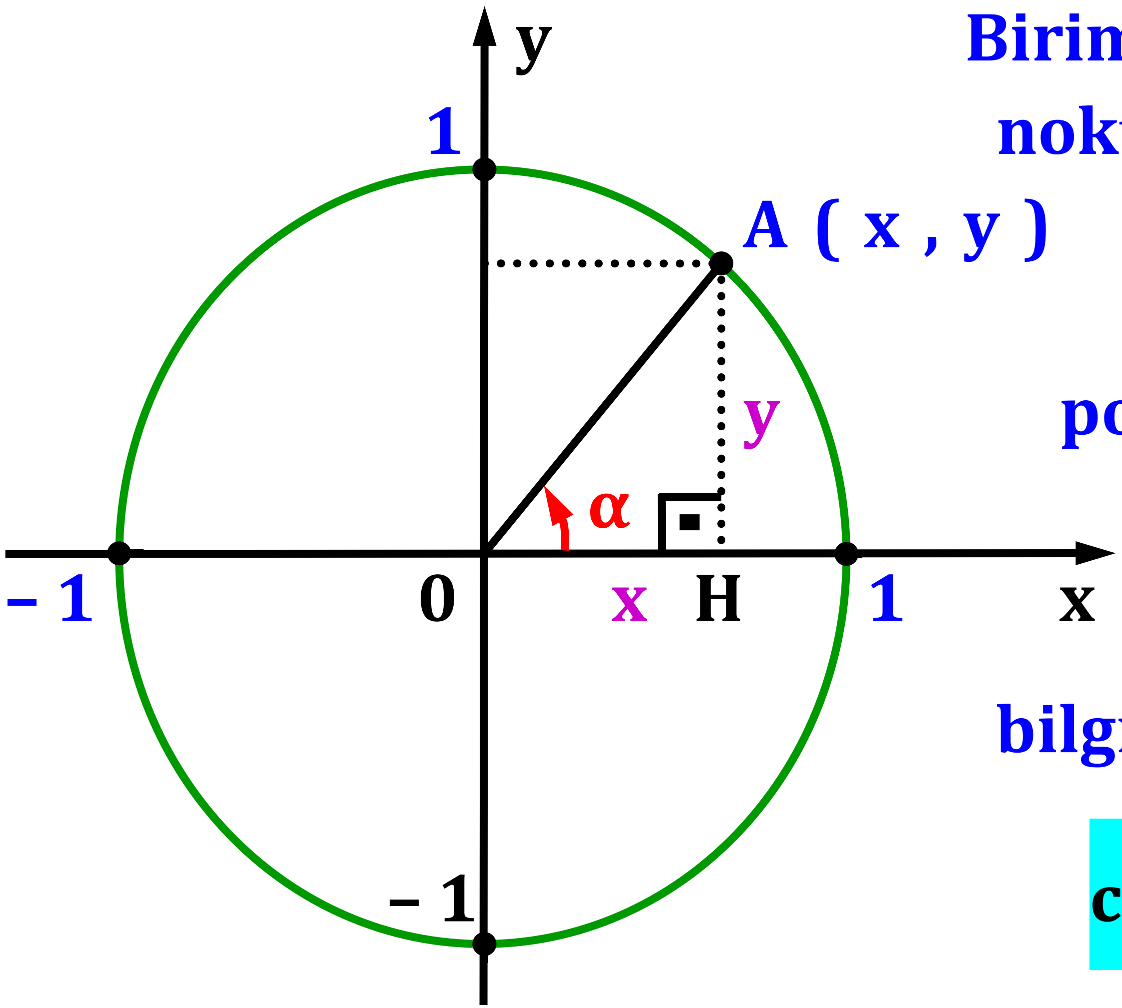
Kural : **A (x , y) noktası birim çember üzerinde ise $x^2 + y^2 = 1$ olarak alınır.**

Soru : **A ($\frac{3}{5}$, m) noktası <u>birim çember üzerinde</u> ise m değeri ne olabilir ?**

Soru : **A (3k , 4k) noktası <u>birim çember üzerinde</u> ise k değeri ne olabilir ?**

Soru : $(p-4)x^2 + y^2 = q + 2$ **<u>birim çember</u> denklemi belirtiyor ise** $p \cdot q = ?$

Sinüs ve Kosinüs Fonksiyonları



Birim çember üzerinde bir A (x , y) noktası alalım ve bu noktayı merkez nokta ile birleştirelim. [OA] doğru parçasının x ekseni ile pozitif yönde yaptığı açının ölçüsü α olsun.

Daha önceki trigonometrik bilgilerimizden, $\sin\alpha = \dfrac{y}{1} = y$ ve

$\cos\alpha = \dfrac{x}{1} = x$ olarak bulunur.

$x = \cos\alpha$ ve $y = \sin\alpha$ ise $A(x, y) = A(\cos\alpha, \sin\alpha)$ olarak yazılır. Buna göre x eksenine kosinüs ekseni, y eksenine de sinüs ekseni denir.

$f : \mathbb{R} \longrightarrow [-1, 1]$, $f(x) = \sin x$ biçiminde tanımlanan fonksiyona " sinüs fonksiyonu ",

$g : \mathbb{R} \longrightarrow [-1, 1]$, $g(x) = \cos x$ biçiminde tanımlanan fonksiyona da " kosinüs fonksiyonu " adı verilir.

Kural 1: **A noktası birim çember üzerinde bulunduğundan apsis ve ordinat değerleri – 1 'den küçük, 1 'den büyük olamaz. Buna göre $-1 \leq \sin\alpha \leq 1$ ve $-1 \leq \cos\alpha \leq 1$ olur.**

***** Yani bir açının sinüs ve kosinüs değerleri $[-1, 1]$ aralığında olmalıdır.**

Soru : $\alpha \in \mathbb{R}$ olmak üzere $A = 5 - 3 \sin \alpha$ ifadesinin çözüm aralığı ne olur ?

1. yol : $-1 \leq \sin \alpha \leq 1$ idi. İstenendeki işlem önceliğine uyularak eşitsizliği istenene benzer hale getirmemiz gerekir.

2. yol : **Sinüslü ifade yerine sırası ile – 1 ve 1 yazarız. Çözüm kümesi bulduğumuz sayılar arasında olur.**

$$A = 5 - 3 \sin \alpha$$

Soru : $\alpha \in \mathbb{R}$ **olmak üzere** $K = 6\cos\alpha + 2$ **ifadesinin çözüm aralığı ne olur ?**

Soru : $\alpha \in \mathbb{R}$ olmak üzere $A = \dfrac{-2\cos\alpha + 14}{3}$ ifadesinin alabileceği en küçük değer kaçtır ?

Soru : **$x \in \mathbb{R}$ olmak üzere $\sin x = 3m - 11$ ifadesinden m'nin en büyük tam sayı değeri ne olur ?**

Soru : $\alpha \in \mathbb{R}$ olmak üzere $K = 2\sin(\alpha + 55°) - 10$ ifadesinin çözüm aralığı ne olur ? (İçteki açının değişmesi sinüsün alacağı değerleri değiştirmez. $\alpha + 55° = x$ dersek $K = 2\sin x - 10$ olur.)

Soru : $x , y \in \mathbb{R}$ olmak üzere $A = 2 \sin x - 8 \cos y + 3$ ifadesinin alabileceği en küçük ve en büyük değerlerin toplamı kaç olur ?

1. Yol : **Sinüs ve kosinüsün eşitsizlikleri alt alta yazılır. A 'daki duruma benzemesi için gerekli işlemler yapılır. Aynı yöndeki eşitsizlikleri taraf tarafa toplayabiliriz.)**

2. Yol : **İkililerde sinüs ve kosinüs değerleri yerine sırasıyla; 1 ile 1 , 1 ile – 1 , – 1 ile 1 ve – 1 ile – 1 değerleri konulur. Dört sonuçtan en küçüğü ile en büyüğü bizim çözüm aralığımızı verir.**

$$A = 2 \sin x - 8 \cos y + 3$$

Kural 2: Birim çember denklemi $x^2 + y^2 = 1$, $x = \cos\alpha$ ve $y = \sin\alpha$ bulmuştuk. Dolayısıyla $\cos^2\alpha + \sin^2\alpha = 1$ olarak bulunur. Bu kuralı kullanarak alttaki kuralları da elde edebiliriz.

$\cos^2\alpha = 1 - \sin^2\alpha$

$a^2 - b^2 = (a - b).(a + b)$

$= (1 - \sin\alpha).(1 + \sin\alpha)$

İki kare farkı kullanılarak çarpanlarına ayrılmıştır.

$\sin^2\alpha = 1 - \cos^2\alpha$

$= (1 - \cos\alpha).(1 + \cos\alpha)$ olarak elde edilir.

Soru çözümlerinde uygun kuralı seçmek önemlidir. Bazı sorularda yine iki kare farkını kullanmak gerekebilir.

Soru : $7\cos^2 x + 7\sin^2 x - 4 = ?$

Soru : $\cos x \neq 0$ ve $\sin x \neq 0$ olmak üzere

$\dfrac{1 - \sin^2 x}{\cos x} + \dfrac{1 - \cos^2 x}{\sin x}$ işleminin sonucunu bulunuz.

Soru : $\sin x \neq 0$ olmak üzere $\dfrac{1 - \cos^2 x + 4\sin^2 x}{\sin x}$ işleminin sonucunu bulunuz.

Soru : $\dfrac{\cos^2 x - \cos^2 y}{\sin^2 y - \sin^2 x}$ **işleminin sonucunu bulunuz.**

(Hepsini değiştirmek bi işimize yaramaz. Ya kosinüs grubu ya da sinüs grubu yerine kuraldaki eşitini yazarsak sonuca ulaşırız.)

Soru : **$\cos x \neq -1$ olmak üzere $\dfrac{\sin^2 x}{1 + \cos x}$ işleminin sonucunu bulunuz.**

Soru : $\dfrac{8 + \cos^2 x}{3 - \sin x} - 3$ **işleminin sonucunu bulunuz.**

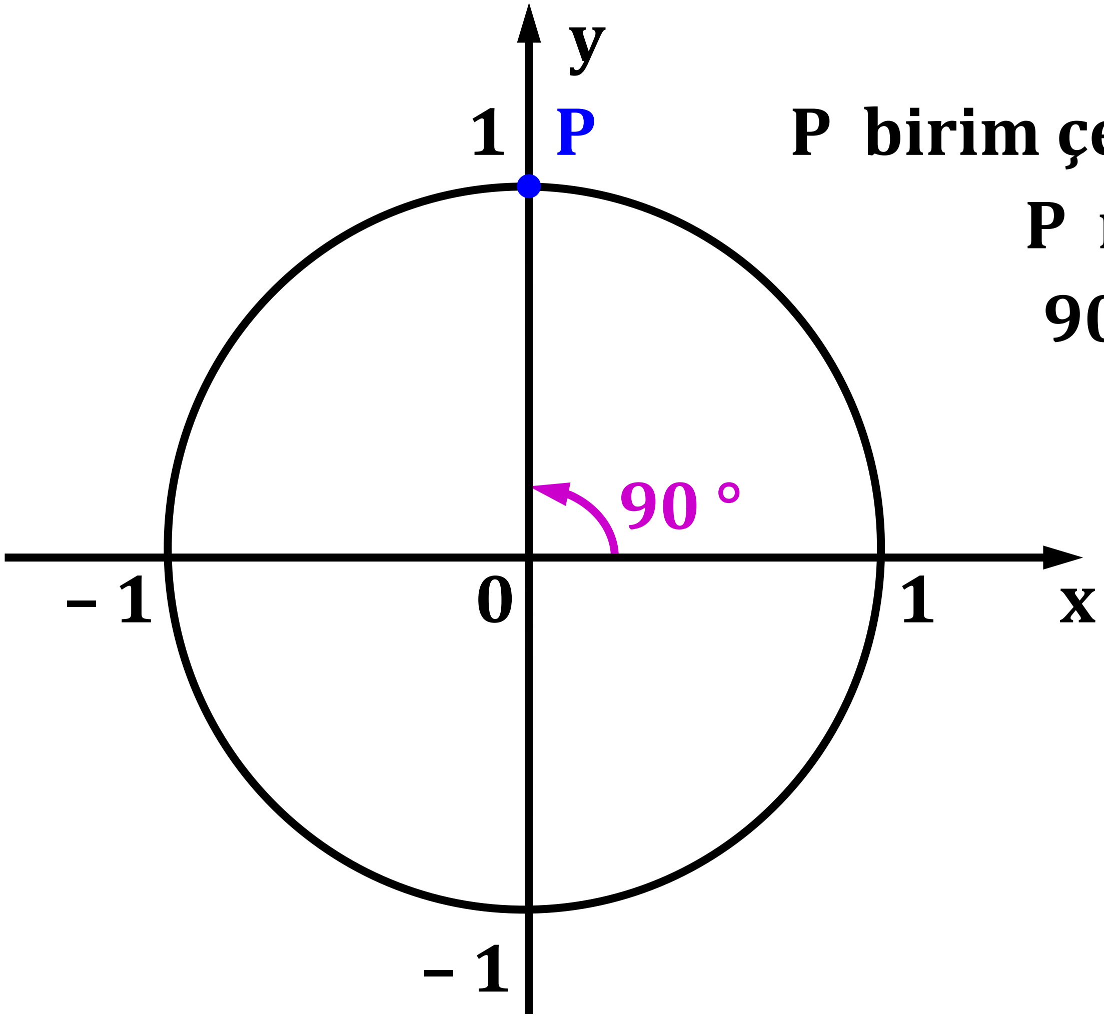
Soru : $$\frac{\sin x}{1-\cos x}+\frac{\sin x}{1+\cos x}=\,?$$

Soru : $\cos^4 x - \sin^4 x + 1$ **işleminin sonucunu bulunuz.**

Soru : $\sin x + \cos x = \dfrac{2}{3}$ ise $\sin x \cdot \cos x = ?$ **(Verilen eşitliğin karesi alınır ve çözüm yapılırsa istenen bulunur.)**

Not : **Birim çember üzerinde hareket eden hareketlinin merkez nokta ile pozitif yönde yaptığı açının sonucunda geldiği noktanın koordinatları çember üzerinden görülebilir.**

Örneğin;



P birim çember üzerinde bir nokta olsun. P noktası merkez ile pozitif yönde 90 ° 'lik açı oluştursun. Bu durumda P (x , y) noktasının koordinatları P (0 , 1) olur.

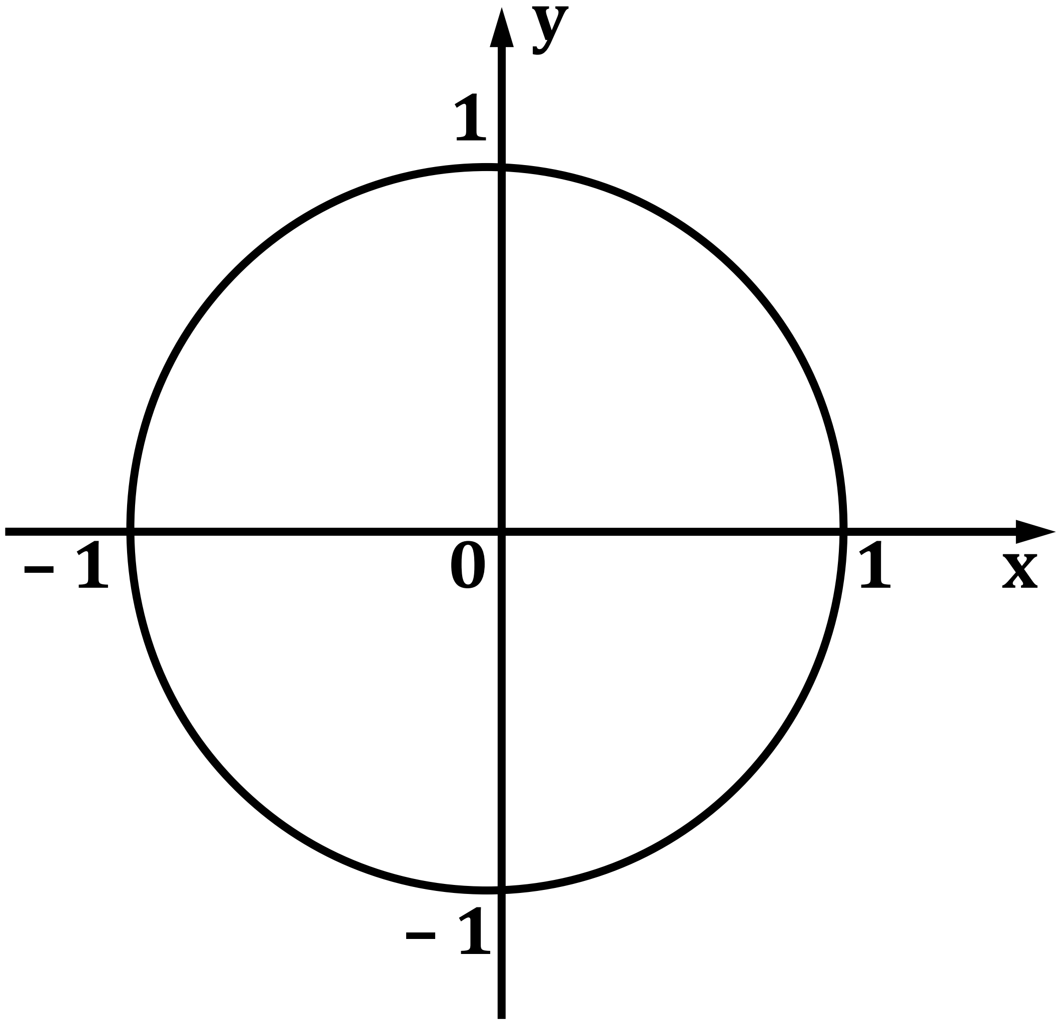
P (cos 90 ° , sin 90 °)

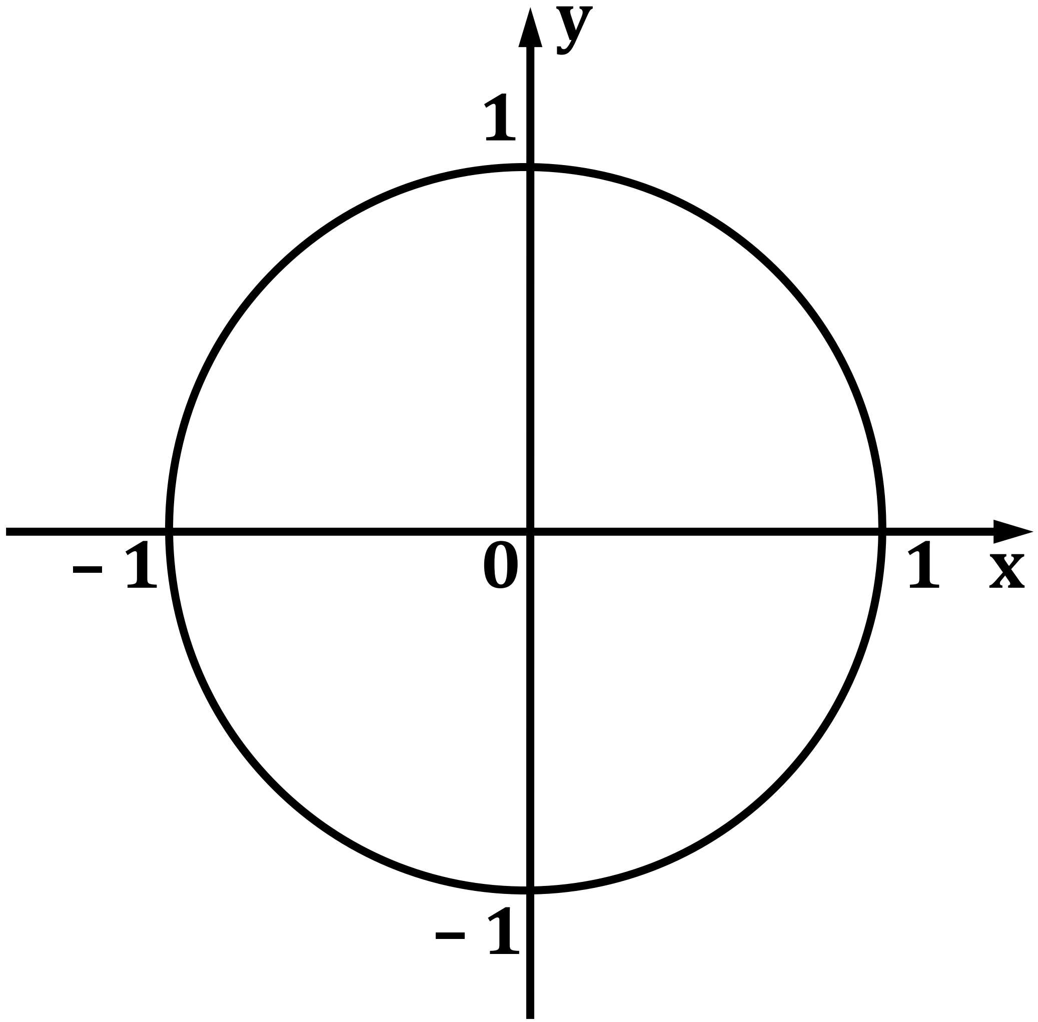
olduğundan dolayı

cos 90 ° = 0 ve sin 90 ° = 1

bulunur.

Soru : $0°$, $180°$, $270°$ ve $360°$'lik açıların sinüs ve kosinüs değerlerini bulunuz.





Not : **Temel açı ölçülerinin sinüs ve kosinüs değerleri alttaki tabloda verilmiştir.**

x	$0°$ (0π)	$90°$ $\left(\frac{\pi}{2}\right)$	$180°$ (π)	$270°$ $\left(\frac{3\pi}{2}\right)$	$360°$ (2π)
sin x	0	1	0	– 1	0
cos x	1	0	– 1	0	1

*** **Bazı sorularda büyük açı ölçüsü verilirse, işlemde açının esas ölçüsü kullanılır.**

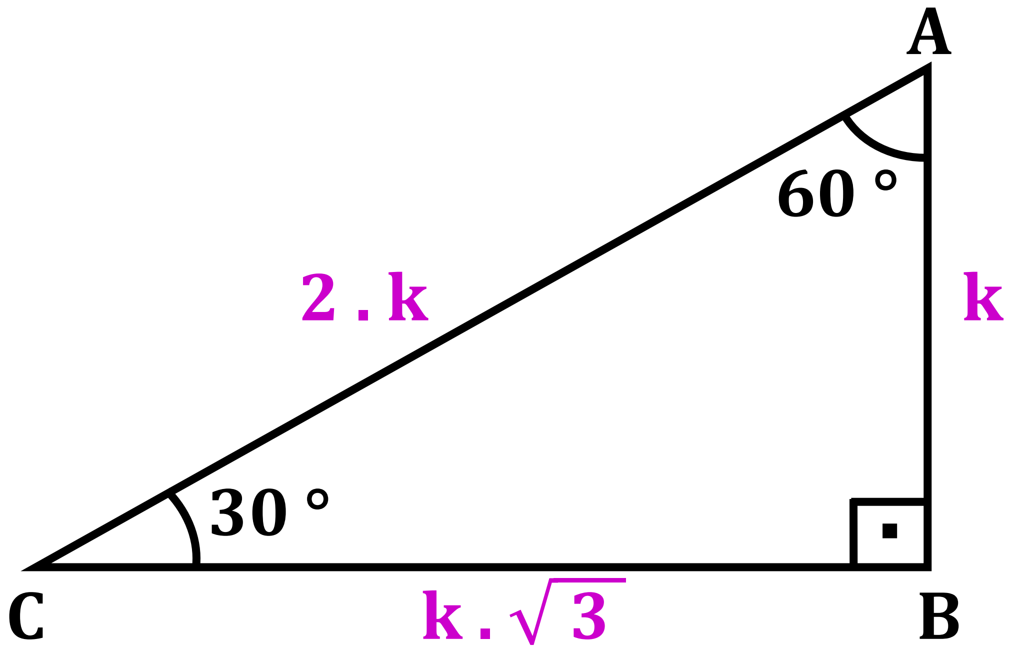
Soru : $\sin 270° + \cos 10\pi + \sin 1620° = ?$

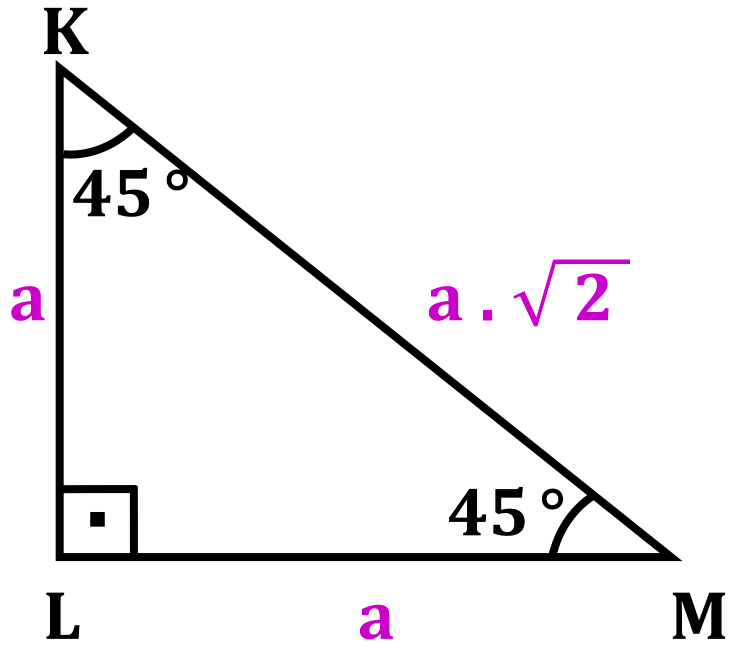
Soru : $2\cos 1260° + 3\cos 720° - 4\sin \dfrac{7\pi}{2} + 5\sin 2\pi = ?$

Soru :

$$\frac{\sin\left(-15\pi/2\right)+\cos 450^\circ}{\cos\left(-900^\circ\right)-\sin\left(\pi/2\right)}=?$$

Not : **Bazı açı ölçülerinin sinüs ve kosinüs değerlerini bulmak için 30 ° - 60 ° - 90 ° ve 45 ° - 45 ° - 90 ° özel dik üçgenlerinden yararlanılır. Açıların geldiği noktada x eksenine bir diklik indirilir ve özel üçgenler yardımıyla noktanın elemanları bulunur. Bölge dikkate alınarak nokta elemanlarının işaretlerine dikkat edilir.**



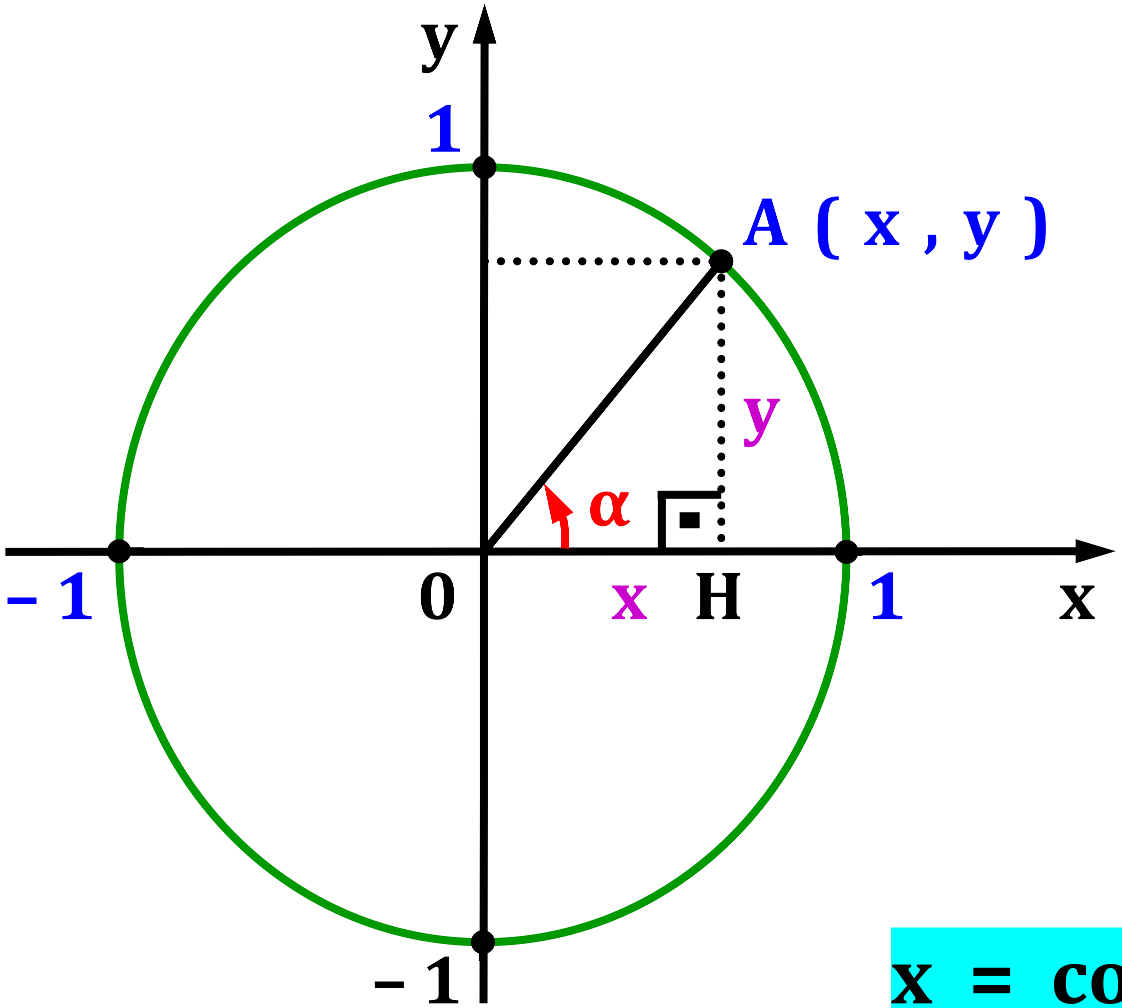


Soru : **Ölçüsü $135°$ olan açının sinüs ve kosinüs değerlerini bulunuz.**

Soru : **Ölçüsü 330 ° olan açının sinüs ve kosinüs değerlerini bulunuz.**

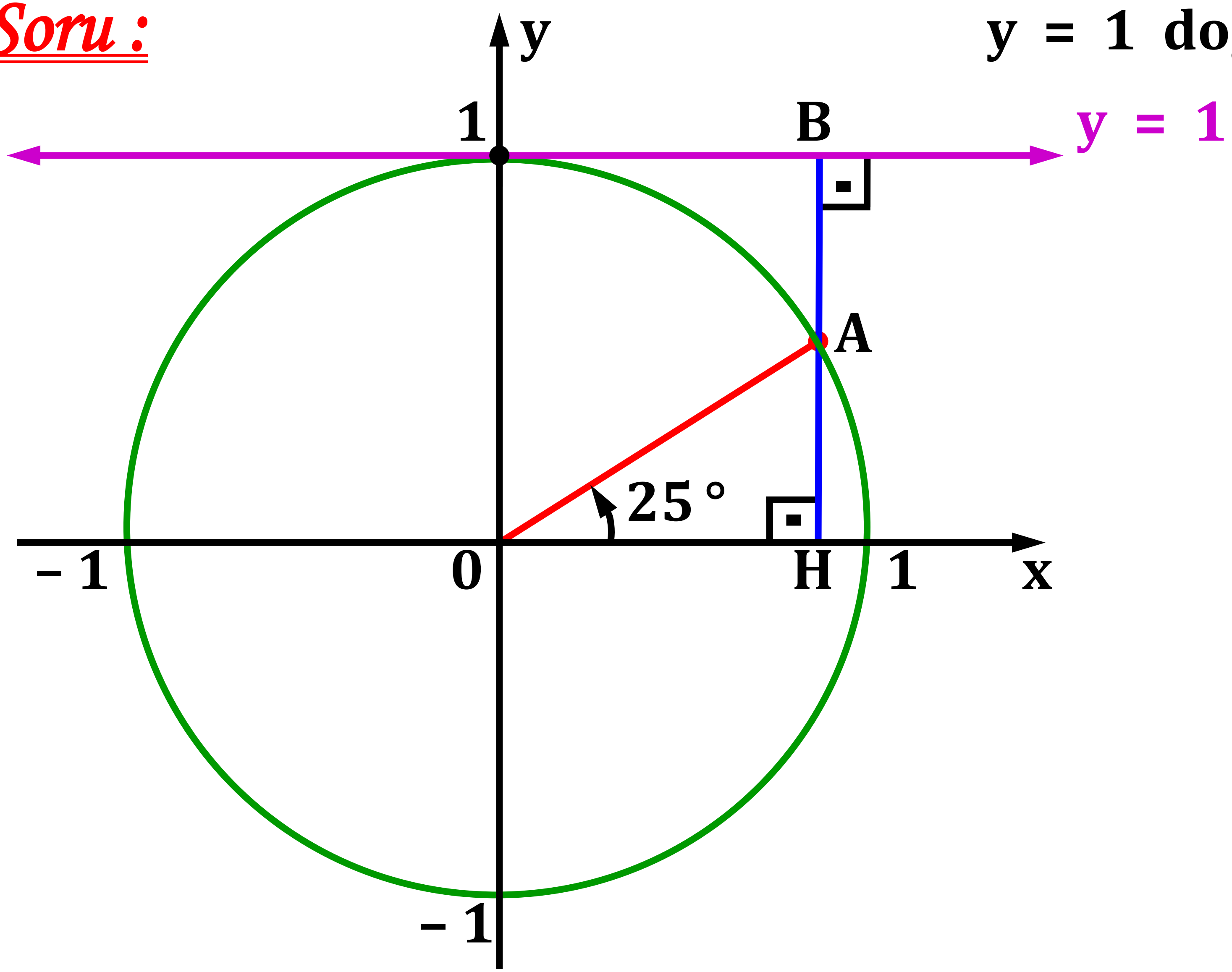
Soru : **Ölçüsü $1140°$ olan açının sinüs ve kosinüs değerlerini bulunuz.**

Not : **Bazı açı ölçülerinin sinüs ve kosinüs değerlerini bulmak mümkün değildir. Bunun için önceden kullandığımız alttaki eşitlikler kullanılır.**



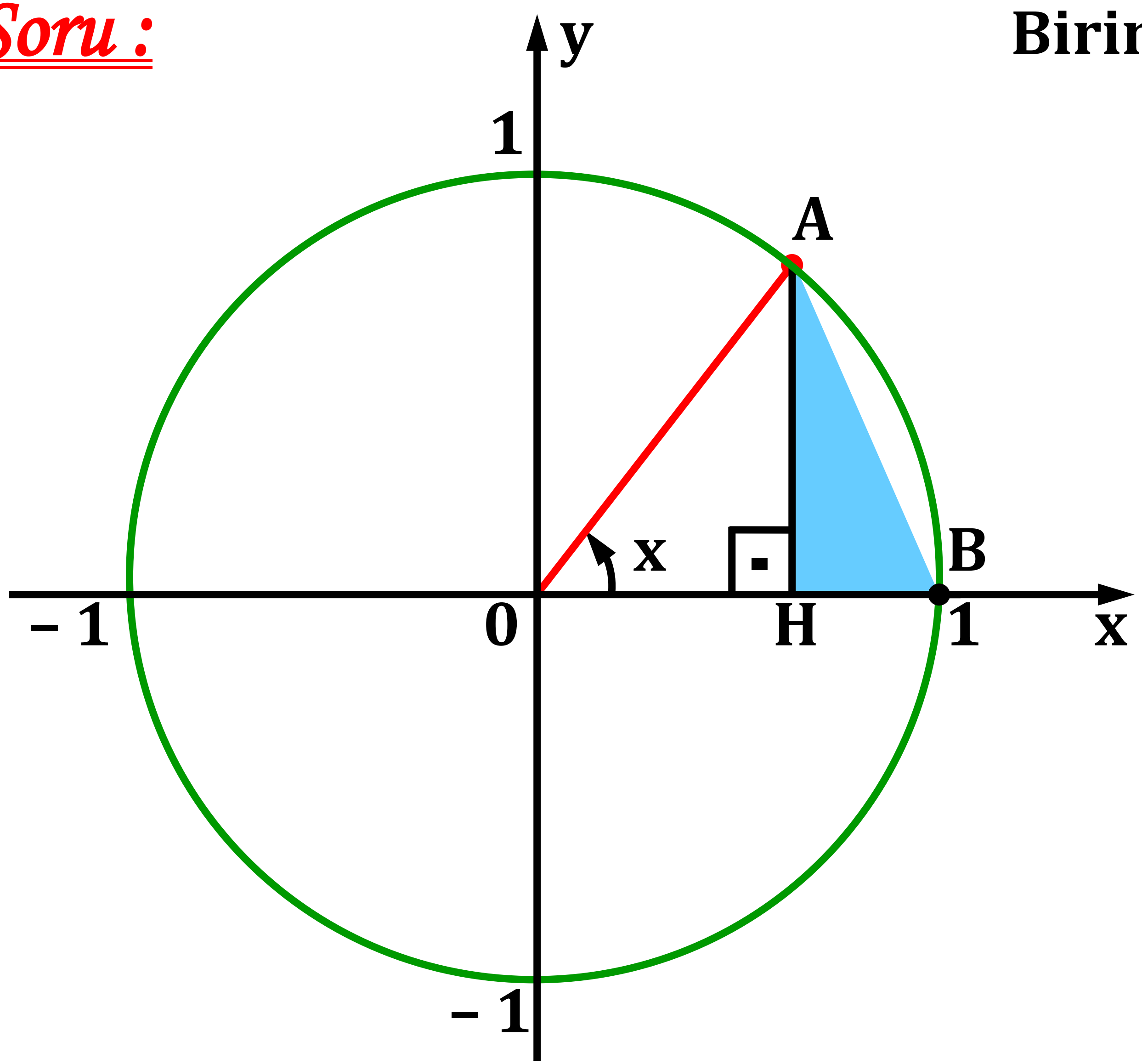
$x = \cos\alpha$ ve $y = \sin\alpha$ idi.

Soru :



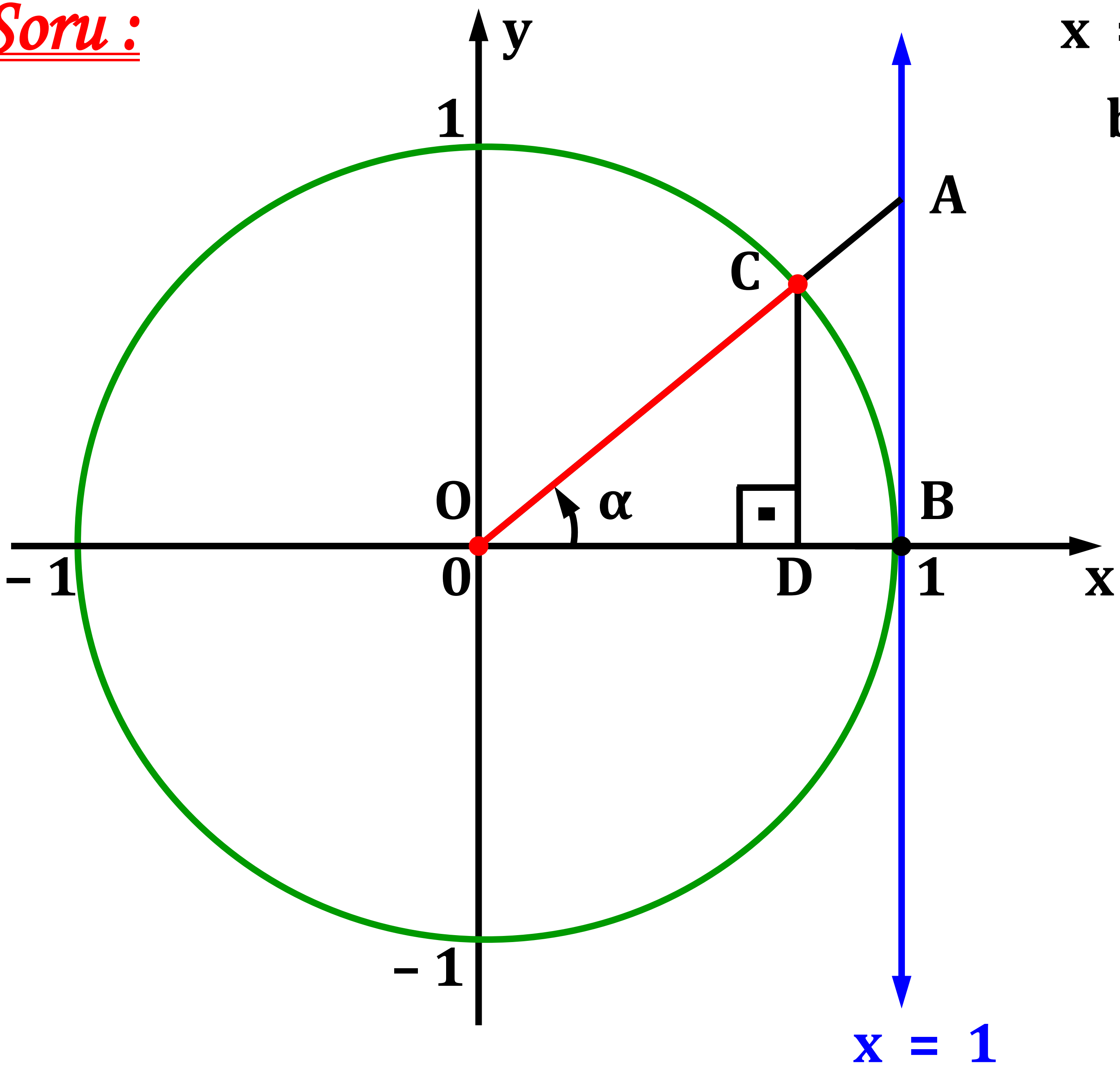
y = 1 doğrusu birim çembere teğettir. Buna göre |AB| = ?

Soru :



Birim çemberde AHB üçgeninin alanını bulunuz.

Soru :



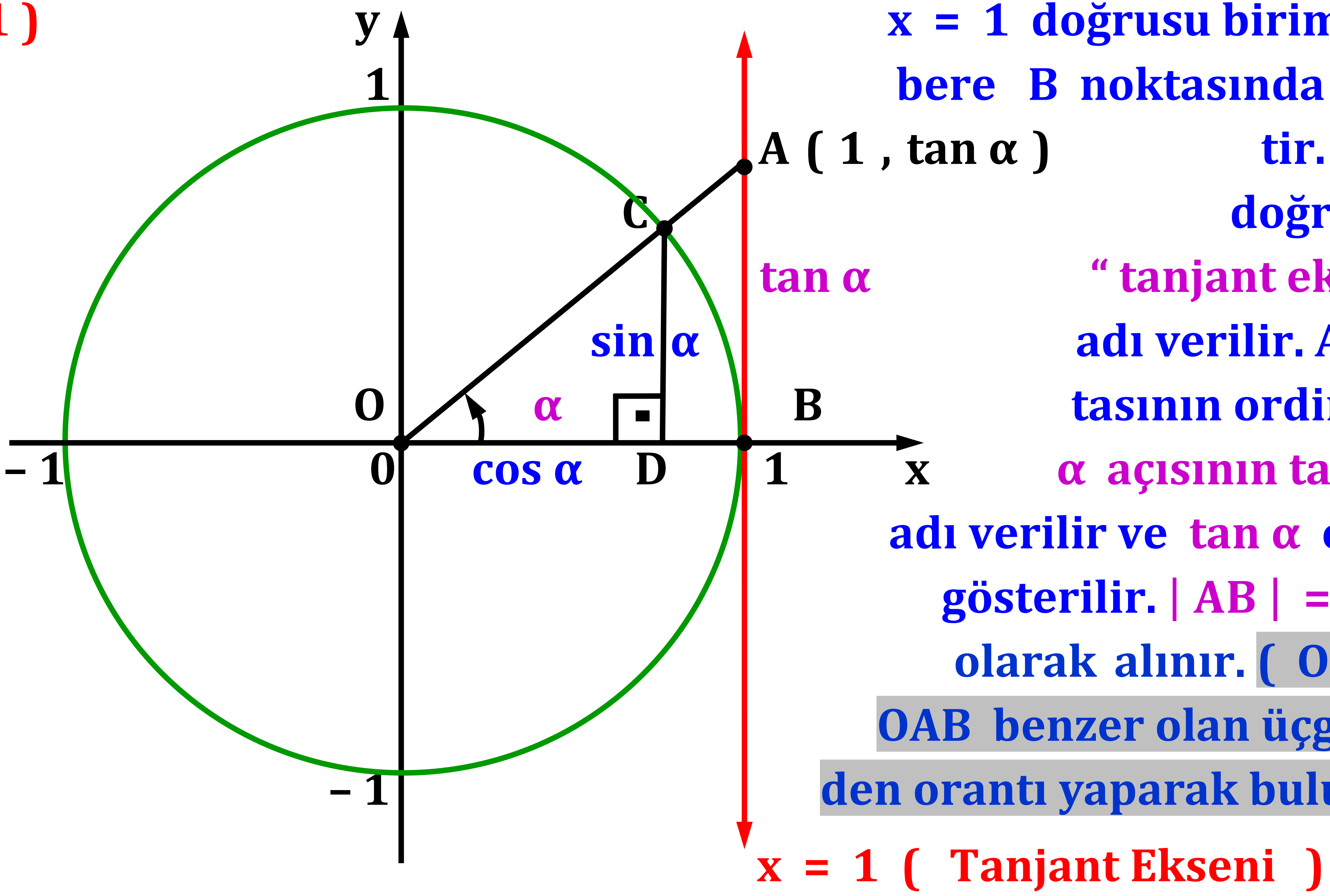
x = 1 doğrusu birim çember e teğettir. A , C ve O doğrusaldır. Buna göre

| AC | = ?

(OCD ve OAB benzer üçgenlerinden orantı kurularak çözüm yapılır.)

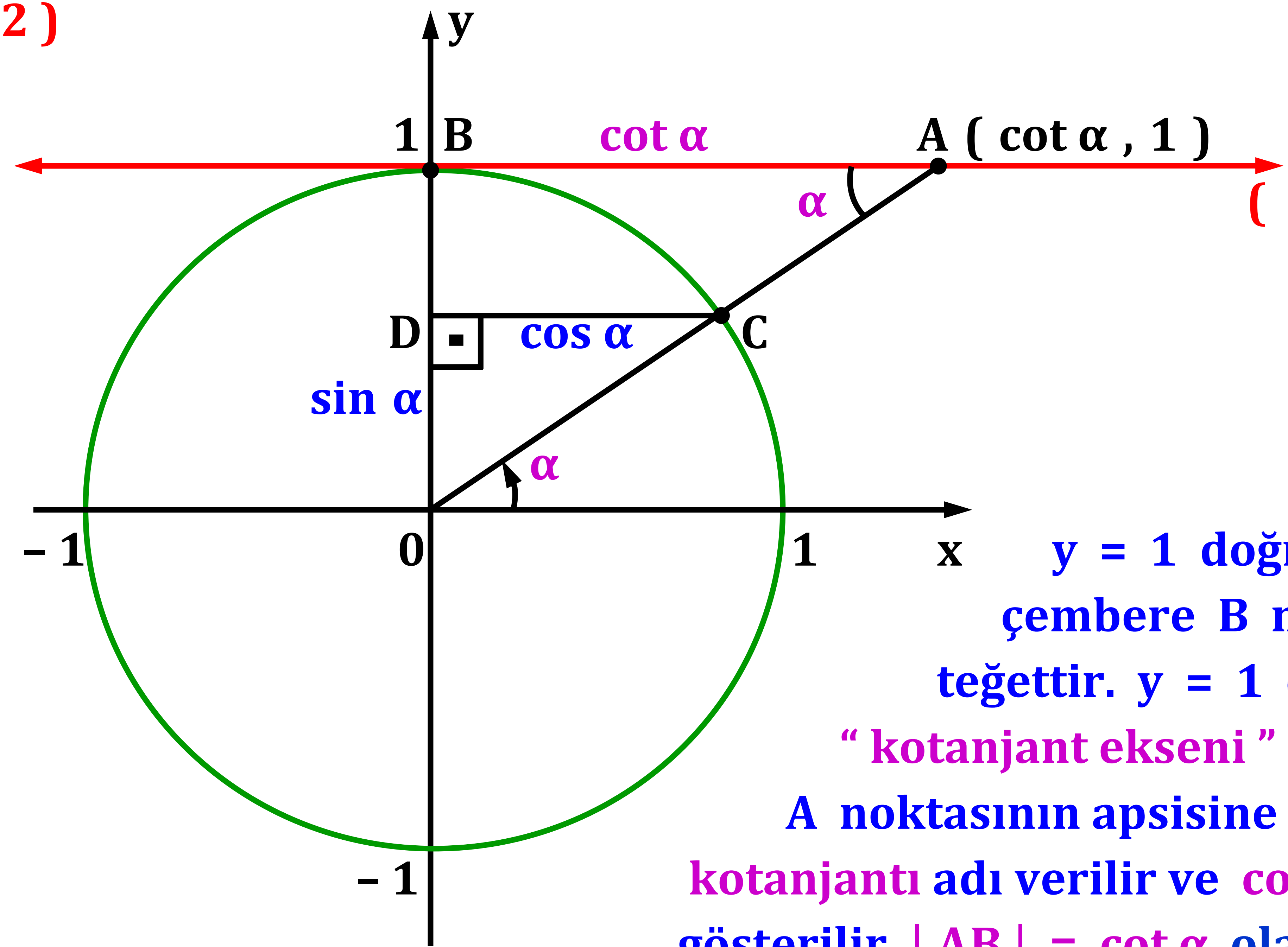
Tanjant ve Kotanjant Fonksiyonları

1)



x = 1 doğrusu birim çembere B noktasında teğettir. x = 1 doğrusuna " tanjant ekseni " adı verilir. A noktasının ordinatına α açısının tanjantı adı verilir ve tan α olarak gösterilir. | AB | = tan α olarak alınır. (OCD ile OAB benzer olan üçgenlerden orantı yaparak bulunur.)

2)



y = 1
(Kotanjant Ekseni)

y = 1 doğrusu birim çembere B noktasında teğettir. y = 1 doğrusuna " kotanjant ekseni " adı verilir. A noktasının apsisine α açısının kotanjantı adı verilir ve cot α olarak gösterilir. | AB | = cot α olarak alınır.

Kural : 1)

Tanjant kısmındaki şekli incelersek ABO üçgeni ile CDO üçgeni benzerdir. $\dfrac{\sin\alpha}{\tan\alpha} = \dfrac{\cos\alpha}{1}$ orantısından $\tan\alpha \,.\, \cos\alpha = \sin\alpha$ bulunur. $\tan\alpha$ yalnız bırakılırsa $\tan\alpha = \dfrac{\sin\alpha}{\cos\alpha}$ olarak bulunur. $\cos\alpha \neq 0$ olmalıdır. Yani $\alpha = 90° + k.180°\ (k \in \mathbb{Z})$ olamaz.

2) Kotanjant kısmındaki şekli de incelersek $\dfrac{\cos\alpha}{\cot\alpha} = \dfrac{\sin\alpha}{1}$ orantısından $\cot\alpha \,.\, \sin\alpha = \cos\alpha$ bulunur. $\cot\alpha$ yalnız bırakılırsa $\cot\alpha = \dfrac{\cos\alpha}{\sin\alpha}$ olarak bulunur. $\sin\alpha \neq 0$ olmalıdır. Yani $\alpha = 0° + k.180° = k.180°\ (k \in \mathbb{Z})$ olamaz.

3) $\tan\alpha \cdot \cot\alpha = 1$ olarak elde edilir. $\dfrac{\sin\alpha}{\cos\alpha} \cdot \dfrac{\cos\alpha}{\sin\alpha} = 1$

olur. $\tan\alpha = \dfrac{1}{\cot\alpha}$ ve $\cot\alpha = \dfrac{1}{\tan\alpha}$ olarak ta alınabilir.

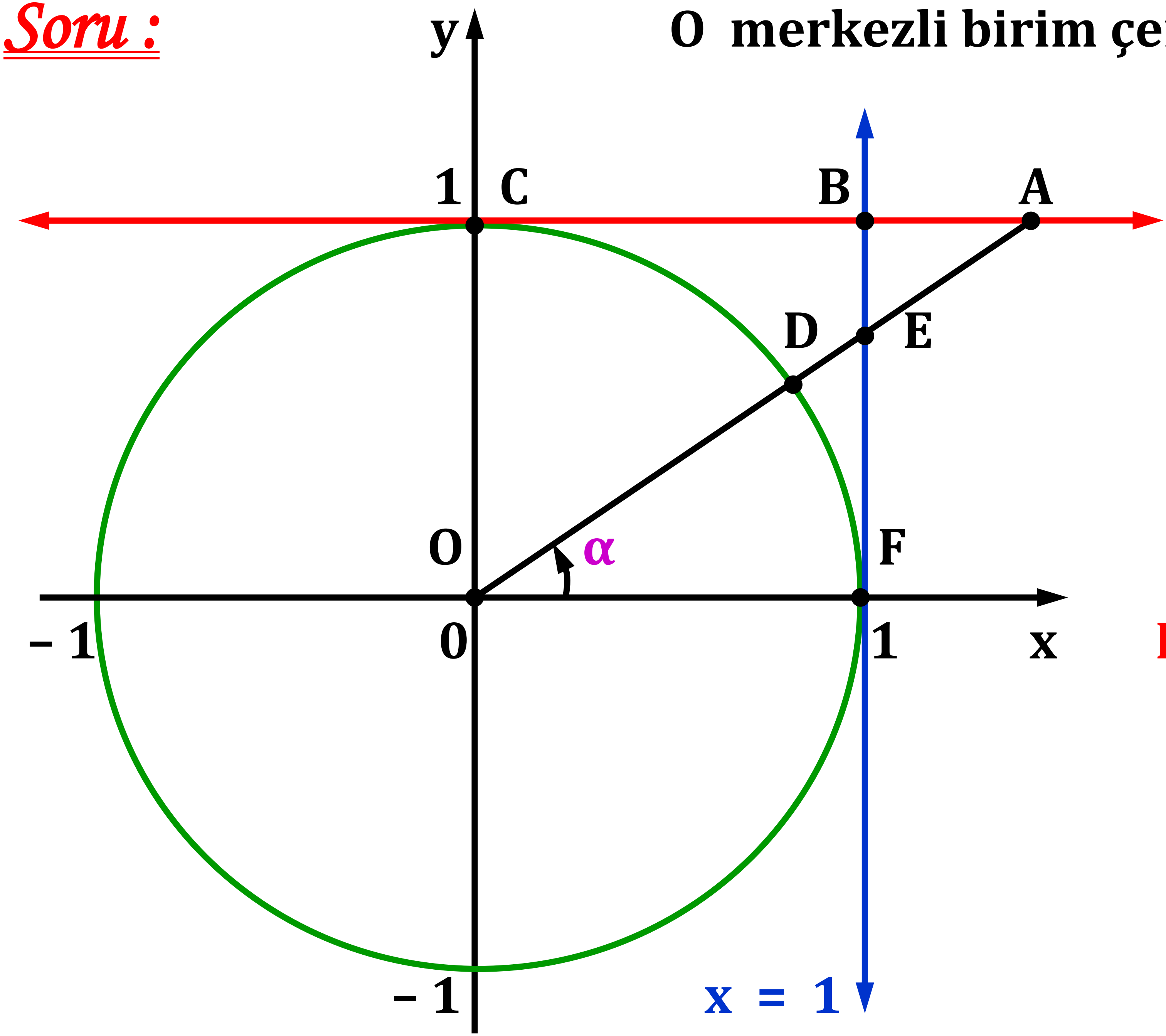
$$f : \mathbb{R} - \left\{ \frac{\pi}{2} + k\pi \,,\, k \in \mathbb{Z} \right\} \longrightarrow \mathbb{R} \,,\quad f(x) = \tan x$$

biçiminde tanımlanan fonksiyona " tanjant fonksiyonu ",

$$g : \mathbb{R} - \{ k\pi \,,\, k \in \mathbb{Z} \} \longrightarrow \mathbb{R} \,,\quad g(x) = \cot x$$

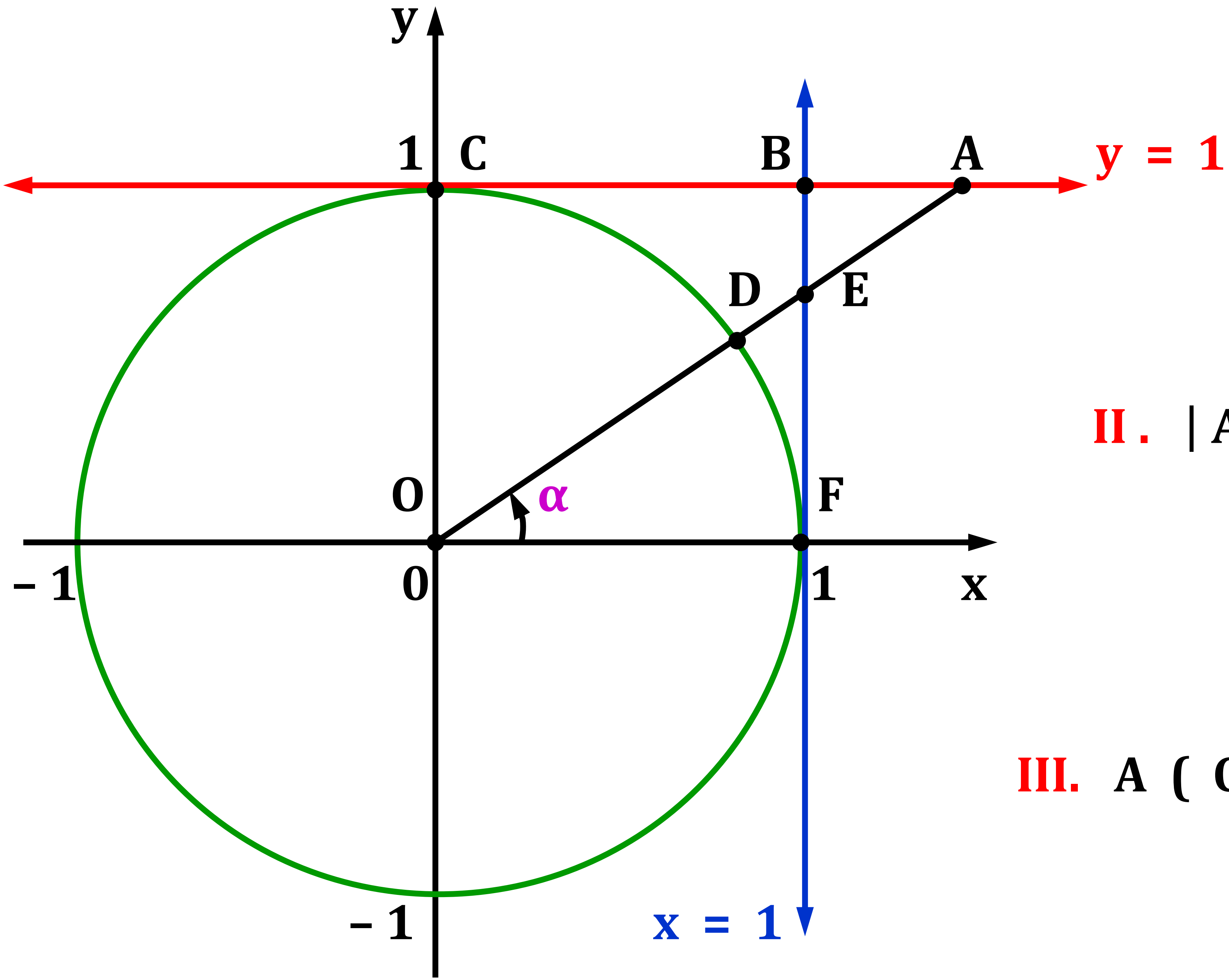
biçiminde tanımlanan fonksiyona da " kotanjant fonksiyonu " denir.

Soru :



O merkezli birim çember ve bu çembere teğet olan $x = 1$ ve $y = 1$ doğruları verilmiştir. Alttaki ifadelerden hangileri doğrudur ?

I. $|AB| = 1 - \cot\alpha$



II. $|AC| > 1$

III. $A(\overset{\triangle}{OEF}) = \dfrac{\tan\alpha}{2}$

Not : **Temel açı ölçülerinin tanjant ve kotanjant değerleri alttaki tabloda verilmiştir.**

x	0° (0π)	90° $\left(\frac{\pi}{2}\right)$	180° (π)	270° $\left(\frac{3\pi}{2}\right)$	360° (2π)
sin x	0	1	0	– 1	0
cos x	1	0	– 1	0	1
tan x	0	Tanımsız	0	Tanımsız	0
cot x	Tanımsız	0	Tanımsız	0	Tanımsız

Soru : $\cot \dfrac{\pi}{2} - \cos 10\pi + \tan 1080° = ?$

Not : $\cos^2\alpha + \sin^2\alpha = 1$

$\cos^2\alpha = 1 - \sin^2\alpha = (1 - \sin\alpha).(1 + \sin\alpha)$

$\sin^2\alpha = 1 - \cos^2\alpha = (1 - \cos\alpha).(1 + \cos\alpha)$

$\tan\alpha = \dfrac{\sin\alpha}{\cos\alpha}$ ve $\cot\alpha = \dfrac{\cos\alpha}{\sin\alpha}$ özelliklerinden yararlanılır.

Soru : $1 - \tan x . \cos x . \sin x = ?$

Soru : $\tan x + \cot x = ?$

Soru : $\left(\dfrac{1}{\sin x} - \cot x \right) \cdot \dfrac{1 + \cos x}{\sin x} = ?$

Soru : $\dfrac{\tan x + 1}{1 + \cot x} = ?$

Soru : $$\frac{1}{\sin^2 x} - \frac{1}{\tan^2 x} = ?$$

Soru : $$\frac{\sin x}{1 - \cot x} + \frac{\cos x}{\tan x - 1} = ?$$

Soru : $$\frac{\cos x}{1 - \sin x} - \frac{\cos x}{1 + \sin x} = ?$$

Soru : $\tan x + \cot x = 4$ olduğuna göre $\tan^2 x + \cot^2 x = ?$

Soru : Tanımlı olduğu aralıkta $\dfrac{2\cos x - \sin x}{\sin x + \cos x} = \dfrac{1}{3}$ ise

$\tan x = ?$ (İçler - dışlar çarpımı yapılır. Eşitliğin bir tarafına sinüsleri diğer tarafa da kosinüsleri atarız. İsteneni bulmak için eşitliği uygun terime böleriz.)

Soru : Tanımlı olduğu aralıkta

$$\frac{4\sin x + 3\cos x}{5} = \frac{-\sin x + \cos x}{2} \quad \text{ise } \tan x = ?$$

Soru : **Tanımlı olduğu aralıkta** $\dfrac{-3\cos x + \sin x}{2\sin x + \cos x} = \dfrac{3}{2}$ **ise**

$\cot x = ?$

Soru : $\sin^2 x - 3\sin x \cdot \cos x - 4\cos^2 x = 0$ ise $\tan x = ?$

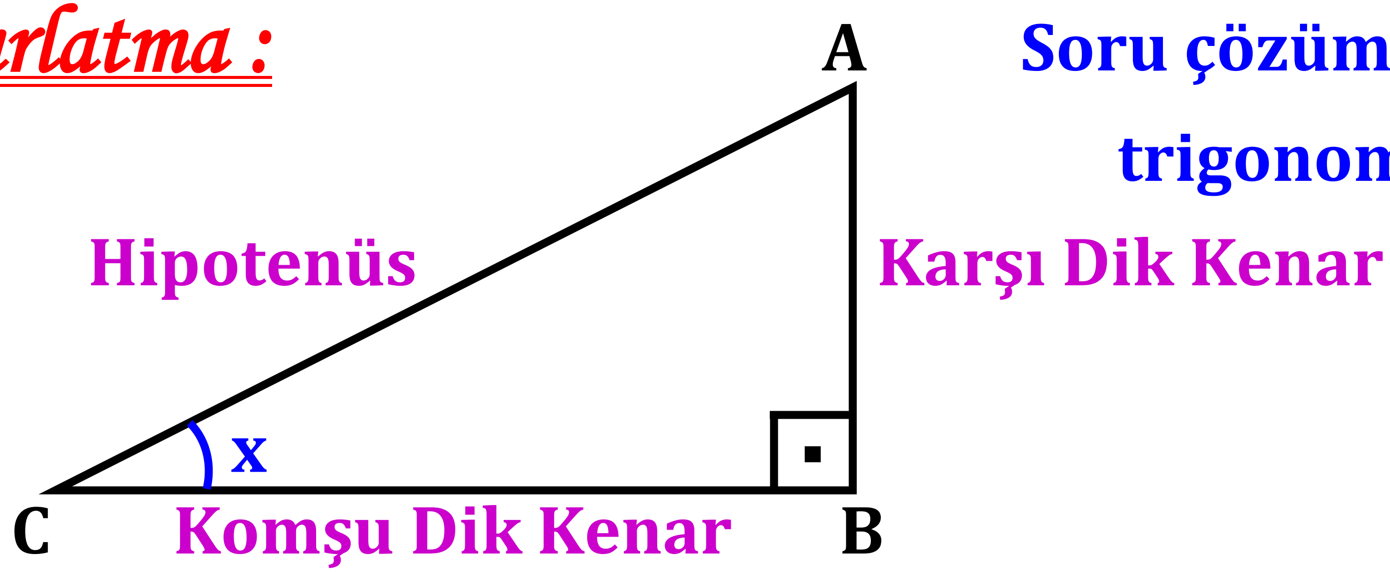
(Verilen ifade çarpanlarına ayrılır. Çarpanlar sıfıra eşitlenir ve çözümden tan x elde edilmeye çalışılır.)

$$\sin^2 x - 3\sin x \cdot \cos x - 4\cos^2 x = 0$$

Soru : $\sin^2 x - 8 \sin x . \cos x + 12 \cos^2 x = 0$ ise $\cot x = ?$

Soru : $2\sin^2 x + \sin x \, . \cos x - 3\cos^2 x = 0$ ise $\tan x = ?$

Hatırlatma :



Soru çözümlerinde dar açıların trigonometrik oranlarından faydalanılır.

$$\sin x = \frac{\text{Karşı Dik Kenar}}{\text{Hipotenüs}} \quad , \quad \cos x = \frac{\text{Komşu Dik Kenar}}{\text{Hipotenüs}}$$

$$\tan x = \frac{\text{Karşı Dik Kenar}}{\text{Komşu Dik Kenar}} \quad , \quad \cot x = \frac{\text{Komşu Dik Kenar}}{\text{Karşı Dik Kenar}}$$

Soru : **Açının bulunduğu bölge dikkate alınmadan** $\sin x = \dfrac{5}{13}$ **ise** $\tan^2 x = ?$

Soru : **Açının bulunduğu bölge dikkate alınmadan** $\cos x = \dfrac{3}{5}$ **ise**

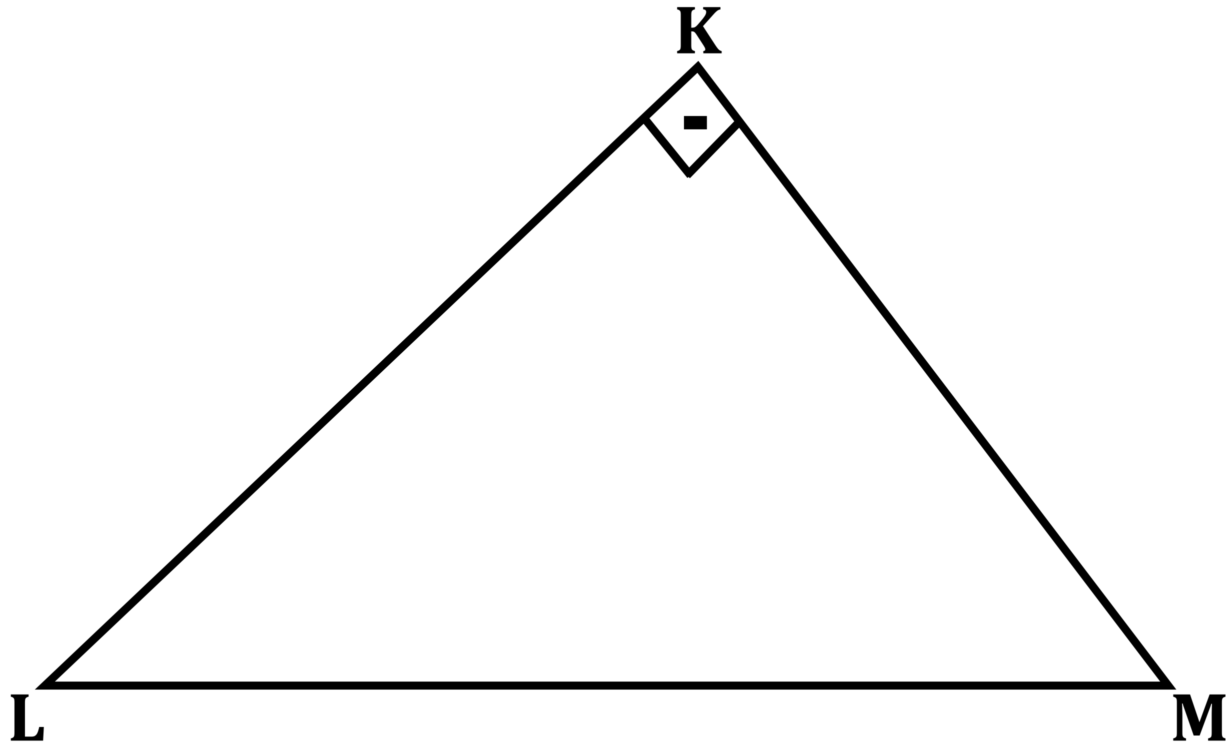
$\tan x + \cot x = ?$

Soru : **Açının bulunduğu bölge dikkate alınmadan $\tan x = \dfrac{5}{8}$ ise $\sin x \cdot \cos x = ?$**

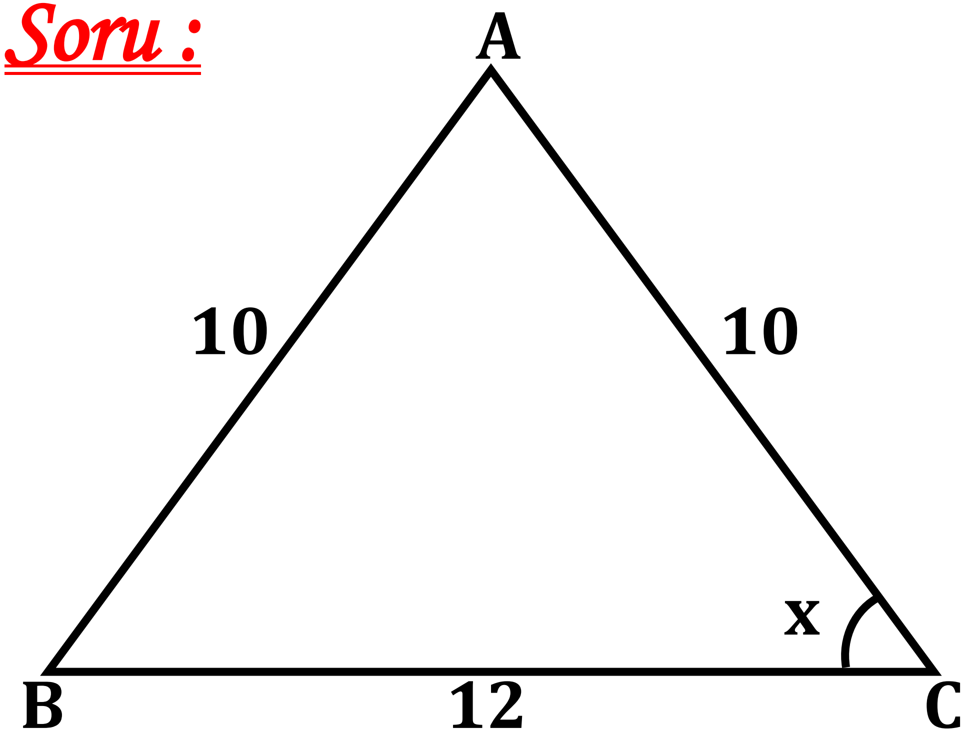
Soru :

$\tan \widehat{M} = \dfrac{7}{5}$ ise

$\sin \widehat{L} = ?$

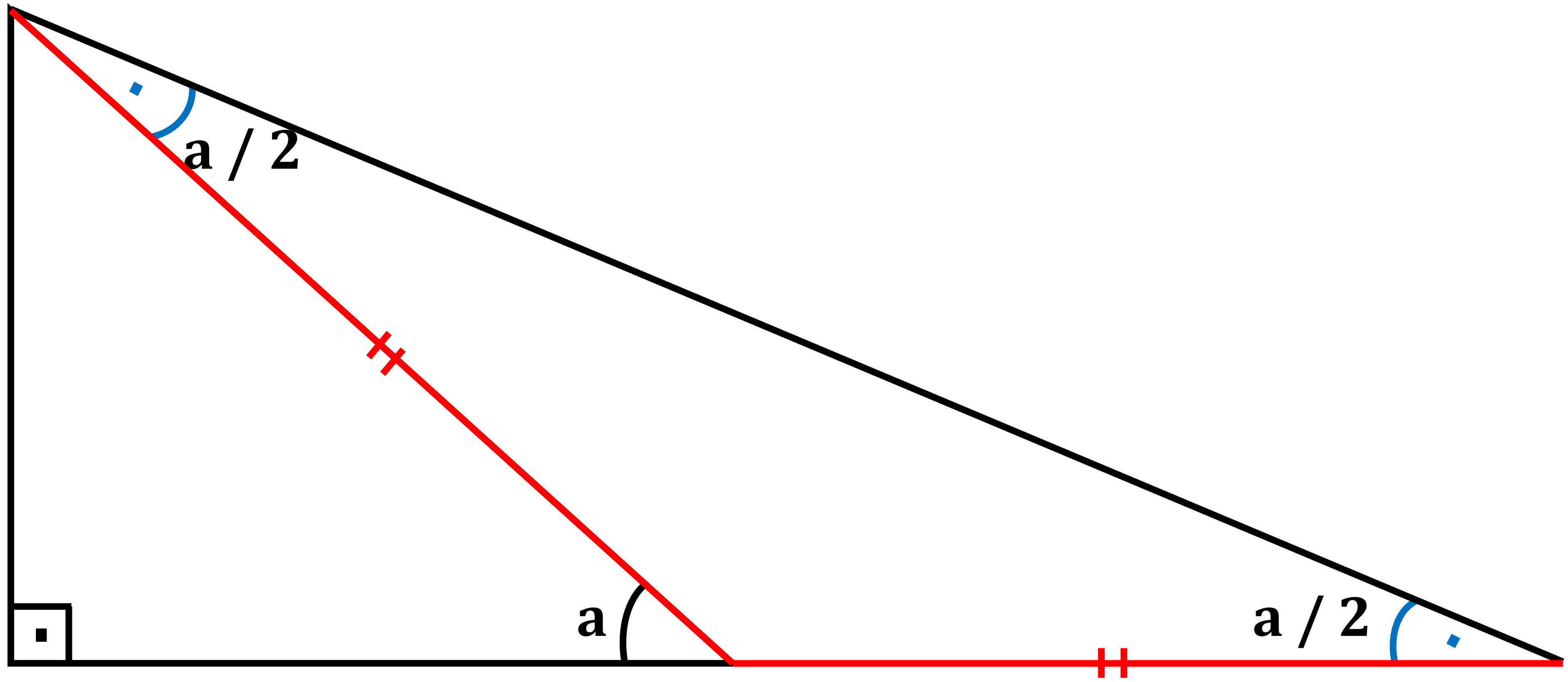


Soru :

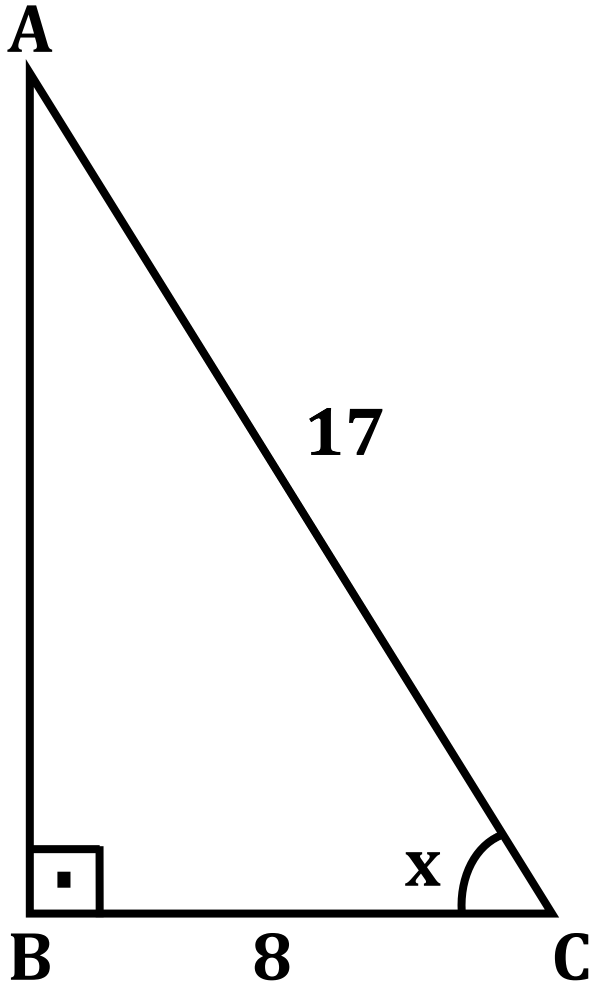


ABC üçgeninde $\sin x + \cot x = ?$

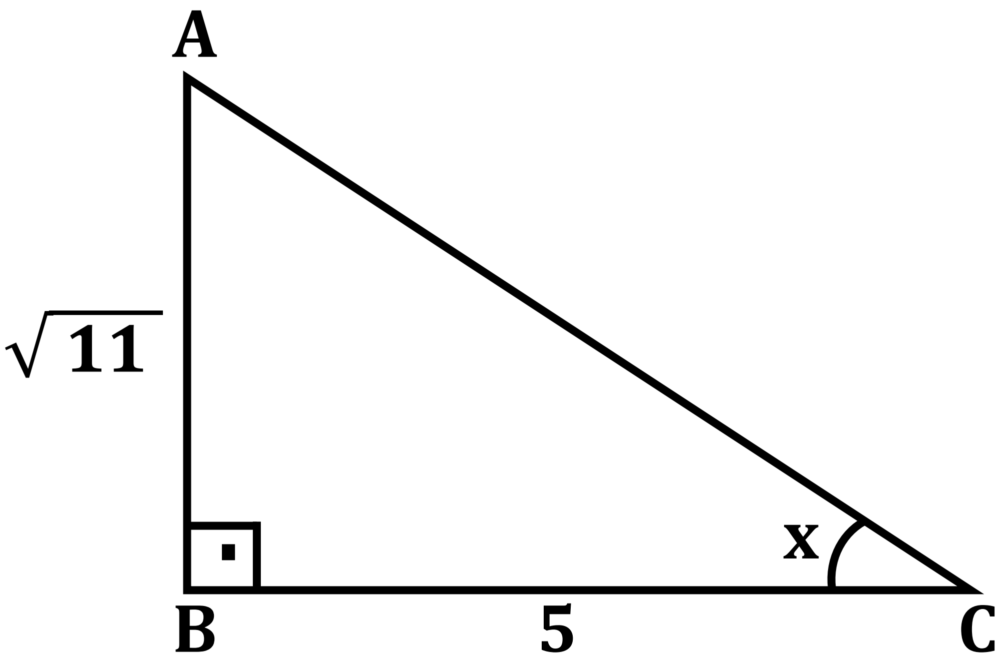
Not : **a açısının yan tarafına, iki açısının toplamı a 'yı veren bir ikizkenar üçgen çizilir. Büyük üçgenden istenen bulunur.**



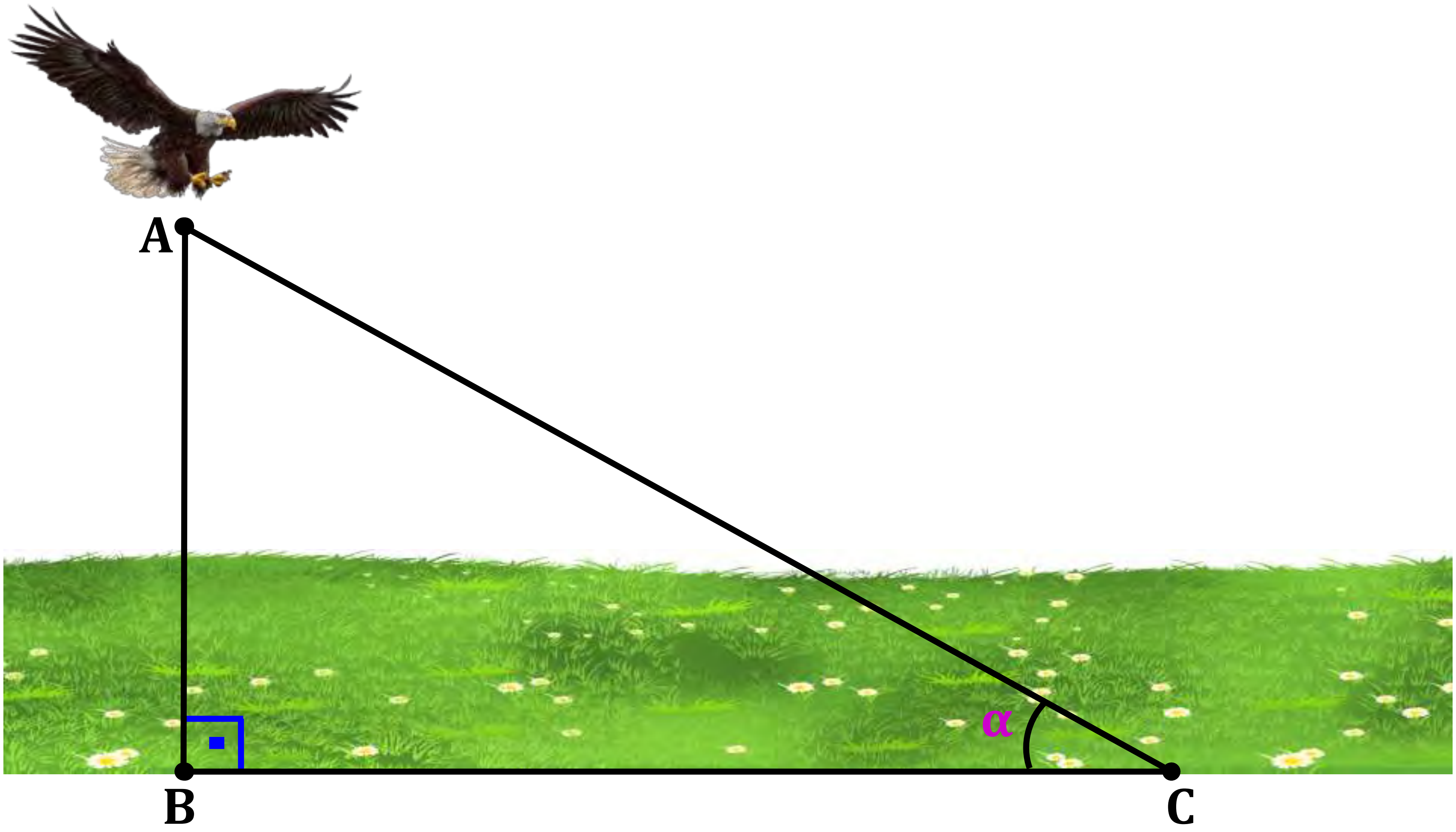
Soru : **Alttaki üçgende verilen elemanlara göre** $\tan\left(\frac{x}{2}\right) = ?$

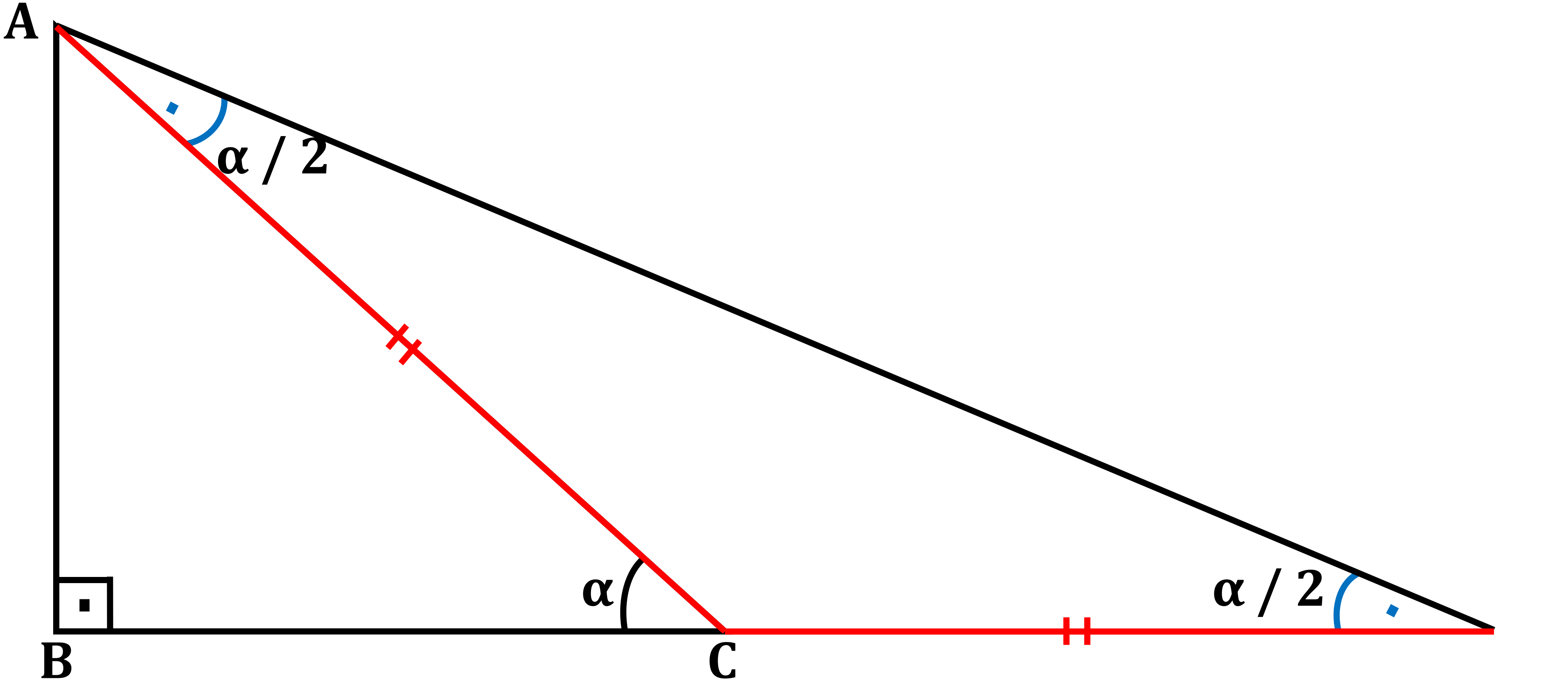


Soru : **ABC üçgeni için** $\cot\left(\frac{x}{2}\right) + \cot x = ?$

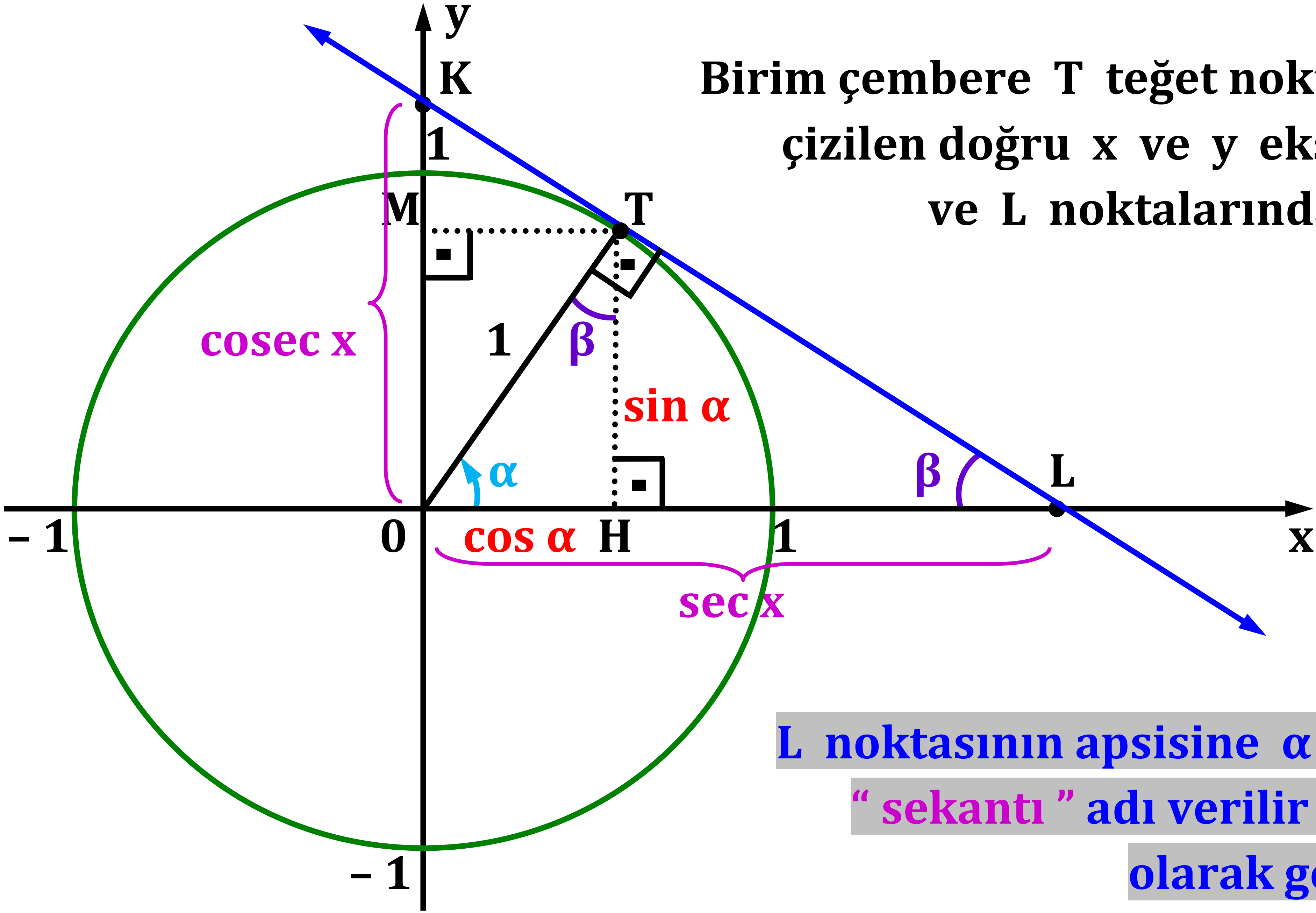


Soru : **Kartalın düz bir zeminde yerden yüksekliği $|AB| = 900$ m 'dir. Kartalın C noktasına olan uzaklığı 1500 m ise** $\tan\left(\dfrac{\alpha}{2}\right) = ?$




A
α / 2
α
α / 2
B
C

Sekant ve Kosekant Fonksiyonları



Birim çembere T teğet noktasından çizilen doğru x ve y eksenini K ve L noktalarında kessin.

L noktasının apsisine α açısının " sekantı " adı verilir ve sec α olarak gösterilir.

M noktasının ordinatına da α açısının " kosekantı " adı verilir. cosec α olarak gösterilir.

1) OTH ve OLT benzer üçgenlerden;

$$\frac{\overset{90^\circ}{\downarrow}\ 1}{\sec\alpha} = \frac{\overset{\beta}{\downarrow}\ \cos\alpha}{1} \longrightarrow \sec\alpha \,.\, \cos\alpha = 1$$

olur. sec α yalnız bıraklırsa

$$\sec\alpha = \frac{1}{\cos\alpha}$$

olarak bulunur. $\cos\alpha \neq 0$ olmalıdır. Yani $\alpha = 90^\circ + k\,.\,180^\circ \ (k \in \mathbb{Z})$ olamaz.

2) OTM ve OKT benzer üçgenlerden ilk kısımdaki benzer çözüm mantığı ile

$$\mathrm{cosec}\,\alpha = \frac{1}{\sin\alpha}$$

olarak bulunur. $\sin\alpha \neq 0$ olmalıdır. Yani $\alpha = 0^\circ + k\,.\,180^\circ = k\,.\,180^\circ \ (k \in \mathbb{Z})$ olamaz.

Not : $\cos^2\alpha + \sin^2\alpha = 1$

$\cos^2\alpha = 1 - \sin^2\alpha = (1 - \sin\alpha) \,.\, (1 + \sin\alpha)$

$\sin^2\alpha = 1 - \cos^2\alpha = (1 - \cos\alpha) \,.\, (1 + \cos\alpha)$

$\tan\alpha = \dfrac{\sin\alpha}{\cos\alpha}$, $\cot\alpha = \dfrac{\cos\alpha}{\sin\alpha}$ özelliklerinden yararlanılır.

Soru : $\tan x \,.\, \text{cosec}\, x = ?$

Soru : **Tanımlı olduğu aralıkta $\tan^2\alpha + 1$ toplamının sonucunu bulunuz.**

Soru : **Tanımlı olduğu aralıkta** $\mathbf{cosec^2 x - cot^2 x - 1 = ?}$

Soru : **Tanımlı olduğu aralıkta** $\dfrac{\tan x + \cot x}{\sec x \,.\, \operatorname{cosec} x} = ?$

Soru : **Tanımlı olduğu aralıkta** $\tan x + \dfrac{\cos x}{1 + \sin x} = ?$

Soru : **Tanımlı olduğu aralıkta** $\dfrac{\sin x}{\operatorname{cosec} x - \cot x} = ?$

Soru : Tanımlı olduğu aralıkta

$$\left(\frac{\cos x}{1 + \sin x} + \frac{1 + \sin x}{\cos x} \right) . \frac{1}{\sec x} = ?$$

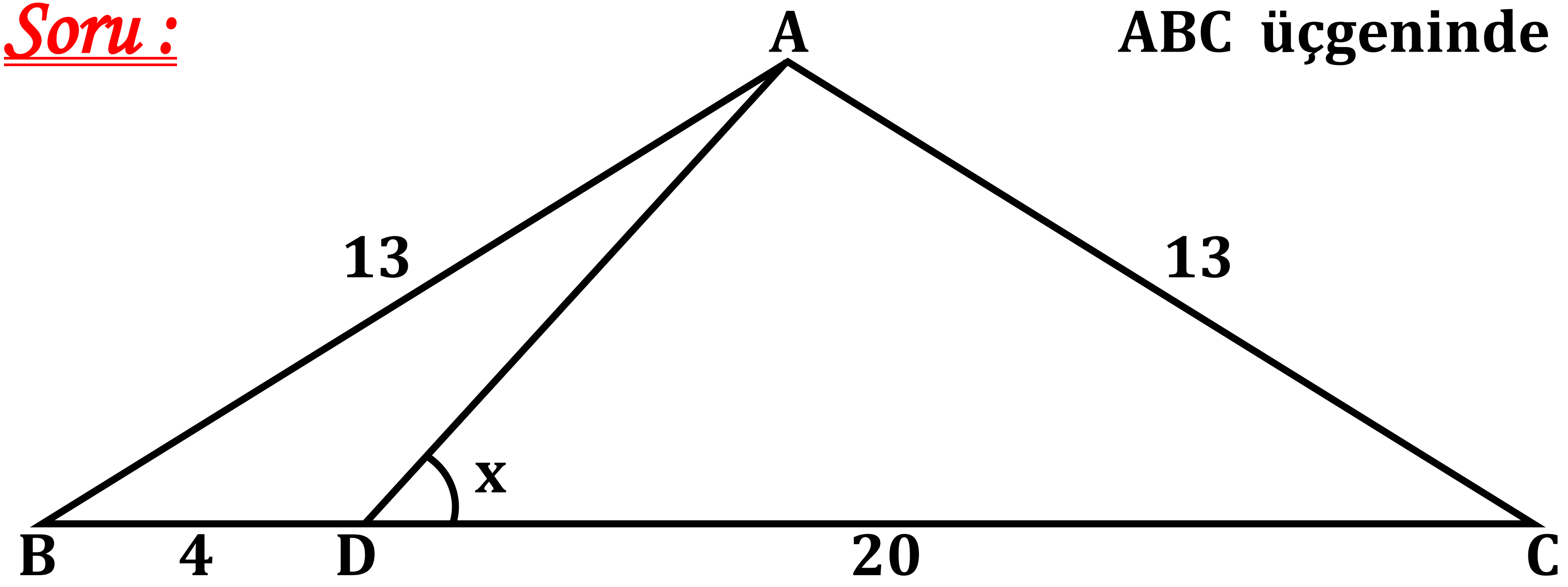
Soru : **Tanımlı olduğu aralıkta**

$$\cos^2 x \;+\; 5\sin x\,.\,\frac{1}{\sec x} \;-\; 24\,.\,\frac{1}{\operatorname{cosec}^2 x} \;=\; 0$$ **ise** $\cot x = ?$ **(Çarpanlarına ayrılarak çözülen denklemlerdeki gibi çözüm yapılır.)**

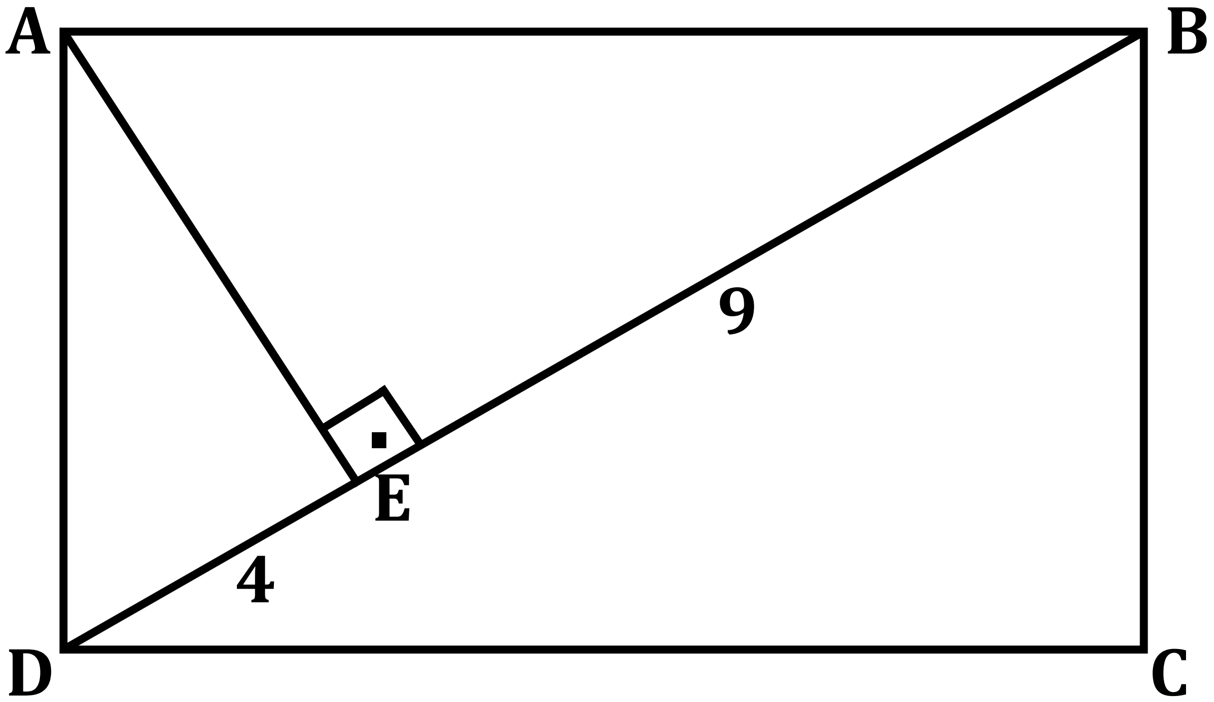
Soru : **Açının bulunduğu bölge dikkate alınmadan $\sin x = 0{,}6$ ise $\tan x \, . \, \sec x = ?$** **(Dar açıların trigonometrik oranlarından çözüm yapılır.)**

Soru :

ABC üçgeninde $\text{cosec}\, x = ?$



Soru : ABCD dikdörtgeninde $\sec(\widehat{DAE}) = ?$



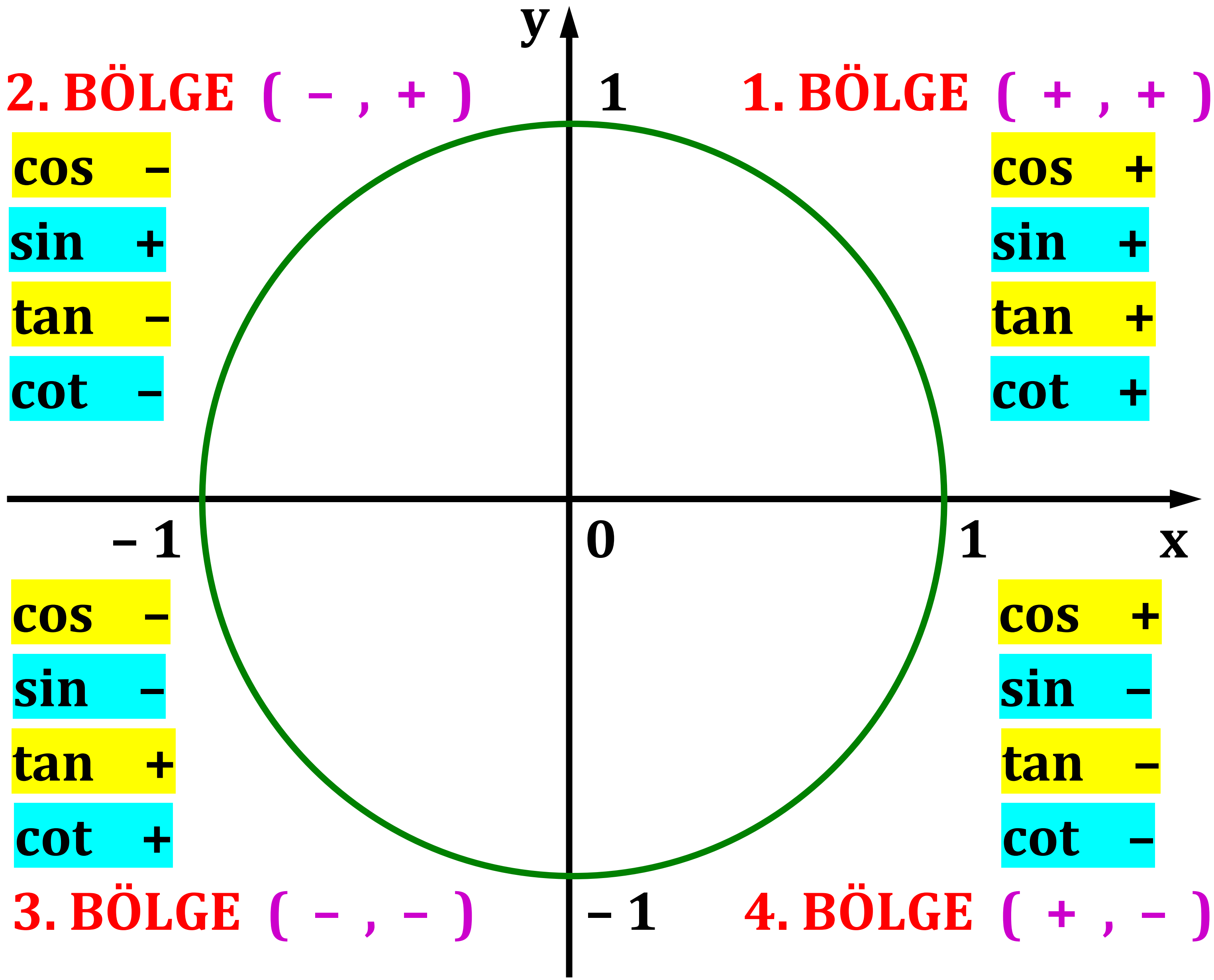
Soru : Açının bulunduğu bölge dikkate alınmadan $\sec x = \frac{5}{2}$ ise ;

A) $\tan x = ?$

B) $\operatorname{cosec}\left(\frac{x}{2}\right) = ?$

Trigonometrik Fonksiyonların İşaretleri

Birim çember üzerindeki her- hangi bir P (x , y) noktası P (cos α , sin α) ile gösterilirdi. P ’nin bulunduğu bölgeye göre x ve y ’nin işaretleri değiştiği için sinüs ve kosinüs değerlerinin de işaretleri değişir.



Soru : **$\cos 263°$, $\sin 67°$, $-\tan 93°$ ve $\cot 315°$ değerlerinin işaretlerini bulunuz.**

Soru : **$\sin 145^\circ$, $\tan 780^\circ$, $\cos 255^\circ$ ve $-\cot \dfrac{11\pi}{3}$ değerlerinin işaretlerini bulunuz.**

Soru : **tan (– 550°) , sin 335°, – cos $\frac{\pi}{4}$ ve cot $\frac{33\pi}{8}$ değerlerinin işaretlerini bulunuz.**

Soru : $x \in (25^\circ, 35^\circ)$ ise $\sin(4x)$, $\tan(2x)$ ve $\cos(-x)$ değerlerinin bulunduğu bölgeleri söyleyiniz.

Not : Dar açının trigonometrik oranları konusunu daha önce hatırlatmıştık. Bu kısımda da açının bölgesine göre istenen değer bulunur ve işaret kontrolü yapılır. Verilen trigonometrik değer üçgene uyarlanırken uzunluklar negatif alınmaz.

Soru : $x \in (90^\circ, 180^\circ)$ ve $\tan x = -\dfrac{4}{3}$ ise $\sin x + \cot x = ?$

Soru : $x \in (180^\circ, 270^\circ)$ ve $\cot x = \dfrac{2}{5}$ ise $\sin x \cdot \cos x = ?$

Soru : $x \in (0, \pi/2)$ ve $\sin x = \dfrac{5}{\sqrt{34}}$ ise $\tan x \,.\, \sec x = ?$

Soru : $x \in (3\pi/2\ ,\ 2\pi)$ ve $\dfrac{\sin x - \cos x}{\cos x + 3\sin x} = \dfrac{1}{2}$ ise

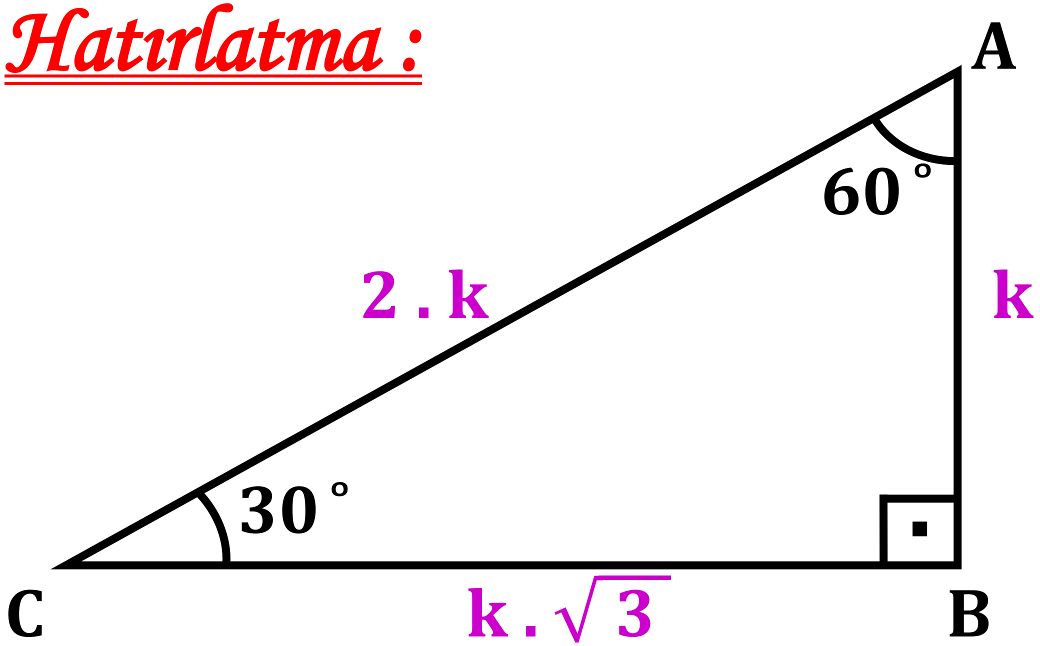
$\operatorname{cosec} x = ?$

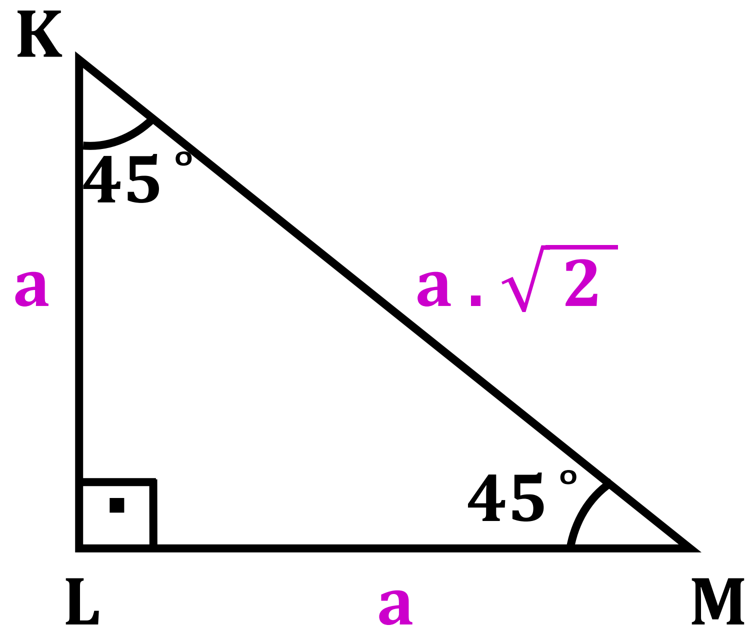
Soru : $x \in (\pi, 3\pi/2)$ ve $\tan^2 x - 4\tan x - 12 = 0$ ise;

A) $\tan x = ?$

B) $\sin x = ?$

Hatırlatma :





$$\sin 30^\circ = \frac{k}{2.k} = \frac{1}{2}$$

$$\cos 30^\circ = \frac{k.\sqrt{3}}{2.k} = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\tan 30^\circ = \frac{k}{k.\sqrt{3}} = \frac{1}{\sqrt{3}}$$

$$\cot 30^\circ = \frac{k.\sqrt{3}}{k} = \sqrt{3}$$

$$\sin 45^\circ = \frac{a}{a.\sqrt{2}} = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$\cos 45^\circ = \frac{a}{a.\sqrt{2}} = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$\tan 45^\circ = \frac{a}{a} = 1$$

$$\cot 45^\circ = \frac{a}{a} = 1$$

$\sin 60^\circ = \dfrac{k.\sqrt{3}}{2.k} = \dfrac{\sqrt{3}}{2}$

$\cos 60^\circ = \dfrac{k}{2.k} = \dfrac{1}{2}$

$\tan 60^\circ = \dfrac{k.\sqrt{3}}{2.k} = \sqrt{3}$

$\cot 60^\circ = \dfrac{k}{k.\sqrt{3}} = \dfrac{1}{\sqrt{3}}$

x	30°	45°	60°
sin x	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{\sqrt{2}}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$
cos x	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{1}{\sqrt{2}}$	$\frac{1}{2}$
tan x	$\frac{1}{\sqrt{3}}$	1	$\sqrt{3}$
cot x	$\sqrt{3}$	1	$\frac{1}{\sqrt{3}}$

Not : **Tablodaki değerler mutlaka öğrenmelidir. Bu değerleri ezberlemek yerine <u>özel dik üçgenleri</u> kullanmak daha faydalıdır.**

Soru : $\sin^4 60^\circ + \tan 45^\circ = ?$

Soru : $\tan 30^\circ \,.\, \cot 780^\circ + \sin 45^\circ \,.\, \cos 45^\circ = \,?$

Soru : $\cot \frac{17\pi}{4} - \sin 180^\circ + \cos^2 \frac{\pi}{3} = ?$

Soru : $\sin(-1740^\circ) + \sqrt{3}\cot\dfrac{\pi}{6} - 3\tan 405^\circ = ?$

Soru :

$$\frac{2\cos 750^\circ + \tan(\pi/3)}{\sin^2 45^\circ + \cos^2 3645^\circ + \cos 0^\circ} = ?$$

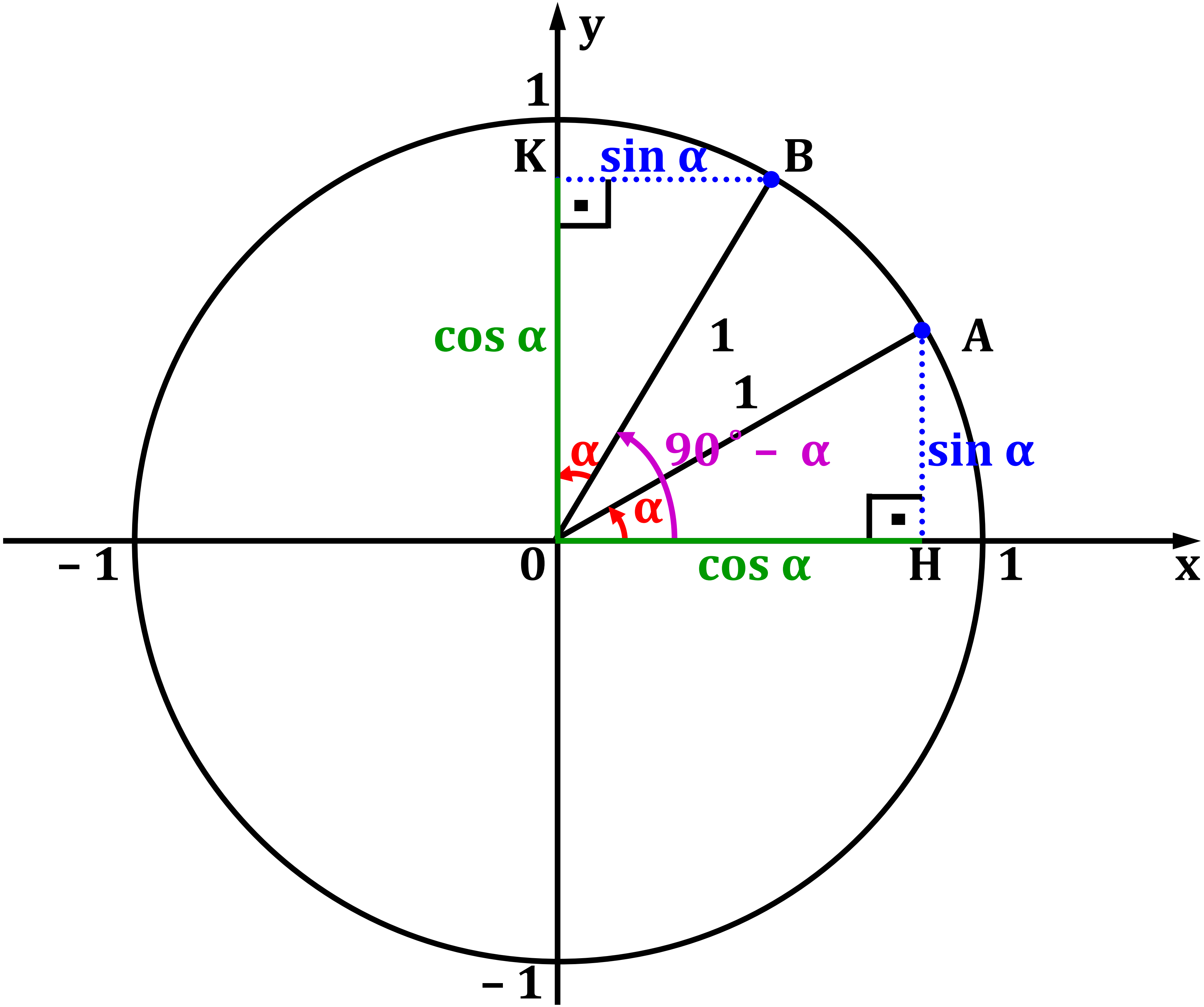
Bir Açının Trigonometrik Değerlerinin Dar Açı Cinsinden Yazılması

Kural 1: **Analitik düzlemin birinci bölgesinde olan açılar, α bir dar açının ölçüsü olmak üzere $90^\circ - \alpha$ biçiminde ifade edilebilir. Diğer sayfadaki birim çember incelendiğinde; ölçüsü α olan açının bitiş noktası A , ölçüsü $90^\circ - \alpha$ olan açının bitiş noktası C olur. Açı Kenar Açı eşlik kuralından AOH ile BOK üçgeni eş üçgenlerdir. A (cos α , sin α) ise C (sin α , cos α) olarak bulunur.**

$$\sin(90^\circ - \alpha) = \cos\alpha \qquad \cos(90^\circ - \alpha) = \sin\alpha$$

$$\tan(90^\circ - \alpha) = \cot\alpha \qquad \cot(90^\circ - \alpha) = \tan\alpha$$

olarak bulunur.


y
1
K
sin α
B
cos α
1
A
1
α
90° – α
sin α
α
– 1
0
cos α
H
1
x
– 1

Not : İki açının ölçüleri toplamı 90° olduğunda bu açılardan birinin sinüs, kosinüs, tanjant ve kotanjant değerleri diğer açının sırasıyla kosinüs, sinüs, kotanjant ve tanjant değerlerine eşittir.

$\sin 30^\circ = \cos 60^\circ$ $\quad$ $\sin 45^\circ = \cos 45^\circ$ $\quad$ $\sin 60^\circ = \cos 30^\circ$

$\tan 30^\circ = \cot 60^\circ$ $\quad$ $\tan 45^\circ = \cot 45^\circ$ $\quad$ $\tan 60^\circ = \cot 30^\circ$

olduğu daha önceki tablodan da görülebilir. Buna göre örneğin,

$\sin 20^\circ = \cos 70^\circ$ ve $\cot 5^\circ = \tan 85^\circ$ olarak alınabilir.

Kural 2: Önceki kuraldakine benzer bir birim çember çizilip incelendiğinde ölçüsü; $90^\circ + \alpha$, $270^\circ - \alpha$ ve $270^\circ + \alpha$ olan açıların trigonometrik değerleri aşağıdaki gibi bulunur.

$\sin(90^\circ + \alpha) = \cos\alpha$ $\qquad$ $\cos(90^\circ + \alpha) = -\sin\alpha$

$\tan(90^\circ + \alpha) = -\cot\alpha$ $\qquad$ $\cot(90^\circ + \alpha) = -\tan\alpha$

$$\sin(270^\circ - \alpha) = -\cos\alpha \qquad \cos(270^\circ - \alpha) = -\sin\alpha$$

$$\tan(270^\circ - \alpha) = \cot\alpha \qquad \cot(270^\circ - \alpha) = \tan\alpha$$

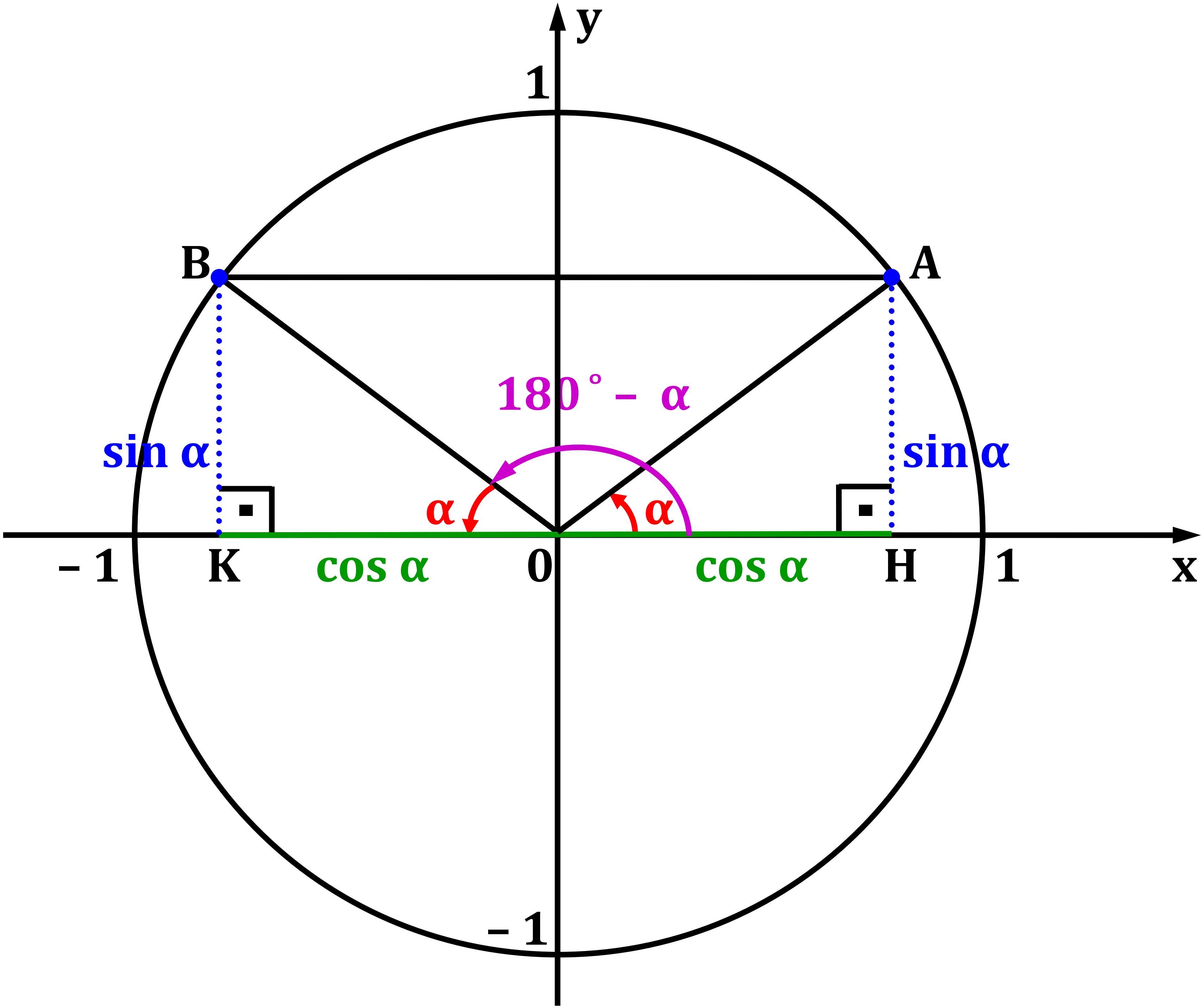
$$\sin(270^\circ + \alpha) = -\cos\alpha \qquad \cos(270^\circ + \alpha) = \sin\alpha$$

$$\tan(270^\circ + \alpha) = -\cot\alpha \qquad \cot(270^\circ + \alpha) = -\tan\alpha$$

olarak bulunur.

****** Kısayol :*** **90° ve 270°'ye göre trigonometrik ifadelerin sonuçlarında sinüs yerine kosinüs, kosinüs yerine sinüs, tanjant yerine kotanjan ve kotanjant yerine tanjant alınır. Açının bulunduğu bölgeye göre de trigonometrik fonksiyonların işareti sonuca uygulanır.**

Kural 3:



Önceki sayfadaki birim çemberde görüldüğü gibi; ölçüsü α olan açının bitiş kenarının birim çemberi kestiği nokta A, $180^\circ - \alpha$ olan açının bitiş kenarının birim çemberi kestiği nokta ise B olsun.

Çembere bakılırsa A ($\cos\alpha$, $\sin\alpha$) iken B ($-\cos\alpha$, $\sin\alpha$) olduğu görülür.

$\sin(180^\circ - \alpha) = \sin\alpha$ $\cos(180^\circ - \alpha) = -\cos\alpha$

$\tan(180^\circ - \alpha) = -\tan\alpha$ $\cot(180^\circ - \alpha) = -\cot\alpha$

olarak bulunur.

Kural 4: **Önceki kuraldakine benzer bir birim çember çizilip incelendiğinde ölçüsü; $180^\circ + \alpha$ ve $360^\circ - \alpha$ olan açıların trigonometrik değerleri aşağıdaki gibi bulunur.**

$\sin(180^\circ + \alpha) = -\sin\alpha$ $\cos(180^\circ + \alpha) = -\cos\alpha$

$\tan(180^\circ + \alpha) = \tan\alpha$ $\cot(180^\circ + \alpha) = \cot\alpha$

$\sin(360^\circ - \alpha) = -\sin\alpha$ $\cos(360^\circ - \alpha) = \cos\alpha$

$\tan(360^\circ - \alpha) = -\tan\alpha$ $\cot(360^\circ - \alpha) = -\cot\alpha$

olarak bulunur.

***Kısayol : 180° ve 360°'ye göre trigonometrik ifadelerin yazımında değişiklik olmaz. Açının bulunduğu bölgeye göre de trigonometrik fonksiyonların işareti sonuca uygulanır.

*** Soru çözümlerinde verilen açıyı; $90^\circ - \alpha$, $90^\circ + \alpha$, $180^\circ - \alpha$, $180^\circ + \alpha$, $270^\circ - \alpha$, $270^\circ + \alpha$ ve $360^\circ - \alpha$ ifadelerinden uygun olanını seçerek bulmak mümkündür.

Örneğin $\cos 212^\circ$ değerini inceleyelim.

$$\cos 212^\circ = \cos(180^\circ + 32^\circ) = -\cos 32^\circ$$

$$\cos 212^\circ = \cos(270^\circ - 58^\circ) = -\sin 58^\circ = -\cos 32^\circ$$ **olur.**

Soru : **Ölçüsü 120° olan açının trigonometrik değerlerini (sinüs, kosinüs, tanjant , kotanjant) bulunuz.**

Soru : **Ölçüsü 225° olan açının trigonometrik değerlerini (sinüs, kosinüs, tanjant , kotanjant) bulunuz.**

Soru : $\sin 315^\circ \,.\, \cos 135^\circ = \ ?$

Soru : $\tan^2 330^\circ + \sin 150^\circ = ?$

Soru : $\sin 120^\circ + \tan 225^\circ - \cos 150^\circ = ?$

Soru : $-\cot 135^\circ + \cos\dfrac{2\pi}{3} + \tan\dfrac{3\pi}{4} = \ ?$

Soru : $\tan 1200^{\circ} + \cot \dfrac{43\pi}{6} = ?$

Soru :

$$\frac{\sin 300^\circ - \cos(11\pi/6)}{\cos(-1020^\circ) + \cot 315^\circ} = ?$$

Soru : x bir dar açı olmak üzere, $\sin(90^\circ + x) \cdot \tan x = ?$

(Açıyı bilmediğimiz için sonuçlar; trigonometrik fonksiyon da olabilir, sayı da olabilir.)

Soru : x bir dar açı olmak üzere,

$$\sin\left(\frac{3\pi}{2} + x\right) + \cos\left(180^\circ - x\right) = ?$$

Soru : x bir dar açı olmak üzere,

$$\frac{\sin(270^\circ - x) \, . \, \cos(\pi + x)}{1 - \sin^2(\pi - x)} = ?$$

Soru : x bir dar açı olmak üzere,

$$\sin(90^\circ + x) + \sin\left(\frac{95\pi}{2} - x\right) = ?$$

Soru : x bir dar açı olmak üzere,

$$\tan(15\pi + x)\ 5 - \cot\left(\frac{41\pi}{2} + x\right) = ?$$

Soru : x bir dar açı olmak üzere,

$$\frac{\sin\left(11\pi/2 + x\right) - \cos\left(9\pi + x\right)}{\sin\left(180^\circ - x\right) + \cos\left(2250^\circ - x\right)} = ?$$

Soru : $\dfrac{\sin 72^\circ \, . \, \tan 31^\circ}{\cot 59^\circ \, . \, \cos 18^\circ} = \, ?$ **(Açıların trigonometrik değerleri-ni bilmemiz mümkün değildir. Açılar arasındaki ilişkiyi görmemiz gerekir.)**

Soru :

$$\frac{\sin 51^\circ \,.\, \cos 77^\circ}{\sin 129^\circ \,.\, \sin 193^\circ} = ?$$

Soru :

$$\frac{\sin 264^\circ \,.\, \tan 73^\circ}{\tan 253^\circ \,.\, \sin 6^\circ} = \,?$$

Soru :

$$\frac{\cos 40^\circ \, . \; \cot 20^\circ \, . \; \sin 335^\circ}{\tan 110^\circ \, . \; \cos 205^\circ \, . \; \cos 320^\circ} = \ ?$$

Soru : $\sin^2 36^\circ \cdot \text{cosec}\,\dfrac{31\pi}{5} \cdot \tan 54^\circ = ?$

Soru : $\tan 1^\circ \,.\, \tan 2^\circ \,.\, \tan 3^\circ \,.\,.\,.\, \tan 87^\circ \,.\, \tan 88^\circ \,.\, \tan 89^\circ = ?$

Soru : $\sin^2 1^\circ + \sin^2 2^\circ + \sin^2 3^\circ + \ldots + \sin^2 87^\circ + \sin^2 88^\circ + \sin^2 89^\circ = ?$

Soru : $8x = 90^\circ$ ise $\dfrac{\cos(3x)}{\sin(5x) \cdot \sin(2x)} = ?$ **(Toplamları 90° olan trigonometrik değerlerden birisi diğer tür cinsine çevirerek işlemin sonucu bulunur. x 'in değerini bulup yerine yazmak çözümü zorlaştırır.)**

Soru : $7x = 270^\circ$ ise $\dfrac{\cos(5x)\,.\,\tan x}{\cot(6x)\,.\,\sin(2x)} = ?$

Soru : $11x = \pi$ ise $\dfrac{\tan(8x).\cos(5x)}{\cos(6x).\tan(3x)} = ?$

Soru : $a + b = 90^\circ$ ise $\dfrac{\sin(3a + 2b)}{\cos(4a + 5b)} = ?$ **(Gruplardaki fazlalık ayrılır ve kurallar uygulanır.)**

Soru : $a - b = 45^\circ$ ise $\dfrac{\sin(6a - 7b)}{\cos(5a - 4b)} = ?$

Soru : **$\tan 10^\circ = k$ ise $\sin 350^\circ = ?$** **(Tanjant değeri dik üçgene uyarlanır ve istenen k türünden bulunur.)**

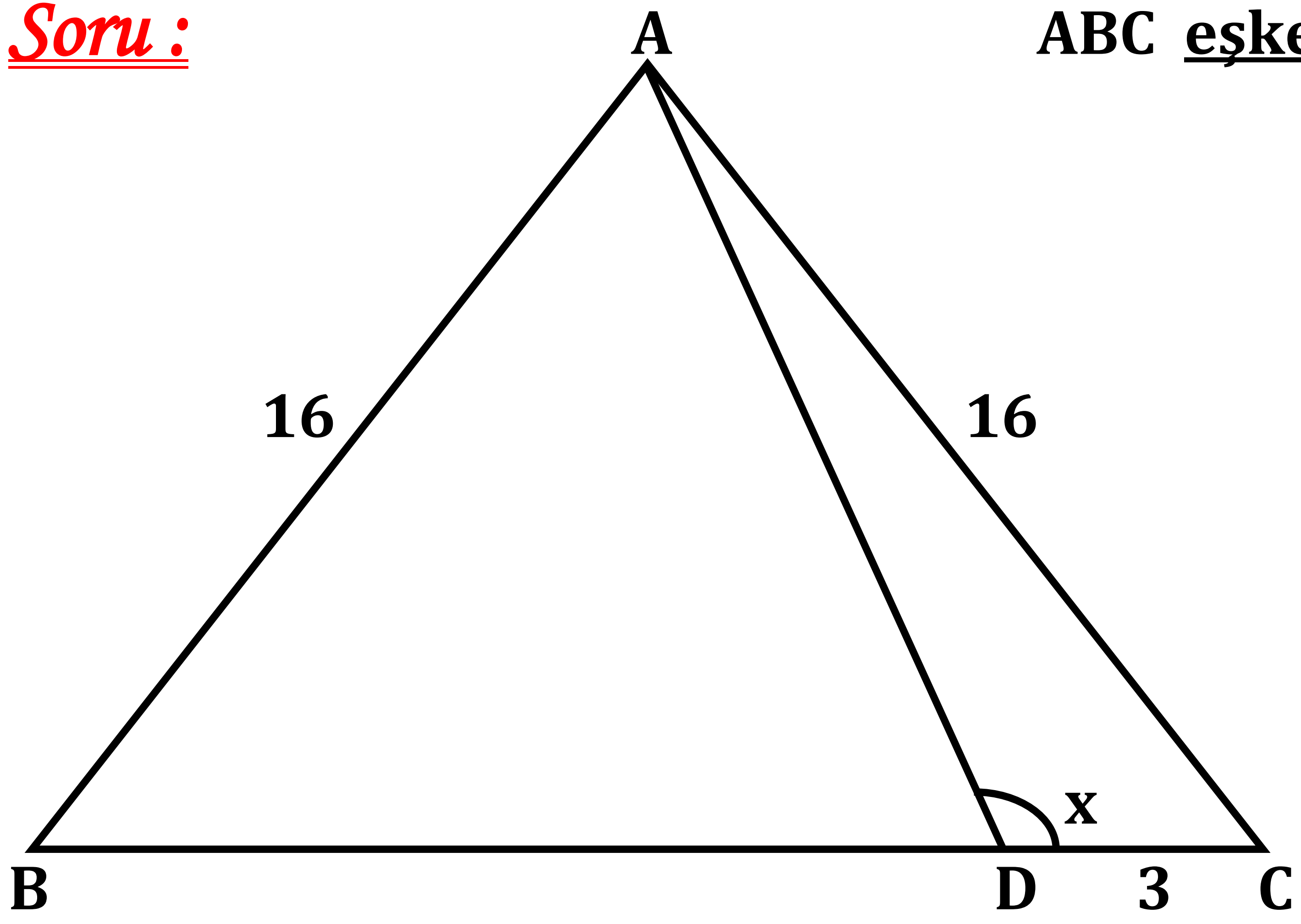
Soru : $\cot 70^\circ = \dfrac{2}{m}$ ise $\cos 110^\circ = ?$ (m türünden)

Soru : $\sin 55^\circ = t$ ise $\cos 305^\circ = ?$ (t türünden)

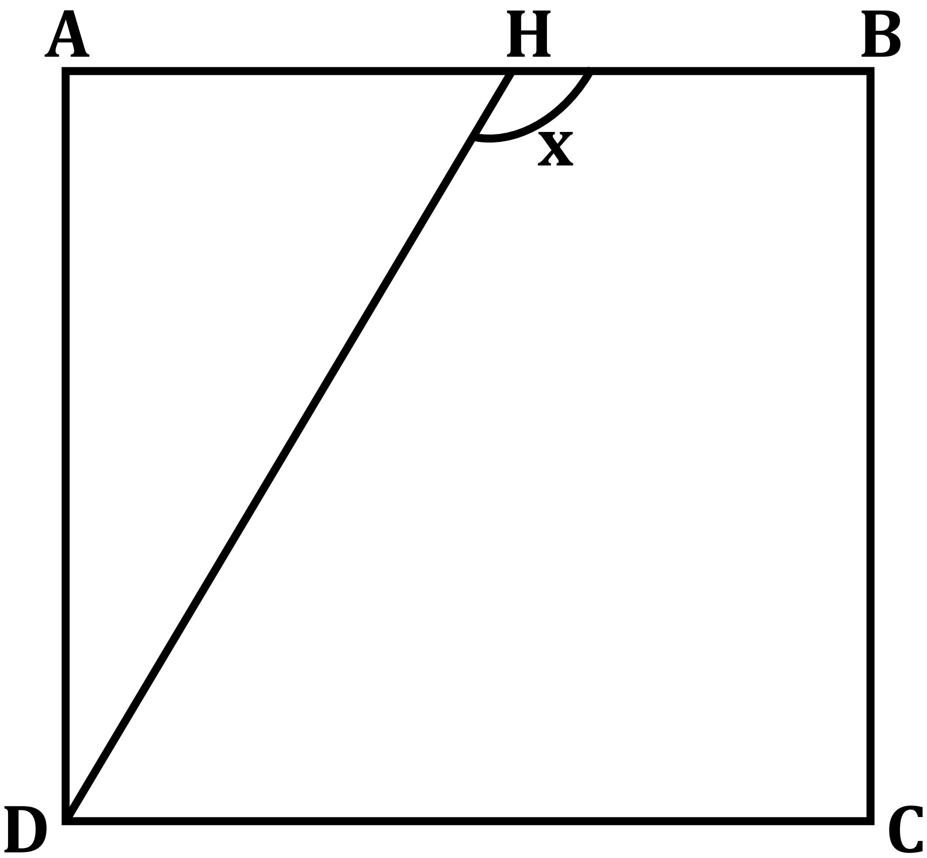
Soru : $\cos 10^\circ = k$ ise $\dfrac{2\cos 190^\circ}{\sin 170^\circ + \cos 280^\circ} = ?$ (k türünden)

Not : **Üçgen sorularında verilen geniş açının değil, komşu bütünlerinin bulunduğu dik üçgenden çözüm üretilir.**

Soru : **ABC <u>eşkenar üçgen</u> ise tan x = ?**



Soru :

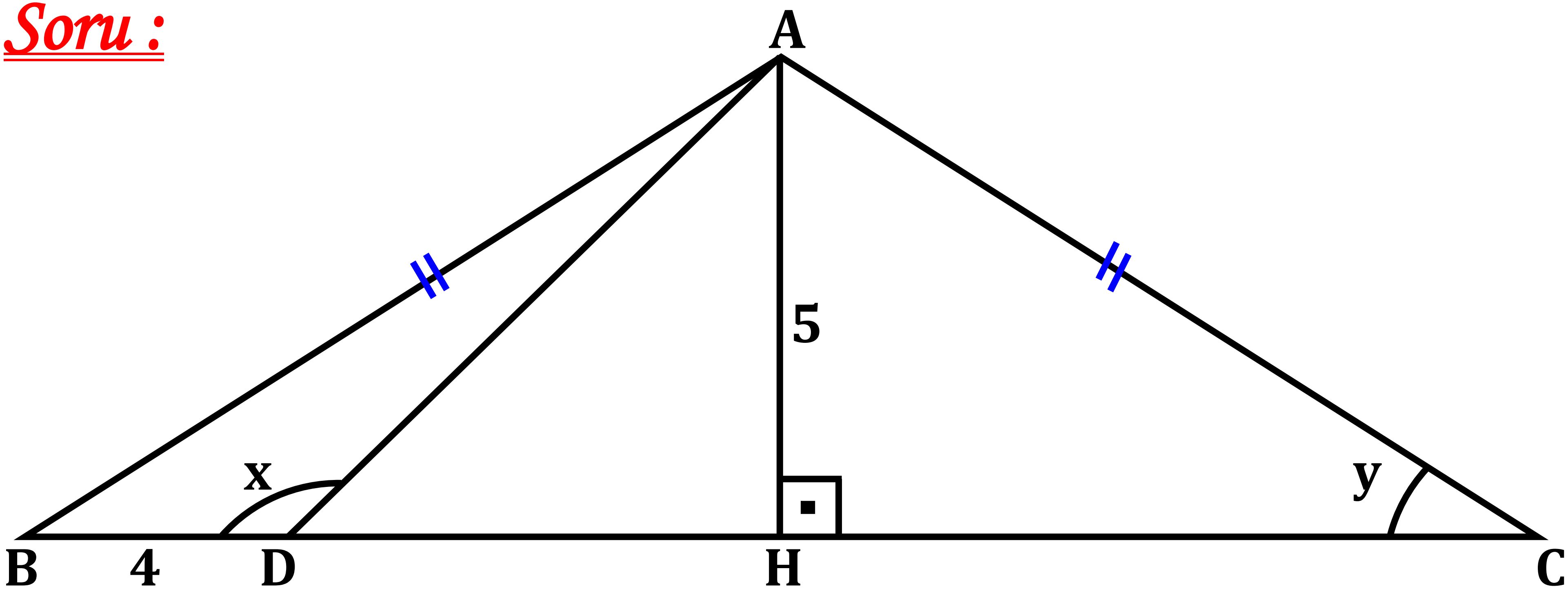


ABCD **karedir.**

$15 \cdot |HB| = 7 \cdot |AD|$

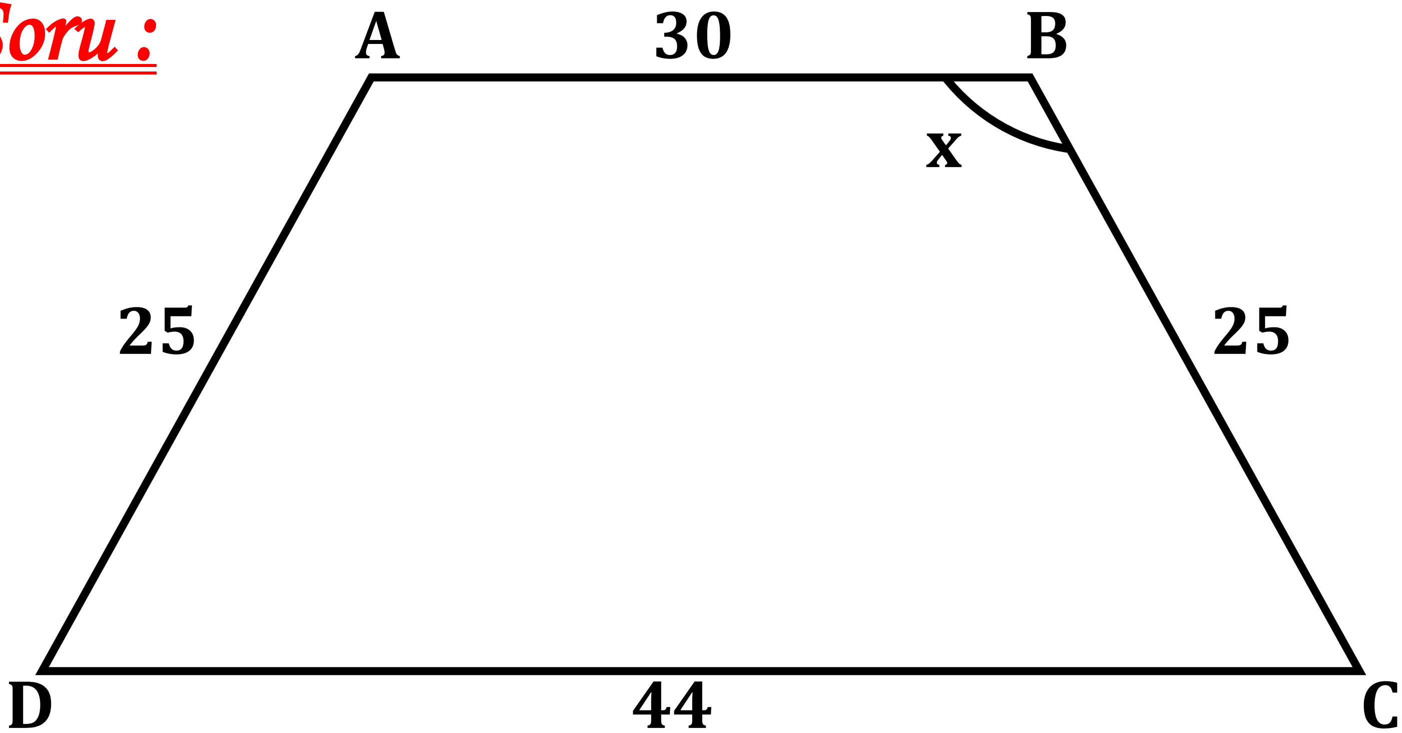
ise $\sin x = ?$

Soru :



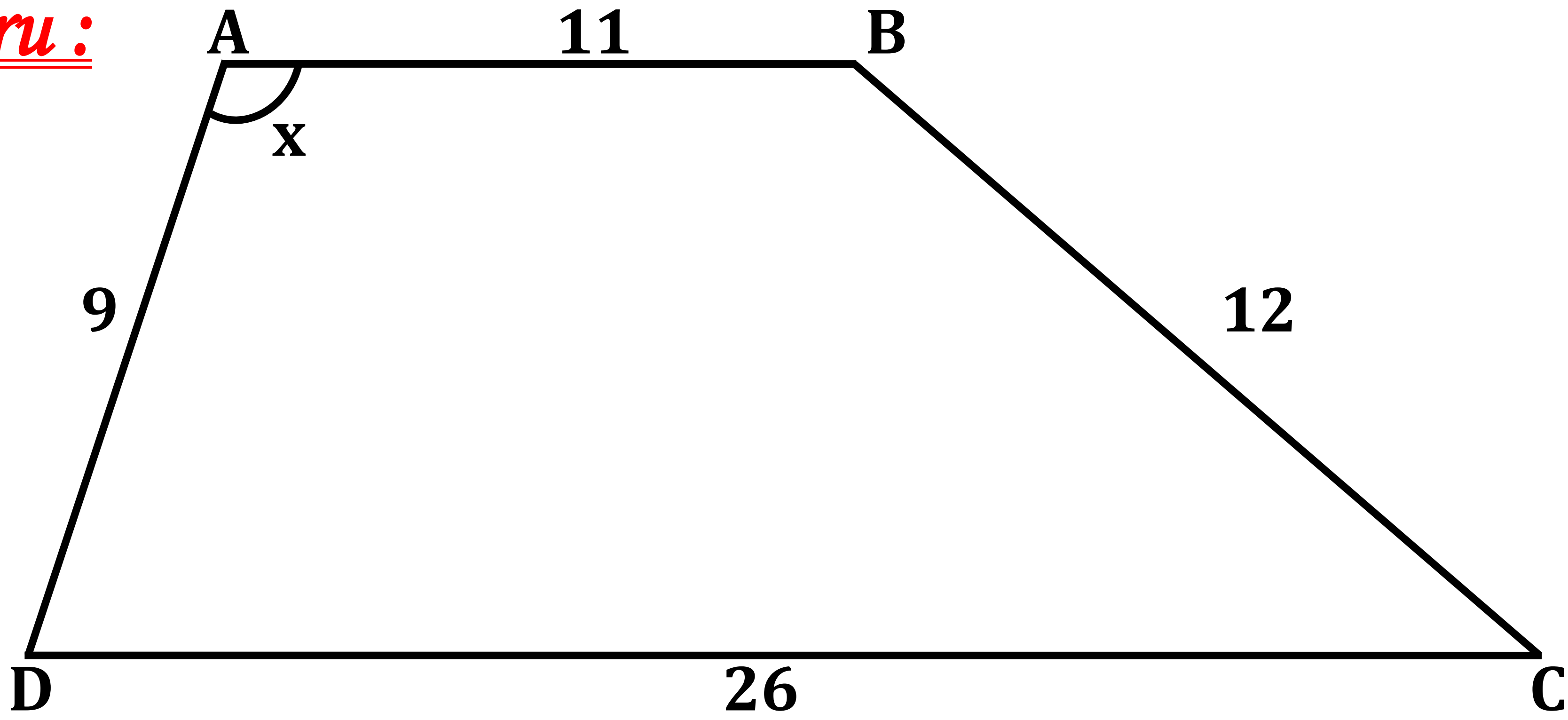
ABC ikizkenar üçgeninin alanı 60 br ^{2} ise cosec x . tan y = ?

Soru :



ABCD ikizkenar yamuk ise sec x = ?

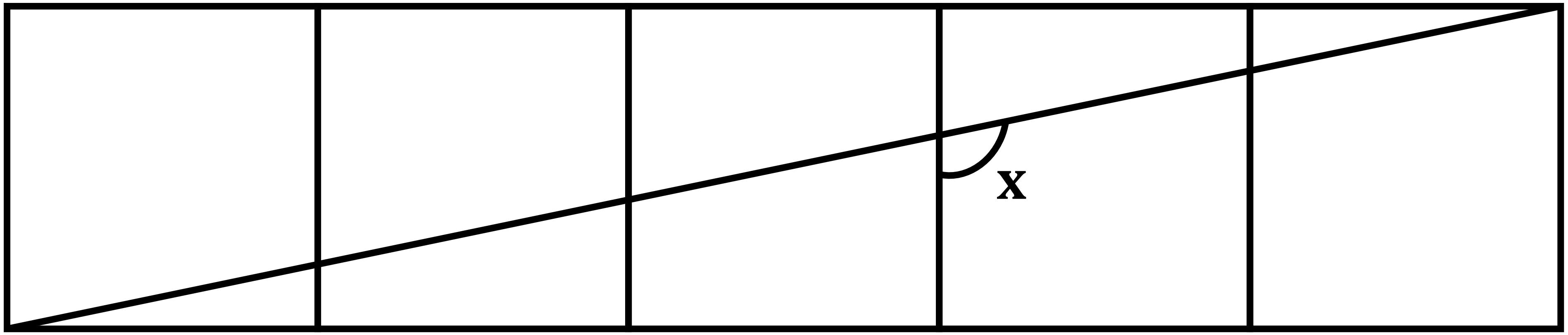
Soru :



ABCD yamuk ise cot x = ?

(Üst kısımdan yan tabanlardan birine paralel olacak şekilde tabana doğru parçası indirilir. Elde edilen üçgenden istenen bulunur.)

Soru :

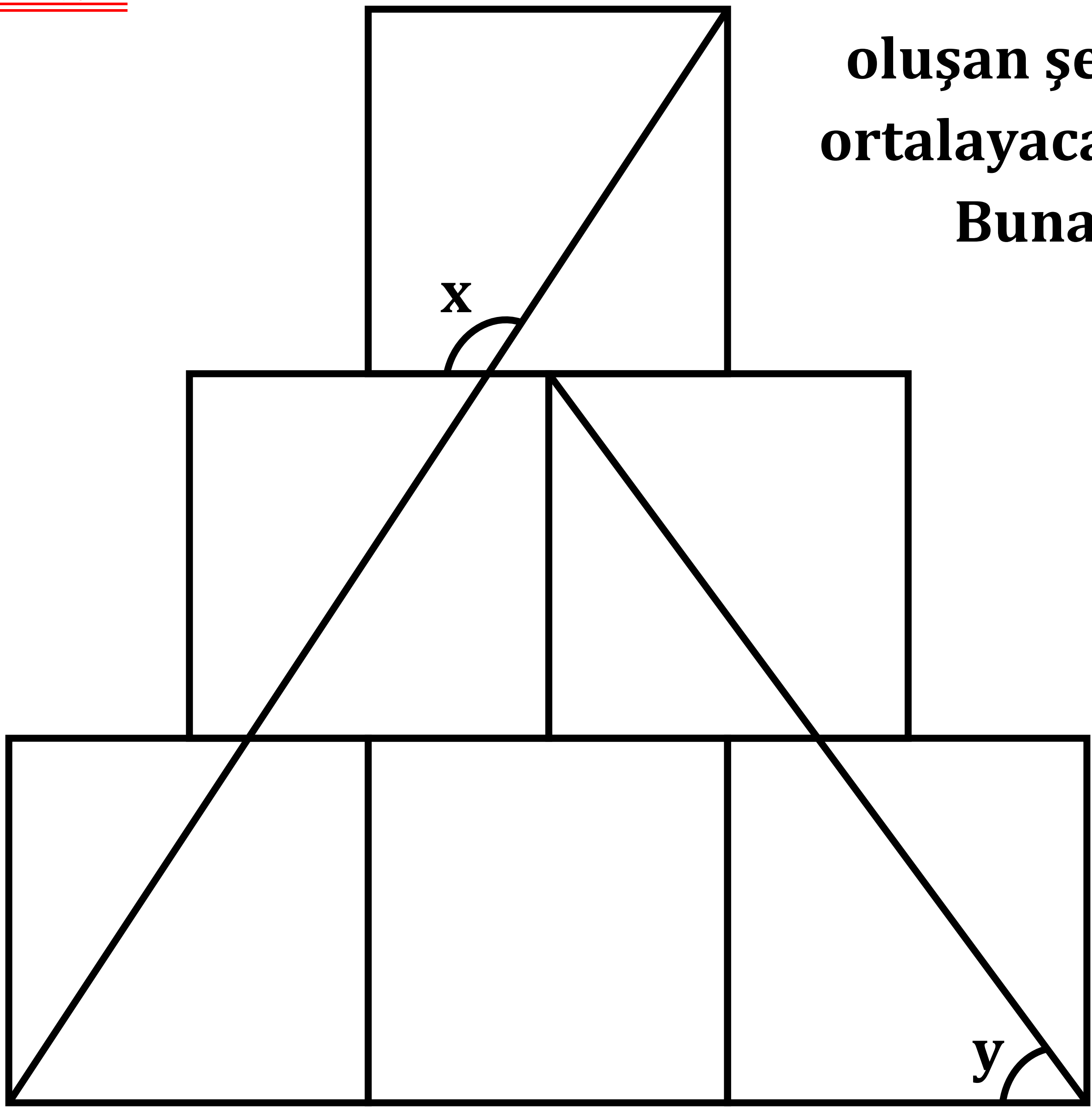


Beş adet birim kareden oluşan şekilde cos x = ? (Açının komşu bütünlerinin olduğu üçgende kenar uzunlukları bilinmiyorsa aynı açıyla yöndeş olan ve kenar uzunlukları bilinen üçgen kullanılır.)

Soru :

Kenarları 2 br olan <u>özdeş karelerden</u> oluşan şekilde alt kareler üst kareyi ortalayacak şekilde yerleştirilmiştir.

Buna göre cos x = ? , tan y = ?



Soru : $x \in (0^\circ, 90^\circ)$ ve $\cos x = \dfrac{5}{13}$ ise

$\sin(180^\circ - x) \,.\, \cot(15\pi + x) \,.\, \tan(90^\circ - x) = ?$

Kural : $x \in (0^\circ, 360^\circ)$ olmak üzere $-x$ ölçüsüne sahip olan açının esas ölçüsü $360^\circ - x$ olarak alınır.

$\sin(-x) = \sin(360^\circ - x) = -\sin x$ olur.

$\cos(-x) = \cos(360^\circ - x) = \cos x$ olur.

$\tan(-x) = \tan(360^\circ - x) = -\tan x$ olur.

$\cot(-x) = \cot(360^\circ - x) = -\cot x$ olur.

*** Kosinüs fonksiyonu işareti yutar. Sinüs , tanjant ve kotanjant fonksiyonları ise işareti dışarı verir.

Soru : $\sin(-x) + \cos\left(-\dfrac{3\pi}{2} + x\right) = ?$ **(Dar açı türünden yaz-**

ma kurallarına benzemeyen durumlarda grubun tümü – parantezi-

ne alınır ya da bilinen açının esas ölçüsü kullanılır.)

Soru : $\tan(x - \pi) + \tan(-x) + \cot(90^\circ - x) = ?$

Soru : $[\cos(25\pi + x) - \cos(-x)] . \sec x = ?$

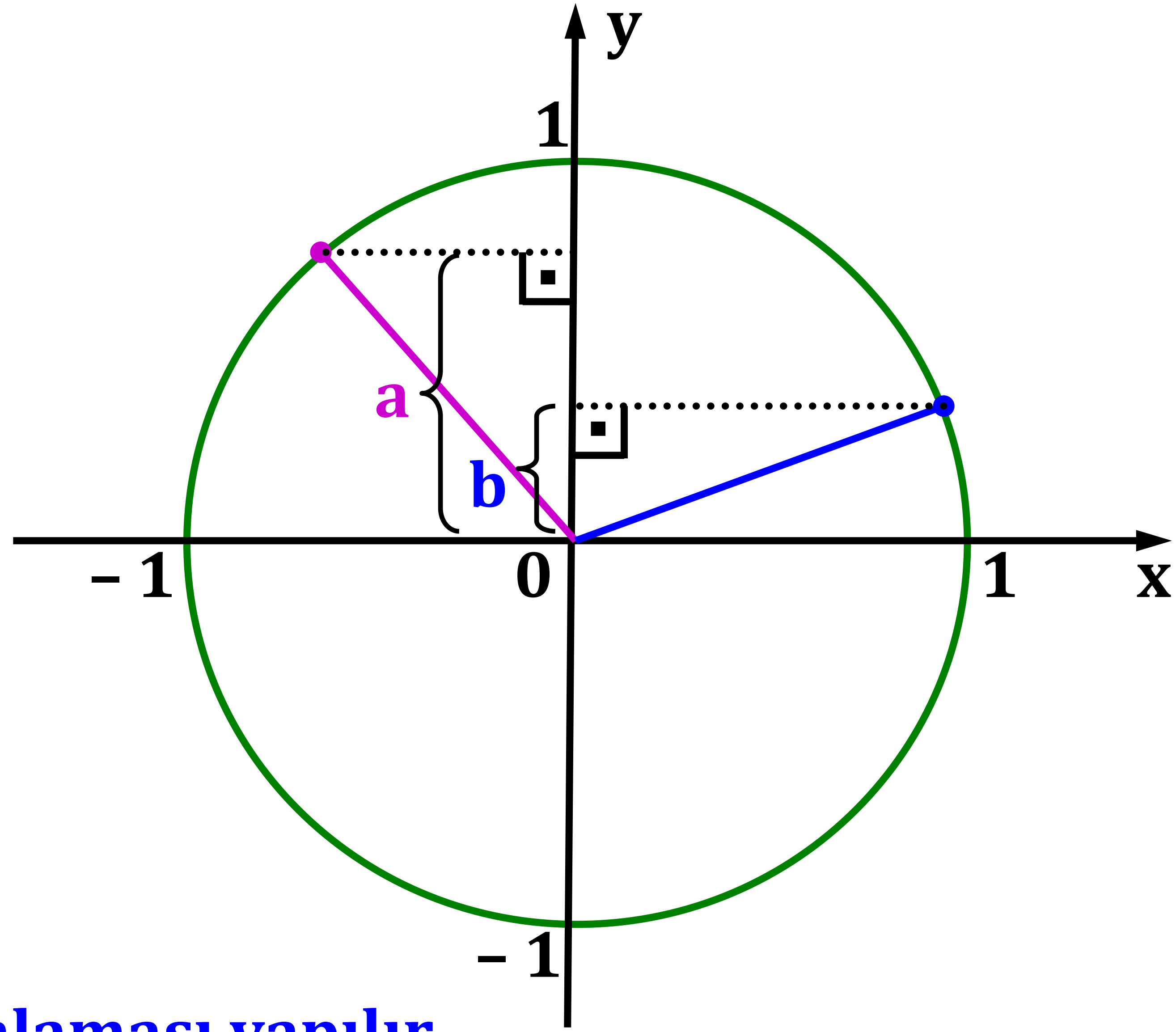
Soru : $\cos\left(-\frac{\pi}{2} - x\right) - \sin(-x) + 3\sin(180^\circ + x) = ?$

Soru : $$\frac{\cos(-x) + \cos(2\pi - x)}{\sin(x - 2\pi) - \sin(-x)} = ?$$

Sıralama Soruları

Kural 1:

Verilen açının sinüs değerini bulmak için açı birim çemberde gösterilir. Çember üzerindeki noktanın y ekseni üzerindeki dik izdüşümü bize sinüs değerini verir.



Bulunan değerlerin sıralaması yapılır.

Şekildeki örnek incelenirse b < a olduğu gözükür.

Soru : $A = \sin 200^\circ$, $B = \sin 20^\circ$ ve $C = \sin 130^\circ$ değerlerini sıralayınız.

Kısayol : **Açı değerlerini <u>dar açı türünden</u> yazarız.**

90°' ye yakın olan sinüs değerleri daha büyüktür.

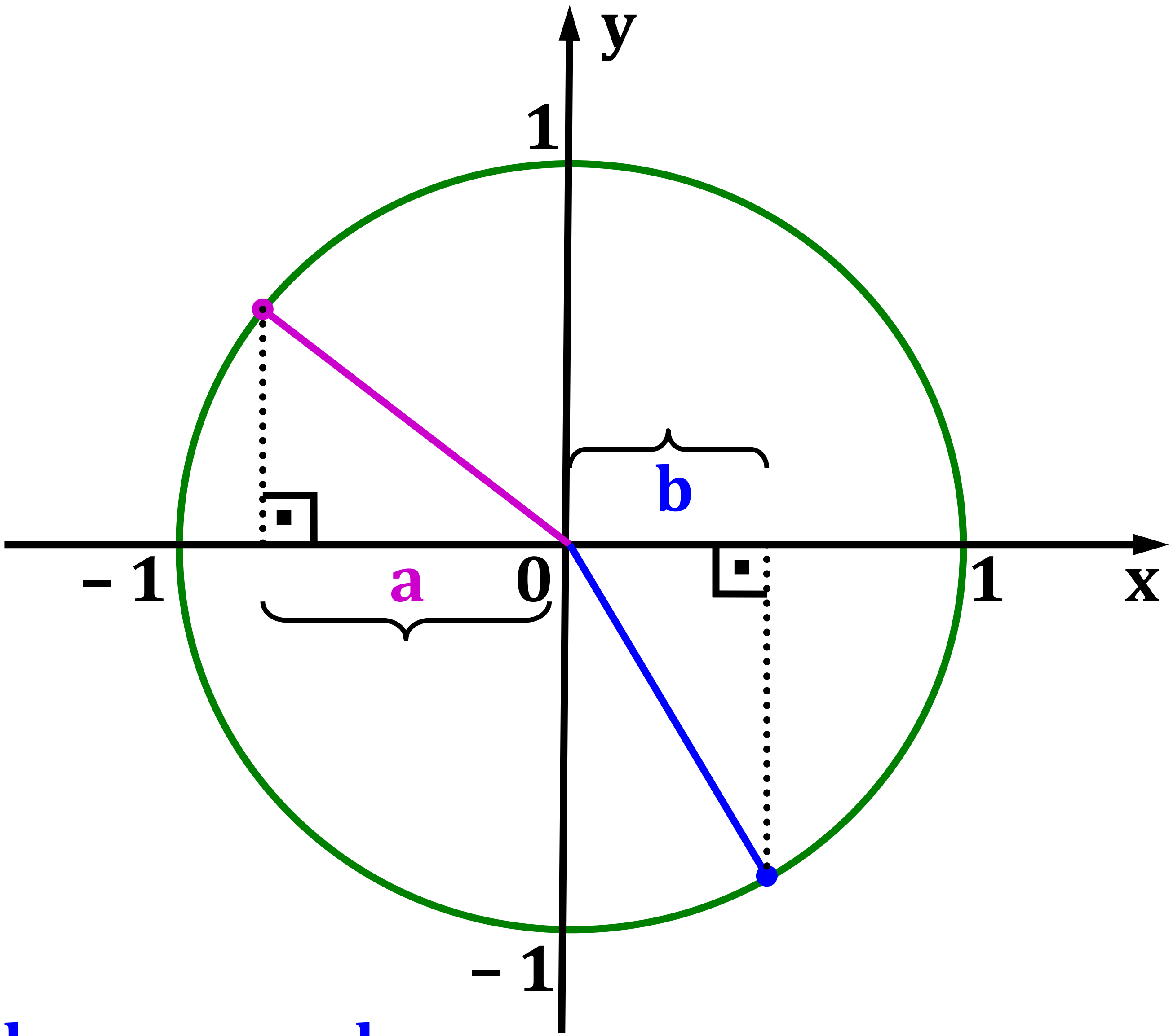
Pozitif değerler her zaman negatif değerlerden daha büyüktür.

$A = \sin 200^\circ$, $B = \sin 20^\circ$, $C = \sin 130^\circ$

Soru : $K = \sin 10^\circ$, $L = \sin 200^\circ$, $M = \sin 140^\circ$ ve $N = \sin 300^\circ$ değerlerini sıralayınız.

Kural 2:

Verilen açının kosinüs değerini bulmak için açı birim çemberde gösterilir. Çember üzerindeki noktanın x ekseni üzerindeki dik izdüşümü bize kosinüs değerini verir.



Bulunan değerlerin sıralaması yapılır.

Şekildeki örnek incelenirse a < b olduğu gözükür.

Soru : **P = cos 130°, Q = cos 70° ve R = cos 350° değerlerini sıralayınız.**

Kısayol : **Açı değerlerini hem dar açı hem de sinüs türünden yazarız. 90° ' ye yakın olan sinüs değerleri daha büyüktür.**

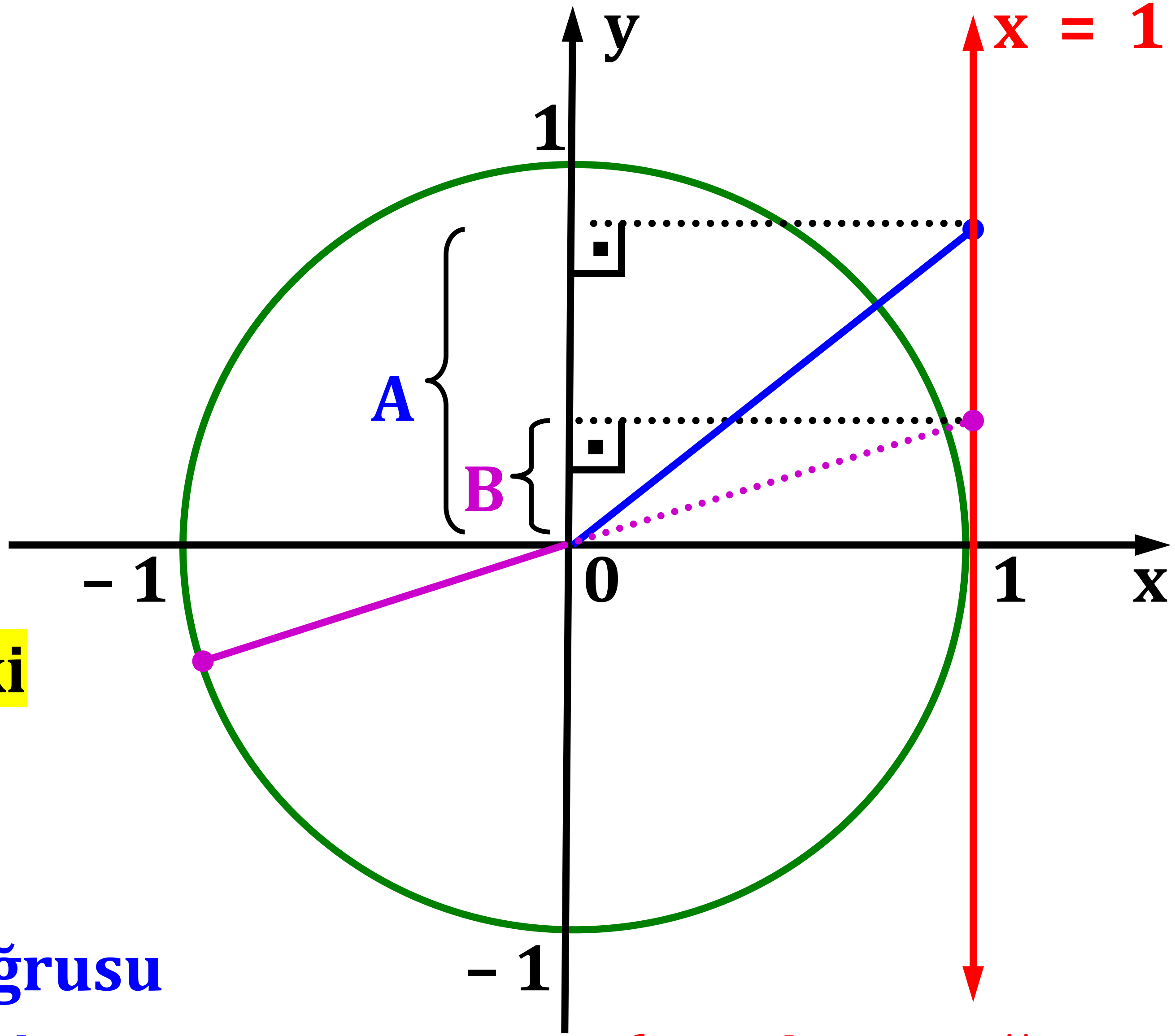
Pozitif değerler her zaman negatif değerlerden daha büyüktür.

$P = \cos 130^\circ$, $Q = \cos 70^\circ$, $R = \cos 350^\circ$

Soru : $x = \cos 105^\circ$, $y = \cos 195^\circ$, $z = \cos 43^\circ$ ve $t = \cos 291^\circ$ değerlerini sıralayınız.

Kural 3:

Verilen açının tanjant değerini bulmak için açı birim çemberde gösterilir. **Açının uzantısının tanjant doğrusunu kestiği noktanın y eksenindeki izdüşümü bize tanjant değerini verir.**



(Tanjant Doğrusu)

Bazı açıların tanjant doğrusu üzerindeki görüntüsü için açının ters uzantısını almak gerekir. Şekilde A > B ’dir.

Soru : $a = \tan 80^\circ$, $b = \tan 160^\circ$ ve $c = \tan 205^\circ$ değerlerini sıralayınız.

***Kısayol :** **Açı değerlerini dar açı türünden yazarız.**

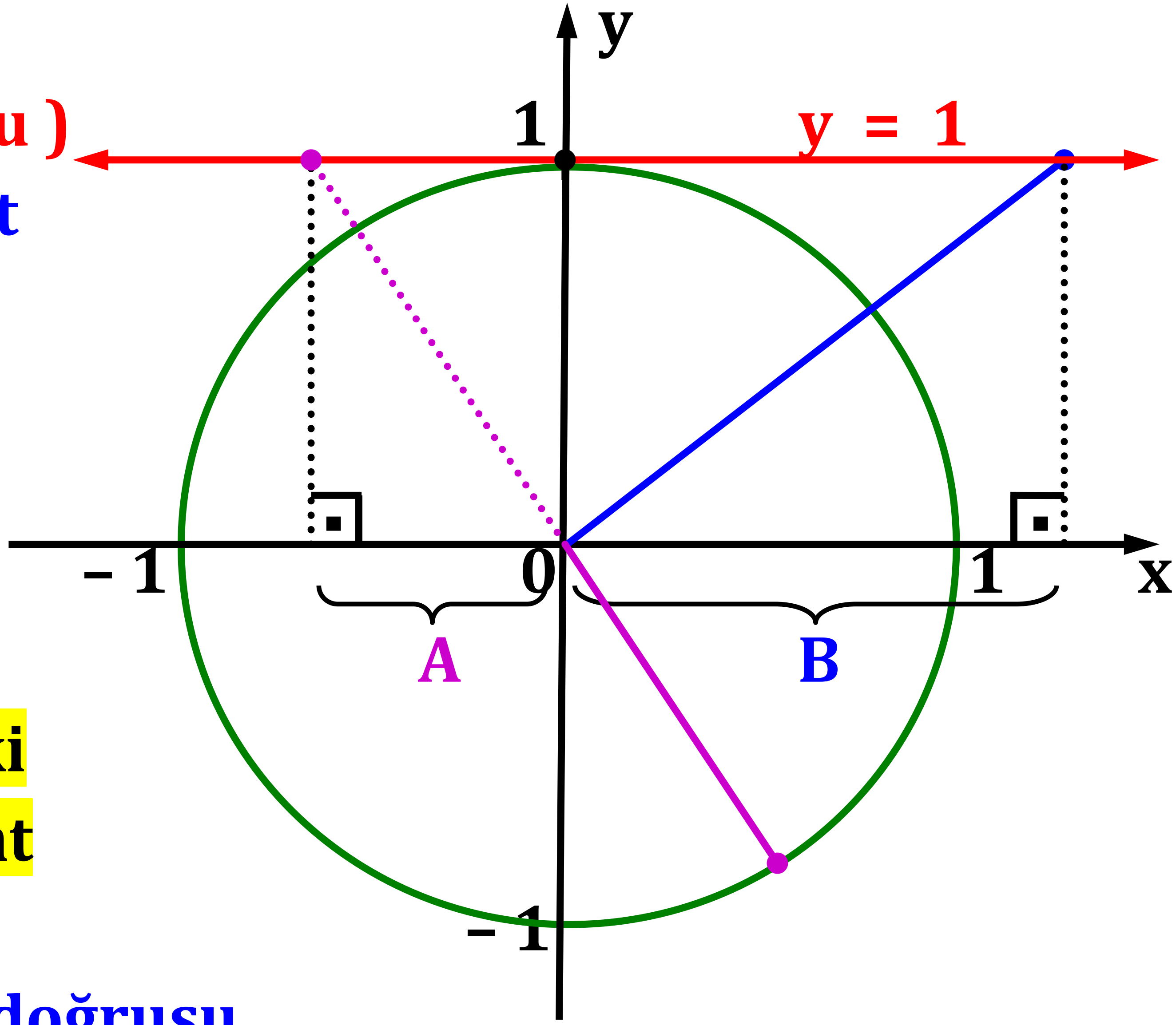
90°' ye yakın olan tanjant değerleri daha büyüktür.

$$a = \tan 80^\circ \quad , \quad b = \tan 160^\circ \quad , \quad c = \tan 205^\circ$$

Soru : $\mathbf{A = \tan 20^\circ}$ **,** $\mathbf{B = \tan 250^\circ}$ **,** $\mathbf{C = \tan 330^\circ}$ **ve** $\mathbf{D = \tan 120^\circ}$ **değerlerini sıralayınız.**

Kural 4:

(Kotanjant Doğrusu)



Verilen açının kotanjant değerini bulmak için açı birim çemberde gösterilir. Açının uzantısının kotanjant doğrusunu kestiği noktanın x eksenindeki izdüşümü bize kotanjant değerini verir.

Bazı açıların kotanjant doğrusu üzerindeki görüntüsü için açının ters uzantısını almak gerekir.

Şekilde B > A ’dır.

Soru : **$k = \cot 102^\circ$, $m = \cot 48^\circ$ ve $n = \cot 200^\circ$ değerlerini sıralayınız.**

Kısayol : **Açı değerlerini hem <u>dar açı</u> hem de <u>tanjant türünden</u> yazarız. 90° ' ye yakın olan tanjant değerleri daha büyüktür.**

$k = \cot 102^\circ$, $m = \cot 48^\circ$, $n = \cot 200^\circ$

Soru : $x = \cot 15^\circ$, $y = \cot 230^\circ$, $z = \cot 100^\circ$ ve $t = \cot 315^\circ$ değerlerini sıralayınız.

****** *Kısayol* :** **Trigonometrik ifadeler karışık verilirse;**

1) Açıları dar açı türünden yazarız.

2) Kosinüsleri sinüse, kotanjantları da tanjanta çeviririz.

3) Sinüsleri karşılaştırırken 90 ° ' ye yakın olan sinüs değerleri daha büyüktür.

4) Tanjantları karşılaştırırken 90 ° ' ye yakın olan tanjant değerleri daha büyüktür.

5) Sinüs ve tanjant değerlerinin karşılaştırmada;

(Çelişkiye düşülecek olan açı değerleri verilmez.)

A) 45 ° 'ye kadar aynı açı değeri için tanjant değeri her zaman daha büyüktür.

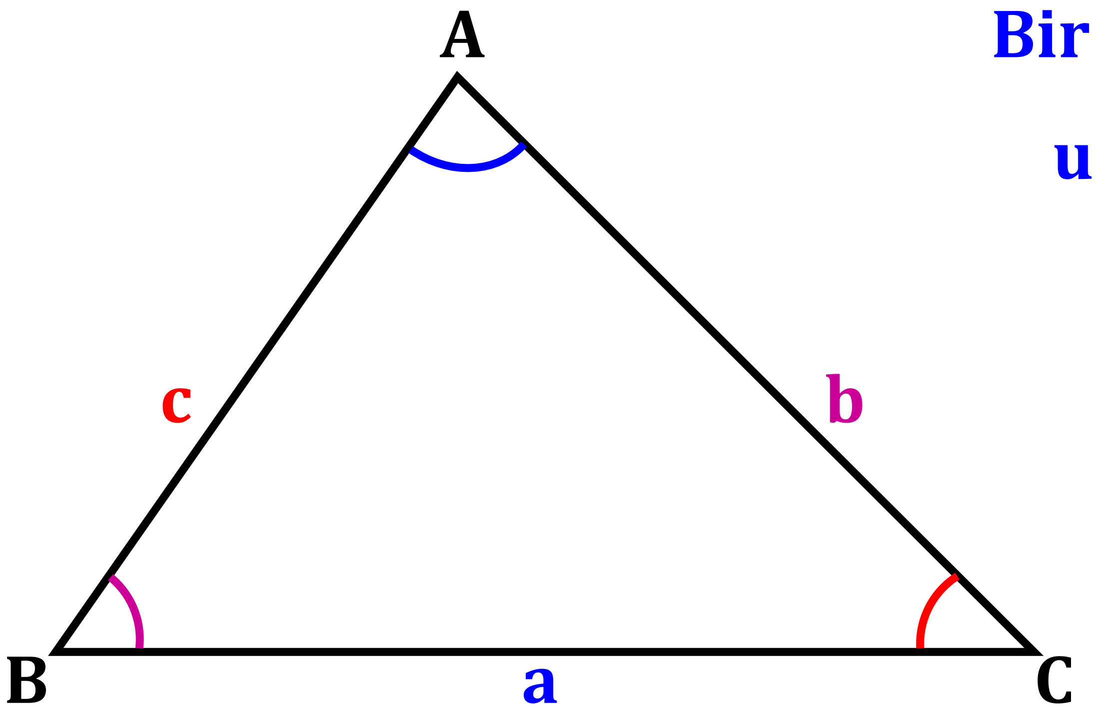
B) 45 ° 'den 90 ° 'ye kadar olan açılarda açı ne olursa olsun her zaman tanjant değeri sinüs değerinden her zaman için daha büyüktür.

Soru : $A = \sin 10^\circ$, $B = \cos 20^\circ$, $C = \tan 250^\circ$ ve $D = \cot 150^\circ$ değerlerini sıralayınız.

Soru : $A = \cot 280^\circ$, $B = \sin 220^\circ$, $C = \tan 55^\circ$ ve $D = \cos 310^\circ$ değerlerini sıralayınız.

Soru : $K = \cot(-2150^\circ)$, $L = \sin 276^\circ$, $M = \tan 214^\circ$ ve $N = \cos 232^\circ$ değerlerini sıralayınız.

Kosinüs Teoremi



Bir ABC üçgeninde iç açılar ve kenar uzunlukları verilirse, bu elemanlar arasında aşağıdaki eşitlikler yazılabilir.

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2 . b . c . \cos \widehat{A}$$

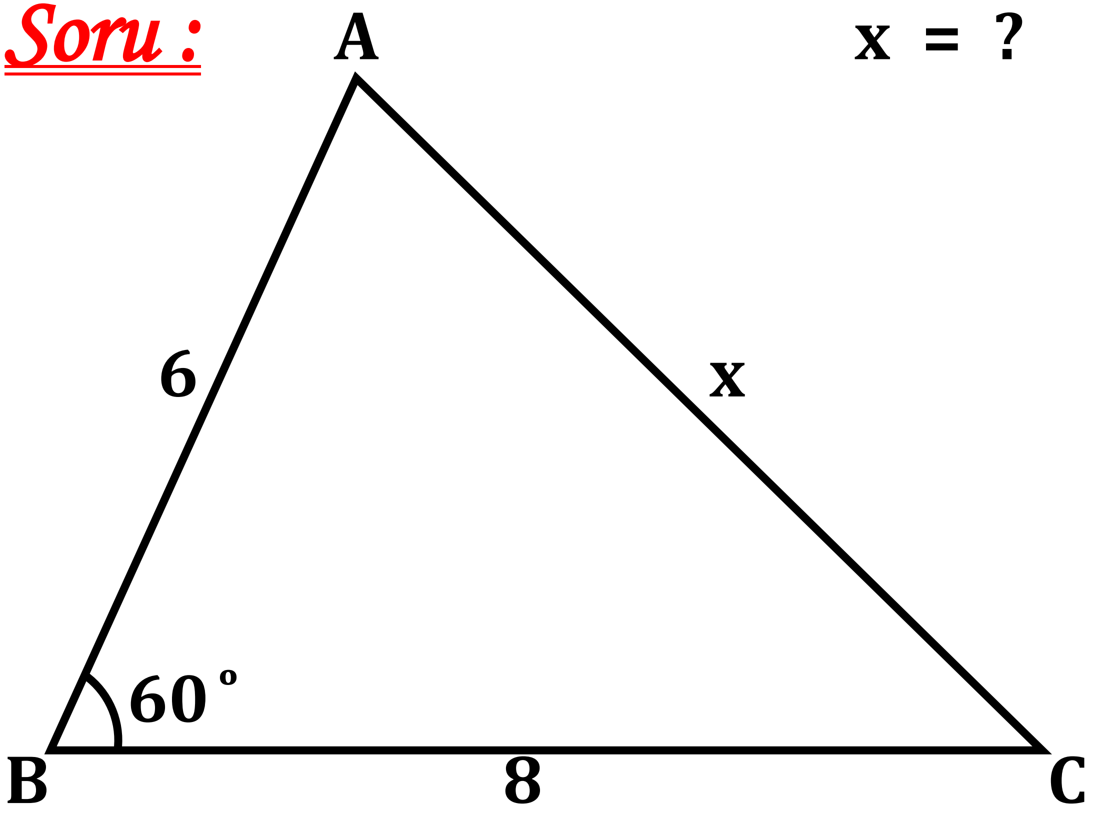
$$b^2 = a^2 + c^2 - 2 . a . c . \cos \widehat{B}$$

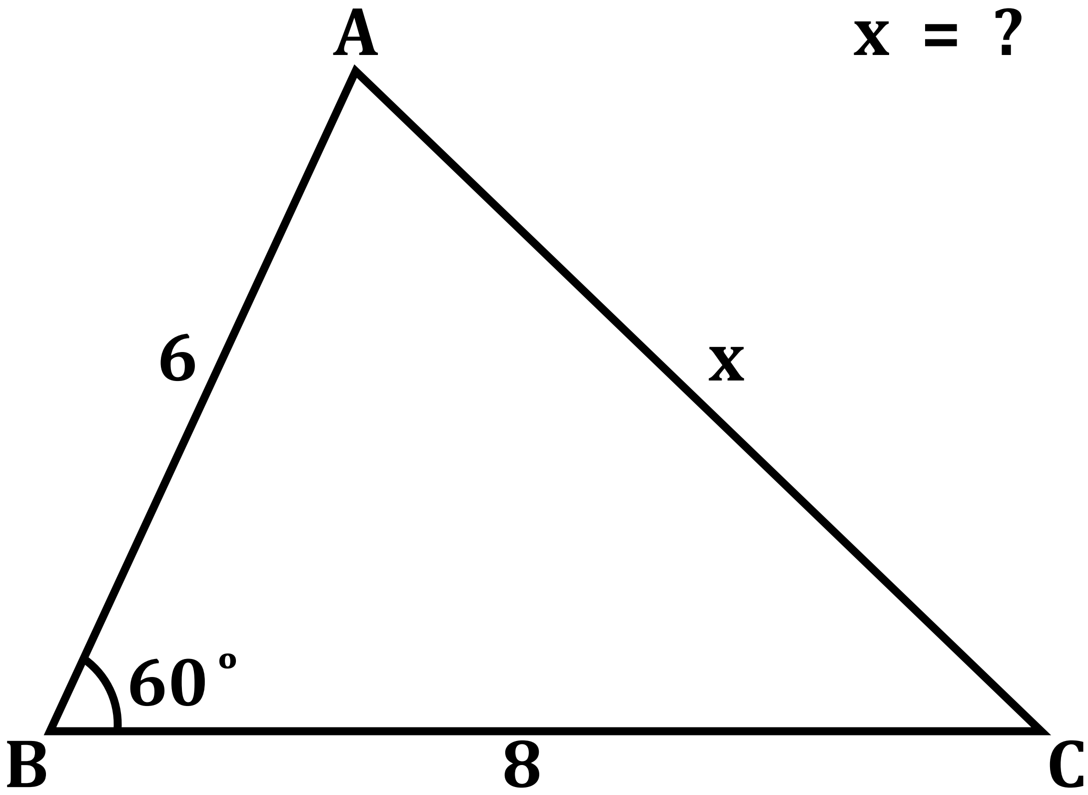
$$c^2 = a^2 + b^2 - 2 . a . b . \cos \widehat{C}$$

x	30°	45°	60°	90°	120°	135°	150°
cos x	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{1}{\sqrt{2}}$	$\frac{1}{2}$	0	$-\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{\sqrt{2}}$	$-\frac{\sqrt{3}}{2}$

Soru :

$x = ?$





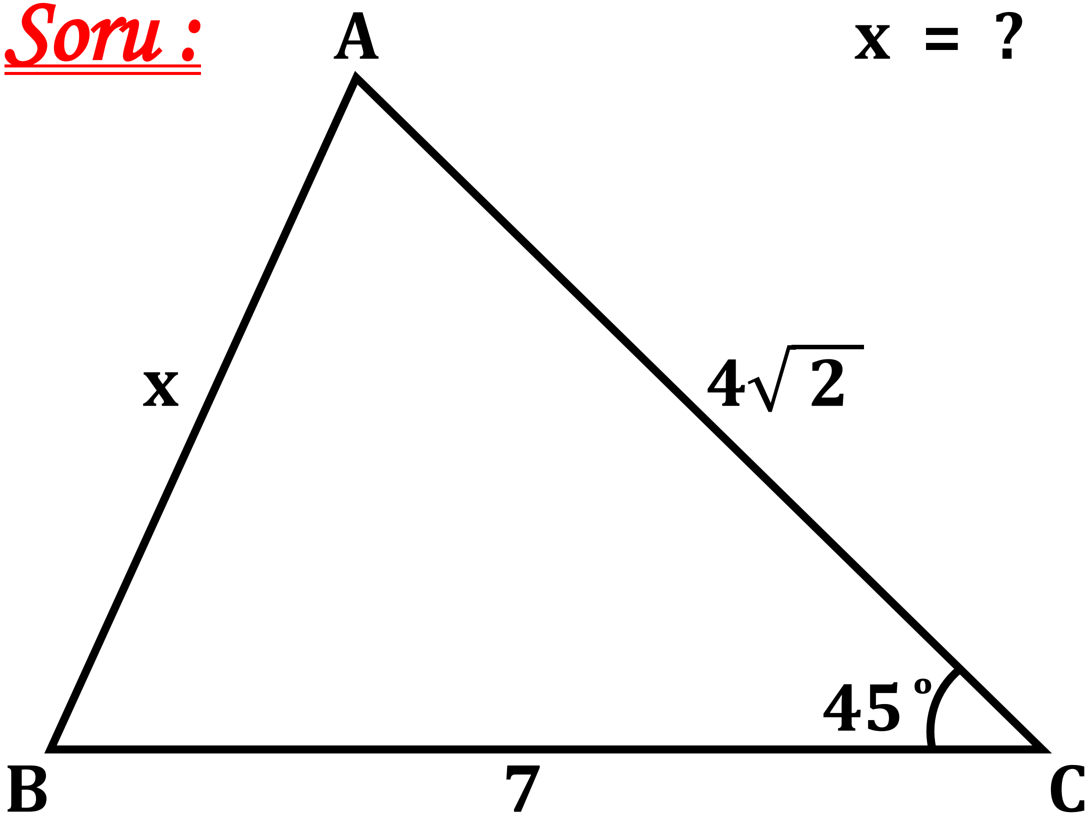
x = ?

2. yol : (Açı Verilirse)

Verilen açıyı gören dik üçgen oluşturulur. Özel üçgenler ve Pisagor bağıntısından da istenen sonuca ulaşılır.

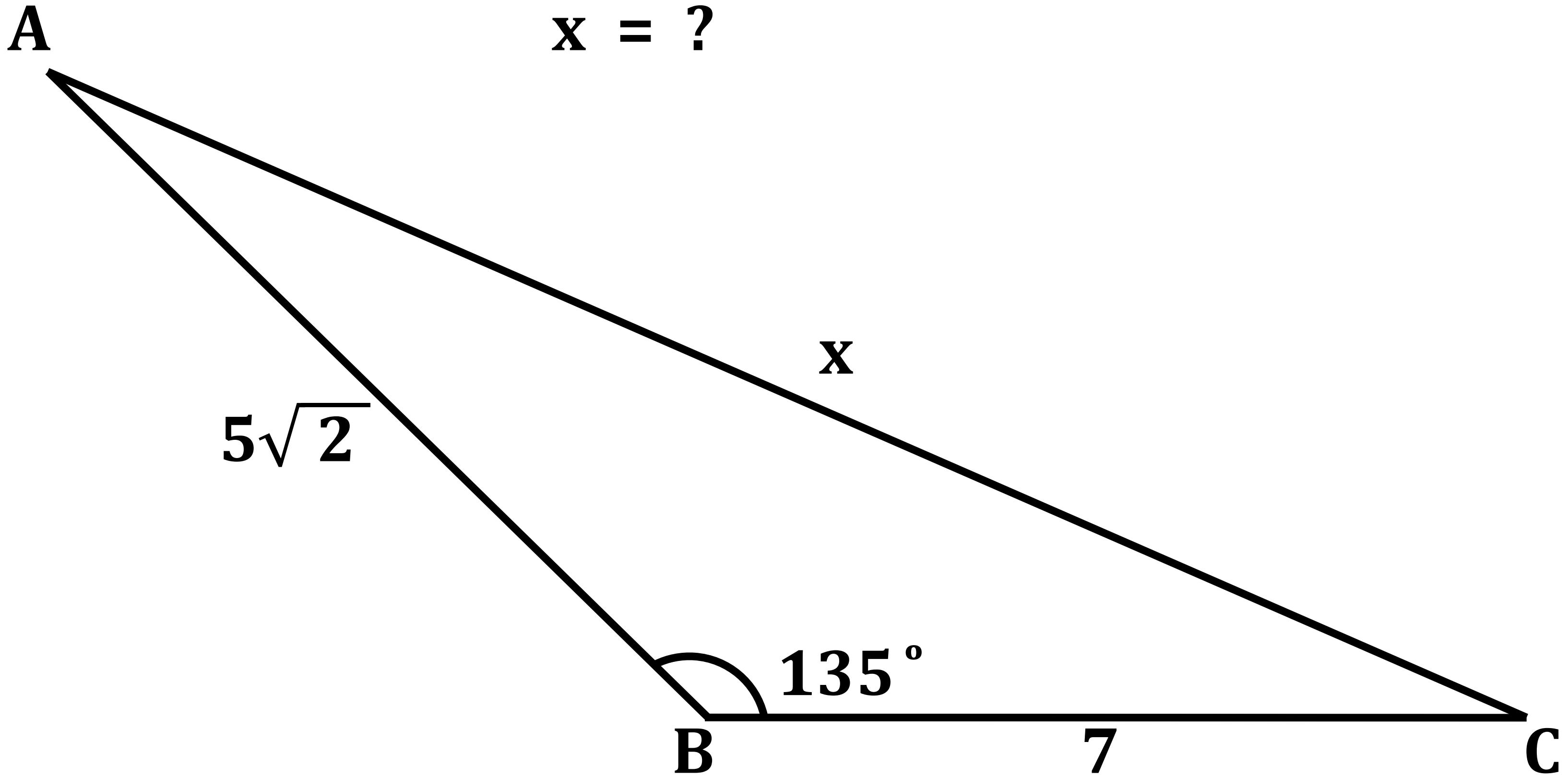
Soru :

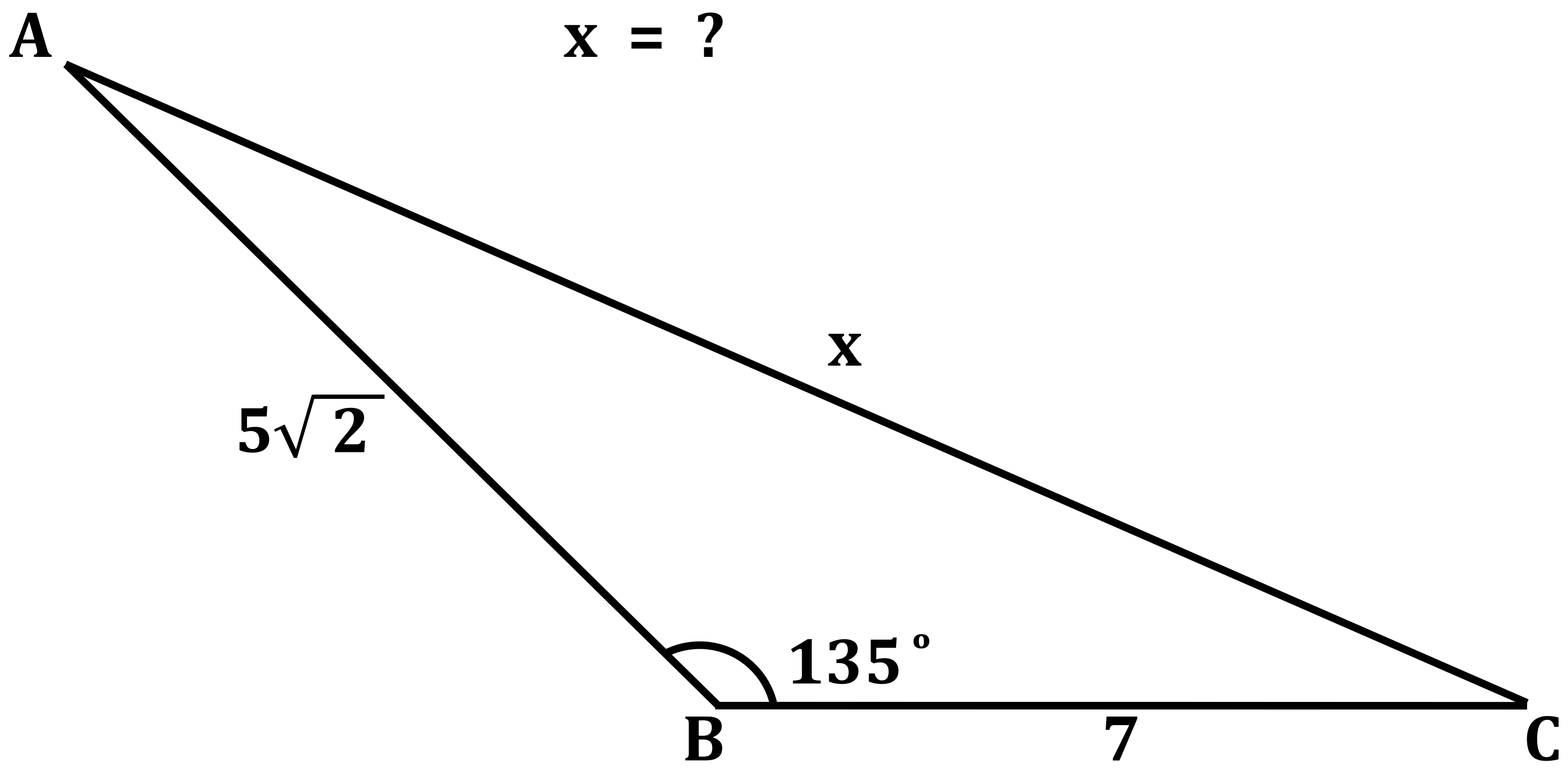
$x = ?$



Soru :

$x = ?$

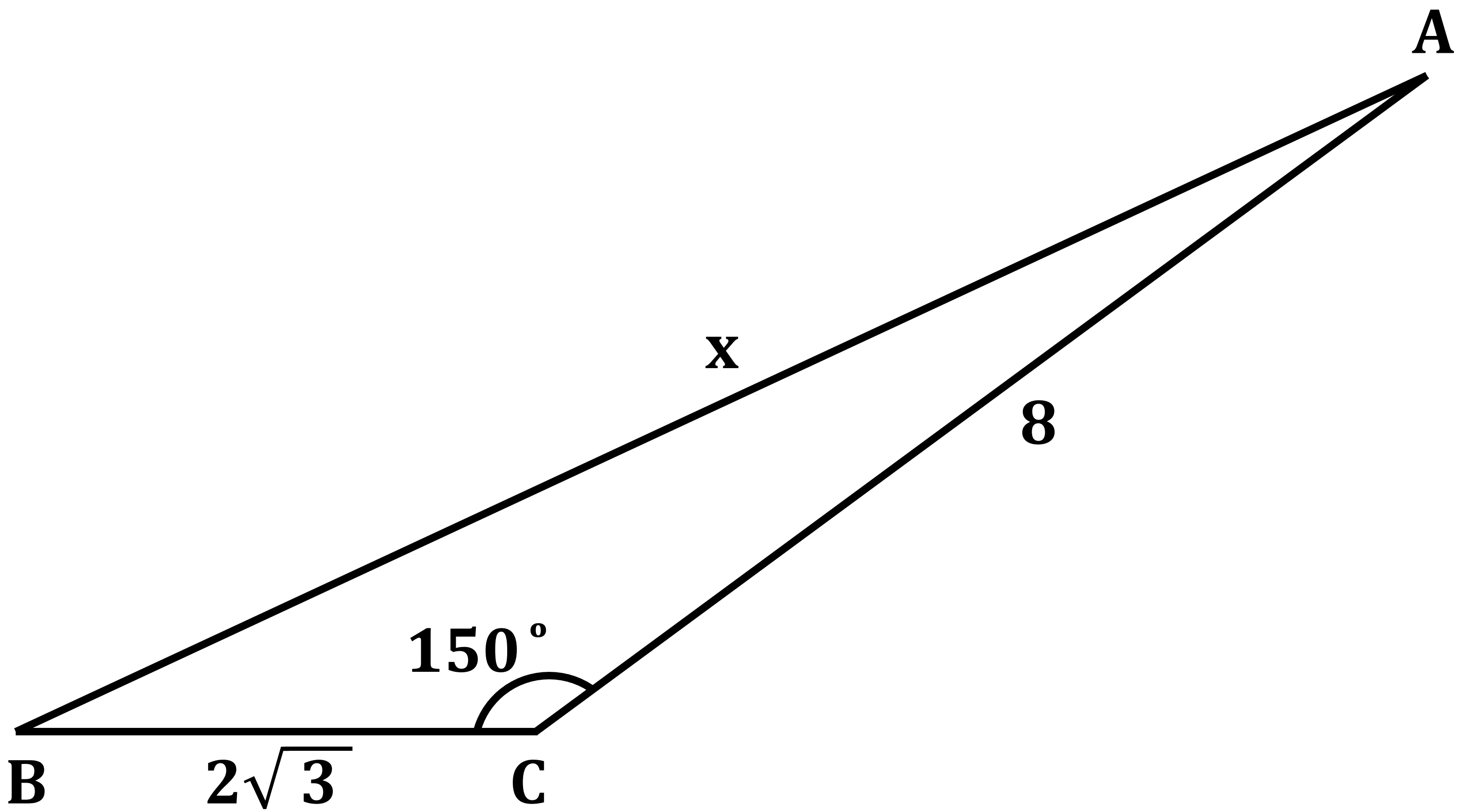




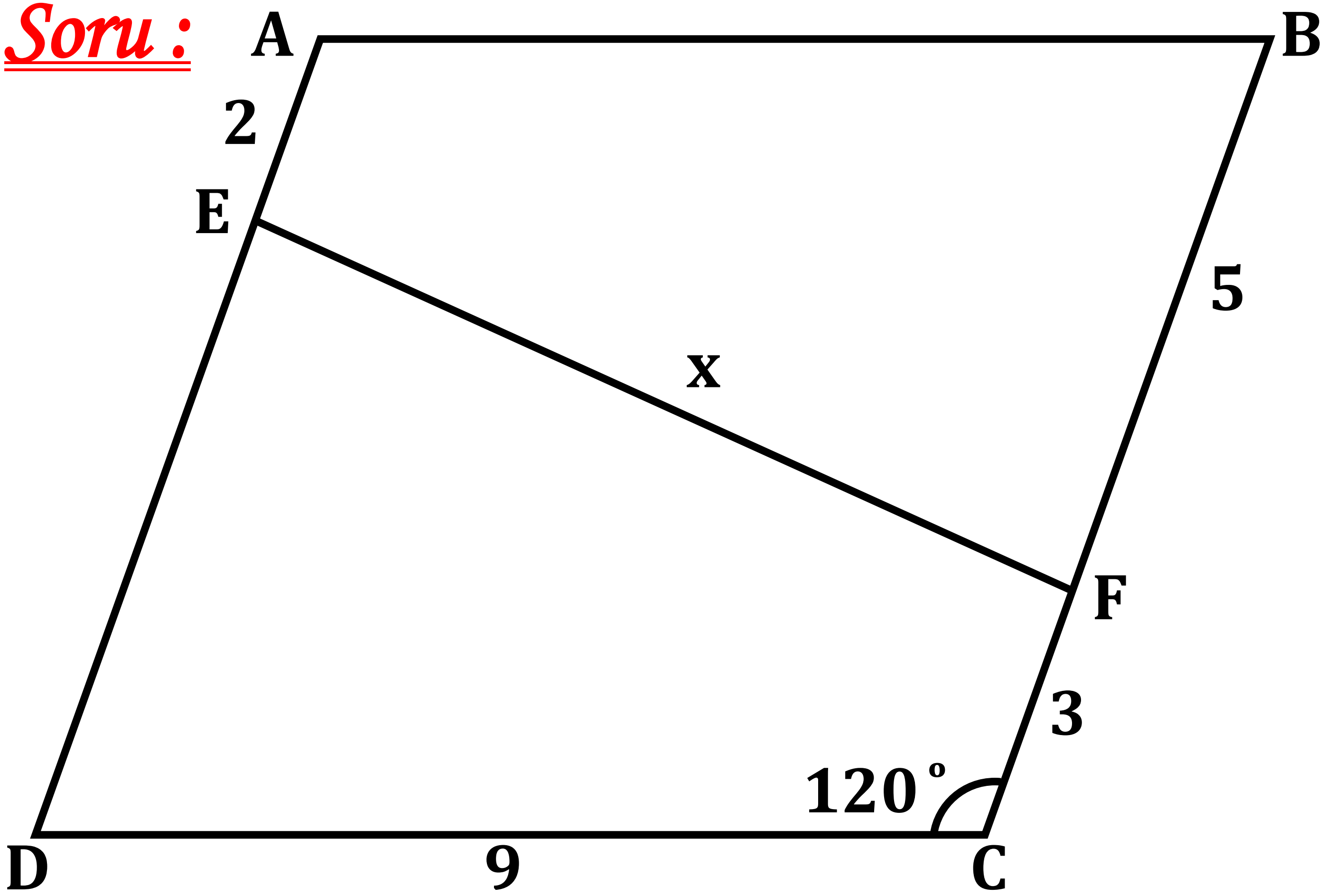
2. yol : B 'den sol tarafa doğru parçası uzatılır. A 'dan bu parçaya dik indirilir. Özel dik üçgenlerden istenen bulunur.

Soru :

x = ?



Soru :



ABCD

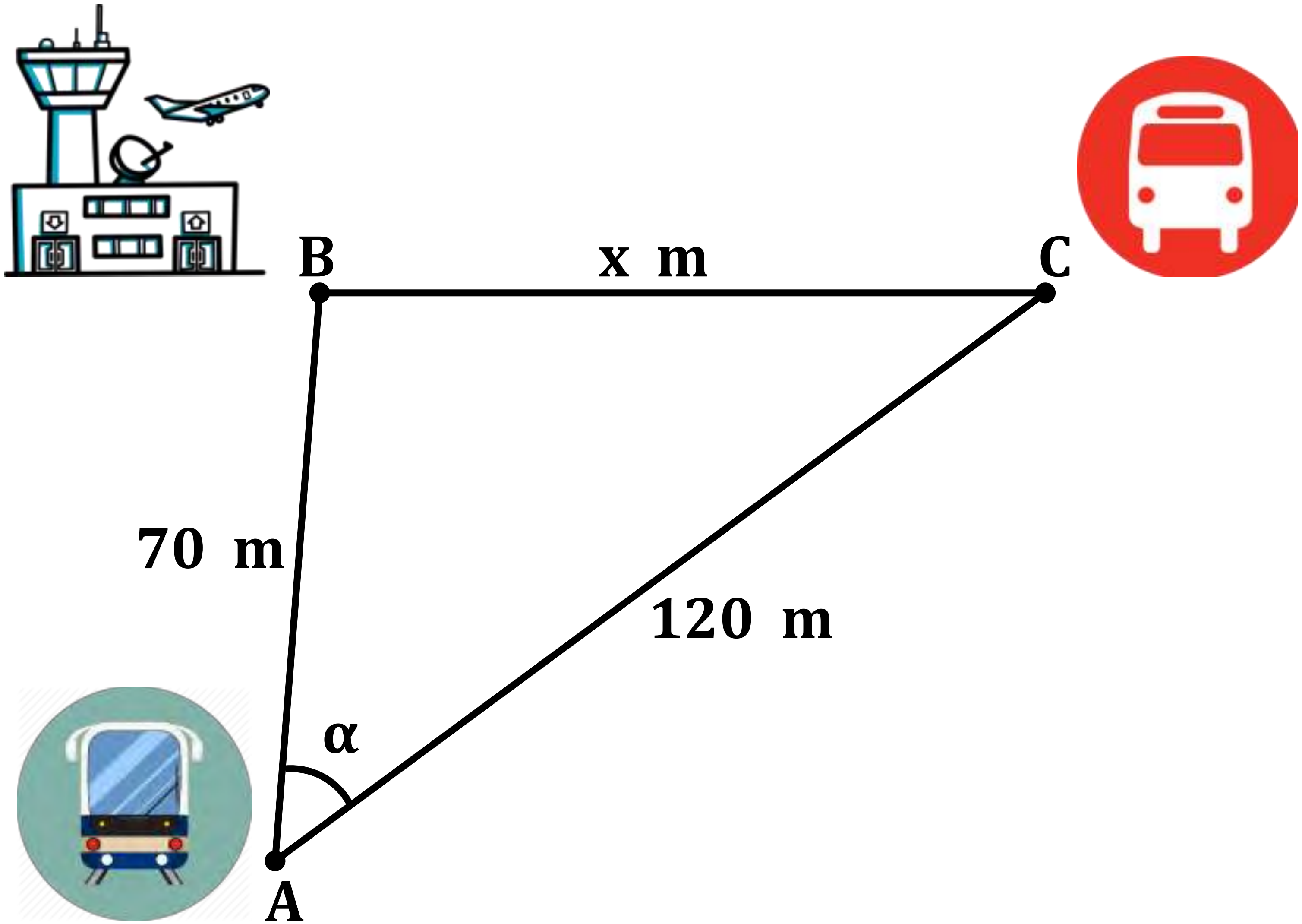
paralelkenar

ise x = ?

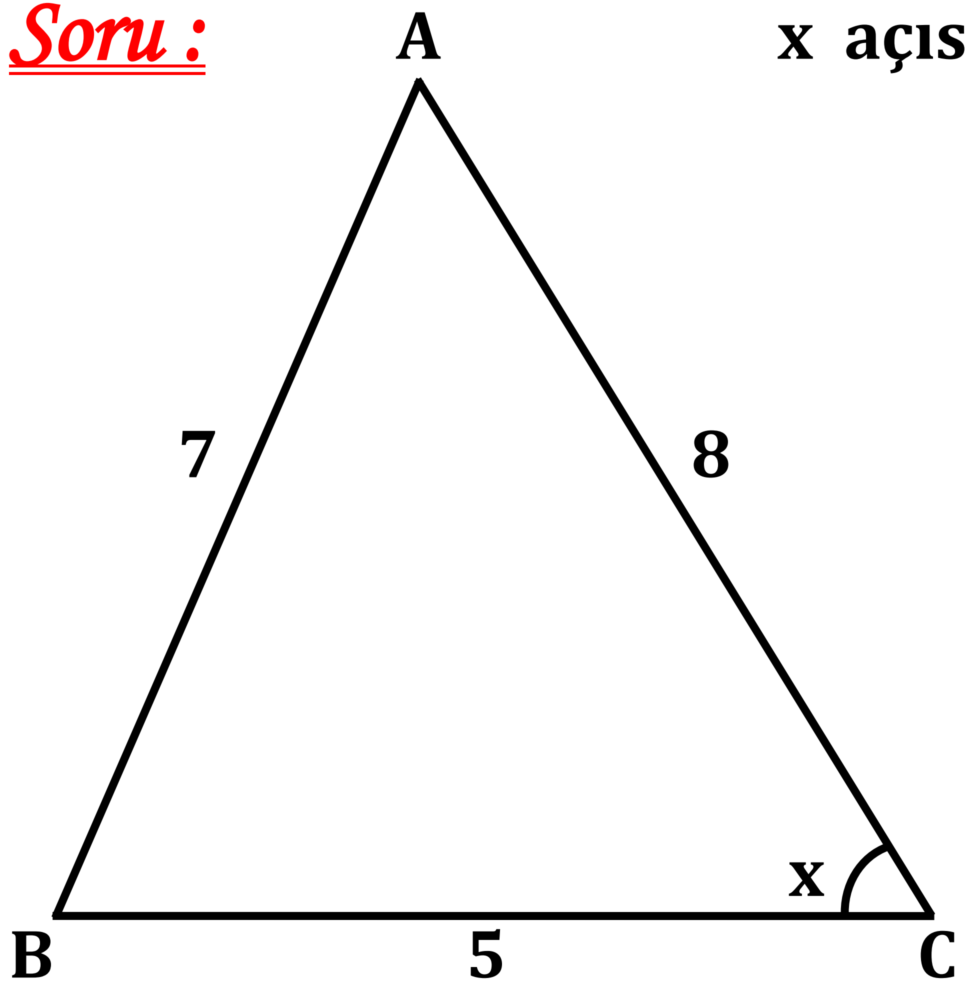
(E ’den ya da F ’den [DC] ’ye paralel olacak şekilde doğru parçası uzatılır ve paralelkenarın özelliklerinden yararlanılır.)

Soru : ABC bir üçgendir. Havaalanı, otobüs durağı ve metro durağı arasındaki mesafeyi gösteren görsel altta paylaşılmıştır.

$\cos \alpha = 2 / 3$ ise $x = ?$

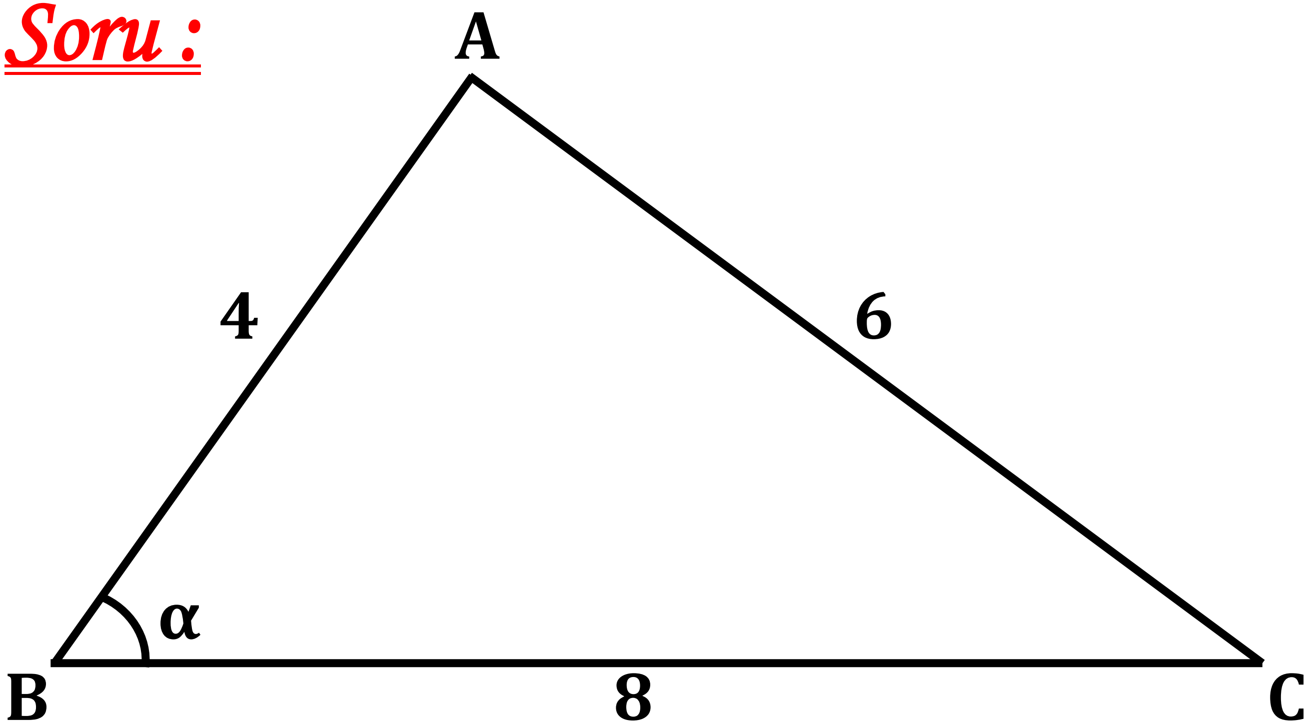


Soru : x açısının ölçüsü kaç derece olmalıdır ?



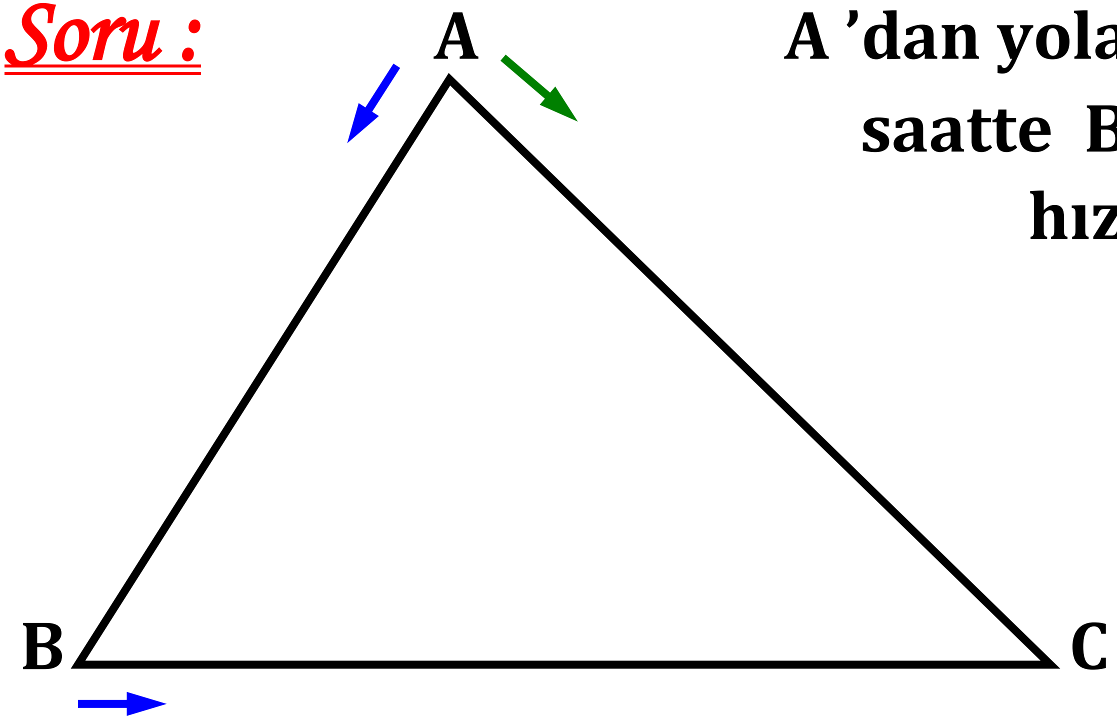
(cos x bilinen bir değer çıkıyorsa x 'in ölçüsü bulunabilir.)

Soru :



Verilenlere göre $\cos \alpha = ?$

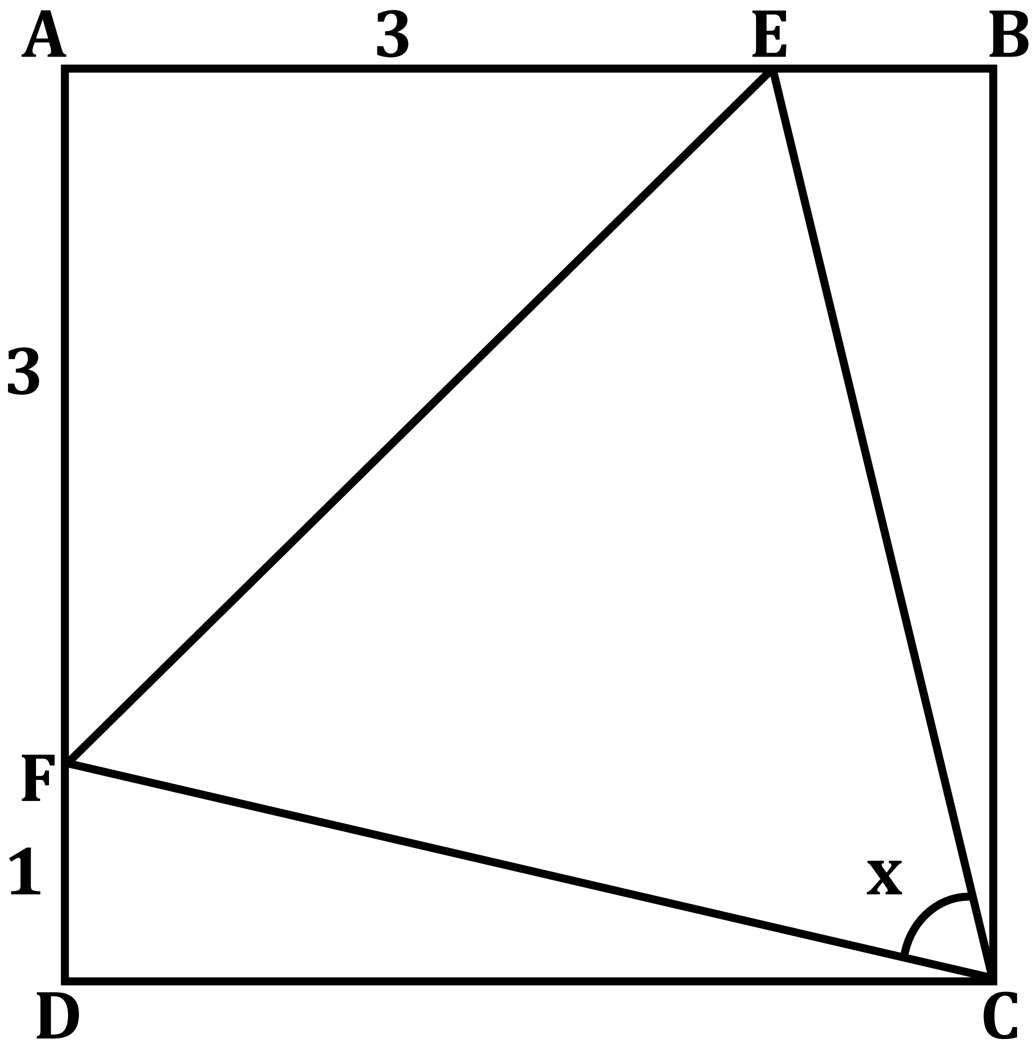
Soru :



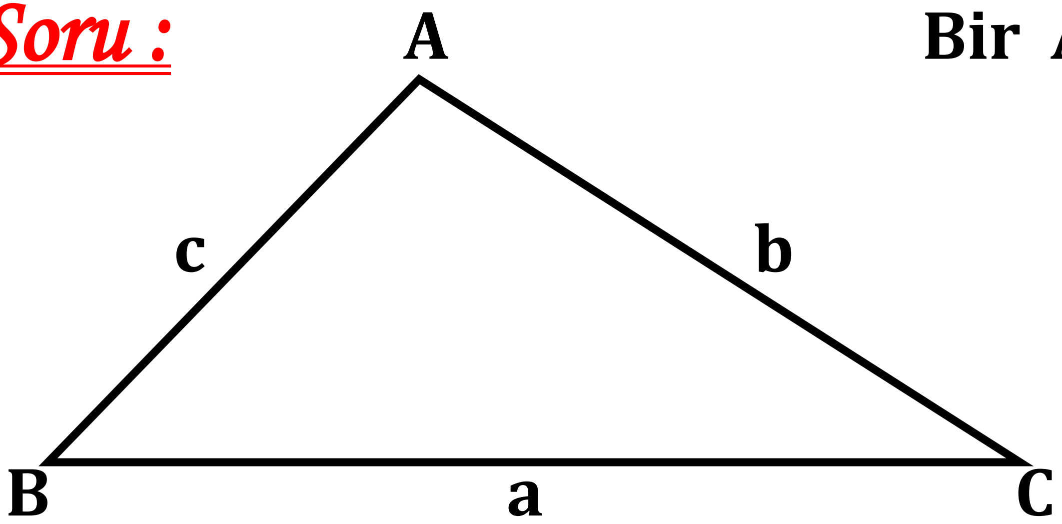
A ’dan yola çıkan bir araç 125 km/s hızla 4 saatte B noktasına, oradan da 100 km/s hızla 8 saatte C noktasına varıyor. Eğer A ’dan direkt C ’ ye gitseydi önceki toplam mesafeden 700 km daha az yol alacaktı. Buna göre $\cos \widehat{C} = ?$

Soru :

ABCD **kare** **ise cos x = ?**



Soru :



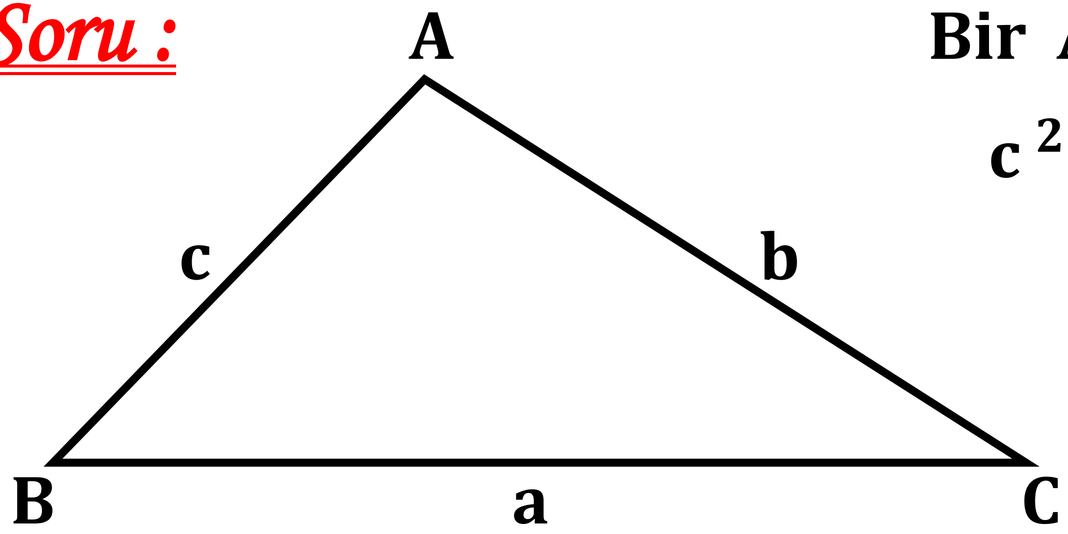
Bir ABC üçgeninin kenarları arasında

$a^2 = b^2 + c^2 + b.c$ bağıntısı

varsa $m(\widehat{A}) = ?$

(Formülde olması gereken ile verilendeki terim birbirine eşitlenir ve istenilen bulunur.)

Soru :



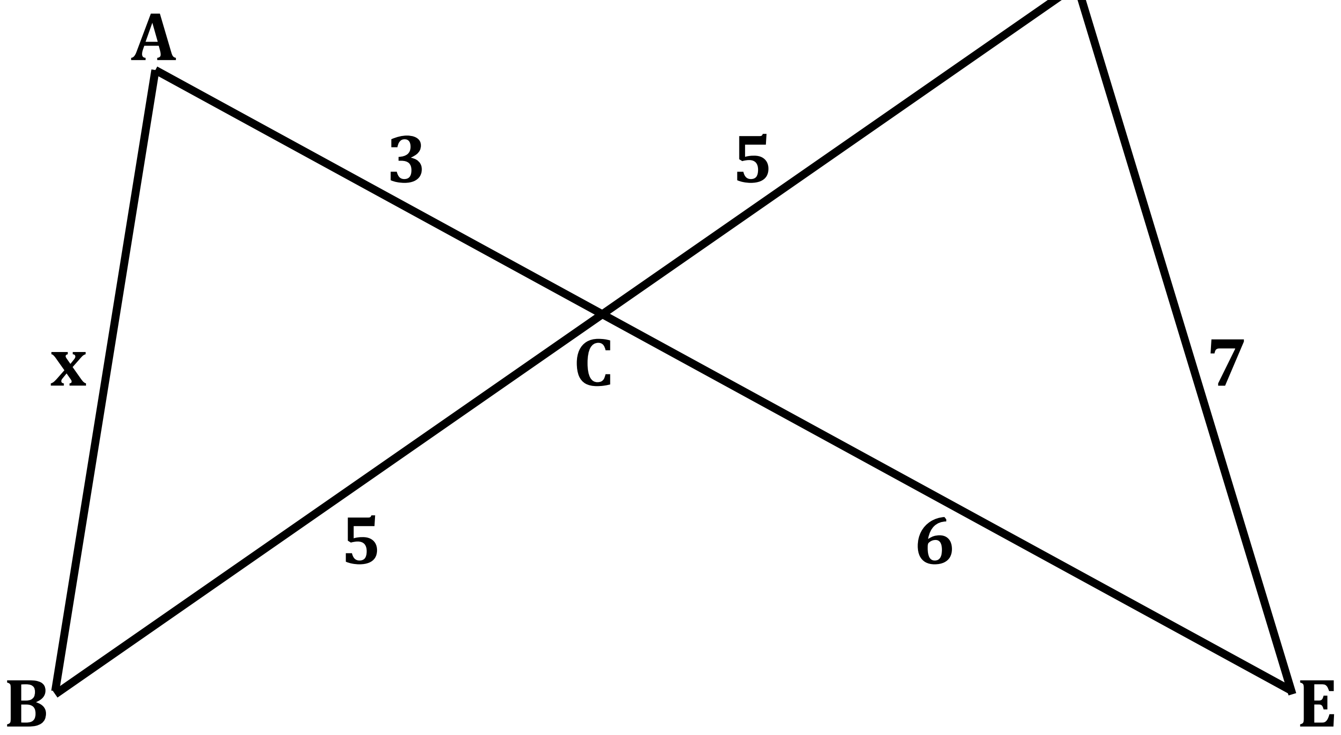
Bir ABC üçgeninin kenarları arasında

$c^2 + \sqrt{3} \cdot a \cdot b = a^2 + b^2$ **bağıntısı**

varsa $m(\widehat{C}) = ?$

Soru :

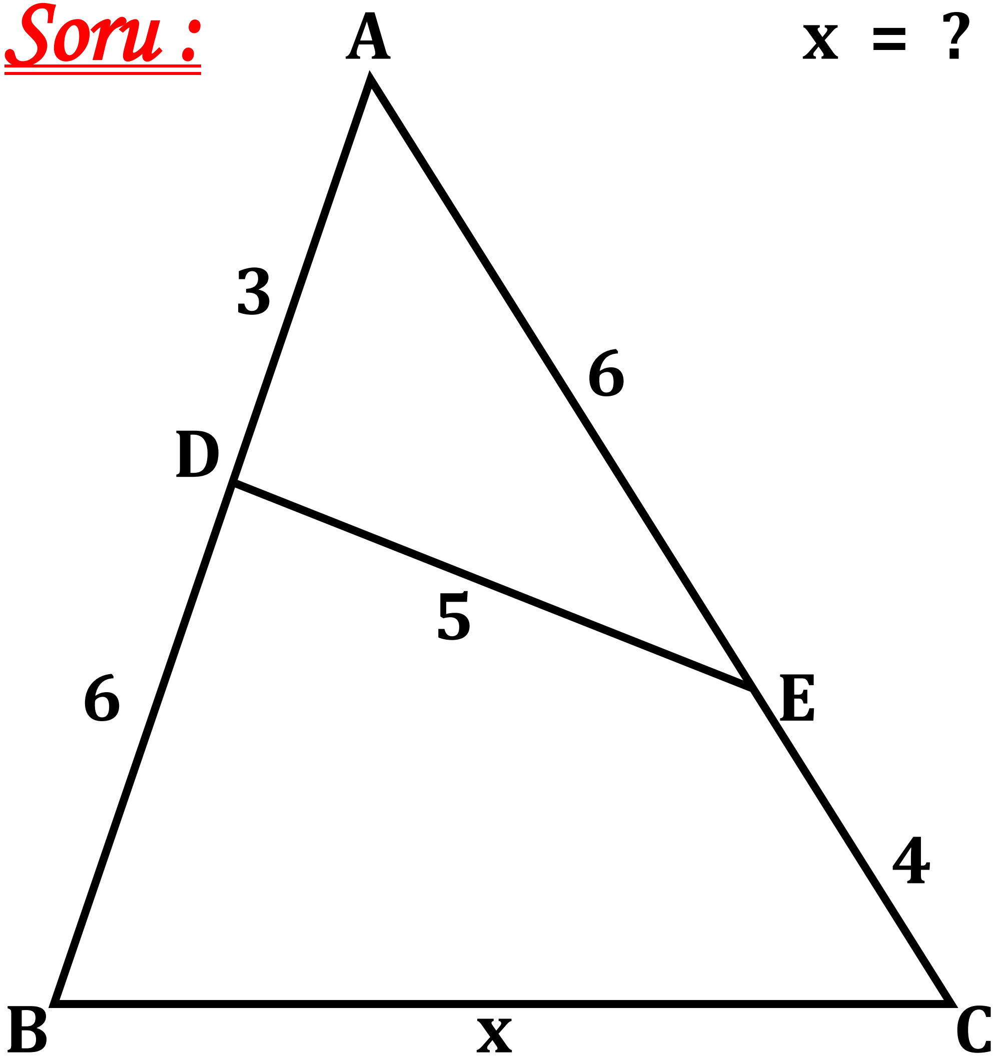
$x = ?$



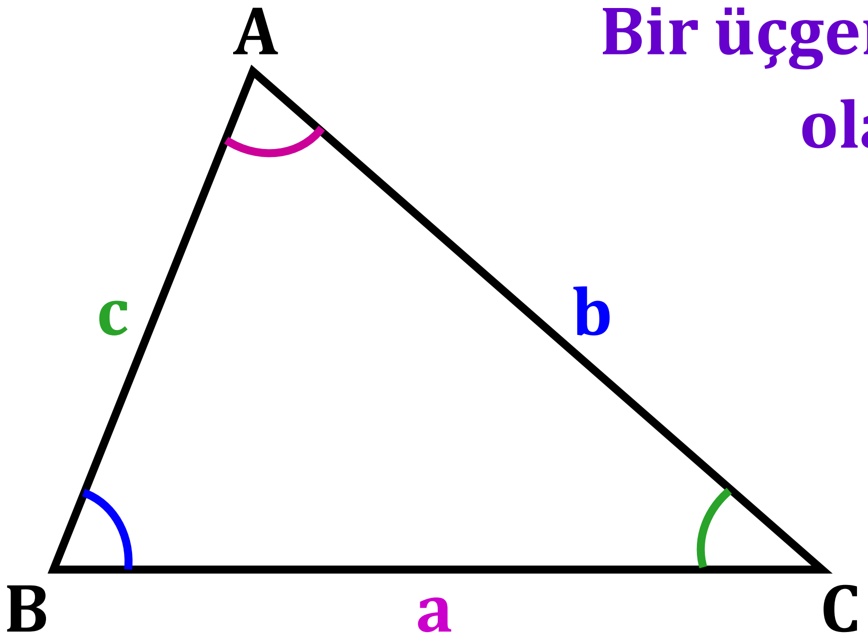
(Sağ üçgenden C açısının kosinüsü bulunur. Ters açıdan C açısının kosinüsü sol üçgende kullanılarak x bulunur.)

Soru :

$x = ?$



Sinüs Teoremi



Bir üçgen üzerinde belirli noktaların birbirlerine olan uzaklıkları ve bu noktaları birleştiren doğru parçaları arasındaki açı ölçüleri verilirse sinüs teoremini kullanarak istenileni bulabiliriz.

Önce sinüs alan formülünü kullanalım.

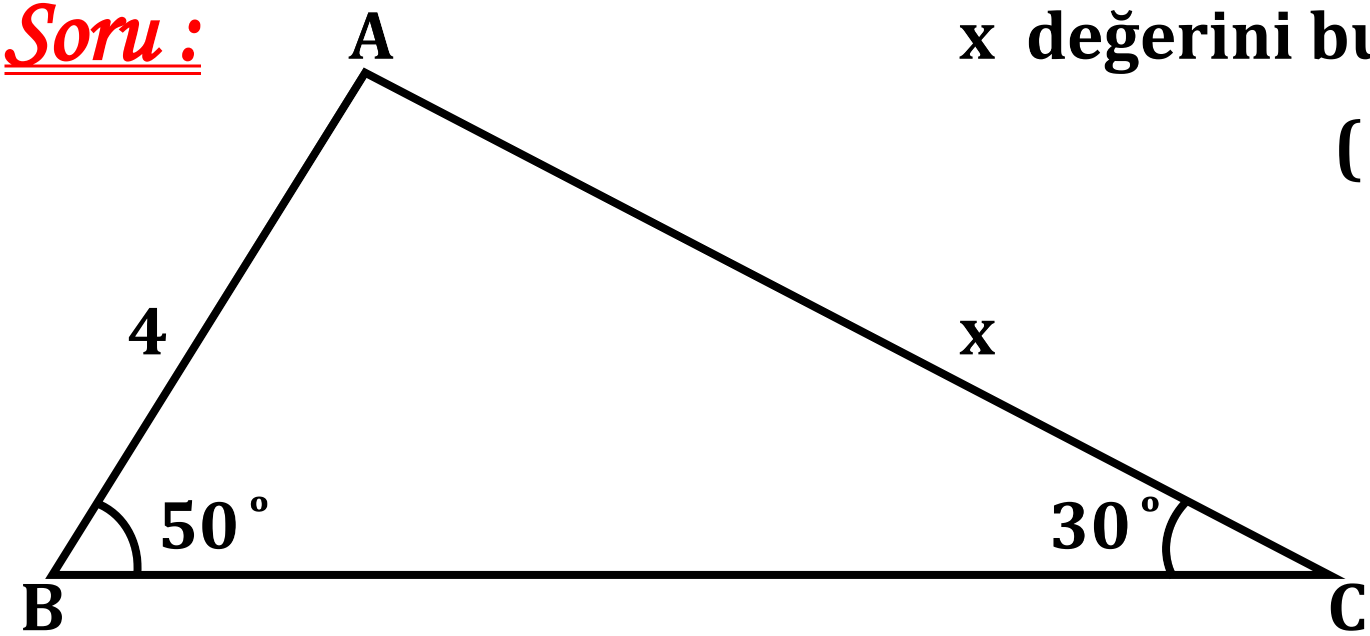
$$\frac{a \,.\, b \,.\, \sin \widehat{C}}{2} = \frac{a \,.\, c \,.\, \sin \widehat{B}}{2} = \frac{b \,.\, c \,.\, \sin \widehat{A}}{2}$$

eşitliği önce 2 ile çarpılır, ardından a . b . c terimine bölünür ve elde edilen kesirler ters çevrilir.

$$\frac{a}{\sin \widehat{A}} = \frac{b}{\sin \widehat{B}} = \frac{c}{\sin \widehat{C}}$$

orantılarından ikisi seçilerek çözüme ulaşılır.

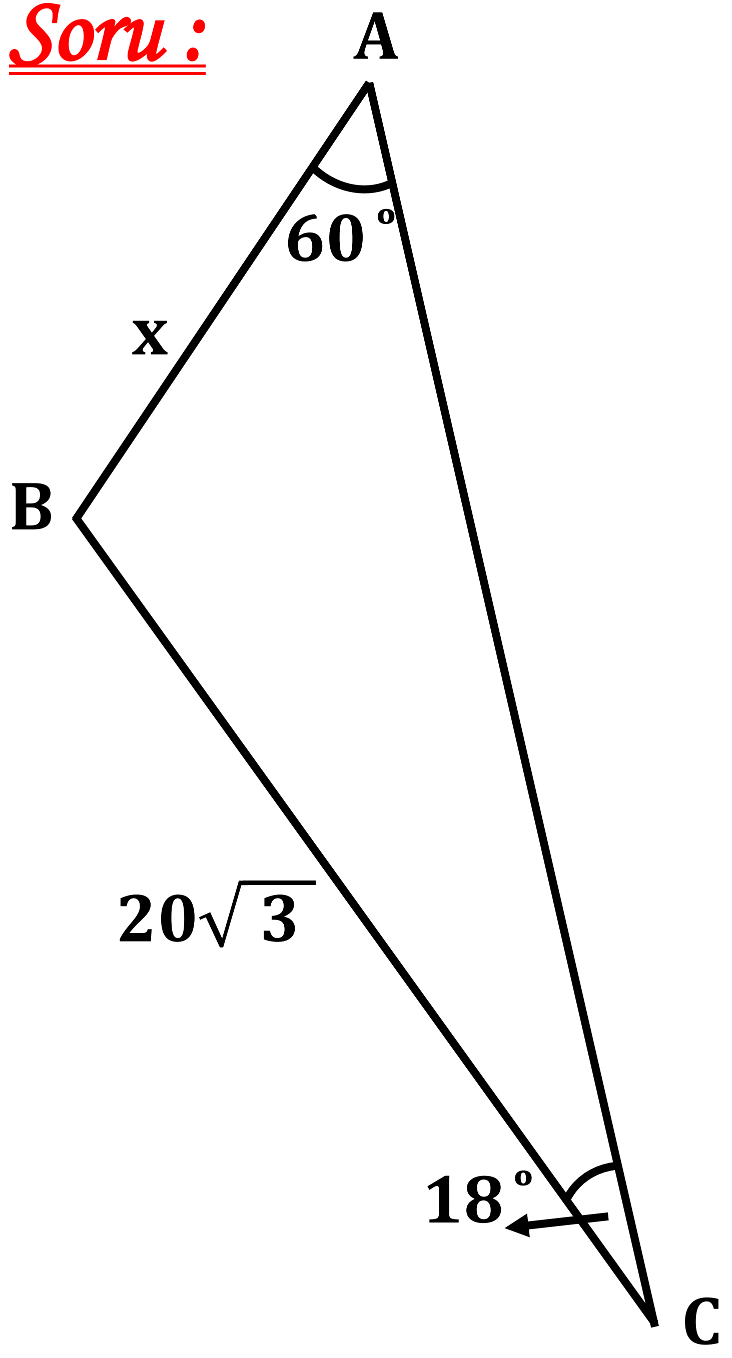
Soru :



x değerini bulunuz.

(sin 50° ≅ 0,7 alınız.)

Soru :

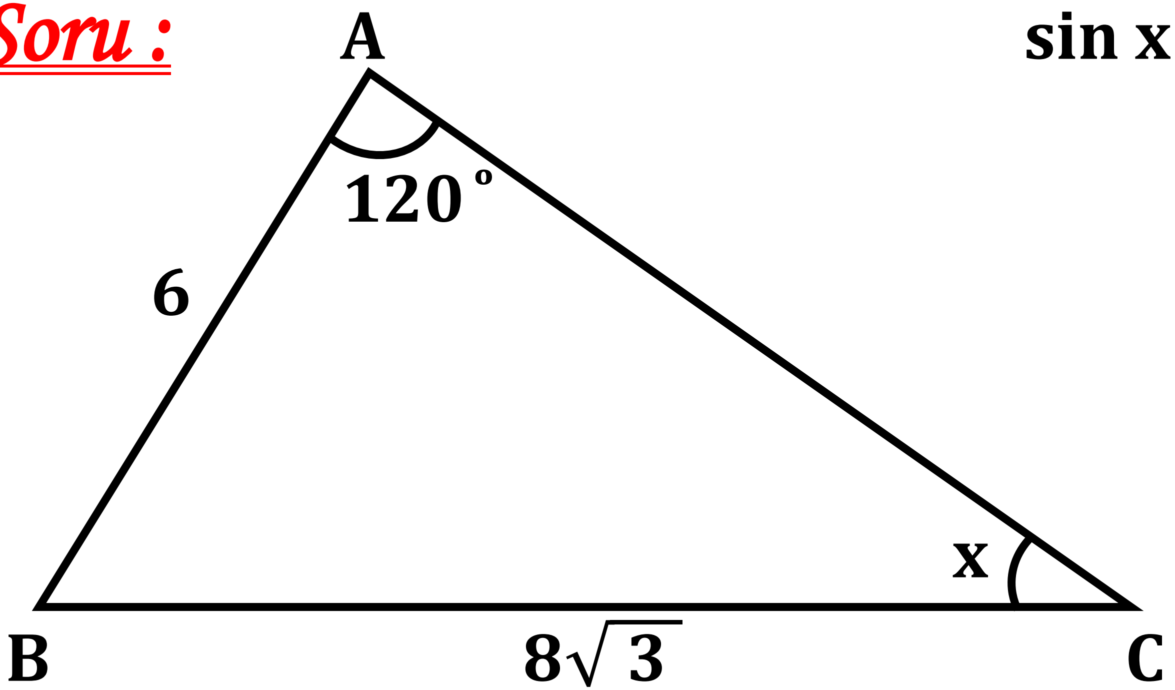


x değerini bulunuz.

(sin 18° ≅ 0,3 alınız.)

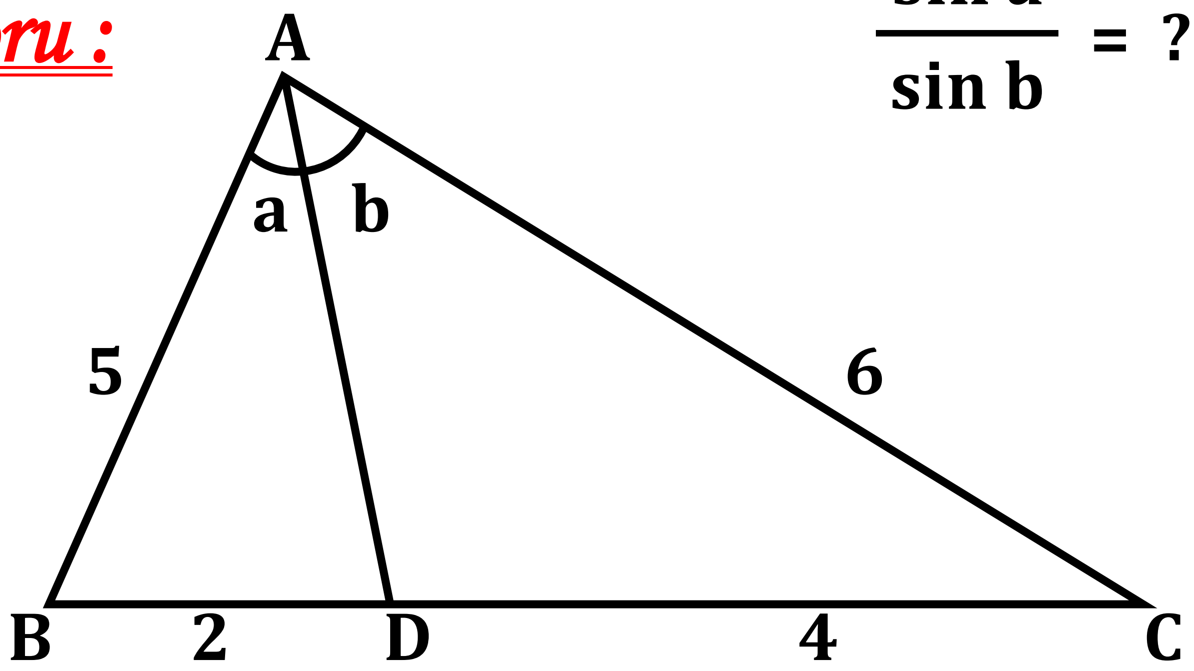
Soru :

sin x değerini bulunuz.



Soru : $|AC| = 360$ km , $m(\widehat{ABC}) = 120^\circ$ ve $m(\widehat{ACB}) = 15^\circ$ veriliyor. B noktasından C noktasına hareket eden bir araba kaç km yol kat etmelidir ?

Soru :

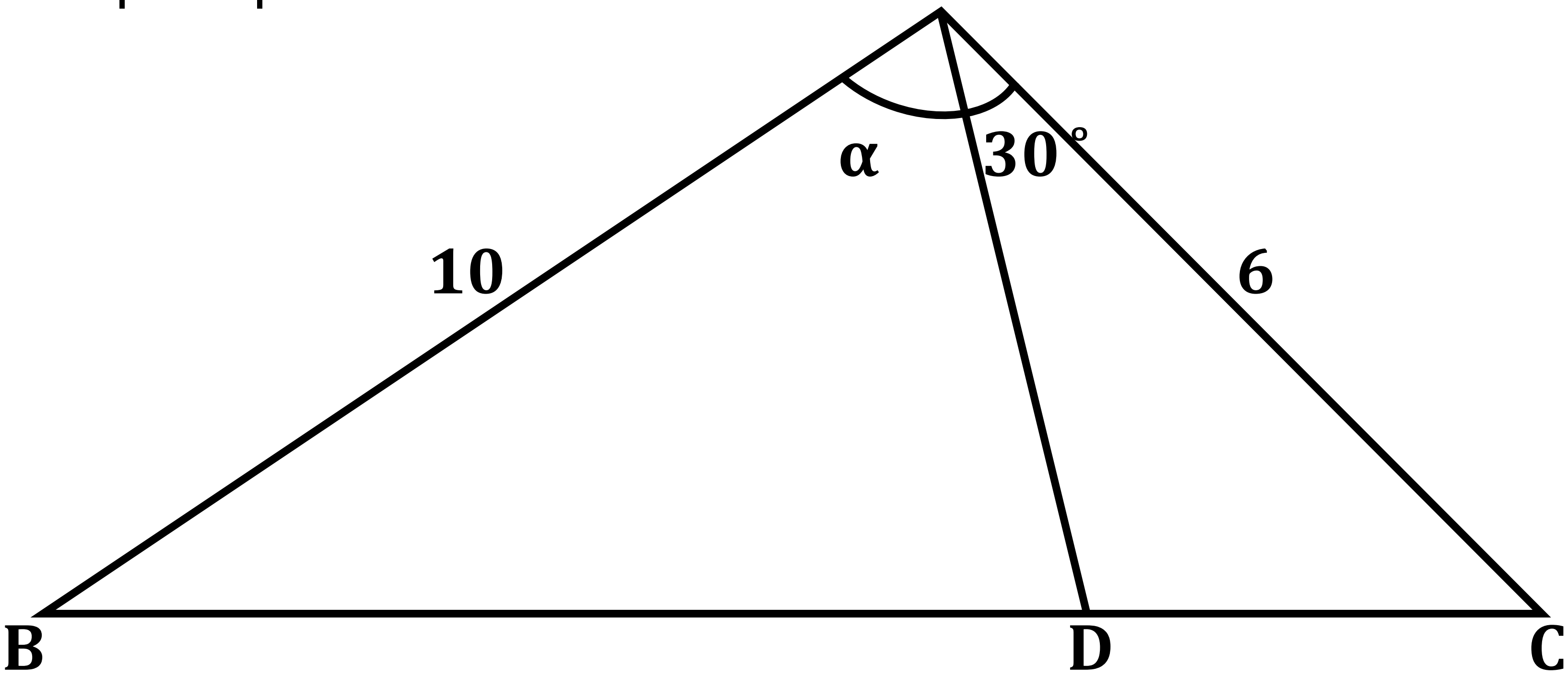


$$\frac{\sin a}{\sin b} = ?$$

(D açısının iki yanı x ve y açıları olsun. x + y = 180° oldu-ğundan açıların sinüsleri birbirine eşittir.

sin x = sin (180° – y) = sin y olur. Sinüs teoremi iki üçgene de uygulanır. Taban – alan ilişkisi veya sinüslü alan kuralı da kullanılabilir.)

Soru : $|BD| = 3 \cdot |DC|$ ise $\sin\alpha = ?$



Periyot , Periyodik Fonksiyon

Periyodik, kelime olarak “ belli aralıklarla yinelenen, dönemsel ” anlamına gelir. Dünya'nın Güneş etrafında dönmesi,dünya kupası maçlarının dört yılda bir tekrarlanması, dördün katı olan yıllarda şubat ayının 29 gün olması v.b. periyodik olarak meydana gelen olaylardır.

Periyodik fonksiyon, matematikte belli zaman aralığıyla kendini tekrar eden olguları ifade eden fonksiyonlara verilen isimdir. Tekrar etme süresi "periyot" olarak bilinir.

Soru : $f : \mathbb{Z} \longrightarrow \mathbb{Z}$ ve $f(x) = 2x + 1$ fonksiyonu periyodik ise periyodunu bulunuz. **(x 'e rastgele değerler verilir ve fonksiyondaki karşılığı bulunur. Sonuçların periyodik bir olay oluşturup oluşturmadığına bakılır.)**

x	. . .	0	1	2	3	4	5	. . .
f (x)	. . .							

Soru : $f(x) = \begin{cases} 0 \ , & x = 3k \text{ ise} \\ 1 \ , & x = 3k + 1 \text{ ise} \\ 2 \ , & x = 3k + 2 \text{ ise} \end{cases}$ parçalı fonksiyonu veriliyor. $x \in \mathbb{Z}$ olmak üzere f fonksiyonu periyodik ise periyodunu bulunuz. (Alttaki sayıları rastgele aldım.)

x	3	4	5	6	7	8	9	. . .
f (x)								

Örneğin; $f(3) = f(6) = f(9) = \ldots = 0$ olduğu görülür.

$f(3) = f(3 + 3) = f(6 + 3) = \ldots = 0$ sağladığından fonksiyonun periyodu 3 olarak bulunur. Sonuçlarda bir döngü varsa x 'lerdeki <u>değişim miktarı</u> bize fonksiyonun periyodunu verir.

Soru : **f (x) fonksiyonu " x tam sayısının 4 ile bölümünden kalanı veren " bir fonksiyon olarak tanımlanıyor. Buna göre bu fonksiyon periyodik ise periyodunu bulunuz.**

Kural : Her $x \in \mathbb{R}$ için $f(x) = f(x + T)$ eşitliğini sağla-

yan $T \in \mathbb{R}^{+}$ (yani x ’lerdeki <u>değişim miktarına</u>) sayısına

“ f fonksiyonunun periyodu ” adı verilir.

*** T br ileri gidilebildiği gibi T br geri de gidilebilir.

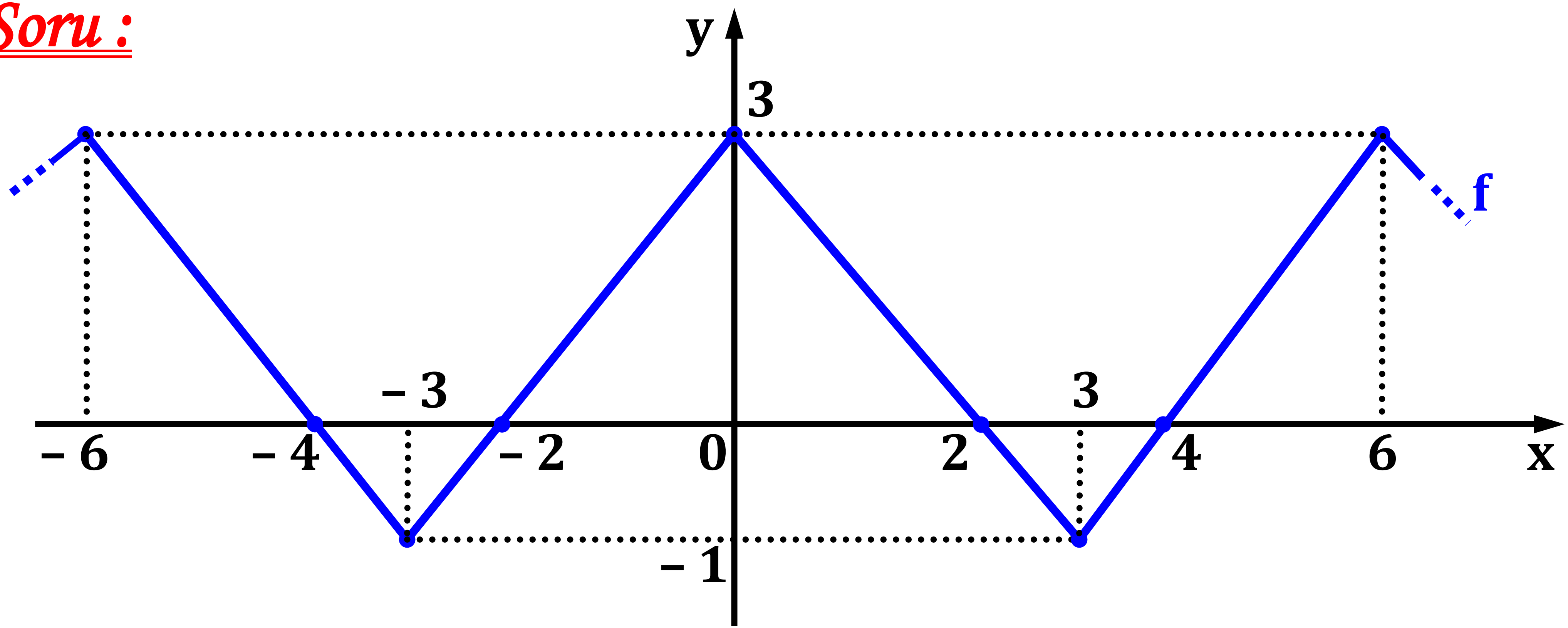
Soru : f fonksiyonunun <u>periyodu</u> 4 ’tür. $f(1) = 12$ ise

$f(-3) + 2.f(9) = ?$

Soru : f fonksiyonunun **periyodu** 6 'tür.

$$\left.\begin{array}{l} f(4) = 9 \\ \\ f(-1) = 2 \end{array}\right\} \text{ ise } f(22) + f(5) + f(-8) = ?$$

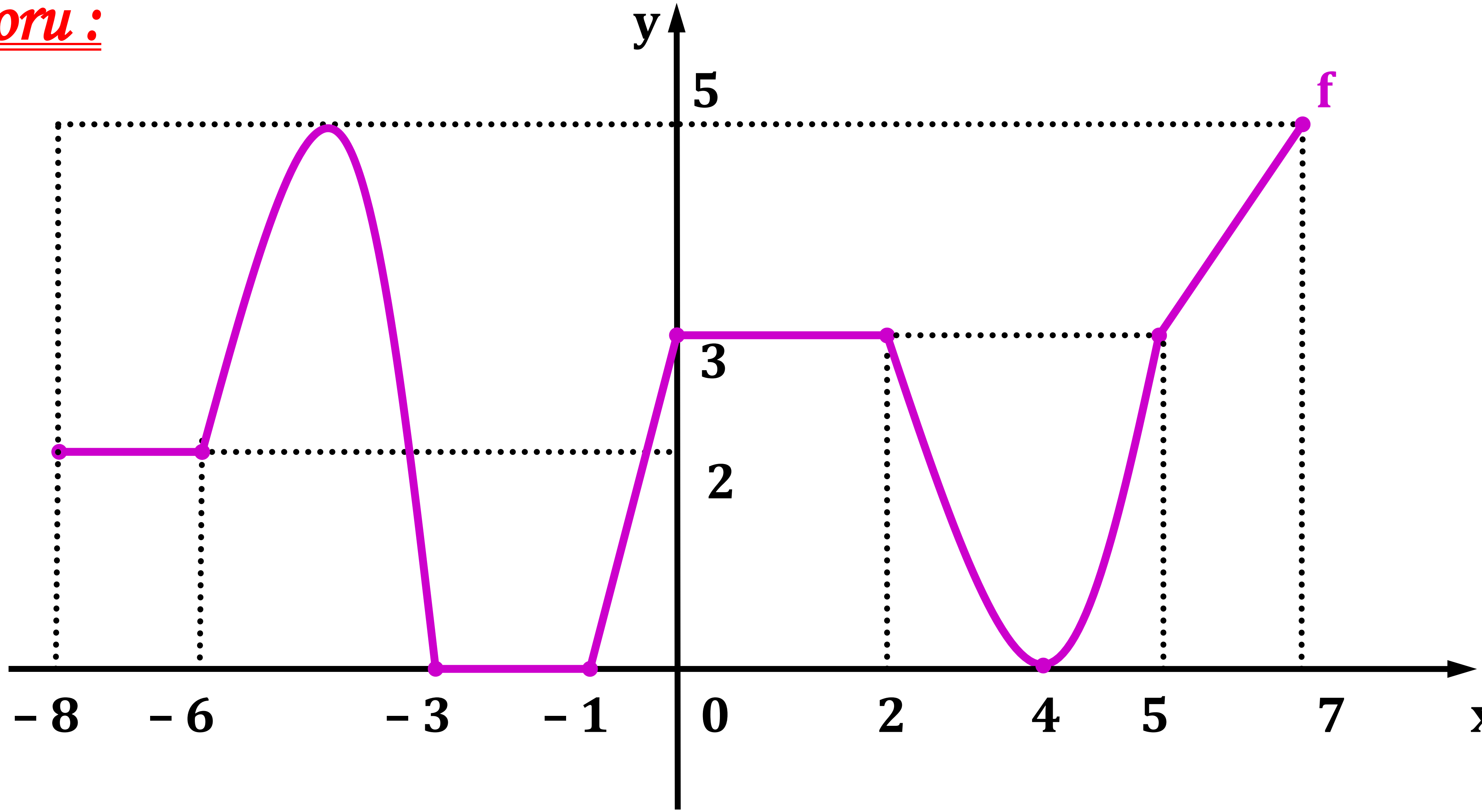
Soru :



Grafiği verilen f fonksiyon periyodik ise periyodunu bulunuz.

(Grafik değerleri tabloya dökülüp inceleme de yapılabilir.)

Soru :



Grafiği verilen f fonksiyon periyodik ise periyodunu bulunuz.

Not :

$$f(x) = \begin{cases} 0 & , \ x = 3k \ \text{ise} \\ 1 & , \ x = 3k+1 \ \text{ise} \\ 2 & , \ x = 3k+2 \ \text{ise} \end{cases}$$

parçalı fonksiyonun periyodunu 3 olarak bulmuştuk. Örneğin

$h(x) = f(4x) + 1$ fonksiyonunu inceleyelim.

$x = 0$ ise $h(0) = f(0) + 1 = 0 + 1 = 1$

$x = \frac{3}{4}$ ise $h\left(\frac{3}{4}\right) = f\left(4.\frac{3}{4}\right) + 1 = f(3) + 1 = 0 + 1 = 1$

$x = \frac{6}{4}$ ise $h\left(\frac{6}{4}\right) = f\left(4.\frac{6}{4}\right) + 1 = f(6) + 1 = 0 + 1 = 1$

$x = \frac{9}{4}$ ise $h\left(\frac{9}{4}\right) = f\left(4.\frac{9}{4}\right) + 1 = f(9) + 1 = 0 + 1 = 1$

. . . olarak bulunuyor. Sayılar $\frac{3}{4}$ artarken sonuçlar periyodik çıkıyor.

Kural : Her $x \in \mathbb{R}$ için $f(x)$ fonksiyonunun periyodu $T \in \mathbb{R}^+$ olsun. Her $a\ (a \neq 0)$, b, c, $k \in \mathbb{R}$ için $k \cdot f(ax \pm b) \pm c$ fonksiyonunun periyodu $\dfrac{T}{|a|}$ olarak alınır.

*** a sayısı, parantez içerisindeki x 'in katsayısıdır.

Soru : Her $x \in \mathbb{R}$ için f fonksiyonunun periyodu 20 ise altta verilen fonksiyonların periyodunu bulunuz.

A) $f(4x + 7) - 1$

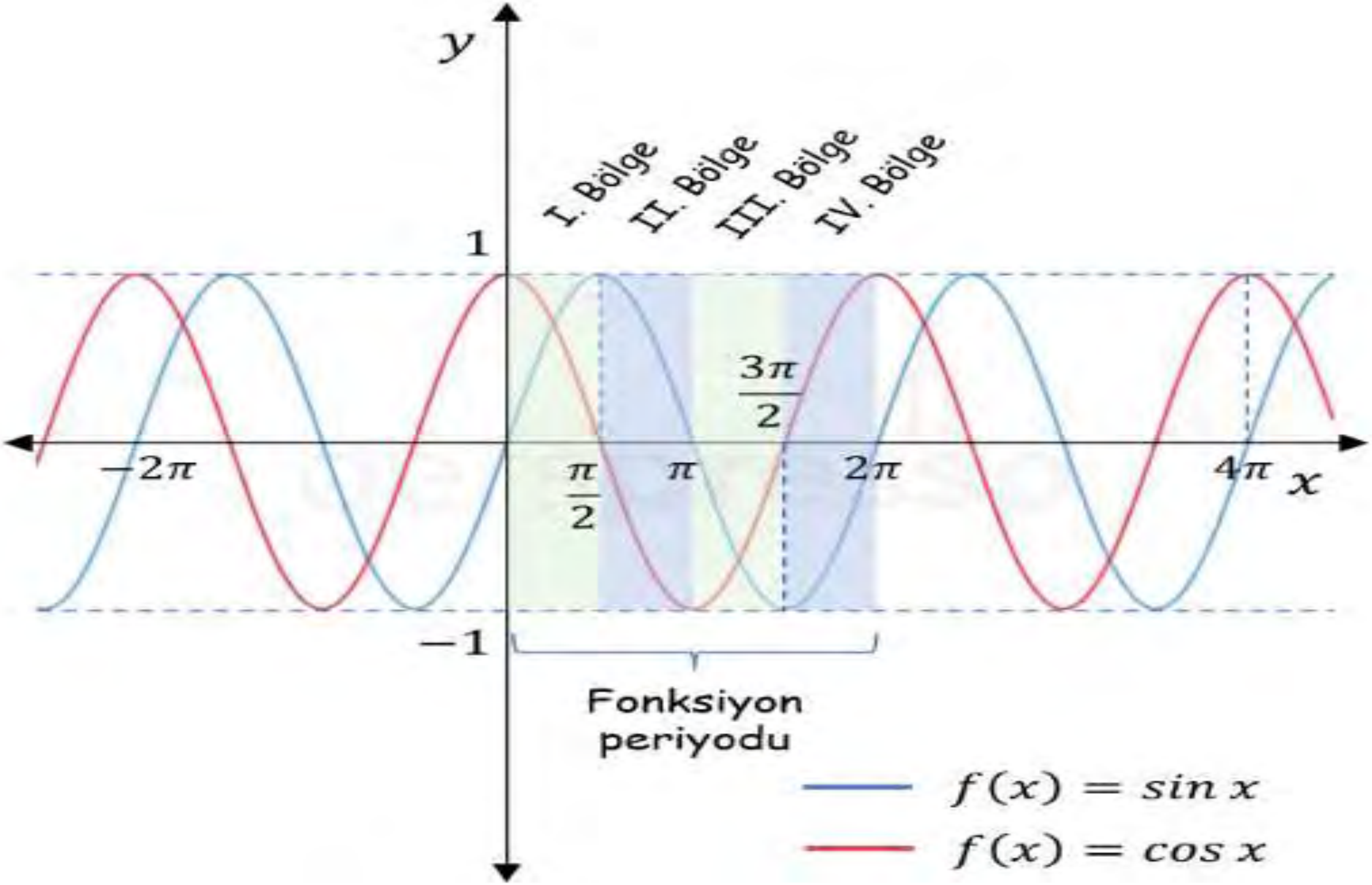
B) $f\left(5 + \dfrac{x}{2}\right) + 4$

C) $f\left(\frac{5x - 6}{3}\right) + 11$

D) $\frac{f(10x + 1)}{8}$

Soru : **Her $x \in \mathbb{R}$ için, f fonksiyonunun periyodu 12 ve h fonksiyonunun periyodu 2 olsun. $6f(2x) + 8$ ile $h(3 + 4x) - 1$ fonksiyonunun periyotları çarpımı ne olur ?**

Sinüs, Kosinüs, Tanjant ve Kotanjant Fonksiyonlarının Periyotları



1)

x	0	$\frac{\pi}{2}$	π	$\frac{3\pi}{2}$	2π	$\frac{5\pi}{2}$	3π	$\frac{7\pi}{2}$	4π	. . .
$\sin x$	0	1	0	-1	0	1	0	-1	0	. . .

Yukarıda bazı açı değerlerinin sinüs sonuçları alınmıştır. Tablo incelendiğinde $[\,0\,,\,2\pi\,]$, $[\,2\pi\,,\,4\pi\,]$, $[\,4\pi\,,\,6\pi\,]$, . . . aralıklarında sonuçlar $0\,,\,1\,,\,0\,,\,-1$ olarak tekrarlanıyor.

Not : **Her $x \in \mathbb{R}$ için $\sin x = \sin(\,x + 2\pi\,) = \sin(\,x + 4\pi\,) = \,. . .$ olduğundan sinüs fonksiyonunun periyodu $T = 2\pi$ olur.**

2)

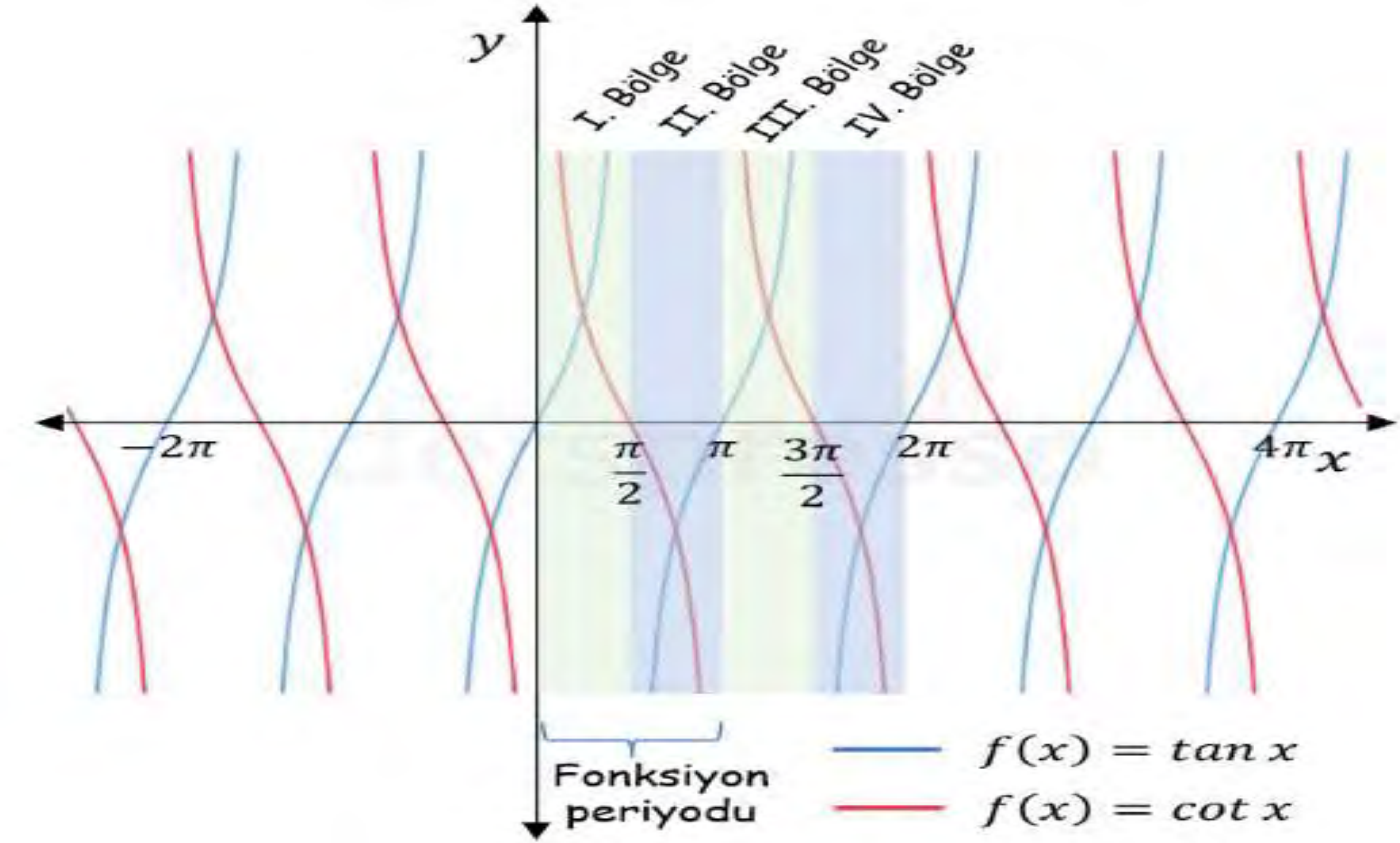
x	0	$\frac{\pi}{2}$	π	$\frac{3\pi}{2}$	2π	$\frac{5\pi}{2}$	3π	$\frac{7\pi}{2}$	4π	. . .
cos x	1	0	-1	0	1	0	-1	0	1	. . .

Yukarıda bazı açı değerlerinin kosinüs sonuçları alınmıştır.

Tablo incelendiğinde $[\,0\,,\,2\pi\,]\,,\,[\,2\pi\,,\,4\pi\,]\,,\,[\,4\pi\,,\,6\pi\,]\,,\,.\,.\,.$ aralıklarında sonuçlar $1\,,\,0\,,\,-1\,,\,0$ olarak tekrarlanıyor.

Tablo incelendiğinde her $x \in \mathbb{R}$ için;

$\cos x = \cos(\,x + 2\pi\,) = \cos(\,x + 4\pi\,) = \,.\,.\,.$ olduğundan kosinüs fonksiyonunun periyodu da $T = 2\pi$ olur.



y
I. Bölge
II. Bölge
III. Bölge
IV. Bölge
-2π
$\frac{\pi}{2}$
π
$\frac{3\pi}{2}$
2π
4π
x
Fonksiyon periyodu
$f(x) = \tan x$
$f(x) = \cot x$

3)

x	0	$\frac{\pi}{2}$	π	$\frac{3\pi}{2}$	2π	$\frac{5\pi}{2}$	3π	. . .
tan x	0	Tanımsız	0	Tanımsız	0	Tanımsız	0	. . .

Yukarıda bazı açı değerlerinin tanjant sonuçları alınmıştır. Tablo incelendiğinde [0 , π] , [π , 2π] , [2π , 3π] , . . . aralıklarında sonuçlar 0 , Tanımsız olarak tekrarlanıyor.

Tablo incelendiğinde her $x \in \mathbb{R}$ için;

$\tan x = \tan(x + \pi) = \tan(x + 2\pi) = \ldots$ olduğundan tanjant fonksiyonunun periyodu da $T = \pi$ olur.

4)

x	0	$\frac{\pi}{2}$	π	$\frac{3\pi}{2}$	2π	$\frac{5\pi}{2}$	3π	. . .
cot x	Tanımsız	0	Tanımsız	0	Tanımsız	0	Tanımsız	. . .

Yukarıda bazı açı değerlerinin kotanjant sonuçları alınmıştır.

Tablo incelendiğinde $[\ 0\ ,\ \pi\ ]\ ,\ [\ \pi\ ,\ 2\pi\ ]\ ,\ [\ 2\pi\ ,\ 3\pi\ ]\ ,\ .\ .\ .$

aralıklarında sonuçlar Tanımsız , 0 olarak tekrarlanıyor.

Tablo incelendiğinde her $x \in \mathbb{R}$ için;

$\cot x = \cot(\ x + \pi\ ) = \cot(\ x + 2\pi\ ) = .\ .\ .$ olduğundan

kotanjant fonksiyonunun periyodu da $T = \pi$ olur.

Kural : Her $x \in \mathbb{R}$ ve her $a\,(\,a \neq 0\,)$, b , c , $k \in \mathbb{R}$ için;

A) $k\,.\,\sin(\,ax \pm b\,) \pm c$ ve $k\,.\,\cos(\,ax \pm b\,) \pm c$ fonksiyonlarının periyodu $\dfrac{2\pi}{|\,a\,|}$ olur.

B) $k\,.\,\tan(\,ax \pm b\,) \pm c$ ve $k\,.\,\cot(\,ax \pm b\,) \pm c$ fonksiyonlarının periyodu ise $\dfrac{\pi}{|\,a\,|}$ olur.

Soru : Her $x \in \mathbb{R}$ için alttaki fonksiyonların periyotlarını bulunuz.

A) $\cos(\,4 + \pi x\,) - 2$

B) $\cot\left(\,\dfrac{2x}{3} + 5\,\right) + 1$

Soru : **Her $x \in \mathbb{R}$ için $\sin(2x + 3) + 6$ fonksiyonunun periyodu k, $\tan\left(5 - \frac{x}{4}\right) + 1$ fonksiyonunun periyodu ise m'dir.**

Buna göre $k + m = ?$

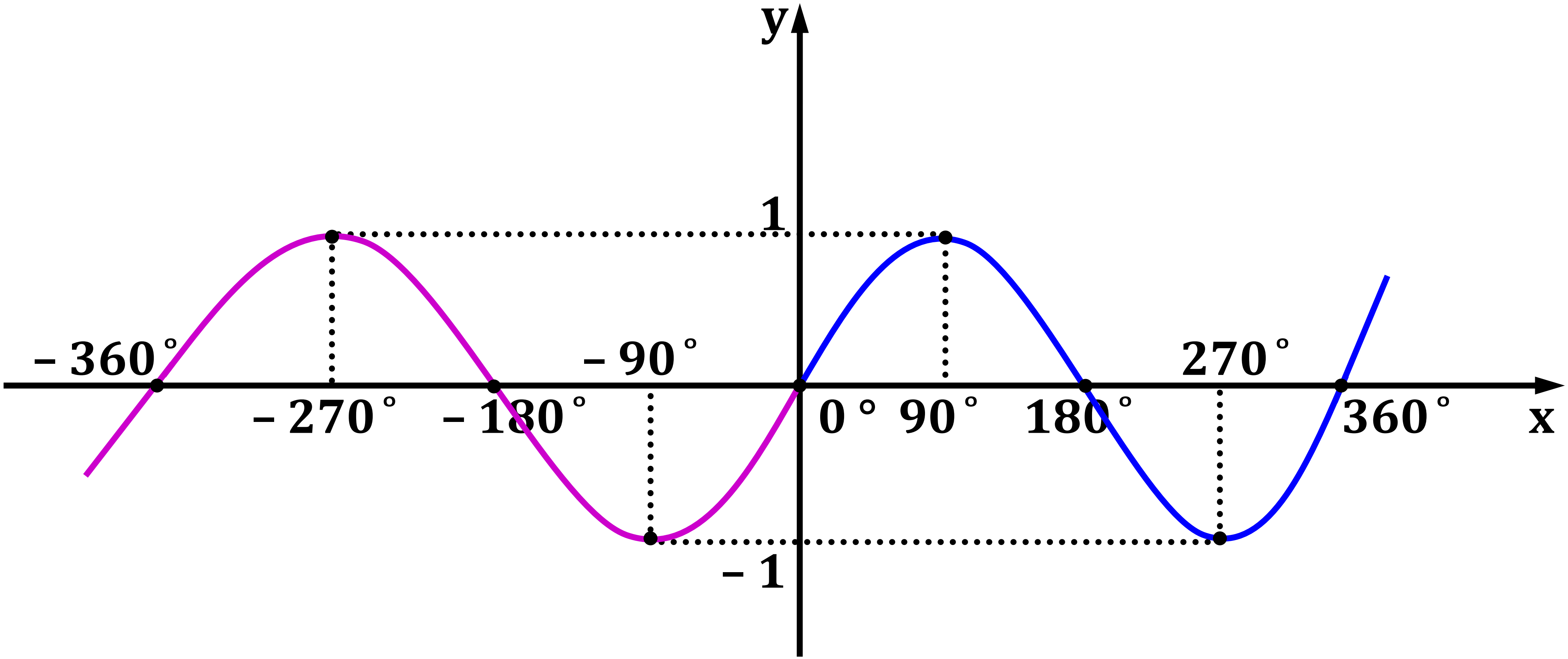
Trigonometrik Fonksiyonların Grafik Çizimleri

1) Sinüs Fonksiyonun Grafiği :

Her $x \in \mathbb{R}$ için $y = f(x) = \sin x$ olsun. Sinüs fonksiyonunun periyodu 2π idi. Fonksiyon . . . , $[-2\pi, 0]$, $[0, 2\pi]$, $[2\pi, 4\pi]$, . . . aralıklarında tekrarlar. Fonksiyonun grafiği için bilinen açı değerlerinden $-2\pi, -\frac{3\pi}{2}, -\pi, -\frac{\pi}{2}, 0, \frac{\pi}{2}, \pi, \frac{3\pi}{2}$ ve 2π ölçülerini kullanmak çizim için daha kullanışlıdır.

Değerlerinin karşılığı bulunur ve $(x, \sin x)$ noktaları koordinat sisteminde işaretlenir ve noktalardan geçen eğri grafiği çizilir.

x	$-360°$	$-270°$	$-180°$	$-90°$	0	$90°$	$180°$	$270°$	$360°$
sin x	0	1	0	-1	0	1	0	-1	0



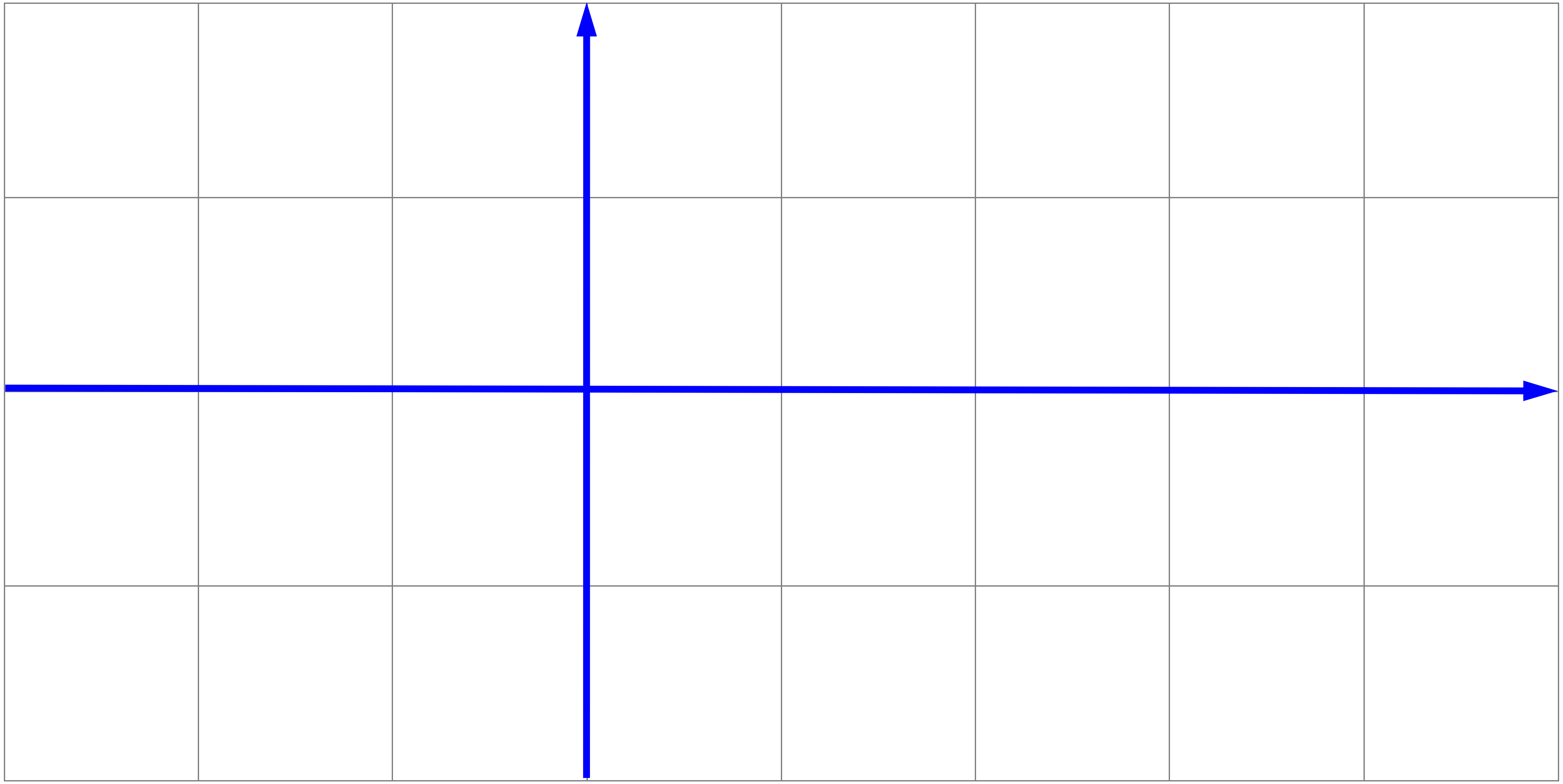
Grafiğe bakılırsa fonksiyonun grafiği **orijin noktasına göre simetriktir.** Dolayısıyla sinüs fonksiyonu **tek fonksiyondur.**

Tek fonksiyonlarda $f(-x) = -f(x)$ idi. Dolayısıyla

$f(x) = \sin x$ ise $f(-x) = \sin(-x) = -\sin x = -f(x)$ olur.

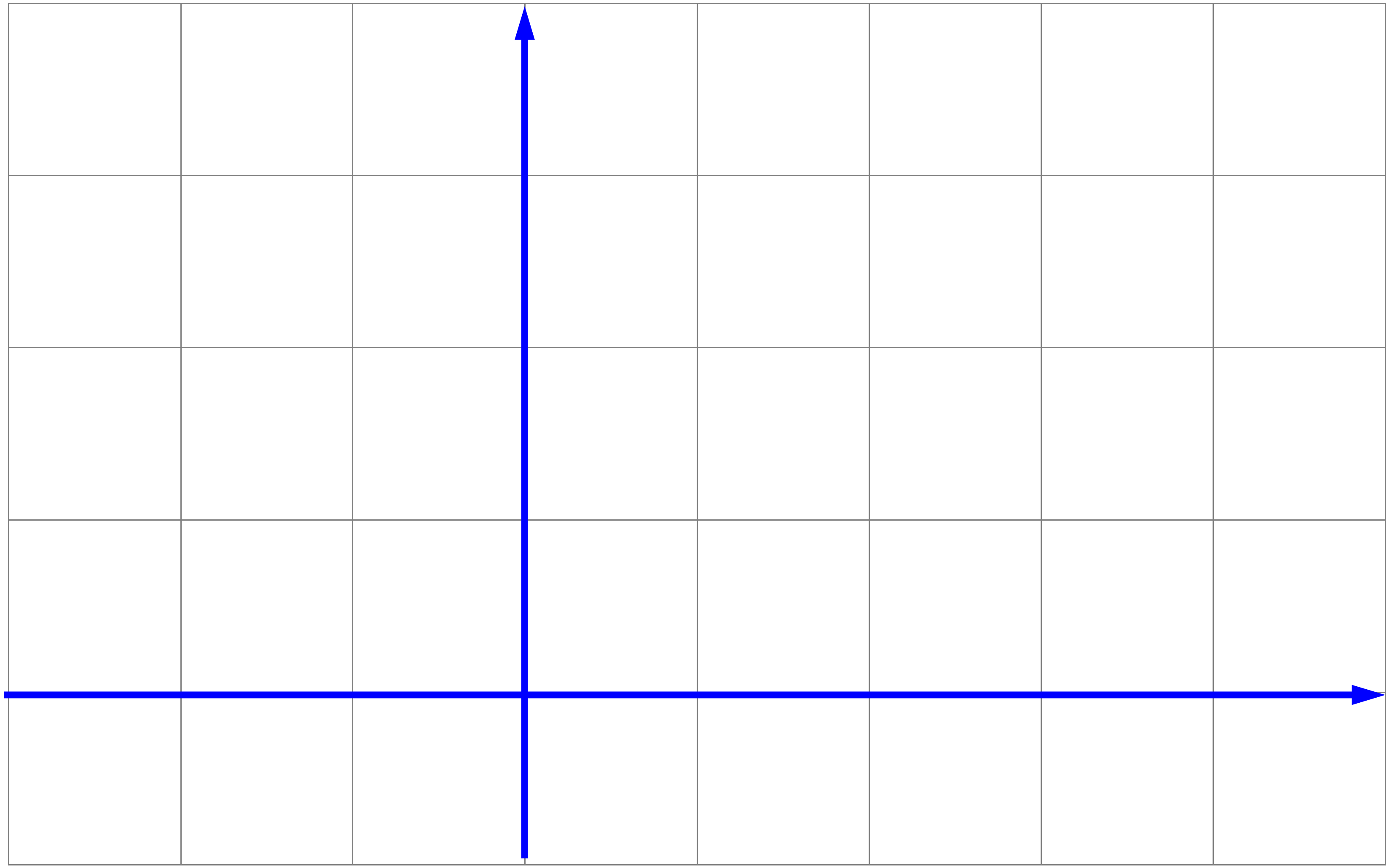
Soru : $y = f(x) = -\sin x$ **fonksiyonunun grafiğini** $[-180^\circ, 360^\circ]$ **aralığında çiziniz.**

$y = f(x) = -\sin x$

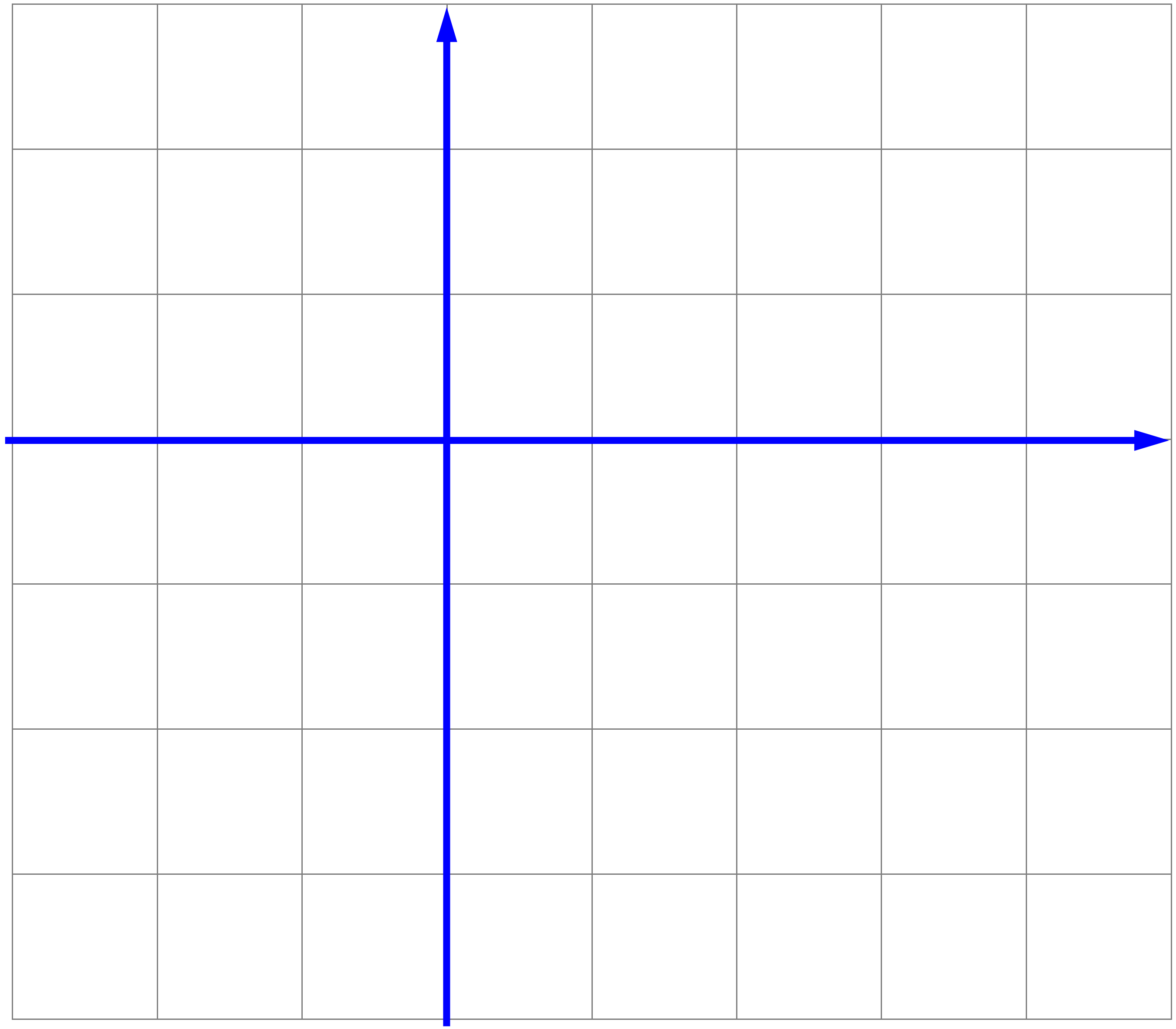


Soru : $y = f(x) = \sin x + 2$ fonksiyonunun grafiğini $[-180^\circ, 360^\circ]$ aralığında çiziniz.

$y = f(x) = \sin x + 2$



Soru : **$y = f(x) = 3\sin x - 1$ fonksiyonunun grafiğini $[-180°, 360°]$ aralığında çiziniz.**



Not : **k . sin (ax) ± b 'nin grafiğini çizebilmek için önceden kullandığımız açı değerlerinin a 'ya bölümünden elde edilen açılar kullanılır ve noktalar bulunur. Ardından grafik çizilir.**

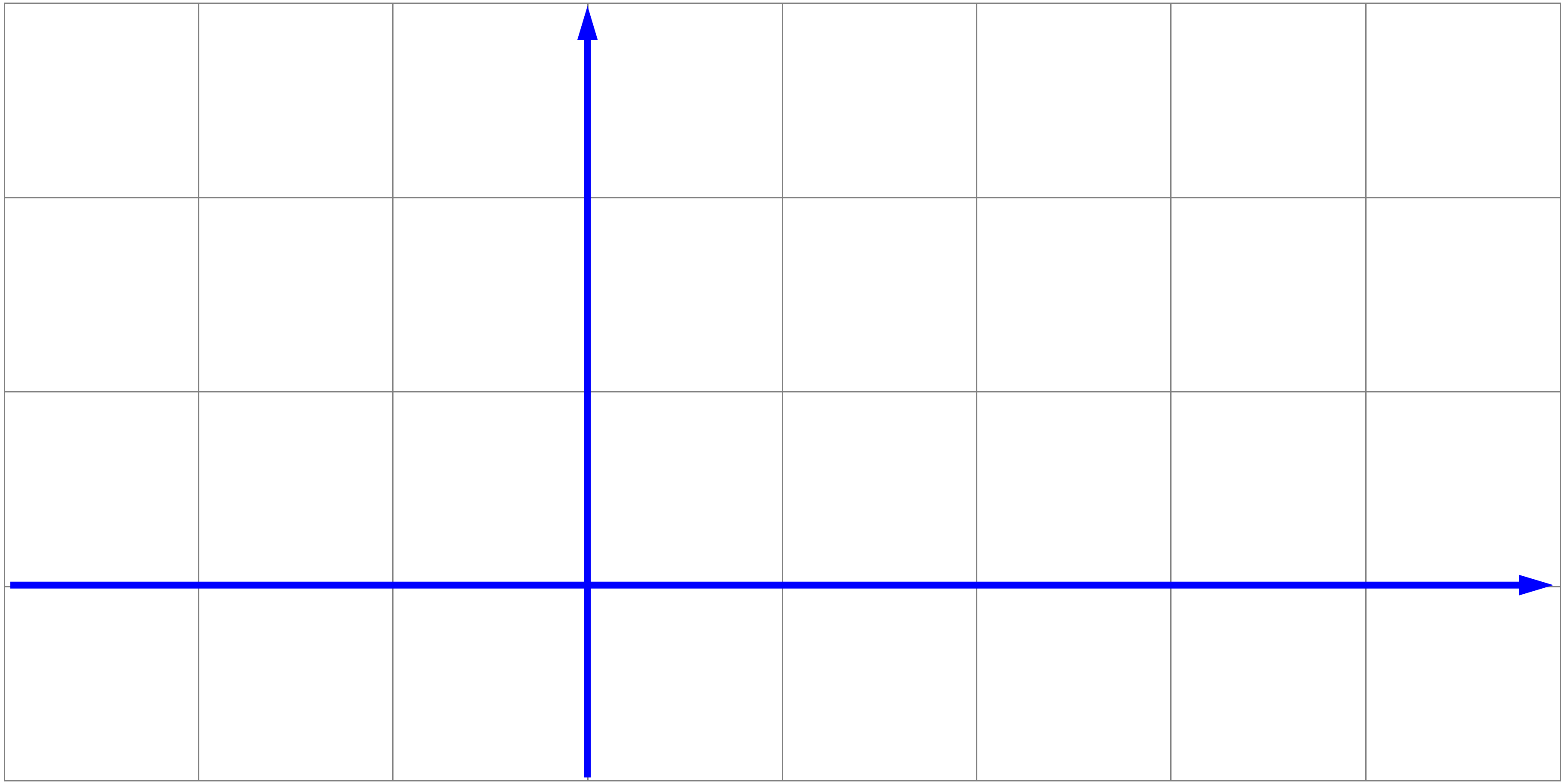
Soru : **Önceki sorularda f (x) = sin x fonksiyonunun grafiğinin bir kısmını [– 180°, 360°] aralığında çizmiştik. Buna göre;**

A) f (x) = 4 sin (3x) fonksiyonunun çizimini hangi aralıkta yapmalıyız ?

$f(x) = \sin x$ fonksiyonunun grafiğinin bir kısmını $[-180^\circ, 360^\circ]$ aralığında çizmiştik.

B) **$f(x) = \sin\left(\frac{x}{2}\right)$ fonksiyonunun çizimini hangi aralıkta yapmalıyız ?**

Soru : **$y = f(x) = \sin(2x) + 1$ fonksiyonunun grafiğini $[-90^\circ, 180^\circ]$ aralığında çiziniz.**

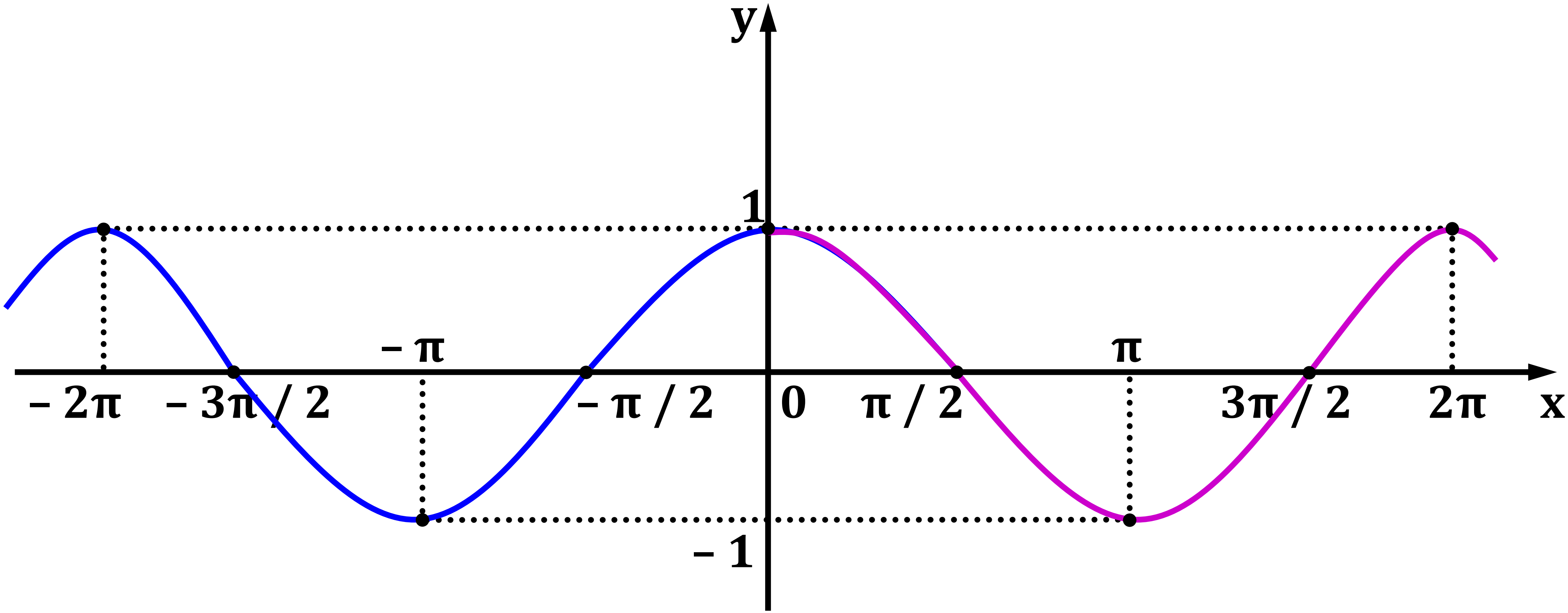


2) Kosinüs Fonksiyonun Grafiği :

Her $x \in \mathbb{R}$ için $y = f(x) = \cos x$ olsun. Kosinüs fonksiyonunun periyodu 2π idi. Fonksiyon $\ldots, [-2\pi, 0], [0, 2\pi], [2\pi, 4\pi], \ldots$ aralıklarında tekrarlar. Fonksiyonun grafiği için bilinen açı değerlerinden $-2\pi, -\frac{3\pi}{2}, -\pi, -\frac{\pi}{2}, 0, \frac{\pi}{2}, \pi, \frac{3\pi}{2}$ ve 2π ölçülerini kullanmak çizim için daha kullanışlıdır.

Değerlerinin karşılığı bulunur ve $(x, \cos x)$ noktaları koordinat sisteminde işaretlenir ve noktalardan geçen eğri grafiği çizilir.

x	$-360°$	$-270°$	$-180°$	$-90°$	0	$90°$	$180°$	$270°$	$360°$
cos x	1	0	-1	0	1	0	-1	0	1



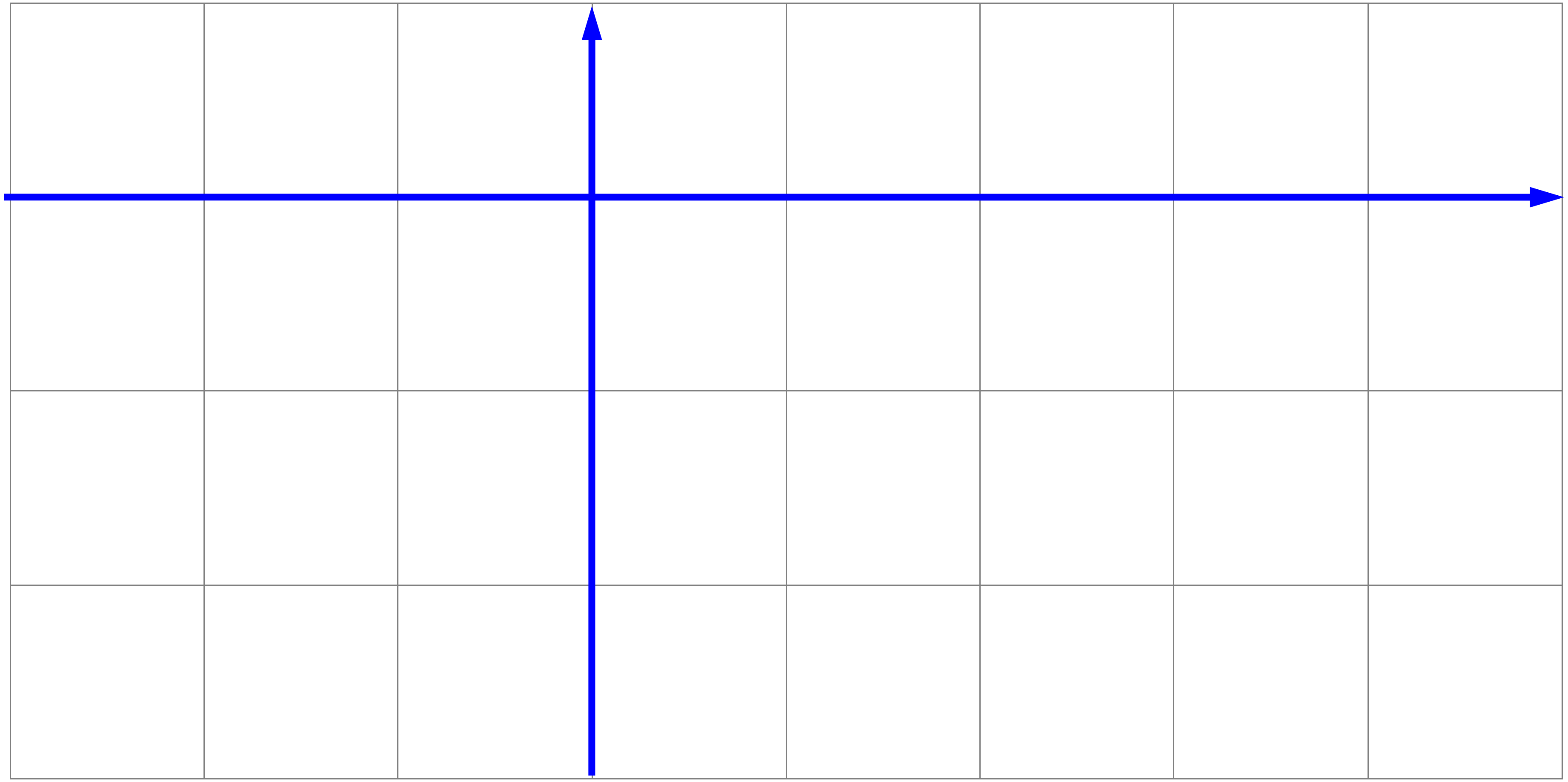
Grafiğe bakılırsa fonksiyonun grafiği y eksenine göre simetriktir. Dolayısıyla kosinüs fonksiyonu çift fonksiyondur.

Çift fonksiyonlarda $f(-x) = f(x)$ idi. Dolayısıyla

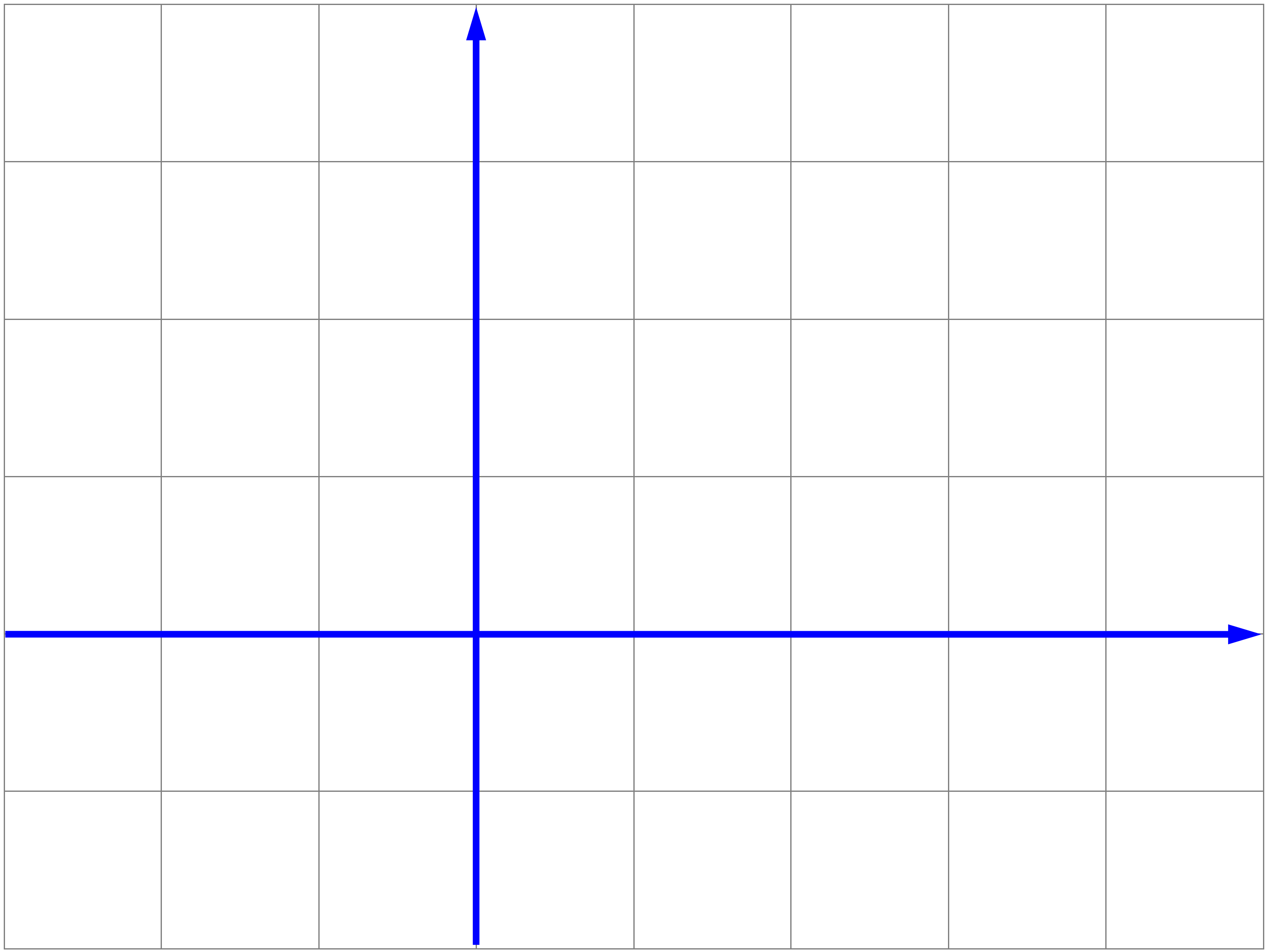
$f(x) = \cos x$ ise $f(-x) = \cos(-x) = \cos x = f(x)$ olur.

Soru : $y = f(x) = \cos x - 1$ fonksiyonunun grafiğini $[-180^\circ, 360^\circ]$ aralığında çiziniz.

$y = f(x) = \cos x - 1$



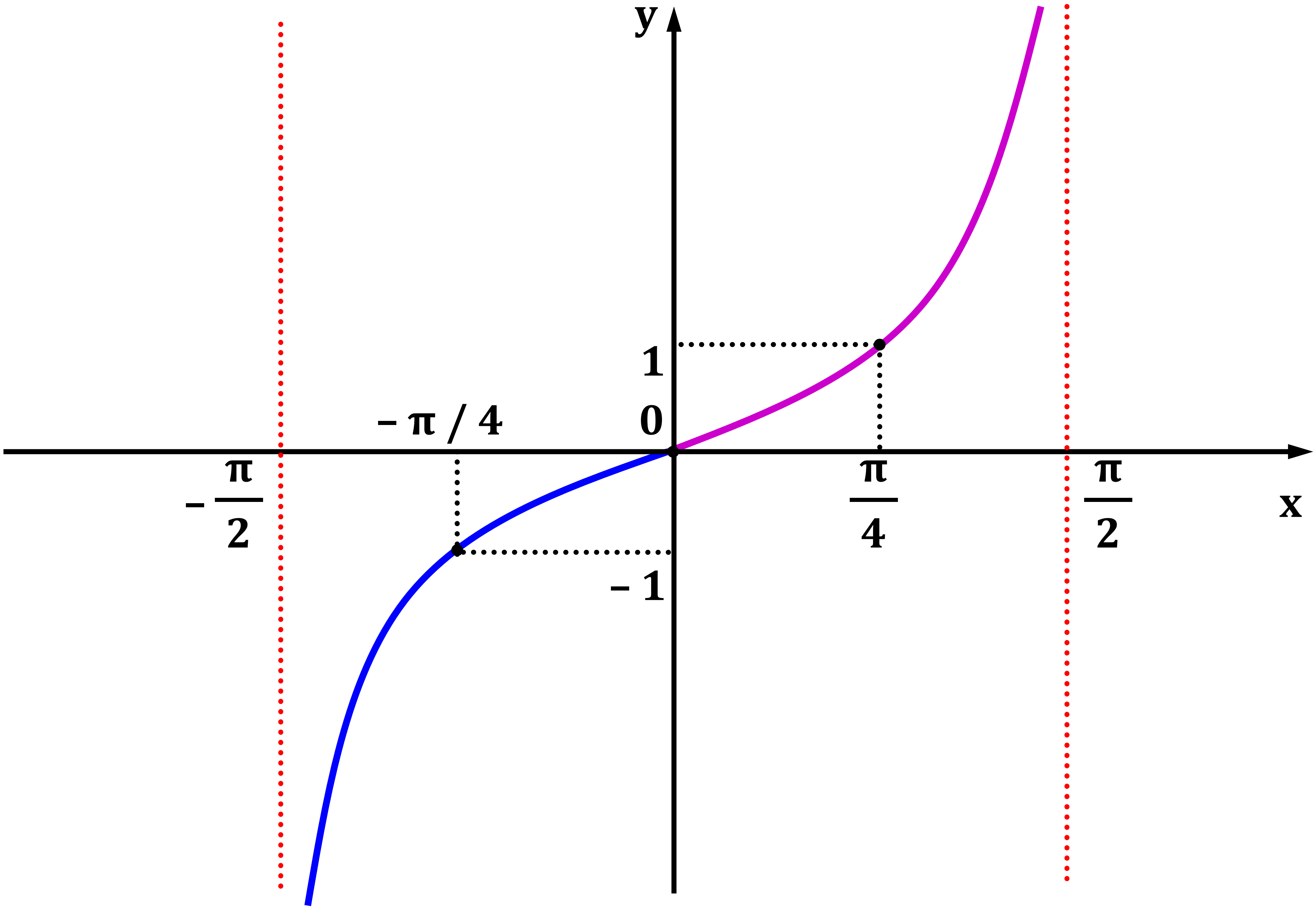
Soru : **$f(x) = -2\cos x + 1$ fonksiyonunun grafiğini $[-180^\circ, 360^\circ]$ aralığında çiziniz.**



3) Tanjant Fonksiyonun Grafiği :

Her $x \in \mathbb{R}$ için $y = f(x) = \tan x$ olsun. Tanjant fonksiyonunun periyodu π idi. Fonksiyon $\ldots, \left(-\frac{3\pi}{2}, -\frac{\pi}{2}\right), \left(-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right), \left(\frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2}\right), \ldots$ aralıklarında tekrarlar. Fonksiyonun grafiği için bilinen açı değerlerinden $-\frac{3\pi}{4}, -\frac{\pi}{4}, 0, \frac{\pi}{4}, \frac{3\pi}{4}$ ölçülerini kullanmak çizim için daha kullanışlıdır. Değerlerinin karşılığı bulunur ve $(x, \tan x)$ noktaları koordinat sisteminde işaretlenir ve noktalardan geçen eğri grafiği çizilir.

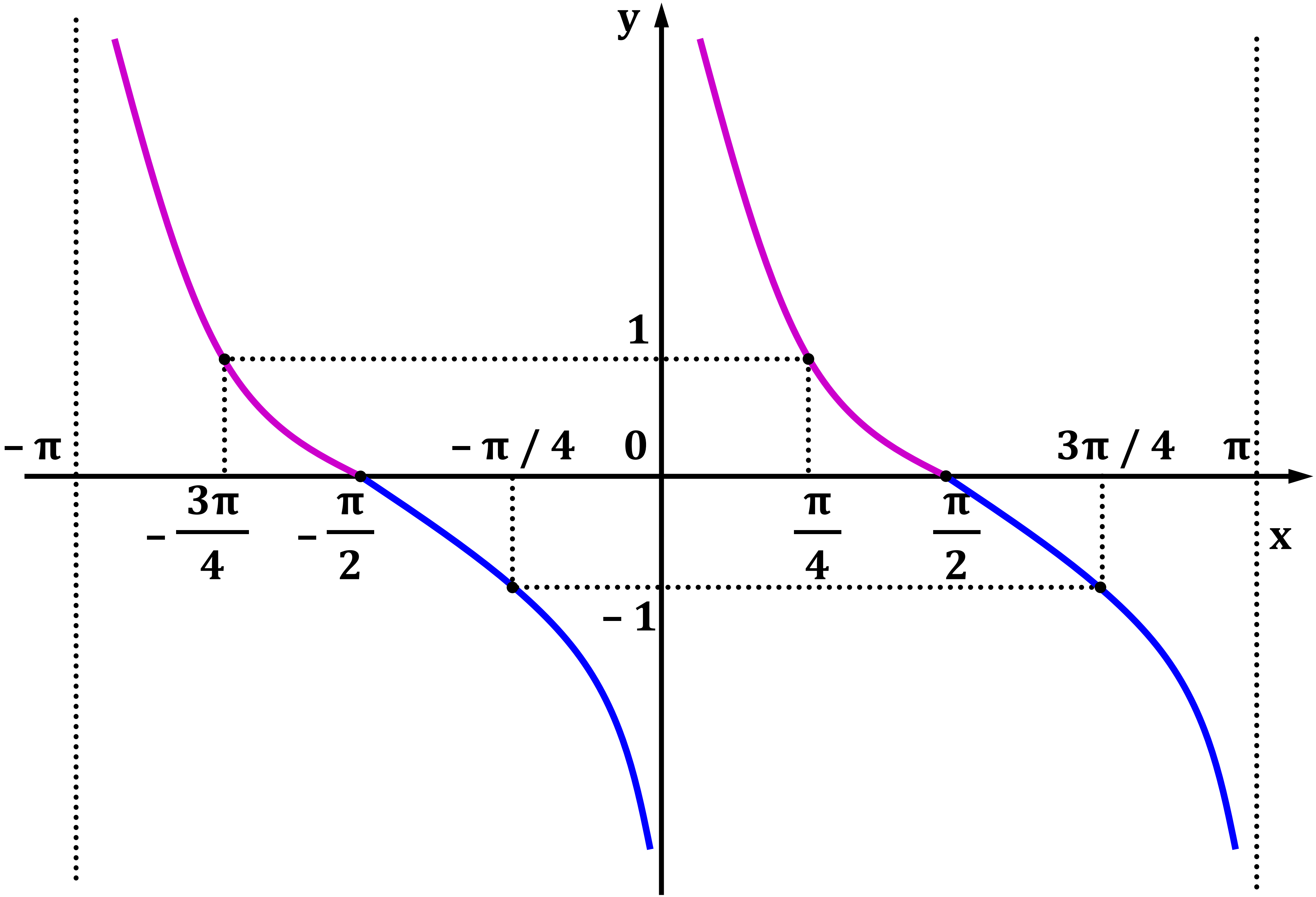
x	. . .	$-90°$	$-45°$	$0°$	$45°$	$90°$	. . .
tan x	. . .	Tanımsız	-1	0	1	Tanımsız	. . .


y
1
0
– π / 4
– 1
π
–
2
π
4
π
2
x

4) Kotanjant Fonksiyonun Grafiği :

Her $x \in \mathbb{R}$ için $y = f(x) = \cot x$ olsun. Kotanjant fonksiyonunun periyodu π idi. Fonksiyon . . . , $(-2\pi, -\pi)$, $(-\pi, 0)$, $(0, -\pi)$, . . . aralıklarında tekrarlar. Fonksiyonun grafiği için bilinen açı değerlerinden $-\frac{\pi}{2}, -\frac{\pi}{4}, 0, \frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{2}$ ölçülerini kullanmak çizim için daha kullanışlıdır. Değerlerinin karşılığı bulunur ve $(x, \cot x)$ noktaları koordinat sisteminde işaretlenir ve noktalardan geçen eğri grafiği çizilir.

x	$-180°$	$-135°$	$-90°$	$-45°$	$0°$	$45°$	$90°$	$135°$
cot x	Tanımsız	1	0	-1	Tanımsız	1	0	-1


y
1
– π
– π / 4
0
3π / 4
π
$-\frac{3\pi}{4}$
$-\frac{\pi}{2}$
$\frac{\pi}{4}$
$\frac{\pi}{2}$
x
– 1

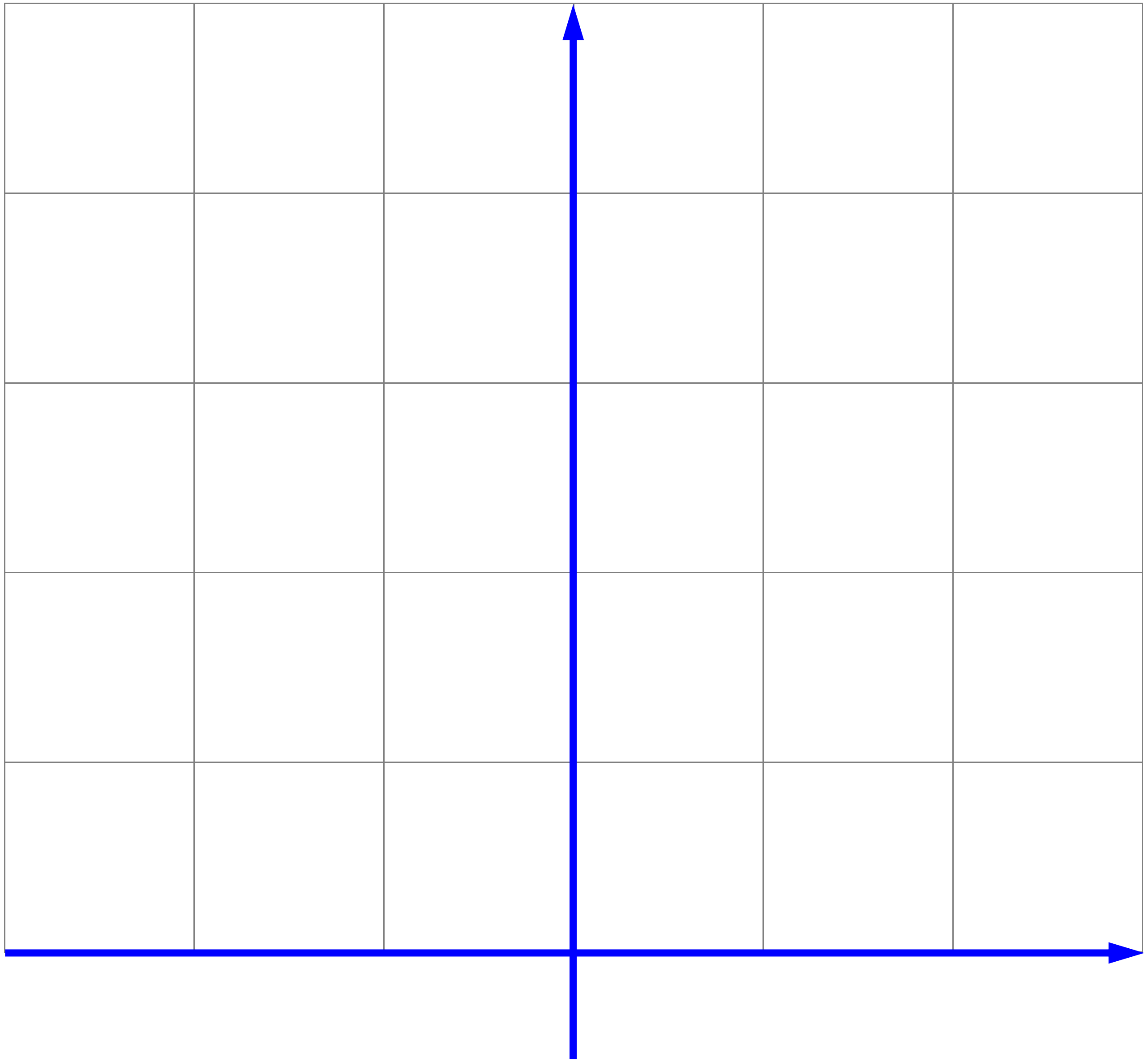
Tanjantın grafiğine bakılırsa fonksiyonun grafiği orijine göre simetriktir. Dolayısıyla tanjant fonksiyonu tek fonksiyondur.

$$f(-x) = \tan(-x) = -\tan x = -f(x)$$ **olur.**

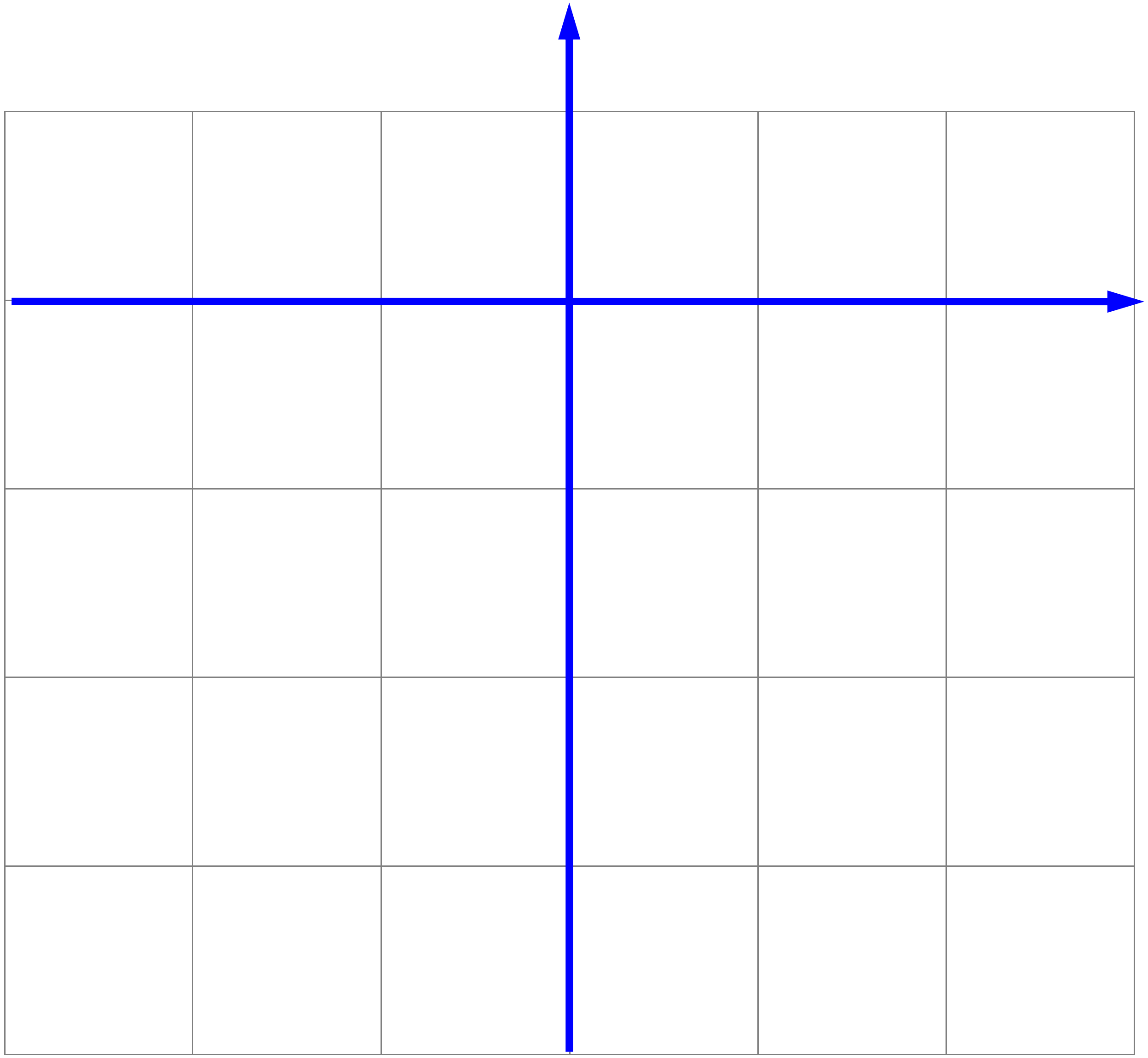
Kotanjantın da grafiğine bakılırsa fonksiyonun grafiği orijine göre simetriktir. Dolayısıyla kotanjant fonksiyonu da tek fonksiyondur.

$$f(-x) = \cot(-x) = -\cot x = -f(x)$$ **olur.**

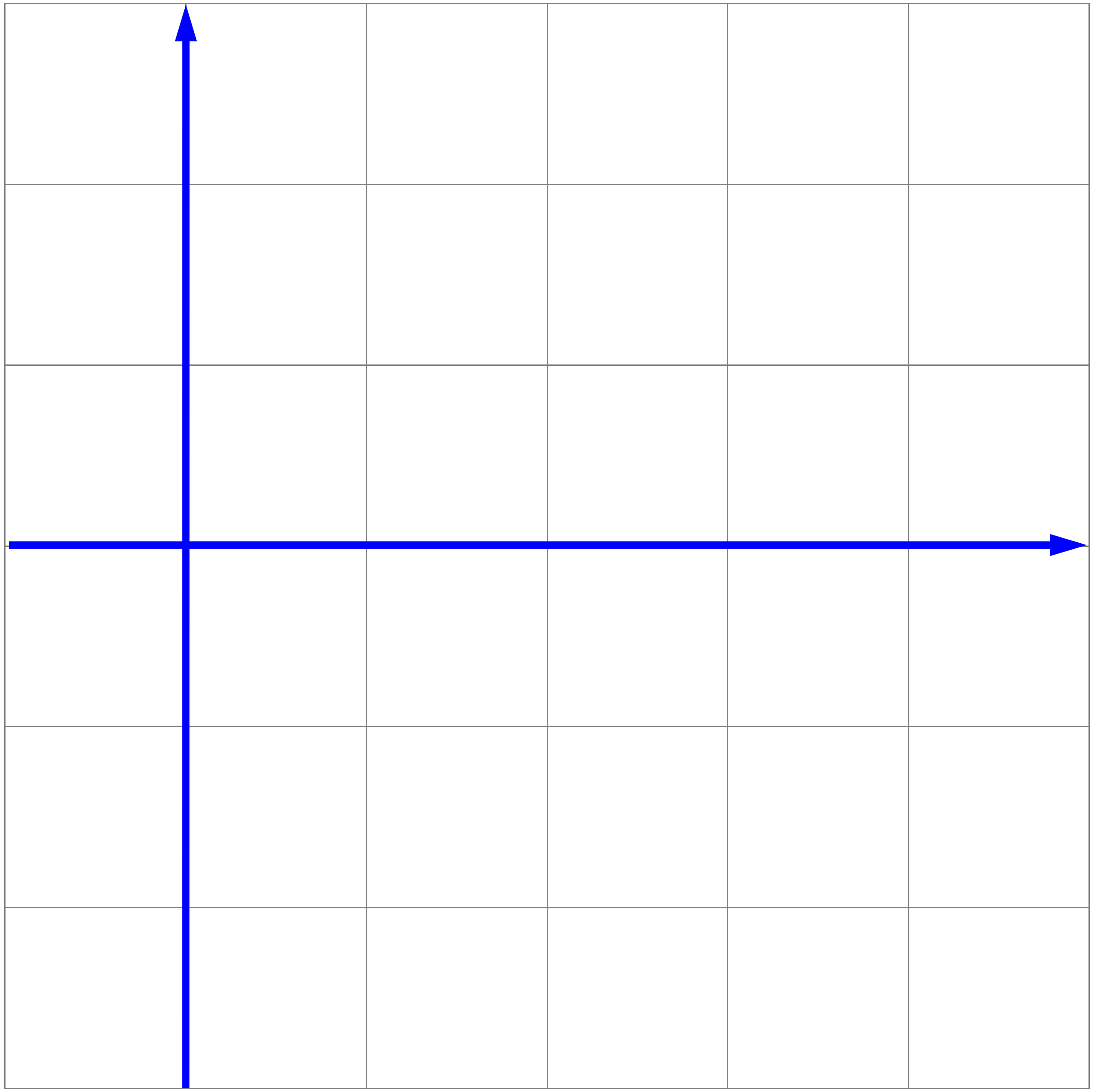
Soru : $y = f(x) = \tan x + 2$ fonksiyonunun grafiğini $(-90°, 90°)$ aralığında çiziniz.



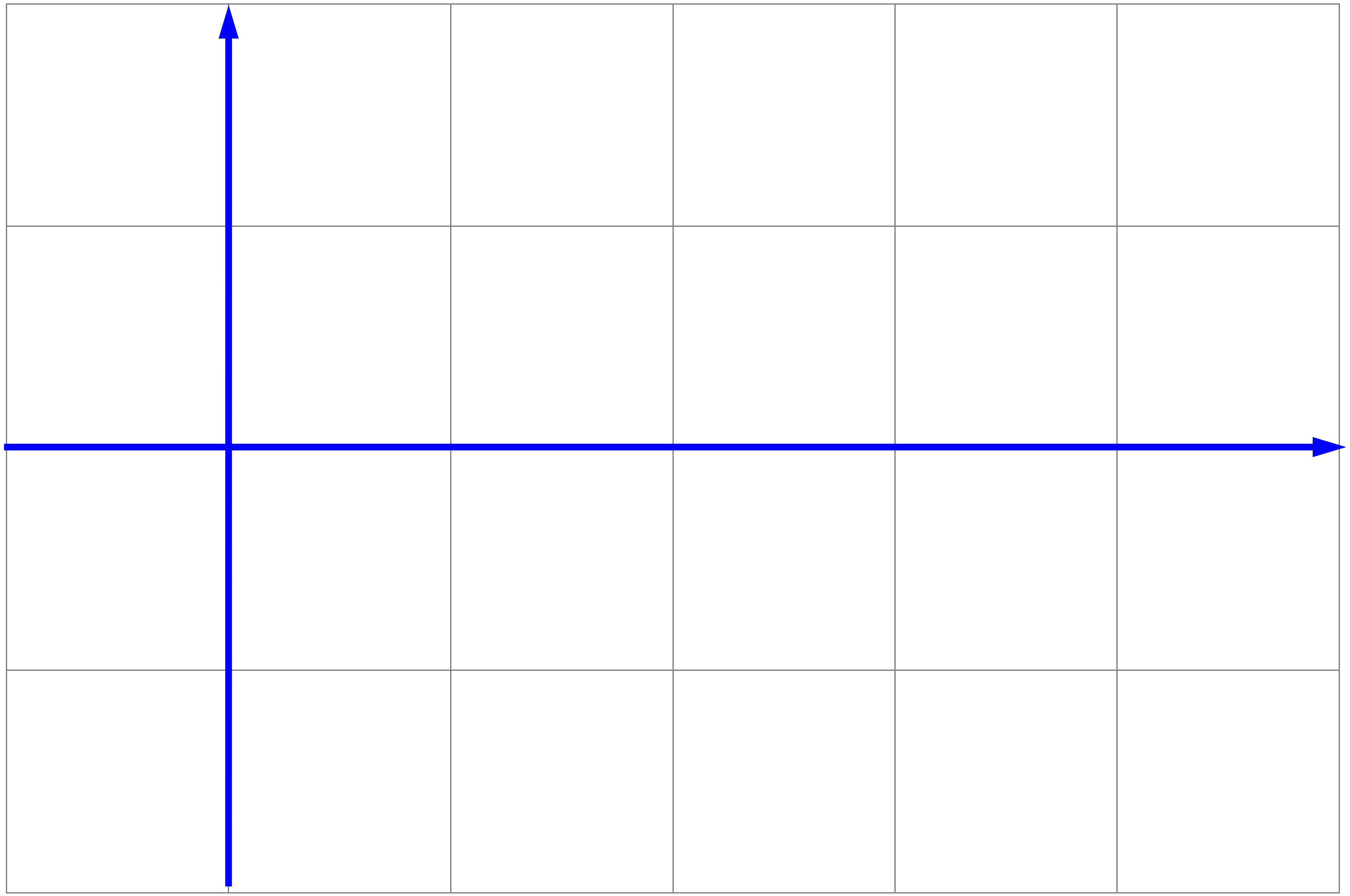
Soru : $f(x) = \tan\left(\dfrac{x}{3}\right) - 1$ fonksiyonunun grafiğini $(-270^\circ, 270^\circ)$ aralığında çiziniz.



Soru : $f(x) = 2\cot x$ fonksiyonunun grafiğini $(0°, 180°)$ aralığında çiziniz.

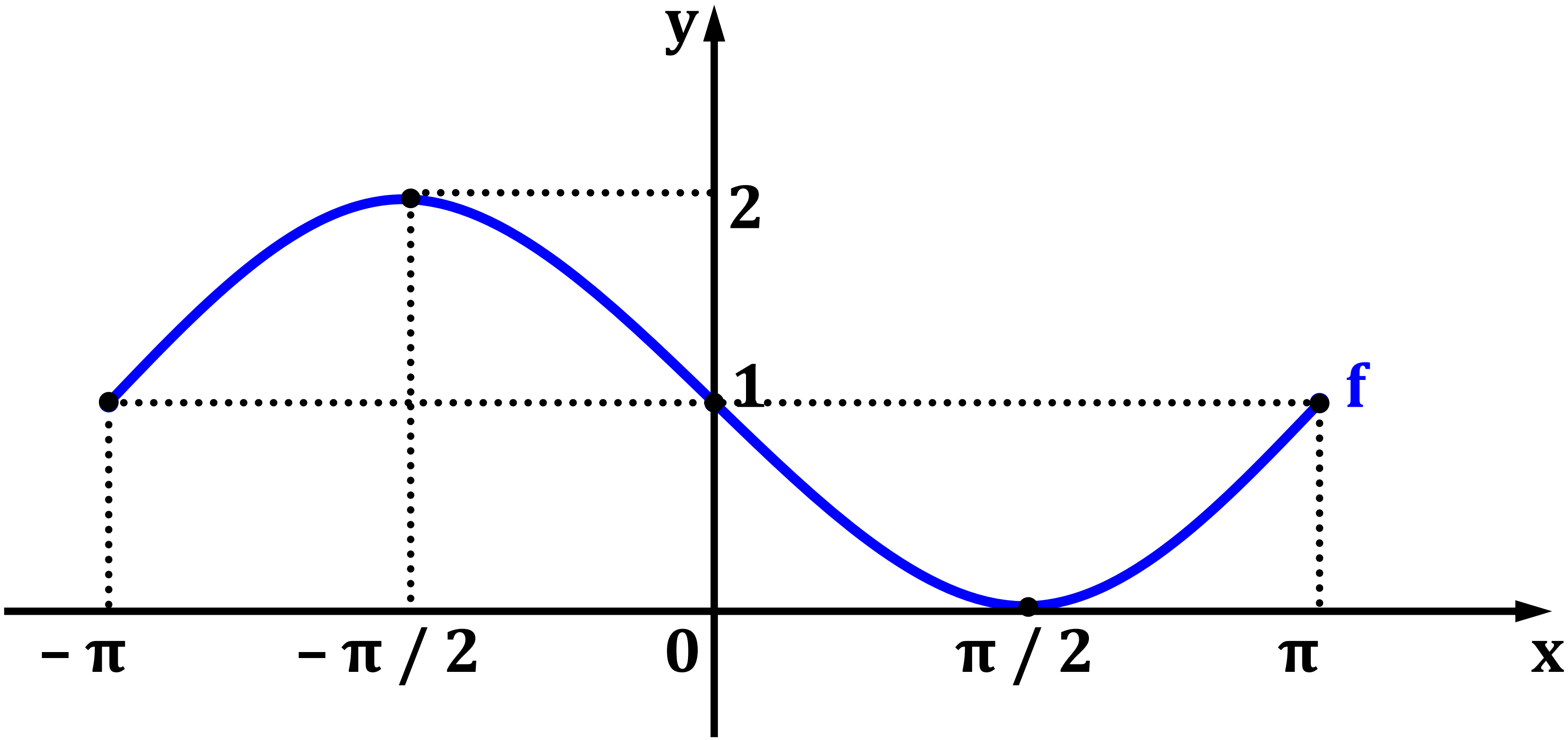


Soru : f (x) = cot (2x) fonksiyonunun grafiğini (0° , 90°) aralığında çiziniz.



Not : **Verilen noktalar denklemi sağlamalıdır. Bir ya da daha fazla nokta alınır ve şıklar kontrol edilir.**

Soru :



Grafiğin bir kısmı verilen f fonksiyonunun denklemi aşağıdakilerden hangisi olabilir ?

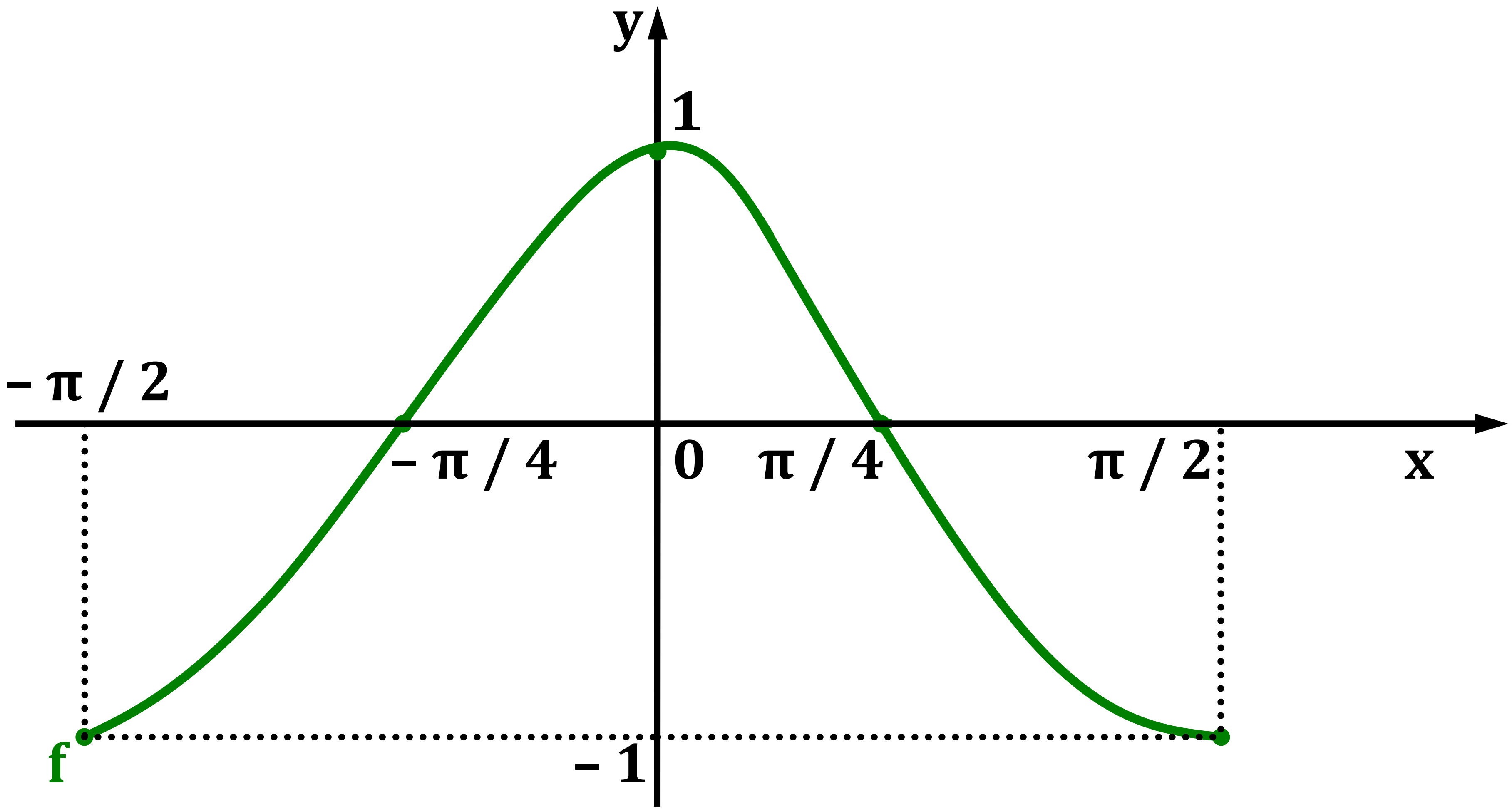
A) $\sin x + 1$ **B)** $\tan x - 1$

C) $\cos x + 1$

D) $1 - \sin x$

E) $\cos x - 1$

Soru :



Grafiğin bir kısmı verilen f fonksiyonunun denklemi aşağıdaki-lerden hangisi olabilir ?

A) sin 2x

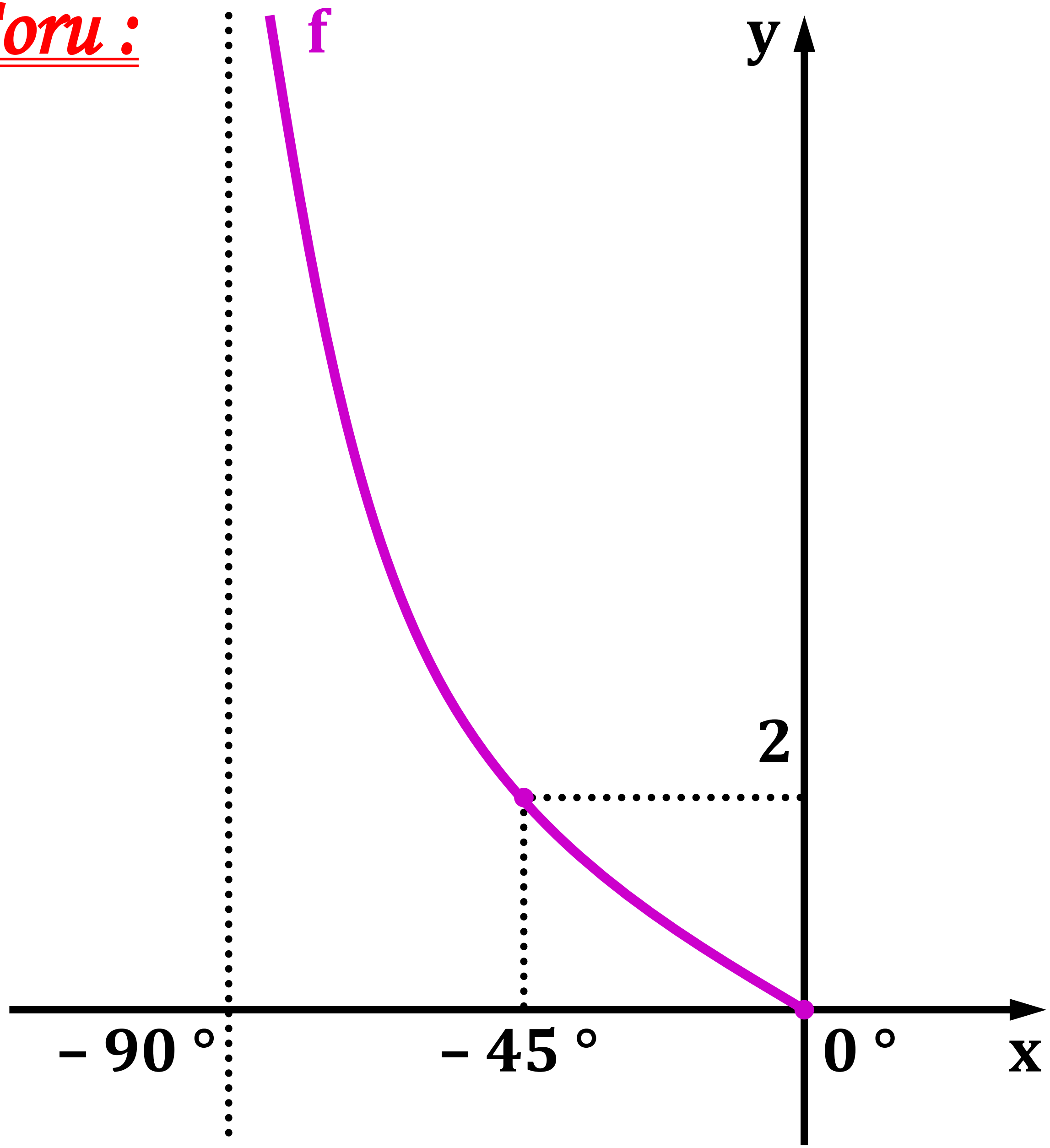
B) 2sin x

C) $\cos 2x$

D) $2\cot x$

E) $\cos \dfrac{x}{2}$

Soru :



Tanımlı olduğu aralıkta bir kısmının grafiği verilen fonksiyon aşağıdakilerden hangisi olabilir ?

A) $\tan x + 1$

B) $\cot x + 1$

C) $2\cot x$

D) $-2\tan x$

E) $\tan x + 3$

Hatırlatma : **Tek fonksiyonlarda $f(-x) = -f(x)$,**

çift fonksiyonlarda ise $f(-x) = f(x)$ idi.

Soru : $f, h : \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \cos(4x) + 3$ ve

$h(x) = \tan\left(\dfrac{2x}{3}\right)$ **fonksiyonları veriliyor. Altta verilenlerden kaçı doğrudur ?**

I. **f çift fonksiyondur.**

II. **f 'in en büyük değeri 4 'dür.**

$$f(x) = \cos(4x) + 3 \quad \text{ve} \quad h(x) = \tan\left(\frac{2x}{3}\right)$$

III. **h tek fonksiyondur.**

$f(x) = \cos(4x) + 3$ ve $h(x) = \tan\left(\frac{2x}{3}\right)$

IV. **f 'in periyodu $\frac{\pi}{2}$, h 'ın periyodu ise $\frac{2\pi}{3}$ 'tür.**

Soru : **Altta verilenlerden kaçı doğrudur ?**

I. $f(x) = \cos x + 3x$ **çift fonksiyondur.**

II. $h(x) = x \cdot \sin x$ **çift fonksiyondur.**

III. $k(x) = \tan x + \cot x$ **tek fonksiyondur.**

IV. $t(x) = \dfrac{\tan x}{\cot x}$ **tek fonksiyondur.**

Ters Trigonometrik Fonksiyonlar

$f : A \longrightarrow B$ ise $f^{-1} : B \longrightarrow A$ olarak alınır.

1) Sinüs Fonksiyonun Tersi

sin x fonksiyonunun tanım kümesi $\left[-\frac{\pi}{2} , \frac{\pi}{2} \right]$ olarak alındığında bu aralıkta fonksiyon bire bir ve örten olur. Dolaysıyla tersi bulunabilir.

sin x fonksiyonunda $f : \left[-\frac{\pi}{2} , \frac{\pi}{2} \right] \longrightarrow [-1 , 1]$ olduğundan $f^{-1} : [-1 , 1] \longrightarrow \left[-\frac{\pi}{2} , \frac{\pi}{2} \right]$ olarak alınır.

$f(x) = \sin x$ olarak alındığında $f^{-1}(x) = \arcsin x$ fonksiyonuna " sinüs fonksiyonunun tersi " adı verilir.

Kural : $y = \arcsin x$ ise $x = \sin y$ olarak alınır.

Not : *** Açılar bulunurken açıların $\left[-\frac{\pi}{2} , \frac{\pi}{2} \right]$ aralığında olması gerektiği unutulmamalıdır. Sinüsün negatif olduğu bölgeler düşünülerek büyük açılar alınmamalıdır. Sonuç negatif olmasaydı açının ölçüsü ne olduğu düşünülür ve bu açının negatifi alınır.

Soru : A) $\arcsin 1 = ?$

B) $\arcsin\left(-\dfrac{\sqrt{3}}{2}\right) = ?$

Soru : **arcsin $\frac{1}{2}$ = k ve arcsin 0 = m ise k + m toplamı kaç radyandır ?**

Soru : $\sin\left[\frac{\pi}{6} - \arcsin(-1)\right] = ?$

Soru : $\arcsin\left[\sqrt{2}\,.\,\sin 45^{\circ} - \cos\dfrac{\pi}{3}\right] = ?$

Soru : $\tan\left(\arcsin \frac{8}{17} \right) = ?$ **(Bilinen açılar verilmezse, dik üçgende trigonometrik oranlardan yararlanılır.)**

Soru : **cos (arcsin 0,75) = ?**

Soru : **cot (arcsin x) = ? (x türünden bulunuz.)**

Not : $x \in [-1\ ,\ 1]$ ise $\sin(\arcsin x) = x$ olarak alınır.

$y \in \left[-\dfrac{\pi}{2}\ ,\ \dfrac{\pi}{2}\right]$ ise $\arcsin(\sin y) = y$ olarak alınır.

Çözümden de istenilen bulunabilir.

(**Hatırlatma :** $f \circ f^{-1}(x) = f^{-1} \circ f(x) = x$ idi.)

Soru : $\arcsin\left(\sin\dfrac{\pi}{3}\right) = ?$

Soru : $\sin\left(\arcsin\dfrac{1}{\sqrt{2}}\right) = ?$

Soru : $\arcsin(\sin 211^{\circ}) = ?$

Not : **arcsin x fonksiyonunda $x \in [-1, 1]$ idi.**

Soru : **$f(x) = \arcsin(4x - 11)$ fonksiyonunun tanım kümesini bulunuz.**

Soru : $f(x) = \arcsin\left(\dfrac{1+2x}{7}\right)$ **fonksiyonunun tanım kümesindeki tam sayıların toplamını bulunuz.**

2) Kosinüs Fonksiyonun Tersi

cos x fonksiyonunun tanım kümesi $[\ 0\ ,\ \pi\ ]$ olarak alındığında bu aralıkta fonksiyon bire bir ve örten olur. Dolaysıyla tersi bulunabilir. cos x fonksiyonunda $f : [\ 0\ ,\ \pi\ ] \longrightarrow [\ -1\ ,\ 1\ ]$ olduğundan $f^{-1} : [\ -1\ ,\ 1\ ] \longrightarrow [\ 0\ ,\ \pi\ ]$ olarak alınır.

$f\ (\ x\ ) = \cos x$ olarak alındığında $f^{-1}\ (\ x\ ) = \arccos x$ fonksiyonuna " kosinüs fonksiyonunun tersi " adı verilir.

Kural : $y = \arccos x$ ise $x = \cos y$ olarak alınır.

Not : Açılar bulunurken açıların $[\ 0\ ,\ \pi\ ]$ aralığında olması gerektiği unutulmamalıdır.

Soru : **A)** $\arccos(-1) = ?$

B) $\arccos\frac{1}{2} = ?$

Soru : **arccos $\frac{\sqrt{3}}{2}$ = k ve arccos 0 = m ise k + m toplamı kaç radyandır ?**

Soru : $\arccos\left(\sin 45^\circ . \cos 45^\circ - 1 \right) = ?$

Soru : $\tan\left[\arccos 1 + \arcsin\left(-\dfrac{1}{\sqrt{2}}\right)\right] = ?$

Soru : $\cot\left(\arccos\dfrac{5}{7}\right) = ?$

Soru : $\cot\left(\arccos\dfrac{2}{\sqrt{13}}\right) + \cos\left(\arcsin\dfrac{\sqrt{3}}{2}\right) = ?$

Not : $x \in [\ 1\ ,\ -1\ ]$ ise $\cos(\arccos x) = x$ olarak alınır.

$y \in [\ 0\ ,\ \pi\ ]$ ise $\arccos(\cos y) = y$ olarak alınır.

Çözümden de istenilen bulunabilir.

Soru : A) $\arccos\left(\cos\dfrac{\pi}{2}\right) = ?$

B) $\cos\left(\arccos\dfrac{1}{2}\right) = ?$

Soru : $\arccos(\cos 322^\circ) = ?$

Soru : **f (x) = arccos (3x – 6) fonksiyonunun tanım kümesindeki tam sayıların adedini bulunuz. (arccos x fonksiyonunda da x ∈ [– 1 , 1] idi.)**

3) Tanjant Fonksiyonun Tersi

tan x fonksiyonunun tanım kümesi $\left(-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right)$ olarak alındığında bu aralıkta fonksiyon bire bir ve örten olur. Dolaysıyla tersi bulunabilir. tan x fonksiyonunda $f : \left(-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right) \longrightarrow \mathbb{R}$ olduğundan $f^{-1} : \mathbb{R} \longrightarrow \left(-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right)$ olarak alınır.

$f(x) = \tan x$ olarak alındığında $f^{-1}(x) = \arctan x$ fonksiyonuna " tanjant fonksiyonunun tersi " adı verilir.

Kural : $y = \arctan x$ ise $x = \tan y$ olarak alınır.

Not : *** **Açılar bulunurken açının $\left(-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right)$ aralığında olması gerektiği unutulmamalıdır.**

Soru : **A)** $\arctan\left(\dfrac{1}{\sqrt{3}}\right) = ?$

B) $\arctan 1 = ?$

Soru : **arctan 0 = p ve arctan ($-\sqrt{3}$) = q ise p − q kaç derecedir ?**

Soru : $\arctan\left[\cot\frac{\pi}{4} + \sin(-90^\circ) + \cos 270^\circ\right] = ?$

Soru : $\cos\left(\arctan\frac{3}{4}\right) = ?$

Soru : $\sin\left(\pi + \arctan\dfrac{1}{4\sqrt{3}}\right) = ?$

Soru : $\arcsin x = \arctan 3$ ise $x = ?$

Soru : $\arccos \frac{\sqrt{15}}{4} = \arctan x$ ise $x = ?$

Soru : $\arcsin\left[\dfrac{\tan(\arccos x)}{2}\right] = 30^\circ$ ise $x = ?$

Soru : $\arccos[\,2\sin(\arctan x)\,] = \pi$ ise $x = ?$

Not : $x \in \mathbb{R}$ ise $\tan(\arctan x) = x$ olarak alınır.

$y \in \left(-\dfrac{\pi}{2}, \dfrac{\pi}{2}\right)$ ise $\arctan(\tan y) = y$ olarak alınır.

Çözümden de bulunabilir.

Soru : **A)** $\arctan[\tan(-30^\circ)] = ?$

B) $\tan(\arctan 1) = ?$

Soru : $\arctan(\cot 42^\circ) = ?$

Hatırlatma : $y = f(x)$ fonksiyonunda; **x yalnız bırakılır ve x yerine y , y yerine x yazılarak $y = f^{-1}(x)$** fonksiyonu bulunur-du.

Soru : $y = f(x) = \sin(3x + 7)$ ise $f^{-1}(x) = ?$

Soru : $y = f(x) = \cos\left(\dfrac{x-1}{3}\right)$ ise $f^{-1}(x) = ?$

Soru : $y = f(x) = \tan(5 - x) + 1$ ise $f^{-1}(x) = ?$

Soru : $y = f(x) = \arccos(x + 3)$ ise; **A)** $f^{-1}(x) = ?$

B) $f^{-1}(60^\circ) = ?$

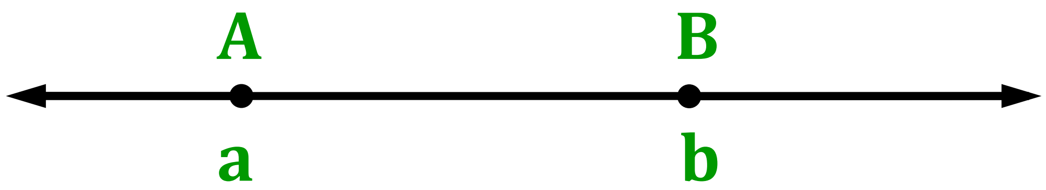
Soru : $y = f(x) = 3\arctan\left(\dfrac{x}{4}\right)$ ise; **A)** $f^{-1}(x) = ?$

B) $f^{-1}\left(\frac{3\pi}{4}\right) = ?$

2 . ÜNİTE : ANALİTİK GEOMETRİ

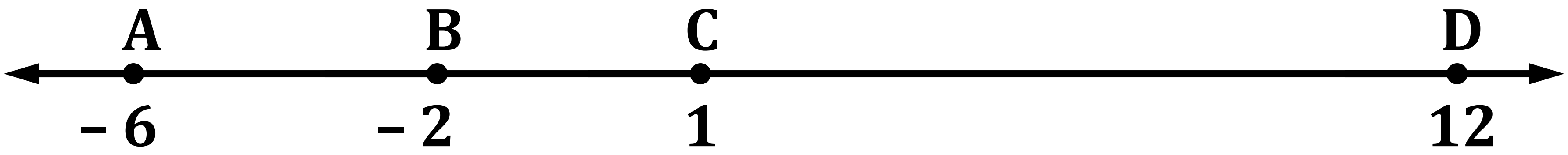
Doğrunun Analitik İncelenmesi

Sayı Doğrusu



Sayı doğrusu üzerindeki sıralı A (a) ile B (b) noktaları arasındaki uzaklık | AB | ile gösterilir. | AB | = b – a olarak bulunur.

Soru :



Verilen noktalar için $|AC| + |BD| + |AB| = ?$

Soru : **Sıralı A (– 5) , B (– 3 / 4) , C (4 / 3) ve D (3) noktaları için | AC | + | BD | = ?**

Soru :

Verilen noktalar için $|AB| = 2 . |BC|$ ise $m = ?$

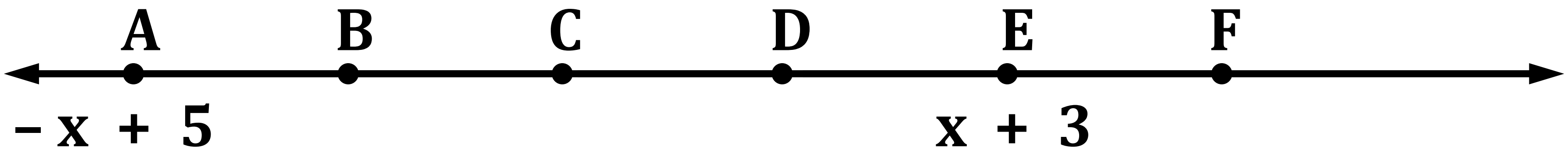
Soru : A (– 11) , B (m) , C (24) noktaları için B ∈ [AC] ve

$$\frac{|AB|}{|BC|} = \frac{1}{4} \text{ ise } m = ?$$

Soru : **Sıralı A (t) , B (16) ve C (31) noktaları için**

$5 . |AB| = 2 . |BC|$ ise $t = ?$

Soru :



Verilen noktalar için, $|AB| = |BC| = |CD| = |DE| = |EF| = 2$ br ise F noktasının koordinatı ne olmalıdır ?

Kural : A ile B <u>sıralı olarak verilmesin</u>. A (a) ile B (b) noktaları arasındaki uzaklık $|AB| = |b - a|$ olarak bulunur. $|AB| = |BA|$ olarak da alınabilir.

Soru : A (5) ile B (– 11) noktaları arasındaki uzaklığı bulunuz.

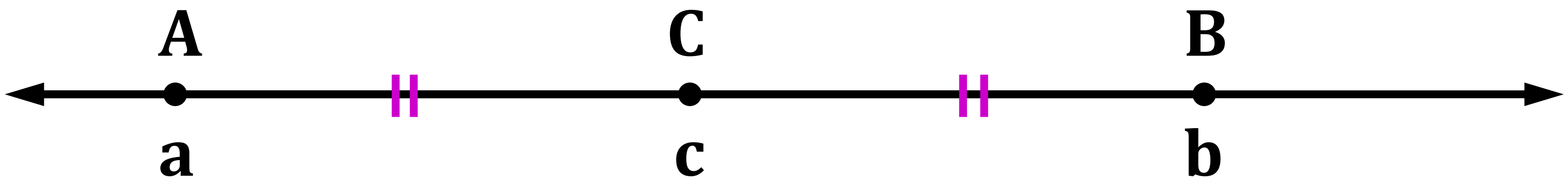
Soru : **A (5) , B (t) noktaları için |AB| = 12 br ise t sayıları ne olmalıdır ?**

Soru : **A (2t) , B (16) noktaları için |AB| = 20 br ise t sayılarının çarpımı ne olmalıdır ?**

Soru : $A(-2)$, $B(x)$, $C(5)$ ve $D(2x+1)$ noktaları için $|AB| = |CD|$ ise x tam sayısı ne olmalıdır ? ($|x| = |y|$ ise $x = y$ veya $x = -y$ idi.)

Soru : **A (4) , B (– 7) , C (x – 1) ve D (x + 3) noktaları için $|AC| = |BD|$ ise x = ?**

Sayı Doğrusunda Orta Nokta



A (a) ile B (b) noktalarının orta noktası C (c) ise,

$$c = \frac{a + b}{2}$$

olarak bulunur. | AC | = | CB | 'dir.

Soru : **K (k – 1) , M (10) ve N (2k + 3) noktalarının orta noktası M ise k = ?**

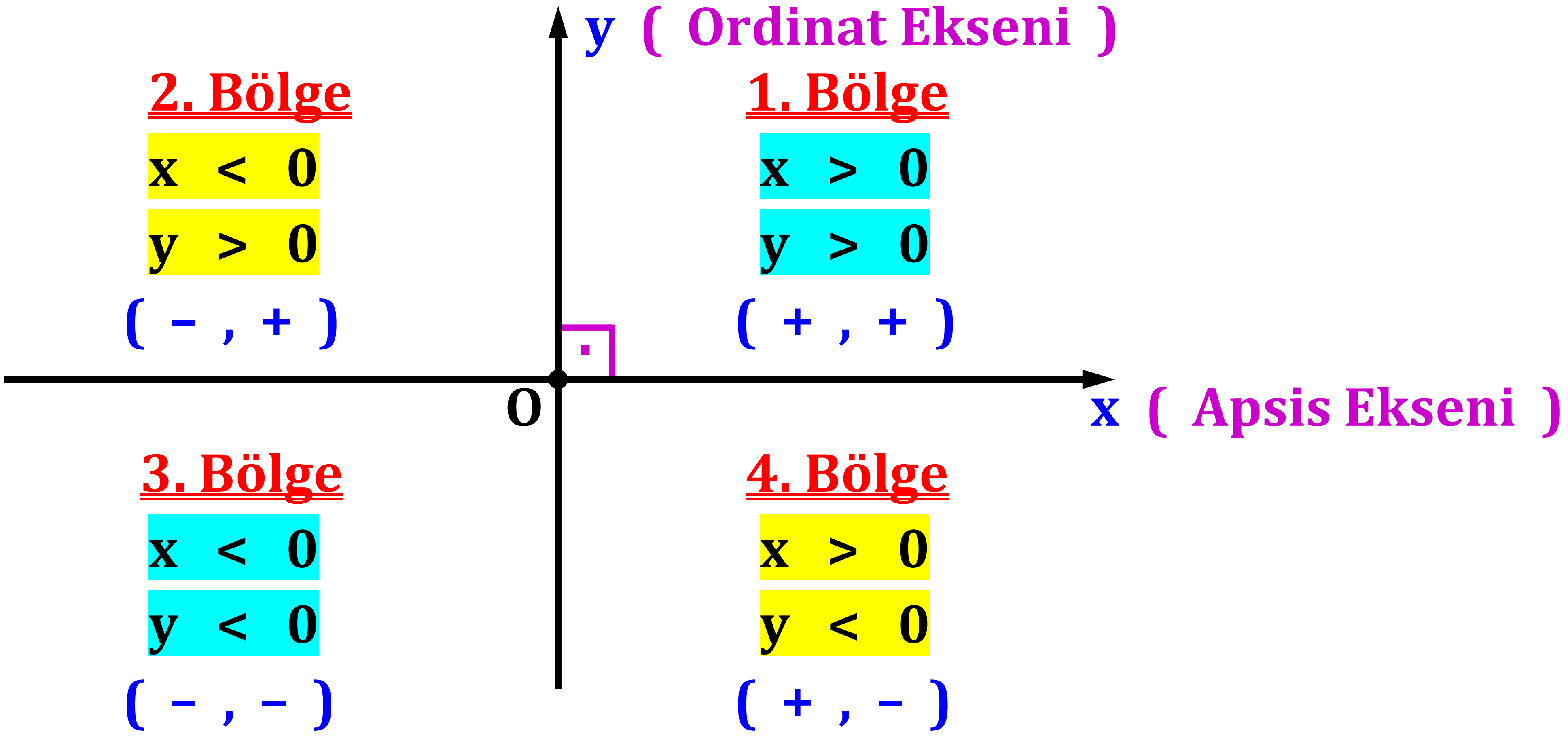
Soru : A (x + 6) ve B (10) noktalarının orta noktası C (– x – 7) ise; **A)** x = ?

B) | AB | = ?

Soru : $A(-7)$, $B(11)$, $C(m)$ ve $D(n)$ noktaları veriliyor. A ile C'nin orta noktası B, C ile D'nin orta noktası A ise $m - n = ?$

Koordinat Sistemi

Düzlemde başlangıç noktasında birbirine dik olan iki sayı doğrusunun oluşturduğu sisteme " koordinat sistemi " adı verilir.



O noktasına " başlangıç noktası " (orijin) ve üzerinde dik koordinat sistemi tanımlanmış düzleme " analitik düzlem " adı verilir.

A (x , y) noktasında; x apsis ekseninden , y ise ordinat ekseninden alınır.

Soru : **A (3 , 1) , B (0 , 2) , C (– 2 , 3) , D (– 1 , – 2) , E (– 4 , 0) ve F (4 , – 1) noktalarını koordinat sisteminde gösteriniz.**

Soru : **A (6 , – 2) noktasının <u>eksenlere olan uzaklıkları toplamı</u>nı bulunuz.**

Soru : **A (m + 9 , 3) noktasının <u>y eksenine olan uzaklığı</u> 5 br ise m ne olabilir ?**

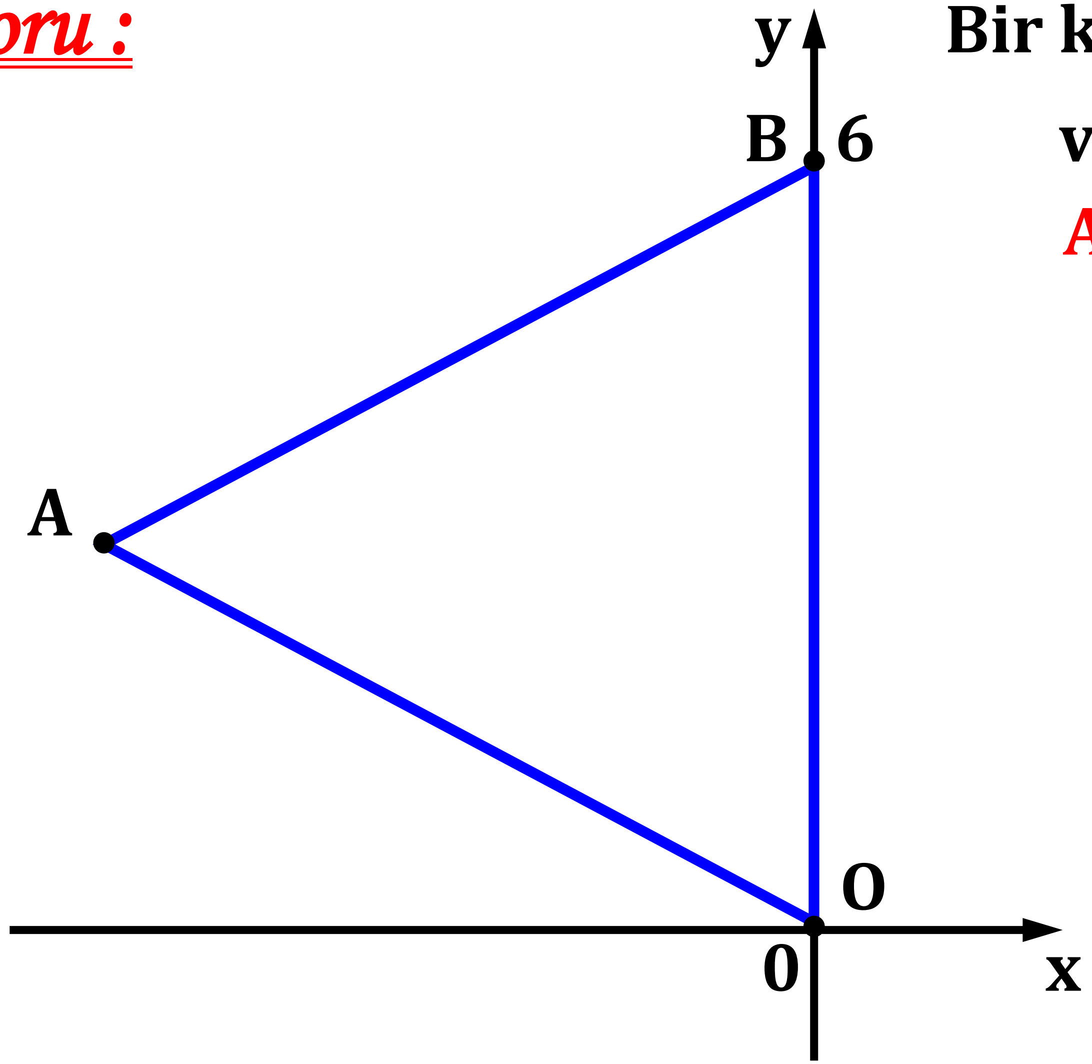
Soru : A (11 , 4 – 2m) noktasının <u>x eksenine olan uzaklığı</u> 8 br ise m sayılarının toplamı ne olmalıdır ?

Soru : **A (5 , – m + 8) noktası 4. bölgede, B (k – 2 , 7) noktası ise 1. bölgede olup noktalar eksenlere eşit uzaklıkta ise m . k = ?**

Soru : **T (15 – 3m , m + 2) noktası x <u>ekseni üzerinde</u> ise T noktasının elemanlarını bulunuz.**

Soru : **K (3a – 12 , a + b – 2) noktasının koordinat sisteminin <u>başlangıç noktası</u> ise A (a , b – a) noktası koordinat sisteminde hangi bölgededir ?**

Soru :

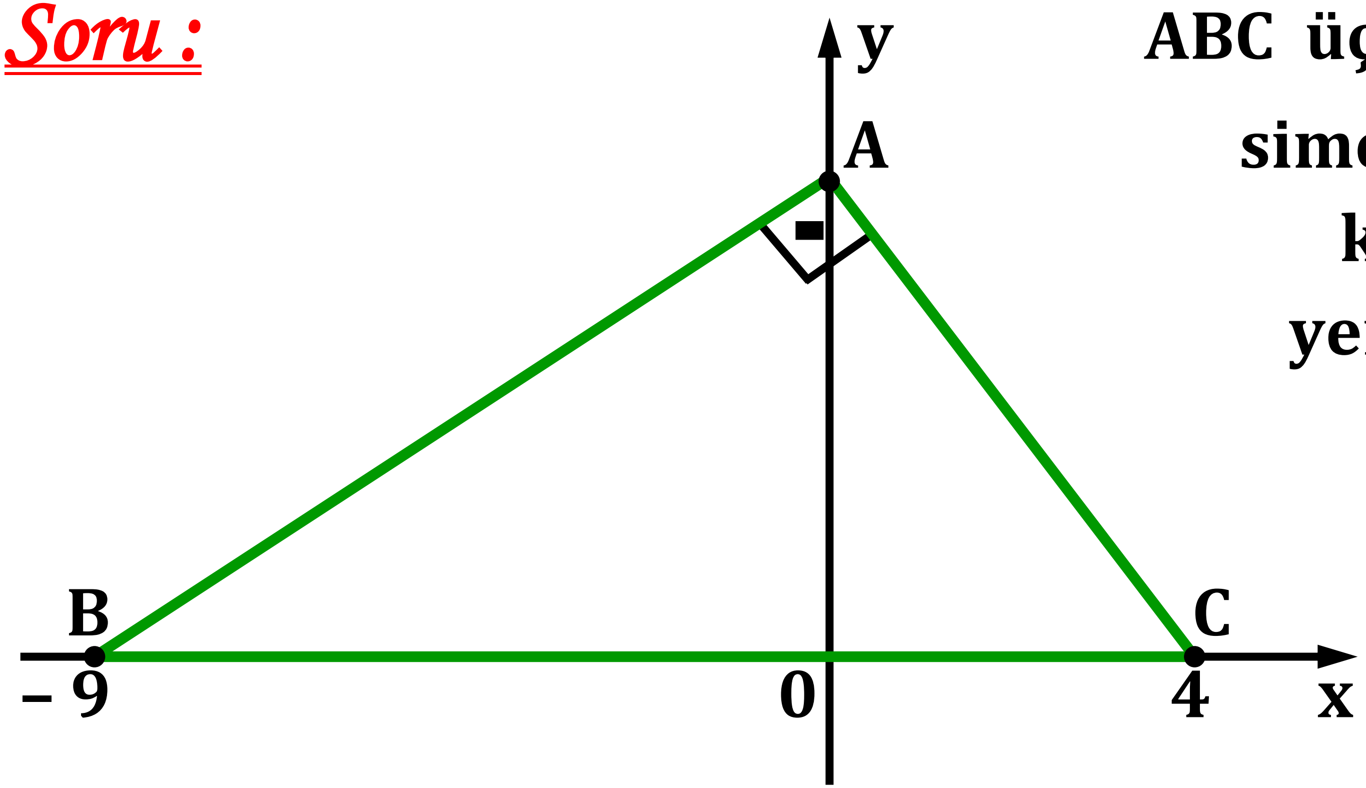


Bir kenarı y eksenine yapışık halde verilen ABO eşkenar üçgeninin;

A) **Alanını bulunuz.**

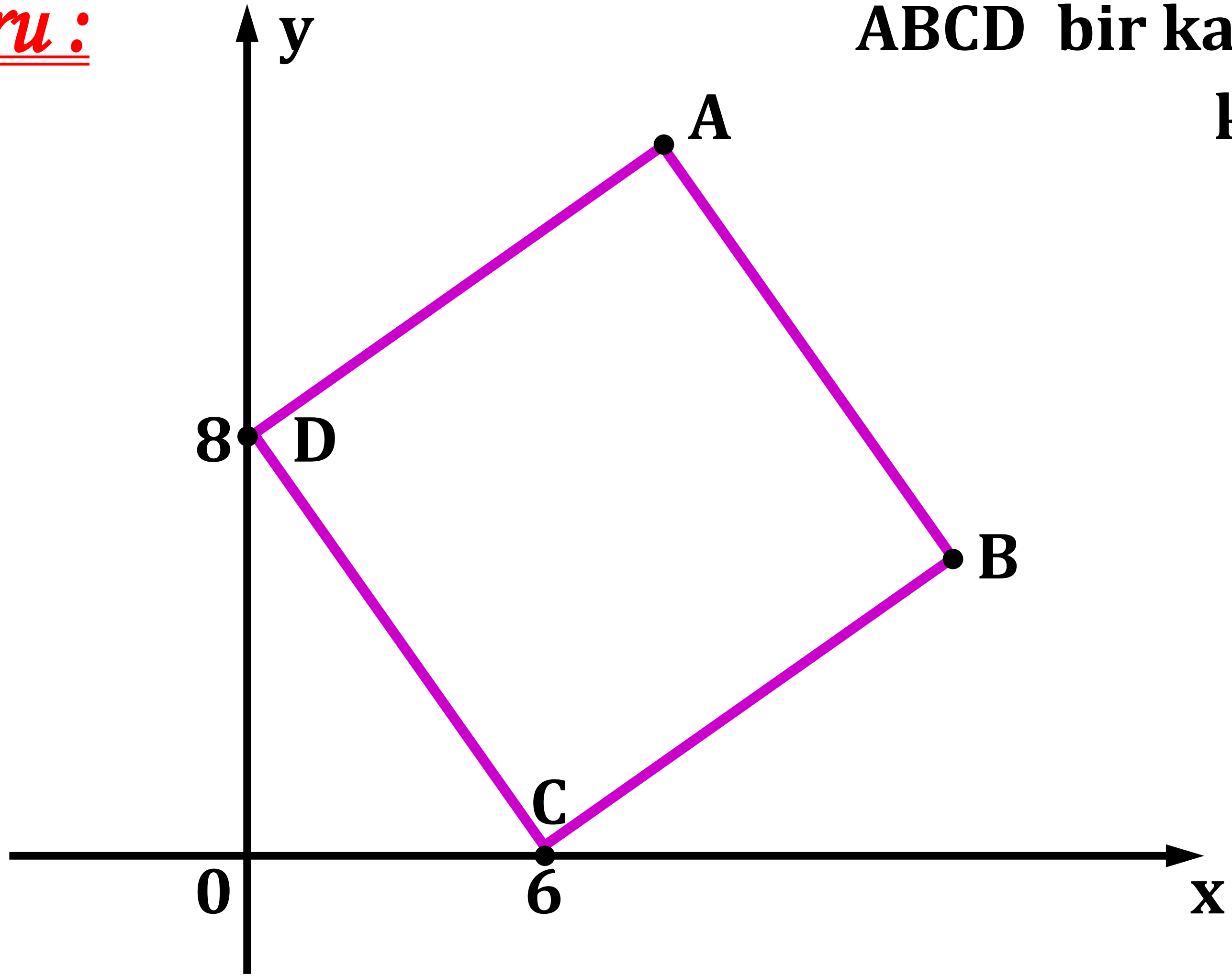
B) **A noktasının koordinatlarını bulunuz.**

Soru :



ABC üçgeninin x eksenine göre simetriği çizilir ve 2 br aşağı kaydırılırsa A noktasının yeni koordinatları ne olur ?

Soru :



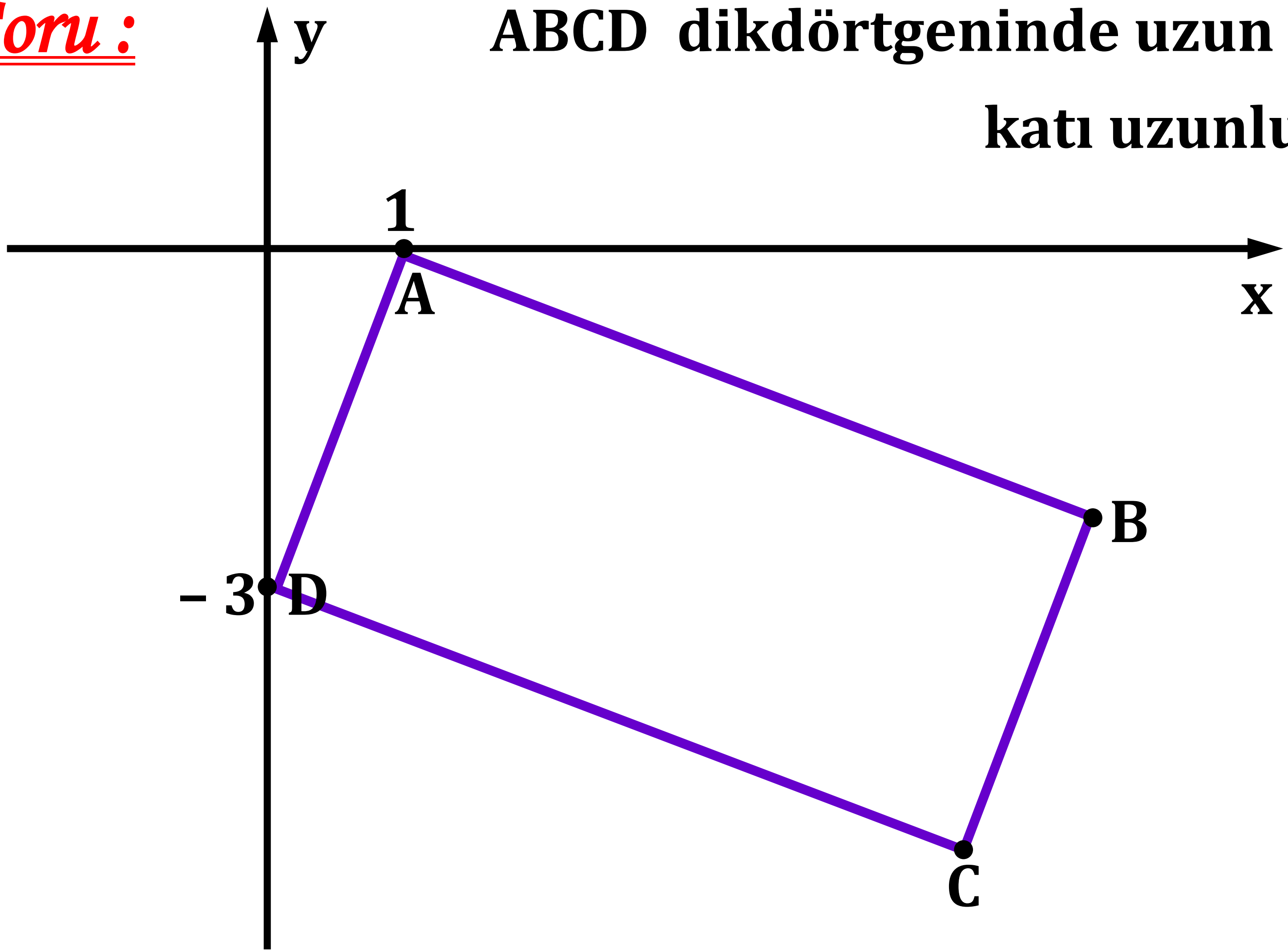
ABCD bir kare ise; A) B noktasının koordinatlarını bulunuz.

(B ’den x eksenine dik indirilir, eş veya benzer üçgenlerden istenene bulunur.)

B) A noktasının koordinatlarını bulunuz.

Soru :

ABCD dikdörtgeninde uzun kenar kısa kenarın 3 katı uzunluğundadır. Buna göre C noktasının koordinatları ne olur ?



Soru : **A (m – 3 , 2m + 10) noktası koordinat sisteminde 1. bölgede ise m ’nin çözüm kümesi ne olmalıdır ?** **(İki çözüm aralığının ortak kesişim kümesi bulunur. Ortak küme için sayı doğrusunda da gösterim yapılabilir.)**

Soru : **A (3a – 9 , – 8 + a) noktası koordinat sisteminde 2. bölgede ise a ’nın çözüm aralığı ne olmalıdır ?**

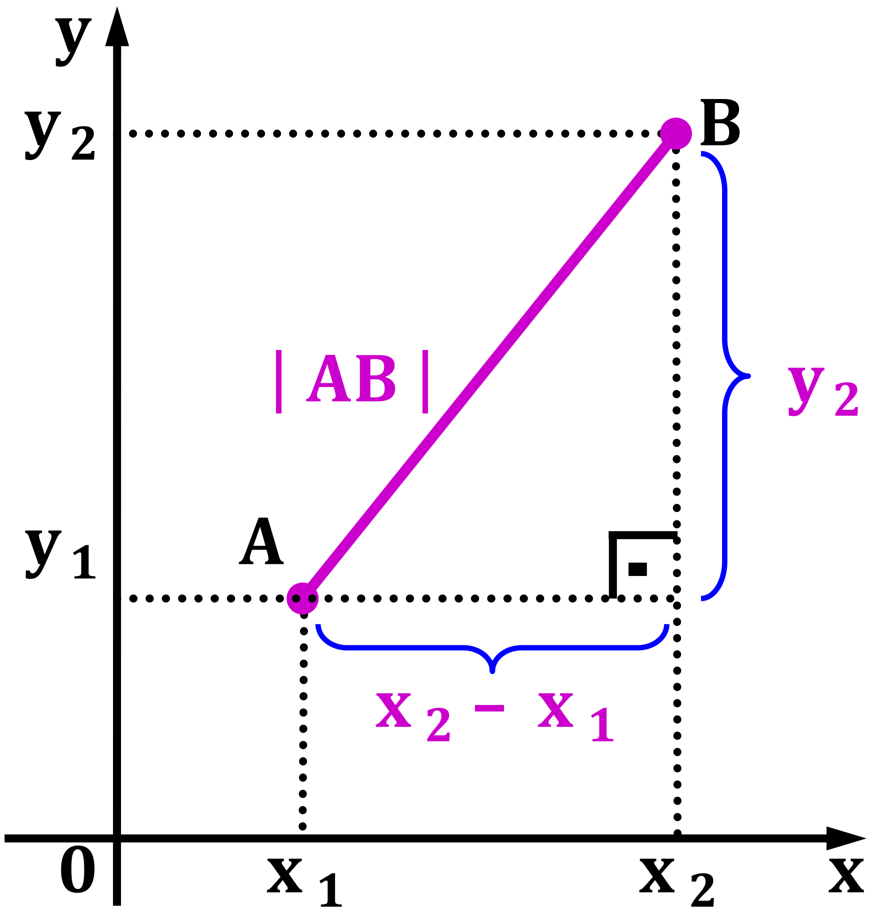
Soru : **A (– 6 + 2k , – 3k – 12) noktası koordinat sisteminde 3. bölgede ise k ’nın çözüm aralığında kaç tam sayı olmalıdır ?**

Soru : A (a , a . b) noktası koordinat sisteminde 3. bölgede ise $B\left(\frac{a}{b}, a^{2}.b\right)$ noktası hangi bölgededir ? **(Bölge şartına göre elemanların işaretleri bulunur.)**

Soru : **A (m^3 , n) noktası koordinat sisteminde 2. bölgede ise B (m . n , m – n) noktası hangi bölgededir ?**

Soru : **A ($m^2 . n$, $m + n$) noktası koordinat sisteminde 4. bölgede ise B ($m . n$, $m^3 - n$) noktası hangi bölgededir ?**

İki Nokta Arası Uzaklık



Analitik düzlemde A (x_1, y_1) ve B (x_2, y_2) iki nokta olsun. A ile B noktaları arasındaki uzaklık $|AB|$ ile gösterilir ve eşitliği ile bulunur. (Pisagor)

$$|AB| = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

olarak alınır.

Soru : **A (5 , 16) ile B (10 , 4) noktaları arasındaki uzaklığı bulunuz.**

Soru : **A (– 6 , 2) ile B (2 , 17) noktaları arasındaki uzaklığı bulunuz.**

Soru : **A ($2\sqrt{3}$, 5) ile B ($6\sqrt{3}$, 4) noktaları arasındaki uzaklığı bulunuz.**

Soru : **A (6 , $-2\sqrt{3}$) noktasının orijine olan uzaklığını bulunuz.**

Soru : **A (2 , 15) , B (– 14 , 3) ve C (7 , 3) noktalarının oluşturduğu ABC üçgeninin çevre uzunluğunu bulunuz.**

Soru : **A (2 , 6) ve B (k , 10) noktaları için | AB | = 5 br ise k sayıları ne olmalıdır ?**

Soru : **A (1 , 3) ve B (– 4 , k) noktaları için | AB | = 13 br ise k sayılarının çarpımı ne olmalıdır ?**

Soru : **A (1 , $\sqrt{3}$) ile B (k , $4\sqrt{3}$) noktaları arasındaki uzaklık $2\sqrt{13}$ br ise k sayılarının toplamı ne olmalıdır ?**

Soru : **A (3 , 2) ve B (– 2 , 4) noktalarına eşit uzaklıktaki K (m , n) için m = ? (n cinsinden bulunuz)**

Soru : A (4 , – 1) , B (– 2 , 1) ve C (p , q) noktaları için

| AC | = | BC | ise q = ? (p cinsinden bulnuz)

Analitik Düzlemde Orta Nokta

A (x_1 , y_1) ile B (x_2 , y_2) noktalarının orta noktası C (m , n) ise, $m = \dfrac{x_1 + x_2}{2}$ ve $n = \dfrac{y_1 + y_2}{2}$ olarak bulunur.

Soru : A (– 15 , 4) ile B (9 , 16) noktalarının orta noktasının elemanlarının çarpımını bulunuz.

Soru : **A (5 , 2) ile B (– 1 , 8) noktalarının <u>orta noktasının</u> orijine olan uzaklığını bulunuz.**

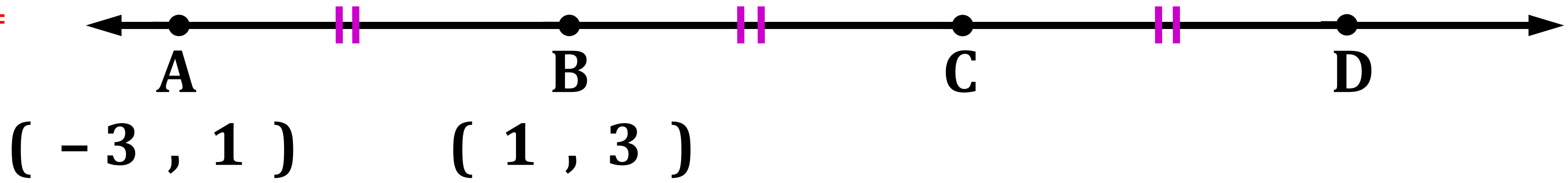
Soru : **A (– 6 , 4) ile B (p , q) noktalarının <u>orta noktası</u> C (– 1 , – 2) ise q / p = ?**

Soru : **A (k – 1 , 5) ile B (3 , n + 2) noktalarının <u>orta noktası</u> C (– 1 , 2) ise k . n = ?**

Soru : **Köşeleri $A(6, 0)$, $B(-2, 4)$ ve $C(10, 6)$ olan ABC üçgeninde $[BC]$ kenarına ait olan kenarortay (V_A) uzunluğunu bulunuz.**

Soru : **Köşeleri A (5 , – 1) , B (7 , – 3) ve C (2 , 4) olan ABC üçgeninde V_C uzunluğunu bulunuz.**

Soru :

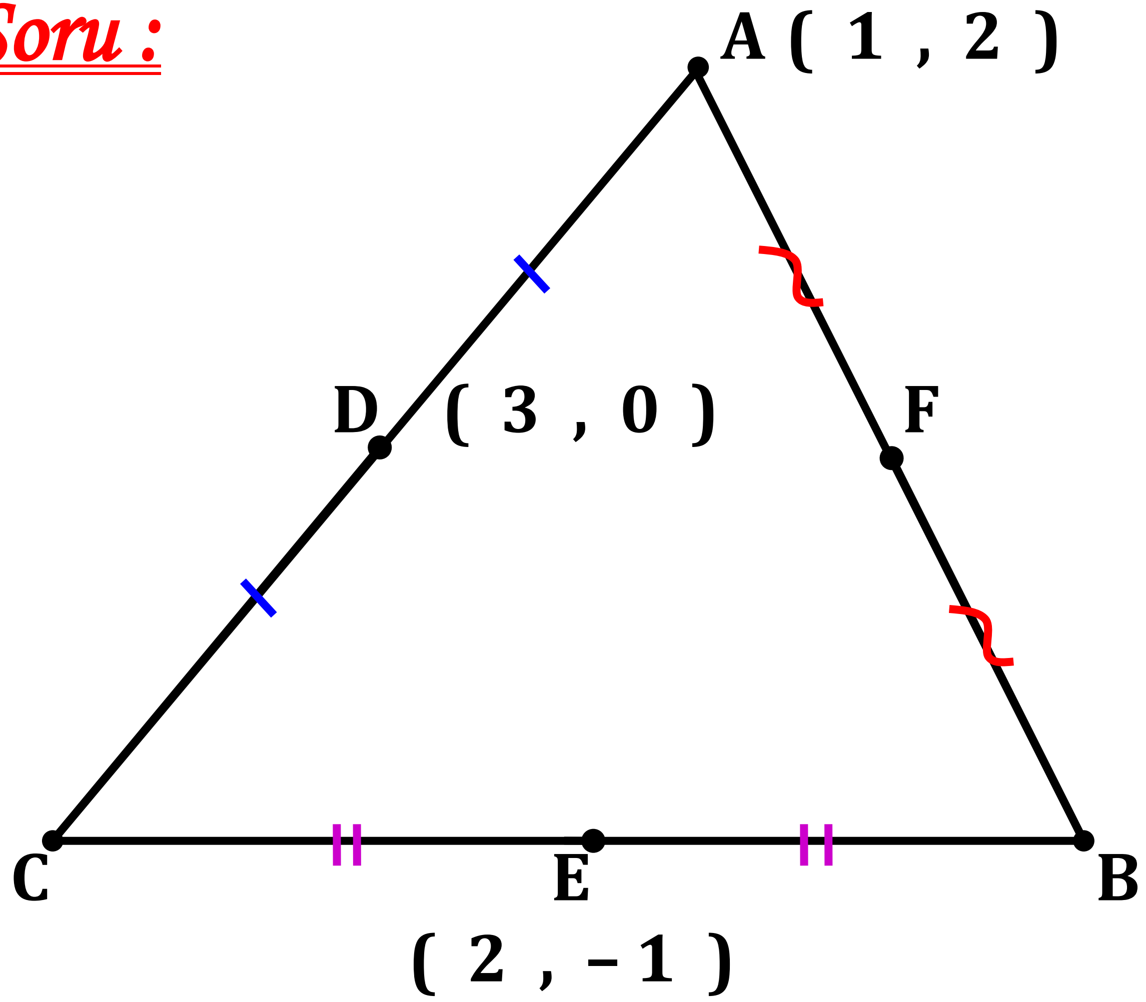


| AB | = | BC | = | CD | ise D noktasının koordinatları ne olmalıdır ?

2.Yol : **Bilinen noktaların apsisleri ve ordinatları arasındaki değişime (artma ya da azalma) bakılarak diğer noktalar bulunabilir.)**

(– 3 , 1) (1 , 3)

Soru :



F noktasının koordinatlarını bulunuz.

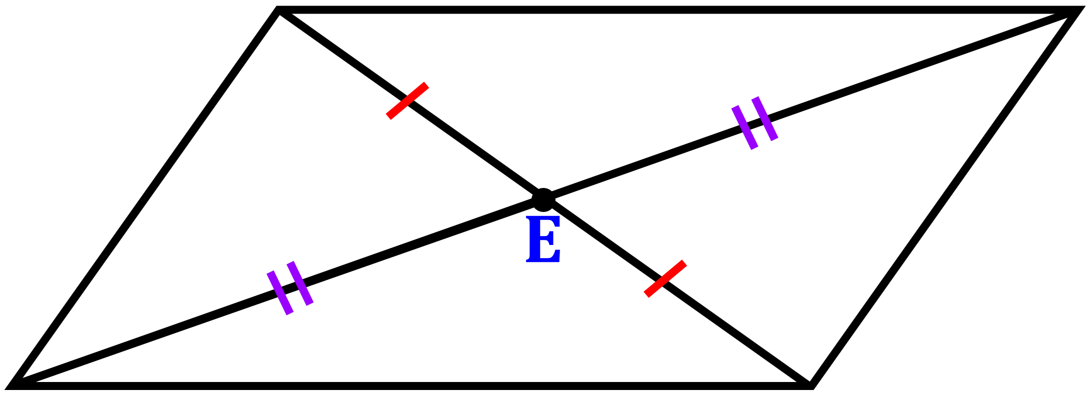
Kural : (Paralelkenar)

ABCD paralelkenarında, aynı gruptaki çapraz elemanların toplamı birbirine eşittir.

Yani,

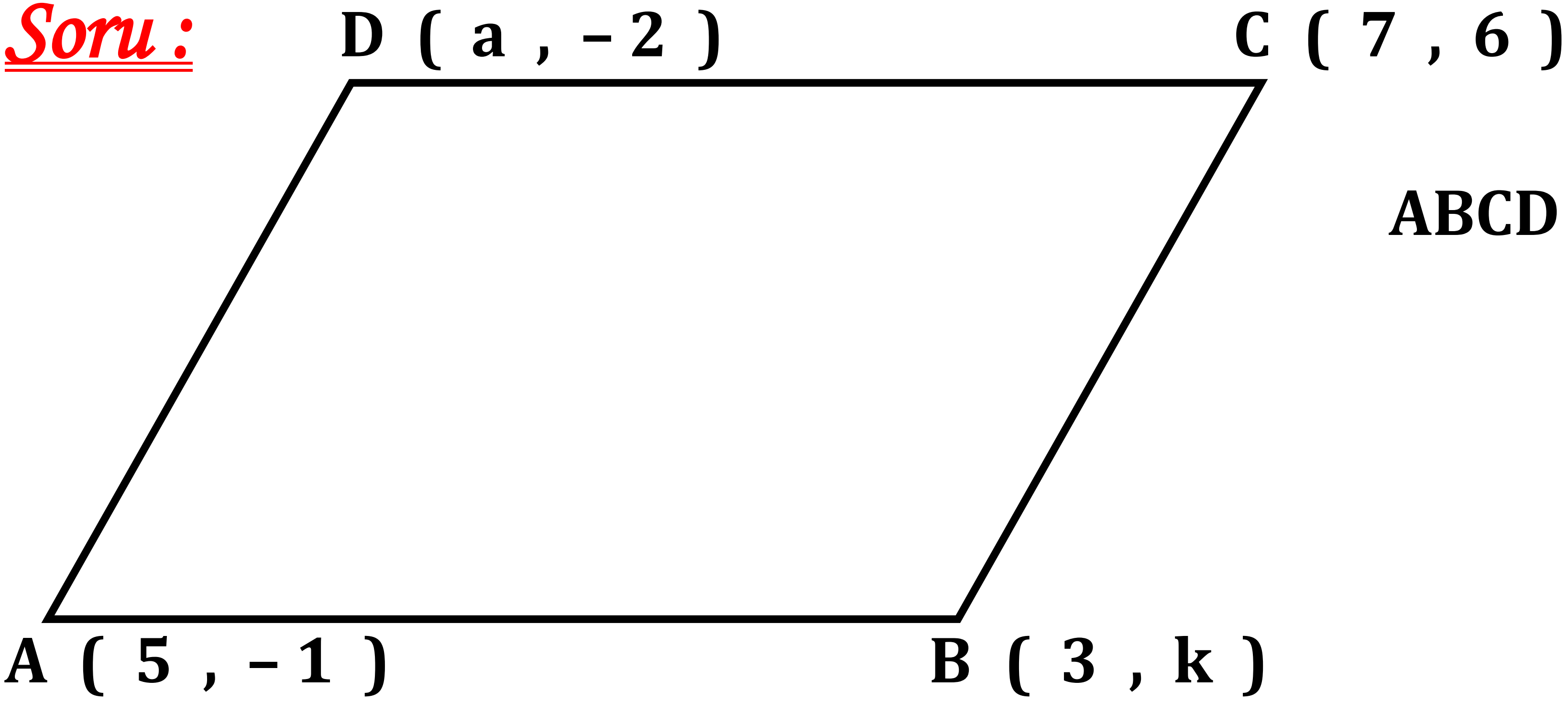
$x_1 + x_3 = x_2 + x_4$ **ve** $y_1 + y_3 = y_2 + y_4$ **olarak alınır.**

2. yol :



ABCD paralelkenarında köşegenler birbirini ortalar. Orta noktadan da çözüme gidilebilir.

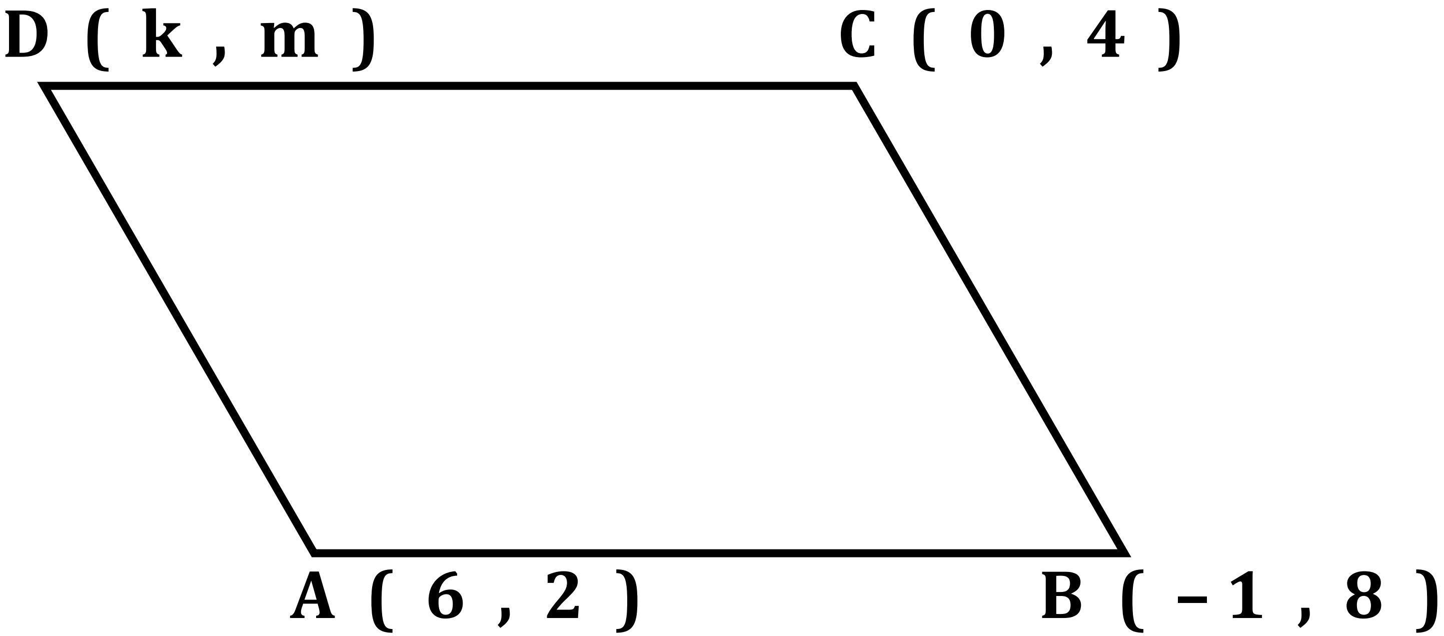
Soru :



ABCD paralelkenar ise a . k = ?

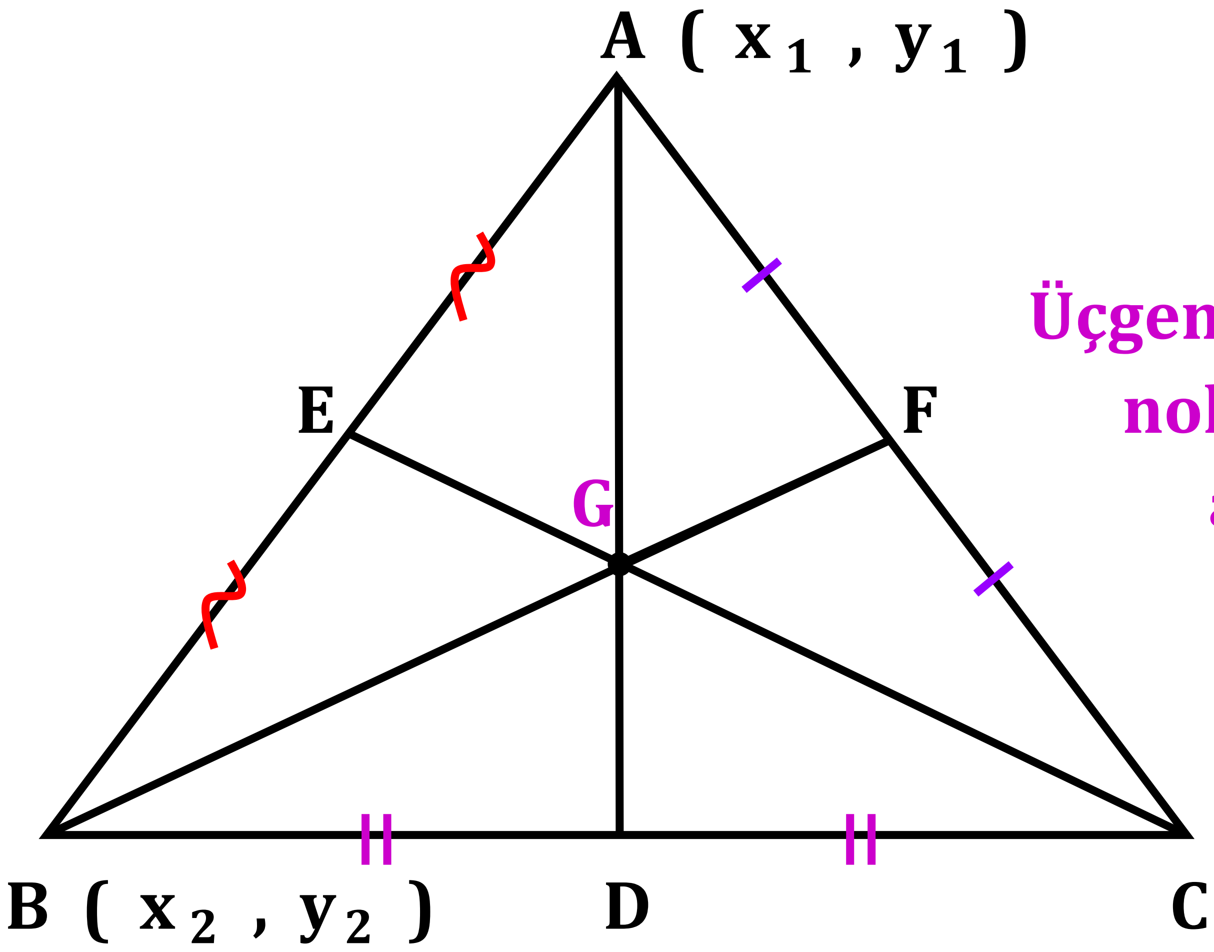
Soru :

ABCD paralelkenar ise; A) $k + m = ?$



B) $|AD| = ?$

Kural : **(Ağırlık Merkezi)**



Üçgenin kenarortaylarının kesim noktası ağırlık merkezi olarak adlandırılırdı.

G noktası ABC üçgeninin ağırlık merkezidir.

G (m , n) olsun.

$$m = \frac{x_1 + x_2 + x_3}{3}$$ **ve** $$n = \frac{y_1 + y_2 + y_3}{3}$$ **olarak alınır.**

Soru : **Köşeleri A (6 , – 2) , B (– 1 , 7) ve C (7 , 16) olan ABC üçgeninin ağırlık merkezinin koordinatlarının toplamı ne olur ?**

Soru : **Köşeleri A (– 3 , 8) , B (k , 4) ve C (2 , n) olan ABC üçgeninin ağırlık merkezi G (5 , – 1) ise k + n = ?**

Doğru Parçasını Belli Oranda Bölen Noktanın Koordinatları

İçten Bölme :

$A\,(x_1\,,\,y_1)$ $\qquad$ $C\,(m\,,\,n)$ $\qquad$ $B\,(x_2\,,\,y_2)$

$C \in [AB]$ ve $\dfrac{|CA|}{|CB|} = k$ ise C noktasına [AB] 'nı k oranında "içten bölen nokta" adı verilir.

$$m = \frac{x_1 + k\,.\,x_2}{1 + k} \quad \text{ve} \quad n = \frac{y_1 + k\,.\,y_2}{1 + k}$$

olarak bulunur.

2. yol : **Bilinen iki noktanın elemanlar arasındaki değişime göre orantı kurularak bilinmeyen noktanın elemanları bulunur.**

Soru : **A (– 1 , 5) , B (6 , – 9) ve C ∈ [AB] olmak üzere**

$$\frac{|CA|}{|CB|} = \frac{3}{4}$$ **ise C noktasının elemanlarını bulunuz.**

2. yol : $\dfrac{|CA|}{|CB|} = \dfrac{3}{4}$

$(-1, 5)$ (m, n) $(6, -9)$

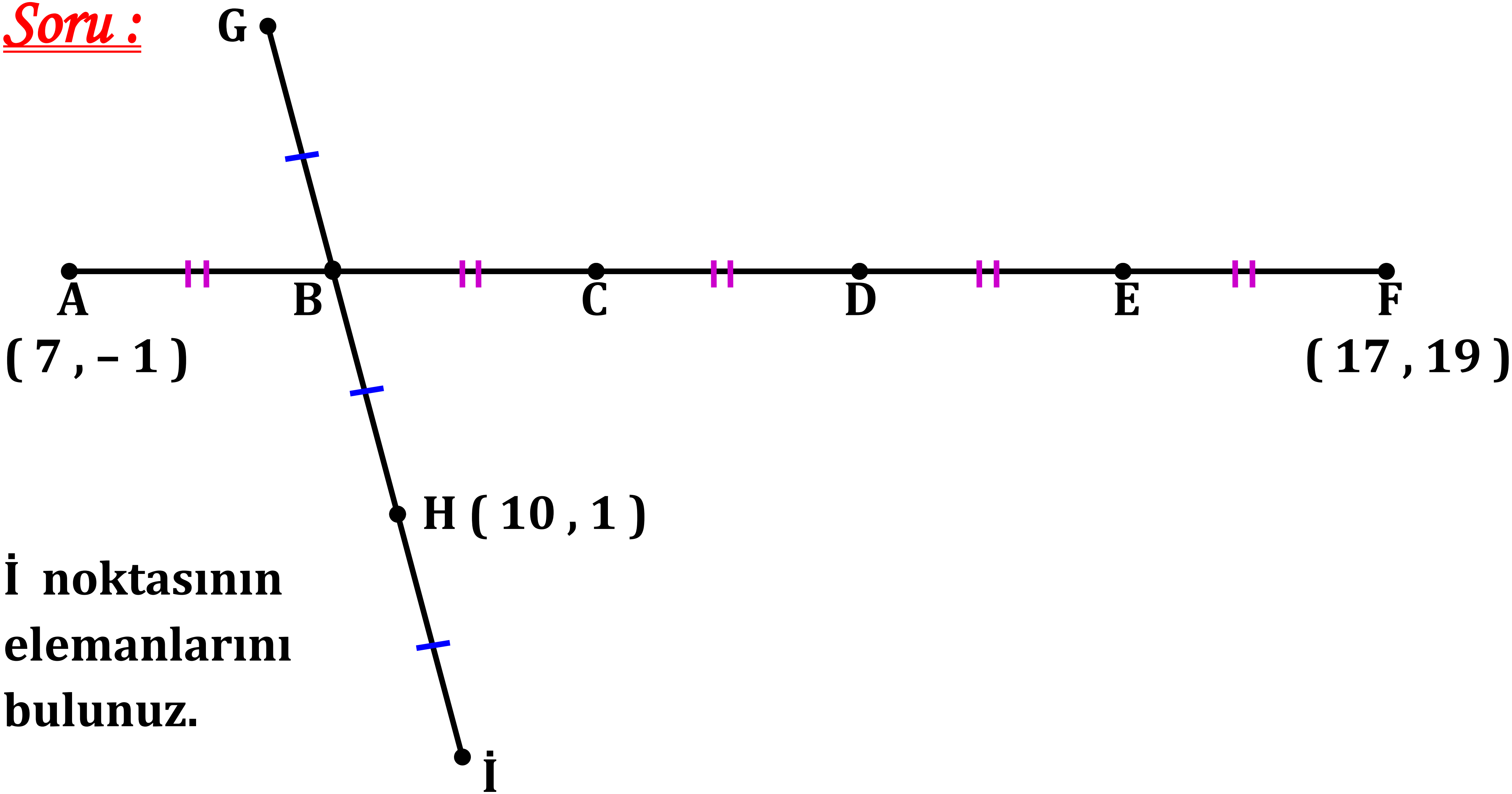
Soru : A (4 , 2) , B (– 1 , – 8) ve C ∈ [AB] olmak üzere

$$\frac{|CA|}{|CB|} = \frac{2}{3}$$ ise C noktasının elemanlarını bulunuz.

Soru : A (– 2 , 6) , B (6 , – 10) ve [AB] 'nı içten bölen bir C noktası için 5 . | CA | = 3 . | CB | ise C noktasının elemanlarını bulunuz. (5 . | CA | = 3 . | CB | şeklinde verilen eşitliği $\frac{|CA|}{|CB|} = \frac{?}{?}$ Orantıların eşitliğine çevirir ve k 'yı kullanırız.)

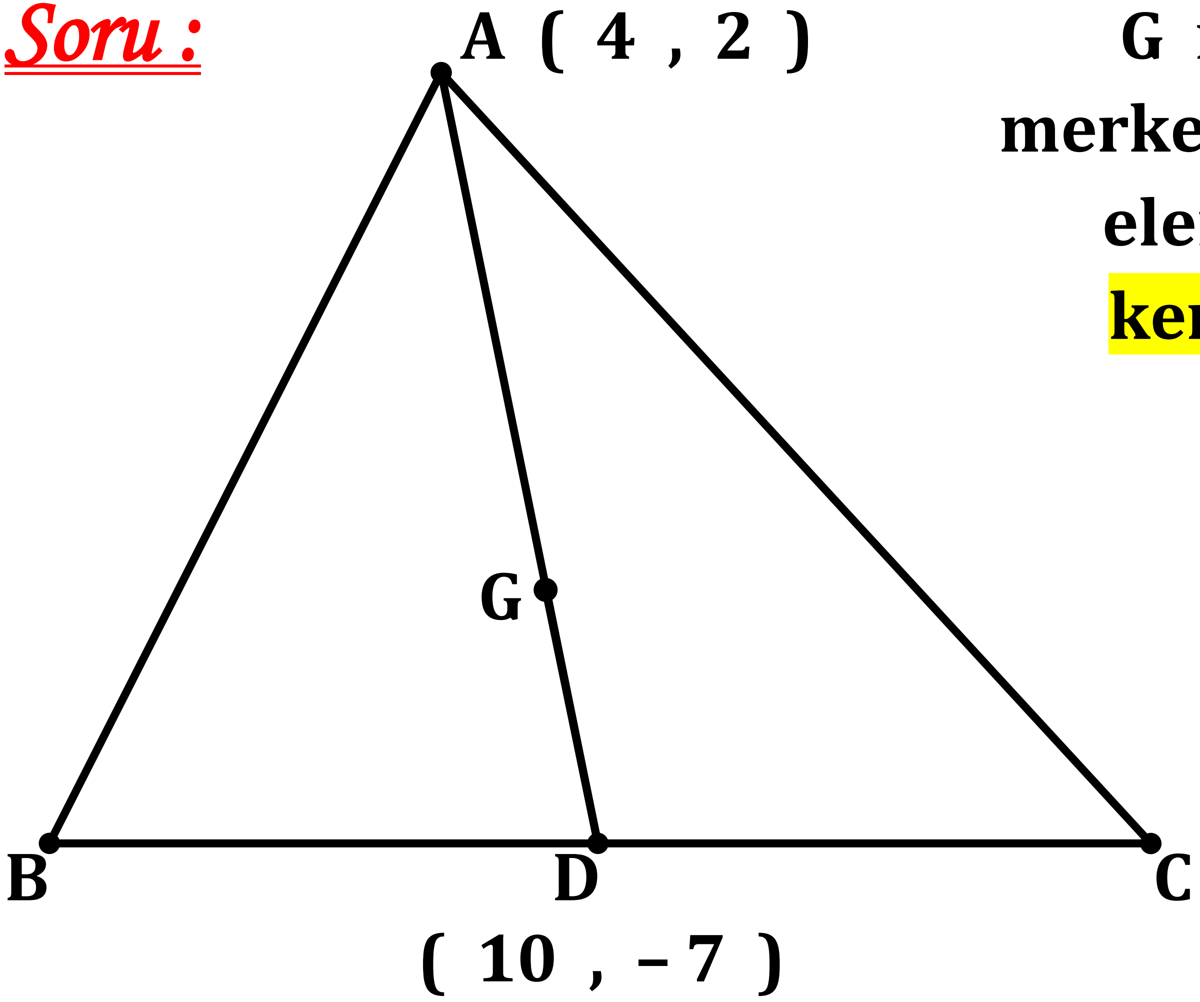
Soru : **A (– 4 , 5) , B (x , y) ve [AB] 'nı içten bölen bir C (– 2 , 3) noktası için 3 . | CA | = | CB | ise B noktasının elemanlarını bulunuz.**

Soru :



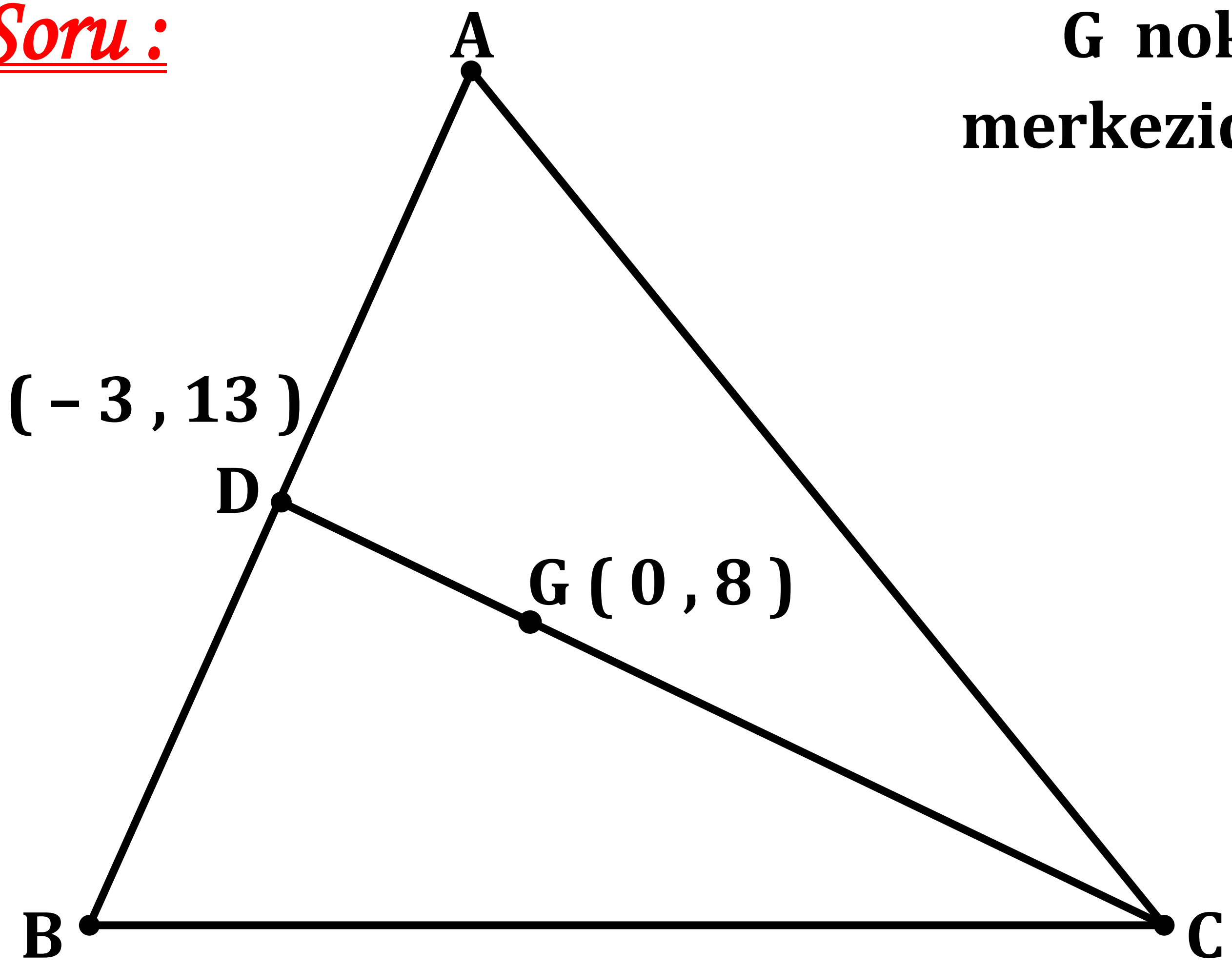
İ noktasının elemanlarını bulunuz.

Soru :



G noktası ABC üçgeninin ağırlık merkezidir. Buna göre G noktasının elemanlarını bulunuz. (Üçgende kenarortayın özelliği kullanılır.)

Soru :



G noktası ABC üçgeninin ağırlık merkezidir. Buna göre C noktasının elemanlarını bulunuz.

Dıştan Bölme :

A , B ve C noktaları doğrusaldır.

A (x_1 , y_1)   B (x_2 , y_2)   C (m , n)

$C \notin [AB]$ ve $\dfrac{|CA|}{|CB|} = k$ ise C noktasına [AB] ’nı k oranında “ dıştan bölen nokta ” adı verilir.

$$m = \frac{x_1 - k \cdot x_2}{1 - k} \quad \text{ve} \quad n = \frac{y_1 - k \cdot y_2}{1 - k}$$ olarak bulunur.

*** C ’nin yerine doğru karar verilmelidir.

2. yol : Bilinen iki noktanın elemanlar arasındaki değişime göre orantı kurularak bilinmeyen noktanın elemanları bulu-nur.

Soru : A , B ve C noktaları doğrusaldır. A (2 , 3) , B (0 , 6) ve $C \notin [AB]$ olmak üzere $\dfrac{|CA|}{|CB|} = \dfrac{3}{2}$ ise C noktasının elemanlarını bulunuz.

2. yol :

$$\frac{|CA|}{|CB|} = \frac{3}{2}$$

(2 , 3) (0 , 6) (m , n)

Soru : A , B ve C noktaları doğrusaldır. A (4 , 1) , B (0 , – 1) ve C $\notin$ [AB] olmak üzere $\dfrac{|CA|}{|CB|} = \dfrac{3}{5}$ ise C noktasının elemanlarını bulunuz.

Soru : **A , B ve C noktaları doğrusaldır. A (3 , – 5) , B (– 5 , 2) olup [AB] ’nı dıştan bölen bir C noktası için** $\dfrac{|CA|}{|CB|} = \dfrac{3}{4}$ **ise C noktasının elemanlarının toplamını bulunuz.**

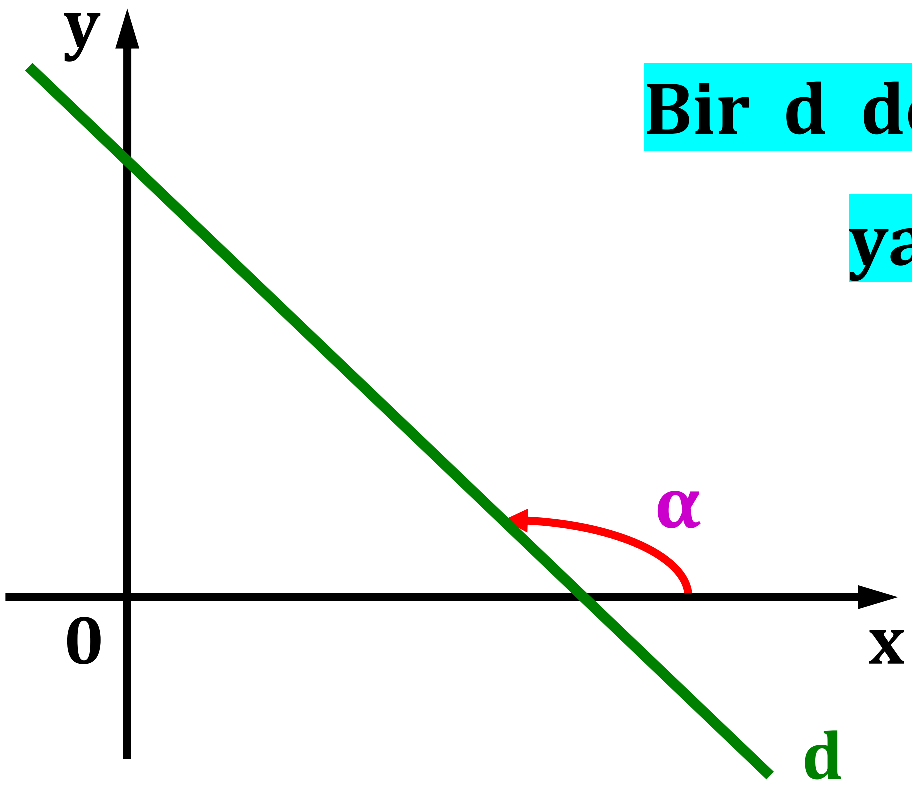
Soru : **A , B ve C noktaları doğrusaldır. A (2 , – 1) , B (3 , 4) ve C $\notin$ [AB] olmak üzere | CA | = 3 . | CB | ise C noktasının elemanlarını bulunuz.**

Soru : **A , B ve C noktaları doğrusaldır. A (– 2 , 6) , B (x , y) olup [AB] ’nı dıştan bölen bir C noktası için 5 . | CA | = 3 . | CB | ve C (– 11 , 18) ise** $x^y = ?$

Soru : A , B ve C noktaları doğrusaldır. A (– 3 , – 2) , B (3 , p) olup [AB] ’nı dıştan bölen bir C (– 4 , – 3) noktası için $\frac{|CA|}{|CB|} = k$ ise k ve p ’yi bulunuz.

Doğrunun Denklemi, İki Doğrunun Birbirine Göre Durumları

Bir Doğrunun Eğim Açısı Ve Eğimi



Bir d doğrunun x ekseni ile pozitif yönde yaptığı açının tanjantına " doğrunun eğimi " adı verilir ve m_d harfi ile gösterilir.

$m_d = \tan\alpha$ olarak alınır.

***** Açı olarak, mutlaka x ekseninden d doğrusuna olan pozitif yönlü açı alınmalıdır.**

$\tan 0^\circ = 0$, $\tan 30^\circ = \dfrac{\sqrt{3}}{3}$, $\tan 45^\circ = 1$

$\tan 60^\circ = \sqrt{3}$, $\tan 90^\circ =$ Tanımsız

$\tan 120^\circ = -\sqrt{3}$, $\tan 135^\circ = -1$

$\tan 150^\circ = -\dfrac{\sqrt{3}}{3}$, $\tan 180^\circ = 0$ olarak alınırdı.

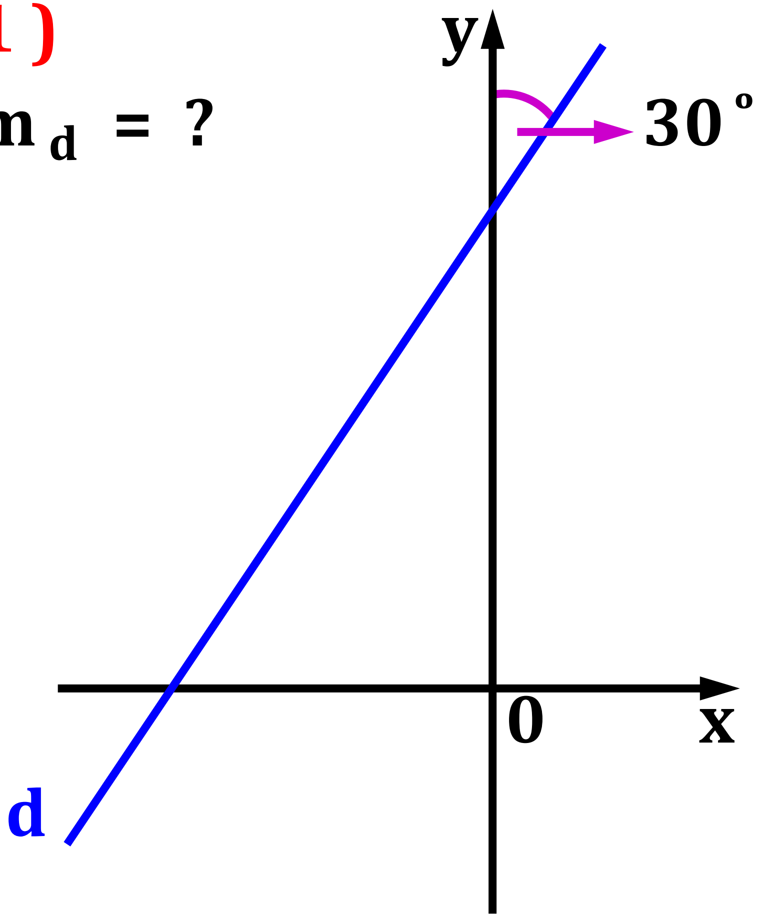
Not : 1) Açı verilmezse $\tan \alpha = \dfrac{\text{Karşı Dik Kenar}}{\text{Komşu Dik Kenar}}$ olarak alınır.

2) Açı geniş açı ise tanjantın sonucu negatif olmalıdır.

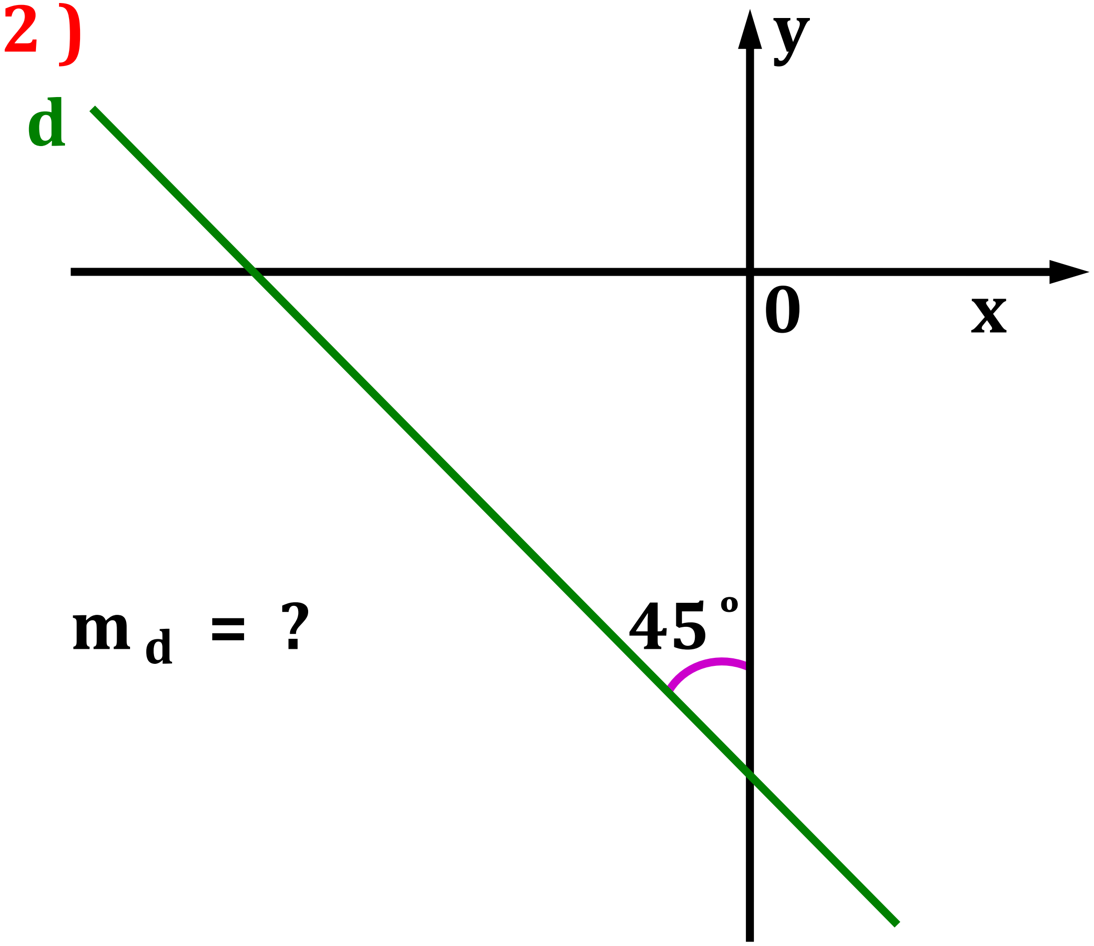
Sorular :

1)

$m_d = ?$

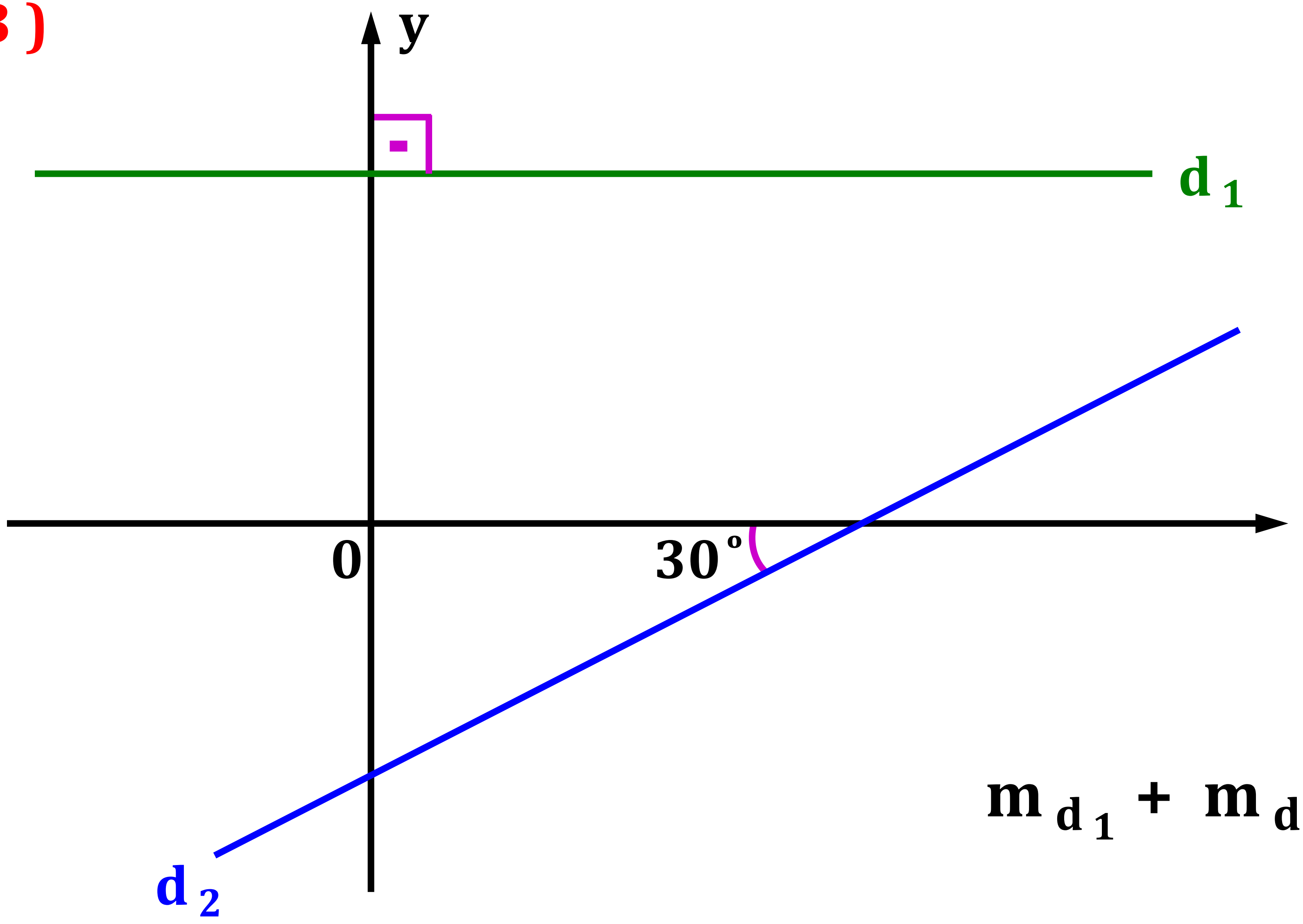


2)



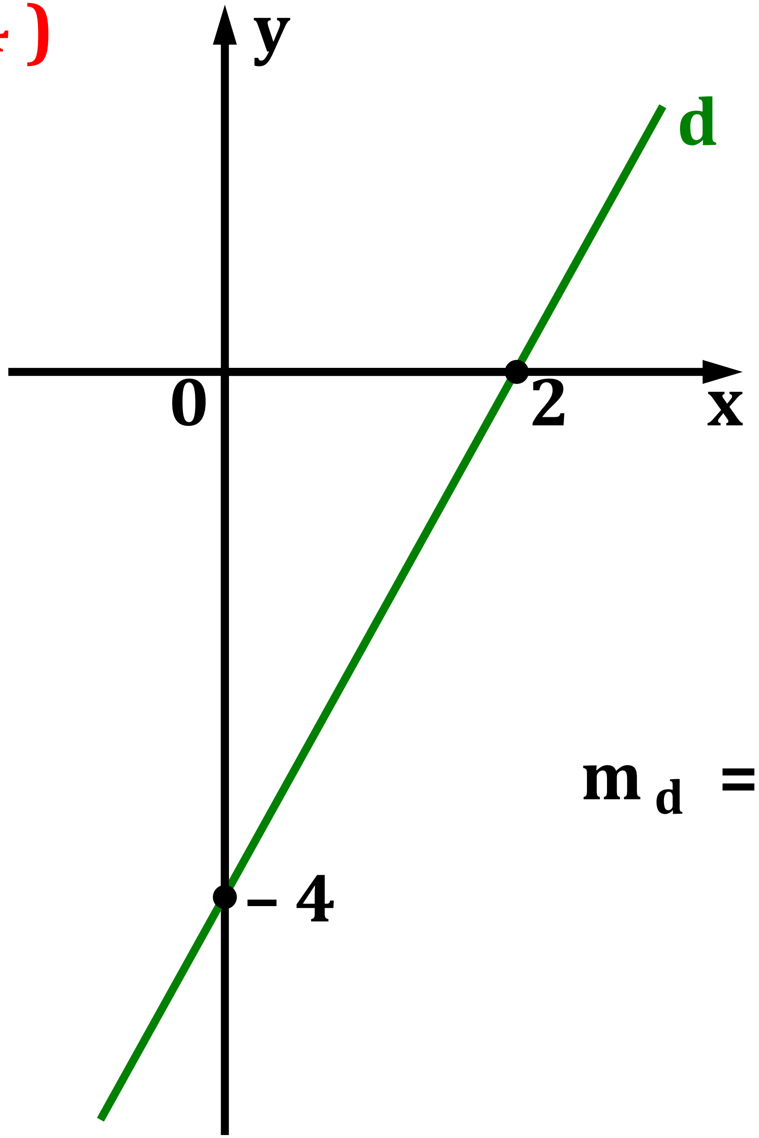
$m_d = ?$

3)



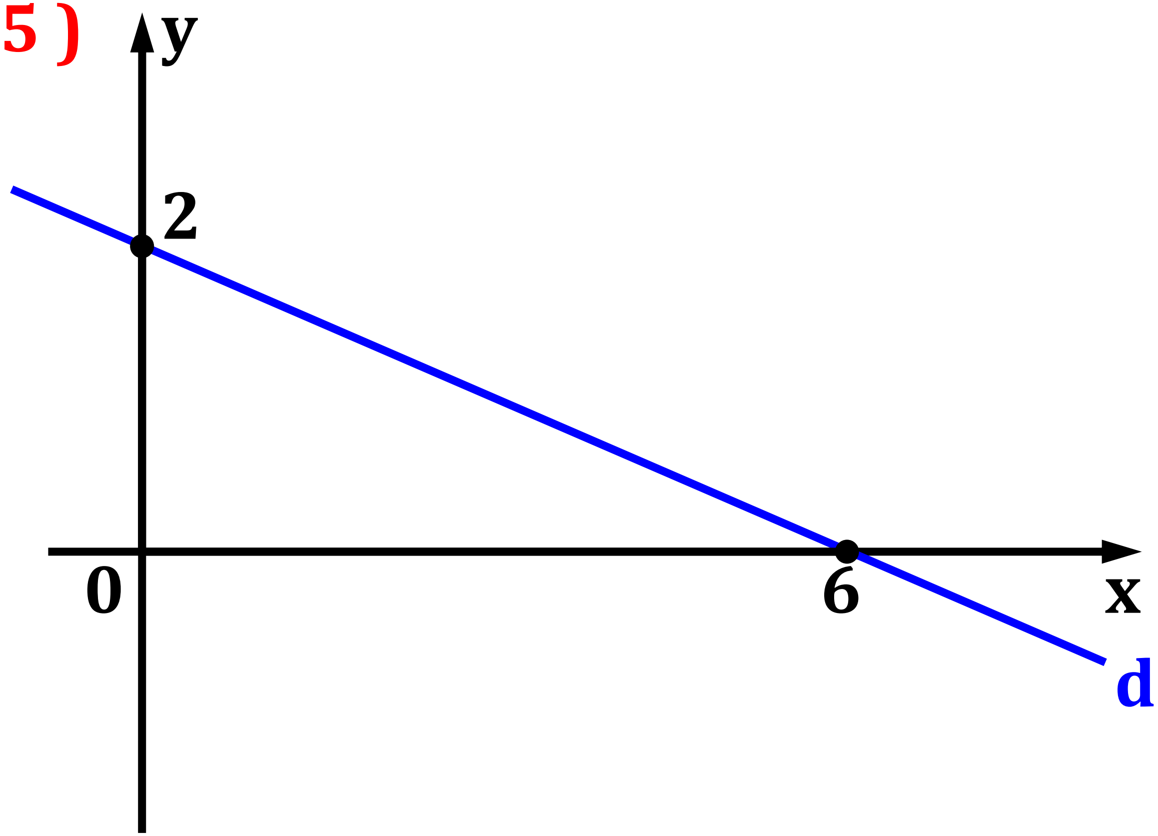
$$m_{d_1} + m_{d_2} = ?$$

4)



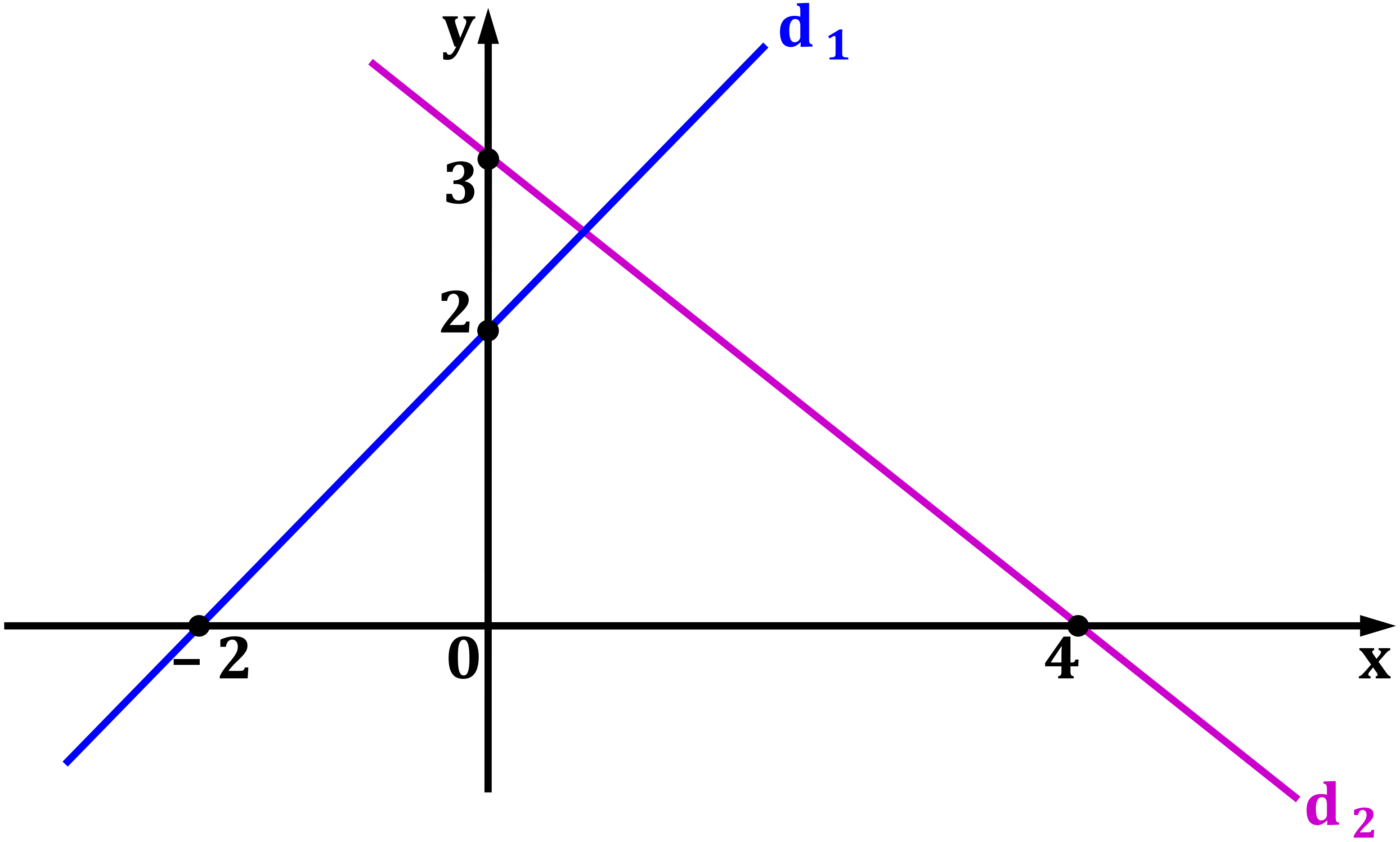
$m_d = ?$

5)



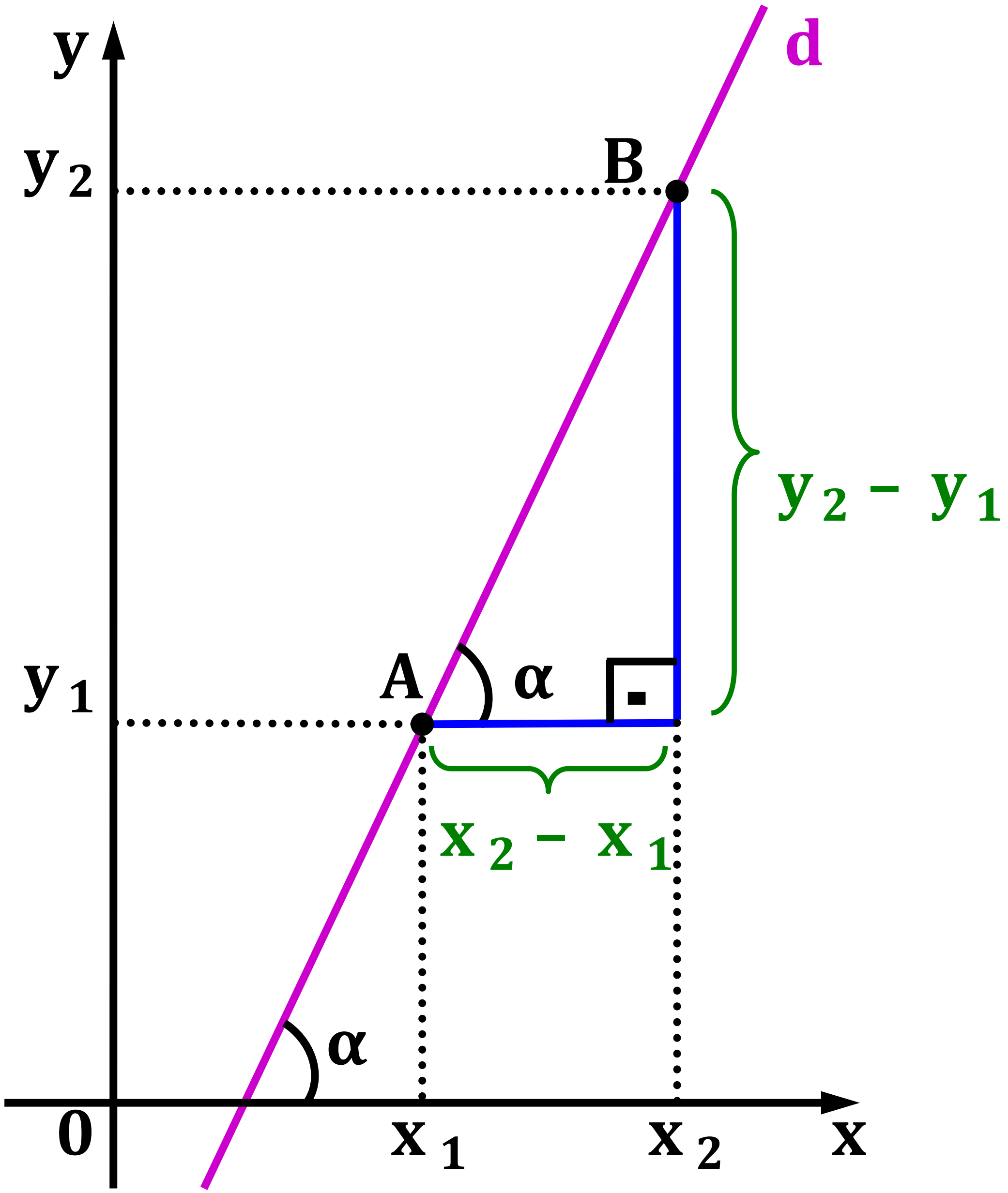
$m_d = ?$

Soru :



$m_{d_1} \cdot m_{d_2} = ?$

İki Noktası Bilinen Doğrunun Eğimi



Analitik düzlemde $A(x_1, y_1)$ ve $B(x_2, y_2)$ noktalarından geçen d doğrusunun eğimi

$$m_d = \tan\alpha = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

olarak bulunur. ($m_d = m_{AB}$)

Soru : **A (2 , – 3) ile B (1 , 4) noktalarından geçen doğrunun eğimini bulunuz.**

Soru : **A (– 25 , 12) , B (5 , 30) ve C (– 1 , 6) noktaları için $m_{AB} + m_{BC} = ?$**

Soru : **A (5 , – 2) ve B (k – 1 , 4) noktalarından geçen doğrunun eğimi $\frac{2}{3}$ ise k = ?**

Soru : A (3 , k + 2) ve B (1 , 8) noktalarından geçen doğrunun eğimi $-\frac{5}{2}$ ise k = ?

Soru : **A (3 , 1) ve B (2 , 7 + k) noktalarından geçen doğru x ekseni ile <u>pozitif yönde</u> 45°'lik açı yapıyorsa k = ?**

Soru : **A ($\sqrt{3}$ k , – 1) ve B ($\sqrt{3}$, – 4) noktalarından geçen doğru x ekseni ile <u>pozitif yönde</u> 60° 'lik açı yapıyorsa k = ?**

Kural :

A , B ve C noktaları doğrusal ise $m_{AB} = m_{BC} = m_{AC}$ olarak alınabilir. Gruptan herhangi iki eğim seçilerek çözüme ulaşılır.

Soru : **A (5 , 0) , B (2 , 1) ve C (– 1 , k) noktaları doğrusal ise k ne olmalıdır ?**

Soru : **A (0 , 4) , B (k , 6) ve C (– 3 , – 2) noktaları doğrusal ise k ne olmalıdır ?**

Eğimi Ve Bir Noktası Bilinen Doğrunun Denklemi

A (x_1 , y_1) noktasından geçen m eğimli doğrunun denklemi

$y - y_1 = m.(x - x_1)$ eşitliği ile bulunur.

Soru : **A (5 , – 3) noktasından geçen ve eğimi – 2 olan doğrunun denklemini bulunuz.**

Soru : **A (– 6 , 2) noktasından geçen ve eğim açısının ölçüsü 135° olan doğrunun denklemini bulunuz.**

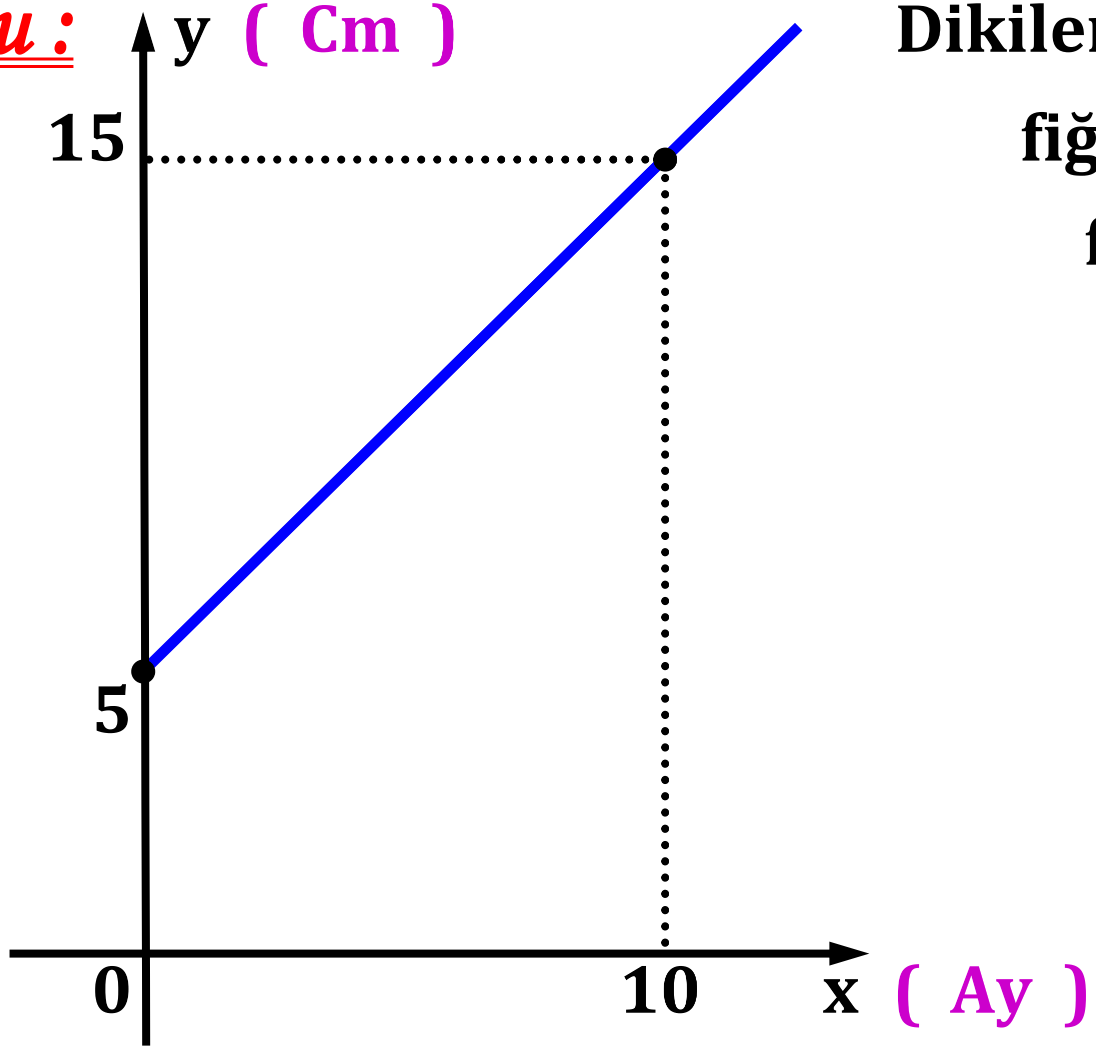
Soru : A (– 5 , 1) noktasından geçen ve eğimi 4 olan doğru üzerindeki bir nokta K (p , 9) ise doğru denklemini ve p sayısını bulunuz. (Noktayı eğimden ya da doğru denkleminden bulabiliriz.)

Soru : **K (2 , 3) ve M (1 , 1) noktalarından geçen doğrunun denklemini bulunuz. (Önce eğim sonra da denklem bulunur. Denklemde noktalardan istediğimizi kullanabiliriz.)**

Soru : **A (– 1 , 3) ve M (4 , – 1) noktalarından geçen doğrunun denklemini bulunuz.**

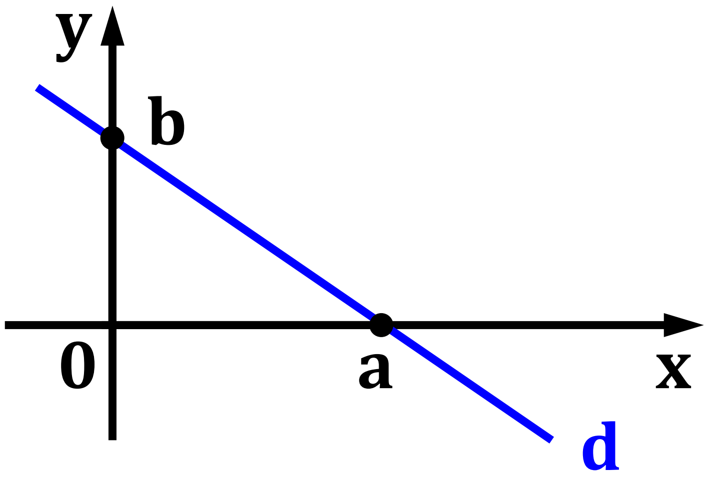
Soru : **A (6 , – 3) ve M (4 , 5) noktalarından geçen doğru y eksenini hangi noktada keser ?**

Soru :



Dikilen bir fidenin boy – zaman grafiği yanda verilmiştir. Buna göre fide kaçıncı ayda 90 cm olur ?

Not 1 :



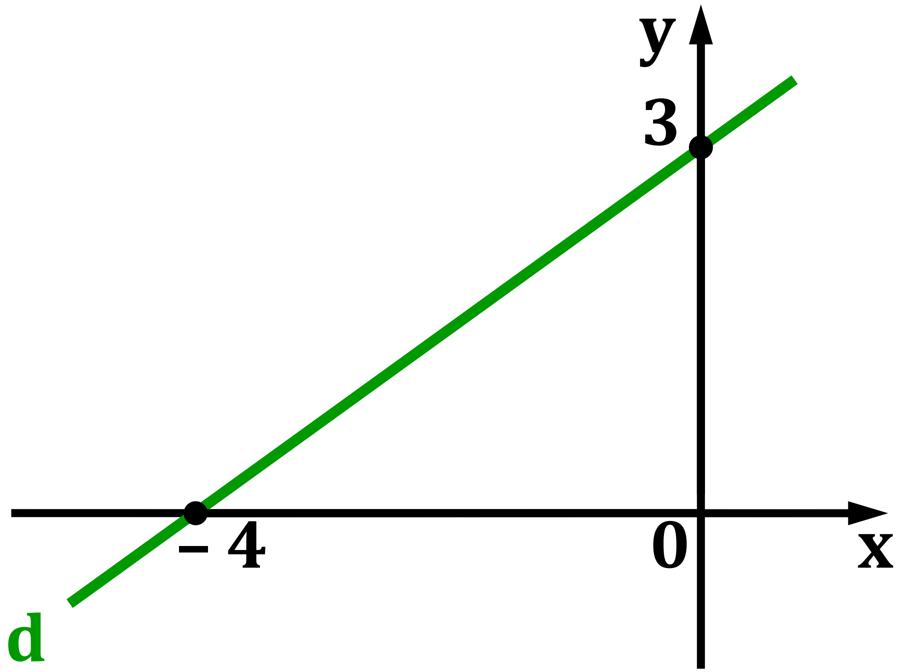
Eksenleri kesen doğrunun denklemi aşağıdaki eşitlikten daha kolay bulunabilir.

$$\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1$$

x ekseninin kesen noktanın apsisi kullanılır.

y ekseninin kesen noktanın ordinatı kullanılır.

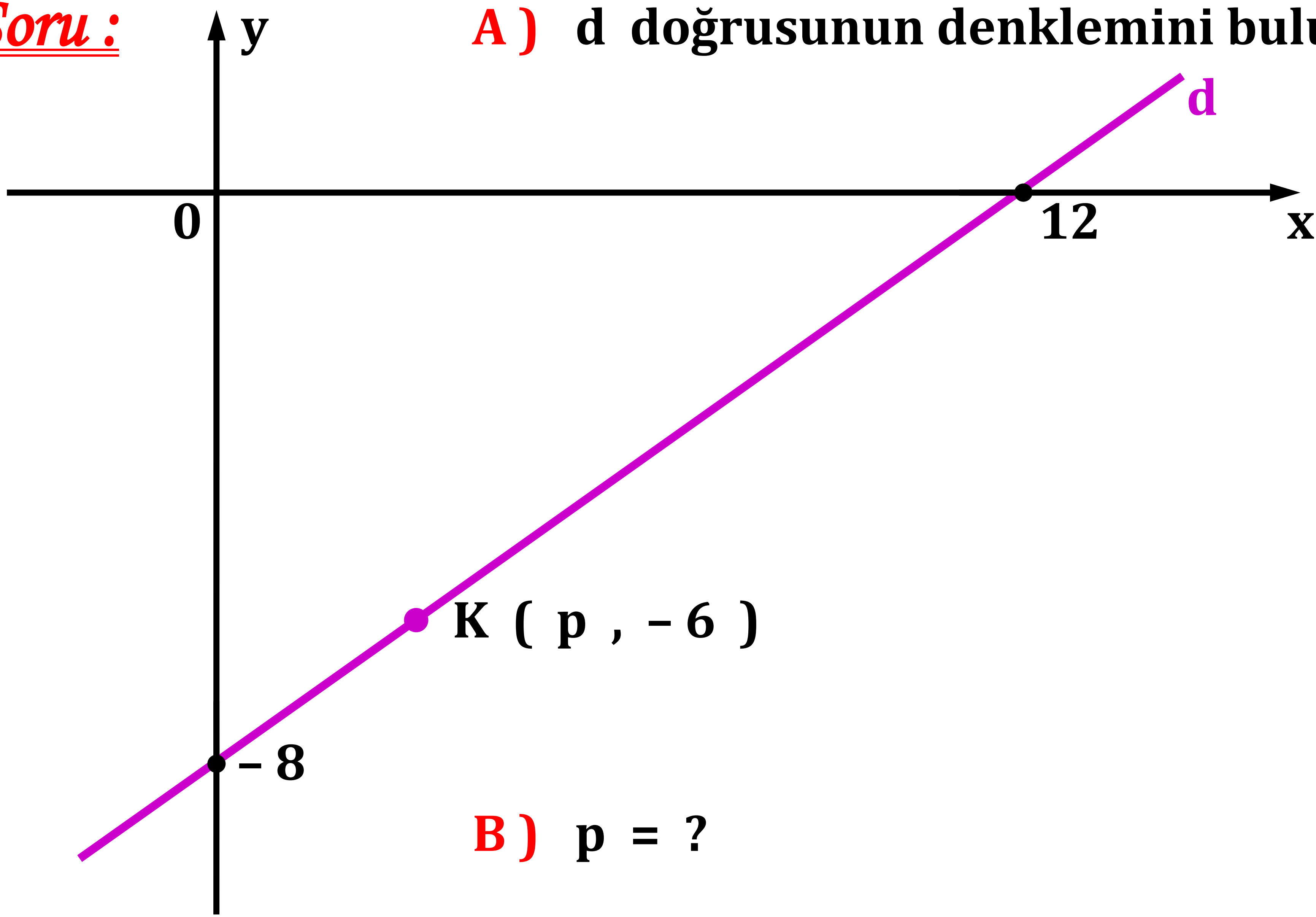
Soru :



Grafiğe göre d doğrusunun denklemini bulunuz.

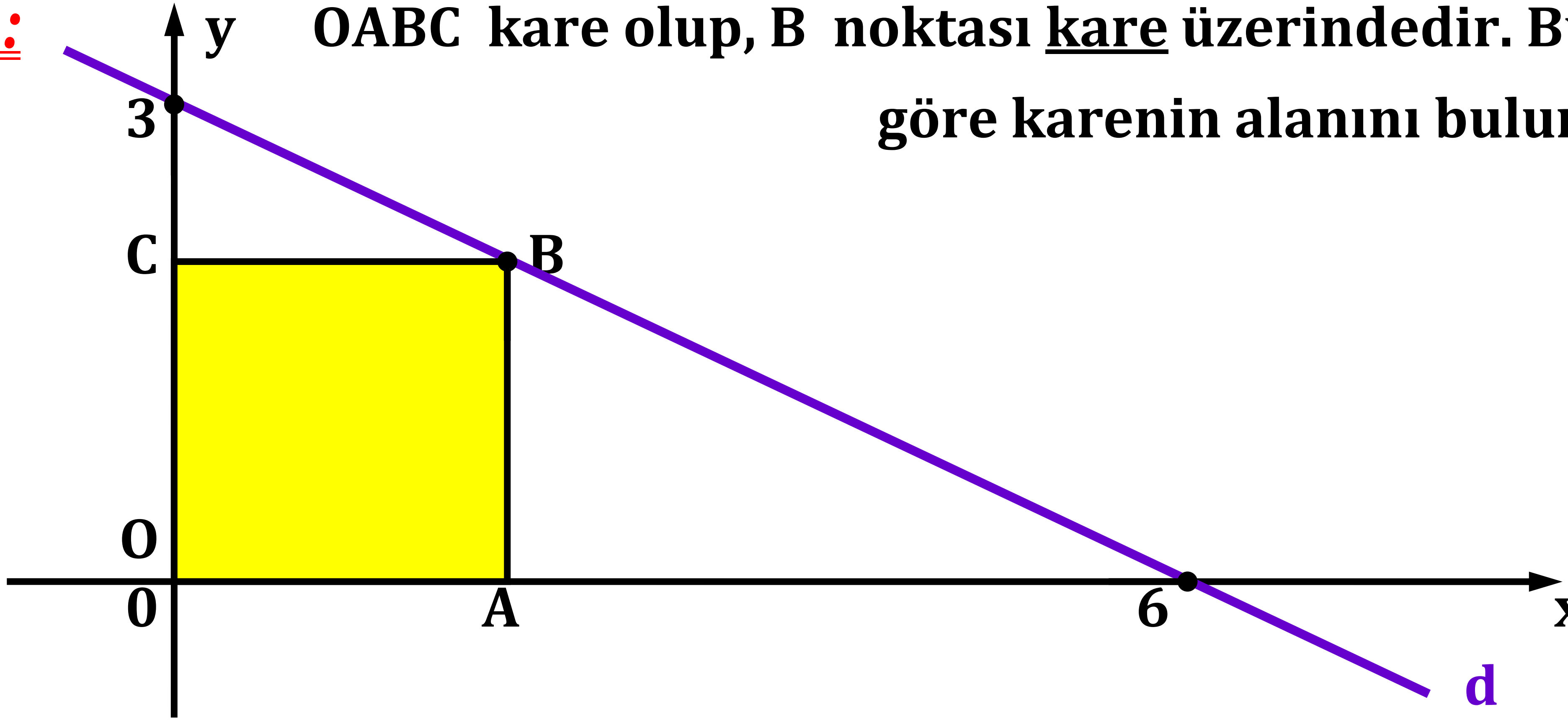
Soru :

A) d doğrusunun denklemini bulunuz.

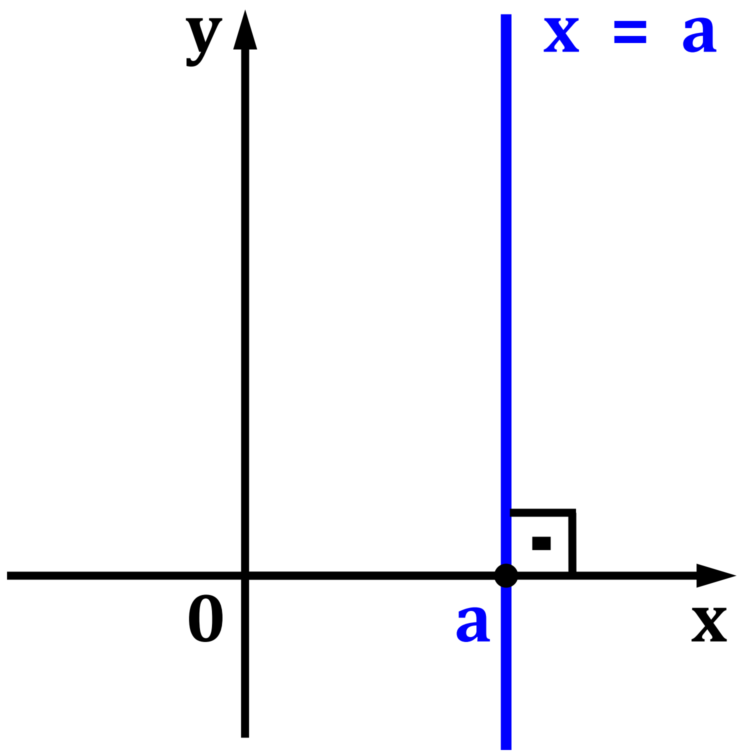


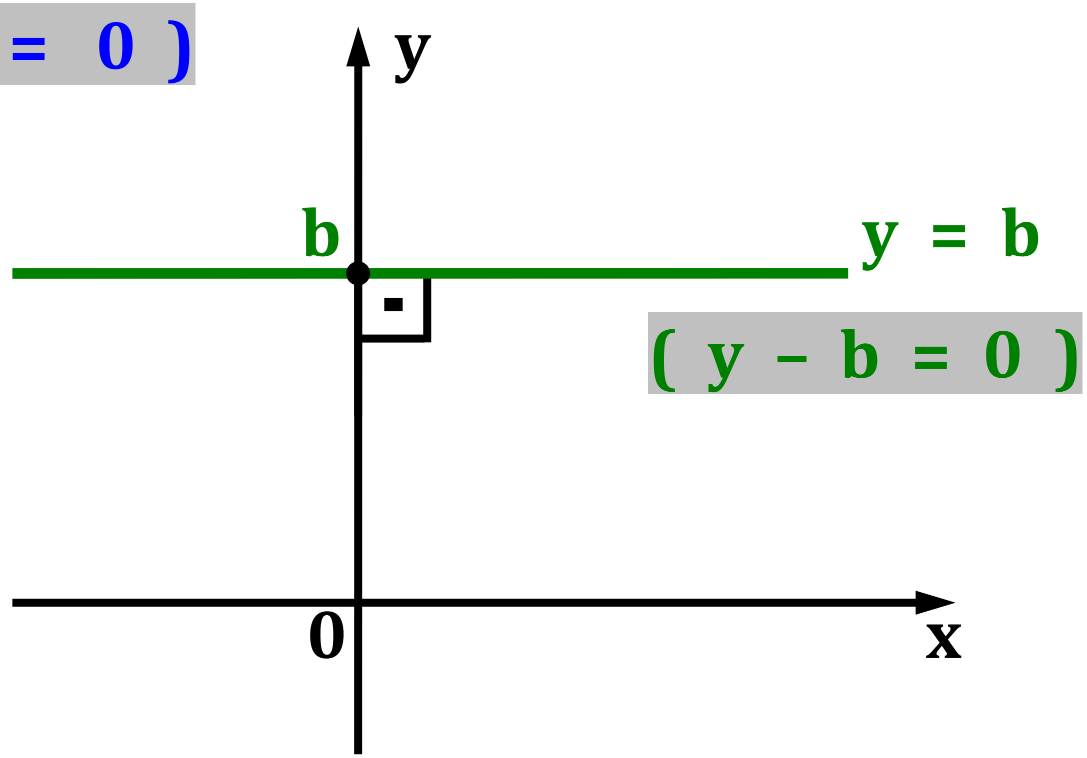
B) p = ?

Soru : **OABC kare olup, B noktası <u>kare</u> üzerindedir. Buna göre karenin alanını bulunuz.**



Not 2 : (Eksenlere Paralel Olan Doğrular)





x = a doğrusu, x ekseni üzerindeki (a , 0) noktasından geçen ve y eksenine paralel olan bir doğrudur.

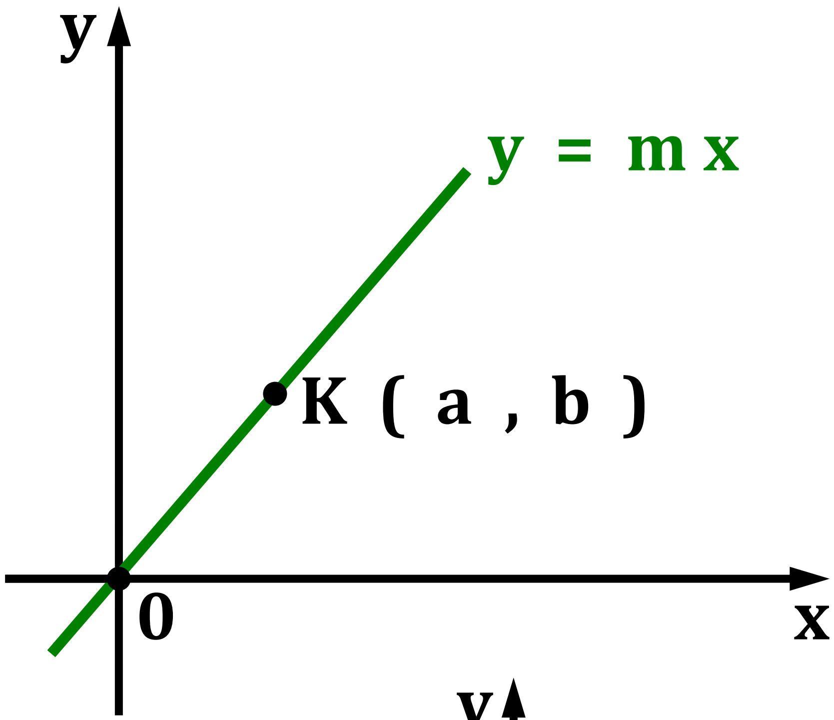
y = b doğrusu, y ekseni üzerindeki (0 , b) noktasından geçen ve x eksenine paralel olan bir doğrudur.

Soru : **$x = 4$, $x = -2$, $y = -1$ ve $y = 3$ doğruları arasında kalan dörtgenin alanını bulunur.**

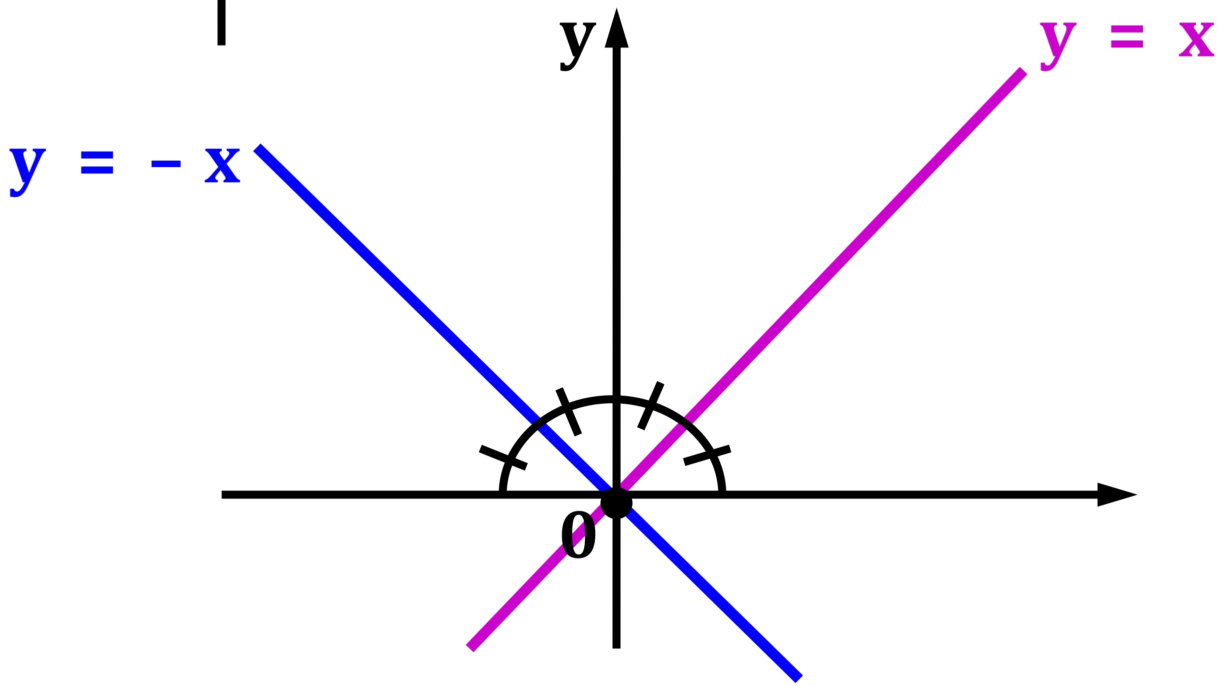
Soru : $(k - 5) x - 2y + 6 = 0$ **doğrusu x eksenine paralel ise k 'yı ve bu doğrunun denklemini bulunuz.**

Soru : **$4x - 6y - 12 + ky = 0$ doğrusu y eksenine paralel ise k 'yı ve bu doğrunun denklemini bulunuz.**

Not 3 : (Orijinden Geçen Doğrunun Denklemi)



O (0 , 0) başlangıç noktasından geçen doğrunun denklemi **y = m x** olarak alınır. Verilen diğer nokta kullanılarak m değeri bulunur.



y = x doğrusuna **1. açıortay doğrusu**, **y = – x** doğrusuna da **2. açıortay doğrusu** adı verilir.

Soru : **Analitik düzlemde; A) Başlangıç noktasından ve K (1 , 4) noktasından geçen doğrunun denklemini bulunuz.**

B) Başlangıç noktasından ve T (6 , – 2) noktasından geçen doğrunun denklemini bulunuz.

Soru : $5y - 15 - 2x + 3t = 0$ **denklemi orijin noktasından geçtiğine göre** t **sayısını ve doğrunun denklemini bulunuz.**

Soru : $y = (7 - k)x + k - 2n$ **doğrusu 1. açıortay doğrusu ise**

$k \cdot n = ?$

Kural : (**Eğimin Bulunması**)

$y = mx + n$ doğrusunda x ifadesinin katsayısı bize doğrunun eğimini verir. Yani yukarıdaki denklemde m doğrunun eğimidir. Kuralın kullanılması için mutlaka y yalnız bırakılmalıdır.

2. yol : $ax + by + c = 0$ denkleminde eğim $m = -\dfrac{a}{b}$ oranı ile de bulunabilir.

Soru : Aşağıdaki doğruların eğimini bulunuz.

1) $3x - y = 5$

2) $4x + 3y = -2$

3) $-6y + 4x - 11 = 0$

4) $\frac{3y}{4} + 2x + 5 = 0$

5) $\frac{2x}{5} - \frac{4y}{3} = 6$

6) $\dfrac{3y}{2} + \dfrac{4x}{5} - \dfrac{1}{6} = 0$

Soru : $\left.\begin{aligned} x &= 4t - 5 \\ y &= 2t + 1 \end{aligned}\right\}$ **parametrik (t'ye bağlı) denklemleri ile verilen doğrunun eğimini bulunuz.**

(En kolay yol, taraf tarafa yok etme metodu kullanılarak t yok edilir ve sonrasında eğim bulunur.)

$$x = 4t - 5$$

$$y = 2t + 1$$

Soru :

$$\left.\begin{array}{l} x = 3t - 12 \\ y = -t + 6 \end{array}\right\}$$

parametrik denklemleri ile verilen doğrunun eğimini bulunuz.

İki Doğrunun Birbirine Göre Durumları

1) Birbirine Dik Olan Doğrular

d_1 ve d_2 doğruları birbirine dik ($d_1 \perp d_2$) ise

$m_{d_1} \cdot m_{d_2} = -1$ olarak alınır.

Soru : **A (k , 3) ile B (4 , – 1) noktalarından geçen doğru, C (4 , – 7) ile D (3 , 1) noktalarından geçen doğruya dik ise k = ?**

Soru : A (1 , – 2) ile B (2a , a – 1) noktalarından geçen doğru, C (2 , – 1) ile D (1 , 2) noktalarından geçen doğruya **dik** ise a = ?

Soru : $3x - 2y + 5 = 0$ **doğrusuna <u>dik</u> olan doğrunun eğimini bulunuz. (<u>Kısayol :</u> Bulduğumuz eğimin çapma ve toplamaya göre tersi bize bu doğruya dik olan doğrunun eğimini verir.)**

Soru : $\frac{3y}{4} - 5x + 6 = 0$ **doğrusuna <u>dik</u> olan doğrunun eğimini bulunuz.**

Soru : **$-3x + 5y = 1$ ile $2kx + 4y = 7$ doğruları birbirine <u>dik</u> ise $k = ?$**

Soru : $-5y - 4x - 1 = 0$ ile $(k + 2)x - 3y + 10 = 0$ doğruları birbirine **dik** ise $k = ?$

Soru : $-x + 2y + 6 = 0$ **doğrusuna <u>dik</u> olan ve A $(-3\ ,\ 1)$ noktasından geçen doğrunun denklemini bulunuz.**

Soru : **$3y + 4x - 1 = 0$ doğrusuna <u>dik</u> olan ve $A(4, -2)$ noktasından geçen doğrunun denklemini bulunuz.**

Soru : **K (2 , 3) ile T (– 2 , 1) noktaları için [KT] ’nin orta dikmesi olan doğrunun denklemini bulunuz. (Sırayla; orta nokta , m_{KT} , dik doğrunun eğimi , dik doğrunun denklemi bulunur.)**

2) Birbirine Paralel Olan Doğrular

d_1 ve d_2 doğruları birbirine paralel ($d_1 // d_2$) ise

$m_{d_1} = m_{d_2}$ olarak alınır.

Soru : **A (1 , 3) ile B (– 1 , 2) , C (k , – 2) ile D (2 , k) noktaları veriliyor. AB // CD ise k = ?**

Soru : **$4y - 2x = 7$ doğrusuna paralel olan doğrunun eğimini bulunuz.**

Soru : $\dfrac{3x}{2} + \dfrac{5y}{6} - 2 = 0$ **doğrusuna <u>paralel</u> olan doğrunun eğimini bulunuz.**

Soru : **$3y + x - 2 = 0$ doğrusuna paralel olan ve $A(2, -3)$ noktasından geçen doğrunun denklemini bulunuz.**

Soru : **$-3x + 2y = 1$ doğrusuna <u>paralel</u> olan ve A $(3 , 1)$ noktasından geçen doğrunun denklemini bulunuz.**

Not :

$$\left.\begin{aligned} ax + by + c &= 0 \\ dx + ey + f &= 0 \end{aligned}\right\}$$ doğruları birbirine **paralel** ise

$$\frac{a}{d} = \frac{b}{e} \neq \frac{c}{f}$$ olmalıdır.

x 'lerin katsayılarının oranı, y 'lerin katsayılarının oranına eşittir.

Soru :

$$\left.\begin{aligned} 2x - 3y - 5 &= 0 \\ kx + 2y - 1 &= 0 \end{aligned}\right\}$$ doğruları birbirine paralel ise

k ne olmalıdır ?

Soru :

$$\left.\begin{aligned}(5+k)x - y &= 3\\ 4y - 6x + 5 &= 0\end{aligned}\right\}$$

doğruları birbirine <u>paralel</u> ise k ne olmalıdır ?

3) Çakışık Olan Doğrular

$$\left.\begin{array}{l} ax + by + c = 0 \\ \\ dx + ey + f = 0 \end{array}\right\}$$

doğruları birbirine çakışık (aynı) ise $\boxed{\dfrac{a}{d} = \dfrac{b}{e} = \dfrac{c}{f}}$ **olmalıdır.**

x 'lerin katsayılarının oranı, y 'lerin katsayılarının oranı ve sabit sayıların oranı birbirine eşittir.

Soru :

$$\left.\begin{array}{r} 4x - 6y + 9 = 0 \\ -12x + n + 2ky = 0 \end{array}\right\}$$

doğruları birbirine <u>çakışık</u> ise $k + n = ?$

Soru :

$$\left.\begin{aligned} 2x - 3y + p &= 0 \\ 8 + kx - 6y &= 0 \end{aligned}\right\}$$

doğruları birbirine <u>çakışık</u> ise $k \cdot p = ?$

Soru :

$$\left.\begin{aligned} -4y + 3x + 5 &= 0 \\ 6x + (k-2)y - n + 2 &= 0 \end{aligned}\right\}$$

doğruları birbirine **çakışık ise** $k + n = ?$

4) Kesişen Doğrular

$$\left.\begin{aligned} ax + by + c &= 0 \\ dx + ey + f &= 0 \end{aligned}\right\}$$

doğruları kesişiyorlarsa $\frac{a}{d} \neq \frac{b}{e}$ olmalıdır.

Doğruların kesim noktası istenirse, denklem sisteminin çözümünü sağlayan x ve y değerleri bulunur. (Yok etme metodu ile bulunur.)

Soru :

$$\left.\begin{aligned} 2x - 4y + 5 &= 0 \\ 3x + 6y - 1 &= 0 \end{aligned}\right\}$$

doğrularının analitik düzlemdeki birbirine göre durumlarını söyleyiniz.

Soru : $\left.\begin{aligned} 2x - 3y &= 5 \\ x + y &= 10 \end{aligned}\right\}$ **doğrularının kesim noktasını bulunuz.**

Soru :

$$\left.\begin{aligned} 2x - y - 5 &= 0 \\ 4x - 5y - 7 &= 0 \end{aligned}\right\}$$ **doğrularının kesim noktasını bulunuz.**

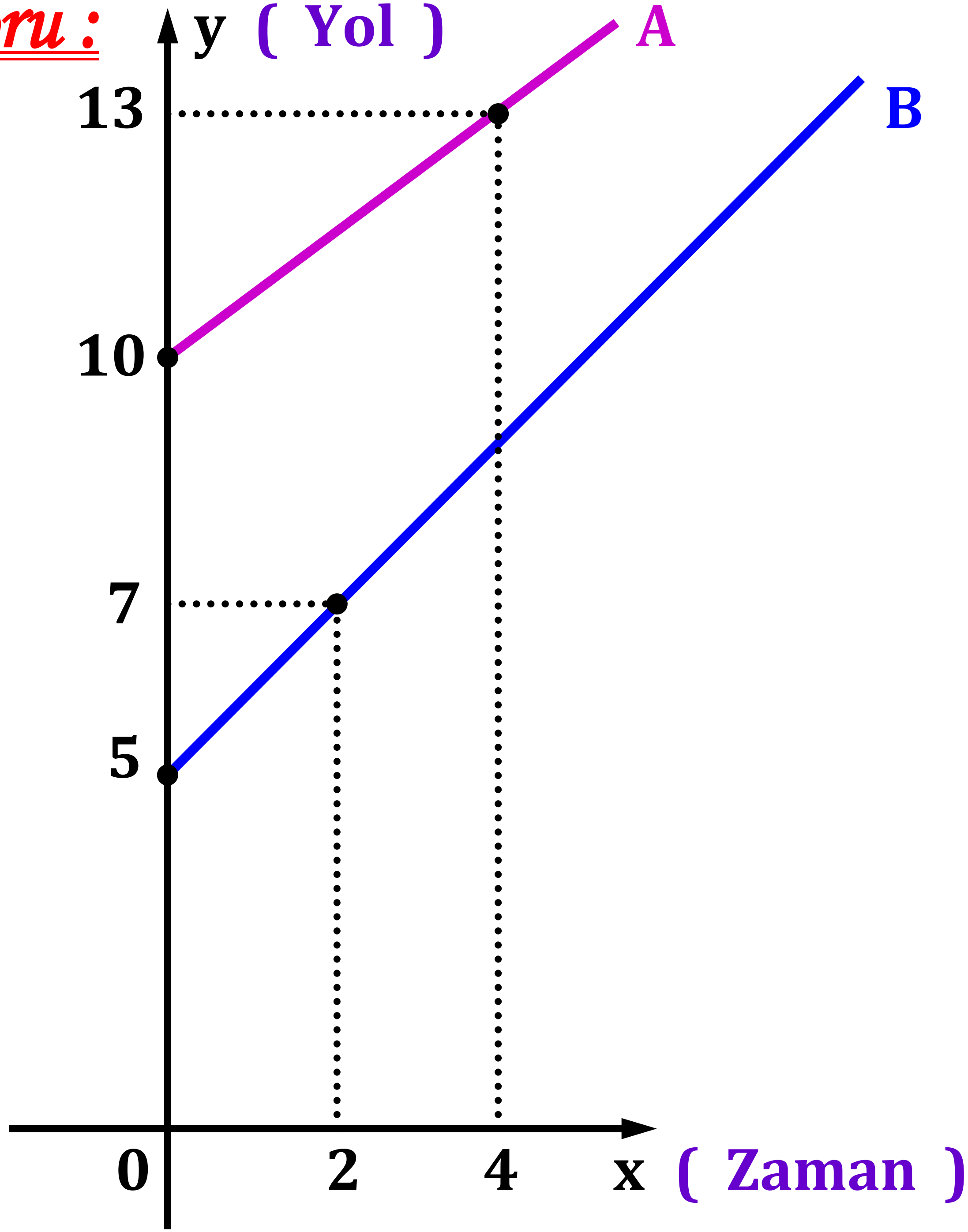
Soru : $\left.\begin{aligned} 3x - 4y &= 0 \\ 2x + y &= 22 \\ kx - 2y &= 4 \end{aligned}\right\}$ doğruları bir noktada kesişiyorlarsa k = ? **(Bilinen iki denklem alınarak ortak kesim noktası bulunur. Bulunan kesim noktası kullanılmayan denklemde kullanılarak istenen bulunur.)**

Soru :

$$\left.\begin{aligned} x + 2y &= 1 \\ (3 - k)y + x &= 5 \\ 3x + y &= -2 \end{aligned}\right\}$$

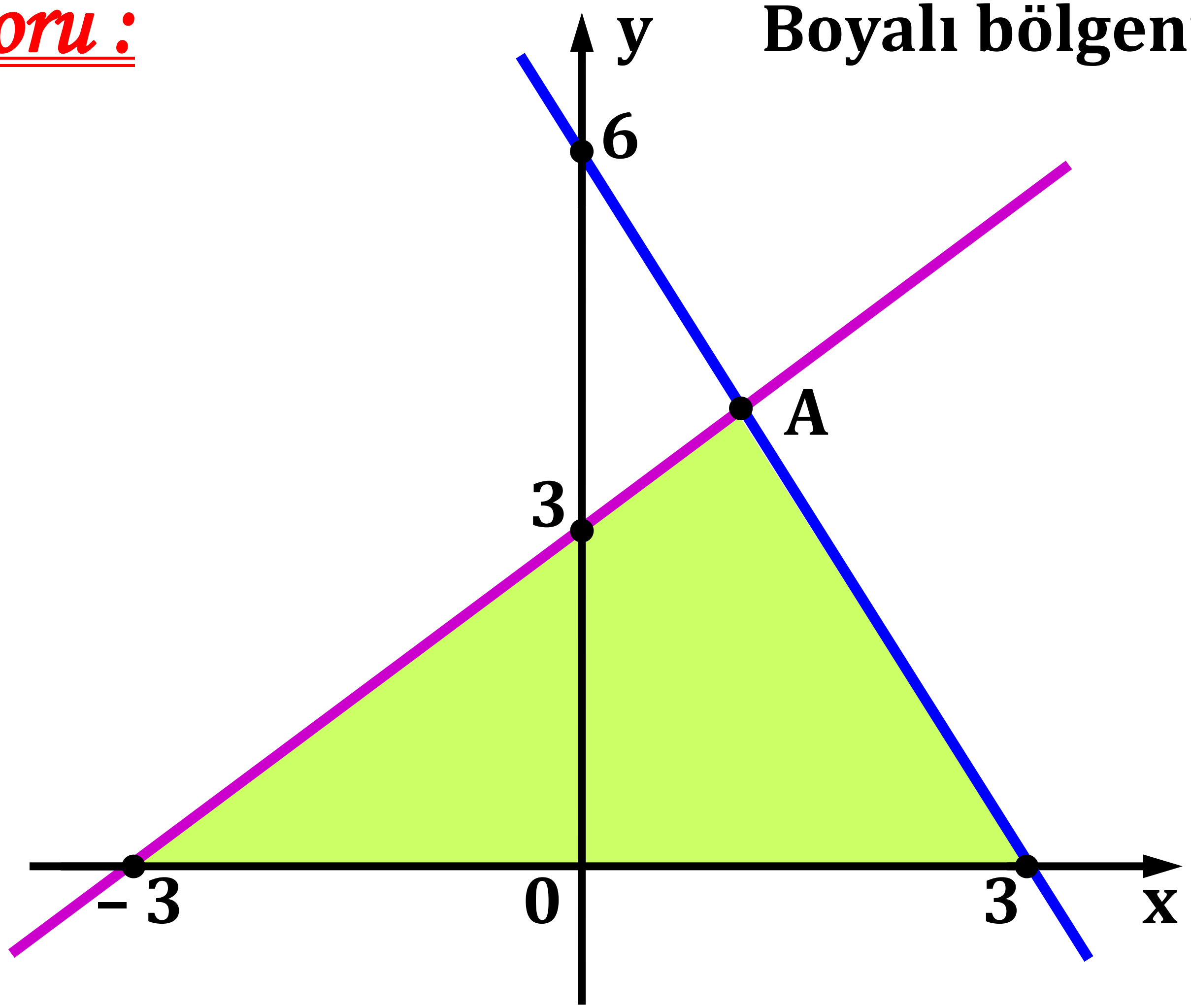
doğrularının bir noktada kesişiyorlarsa $k = ?$

Soru :



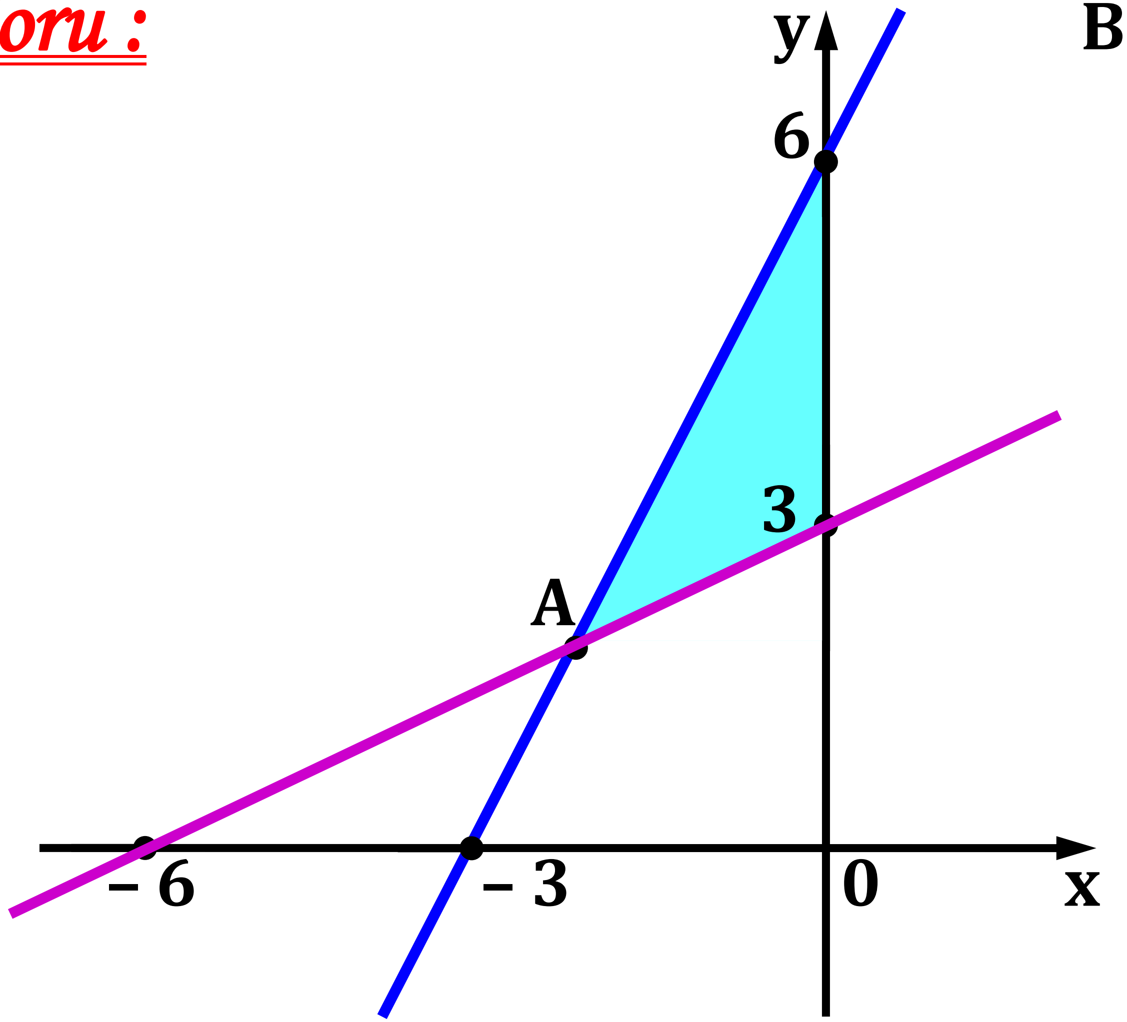
İki hareketlinin yol – zaman grafiği şekilde verilmiştir. Buna göre iki hareketli kaçıncı saatte buluşurlar ?

Soru : **Boyalı bölgenin (üçgen) alanını bulunuz.**

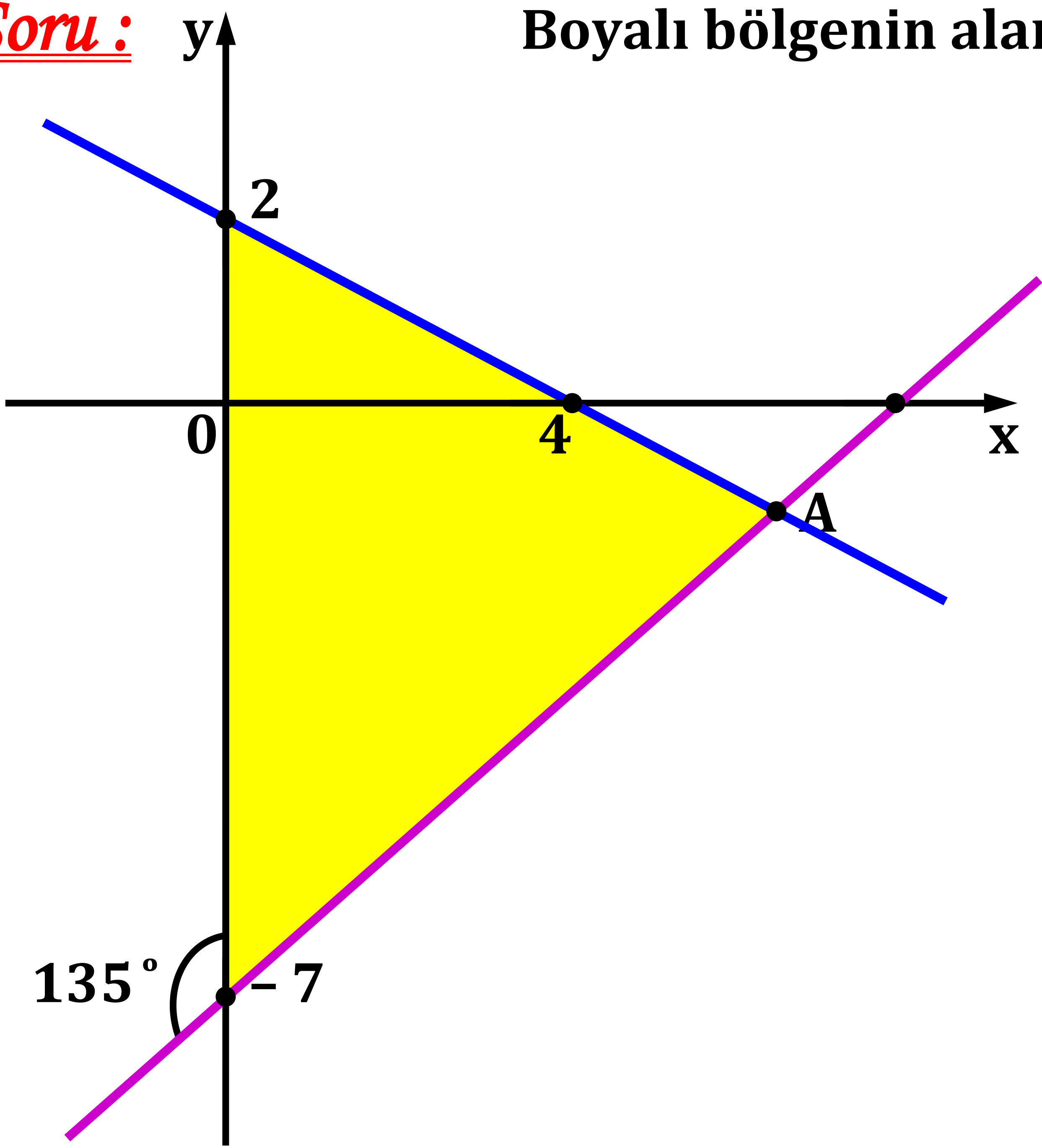


Soru :

Boyalı bölgenin alanını bulunuz.



Soru : **Boyalı bölgenin alanını bulunuz.**

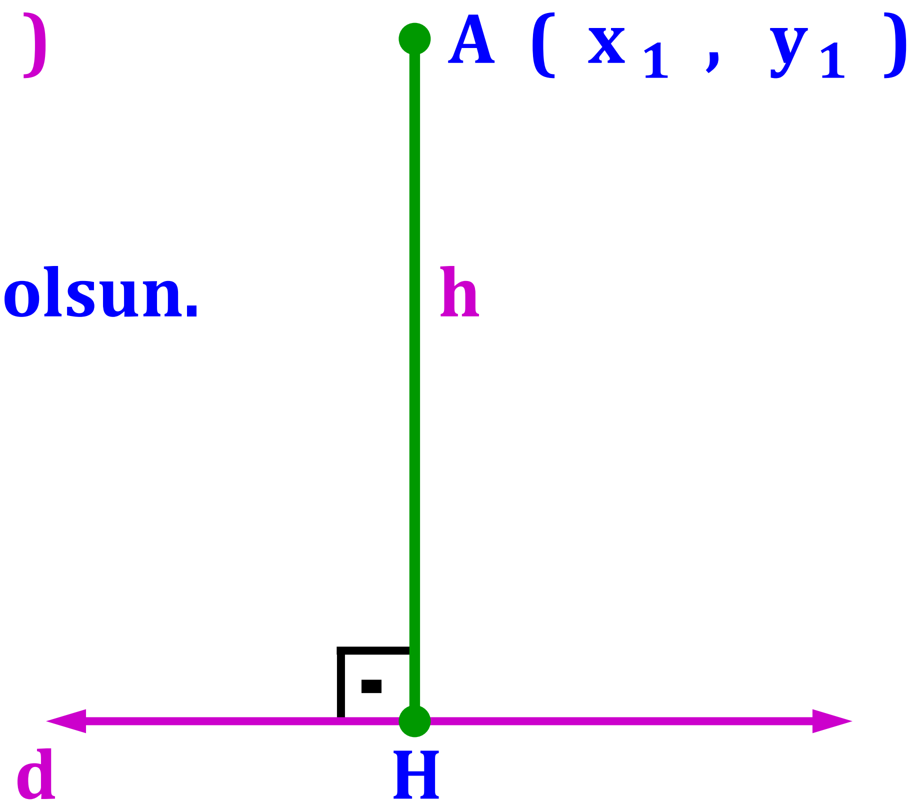


Analitik Düzlemde Bir Noktanın Bir Doğruya En Kısa Uzaklığı

Analitik düzlemde $A\,(x_1\,,\ y_1)$ noktasının $d:\ ax + by + c = 0$ doğrusuna olan en kısa uzaklığı h olsun.

$$h = \frac{|\,ax_1 + by_1 + c\,|}{\sqrt{a^2 + b^2}}$$

eşitliği ile bulunur.



Soru : **A (-1 , 5) noktasının $3x - 4y + 22 = 0$ doğrusuna olan en kısa uzaklığı bulunuz.**

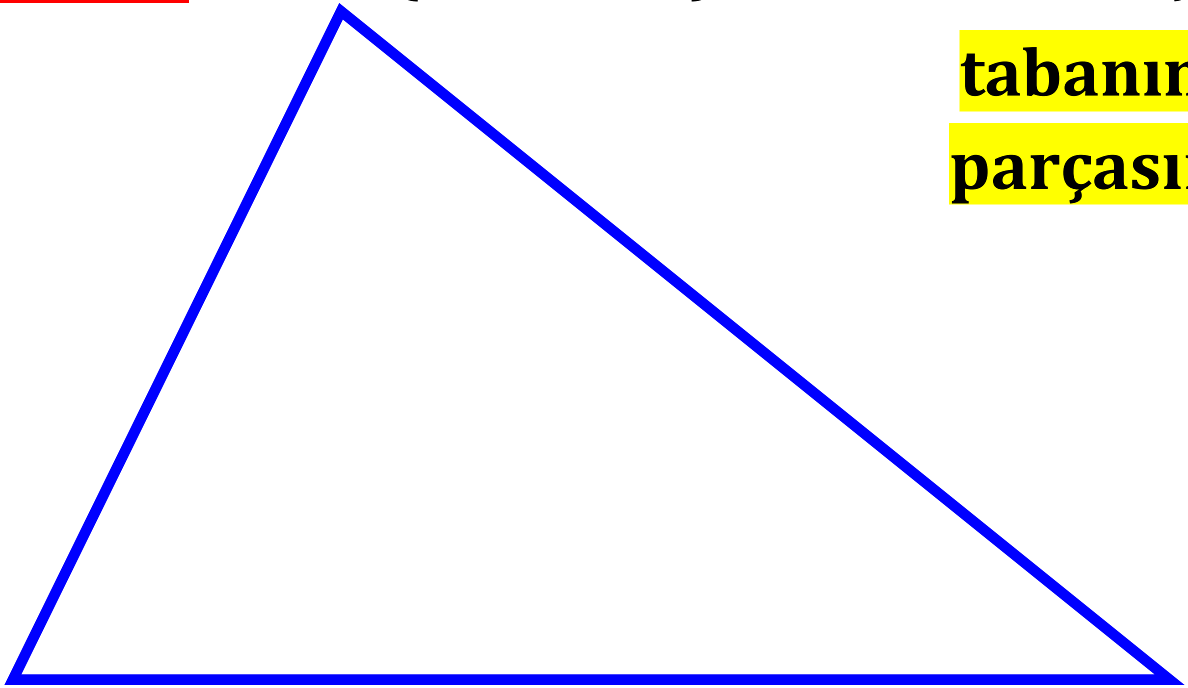
Soru : **A (2 , – 3) noktasının 5x + 12y – 13 = 0 doğrusuna olan en kısa uzaklığı bulunuz.**

Soru : **A (1 , 6) noktasının $-3x + 4y + c = 0$ doğrusuna olan en kısa uzaklığı 4 br ise c değerleri ne olabilir ?**

Soru : **A (k , – 2) noktasının $y - x - 5 = 0$ doğrusuna olan en kısa uzaklığı $3\sqrt{2}$ br ise k değerlerinin çarpımı ne olmalıdır ?**

Soru :

A (– 1 , 0)



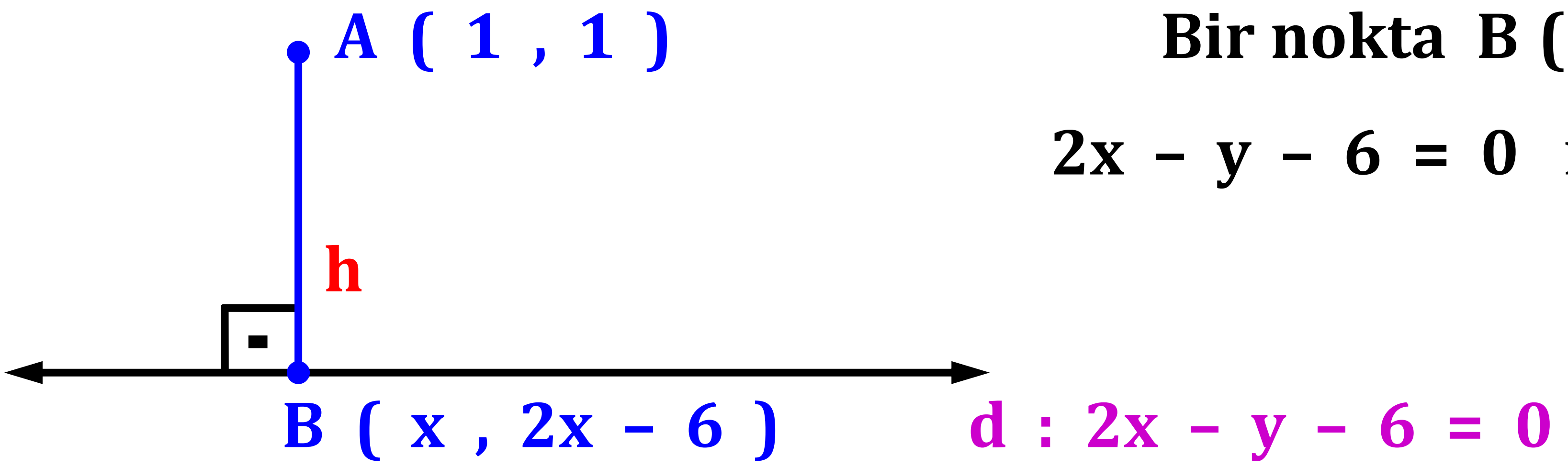
B (0 , 2)

C (4 , 0)

ABC üçgeninde h_A = ? (A'dan [BC] tabanına dikme indirilir. [BC] doğru parçasının denklemi bulunur ve kural uygulanır.)

Soru : **A (3 , 2) , B (– 2 , 1) ve C (2 , – 2) noktalarının oluşturduğu üçgende [AC] tabanına ait yüksekliği bulunuz.**

Soru : Denklemi $2x - y - 6 = 0$ olan doğrunun üzerindeki bir noktanın A (1 , 1) noktasına en yakın uzaklığa sahip olması için bu nokta ne olmalıdır ? **1. yol :** Noktanın doğruya uzaklığı bulunur. Doğru üzerindeki alınacak nokta ile verilen nokta arasındaki uzaklık bulduğumuz uzaklığa eşitlenir ve işlemlerden istenen elde edilir.

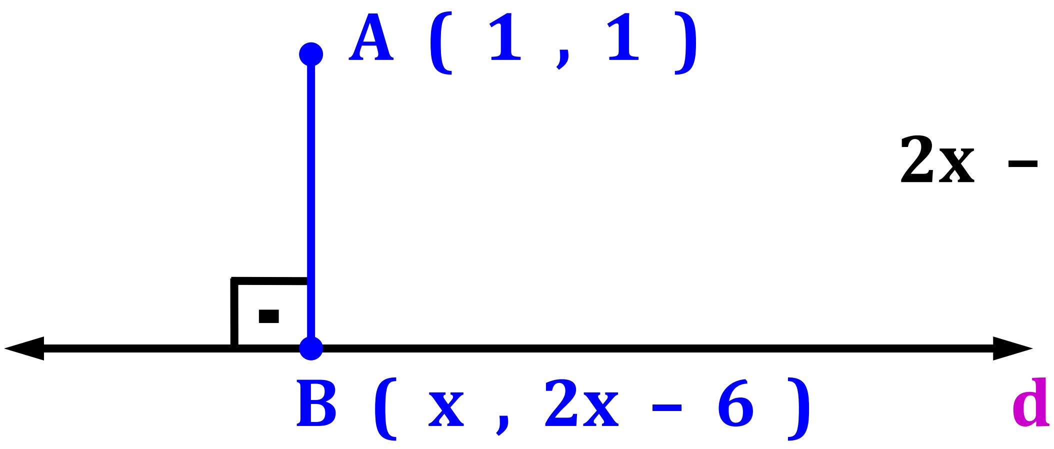


Bir nokta B (x , y) olsun.

$2x - y - 6 = 0$ ise $2x - 6 = y$ olur.

A (1 , 1) ve B (x , 2x – 6)

2. yol : **Doğrunun eğimi sonrasında ise ve buna dik olan doğrunun eğimi bulunur. Doğru üzerinde alınan bir nokta ile verilen nokta kullanılarak bulunacak olan eğim dik doğrunun eğimine eşitlenir.**



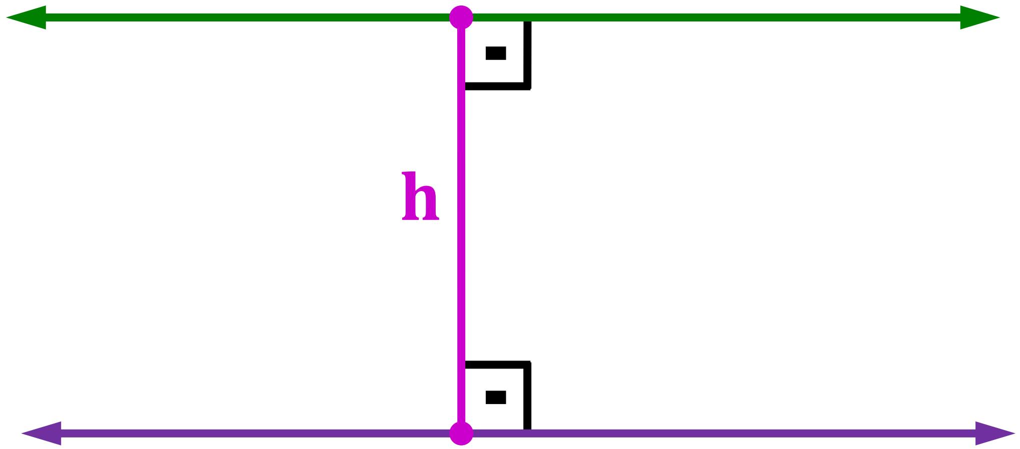
Bir nokta A (x , y) olsun.

$2x - y - 6 = 0$ **ise** $2x - 6 = y$ **olur.**

$d : 2x - y - 6 = 0$

Soru : **$y = 6 - 3x$ doğrusu üzerindeki noktalardan $A(-2, 2)$ noktasına en yakın uzaklığa sahip olan noktayı bulunuz.**

Kural : (İki Paralel Doğru Arasındaki Uzaklık)



$d_1 : ax + by + c_1 = 0$

$d_2 : ax + by + c_2 = 0$

$d_1 \, // \, d_2$ ise paralel doğrular arasındaki uzaklık

$$h = \frac{|c_1 - c_2|}{\sqrt{a^2 + b^2}}$$ eşitliği ile bulunur.

*** İki doğrunun denkleminde; x 'lerin katsayıları birbirine eş olması gerektiği gibi, y 'lerin katsayıları da birbirine eş olmalıdır. Eşlik yoksa, eşliği sağlamak içim denklemlerden biri uygun bir sayı ile çarpılmalıdır.

Soru :

$$\left.\begin{array}{r} 4x - 3y - 8 = 0 \\ -12x + 9y + 6 = 0 \end{array}\right\}$$ doğruları arasındaki uzaklığı bulunuz.

Soru :

$$\left.\begin{array}{r} 3x + 4y - 1 = 0 \\ 8y + 6x - 14 = 0 \end{array}\right\}$$ doğruları arasındaki uzaklığı bulunuz.

Soru :

$$\left.\begin{aligned} 2x - 3y + 4 &= 0 \\ 6x - 9y + k &= 0 \end{aligned}\right\}$$ **doğruları arasındaki uzaklık $2\sqrt{13}$ br ise k ne olmalıdır ?**

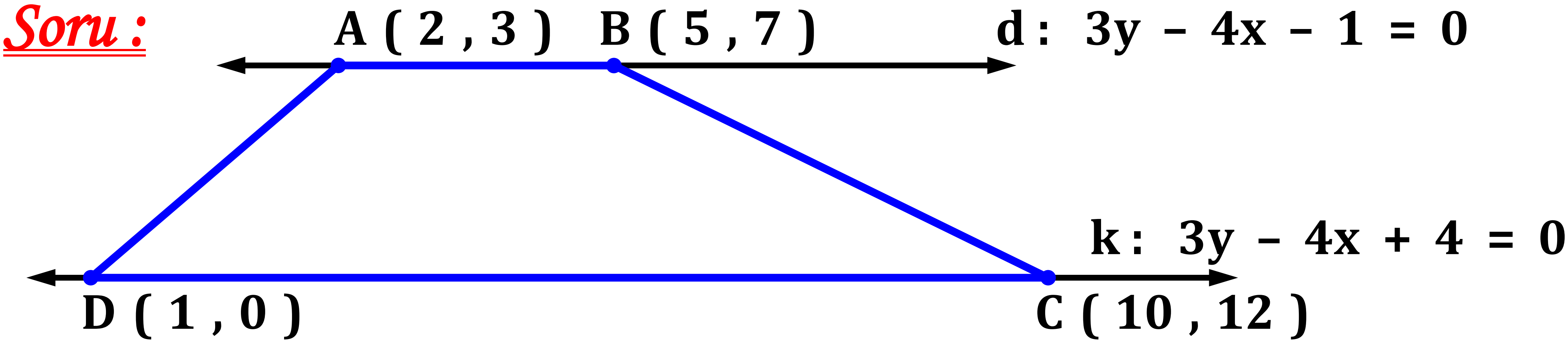
Soru :

$$\left.\begin{array}{r} 6x + 3y + 5 = 0 \\ y + 2x + k = 0 \end{array}\right\}$$

doğruları arasındaki uzaklık $\sqrt{5}$ br ise k ne olmalıdır ?

Soru : **İki kenarı $5x - 12y + 20 = 0$ ile $5x - 12y - 32 = 0$ doğruları üzerinde iki kenarı bulunan ve arada kalan karenin çevre ile köşegen uzunluğunu bulunuz.**

Soru :



Köşe noktaları d ve k doğruları üzerinde bulunan ABCD yamuğunun alanını bulunuz.

1. Aşama **| AB | ve | DC | bulunur.**

2. Aşama **Köşe noktalarından birinin diğer doğruya olan uzaklığı bulunur.**

3. Aşama **Alan formülünden istenilen bulunur.**

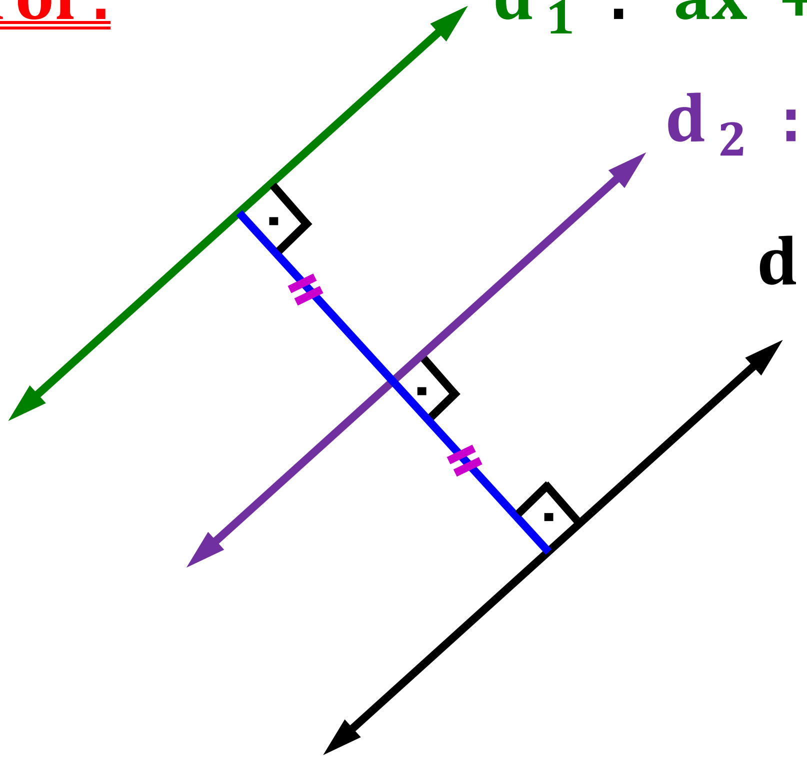
Soru : $2x + 3y - 6 = 0$ ile $2x + 3y + 18 = 0$ doğrularına <u>eşit uzaklıkta</u> bulunan doğrunun denklemini bulunuz. (Eşit uzaklıkta olması için verilen doğrulara paralel olmalıdır. Yani denklemi $2x + 3y + k = 0$ olarak alırız.)

2.Yol :

$d_1 : ax + by + c = 0$

$d_2 : ax + by + d = 0$

$d_3 : ax + by + e = 0$



$d_1 \,//\, d_2 \,//\, d_3$ olup d_2 iki doğruya da eşit mesafede ise $d = \dfrac{c + e}{2}$ olarak alınır.

$2x + 3y - 6 = 0$

$2x + 3y + k = 0$

$2x + 3y + 18 = 0$

3. ÜNİTE : FONKSİYONLARDA UYGULAMALAR

Fonksiyonun Grafik ve Tablo Temsilini Kullanarak Problem Çözme

$y = f(x) = mx + n$ doğrusal fonksiyon ile ilgili problemleri doğrunun grafiği konusunda işlemiştik. Dolayısıyla bu kısımda tekrar aynı soru tiplerini işlemeyeceğiz.

Verilenler doğru denklemine uygulanabilir ya da eğim ve ardından doğru denklemi formülü uygulanabilinir.

Soru : **Bir otoparka giriş ücreti ve zamandaki değişime göre ödenecek ücretteki değişim alttaki tabloda verilmiştir.**

Zaman (saat)	**0**	**1**	**2**	**3**	**. . .**
Ücret (₺)	**5**	**6**	**7**	**8**	**. . .**

Buna göre saat değeri x olmak üzere otoparka ödenecek olan ücreti veren doğrusal fonksiyonu bulunuz.

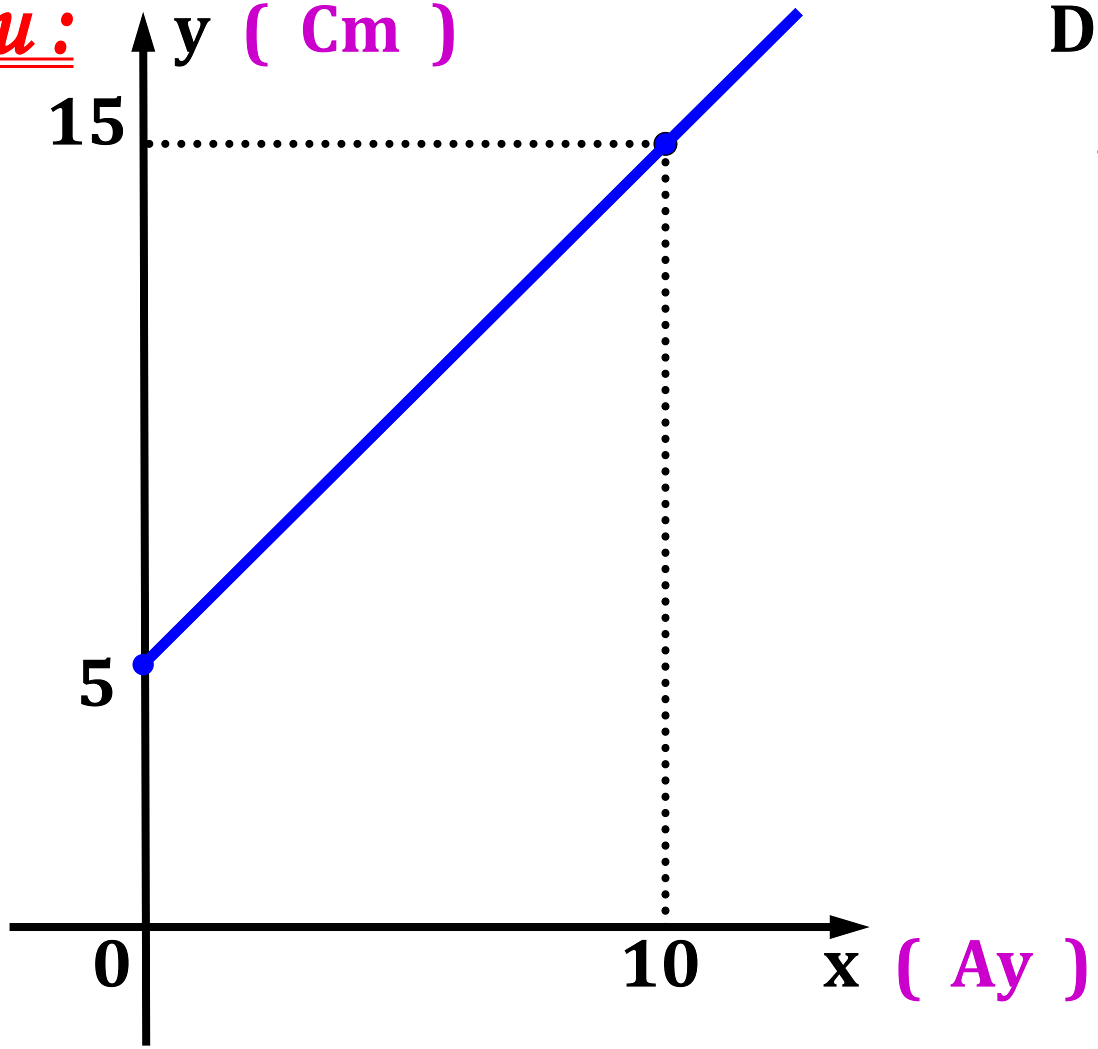
Soru : **Bir fidenin dikildiği andaki boy uzunluğu ve aylara göre boy uzunluğundaki değişim alttaki tabloda verilmiştir.**

Zaman (ay)	0	1	2	3	. . .
Boy (cm)	16	20	24	28	. . .

Buna göre; A) Ay değeri x olmak üzere fidenin ulaşacağı boyu veren fonksiyonu x 'e bağlı olarak bulunuz.

B) 20 ay sonunda fidenin boy uzunluğu kaç cm olmuş olur ?

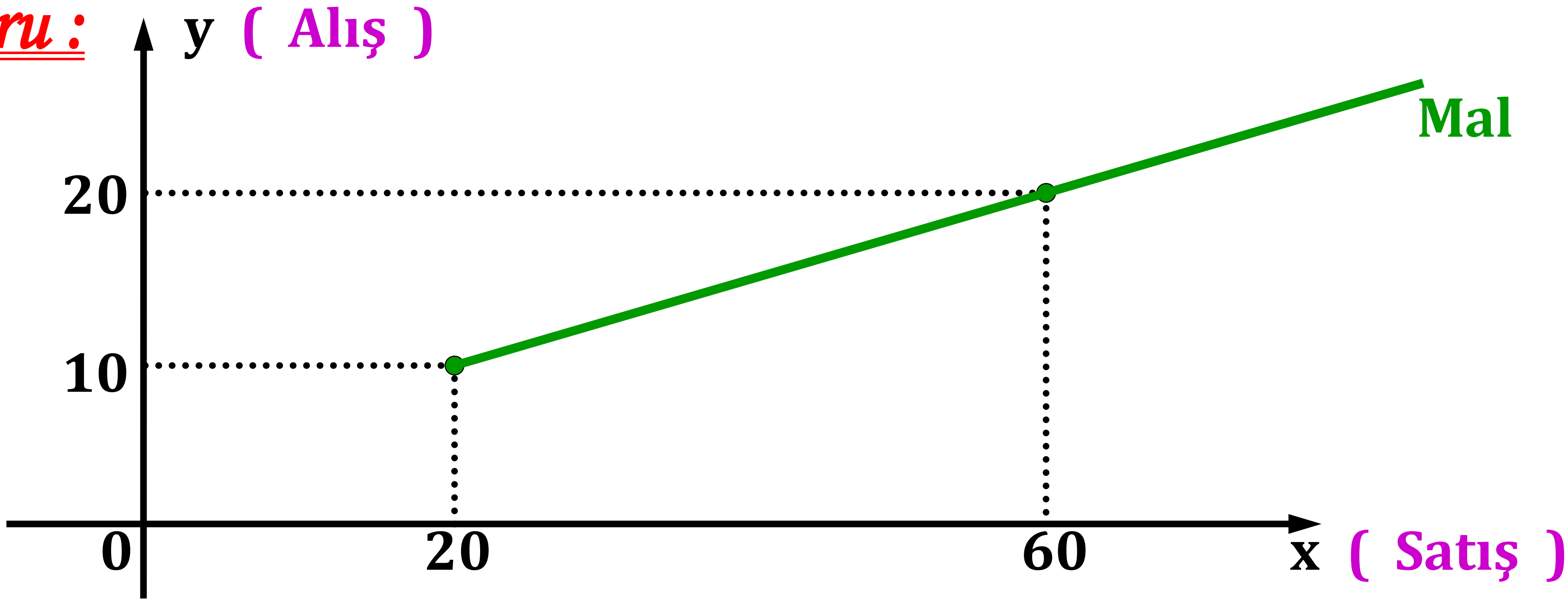
Soru :



Dikilen bir fidenin boy – zaman grafiği doğrusal olarak yanda verilmiştir. Buna göre fide kaçıncı ayda 90 cm olur ?

2.yol : **Sayıların artımından, orantıdan da sonuç bulunabilir.**

Soru :



Bir malın alış – satış fiyatını gösteren doğrusal grafik yukarıda verilmiştir. Buna göre 200 ₺ 'ye satılan bir malın alış fiyatını bulunuz.

Soru : **Bir kişi aldığı 12000 ₺ maaştan önce 5000 ₺'sini faturalar ve kiraya ayırıyor. Ardından kalan parayı günde 250 ₺ harcayacak şekilde planlama yapıyor. A) Kalan para kişiye kaç gün yeter ?**

B) **Kalan para – gün arasındaki doğrusal grafiği çiziniz.**

Fonksiyon Grafğinin Eksenleri Kestiği Noktalar

Polinom fonksiyonlarının grafiği x veya y eksenini en az bir noktada keser. Analitik düzlemde bir fonksiyon grafiğinin eksenleri kestiği noktalar aşağıdaki gibi bulunur.

y = f (x) fonksiyonu için;

- **y ekseni üzerindeki bir noktanın apsisi 0 olduğundan x yerine 0 alınır ve y değeri bulunur.**
- **x ekseni üzerindeki bir noktanın ordinatı 0 olduğundan y yerine 0 alınır ve x değeri – değerleri bulunur.**

Soru : **$y = f(x) = 4x - 8$ fonksiyonun grafiğinin eksenleri kestiği noktaları bulunuz.**

Soru : $y = f(x) = x^2 - 5x + 6$ **fonksiyonun grafiğinin eksenleri kestiği noktaları bulunuz.**

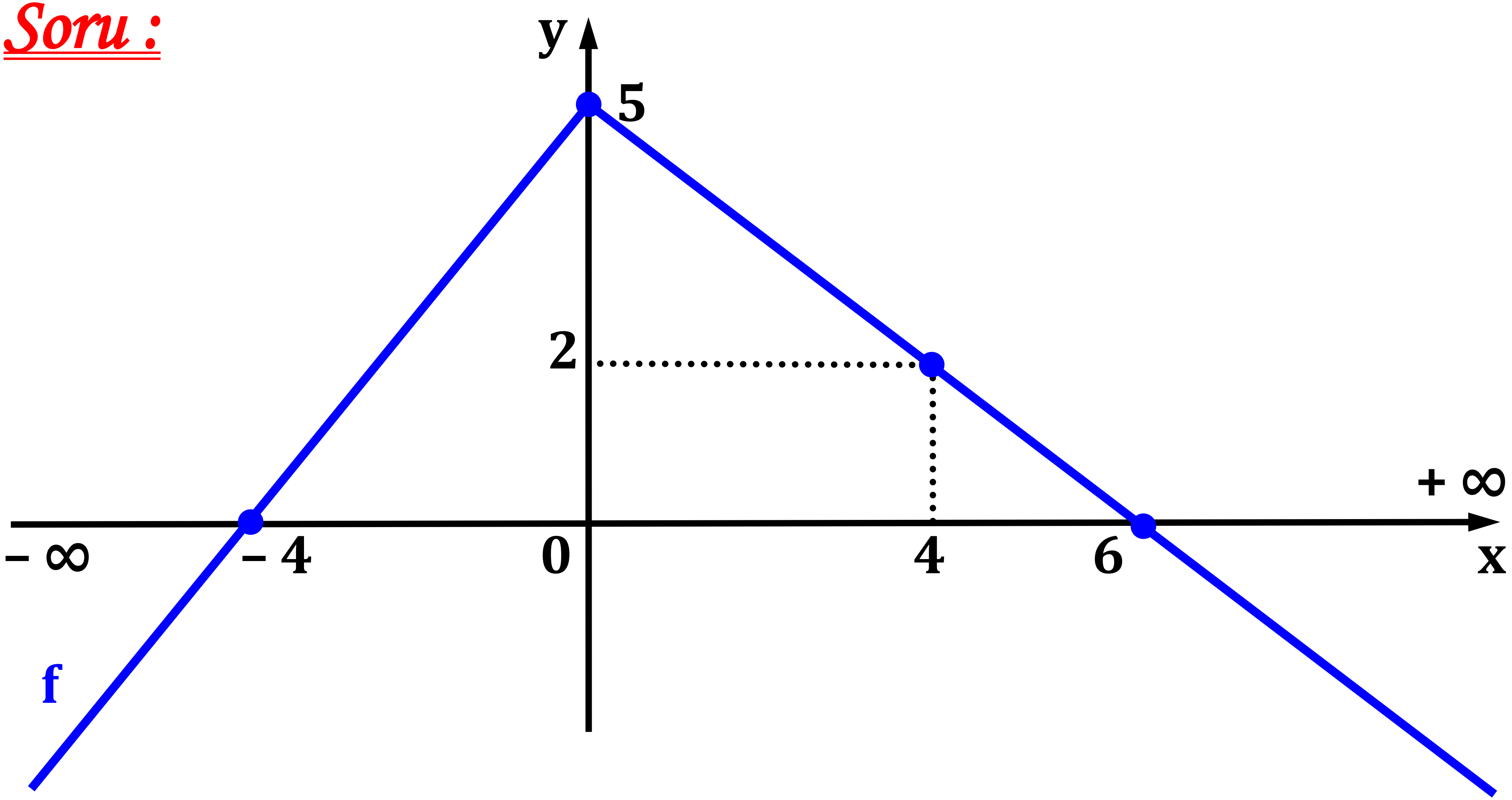
Soru : **$y = f(x) = ax + b$ fonksiyonun grafiğinin eksenleri kestiği noktaları $(0, 2)$ ve $(-4, 0)$ ise $a . b = ?$**

Soru : $y = f(x) = 2x^2 + 3x - k$ **fonksiyonun grafiğinin eksenleri kestiği noktalardan biri $(0, -20)$ diğer noktaları da bulunuz.**

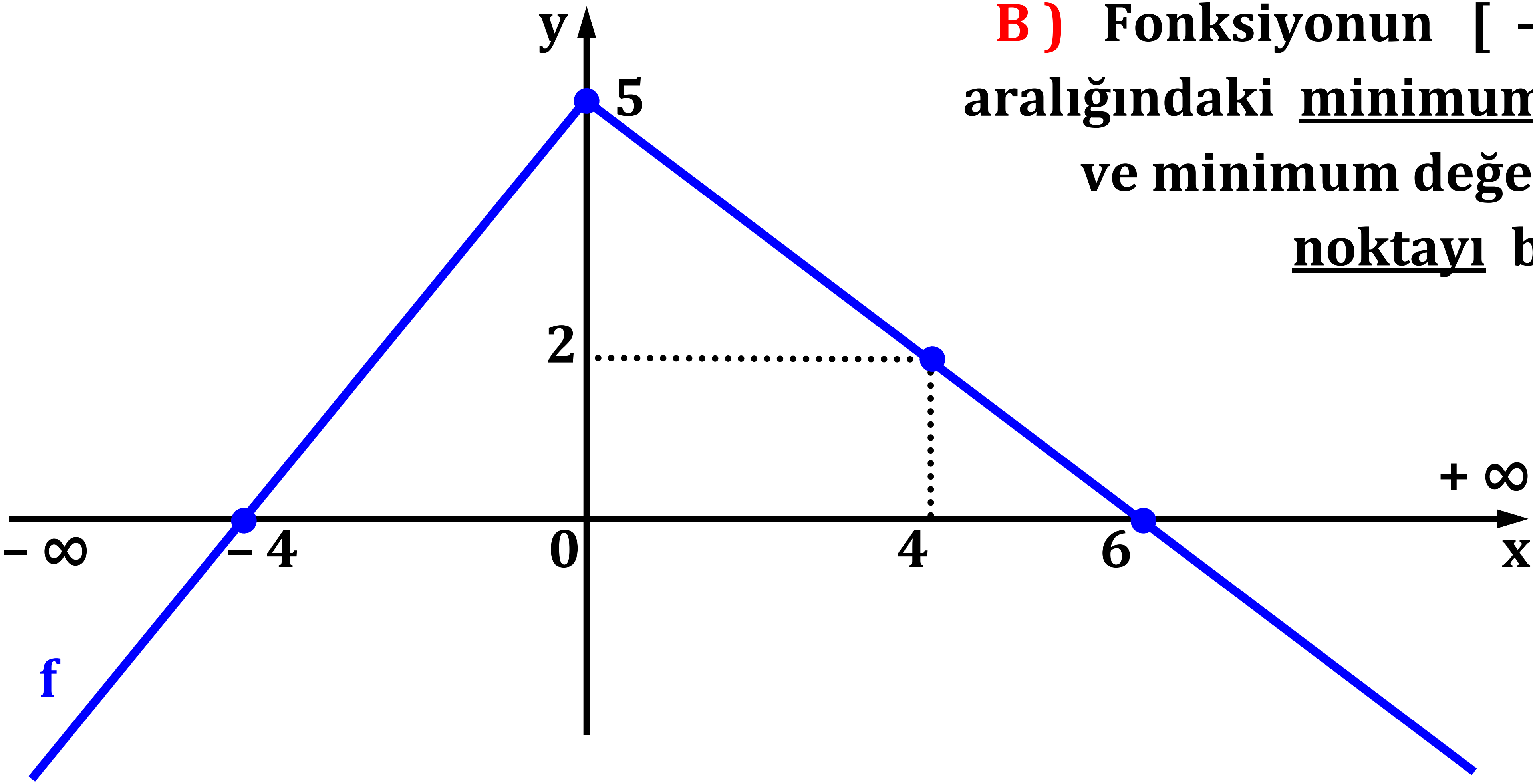
Maksimum ve Minimum Noktalar

Analitik düzlemde verilen bir fonksiyon grafiğinin; çıkabildiği en üst değere (y değerine) " maksimum değer " ve bu değeri aldığı noktaya da " maksimum nokta " , inebildiği en alt değere (y değerine) de " minimum değer " ve bu değeri aldığı noktaya da " minimum nokta " adı verilir.

Soru :



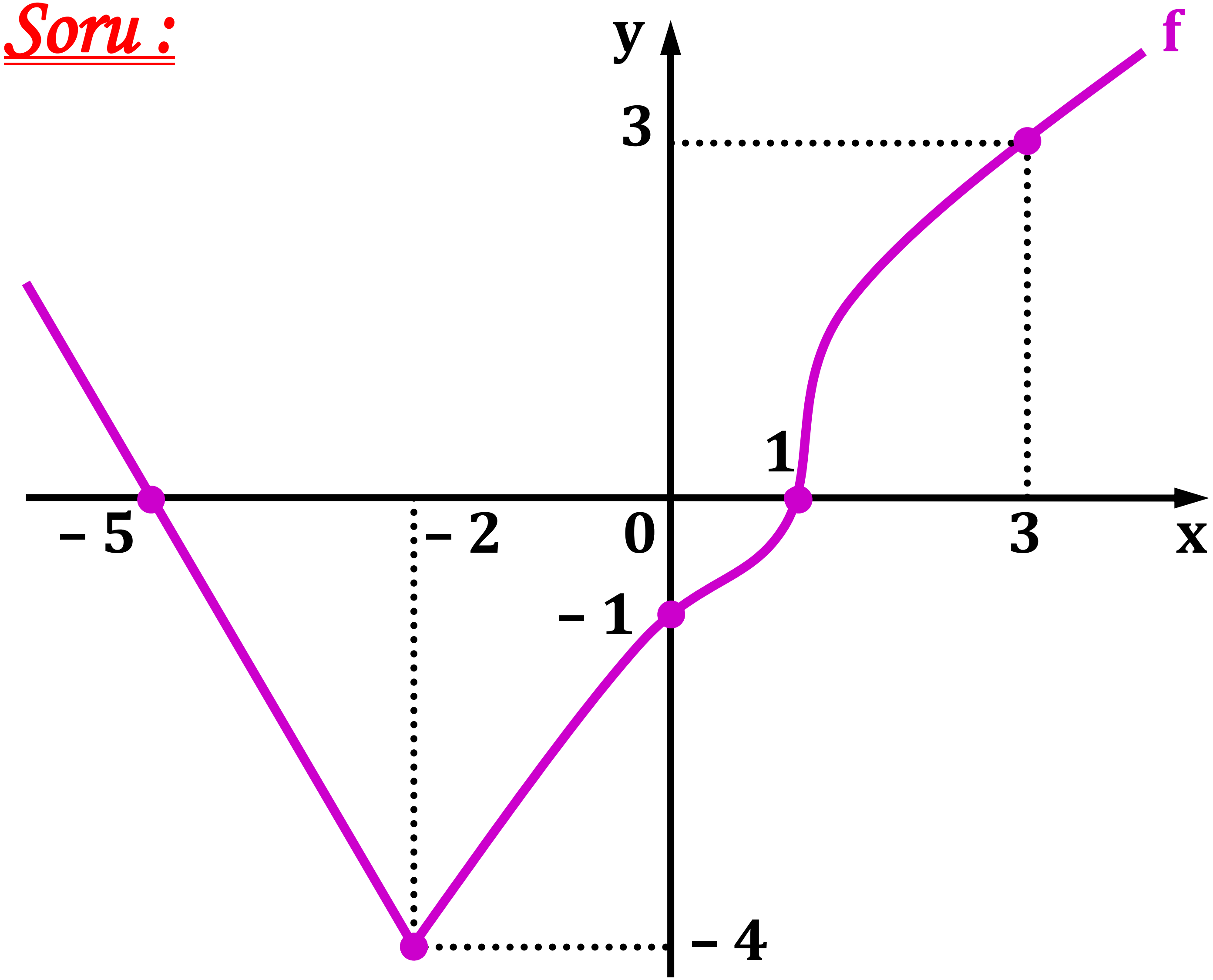
f ’in grafiği veriliyor. Buna göre; A) Fonksiyonun maksimum değeri ve maksimum değeri aldığı noktayı bulunuz.



B) **Fonksiyonun [– 4 , 4] aralığındaki minimum değeri ve minimum değeri aldığı noktayı bulunuz.**

Not : **Fonksiyonun tümü değil de sadece [– 4 , 4] aralığındaki parçası düşünülerek işlem yapılır.**

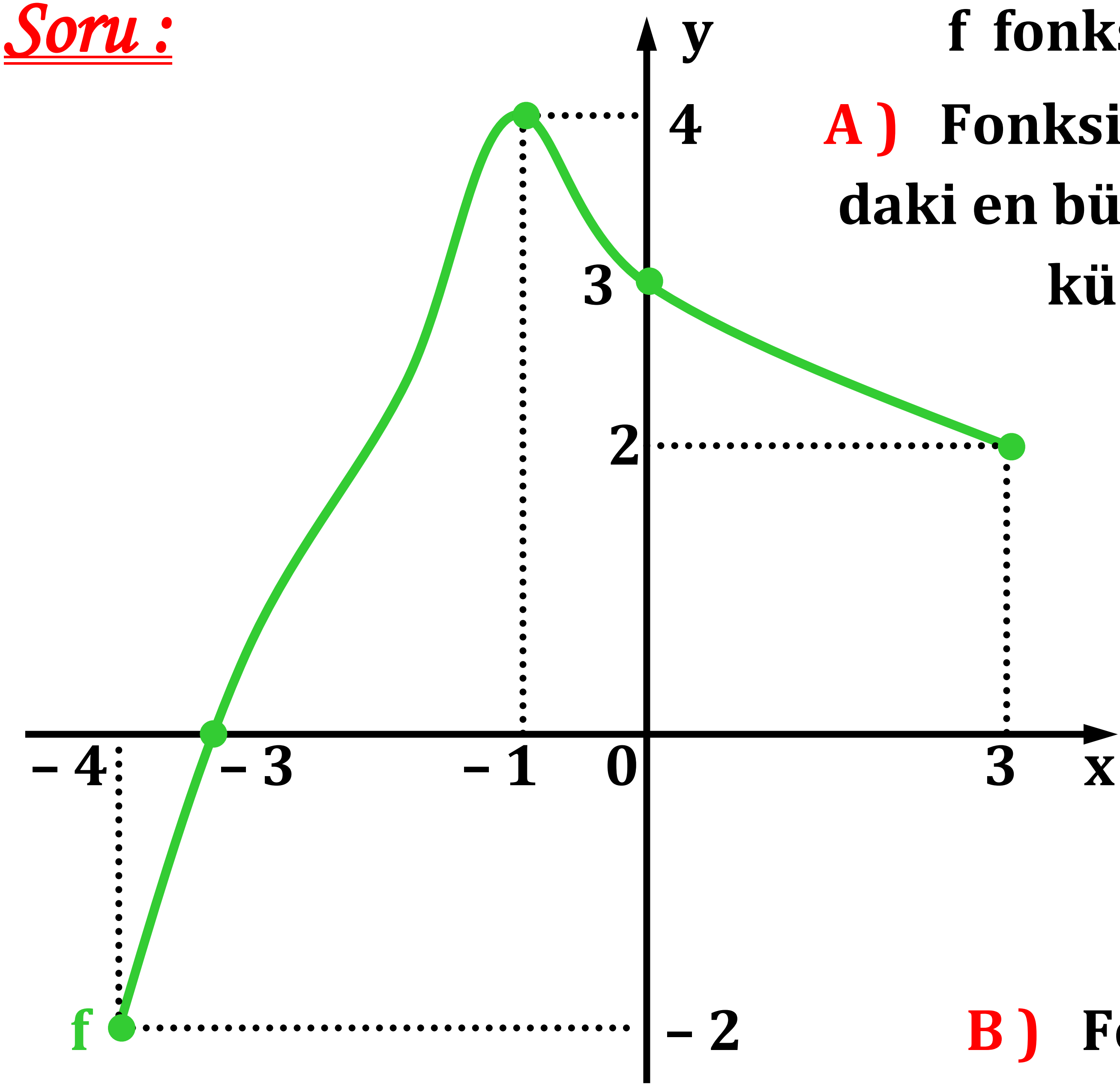
Soru :



f ’in grafiği veriliyor.

A) **Fonksiyonun [– 5 , 3] aralığındaki en büyük değeri en küçük değerinden kaç fazladır ?**

Soru :

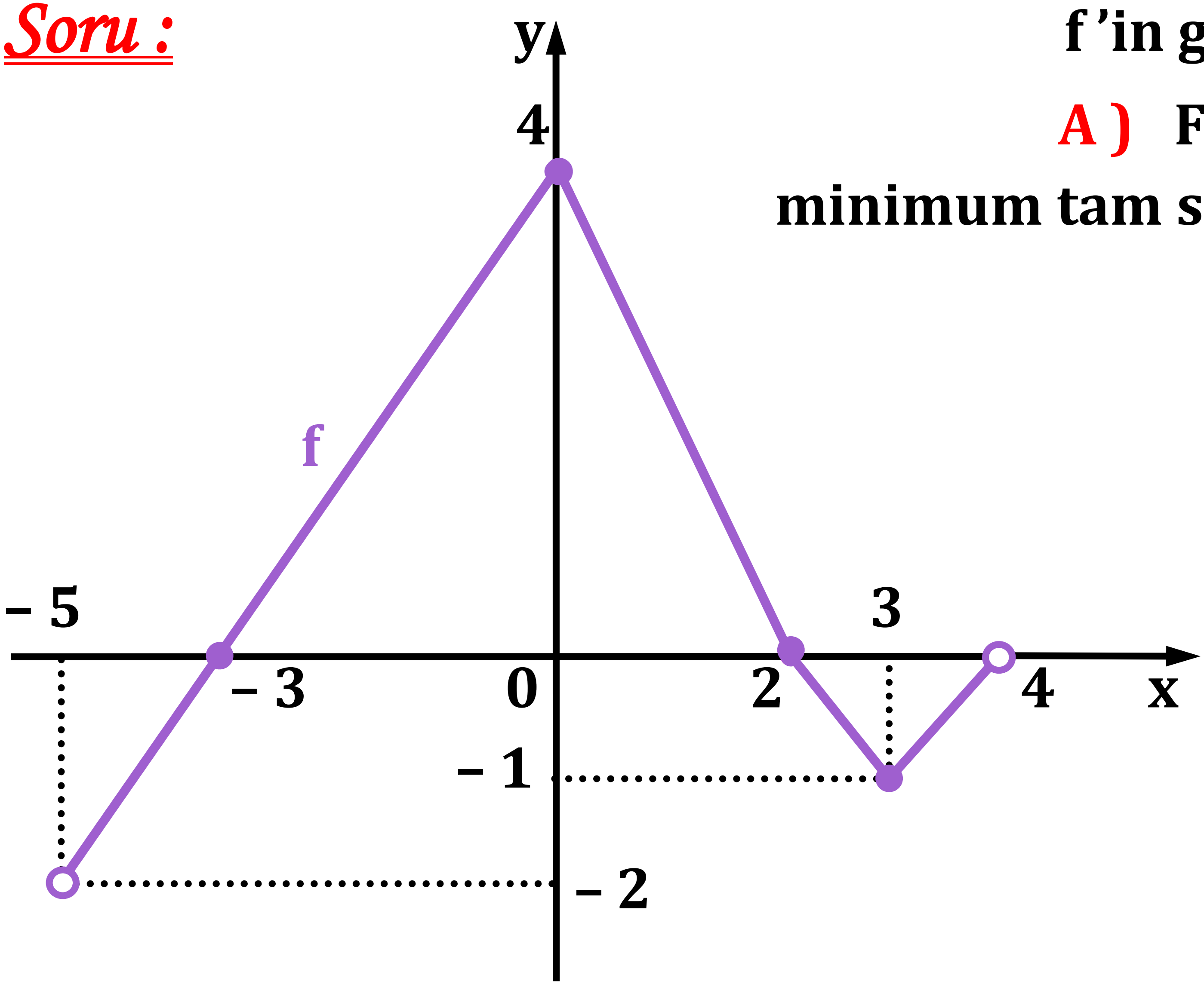


f fonksiyonunun grafiği veriliyor.

A) Fonksiyonun [– 1 , 3] aralığındaki en büyük tam sayı değeri m , en küçük değeri n ise m + n = ?

B) Fonksiyonun minimum noktasının elemanları çarpımı kaç olur ?

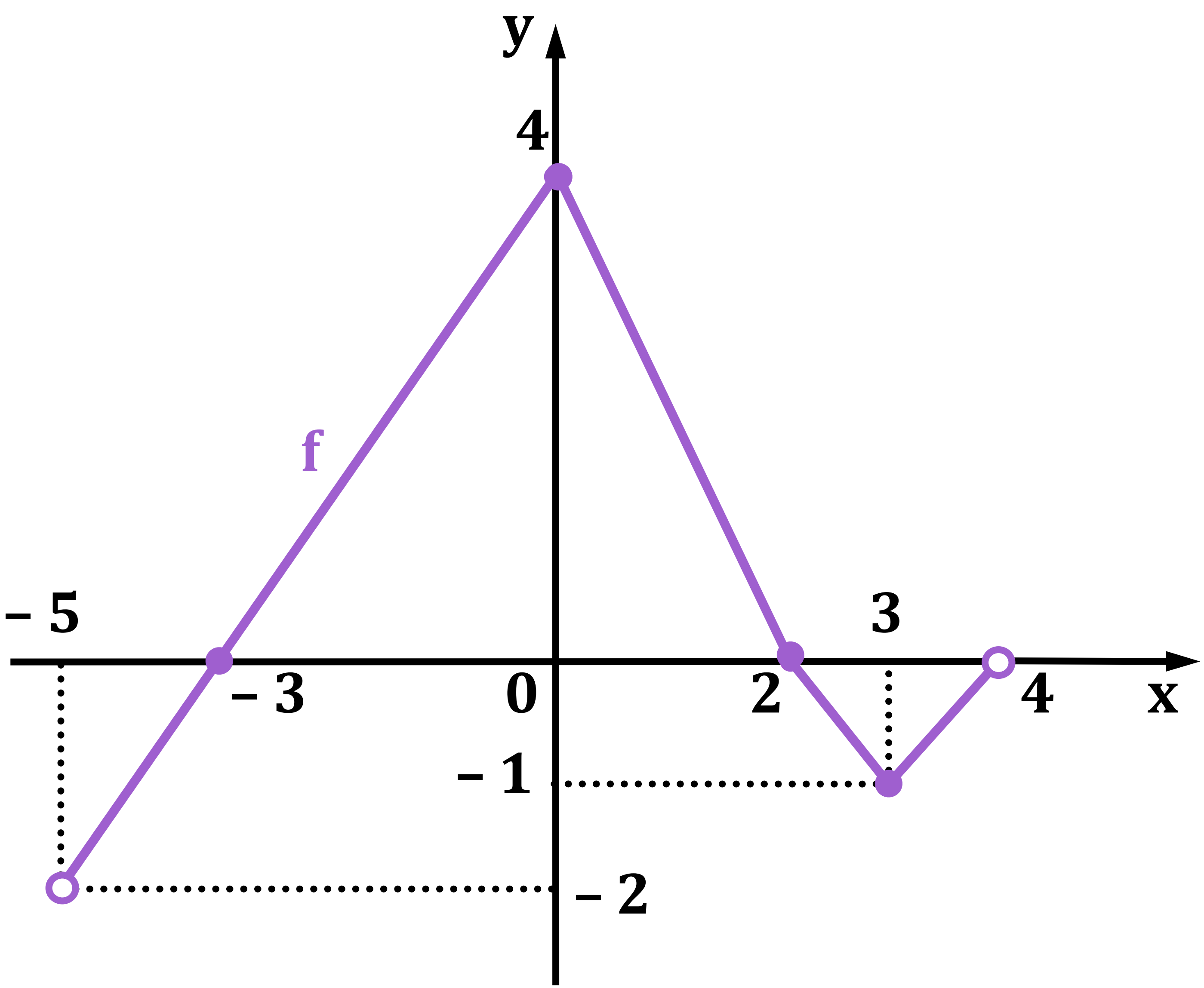
Soru :



f ’in grafiği veriliyor.

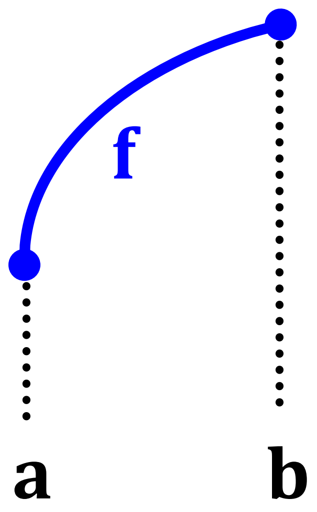
A) **Fonksiyonun maksimum, minimum tam sayı değerlerini bulunuz.**

B) **Fonksiyonun [– 3 , 4) aralığındaki minimum noktayı bulunuz.**

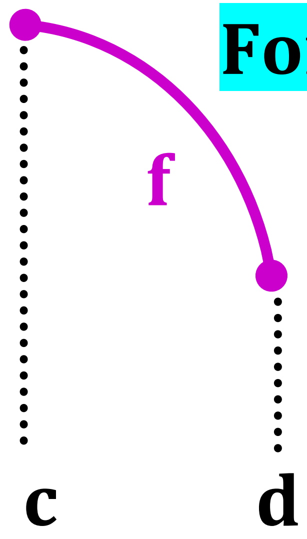


Artan ve Azalan Fonksiyonlar

Fonksiyonun grafiğinde; yükseliş durumunda bulunduğu aralığa " artan ", iniş durumunda bulunduğu aralığa da " azalan " aralık adı verilir.



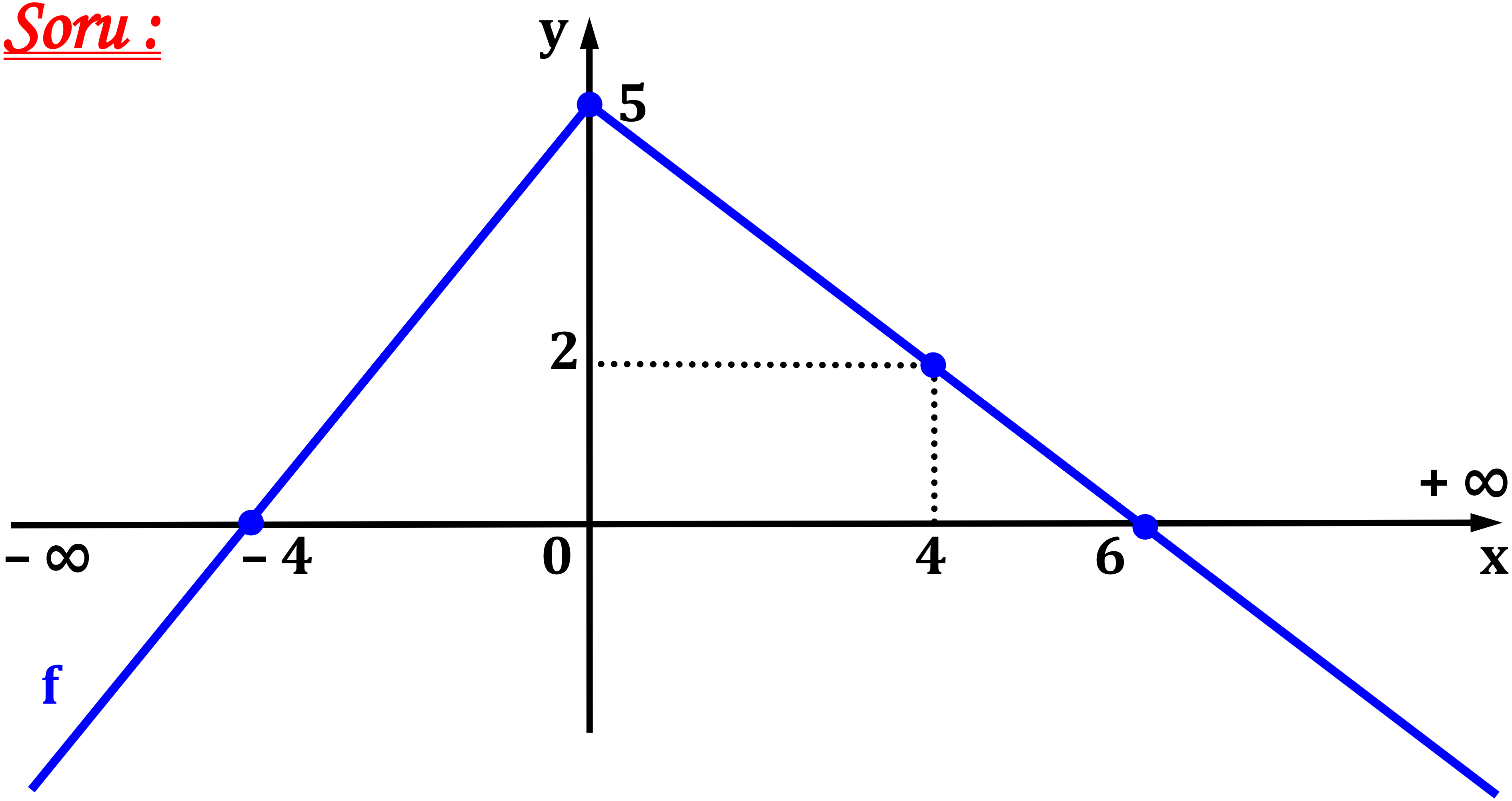
Fonksiyon (a , b) aralığında artandır.



Fonksiyon (c , d) aralığında azalandır.

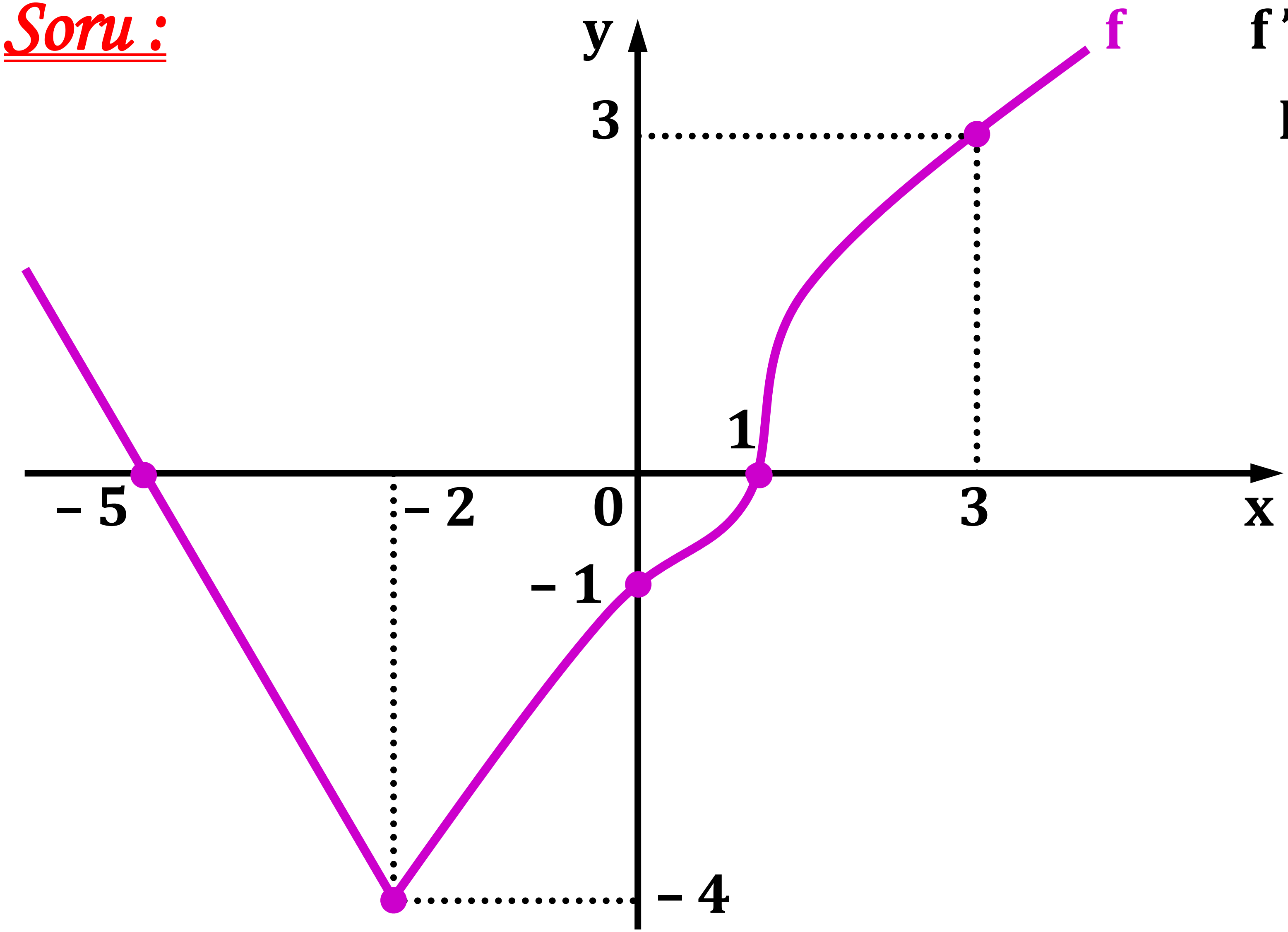
***** Sınırlar çözüme dahil olsa bile, artan – azalan aralıklarında sınırlar çözüme katılmaz.**

Soru :



f ’in grafiği veriliyor.
Buna göre fonksiyonun
artan , azalan olduğu
aralıkları bulunuz.

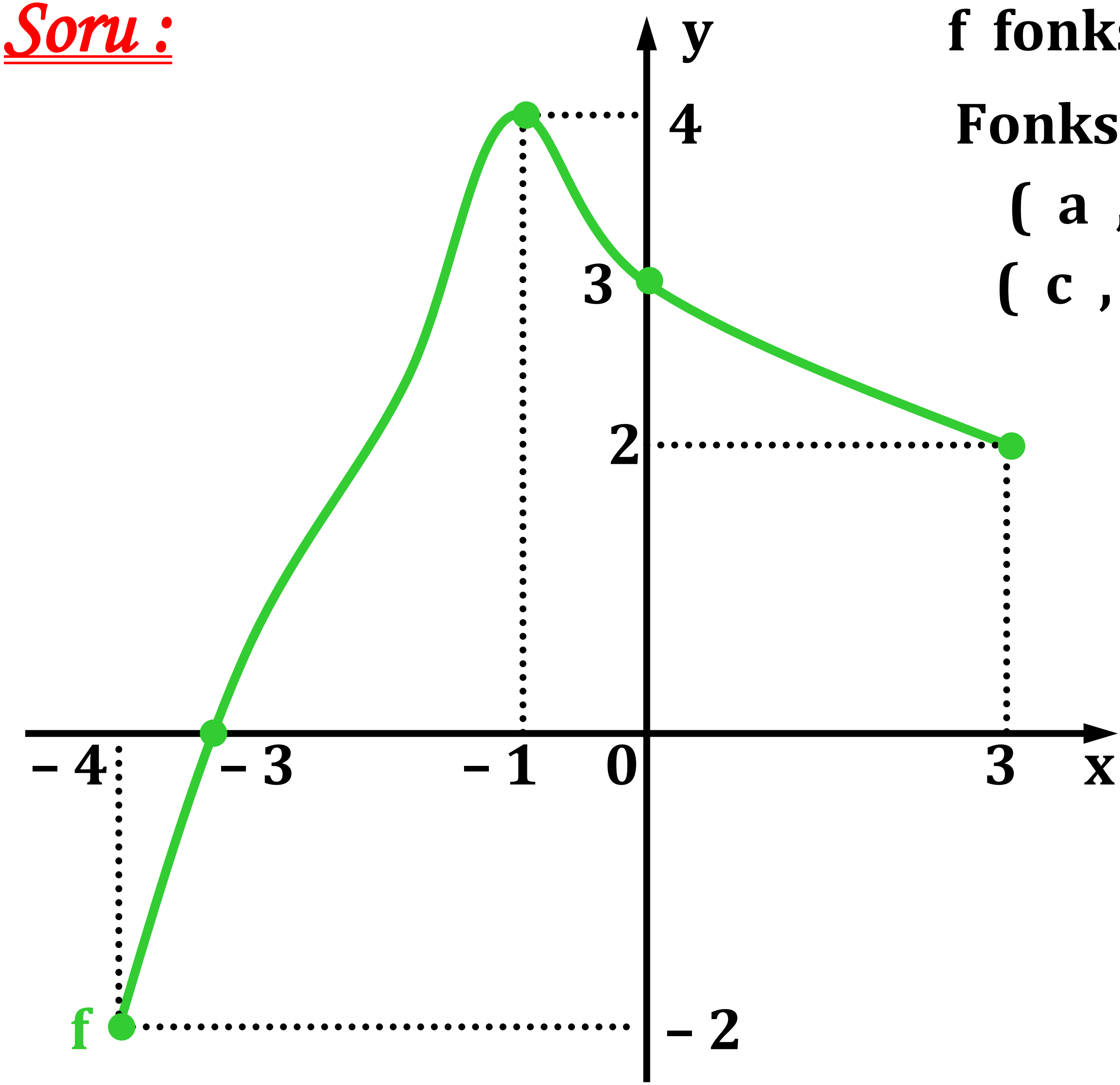
Soru :



f ’in grafiği veriliyor.

Fonksiyonun artan, azalan olduğu aralıkları bulunuz.

Soru :



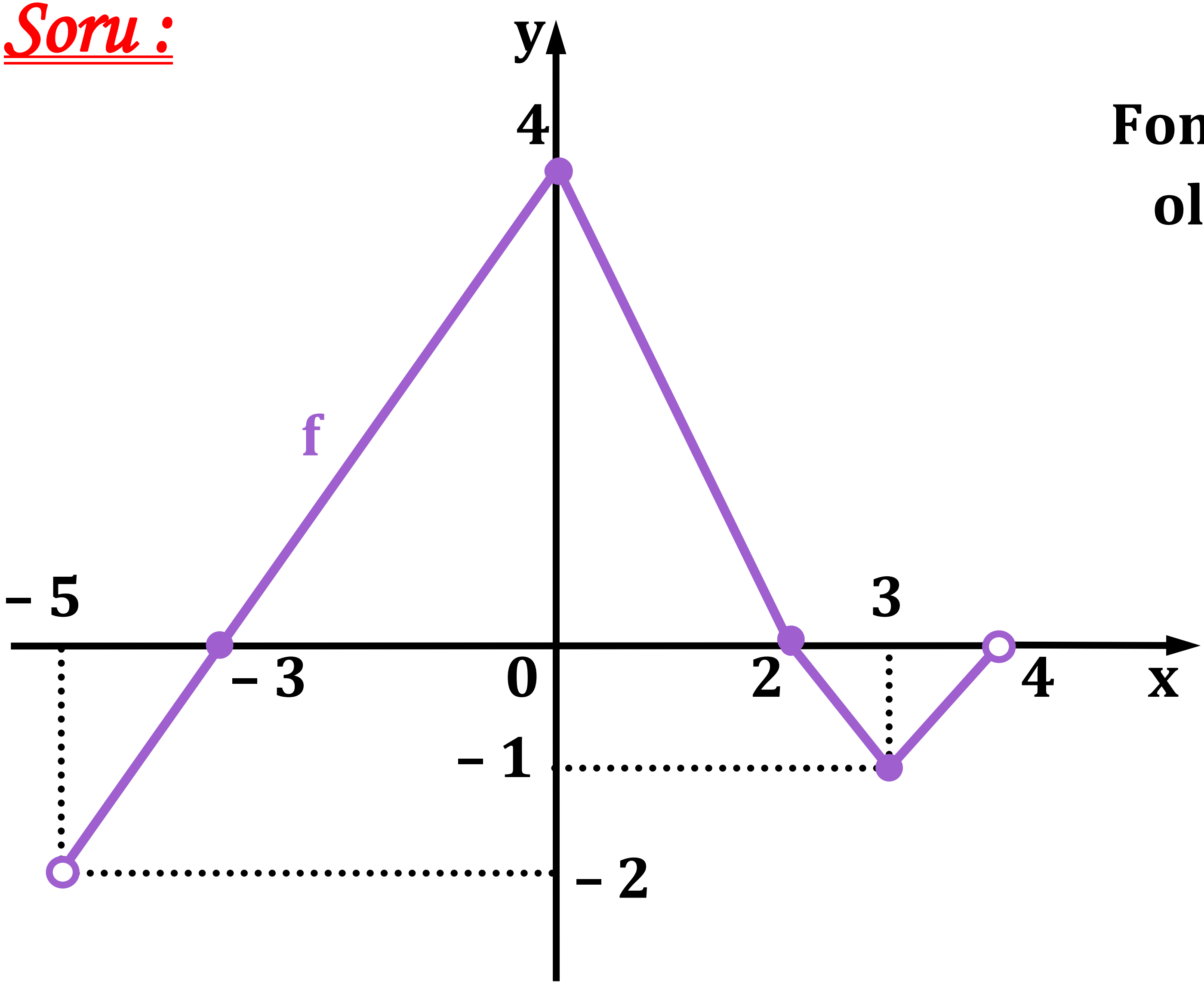
f fonksiyonunun grafiği veriliyor.

Fonksiyonun <u>artan</u> olduğu aralık (a , b) , <u>azalan</u> olduğu aralık (c , d) ise a + b + c + d = ?

Soru :

f 'in grafiği veriliyor.

Fonksiyonun <u>artan – azalan</u> olduğu aralıkları bulunuz.



*** Grafiklerde <u>birden fazla</u> aralık istenenleri sağlıyorsa, bu aralıkların **bileşkesi** alınır.

Soru : **$y = f(x) = 2x + 4$ fonksiyonunun grafiğini çizip, fonksiyonun artan – azalan olduğu aralıkları bulunuz.**

Pozitif ve Negatif Aralık

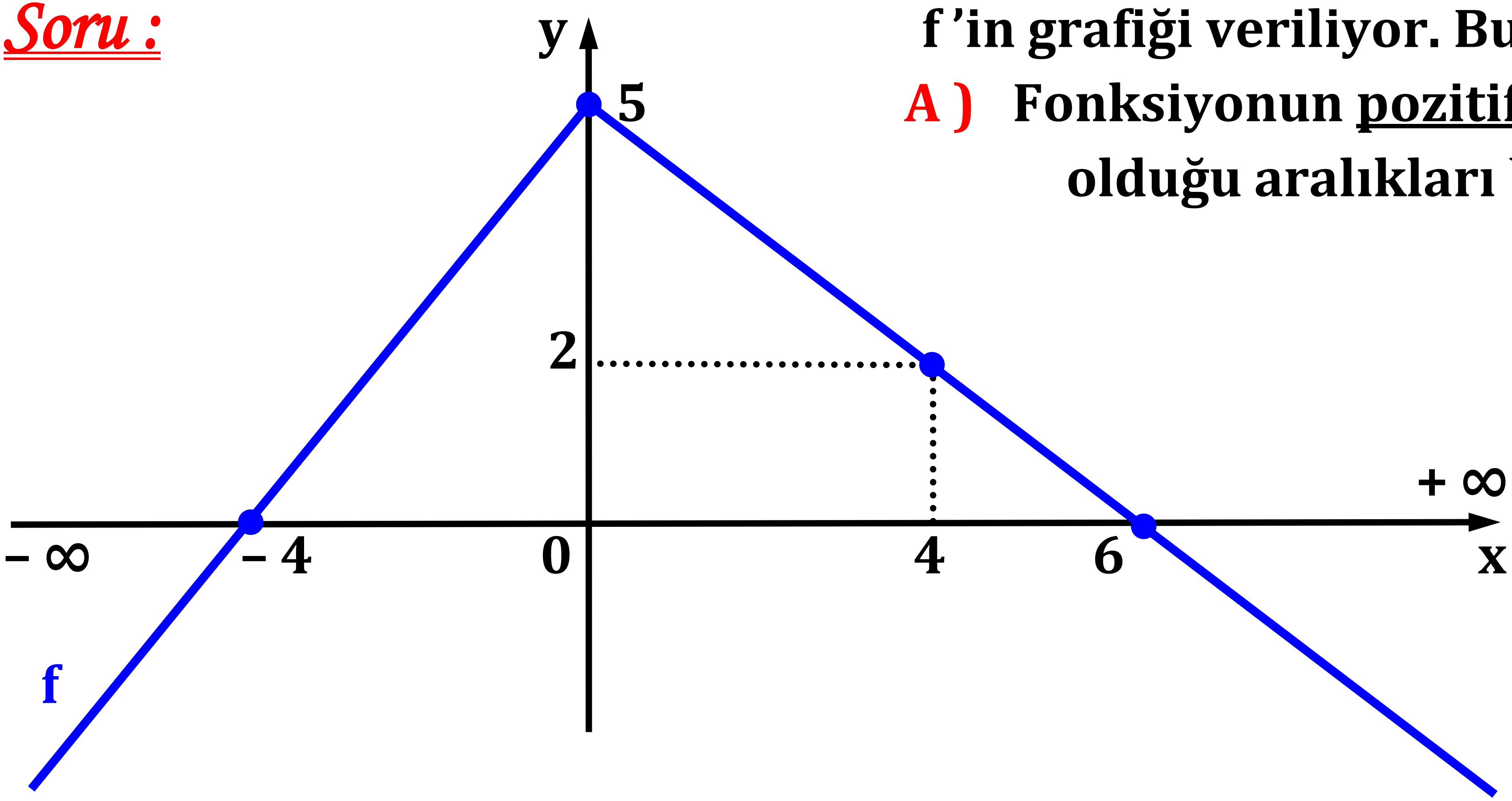
y = f (x) grafiğin x ekseninin <u>üst kısmında</u> kalan bölümlerinde her x değeri için $f(x) > 0$ olur.

y = f (x) fonksiyonunun grafiğinin x ekseninin altında kalan bölümlerinde her x değeri için $f(x) < 0$ olur.

<u>Soldan sağa</u>, nerden başlayıp nereye kadar grafiğin pozitif – negatif olduğu belirtilir.

Fonksiyonun grafiğinin x eksenini kestiği noktalar $f(x) = 0$ denkleminin kökleridir. Bu köklere “ f ’in sıfırları ” adı verilir.

Soru :

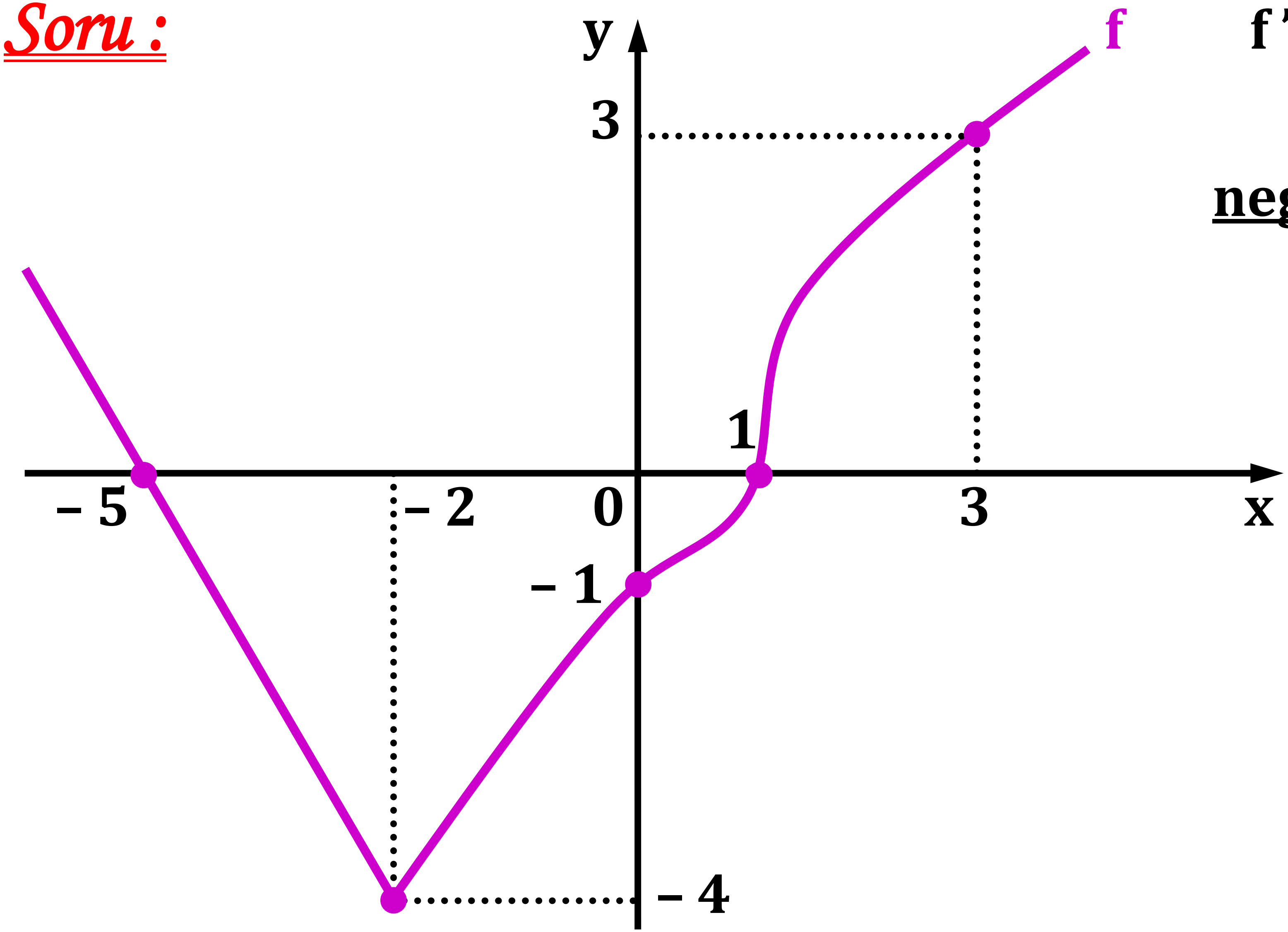


f 'in grafiği veriliyor. Buna göre;

A) **Fonksiyonun pozitif , negatif olduğu aralıkları bulunuz.**

B) **f (x) = 0 eşitliğini sağlayan x değerlerini bulunuz.**

Soru :

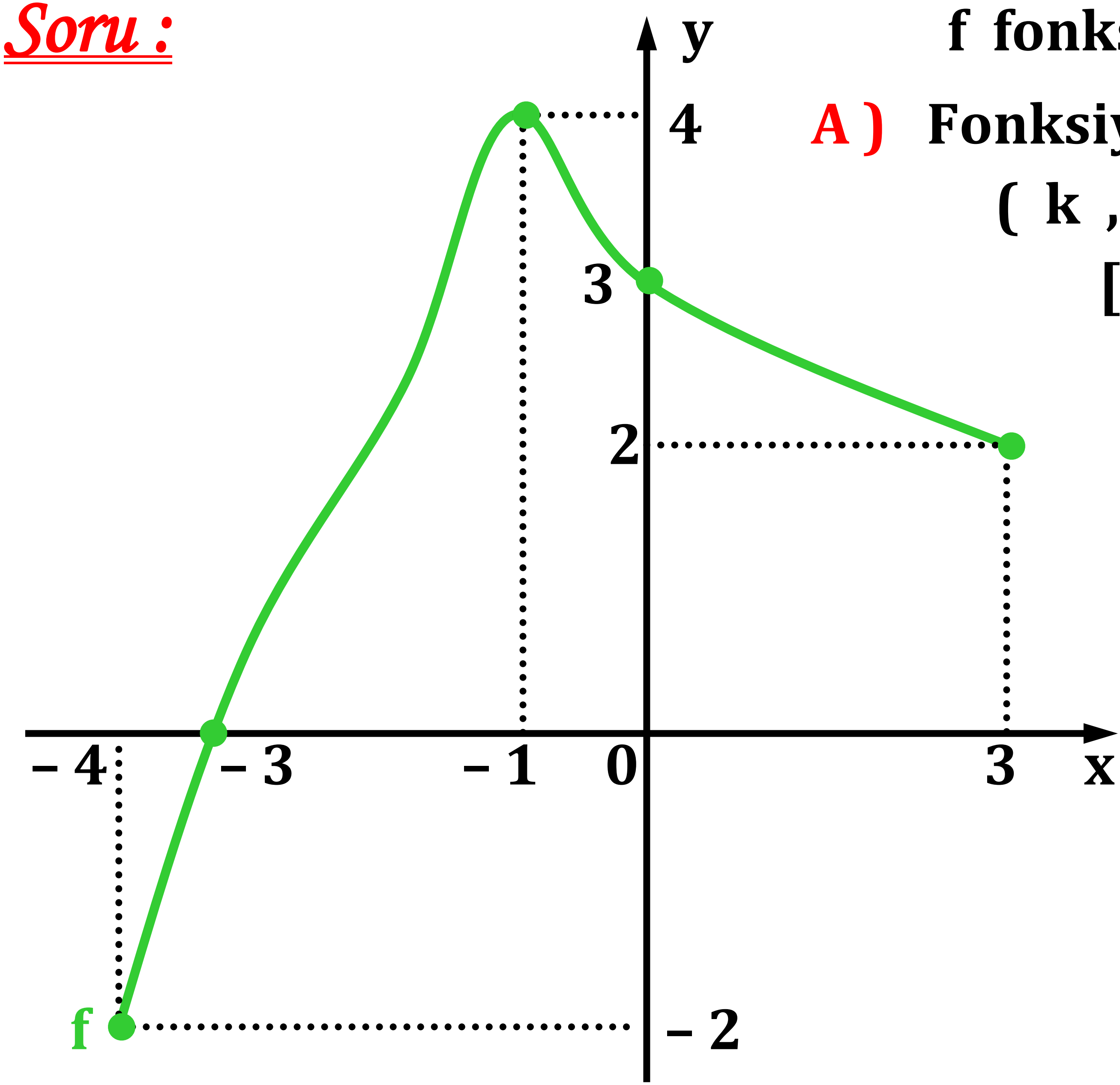


f ’in grafiği veriliyor.

A) Fonksiyonun <u>negatif , pozitif</u> olduğu aralıkları bulunuz.

B) Fonksiyonun negatif olduğu aralıktaki tam sayıların <u>adedi</u> kaç tanedir ?

Soru :



f fonksiyonunun grafiği veriliyor.

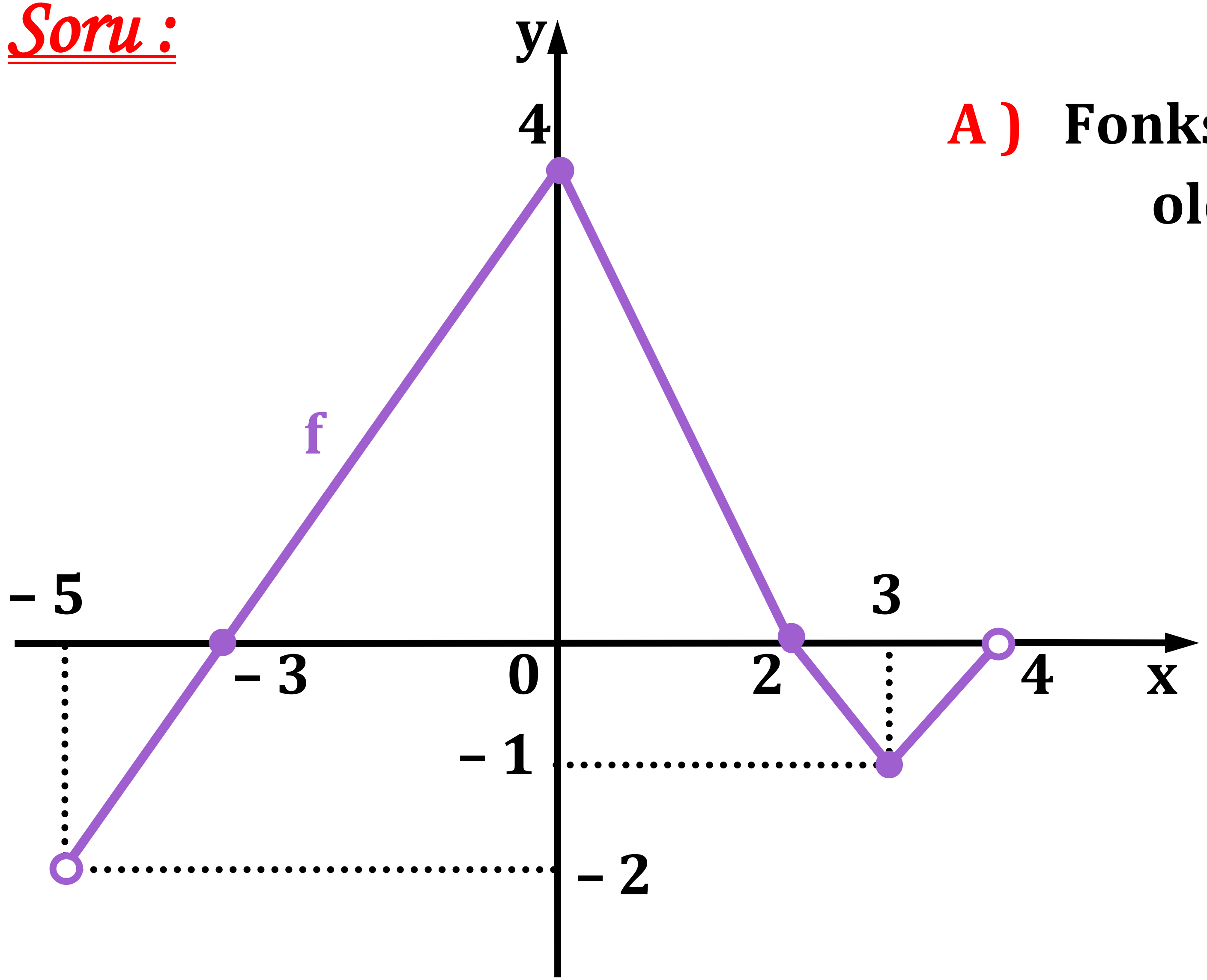
A) Fonksiyonun **pozitif** olduğu aralık (k , m] , **negatif** olduğu aralık [p , q) ise k . m . p . q = ?

B) f ’in **sıfırı** 2k – 5 ise k = ?

Soru :

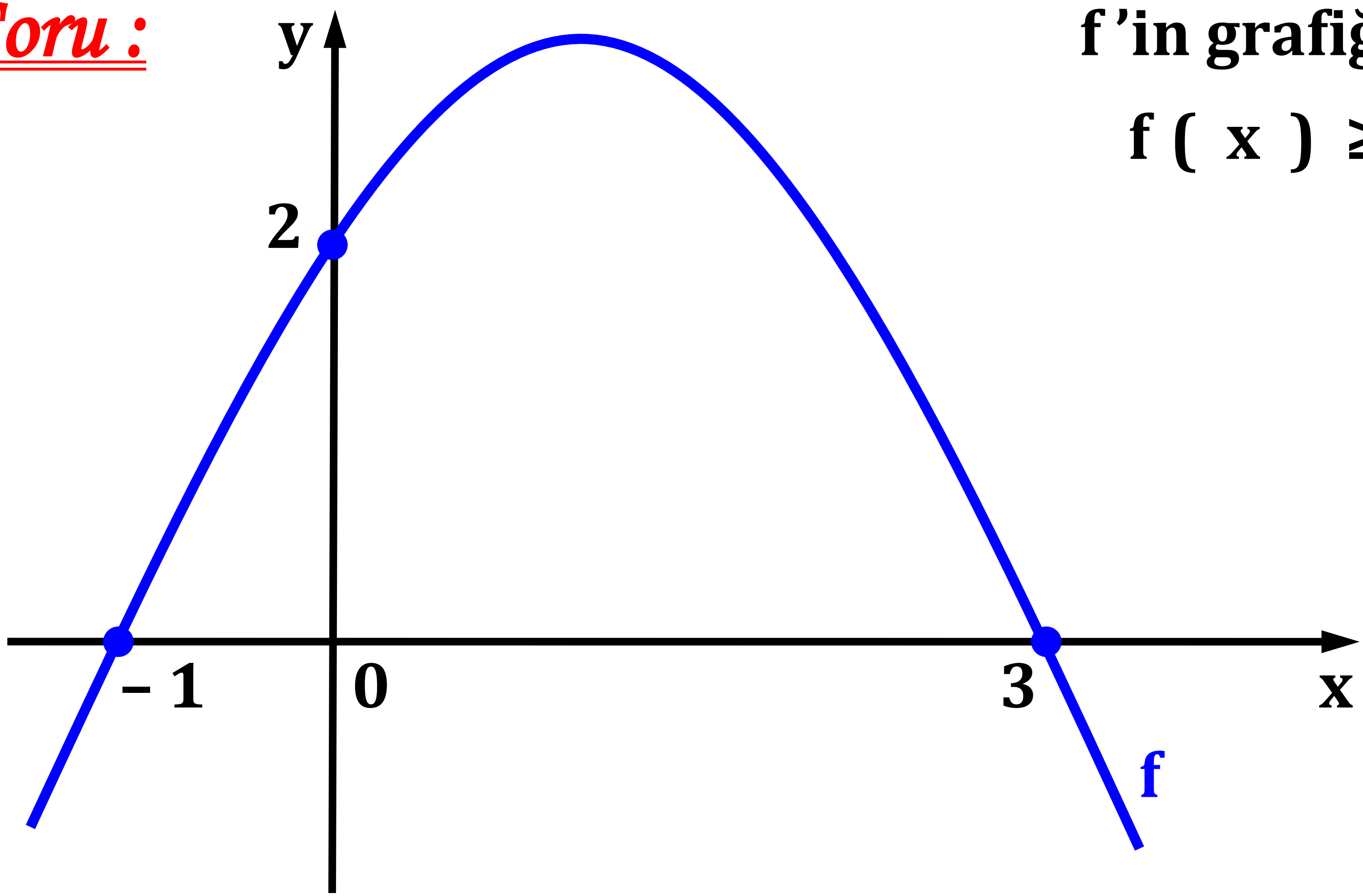
f ’in grafiği veriliyor.

A) Fonksiyonun pozitif – negatif olduğu aralıkları bulunuz.



B) Fonksiyonun sıfırlarını bulunuz.

Soru :

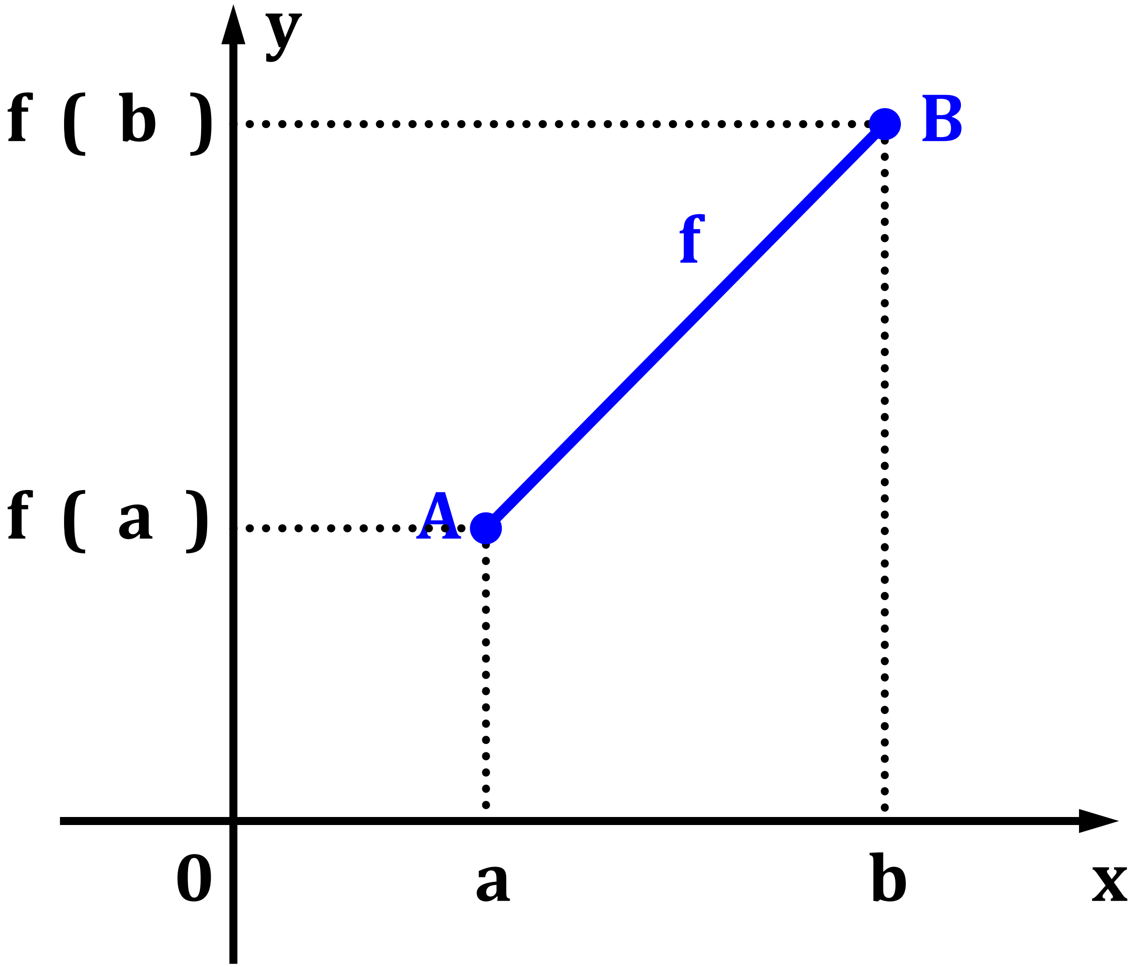


f ’in grafiği veriliyor. Buna göre $f(x) \geq 0$ olduğu aralıktaki tam sayıların toplamı kaç olur ?

Soru : $y = f(x) = 6 - x$ **fonksiyonunun grafiğini çizip, fonksiyonun pozitif – negatif olduğu aralıkları bulunuz.**

Ortalama Değişim Hızı

Bir nesnede birim zamanda meydana gelen değişimler (artma , azalma vb.) " ortalama değişim hızı " olarak adlandırılır.



f fonksiyonunun [a , b] aralığındaki ortalama değişim hızı $\dfrac{\Delta y}{\Delta x}$ sembolü ile gösterilir.

$$\frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{f(b) - f(a)}{b - a}$$

olarak alınır.

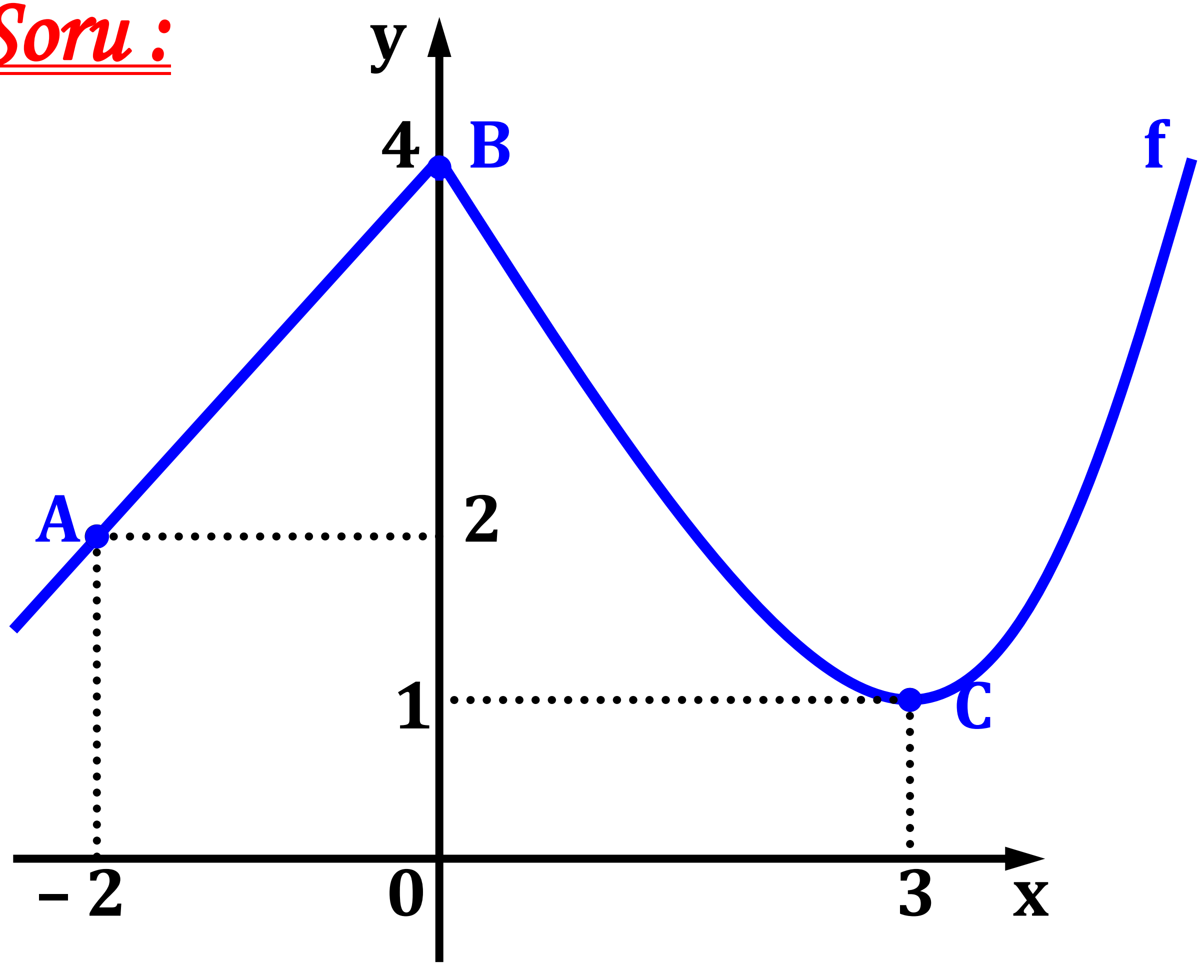
Δx : A 'dan B 'ye x değerindeki değişim ve Δy : A 'dan B 'ye y değerindeki değişimi gösterir.

[a , b] aralığındaki ortalama değişim hızı A (a , f (a)) ve B (b , f (b)) noktalarından geçen kesenin eğimine eşittir.

Doğrusal fonksiyonlarda ortalama değişim hızı sabittir.

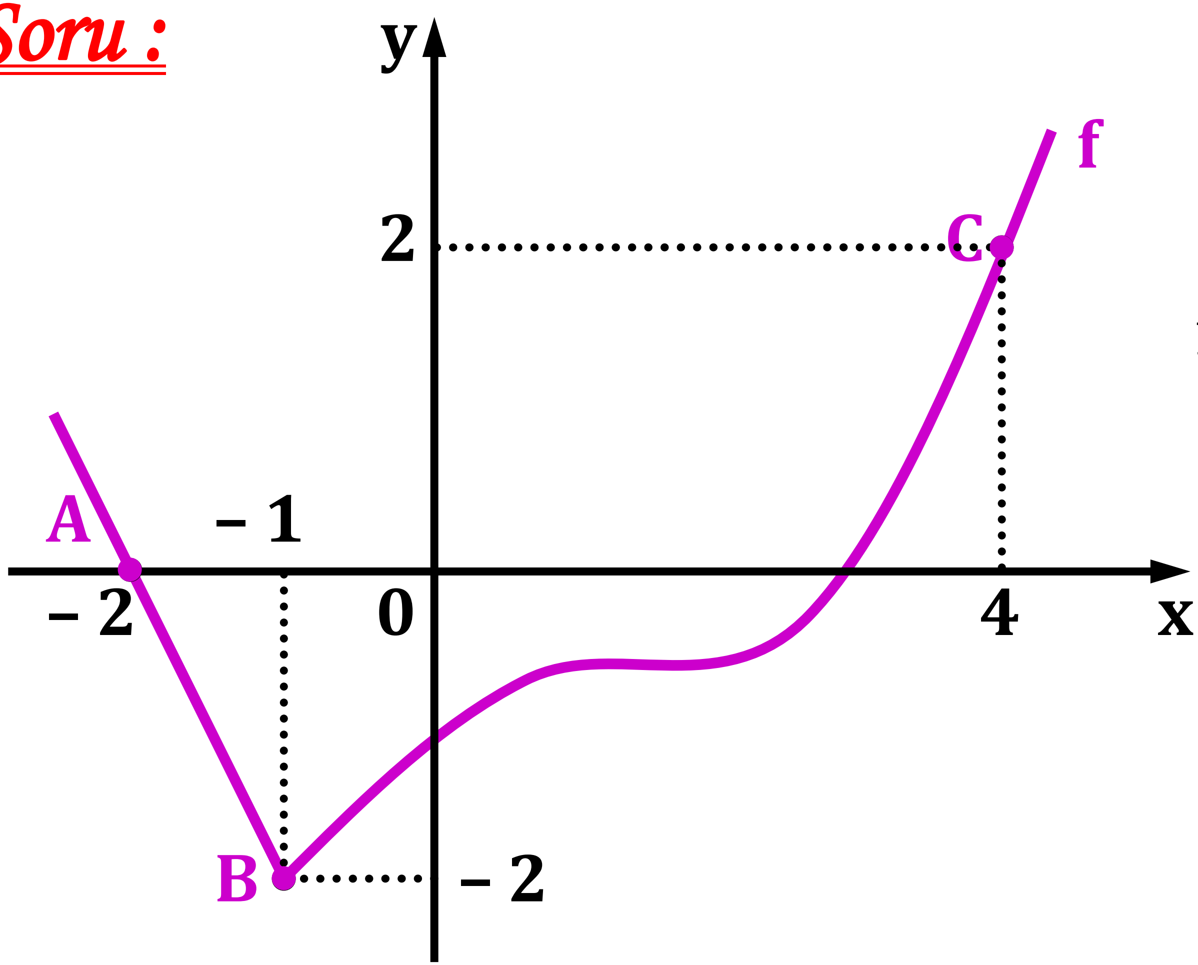
Soru : **A (1 , – 1) ile B (3 , 5) noktalarından geçen f fonksiyonunun bu noktalar arasındaki ortalama değişim hızını bulunuz.**

Soru :



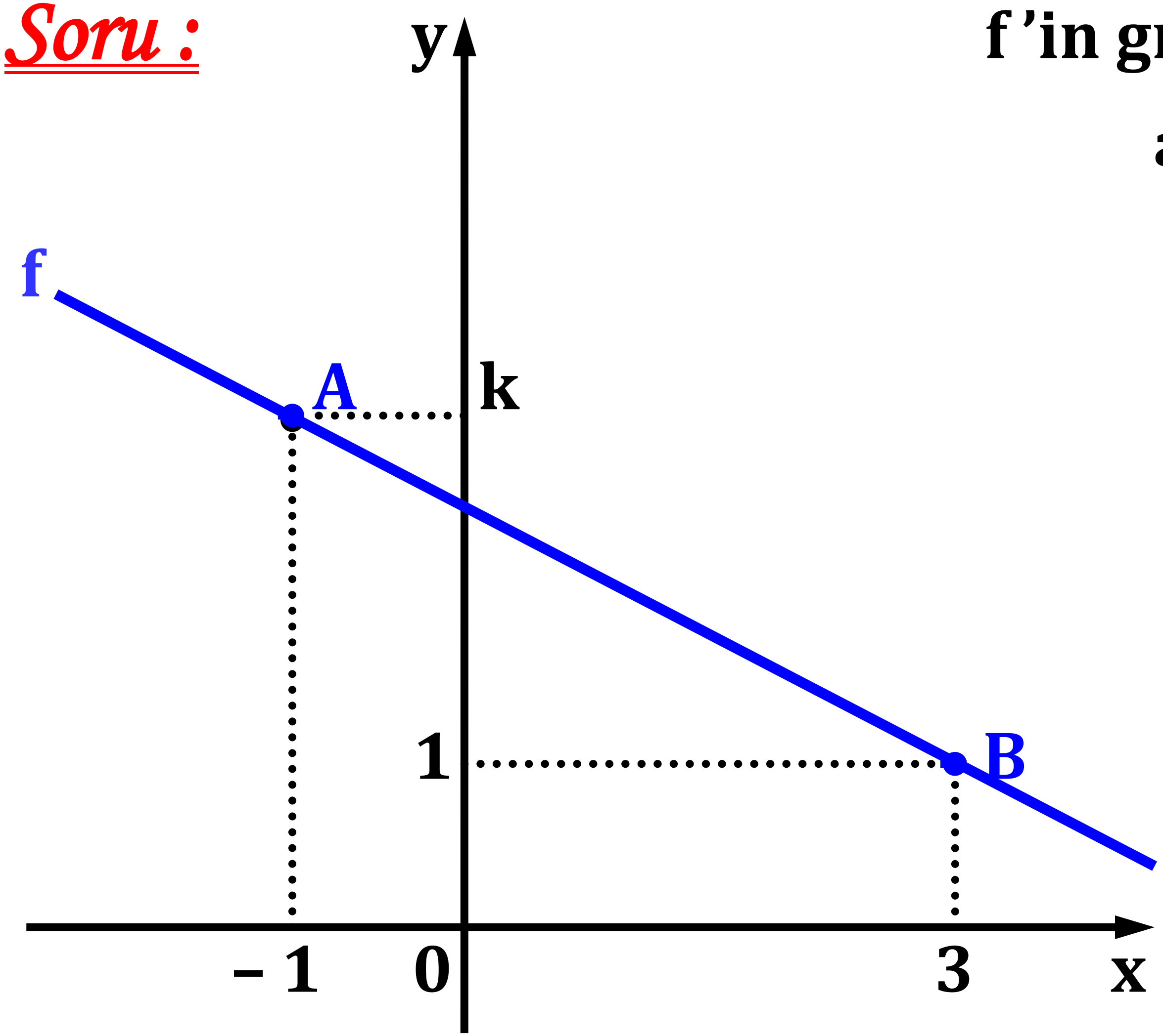
f fonksiyonunu grafiği yanda veriliyor. Buna göre fonksiyonun [– 2 , 0] ile [0 , 3] aralığındaki ortalama değişim hızlarının toplamı ne olur ?

Soru :



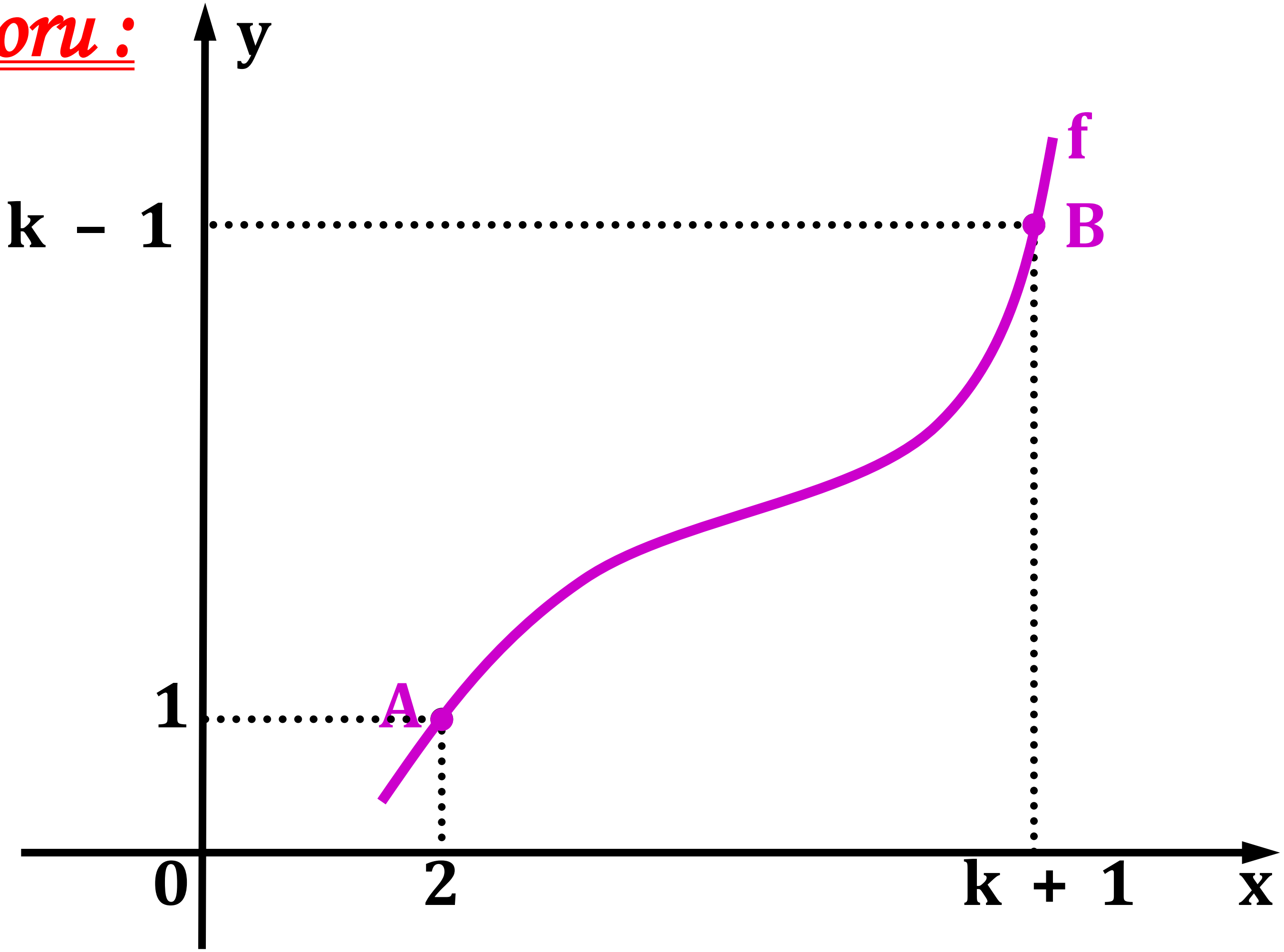
f fonksiyonunu grafiği yanda veriliyor. Buna göre fonksiyonun [– 2 , – 1] ile [– 1 , 4] aralığındaki ortalama değişim hızlarının çarpımı ne olur ?

Soru :



f ’in grafiği veriliyor. f ’in $[-1\ ,\ 3]$ aralığındaki ortalama değişim hızı $-\dfrac{1}{2}$ ise $k = ?$

Soru :



f'in [2 , k + 1] aralığındaki ortalama değişim hızı $\frac{3}{4}$ ise

k = ?

Soru : $f(x) = 3x + 1$ fonksiyonunun $[1, 7]$ aralığındaki ortalama değişim hızını bulunuz.

Soru : **$f(x) = 5x - x^2$ fonksiyonunun $[-2, 4]$ aralığındaki ortalama değişim hızını bulunuz.**

Soru : **$f(x) = x^3 + 2kx + 4$ fonksiyonunun $[-1, 3]$ aralığındaki ortalama değişim hızı 8 ise $k = ?$**

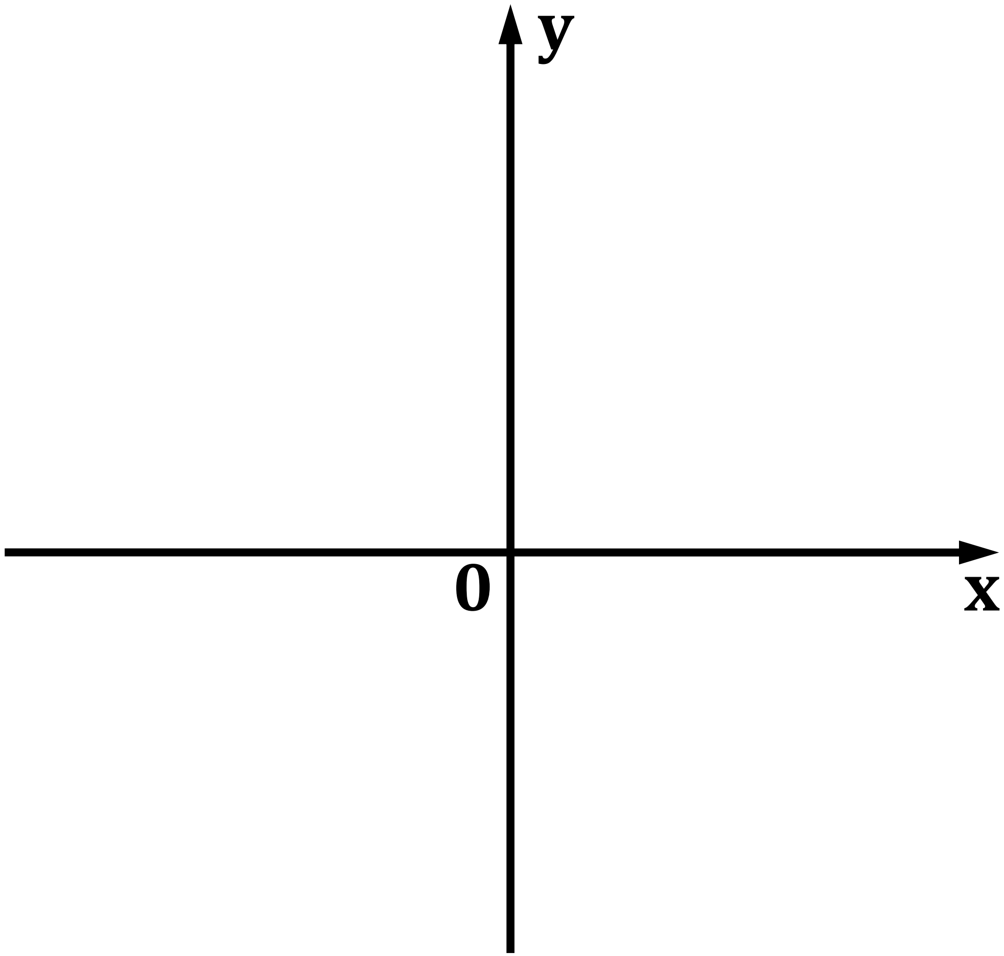
İkinci Dereceden Fonksiyonlar ve Grafikleri

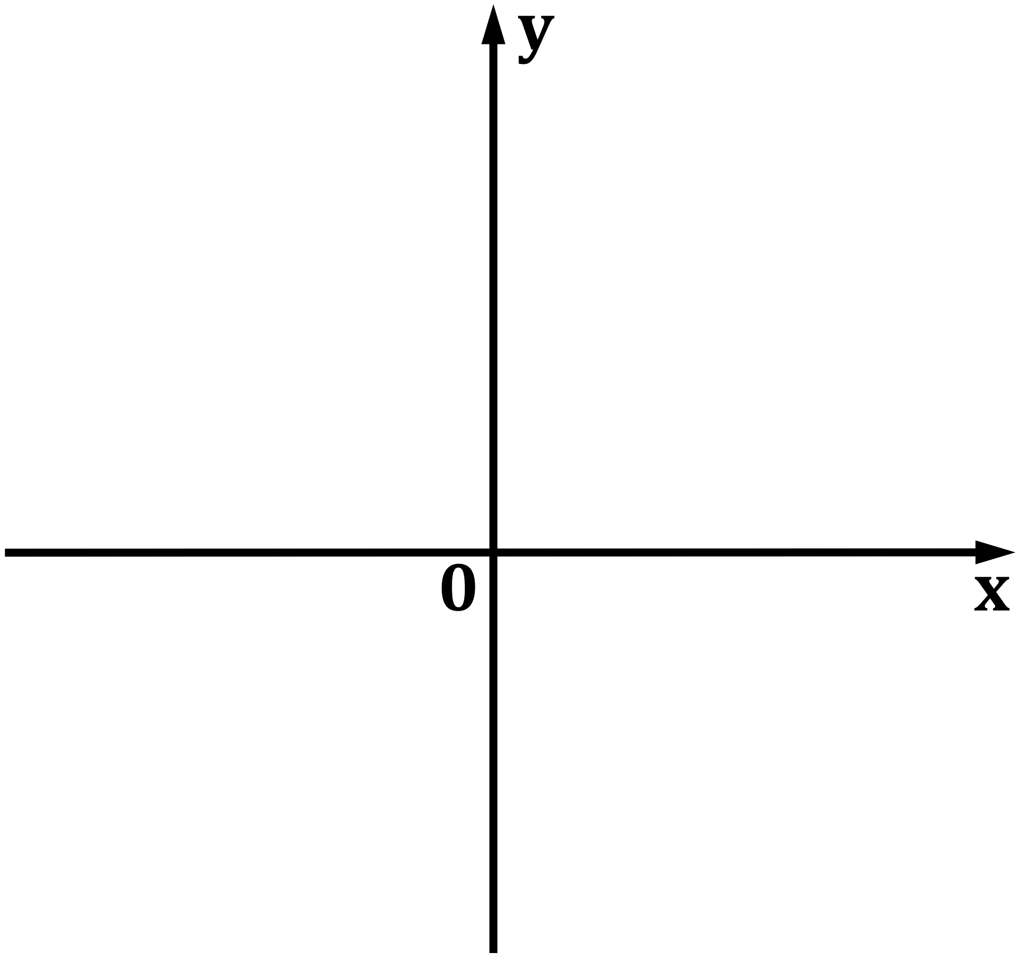
$a, b, c \in \mathbb{R}$ ve $a \neq 0$ olmak üzere $y = f(x) = ax^2 + bx + c$ biçimindeki ifadeye " ikinci dereceden bir bilinmeyenli fonksiyon " adı verilir. Fonksiyonun analitik düzlemde belirttiği grafiğe " parabol " adı verilir.

Kural 1: **$y = f(x) = ax^2$ fonksiyonunun grafiği orijinden geçer. a pozitifse grafiğin kolları yukarı yönlü, a negatif ise grafiğin kolları aşağı yönlüdür.Grafiğin kolları y eksenine göre simetrik olacak şekilde grafik çizilir.**

2. yol : **x'e değerler $(\ldots, -2, -1, 0, 1, 2, \ldots)$ verilerek y değerleri bulunur. Bulunan noktalardan geçen grafik çizilir.**

Soru : **$f(x) = 2x^2$ ve $f(x) = -x^2$ fonksiyonlarının grafiğini çiziniz.**





Kural 2: $y = f(x) = ax^2 + bx + c$ parabolünün grafik çizimi için ;

1) $x = 0$ için y değeri bulunur. $A(0, y)$ noktası işaretlenir.

2) $y = 0$ için x değeri bulunur. $B(x, 0)$ noktası işaretlenir.

3) Tepe noktası $T(r, k)$ işaretlenir.

$r = -\dfrac{b}{2a}$, $k = \dfrac{4ac - b^2}{4a}$ veya $k = f(r)$ eşitlikleri kullanılır.

4) • $a > 0$ (pozitif) ise bulunan noktalardan geçen ve kolları yukarı yönlü olan grafik çizilir.

• $a < 0$ (negatif) ise bulunan noktalardan geçen ve kolları aşağı yönlü olan grafik çizilir.

Soru : $y = f(x) = x^2 - 4$ **fonksiyonunun grafiğini çiziniz.**

Soru : $y = f(x) = 9 - x^2$ **fonksiyonunun; A) Grafiğini çiziniz.**

B) Artan – azalan olduğu aralıkları bulunuz.

Soru : $y = f(x) = -x^2 + 6x$ **fonksiyonunun grafiğini çiziniz.**

Soru : $y = f(x) = x^2 - 4x$ **fonksiyonunun; A) Grafiğini çiziniz. B) Pozitif – negatif olduğu aralıkları bulunuz.**

Soru : $y = f(x) = x^2 - 2x - 3$ **fonksiyonunun grafiğini çiziniz.**

Soru : $y = f(x) = -x^2 - 4x + 5$ **fonksiyonunun grafiğini çiziniz.**

Soru : $y = f(x) = x^2 + 4x + 4$ **fonksiyonunun; A) Grafiğini çiziniz. B) Artan – azalan olduğu aralıkları bulunuz. C) Pozitif – negatif olduğu aralıkları bulunuz.**

Soru : $y = f(x) = x^2 - 2x + 6$ **fonksiyonunun grafiğini çiziniz.**

Tepe Noktası İle İlgili Uygulamalar

Soru : $f(x) = -x^2 + 6x - 27$ **parabolünün tepe noktasının koordinatları çarpımı ne olur ?**

Soru : $f(x) = x^2 - 6x + 17$ **parabolü ile** $f(x) = x^2 + 4x$ **parabolünün tepe noktaları arasındaki uzaklığı bulunuz.**

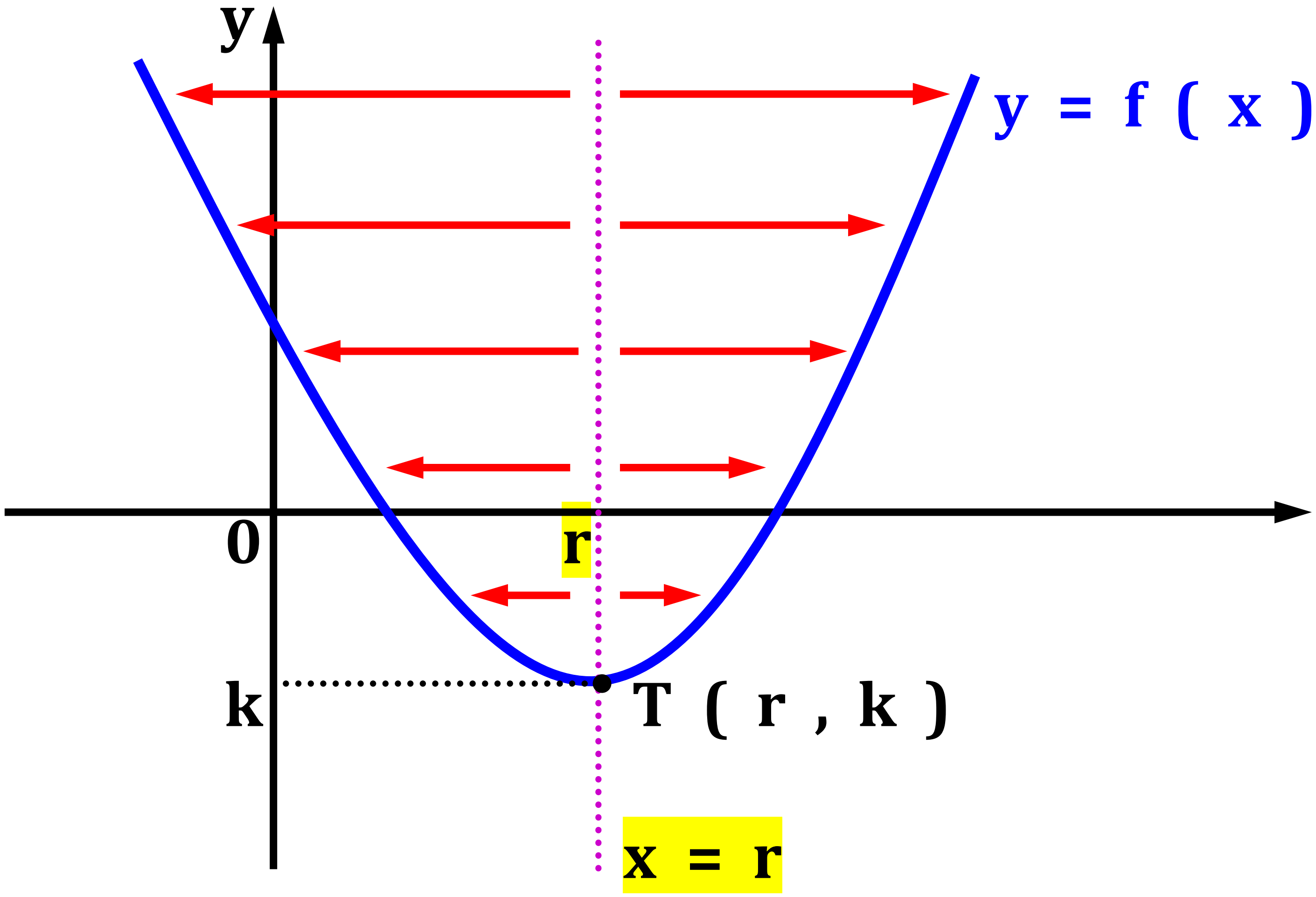
Soru : $f(x) = (-2+m)x^2 + 4x - m + 3$ parabolünün tepe noktası $T(2, k)$ ise $k = ?$

Soru : **$f(x) = x^2 + (2m - 4)x + m + 1$ parabolünün tepe noktası $T(-6, k)$ ise $k = ?$**

Soru : $f(x) = ax^2 + bx$ parabolünün tepe noktası $T(1, 2)$ ise $a \cdot b = ?$

Soru : $f(x) = (1+2p)x^2 - 3x + 1 + p$ parabolü $A(-1, 8)$ noktasından geçiyorsa parabolün tepe noktasının apsisini bulunuz. **(Nokta denklemi sağlardı.)**

Not 1: (Simetri Ekseni)



Parabolün grafiği $x = r$ doğrusuna göre simetriktir.

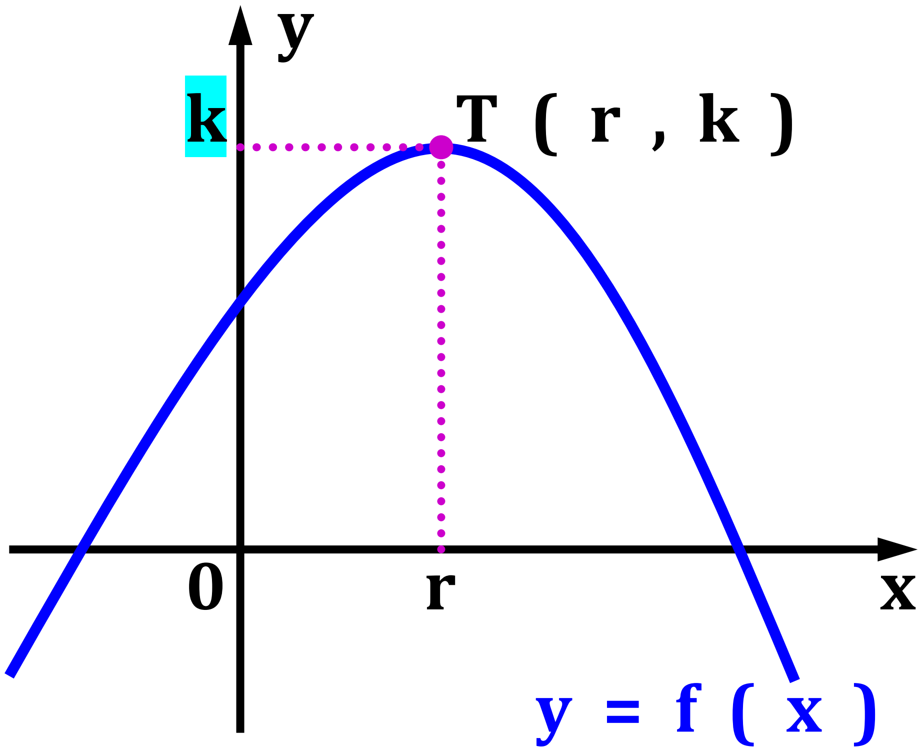
$x = r$ 'ye parabolün " simetri doğrusu " adı verilir.

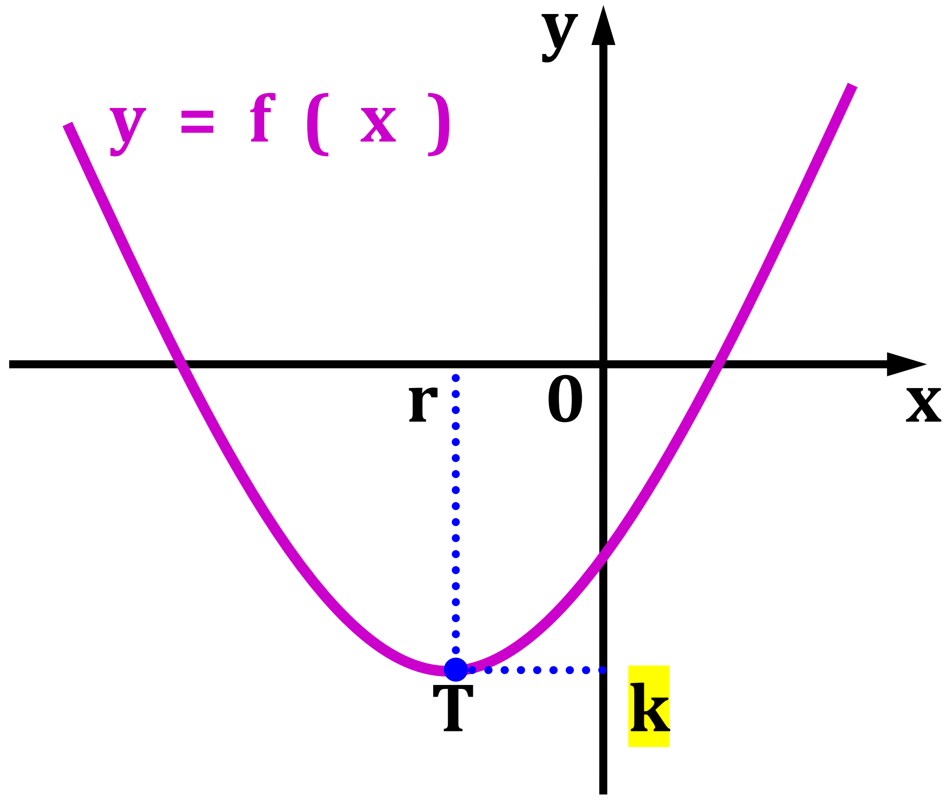
Soru : $f(x) = 3x^2 + (4 + m)x + 5 - m$ **parabolünün** **simetri ekseni** $x = -1$ **doğrusu ise parabolün tepe noktasını bulunuz.**

<u>Soru :</u> **$f(x) = (2a+1)x^2 - 2x + 1$ parabolünün <u>simetri ekseni</u> $x = 1$ doğrusu ise parabolün tepe noktasını bulunuz.**

Soru : $f(x) = (m+4)x^2 + 4mx - m + 1$ **parabolünün** **simetri ekseni** $x = 2$ **doğrusu ise parabolün** y **eksenini kestiği noktayı bulunuz.**

Not 2: (Maksimum – Minimum Değer)





Parabolün kolları aşağı yönlü ise, parabolün alabileceği en büyük değer k ’dır.

Parabolün kolları yukarı yönlü ise, parabolün alabileceği en küçük değer k ’dır.

Soru : $f(x) = -x^2 + 4x + 15$ **parabolünün alabileceği en büyük değeri bulunuz.**

Soru : $f(x) = 2x^2 + 12x + 7$ **parabolünün alabileceği en küçük değeri bulunuz.**

Soru : **$A = -x^2 + 8x + 1$ ve $B = x^2 + 18x + 5$ ise, A 'nın maksimum ile B 'nin minimum değerinin toplamı ne olur ?**

Soru : $f(x) = -x^2 + 6x + m - 2$ **parabolünün alabileceği en büyük değer 16 ise m = ?**

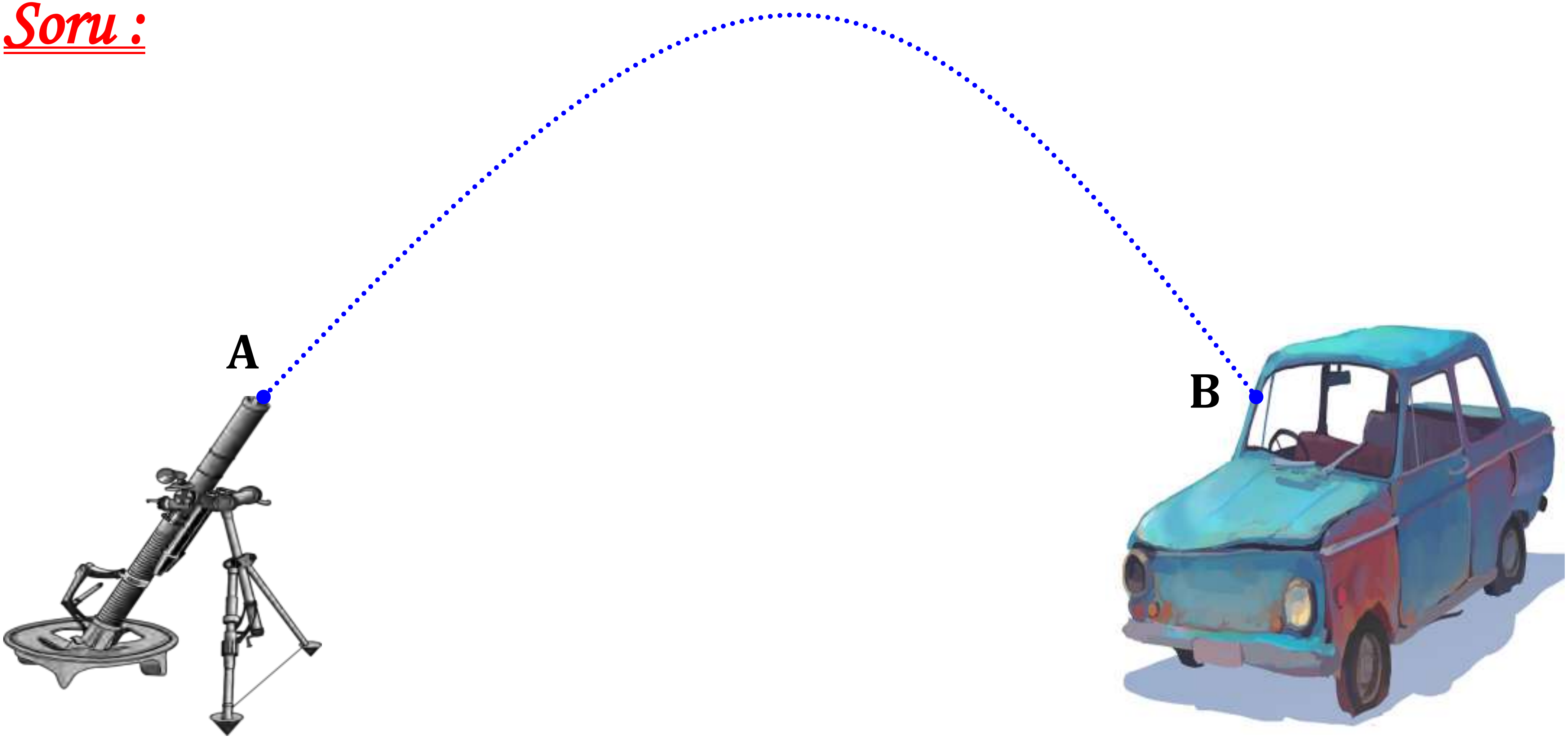
Soru : **$f(x) = (2m - 1)x^2 + 3x + 1$ parabolünün alabileceği maksimum değer 2 ise $m = ?$**

Soru : $x + y = 30$ ise $x . y$ en fazla kaç olur ? **(Çarpım x türünden yazılıp kural uygulanır.)**

Soru : **Farkları 8 olan iki sayının <u>çarpımı</u> en az kaç olur ?**

Soru : **Dik kenar uzunlukları $2x$ ve $6 - 3x$ br olan <u>üçgenin alanı</u> en fazla kaç br ^{2} olur ?**

Soru :

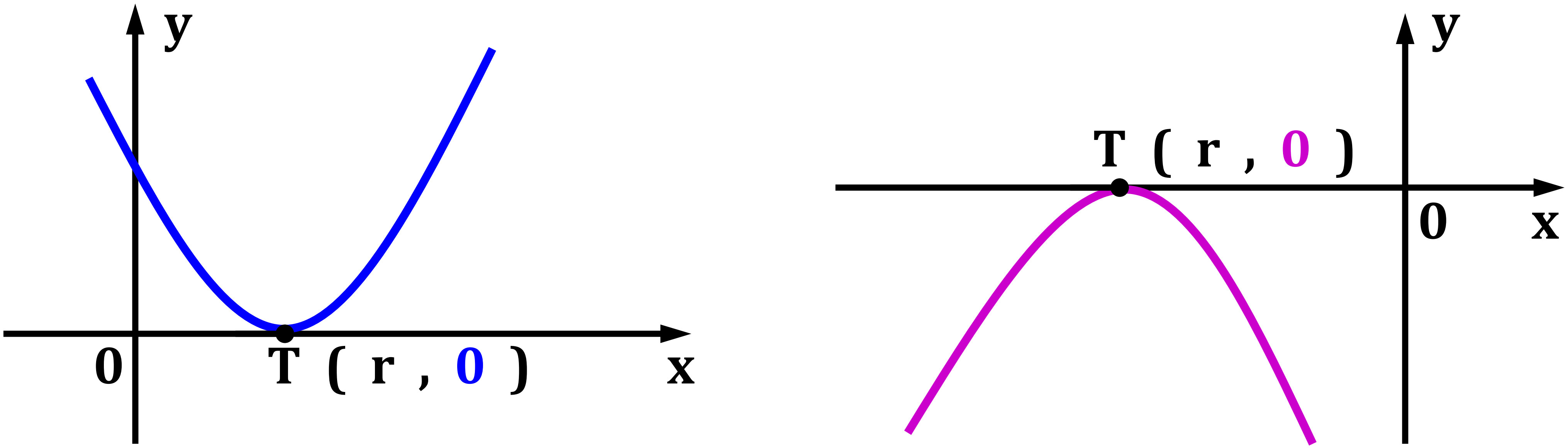


Tatbikat sırasında A noktasından fırlatılan bir havan topu mermisi parabol grafiği şeklinde hareket ederek aynı yükseklikteki B noktasına varıyor. x dakikayı, f ise yerden yüksekliği km olarak göstermek üzere $f(x) = -x^2 + 2x + 0{,}001$ olarak veriliyor.

A) **Top mermisinin çıkabileceği en üst yükseklik kaç metre'dir ?**

B) **Mermi B noktasına kaç dk sonra varır ?**

Not 3: (Teğet Durumu)



Parabol x eksenine teğet (x eksenine tek bir noktada değiyorsa) ise $k = 0$ olarak alınmalıdır.

Parabol x eksenini tek noktada kestiğinden denklemin tek çözümü vardır demektir. $\Delta = 0$'dan da çözüm yapılabilir.

Soru : **$f(x) = 2x^2 + 4x + m - 5$ parabolünün grafiği x ek-senine teğet ise $m = ?$**

Soru : $f(x) = (2 - m)x^2 + 6x - 3$ **parabolünün grafiği x eksenine teğet ise m = ?**

Soru : **$f(x) = ax^2 - 8x + 2a - 4$ parabolünün grafiği x eksenine teğet ise $a = ?$**

Soru : $f(x) = x^2 + 3mx + 2m^2 + 1$ parabolünün grafiği x eksenine, eksenin pozitif tarafında teğet ise $m = ?$ (Bulduğumuz m değeri r ’yi pozitif yapmalı.)

Soru : $f(x) = x^2 + (t+3)x + 1 + 3t$ **parabolünün grafiği x eksenine, eksenin negatif tarafında teğet ise** $t = ?$

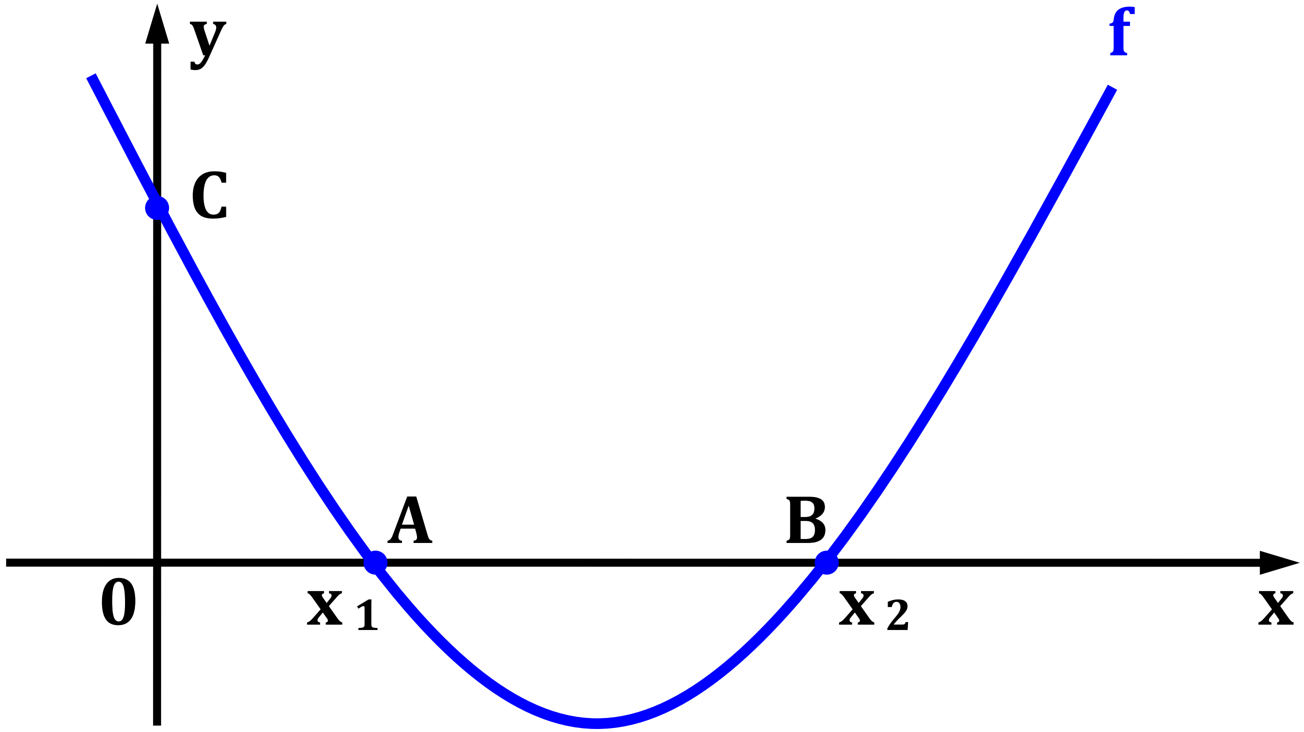
Parabolün Denklemini Bulma

Kural 1: **A , B ve C noktaları verilirse,** $f(x) = ax^2 + bx + c$ **parabol denkleminde bu noktalar sırası ile uygulanır ve üç tane denklemden uygun çözüm üretilir.**

Soru : **A (0 , – 5) , B (– 1 , – 9) ve C (5 , – 15) noktaların-dan geçen parabolün denklemini bulunuz.**

Soru : **A (0 , 2) , B (1 , 2) ve C (3 , – 4) noktalarından geçen parabolün denklemini bulunuz.**

Kural 2:



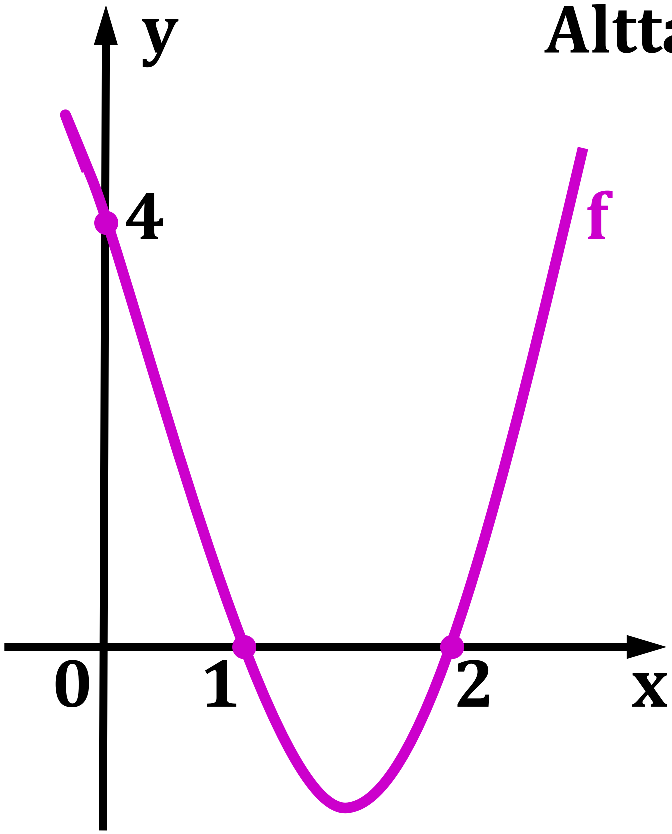
Parabolün x ekseninini kestiği iki nokta verilirse parabolün denklemi, $f(x) = a.(x - x_1).(x - x_2)$ eşitliği ile bulunur. Denklemde x_1 ve x_2 yerine yazılır. C noktası denkleme uygulanır ve a katsayısı elde edilir. En sonunda parantezler çarpılır ve denklemin açık hali bulunur.

2.yol: Parabolün x eksenini kestiği iki x değeri x_1 ve x_2 verilirse denklemi $f(x) = ax^2 + bx + c$ olarak alırız. Önce y eksenini kesen noktayı kullanır ve c sayısını buluruz. Kökler çarpımı ve toplamı kurallarından a ve b sayılarını buluruz.

$$x_1 \cdot x_2 = \frac{c}{a} \quad \text{ve} \quad x_1 + x_2 = -\frac{b}{a} \quad \text{idi.}$$

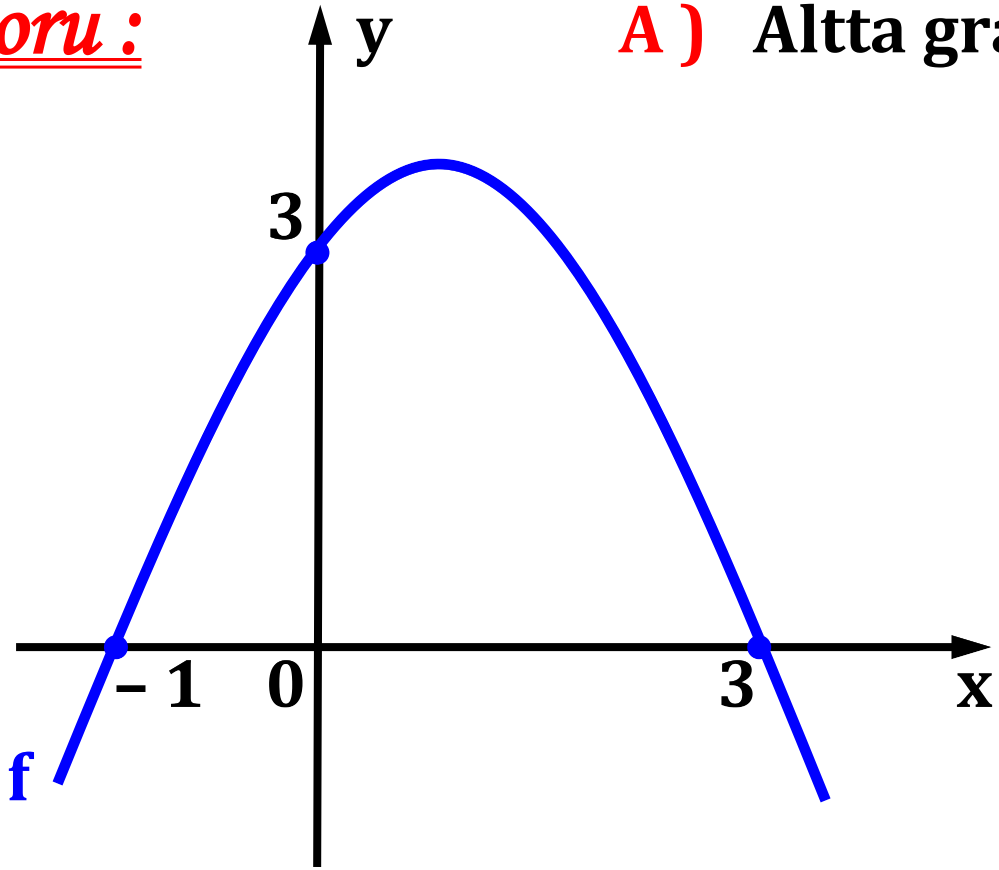
Soru :

Altta grafiği verilen parabolün denklemini bulunuz.



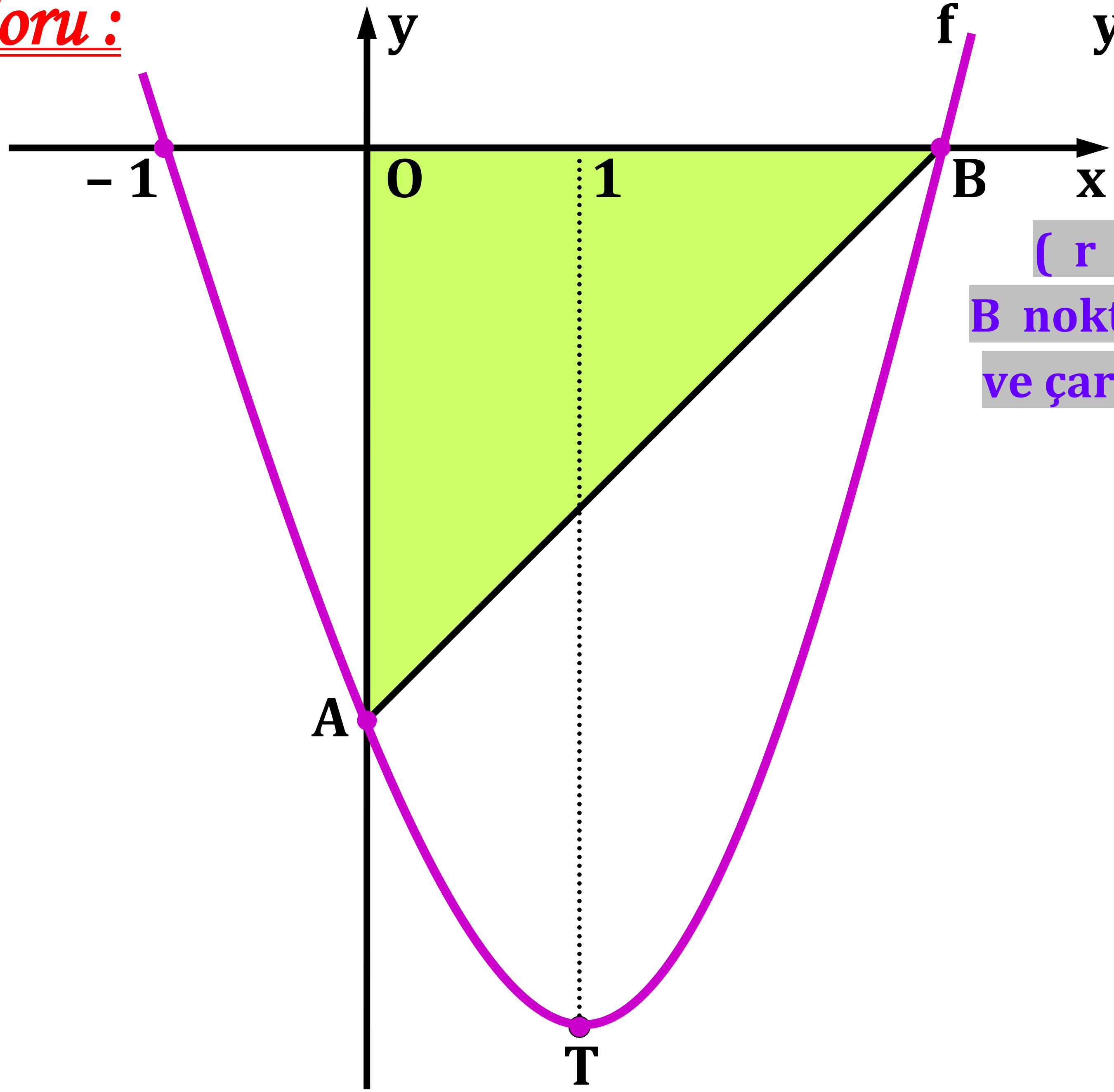
Soru :

A) **Altta grafiği verilen parabolün denklemini bulunuz.**



B) $f(1) = ?$

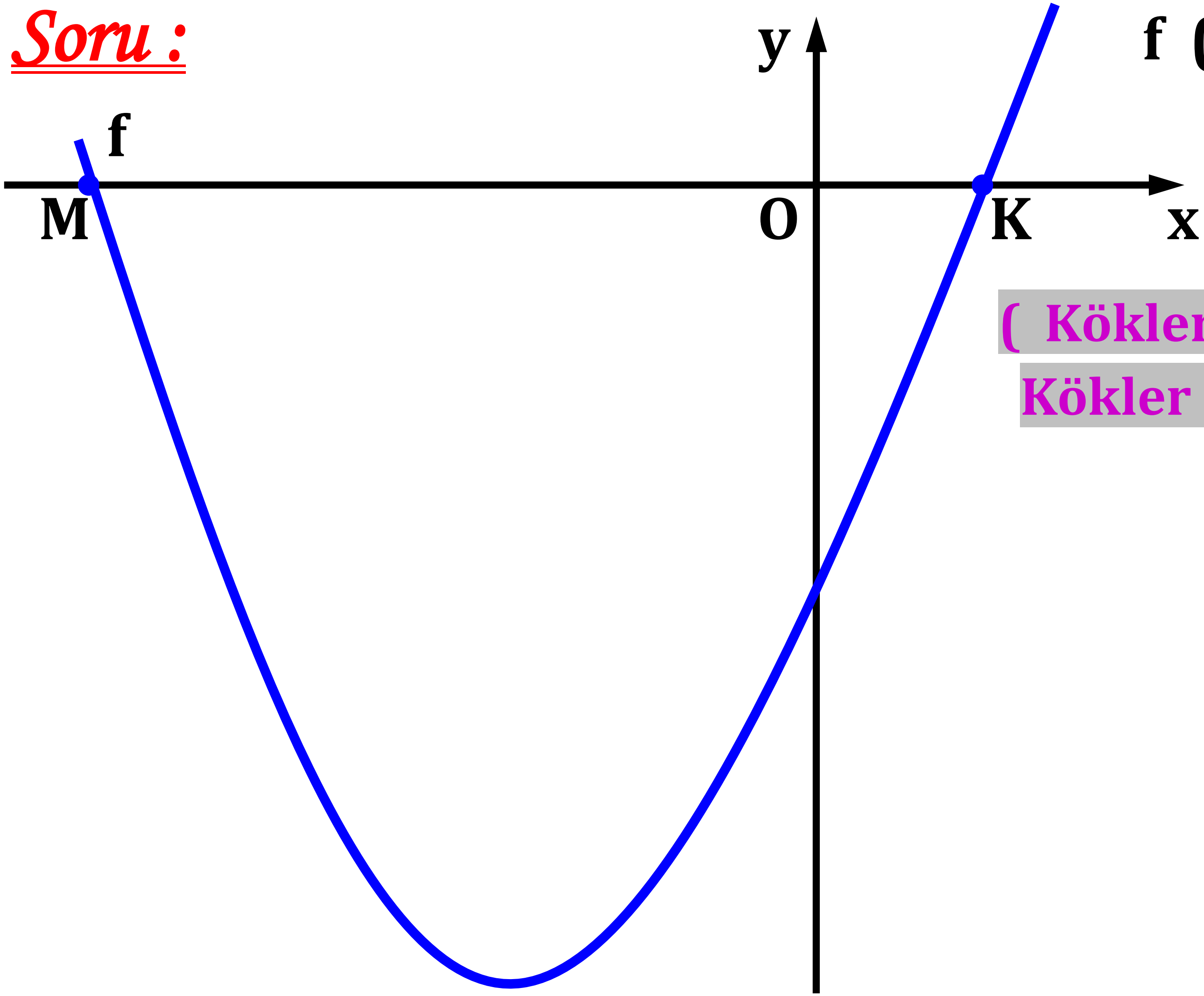
Soru :



$y = f(x) = x^2 + bx + c$
ise AOB üçgeninin
alanını bulunuz.

(r simetri merkezi idi. İlk önce B noktası bulunur. Kökler toplamı ve çarpımından b ile c bulunur.)

Soru :



$f(x) = x^2 + 6x - p + 2$

ve $|MO| = 7.|OK|$

ise $p = ?$

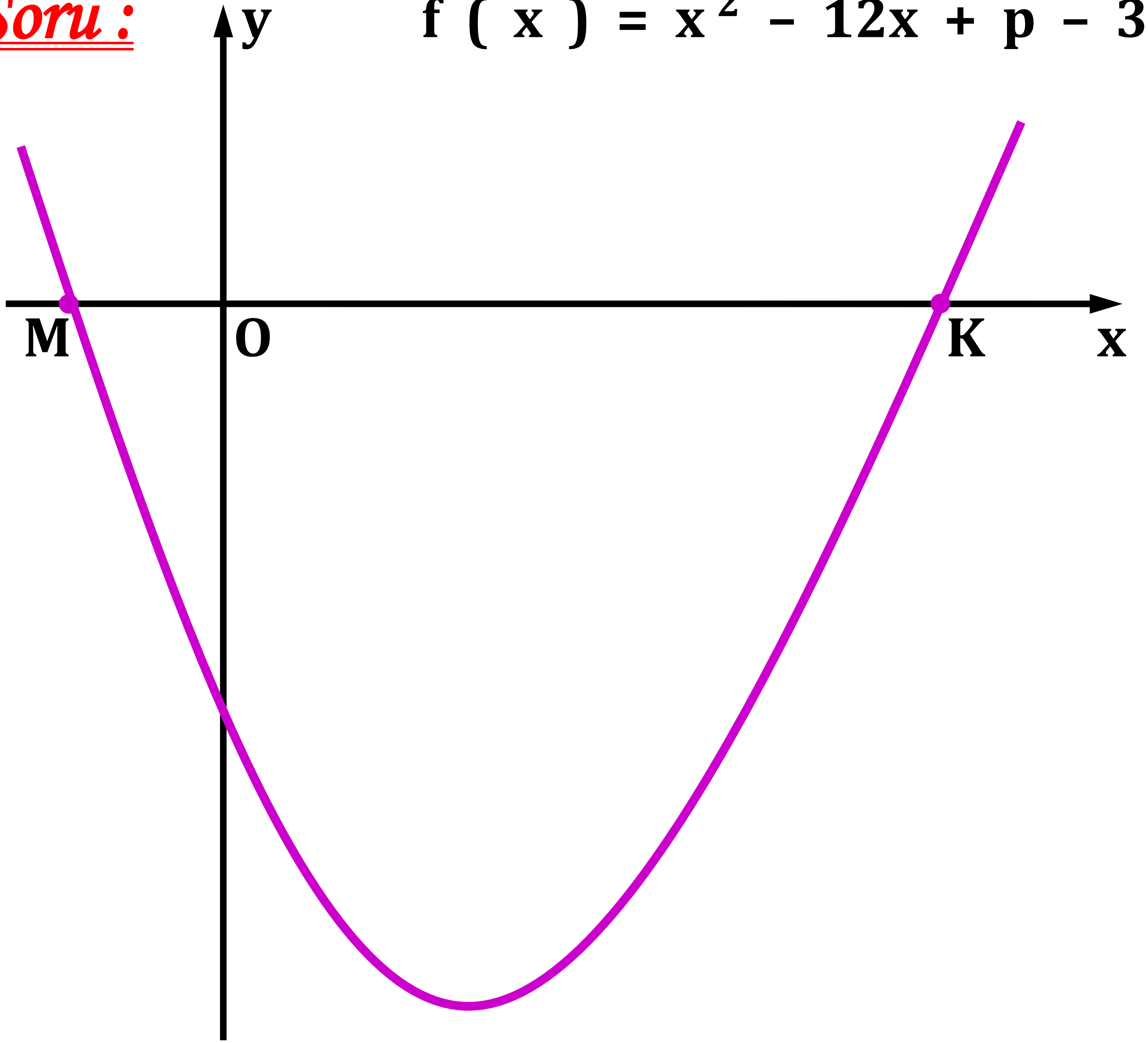
(Kökler toplamından x 'ler bulunur.

Kökler çarpımından da p bulunur.)

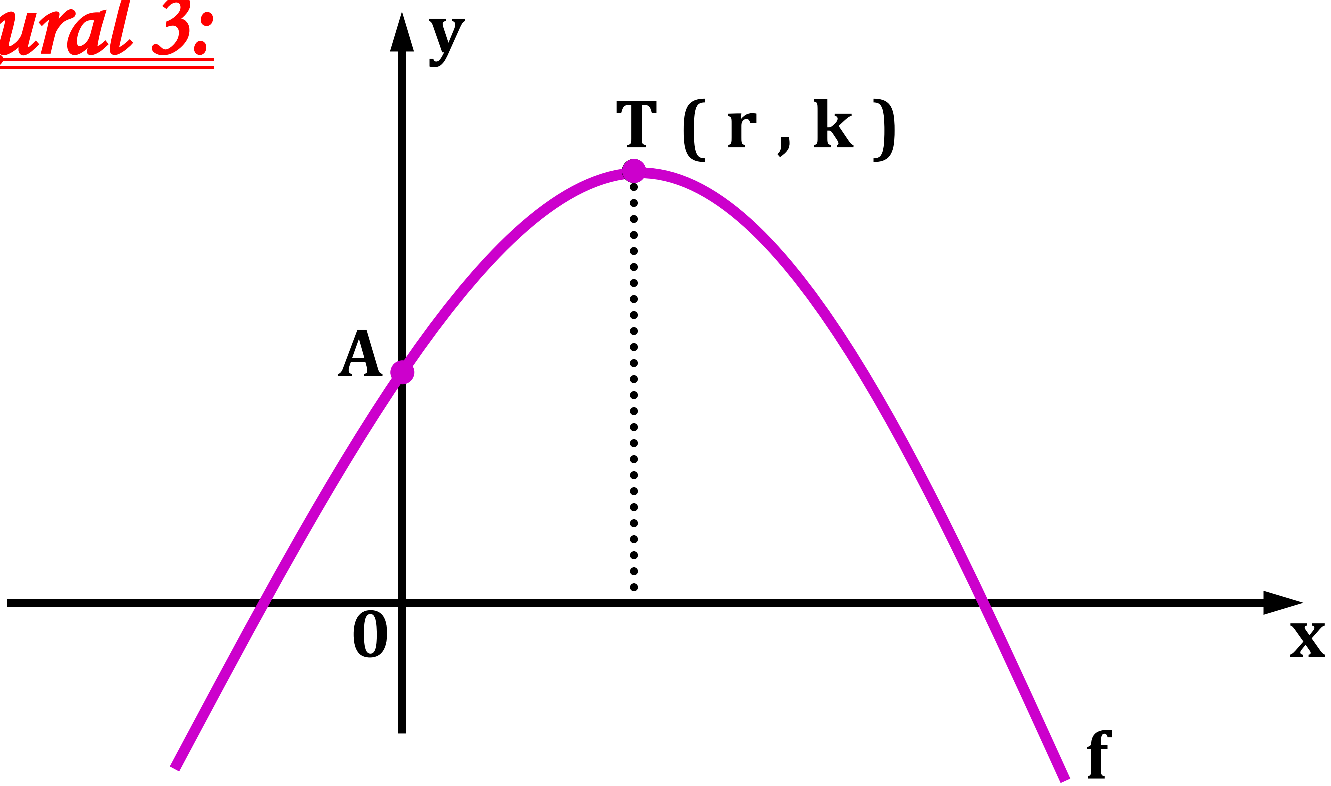
Soru :

$f(x) = x^2 - 12x + p - 3$ ve $|MK| = 6.|OM|$

ise $p = ?$

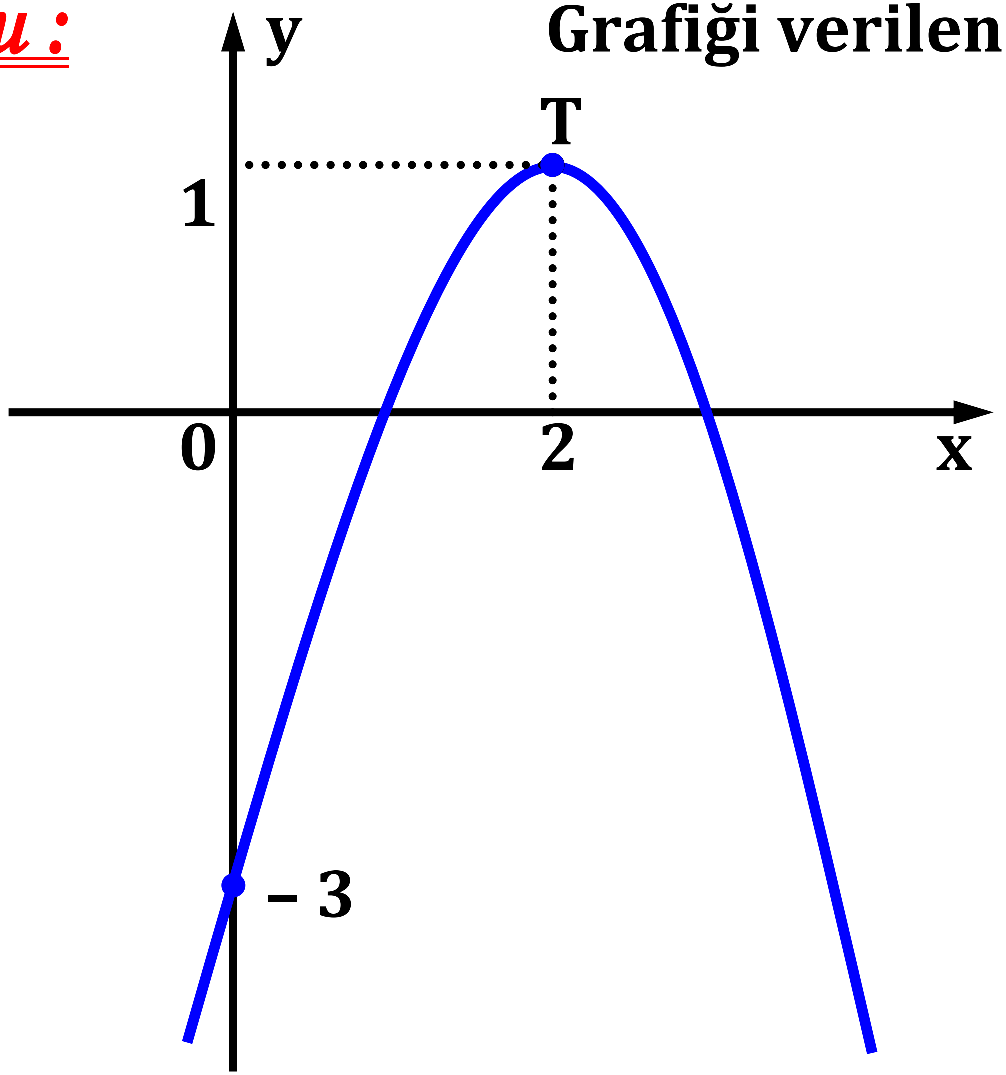


Kural 3:

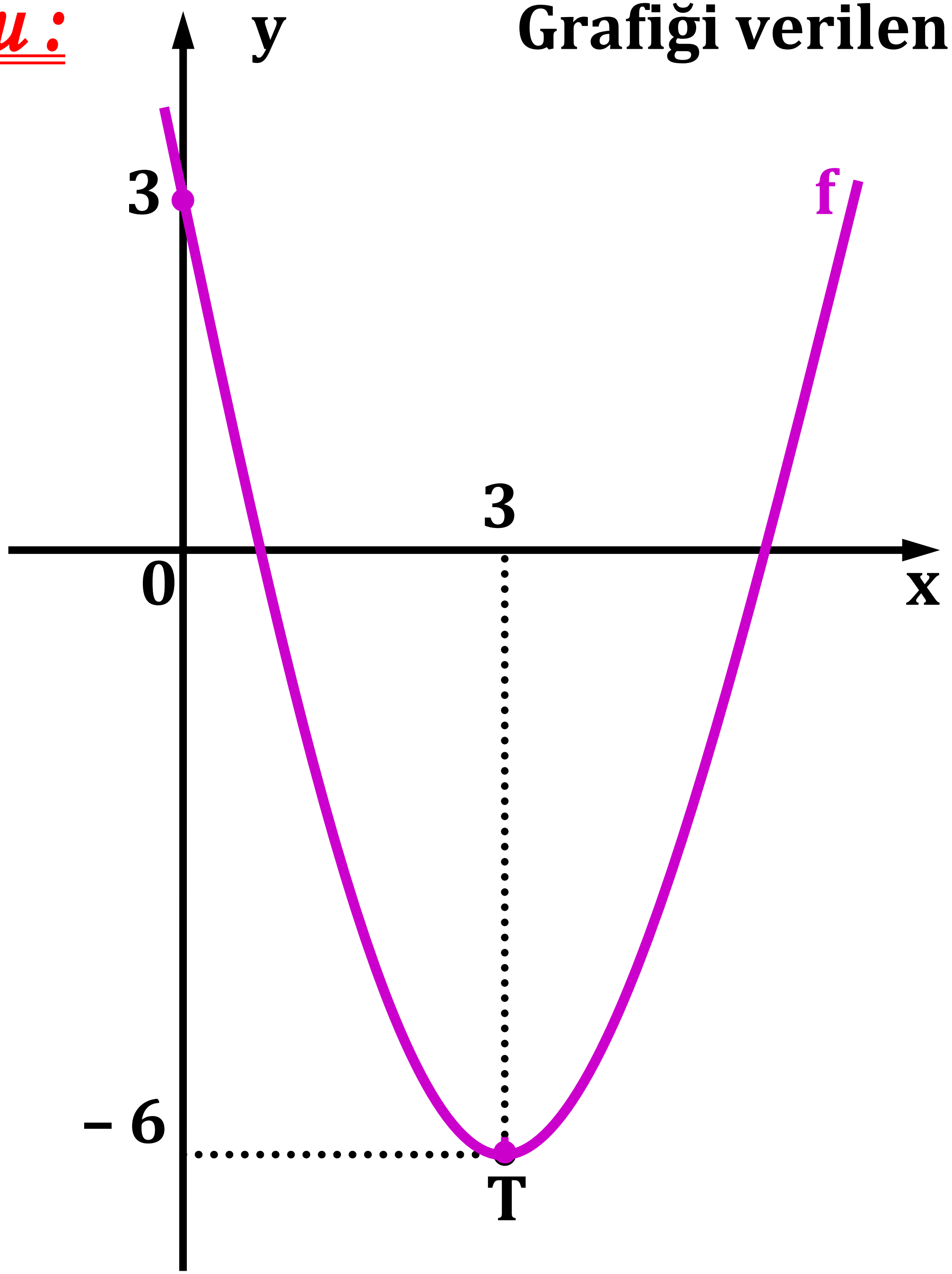


Parabolün sadece tepe noktası ve bir başka noktası verilsin. Parabolün denklemi $f(x) = a(x - r)^2 + k$ eşitliği ile bulunur. Denklemde r ve k yerine yazılır. Verilen diğer nokta kullanılarak a katsayısı bulunur.

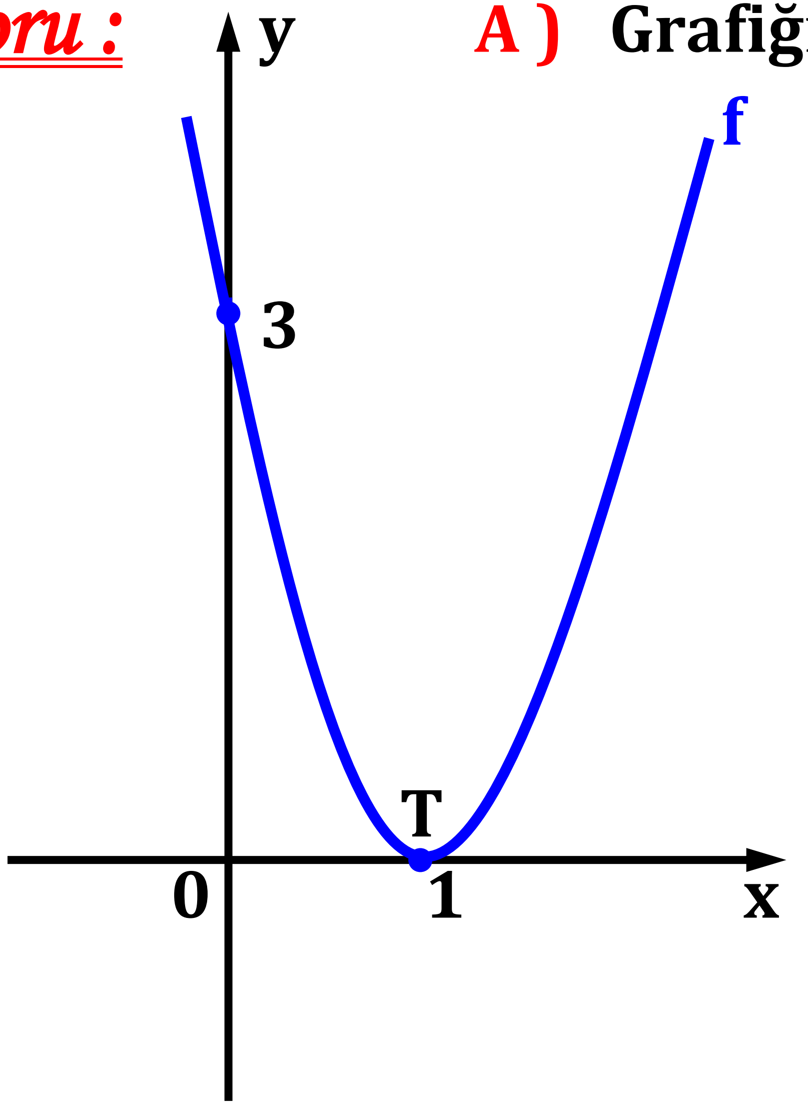
Soru : **Grafiği verilen parabolün denklemini bulunuz.**



Soru : **Grafiği verilen parabolün denklemini bulunuz.**

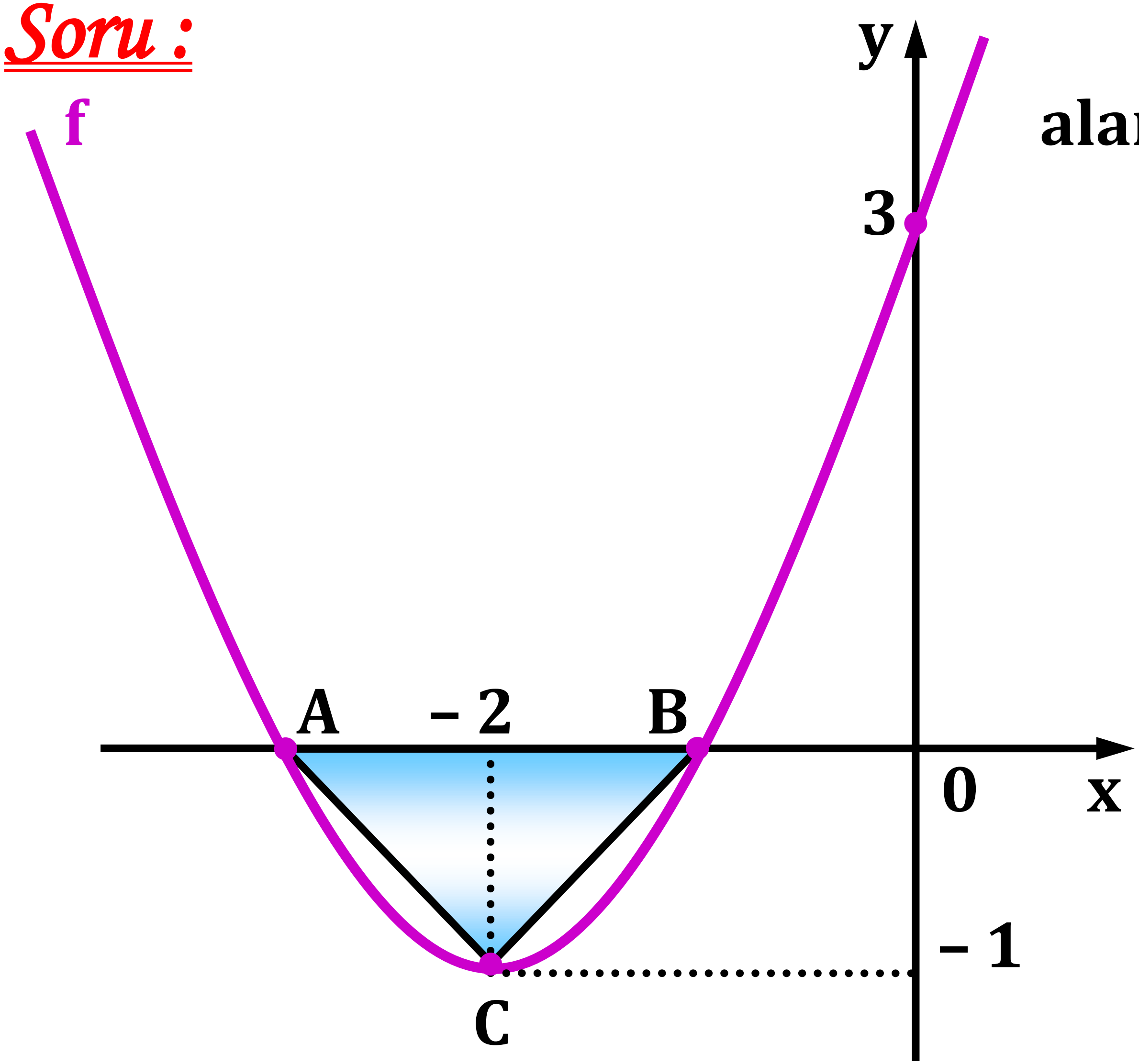


Soru : **A)** **Grafiği verilen parabolün denklemini bulunuz.**



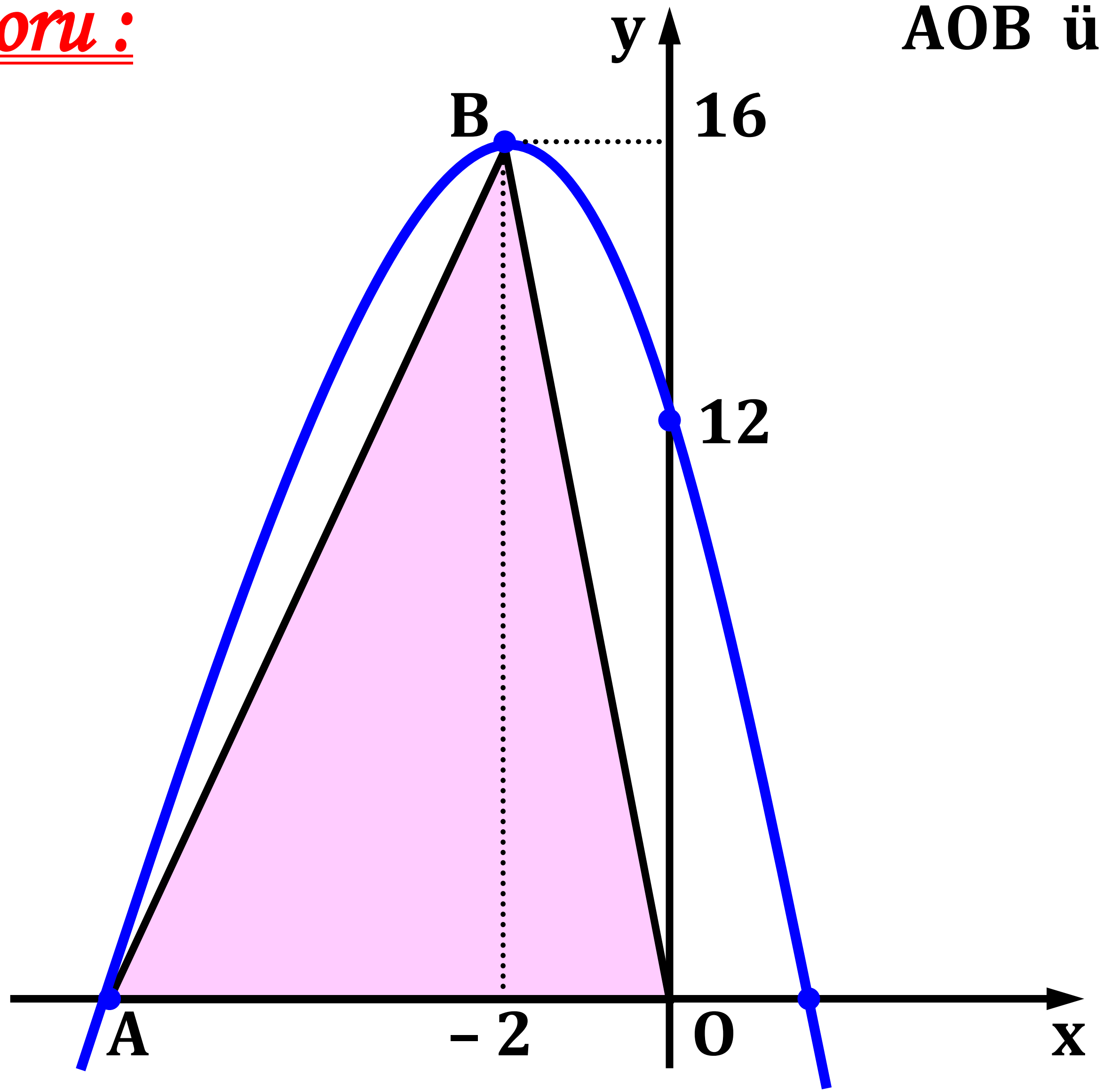
B) $f(4) = ?$

Soru :



Grafiğe göre ABC üçgeninin alanını bulunuz. (İlk önce denklem bulunur. Sonra $y = 0$ için x değerleri bulunur.)

Soru :



AOB üçgeninin alanını bulunuz.

Bir Doğru ile Bir Parabolün Durumu

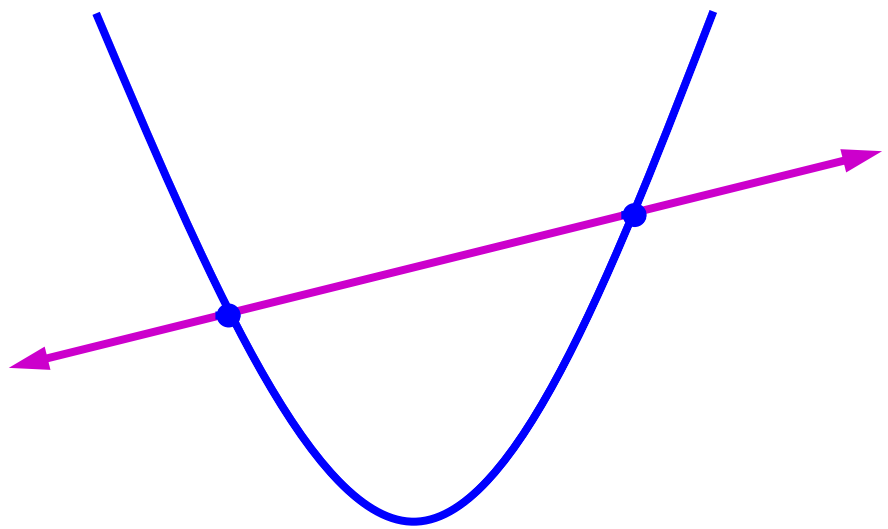
$y = px^2 + qx + r$ parabolü ile $y = mx + n$ doğrusunun birbirine göre durumları için denklemlerin ortak çözümü yapılır. Bunun için her iki denklemde y değerleri birbirine eşitlenir.

$px^2 + qx + r = mx + n$ eşitliğinde elemanlar bir tarafa biriktirilir. $px^2 + qx - mx + r - n = 0$ olur. Denklemin çözüm kümesi bulunur. Bulunan ortak çözüm denkleminin diskriminantı (Δ) için;

($ax^2 + bx + c = 0$ denklemi için $\Delta = b^2 - 4ac$ idi)

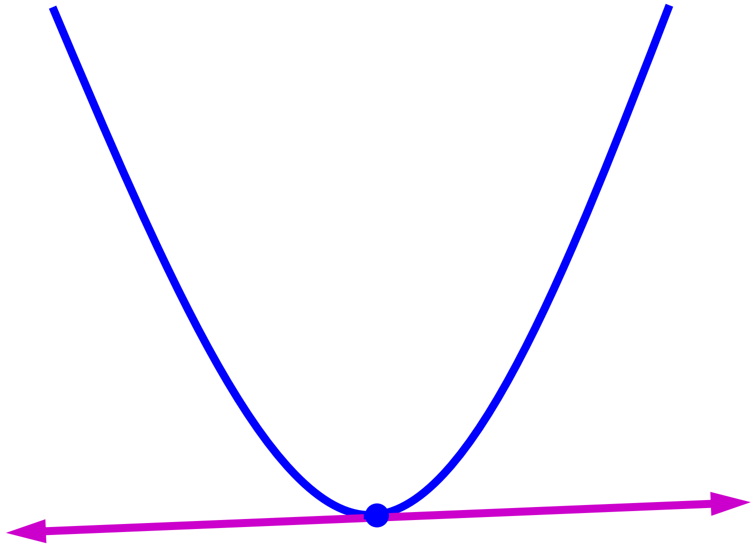
1. Durum : **$\Delta > 0$ ise**

ortak çözüm denkleminin farklı iki reel kökü vardır. O hâlde parabol ile doğru farklı iki noktada kesişir.



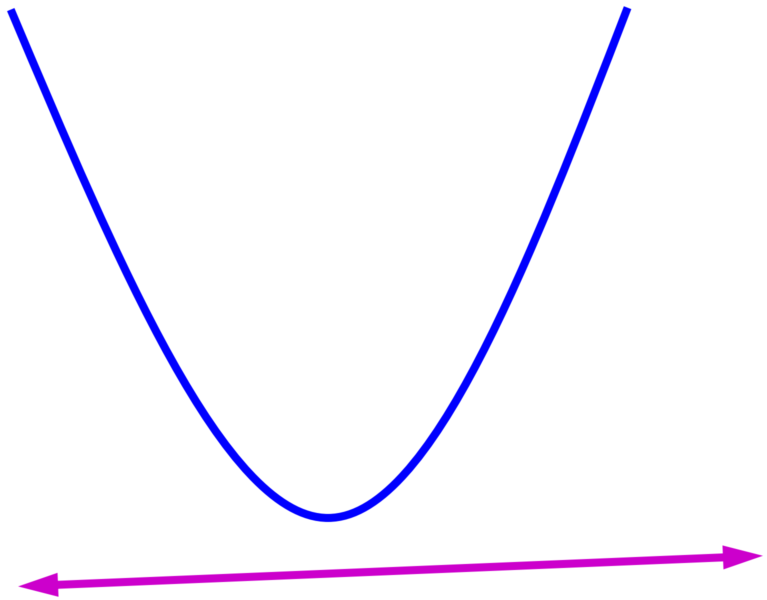
2. Durum : $\Delta = 0$ **ise**

Ortak çözüm denkleminin çakışık yani birbirine eşit iki reel kökü vardır. O hâlde parabol ile doğru bir noktada kesişir. Yani parabol ile doğru birbirine teğettir.



3. Durum : $\Delta < 0$ **ise**

ortak çözüm denkleminin reel kökü yoktur. O halde parabol ile doğru kesişmez.



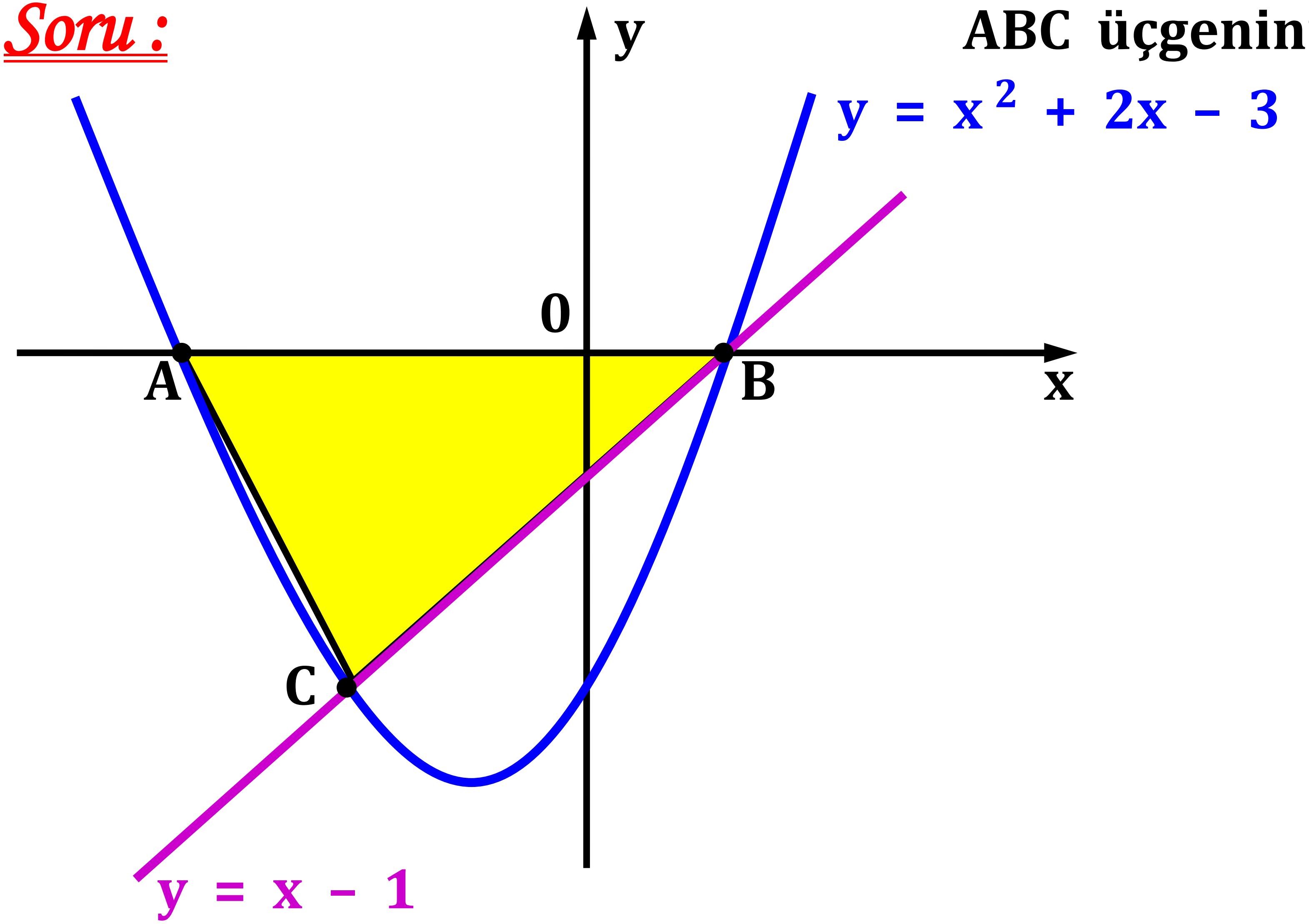
Soru : $y = x + 3$ **doğrusu ile** $y = x^2 - 3x - 9$ **parabolünün varsa kesişim noktalarını bulunuz.**

Soru : **$y = 2x^2 + 5x - 5$ parabolü ile $y = -3x - 11$ doğrusunun varsa kesişim noktalarını bulunuz.**

Soru : $y = -x^2 - 2x + 5$ **parabolü ile** $y = 2x + 9$ **doğrusunun varsa kesişim noktalarını bulunuz.**

Soru :

ABC üçgeninin alanını bulunuz.



Soru : $y = x^2 - 5x + k$ **parabolü ile** $y = 6 - x$ **doğrusunun** **ortak kesim noktası yoksa** **k 'nın çözüm aralığı ne olur ?**

Soru : $y = -x^2 + 6x + 4$ parabolü ile $y = 3x - k$ doğrusunun **farklı iki kesim noktası varsa** k ’nın çözüm aralığı ne olur ?

Soru : $y = x^2 + 4x - 1$ **parabolü** $y = kx - 17$ **doğrusuna <u>teğet</u> olduğuna göre k sayıları ne olmalıdır ?**

Tek ve Çift Fonksiyonların Grafiklerinin Simetri Özellikleri

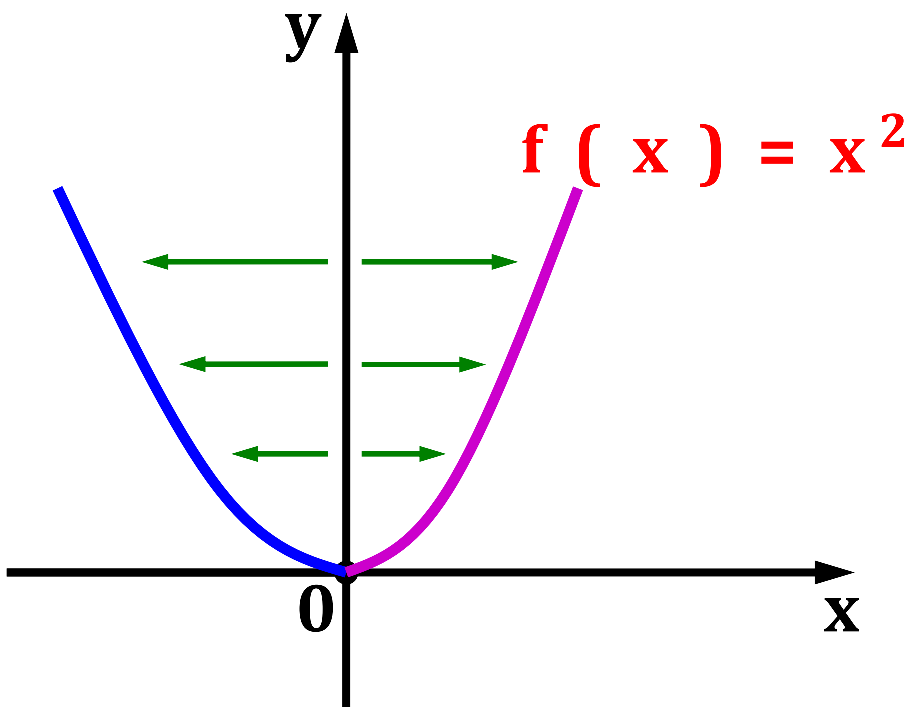
1) **Çift fonksiyonların grafikleri <u>y eksenine</u> göre simetriktir.**

Örnek :

$f(x) = x^2$ **fonksiyonu için**

$f(-x) = (-x)^2 = x^2 = f(x)$

olur. Dolayısıyla f çift fonksiyondur. Yanda fonksiyonun grafiği verilmiştir.



Hatırlatma : $f(-x) = f(x)$ **ise f'e " çift fonksiyon " adı verilirdi.**

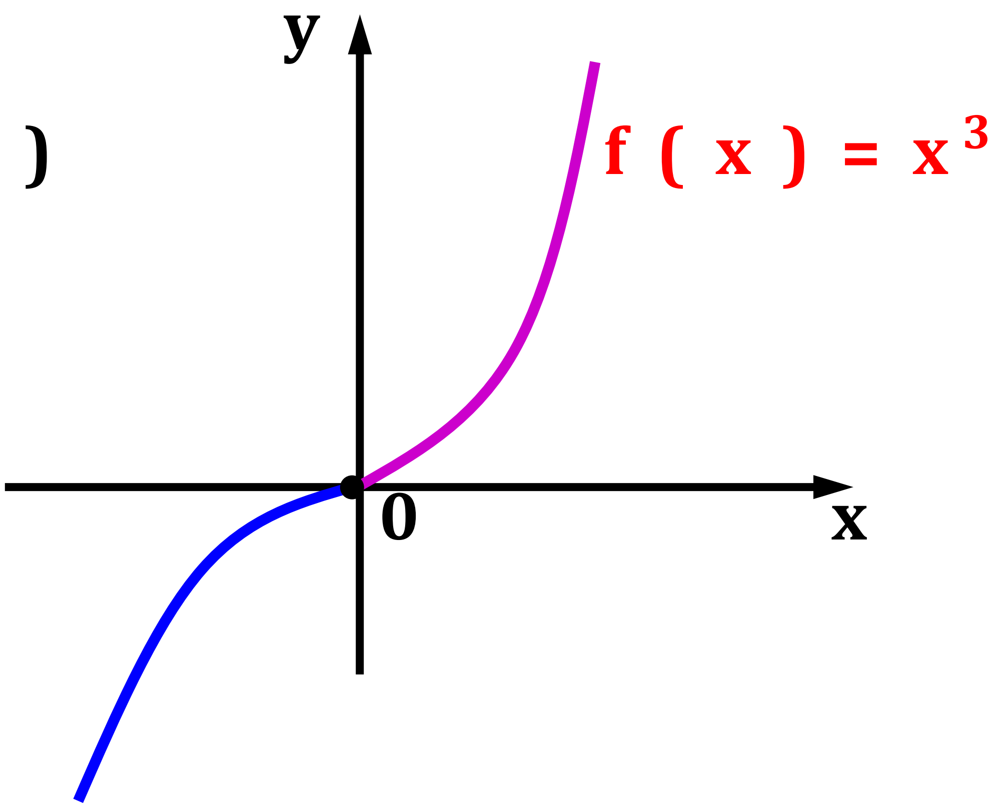
2) Tek fonksiyonların ise grafikleri orijine göre simetriktir.

Örnek :

$f(x) = x^3$ fonksiyonu için

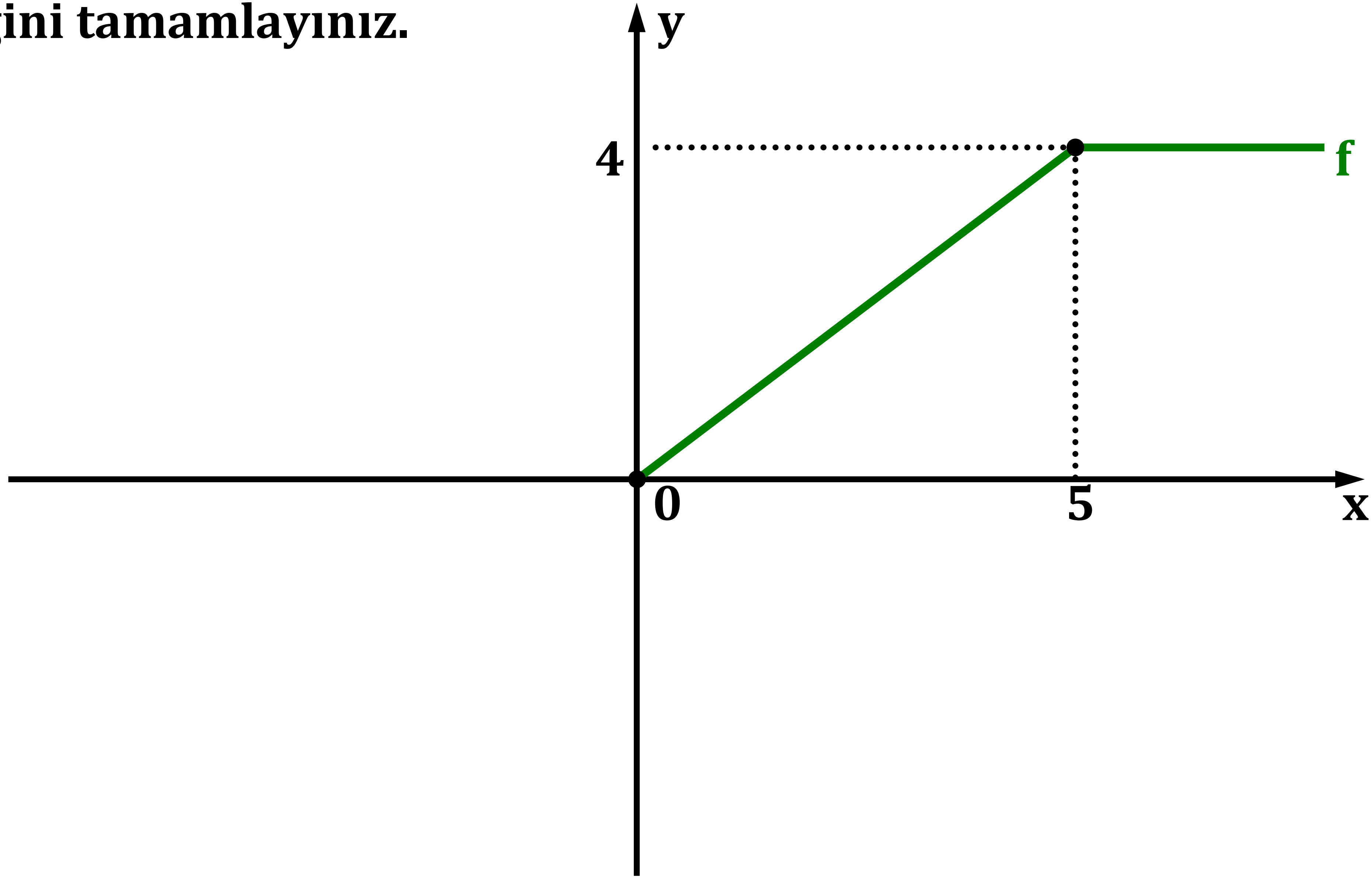
$f(-x) = (-x)^3 = -x^2 = -f(x)$

olur. Dolayısıyla f tek fonksiyondur. Yanda fonksiyonun grafiği verilmiştir.

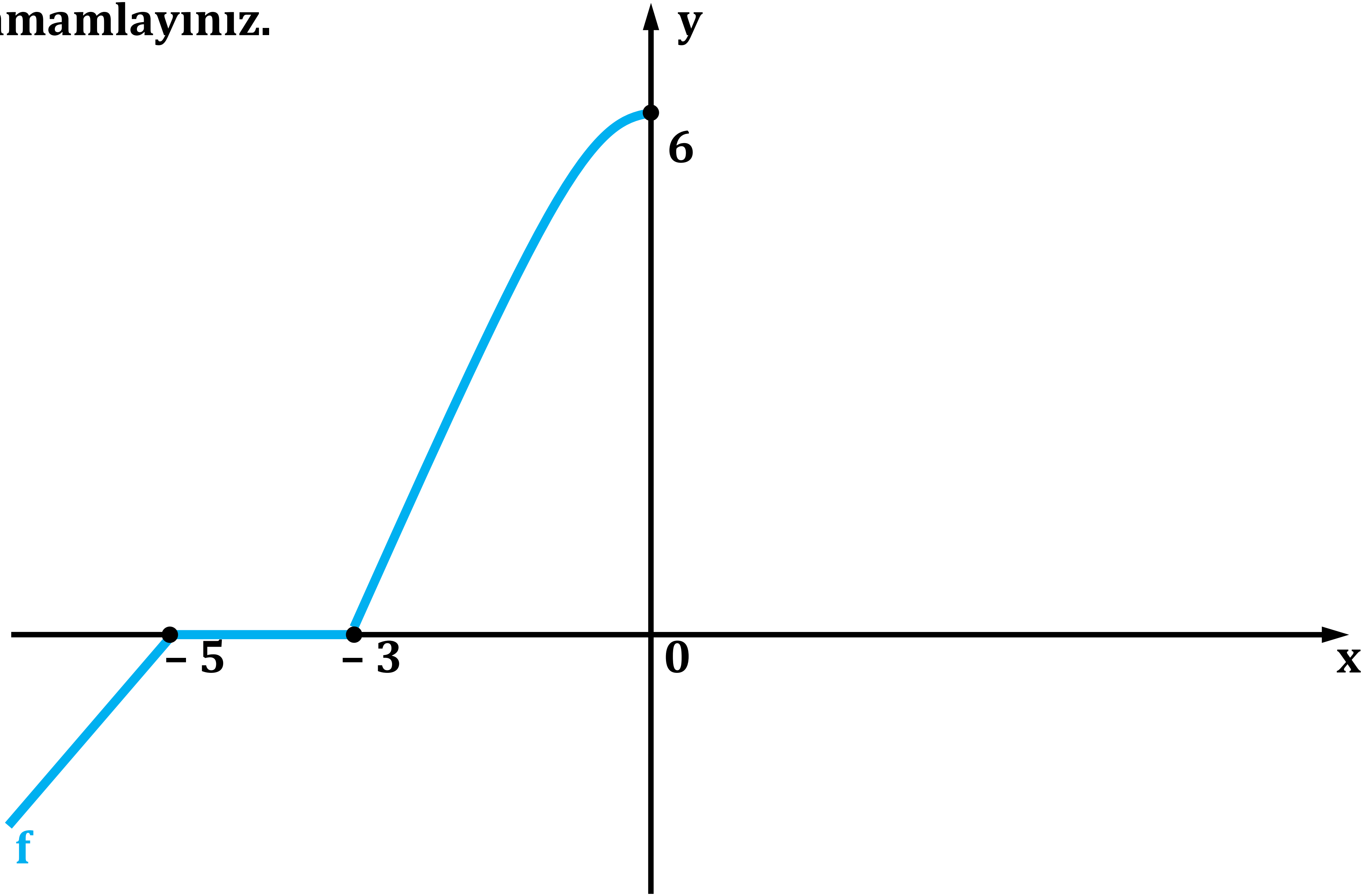


Hatırlatma : $f(-x) = -f(x)$ **ise f'e " tek fonksiyon " adı verilirdi.**

Soru : A) **Altta grafiğinin bir kısmı verilen f tek fonksiyonunun grafiğini tamamlayınız.**



B) **Altta grafiğinin <u>bir kısmı</u> verilen f <u>çift</u> fonksiyonunun grafiğini tamamlayınız.**



Soru : $f(x) = 4 - x^2$ fonksiyonunun tek ya da çift fonksiyon olma durumunu inceleyiniz. **(İster fonksiyonun grafiği çizilir, isterse de hatırlatmalar kullanılır.)**

Soru : **Alttaki fonksiyonların tek ya da çift fonksiyon olma durumunu inceleyiniz.**

A) $f(x) = 5x$

B) $f(x) = x^2 + 4x - 5$

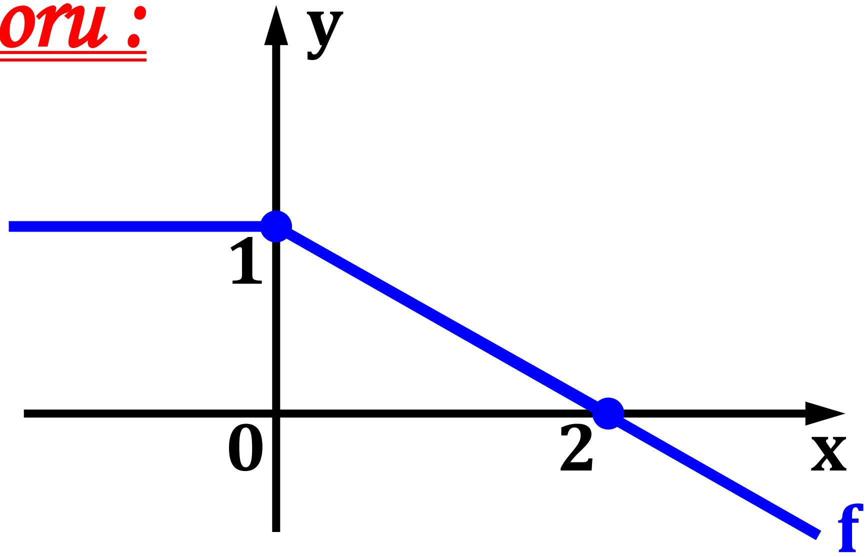
C) $f(x) = \dfrac{x^2 + 3}{2x}$

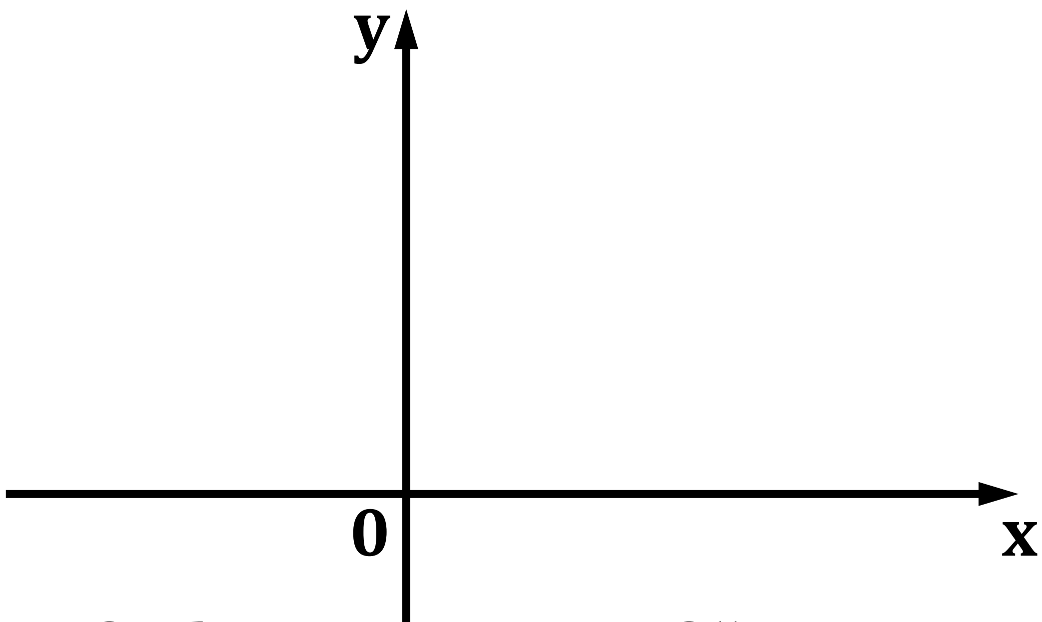
Fonksiyonların Dönüşümleri

1. Durum : ($y = f(x) \mp a$ Durumu)

$y = f(x)$ fonksiyonunun grafiği verilsin. $y = f(x) + a$ durumunda grafik a br yukarı, $y = f(x) - a$ durumunda ise grafik a br aşağı kaydırılır. Önceki grafiğe göre yeni grafiğin noktaları belirlenir. *** Değişim x değerlerinde değil, y değerlerindedir.

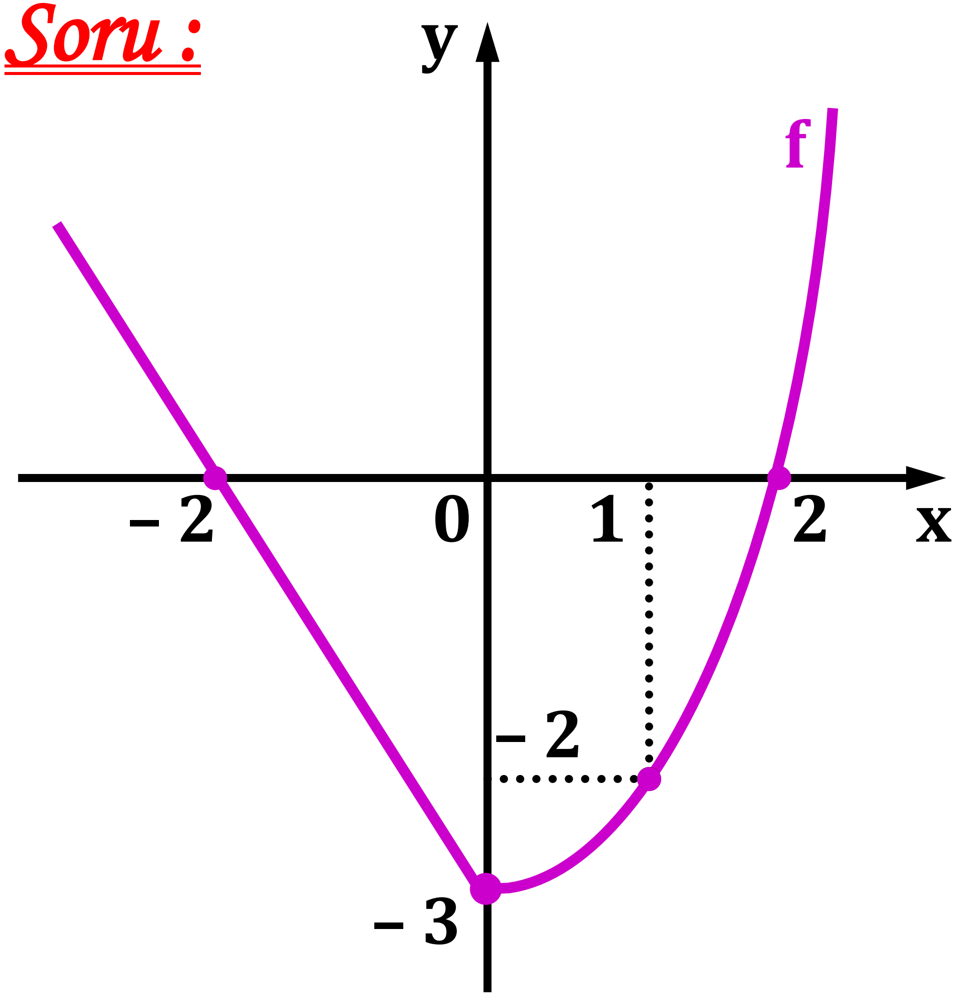
Soru :

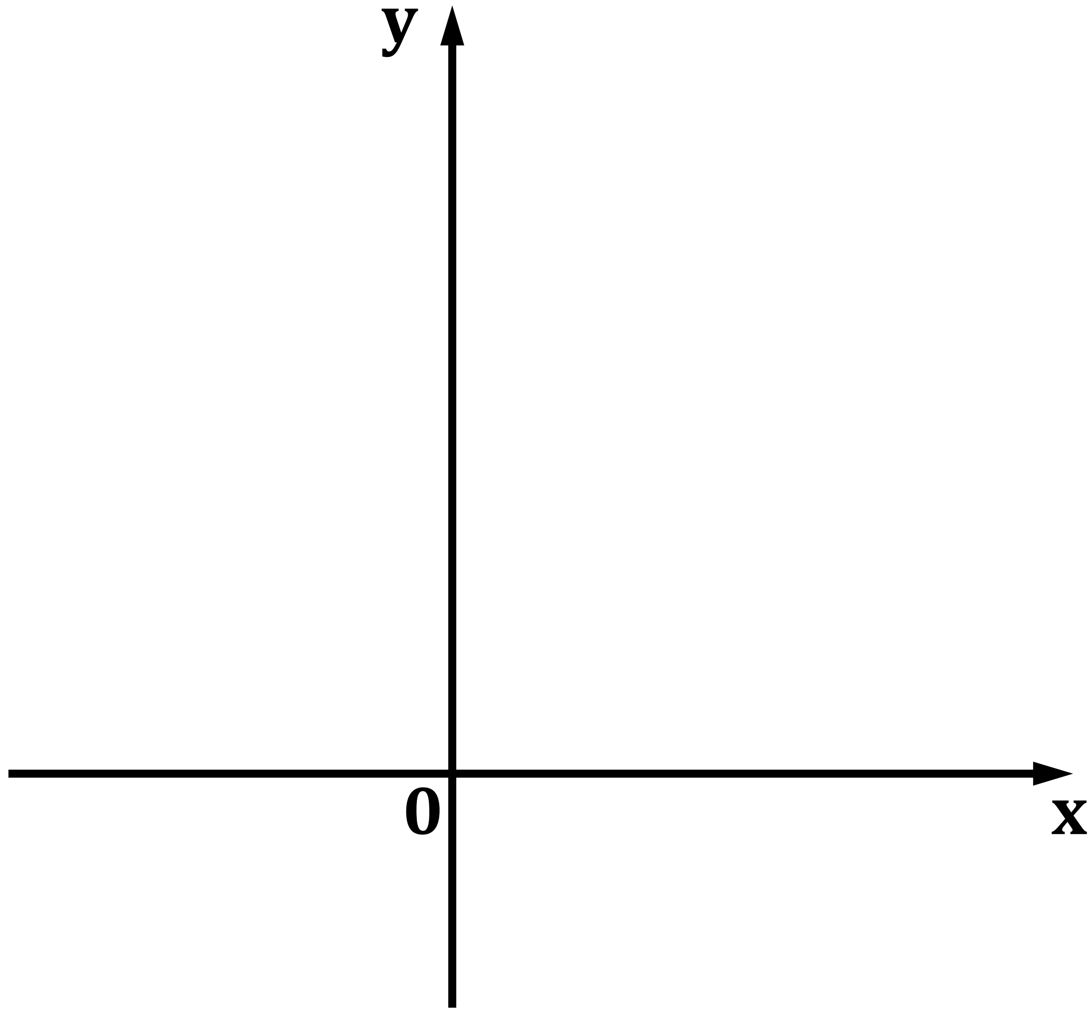




Verilen grafiğe göre $y = f(x) + 1$ fonksiyonunun grafiğini çiziniz.

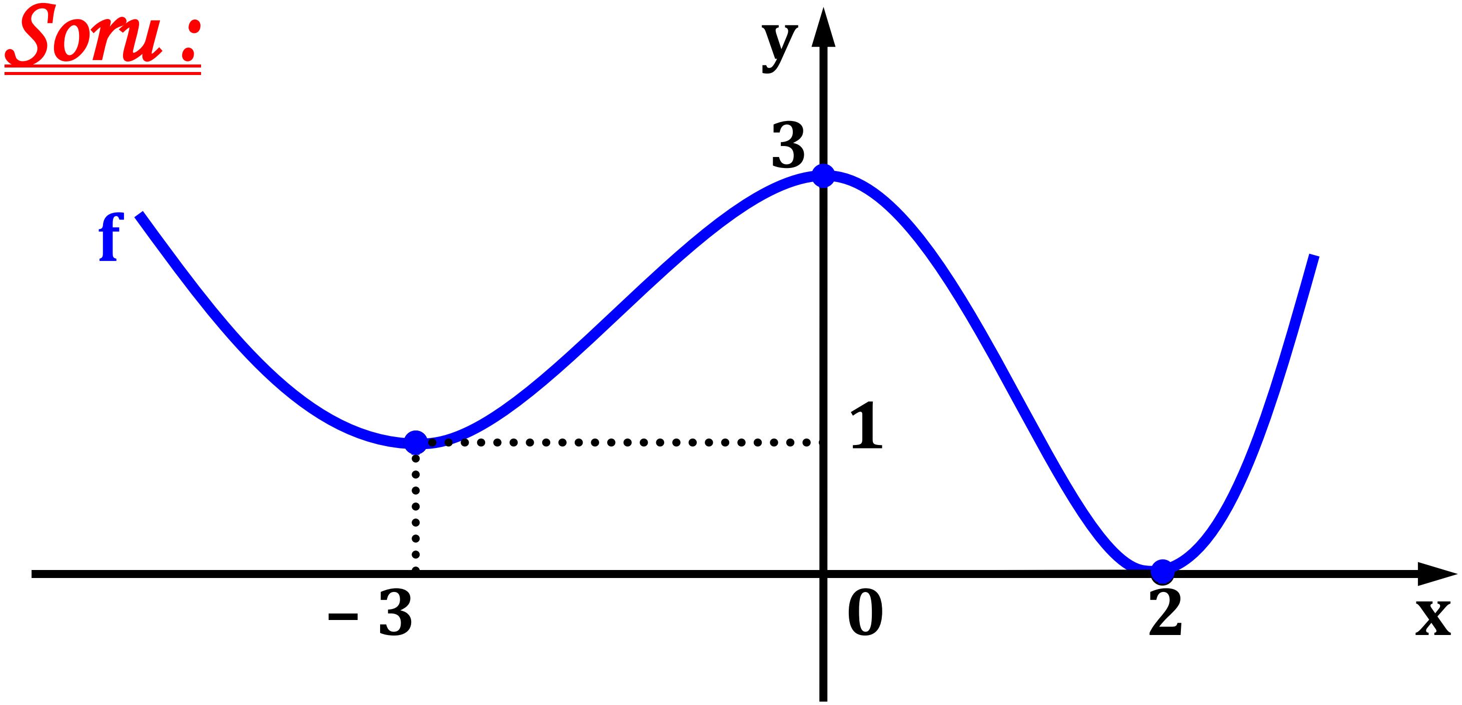
Soru :



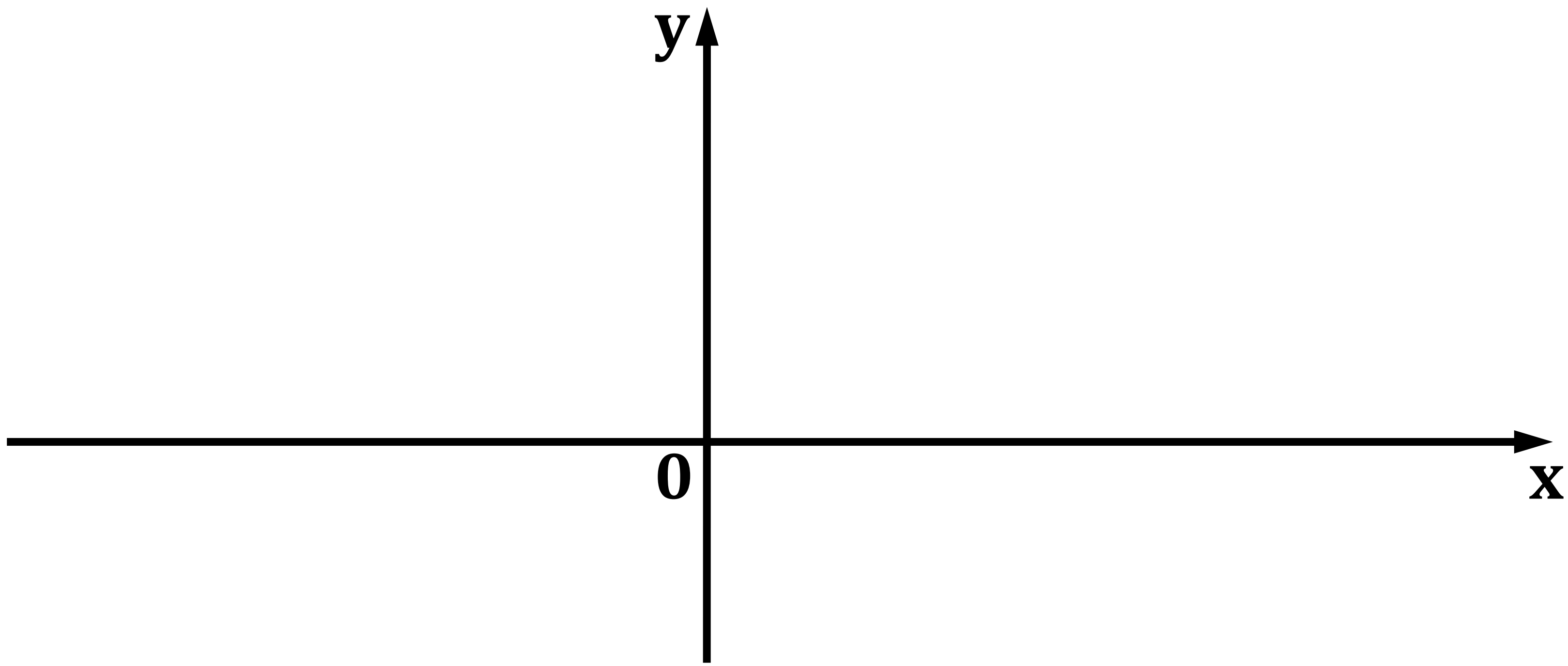


Verilen grafiğe göre $y = f(x) + 2$ fonksiyonunun grafiğini çiziniz.

Soru :



Verilen grafiğe göre $y = f(x) - 1$ fonksiyonunun grafiğini çiziniz.



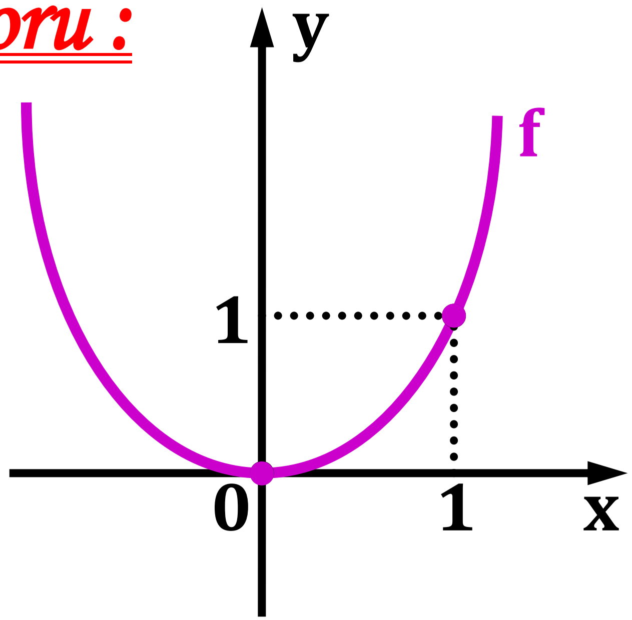
Soru : $y = f(x) = 3x + 12$ **fonksiyonunun grafiği 4 br aşağı kaydırıldığında fonksiyonun denklemi ne olur ?**

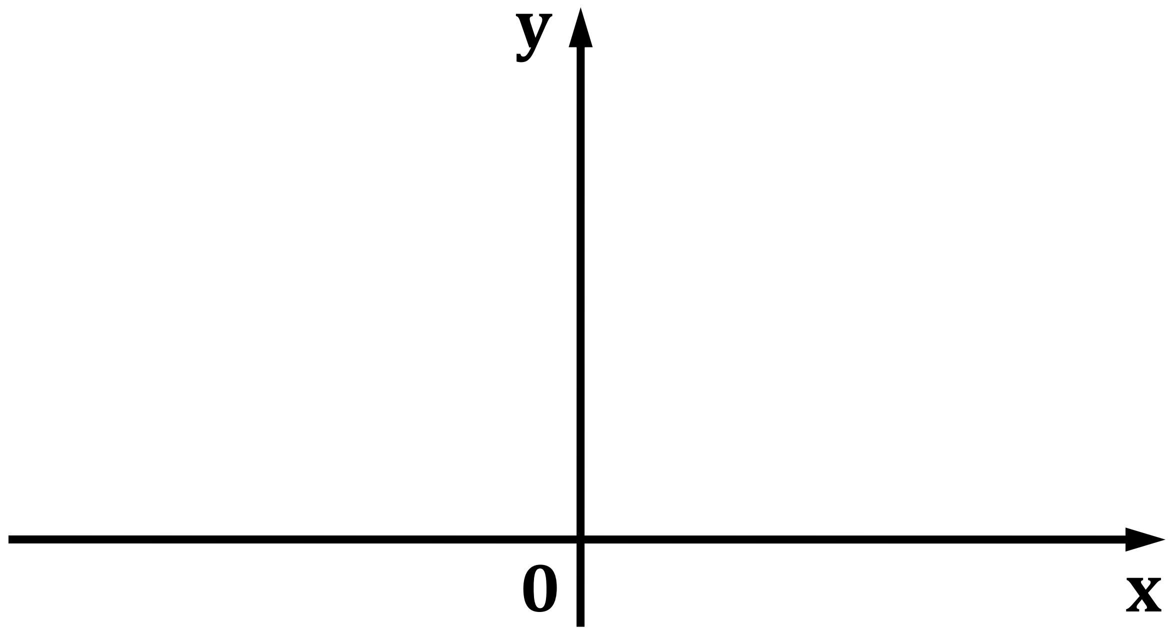
Soru : $y = f(x) = 6 - 5x$ **fonksiyonunun grafiği 5 br yukarı kaydırıldığında fonksiyonun denklemi** $h(x) = mx + n$ **oluyorsa** $m . n = ?$

2. Durum : **($y = f(x \mp a)$ Durumu)**

$y = f(x)$ fonksiyonunun grafiği verilsin. $y = f(x + a)$ durumunda grafik a br sola, $y = f(x - a)$ durumunda ise grafik a br sağa kaydırılır. Önceki grafiğe göre yeni grafiğin noktaları belirlenir. *** Değişim y değerlerinde değil, x değerlerindedir.

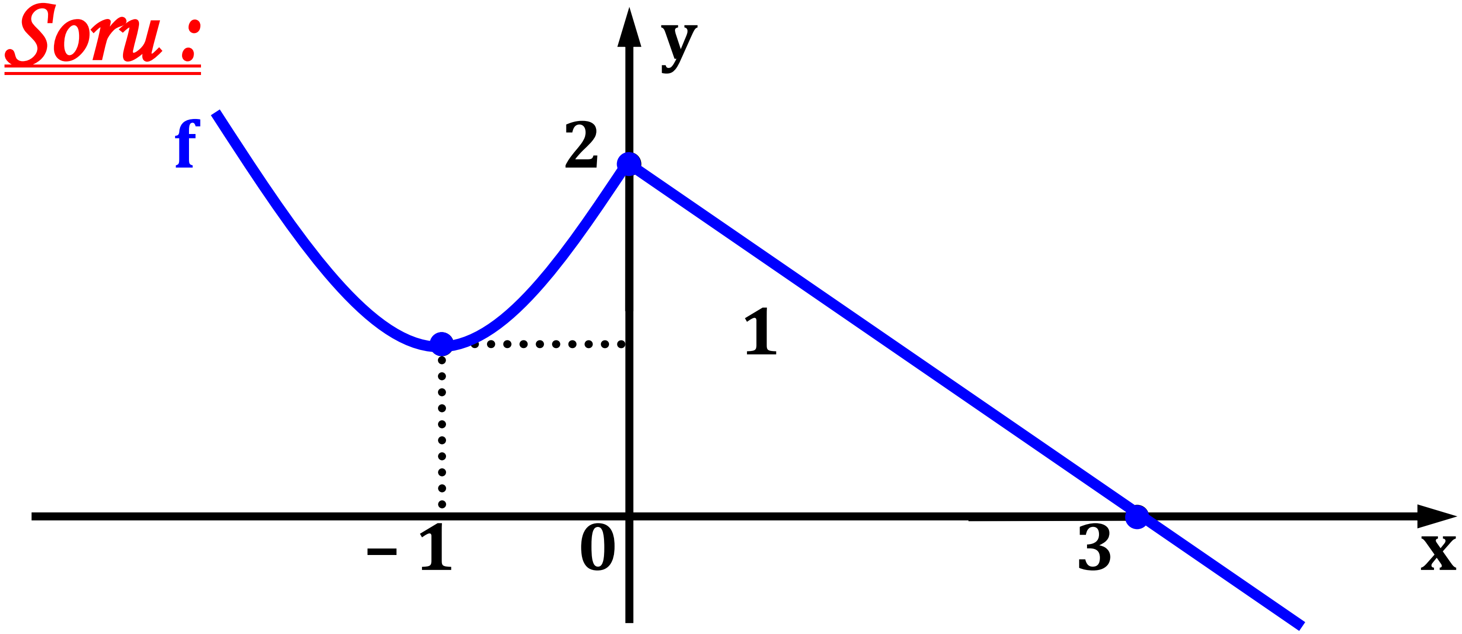
Soru :





Verilen grafiğe göre $y = f(x + 2)$ fonksiyonunun grafiğini çiziniz.

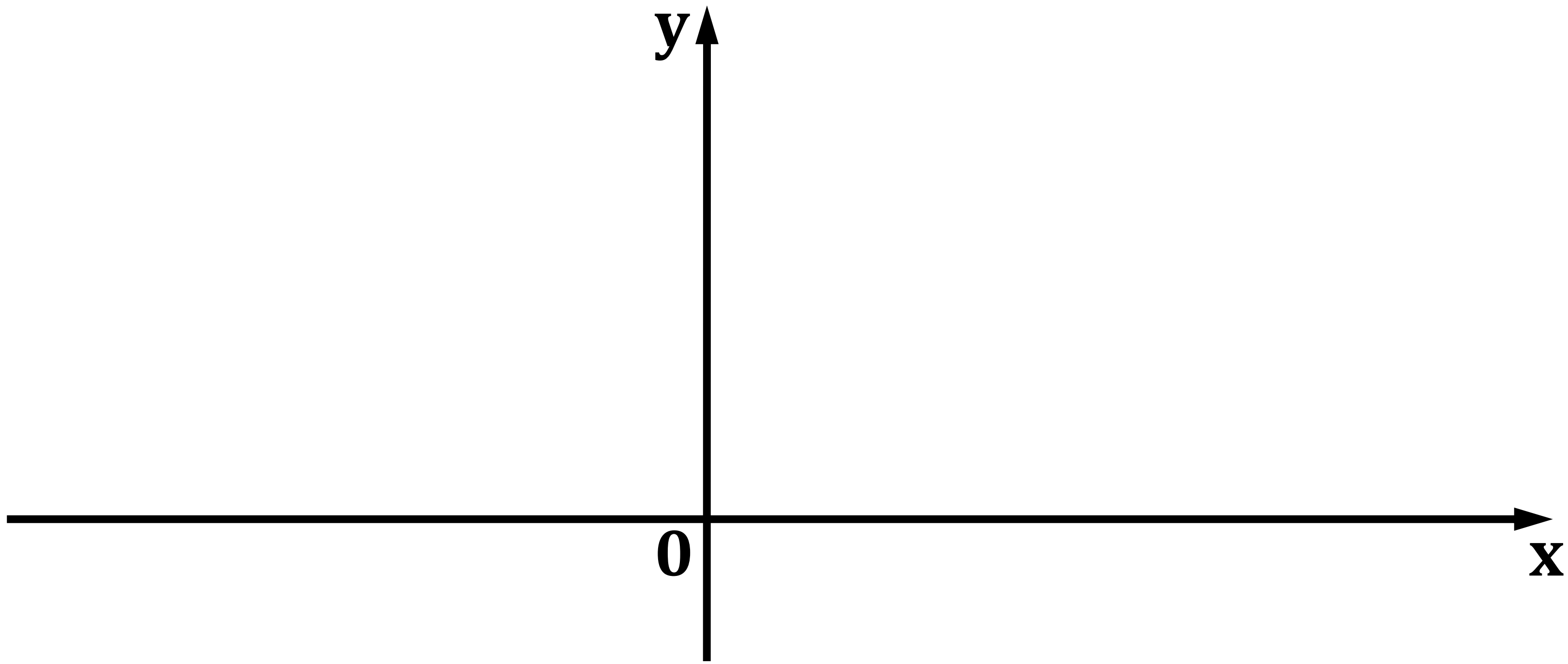
Soru :



Verilen grafiğe göre

$y = f(x - 1)$

fonksiyonunun grafiğini çiziniz.



Soru : **$f(x) = 2x + 4$ fonksiyonunun grafiği 3 br <u>sola</u> kaydırıldığında fonksiyonun denklemi ne olur ?**

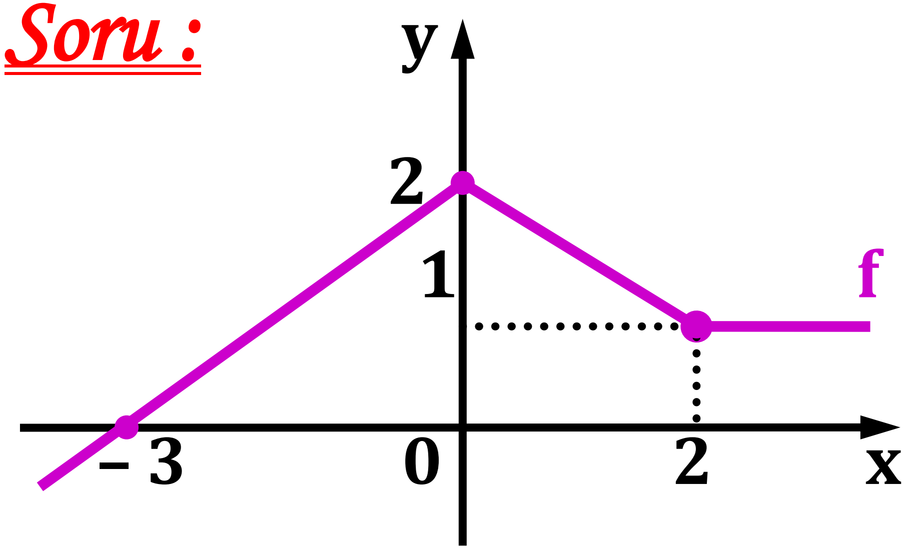
Soru : **f (x) = 3x – 5 fonksiyonunun grafiği önce 2 br <u>sağa</u> sonra da 4 br <u>yukarı</u> doğru ötelenerek (kaydırılarak) k (x) = ax + b fonksiyonu elde ediliyor. Buna göre a . b = ?**

Soru : **$f(x) = (x+4)^2$ fonksiyonunun grafiği önce 1 br <u>sola</u> sonra da 2 br <u>aşağı</u> doğru ötelenerek $k(x) = x^2 + mx + n$ fonksiyonu elde ediliyor. Buna göre $m + n = ?$**

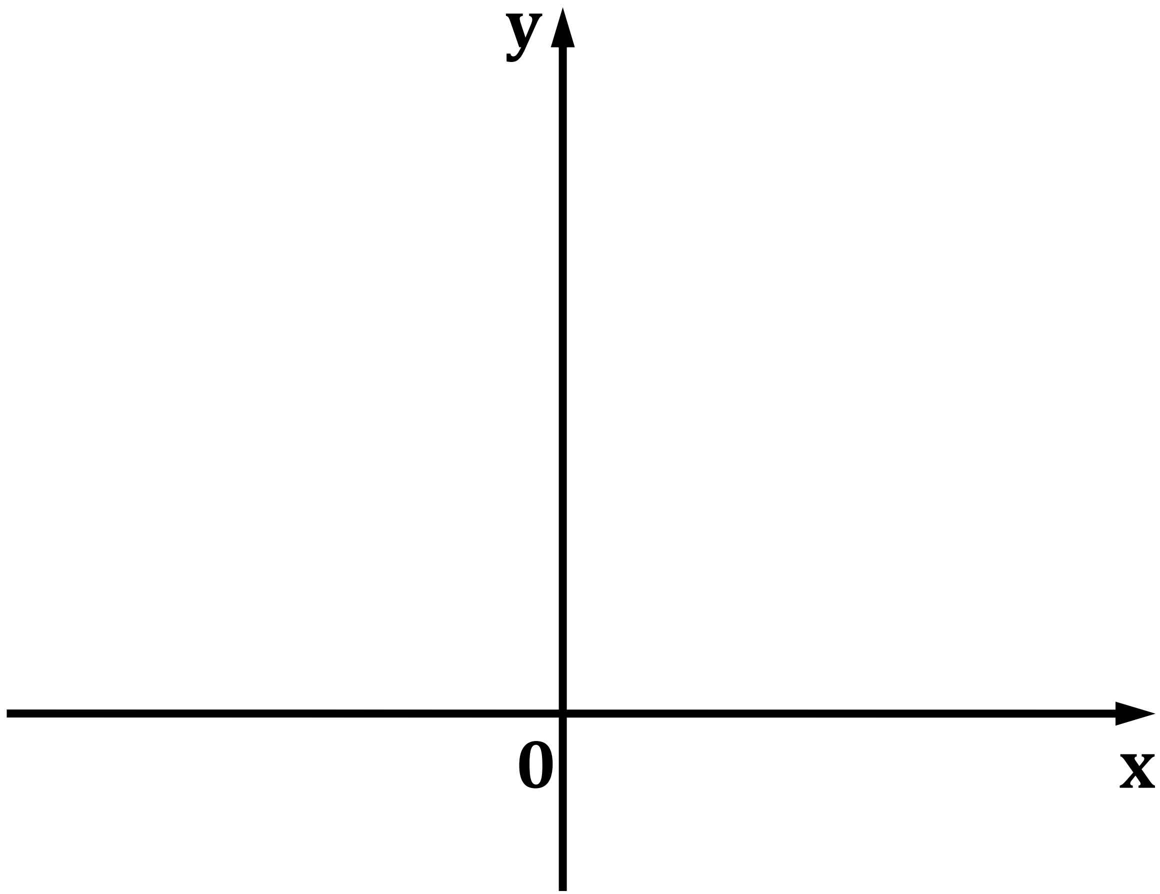
3. Durum : ($y = a f(x)$ Durumu)

$y = f(x)$ fonksiyonunun grafiği verilsin. $y = a f(x)$ durumunda x değerleri aynı kalır. y değerleri ise a ile çarpılır. Grafik bir öncekine benzer olur. ($a > 0$ olmalıdır.)

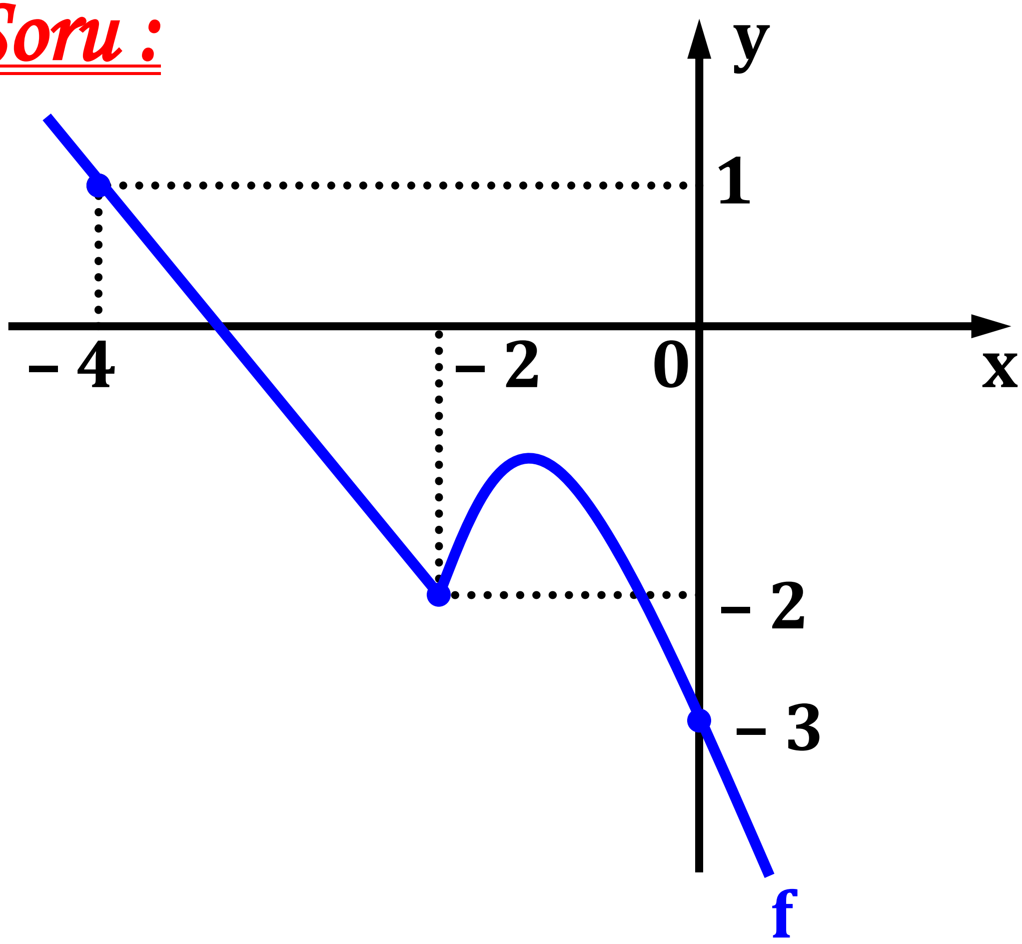
Soru :

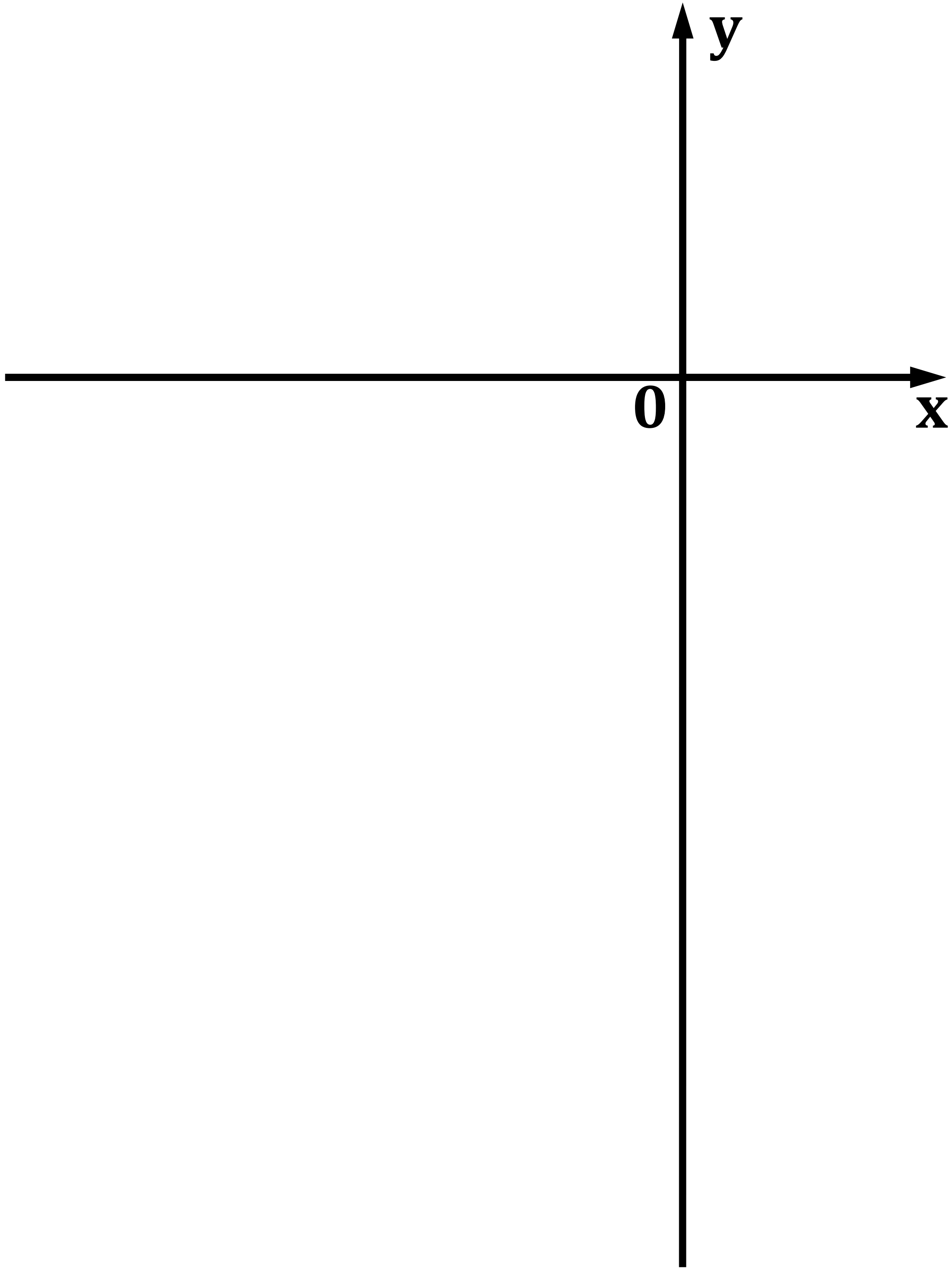


Verilen grafiğe göre $y = 2 f(x)$ fonksiyonunun grafiğini çiziniz.



Soru :



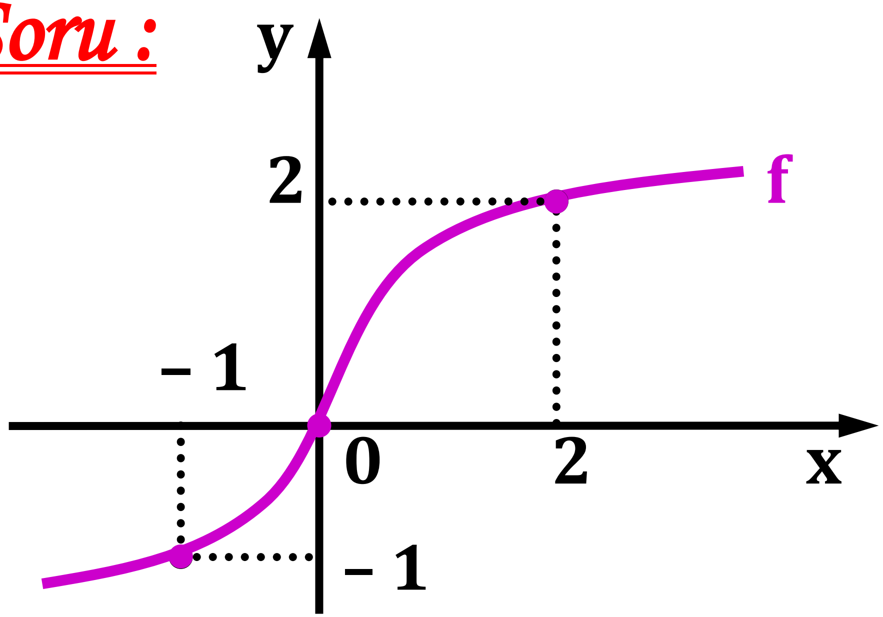


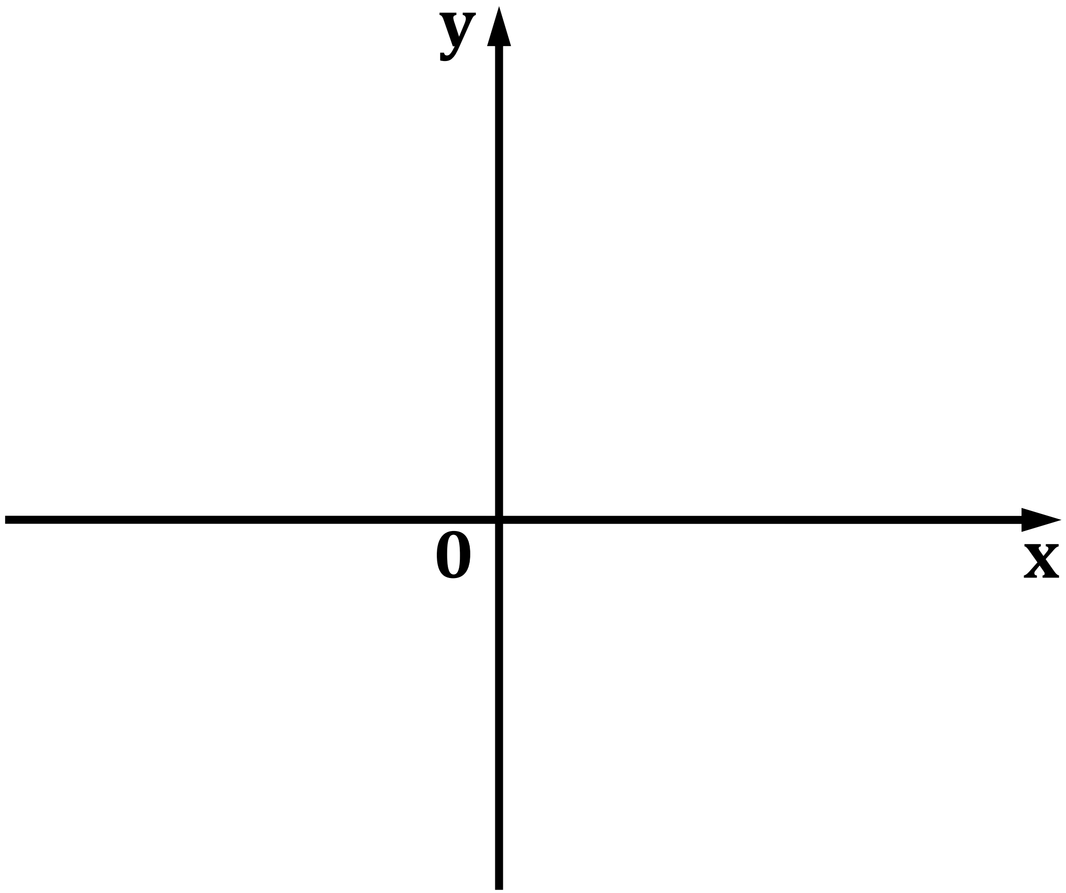
Verilen grafiğe göre
$y = 3f(x)$
fonksiyonunun
grafiğini çiziniz.

4. Durum : ($y = -f(x)$ Durumu)

$y = f(x)$ fonksiyonunun grafiği verilsin. $y = -f(x)$ durumunda, $y = f(x)$ fonksiyonunun grafiğinin **x eksenine göre simetriği alınır.**

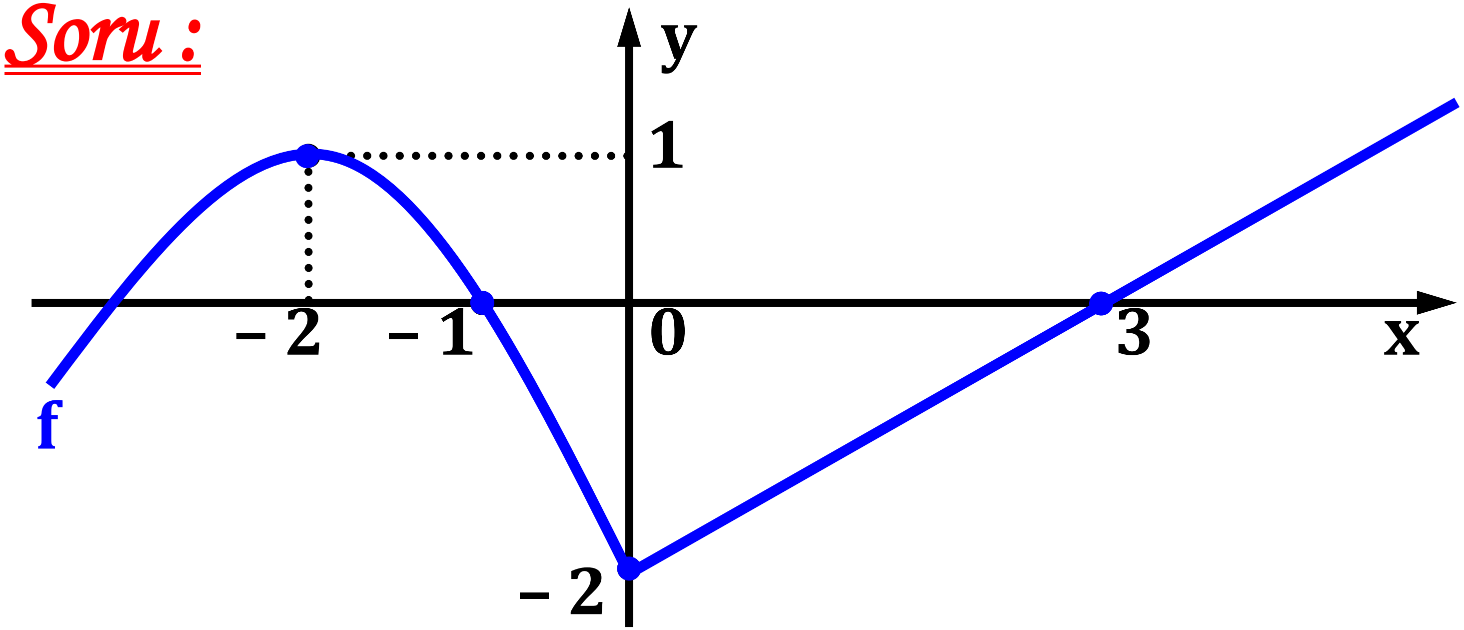
Soru :



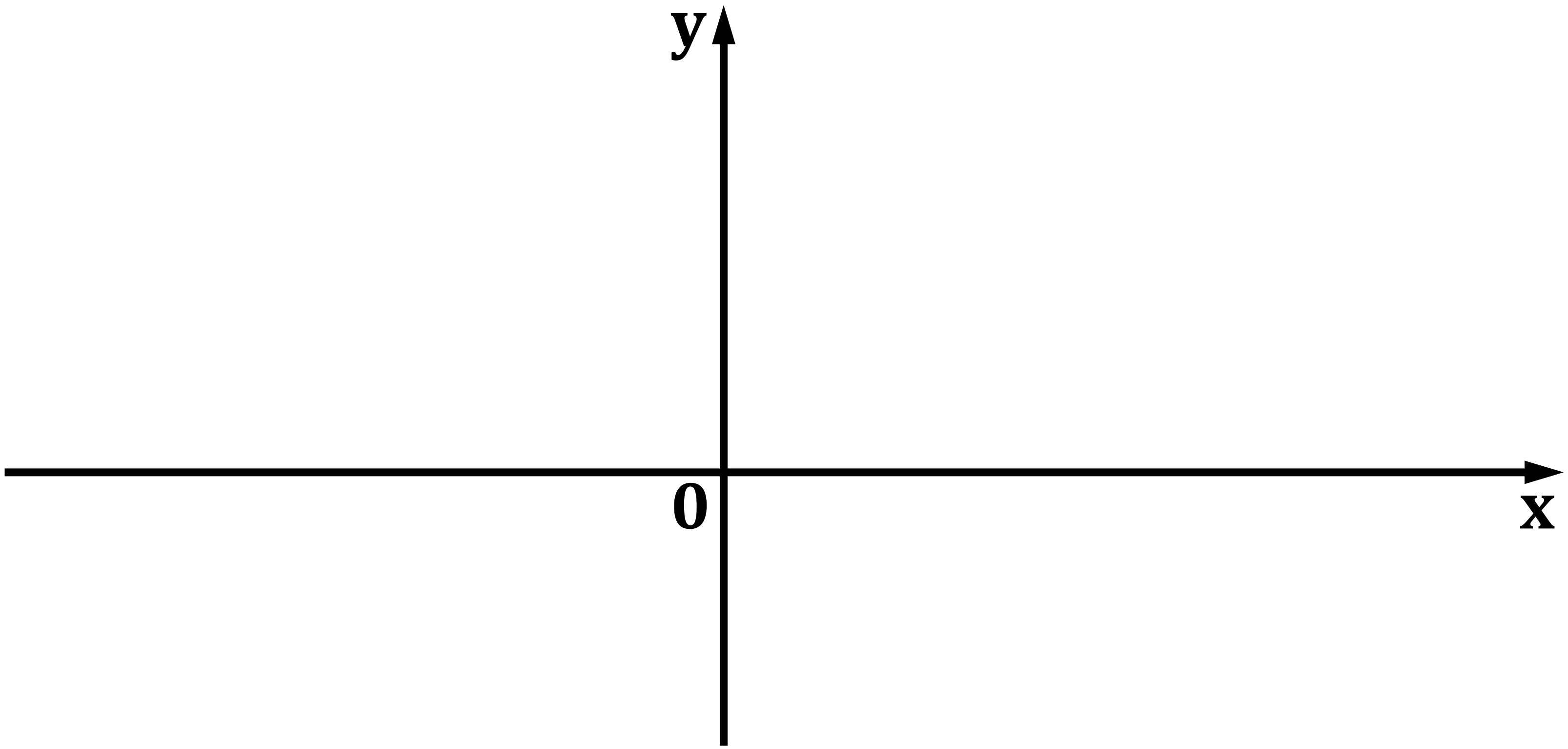


Verilen grafiğe göre $y = -f(x)$ fonksiyonunun grafiğini çiziniz.

Soru :



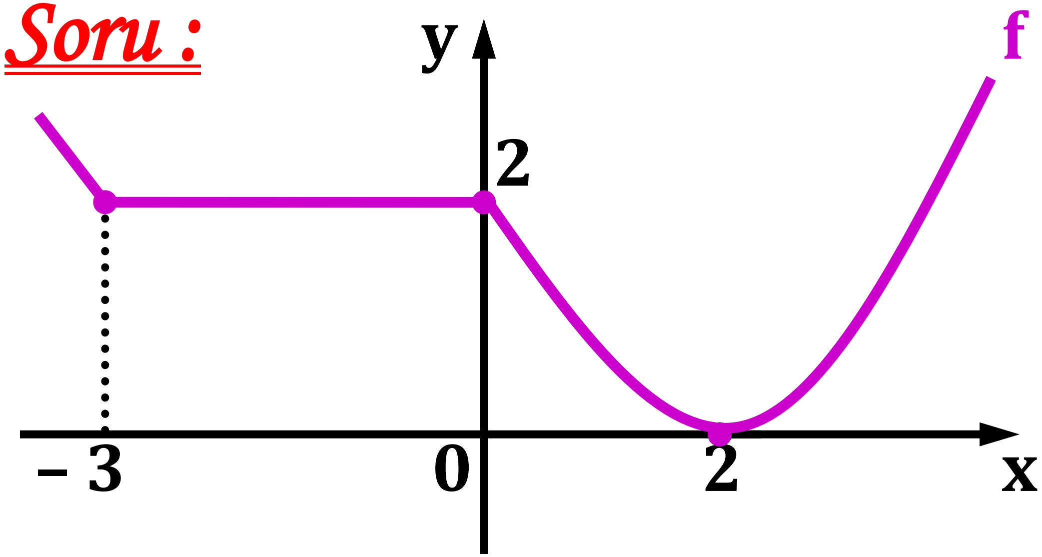
Verilen grafiğe göre $y = -f(x)$ fonksiyonunun grafiğini çiziniz.



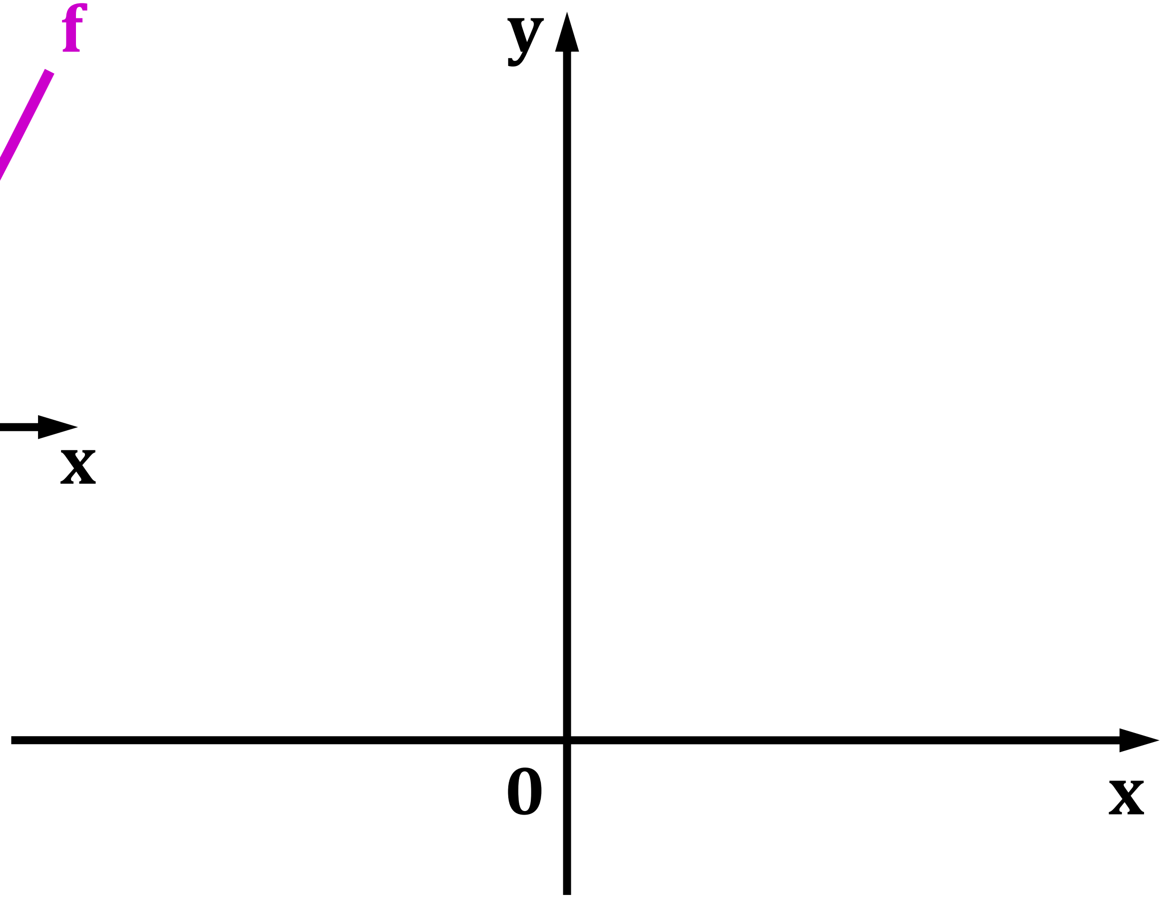
5. Durum : ($y = f(-x)$ Durumu)

$y = f(x)$ fonksiyonunun grafiği verilsin. $y = f(-x)$ durumunda, $y = f(x)$ fonksiyonunun grafiğinin y eksenine göre simetriği alınır.

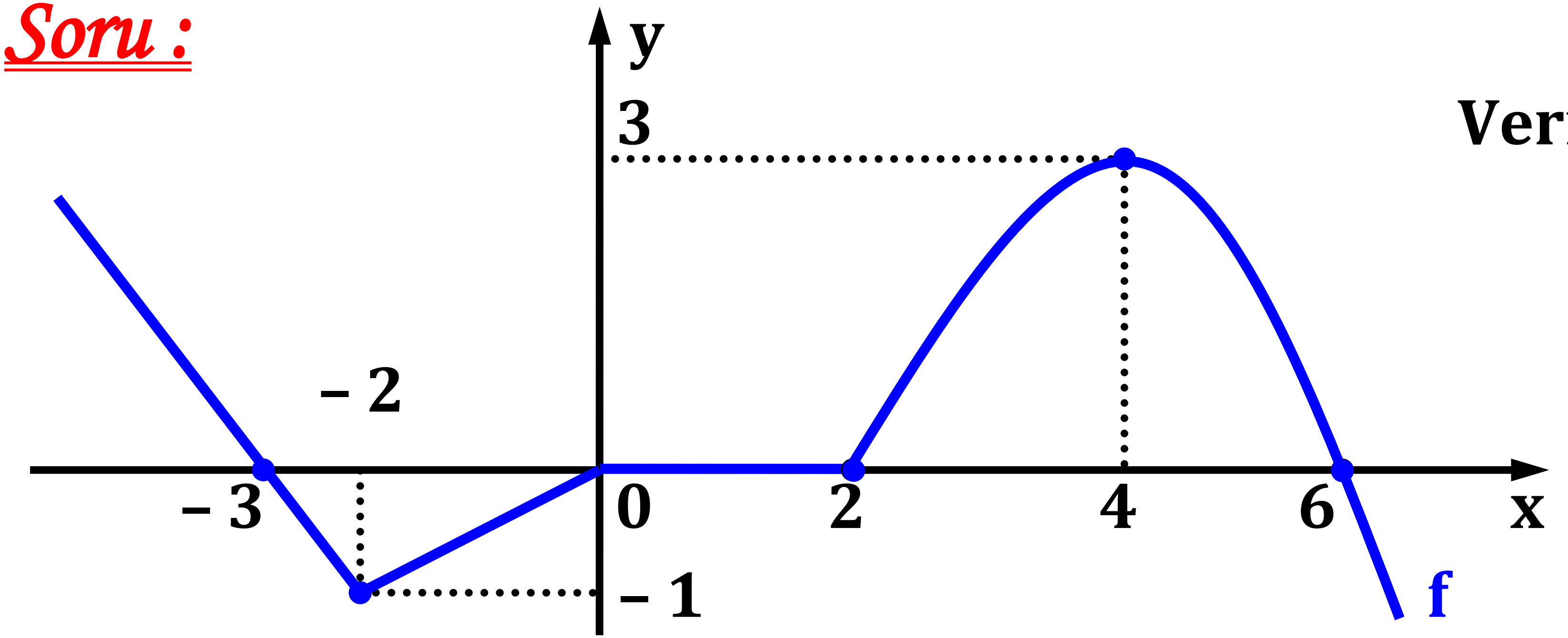
Soru :



Verilen grafiğe göre $y = f(-x)$ fonksiyonunun grafiğini çiziniz.



Soru :

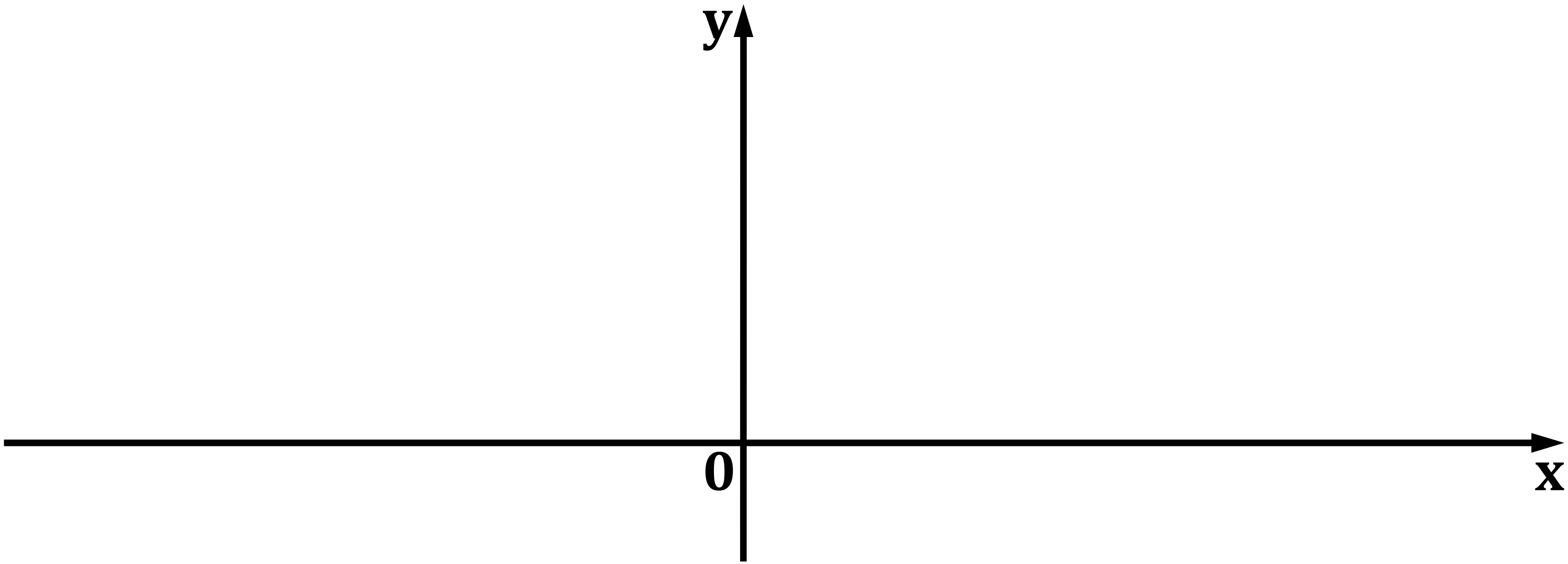


Verilen grafiğe göre

$y = f(-x)$

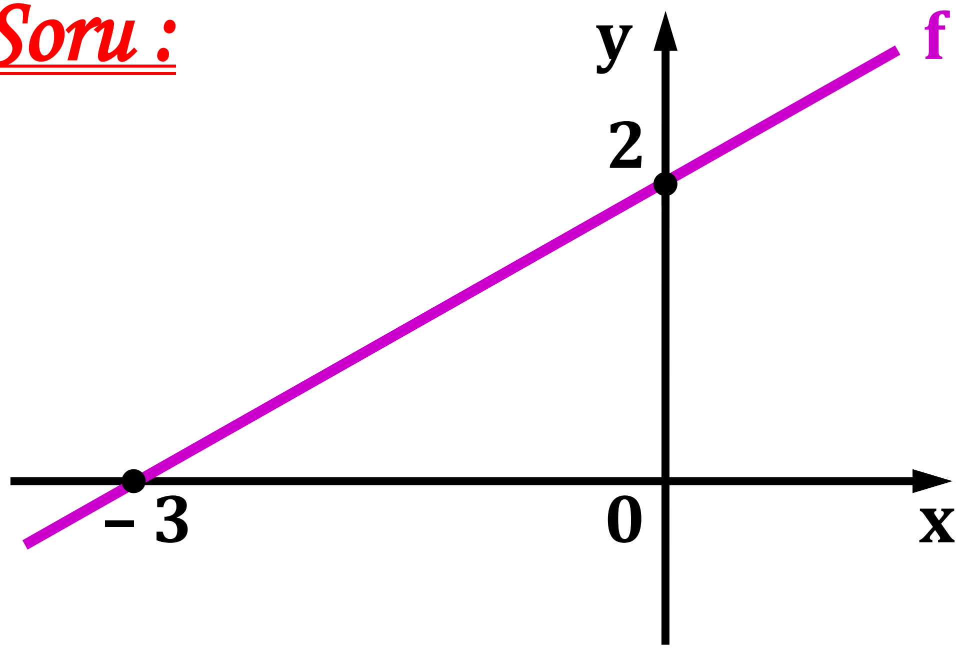
fonksiyonunun

grafiğini çiziniz.



Not : **Birden fazla kural birlikte verilirse işlem önceliğine [1) Parantez içi , 2) Çarpma , 3) Toplama – çıkarma] dikkat edilir.**

Soru :



Verilen grafiğe göre

$y = f(x - 2) + 1$

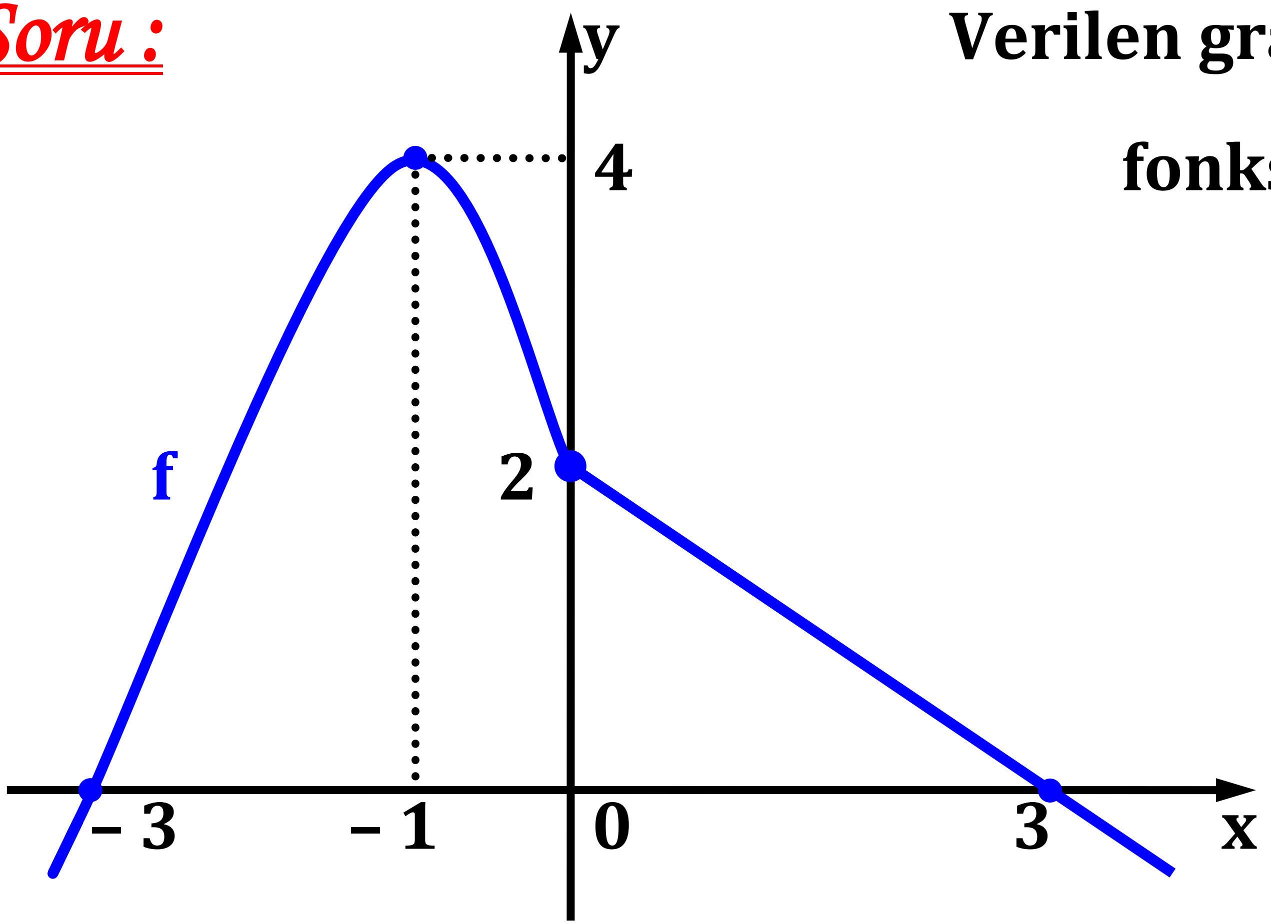
fonksiyonunun

grafiğini çiziniz.

1) $y = f(x - 2)$**'in grafiği çizilir.**

2) $y = f(x-2)+1$ **'in grafiği çizilir.**

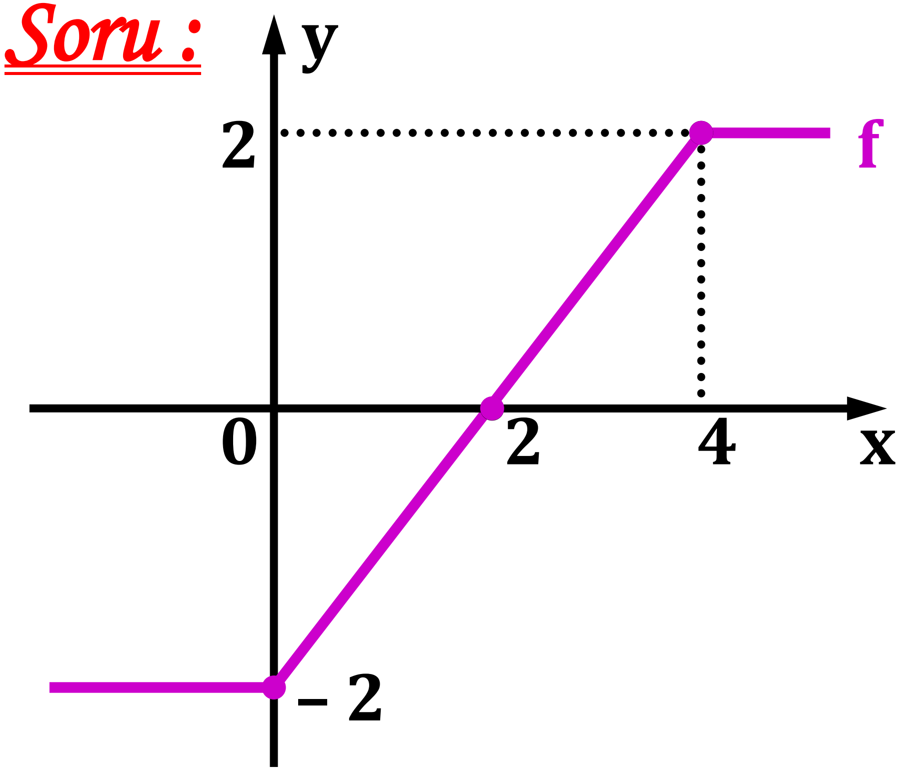
Soru :



Verilen grafiğe göre $y = \dfrac{f(x)}{2} - 1$

fonksiyonunun grafiğini çiziniz.

Soru :



Verilen grafiğe göre

$$y = 3f(x+2)$$

fonksiyonunun

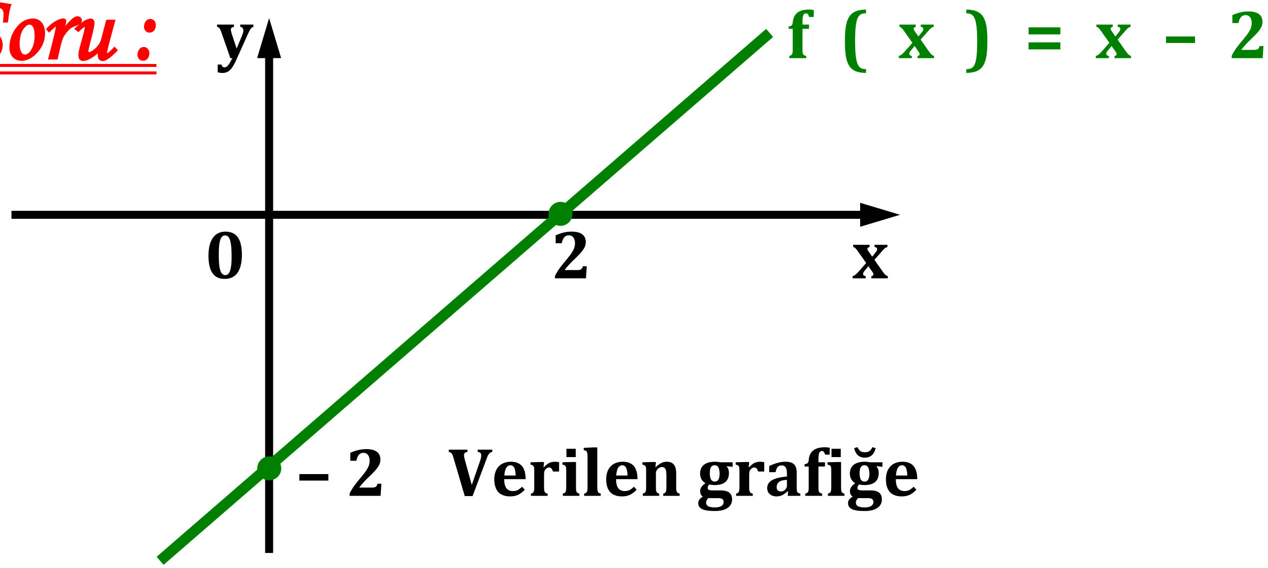
grafiğini çiziniz.

6. Durum : **(y = f (a x) Durumu)**

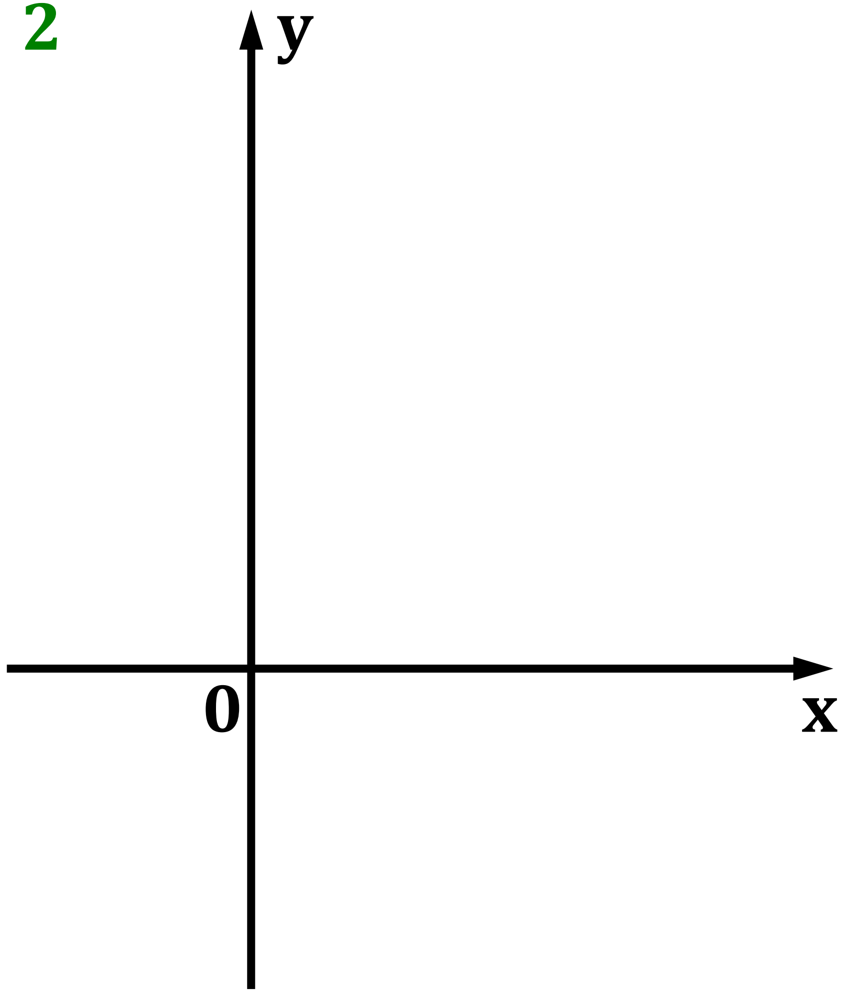
a ≠ 0 ve a ∈ ℝ olmak üzere y = f (x) fonksiyonunun grafiğinde, tanım kümesinin tüm elemanları (yani x değerleri) a ile bölünürse y = f (a x) fonksiyonunun grafiği elde edilmiş olur.

a ≠ 0 ve a ∈ ℝ olsun. f (x) bir parabol olmak üzere f (a x) in grafiğinin kolları arasındaki açıklık f (x) in kolları arasındaki açıklığın 1 / a katına eşittir.

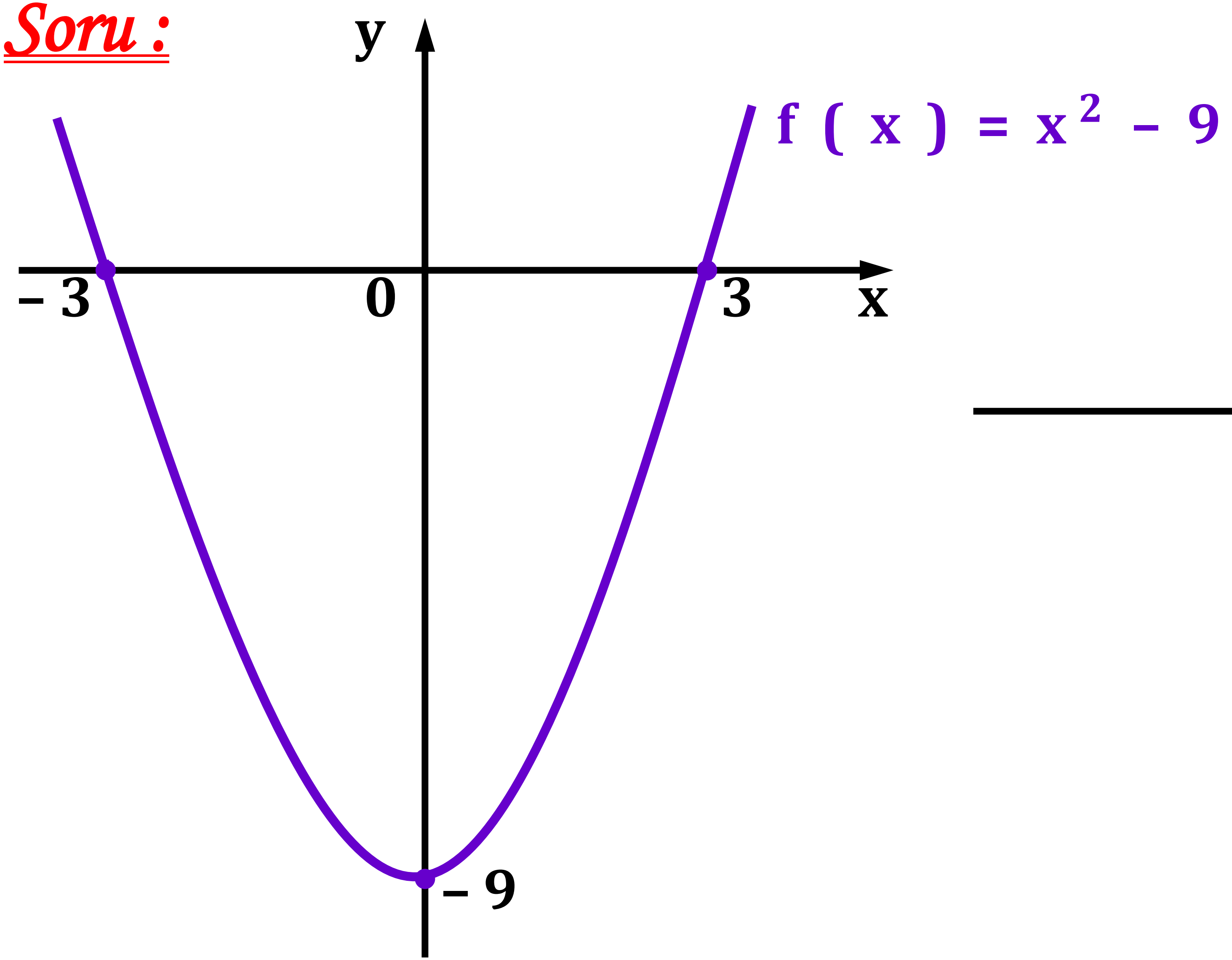
Soru :

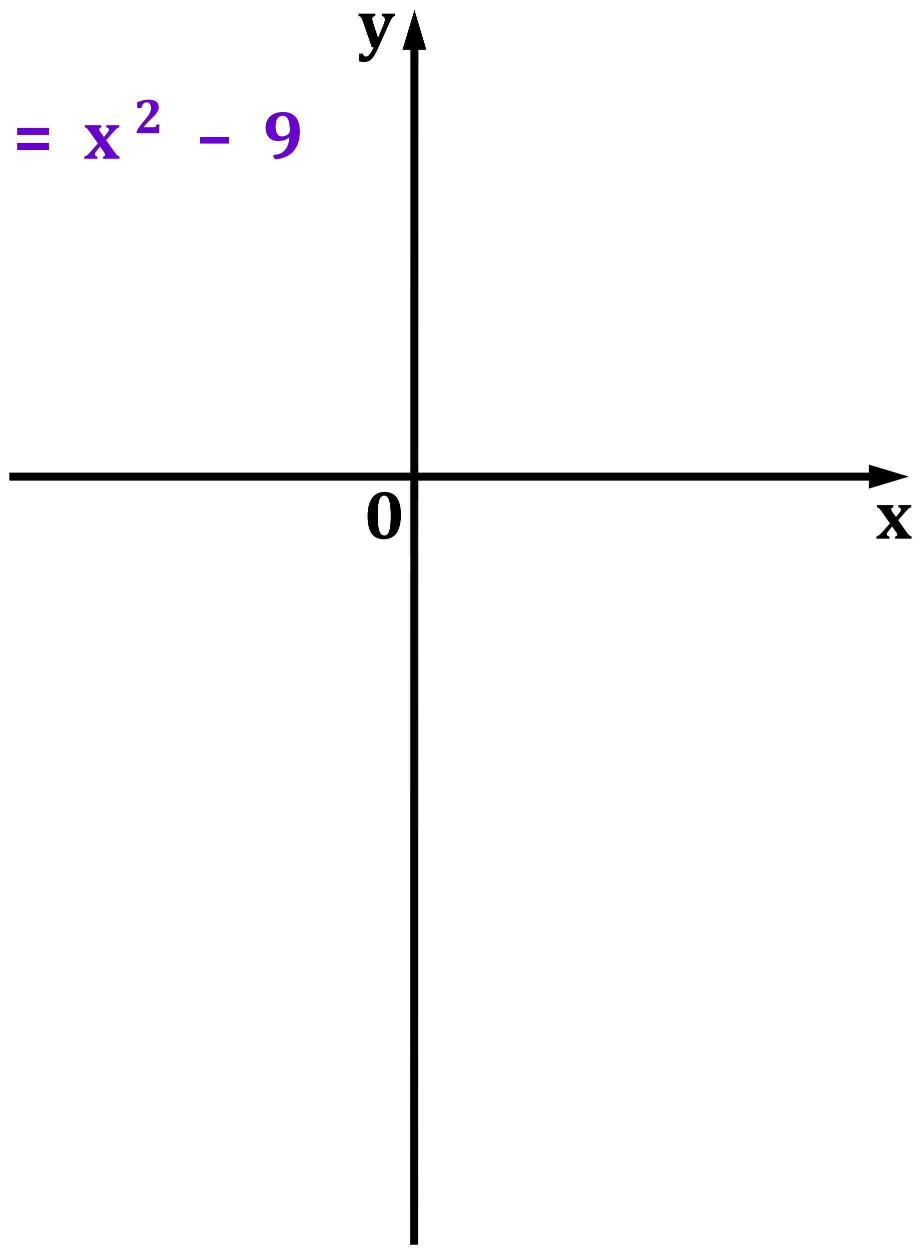


Verilen grafiğe göre $y = f(2x)$'in grafiğini çiziniz.



Soru :





Verilen grafiğe göre
$y = f(3x)$'in
grafiğini çiziniz.

Hatırlatma : $f : A \longrightarrow B$ fonksiyonunda **A tanım kümesi , B ise değer kümesi** idi. $y = f(x)$ için $x \in A$ ve $y \in B$ idi.

Soru : $f : [-8 , 12] \longrightarrow (2 , 9)$ olsun. $y = f(x)$ fonksiyonu için;

A) $y = f(4x)$ fonksiyonunun tanım kümesini bulunuz.

B) $y = 2f(x)$ fonksiyonunun değer kümesini bulunuz.

Soru : $f : (-2 , 4] \longrightarrow \mathbb{R}$ **olsun.** $y = f(x)$ **fonksiyonu için** $y = f\left(\dfrac{x}{2}\right)$ **fonksiyonunun tanım kümesini bulunuz.**

İkinci Dereceden İki Bilinmeyenli Denklem Sistemleri

a , b , c ∈ ℝ ; a ve b sıfırdan farklı, x ve y değişkenler olmak üzere $ax + by + c = 0$ denklemi birinci dereceden iki bilinmeyenli denklemdir.

Birinci dereceden iki bilinmeyenli en az iki denklemin oluşturduğu sisteme de birinci dereceden iki bilinmeyenli denklem sistemi adı verilir.

$$\left.\begin{array}{l} 3x - 4y = 8 \\ x + 2y = 11 \end{array}\right\}$$

Solda verilen denklemler birinci dereceden iki bilinmeyenli bir denklem sistemi idi.

$$\left.\begin{array}{l} x + y = 5 \\ x^2 + 3xy - y = 2 \end{array}\right\}$$

Solda verilen denklemler ise ikinci dereceden iki bilinmeyenli bir denklem sistemidir.

İki bilinmeyenli <u>en az iki denklemden</u> oluşan sistemin denklemlerinden en <u>az biri ikinci dereceden denklem</u> ise bu sisteme “ ikinci dereceden iki bilinmeyenli denklem sistemi ” denir.

Not : **İkinci dereceden iki bilinmeyenli denklem sisteminin çözümünde taraf tarafa yok etme veya yerine yazma yöntemlerinden biri kullanılır. Çözümlerde çarpanlara ayırma metodundan faydalanılır. Tahmin ile de sayıları bulabiliriz. Yalnız sayılar iki denklemi de sağlamalıdır.**

Soru :
$$\left.\begin{array}{l} y^2 - x = 19 \\ y - x = 7 \end{array}\right\}$$
denklem sisteminin çözüm kümesini bulunuz.

Soru :

$$\left.\begin{aligned} x + y &= 10 \\ x^2 + y &= 40 \end{aligned}\right\}$$ **denklem sisteminin çözüm kümesini bulunuz.**

Soru :

$$\left.\begin{array}{l} 2x + y = 5 \\ x^2 - x + y = 23 \end{array}\right\}$$ **denklem sisteminin çözüm kümesini bulunuz.**

Soru :

$$\left.\begin{array}{l} 3x^2 - 2y^2 = 19 \\ y^2 - x^2 = -5 \end{array}\right\}$$ **denklem sisteminin çözüm kümesini bulunuz.**

Soru :

$$\left.\begin{array}{l} x + y = 4 \\ x^2 + x.y + y^2 = 13 \end{array}\right\}$$

denklem sisteminin çözüm kümesini bulunuz.

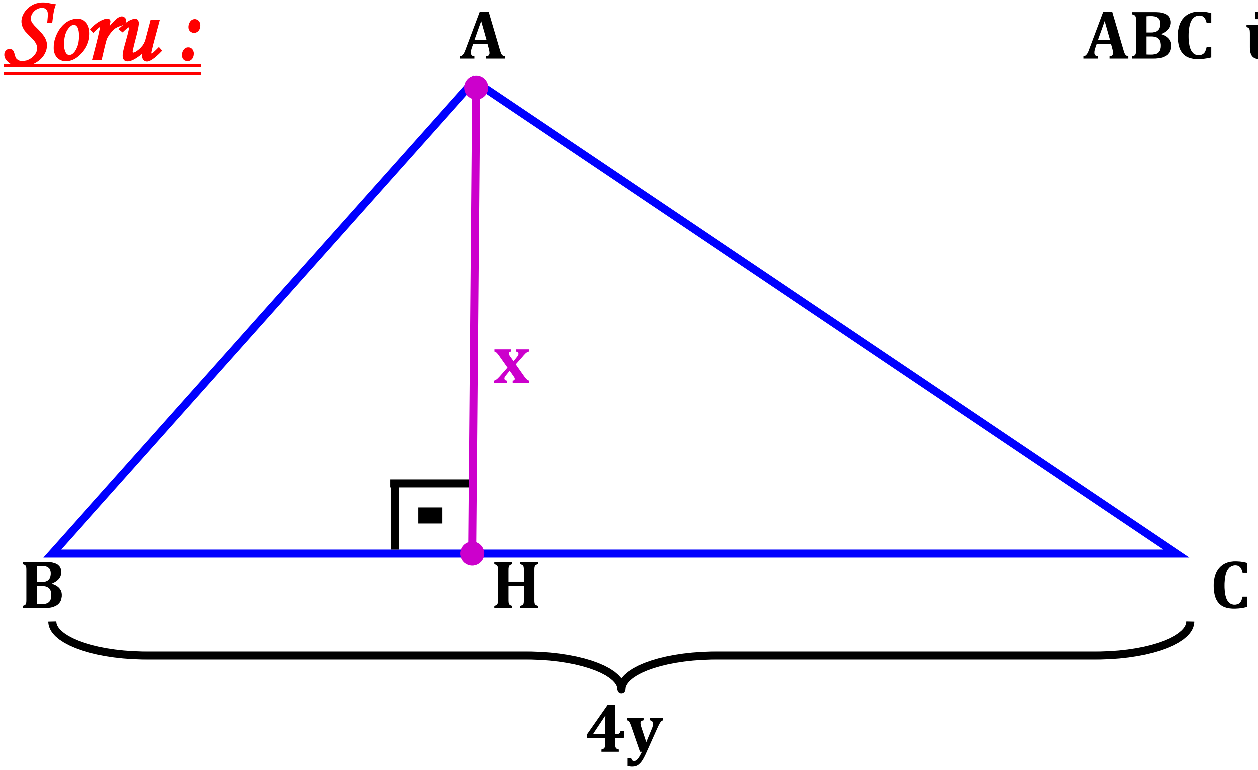
Soru : **İki sayının toplamı 4 olup, sayıların kareleri toplamı ise 40 'tır. Buna göre bu sayılar ne olmalıdır ?**

Soru :

$$\left.\begin{aligned} x - y &= 4 \\ x \, . \, y &= 45 \end{aligned}\right\}$$

denklem sisteminin çözüm kümesini bulunuz.

Soru :



ABC üçgeninin; alanı 30 br^2 olup $x + y = 8$ br ise (x, y) ikililerini bulunuz.

Soru : $\left.\begin{array}{l} x^2 + x.y = 36 \\ y^2 + x.y = 45 \end{array}\right\}$ denklem sisteminin çözüm kümesini bulunuz. **(Hatırlatma :**

$(x + y)^2 = x^2 + 2xy + y^2$ idi.)

Soru :

$$\left.\begin{aligned} x^2 - x.y + y^2 &= 12 \\ x^2 + x.y + y^2 &= 18 \end{aligned}\right\}$$

denklemleri için $x + y$ toplamının <u>pozitif</u> değeri kaçtır ?

Soru : $\left.\begin{array}{l} x^2 + 3x \,.\, y + y^2 = 45 \\ x^2 - 3x \,.\, y + y^2 = 15 \end{array}\right\}$ **denklemleri için x – y farkı-nın <u>negatif</u> değeri kaçtır ?**

Soru : $x^2 + y^2 + 6x + 10y + 34 = 0$ **eşitliğini sağlayan** x **ve** y **değerlerini bulunuz.** **(Not :** $a^2 + b^2 = 0$ **ise** $a = 0$ **ve** $b = 0$ **olmak zorundadır. Dolayısıyla verilen denklem tam kare olacak şekilde düzenleme yapılır.)**

Soru : $x^2 + y^2 + 40 + 12y - 4x = 0$ **eşitliğini sağlayan x ve y değerlerini bulunuz.**

İkinci Dereceden Bir Bilinmeyenli Eşitsizlikler

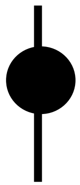
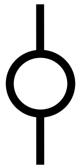
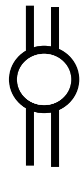
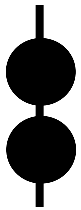
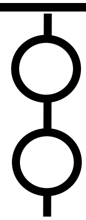
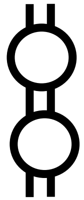
$a \neq 0$ ve $a, b, c \in \mathbb{R}$ olmak üzere $ax^2 + bx + c \geq 0$, $ax^2 + bx + c \leq 0$, $ax^2 + bx + c < 0$ ve $ax^2 + bx + c > 0$ ifadelerinin her birine " ikinci dereceden bir bilinmeyenli eşitsizlik " adı verilir .

$ax^2 + bx + c$ ifadesinin hangi aralıkta pozitif, hangi aralıkta negatif değer alacağını bulmak için $ax^2 + bx + c = 0$ denkleminde, denklemin kökleri bulunmaya çalışılır.

1) $\Delta = b^2 - 4ac > 0$ durumunda denklemin birbirinden farklı iki kökü vardır. Bu kökler (x_1 ve x_2) tabloda $-\infty$ ile $+\infty$ arasına sıra ile yazılır. Tabloda en sağda a 'nın işareti ile başlangıç yapılır. Sağdan sola doğru her aralıkta işaretler değişir.

x	$-\infty$ x_1	x_2	$+\infty$
$ax^2 + bx + c$	a 'nın işareti ile aynı	a 'nın işaretinin tersi	a 'nın işareti ile aynı

Not : İşaret tablosunda kullanılacak gösterimler aşağıdaki gibidir.

	Paydan Gelen Kök		Paydadan Gelen Kök
Tek Katlı (Tek adetli)			
Çift Katlı (Çift Adetli)			
	Eşitlik Durumu	Eşit Olmama Durumu	Eşitlik veya eşit olmama

Verilen eşitsizlik $\geq$, $\leq$ türünde ise tabloda köklerin bulunduğu çizgiye içi dolu yuvarlak işaret konur. Bu işaret kökün çözüm kümesine dahil olduğunu gösterir. Verilen eşitsizlik $>$, $<$ türünde ise tabloda köklerin bulunduğu çizgiye içi boş yuvarlak işaret konur. Bu işaret kökün çözüm kümesine dahil olmadığını gösterir. Verilen eşitsizliğe göre tablodan çözüm kümesinin aralığı bulunur.

2) $\Delta = b^2 - 4ac = 0$ durumunda denklemin eşit iki kökü (çakışık kök veya çift katlı kök) vardır.

x	$-\infty$	$x_1 = x_2$	$+\infty$
$ax^2 + bx + c$	a 'nın işareti ile aynı		a 'nın işareti ile aynı

Not : **c) İşaret tablosundaki kökün sağ ve sol tarafındaki aralıkların işareti a 'nın işaretiyle aynı olur.**

3) $\Delta = b^2 - 4ac < 0$ durumunda denkleminin reel kökü yoktur. Reel kök yoksa işaret tablosunda $(-\infty , +\infty)$ aralığında işaret a 'nın işaretiyle aynıdır.

x	$-\infty$	Reel kök yok	$+\infty$
$ax^2 + bx + c$		a 'nın işareti ile aynı	

Soru : $f(x) = x^2 + 2x - 3$ **fonksiyonunun işaret kontrolünü yapınız.**

Soru : $x^2 - x - 12 \geq 0$ **eşitsizliğinin çözüm kümesini bulunuz.**

Soru : **$2x^2 + 2x - 12 < 0$ eşitsizliğinin çözüm kümesini bulunuz.**

Soru : $-6x^2 + x + 2 > 0$ **eşitsizliğinin çözüm kümesini bulunuz.**

Soru : $x^2 + 8x + 16 \leq 0$ **eşitsizliğinin çözüm kümesini bulunuz.**

Soru : $-4x^2 + 12x - 9 < 0$ **eşitsizliğinin çözüm kümesini bulunuz.**

Soru : $3x^2 - 4x + 5 > 0$ **eşitsizliğinin çözüm kümesini bulunuz.**

Soru : $x^2 + 18x < 0$ **eşitsizliğinin çözüm kümesini bulunuz.**

Soru : **$x \geq x^2 - 2$ eşitsizliğinin çözüm kümesinde kaç tam sayı vardır ?** **(Elemanlar bir tarafa biriktirilir ve çözüm uygulanır.)**

Soru : **$x.(2x+5) < -7$ eşitsizliğinin çözüm kümesini bulunuz.**

Soru : $-4 + x^2 > 4.(x-2)$ **eşitsizliğinin çözüm kümesini bulunuz.**

Soru : **Karesi, kendisinin altı fazlasından büyük veya eşit olan sayıların çözüm aralığı ne olur ?**

Soru : Bir malın alış fiyatı x^2 ₺ , satış fiyatı ise $5x + 24$ ₺'dir. Satıcının bu üründen <u>kâr edebilmesi</u> amacıyla <u>en büyük</u> x tam sayı değeri için, ürünün alış ve satış fiyatı düşünüldüğünde satıcı kaç ₺ kâr elde etmiş olur ?

Soru : $3^{x^2 - 7x + 3} < \frac{1}{27}$ **eşitsizliğini sağlayan x sayılarının çözüm kümesini bulunuz.** **(Hatırlatma : Üslü ifadeli aynı tabanlı sorularda, taban bileşik kesirse büyük tarafın kuvveti de büyüktür.)**

Soru : $\left(1 / 2 \right)^{-x^2 + 4x} \leq \left(1 / 2 \right)^{4x - 9}$ **eşitsizliğini sağlayan x tam sayılarının toplamını bulunuz.** **(Hatırlatma : Üslü ifadeli aynı tabanlı sorularda, taban basit kesirse büyük tarafın kuvveti daha küçüktür.)**

Soru : $x^2 + (m - 3) x + 9 = 0$ **denkleminin <u>iki kökü</u> varsa m 'nin çözüm aralığı ne olmalıdır ? (Δ 'nın durumuna göre çözüm üretilir.)**

Soru : $x^2 + (k+1)x + 4 = 0$ **denkleminin <u>reel kökü yoksa</u>**

k 'nın çözüm aralığında kaç tam sayı değeri vardır ?

$ax + b$ veya $ax^2 + bx + c$ Şeklindeki İfadelerin Çarpımı veya Bölümü Şeklinde Verilen Eşitsizlikler

1) Birden fazla ifadenin çarpımı veya bölümü şeklinde verilen eşitsizliklerin çözüm kümesi bulunurken her bir ifadenin kökleri işaret tablosunda gösterilir. Bölüm şeklindeki eşitsizliklerde paydanın kökü çözüm kümesine dâhil edilmez.

2) Grupt aynı kökten çift sayıda bulunuyorsa, tabloda kök çift katlı olarak gösterilir.

3) Tabloda her bir ifade ayrı bölümde gösterilir. Kökler işaretlenir ve işaret kontrolü yapılır.Son aşamada her bölümün sonucu işleme göre çarpılır veya bölünür ve sonucun işaret kontrolü yapılmış olur. İstenen bölge çözüm aralığını verir.

Not : **Grupta $(ax + b)^n$ teriminde; n çift ise çift katlı kök, n tek ise tek katlı kök vardır.**

Soru : $(x^2 + 2x - 8).(4 - 2x) \geq 0$ **eşitsizliğinin çözüm kümesini bulunuz.**

2.yol : **Tüm ifadelerin kökleri tabloda işaretlenir. Her bir ifadenin en büyük dereceli x teriminin işareti alınır ve işleme göre çarpılır veya bölünür. Sonuç tabloda en sağa yerleştirilir ve sola doğru işaret kontrolü uygulanır.**

$$(x^2 + 2x - 8).(4 - 2x) \geq 0$$

Soru : $(x+2).(x^2-x-6).(-4-x^2) \leq 0$ **eşitsizliğinin çözüm kümesini bulunuz.**

Soru : $(x-3)^4 \cdot (-x^2+3x-2) \cdot (x-2) > 0$ **eşitsizliğinin çözüm kümesini bulunuz.**

Soru : $x\,.\,(x^2 - 6x + 5)\,.\,(1 - x)^6 > 0$ **eşitsizliğinin çözüm kümesini bulunuz.**

Soru : $- 5^{x+2} \cdot (3x^2 + 15x + 18) \cdot (x + 3) > 0$ **eşitsizliğinin çözüm kümesini bulunuz.** **(Üslü ifadeden kök gelmez. Ama tabanın önünde işaret varsa, işaret kontrolünde işleme katılır.)**

Soru : $-x^5 + 3x^4 < 0$ **eşitsizliğinin çözüm kümesini bulunuz.**

(Grubun çarpanları bulunur.)

Soru : $x^3 + 10x^2 + 25x \geq 0$ **eşitsizliğinin çözüm kümesini bulunuz.**

Soru : **Küpü, kendisinin dört katından küçük olan sayıların çözüm aralığı ne olur ?**

Soru : $\dfrac{(-x-4).(x+5)^2}{x} \geq 0$ **eşitsizliğinin çözüm kümesini bulunuz.**

Soru : $\dfrac{(x+2).(x^2-25)}{x^2-3x-10} \leq 0$ **eşitsizliğinin çözüm kümesini bulunuz.**

Soru : $$\frac{(-2x+2)^{11}\cdot(-1+x^2)}{x^2-4x+3} > 0$$ **eşitsizliğinin çözüm kümesini bulunuz.**

Soru : $\dfrac{(x^2+x-6).(x^2+3x-4)}{(x^2+2x-8).(x^2+x+4)} \le 0$ **eşitsizliğinin çözüm kümesindeki tam sayıların toplamını bulunuz.**

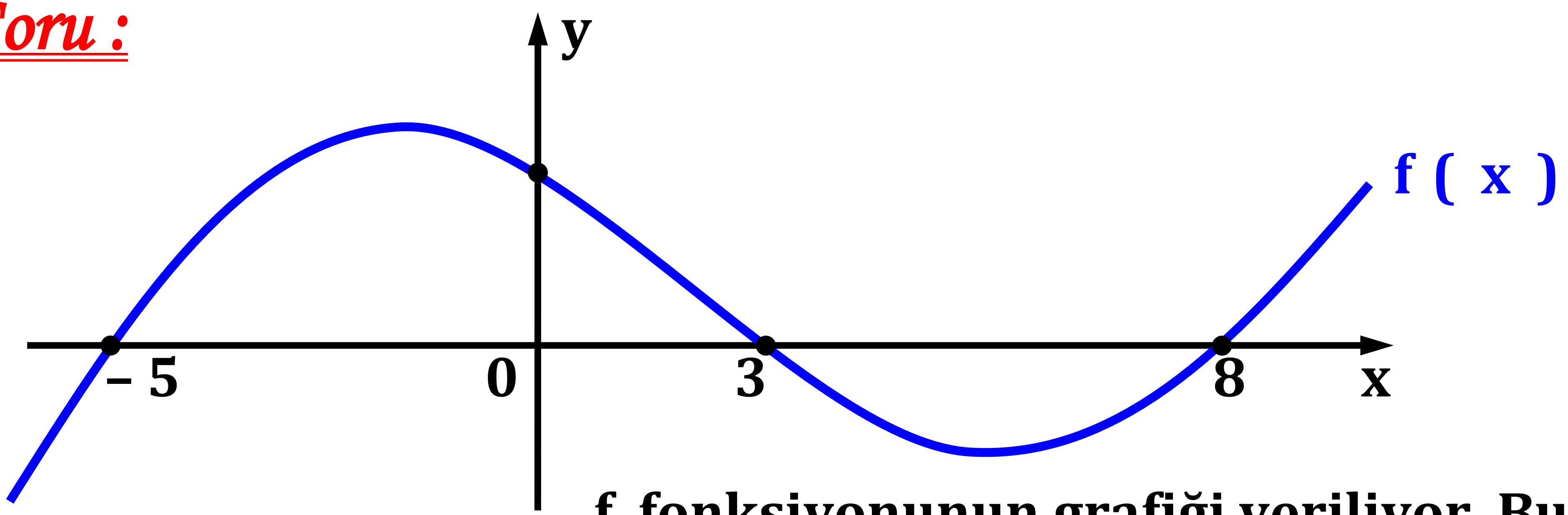
Soru : $\dfrac{2^{-3x} . (2x + 1) . (x - 4)}{x^4 - x} < 0$ **eşitsizliğinin çözüm kümesini bulunuz.**

Soru : $\dfrac{x + 6}{2x - 4} > 1$ **eşitsizliğinin çözüm kümesini bulunuz.**

(Sayı karşıya atılır. Payda eşitlemesi yapılır. Elde edilen son kesrin kökleri bulunur ve çözüm uygulanır.)

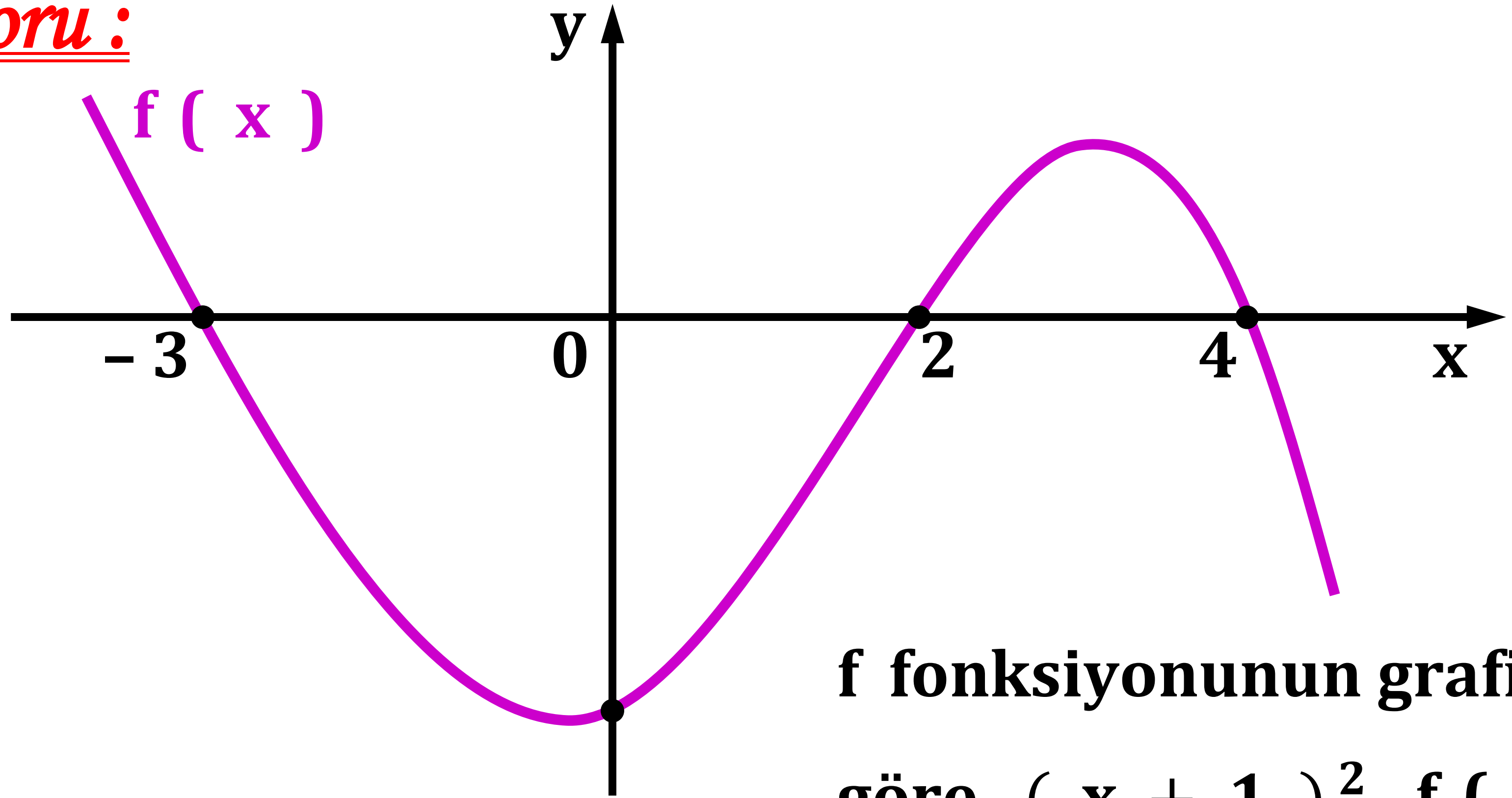
Soru : $\dfrac{x^2 - 3x + 2}{x^2 + 3x + 2} \leq 1$ **eşitsizliğinin çözüm kümesini bulunuz.**

Soru :



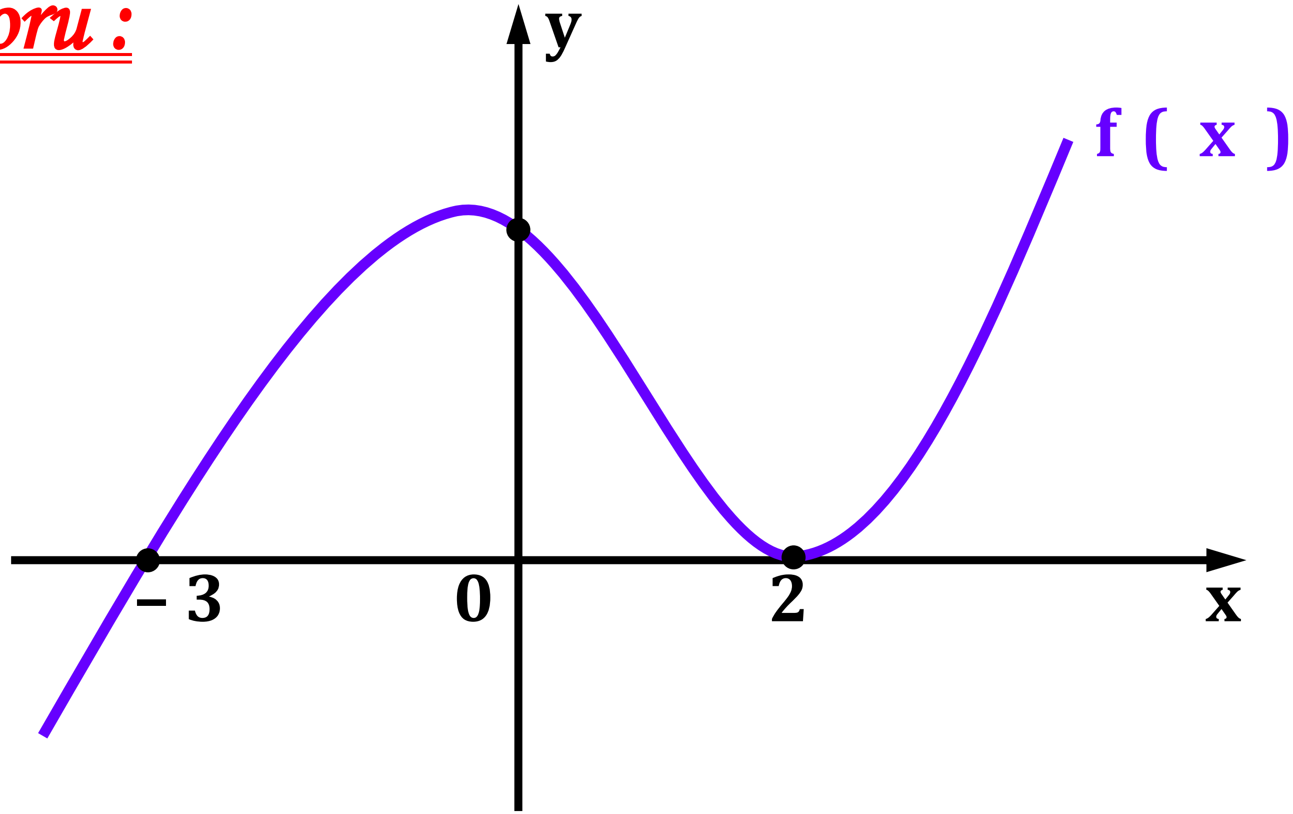
f fonksiyonunun grafiği veriliyor. Buna göre $(1 - x) \cdot f(x) \geq 0$ ifadesinin çözüm aralığını bulunuz. (İfadelerin kökleri ayrı olarak tabloda gösterilir ve işaret kontrolü yapılır. f fonksiyonunun pozitif ve negatif durumu grafiğe göre belirlenir.)

Soru :



f fonksiyonunun grafiği veriliyor. Buna göre $(x+1)^2 . f(x) \leq 0$ eşitsizliğinin çözüm aralığını bulunuz.

Soru :



f fonksiyonunun grafiği veriliyor.

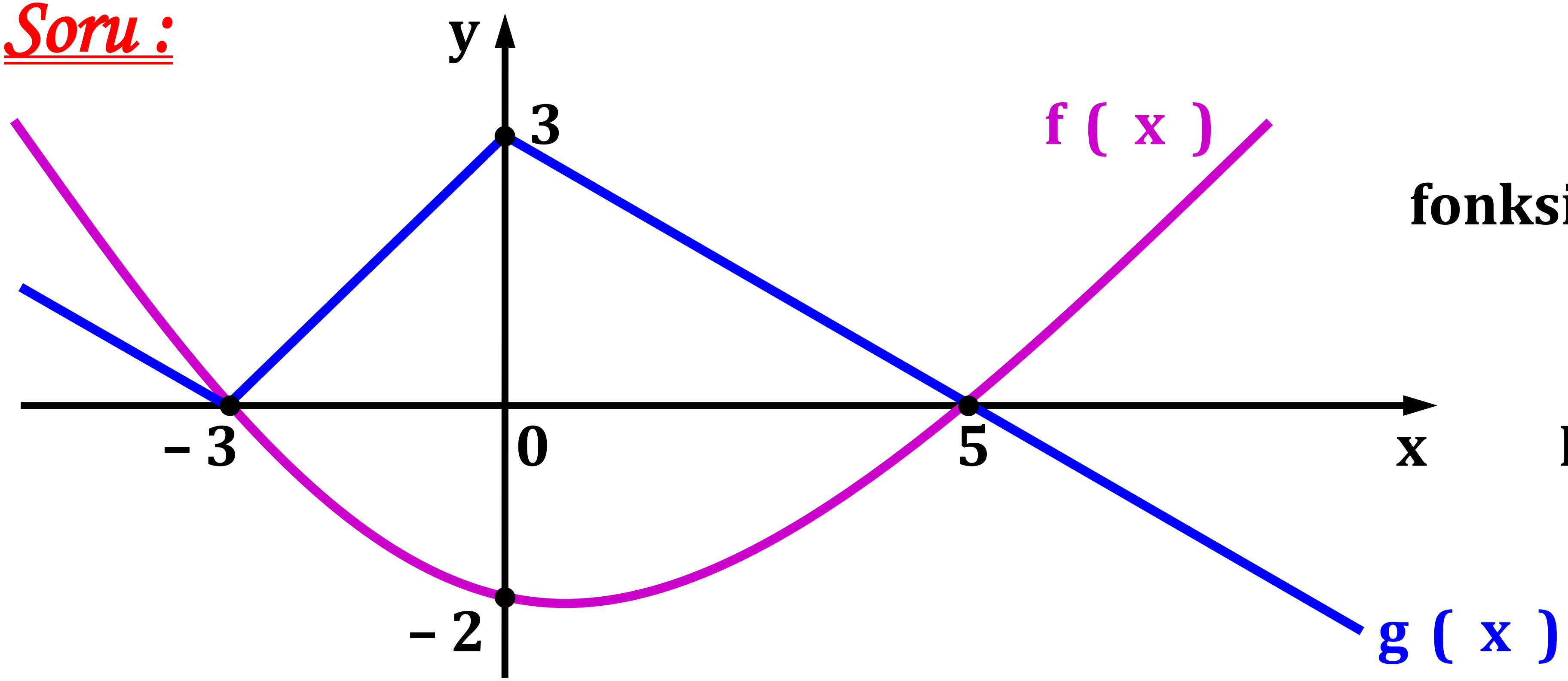
Buna göre;

A) $\dfrac{f(x)}{4-x^2} > 0$

eşitsizliğinin çözüm aralığını bulunuz.

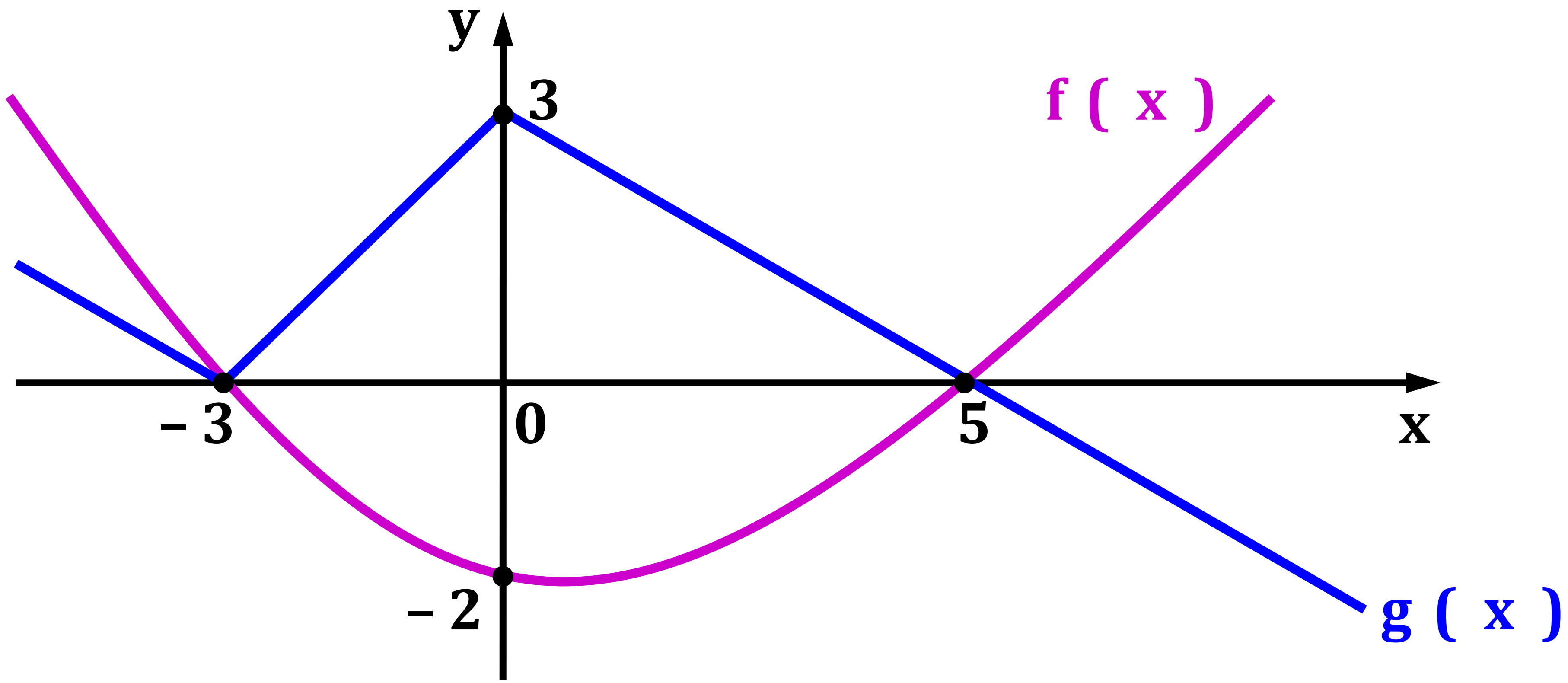
B) **f fonksiyonunun çift ve tek katlı köklerini belirleyiniz.**

Soru :



f ve g fonksiyonlarının grafikleri veriliyor. Buna göre;

A) $f(x) \cdot g(x) < 0$ **eşitsizliğinin çözüm aralığını bulunuz.**



B) **f (x) > g (x) durumunu sağlayan x değerlerinin çözüm aralığını bulunuz.** **(Büyük olma durumunda, kimin grafiği hangi aralıkta <u>üstte</u> kalıyorsa istenen kısım orasıdır.)**

Kural : $a \neq 0$ ve a , b , $c \in \mathbb{R}$ olmak üzere

$f(x) = ax^2 + bx + c$ fonksiyonunda her $x \in \mathbb{R}$ için;

1) $f(x) > 0$ ise $\Delta < 0$ ve $a > 0$

2) $f(x) < 0$ ise $\Delta < 0$ ve $a < 0$ olmalıdır.

Soru : Alttaki fonksiyonların her $x \in \mathbb{R}$ için pozitif – negatif olma durumunu inceleyiniz.

A) $f(x) = 4x^2 - 5x + 3$

B) $f(x) = -x^2 + 2x - 3$

Soru : **Her $x \in \mathbb{R}$ için $x^2 + 6x - 2 + m > 0$ ise m'nin çözüm aralığını bulunuz.**

Soru : **Her $x \in \mathbb{R}$ için $-x^2 + 4x + k + 3 < 0$ ise k'nın çözüm aralığını bulunuz.**

Soru : **Her $x \in \mathbb{R}$ için $x^2 - (m+1)x + m + 4 > 0$ ise m'nin çözüm aralığını bulunuz.**

Soru : **Her $x \in \mathbb{R}$ için $-x^2 - kx + k - 1$ ifadesi 2 'den küçük ise k 'nın çözüm aralığındaki sayıların toplamı kaç olur ?**

Soru : **Her $x \in \mathbb{R}$ için $\dfrac{x^2 + kx + 64}{x^2 - x + 5} > 0$ olması için k'nın çözüm aralığını bulunuz.** **(İşlemde bilinen kısmın pozitif – negatif kontrolü yapılır ve bilinmeyen kısmın pozitif – negatif durumu orta-ya çıkar.)**

İkinci Dereceden Bir Bilinmeyenli Eşitsizlik Sistemlerinin Çözüm Kümesi

İki ya da daha çok eşitsizliğin oluşturduğu sisteme " eşitsizlik sistemi " denir. Sistemdeki her eşitsizliğin çözümü tabloda ayrı olarak gösterilir ve çözümlerin çakıştığı aralık sistemin çözüm kümesini verir. Farklı çözümlerden gelen aynı kökler, var olan tek kat veya çift kat kök olma durumunu bozmaz.

Soru :

$$\left.\begin{array}{l} 9 - x^2 \geq 0 \\ x^2 + 5x > 0 \end{array}\right\}$$

eşitsizlik sisteminin çözüm kümesini bulunuz.

Soru :

$$\left.\begin{array}{l} \dfrac{x+4}{x-6} \geq 0 \\[2ex] x^2 - 7x - 8 > 0 \end{array}\right\}$$

eşitsizlik sisteminin çözüm kümesini bulunuz.

Soru :

$$\left.\begin{array}{l} \dfrac{x-1}{-x^2+1} \geq 0 \\[2ex] (2x-2).(x+2)^5 > 0 \end{array}\right\}$$

eşitsizlik sisteminin çözüm kümesini bulunuz.

Soru :

$$\left.\begin{aligned} \frac{(4-x)^6 \cdot x}{x-2} &\le 0 \\ -x^2+3x+4 &\le 0 \end{aligned}\right\}$$

eşitsizlik sisteminin çözüm kümesini bulunuz.

Soru :

$$\left.\begin{array}{l} \dfrac{x^2 - 7x + 12}{(x-3)^2} \le 0 \\[2em] \dfrac{(x+3)^8 . (x+1)}{(x+4)^{10}} \ge 0 \end{array}\right\}$$

eşitsizlik sisteminin çözüm aralığını bulunuz.

Soru :

$$\left.\begin{array}{l} x^2 - 3x + 2 \geq 0 \\ 2x^2 - 5x + 2 \leq 0 \\ -x^2 + x - 3 < 0 \end{array}\right\}$$

eşitsizlik sisteminin çözüm kümesini bulunuz.

Soru :

$$\left.\begin{array}{l} x^2 - x \leq 0 \\ x^3 - 8 \geq 0 \\ -x - 2 \geq 0 \end{array}\right\}$$

eşitsizlik sisteminin çözüm kümesini bulunuz.

Soru :

$$\left.\begin{array}{l} \dfrac{x^2 + x - 4}{x} < 1 \\ \\ x^2 \leq 16 \end{array}\right\}$$

eşitsizlik sisteminin çözüm kümesini bulunuz.

Soru : $2 < x^2 - x \leq 6$ **ifadesinin çözüm kümesini bulunuz.**

(Eşitsizlik iki kısma ayrılır ve eşitsizlik sisteminin çözüm kümesi bulunur.)

Soru : $-3 \leq x^2 - 4x \leq 12$ **ifadesinin çözüm kümesinde kaç tane tam sayı bulunur ?**

Soru : **Her $x \in \mathbb{R}$ için $mx^2 + (-m-3)x + 4 > 0$ ise m'nin çözüm kümesini bulunuz.** **(Her $x \in \mathbb{R}$ için $f(x) = ax^2 + bx + c$ denkleminde; $f(x) > 0$ ise $\Delta < 0$ ve $a > 0$, $f(x) < 0$ ise $\Delta < 0$ ve $a < 0$ olmalıydı.)**

Soru : **Her $x \in \mathbb{R}$ için $kx^2 - 6x + k < 0$ ise k'nın çözüm aralığını bulunuz.**

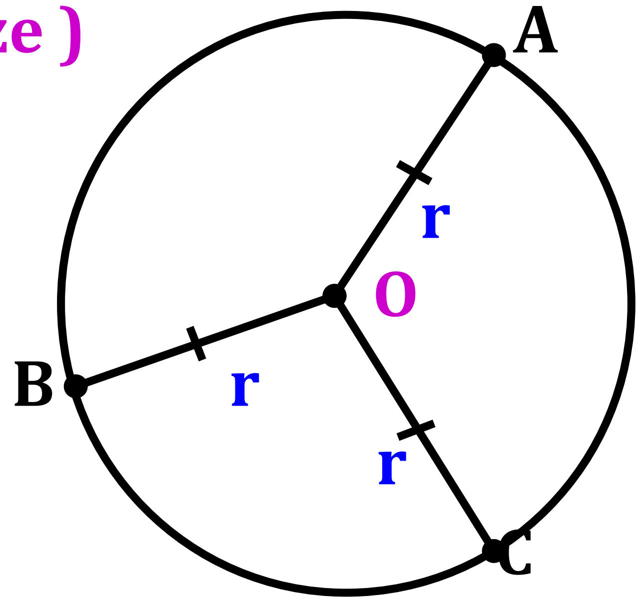
Soru : **Her $x \in \mathbb{R}$ için $(k-3)x^2 + 4x + 1 > 0$ ise k'nın çözüm aralığındaki en küçük tam sayıyı bulunuz.**

ÜNİTE 5 : ÇEMBER ve DAİRE

ÇEMBER ve ÇEMBERİN ELEMANLARI

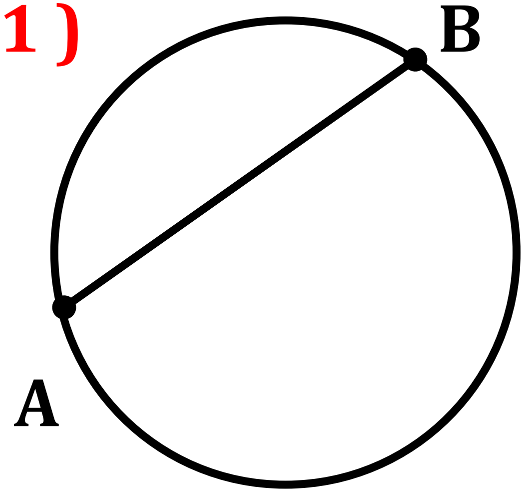
Tanım : Düzlemde sabit bir noktaya (merkeze) eşit uzaklıktaki noktalar kümesine " çember " adı verilir.

O merkezin çemberi, r 'de çemberin yarıçapı olarak adlandırılır.



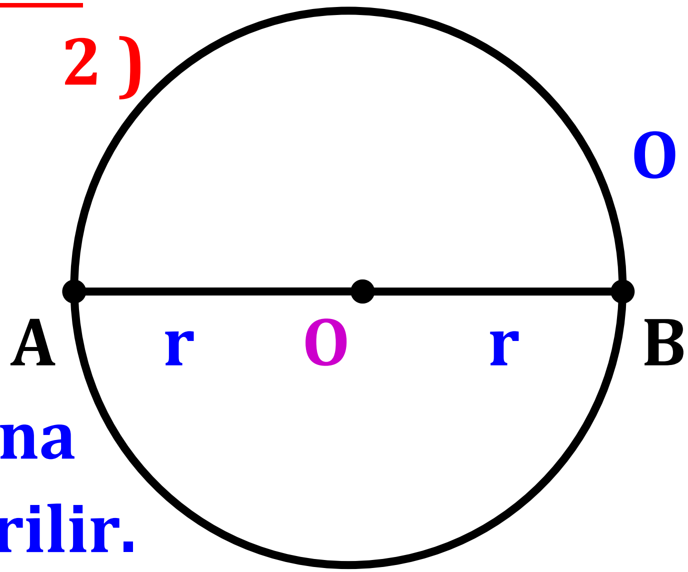
Çemberde Temel Elemanlar

1)



Çember üzerindeki iki noktayı birleştiren doğru parçasına " kiriş " adı verilir.

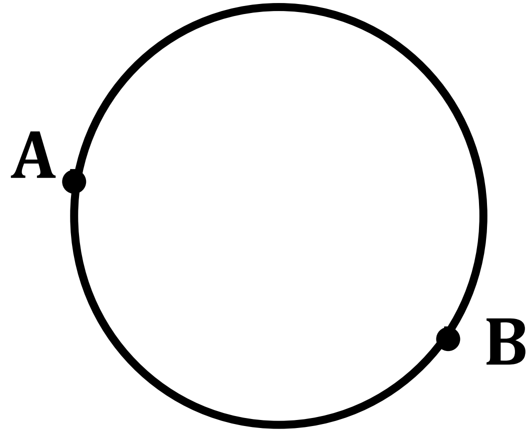
2)



O merkez olsun. Merkezden geçen kirişe " çap " adı verilir.

(Temel Elemanların Devamı)

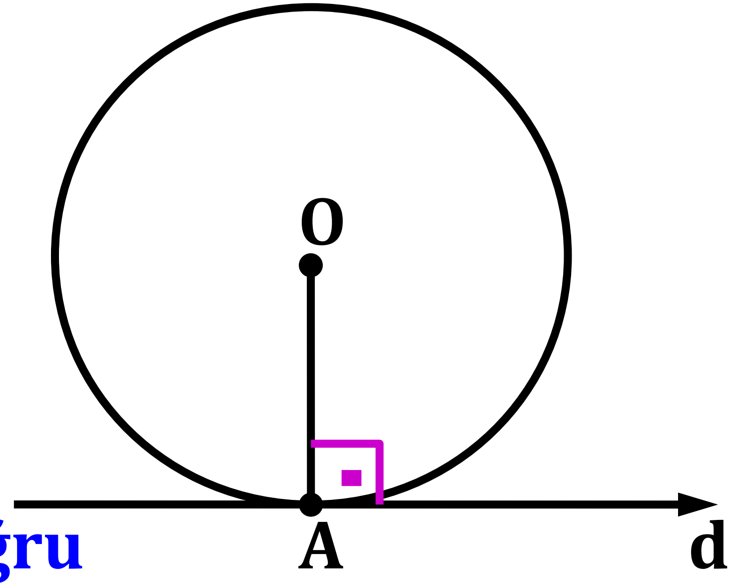
3) **Çember üzerinde iki nokta arasında kalan çemberin parçasına " yay " adı verilir.**



$\overset{\frown}{AB}$ ifadesi AB yayını gösterir. m ($\overset{\frown}{AB}$) ifadesi ise AB yayının ölçüsünü gösterir.

4) **Çemberin yalnız bir noktasından geçen doğruya " teğet doğrusu " adı verilir.**

Şekilde d doğrusu çemberin teğet doğrusudur. A noktası ise çemberin doğruya değme noktasıdır.

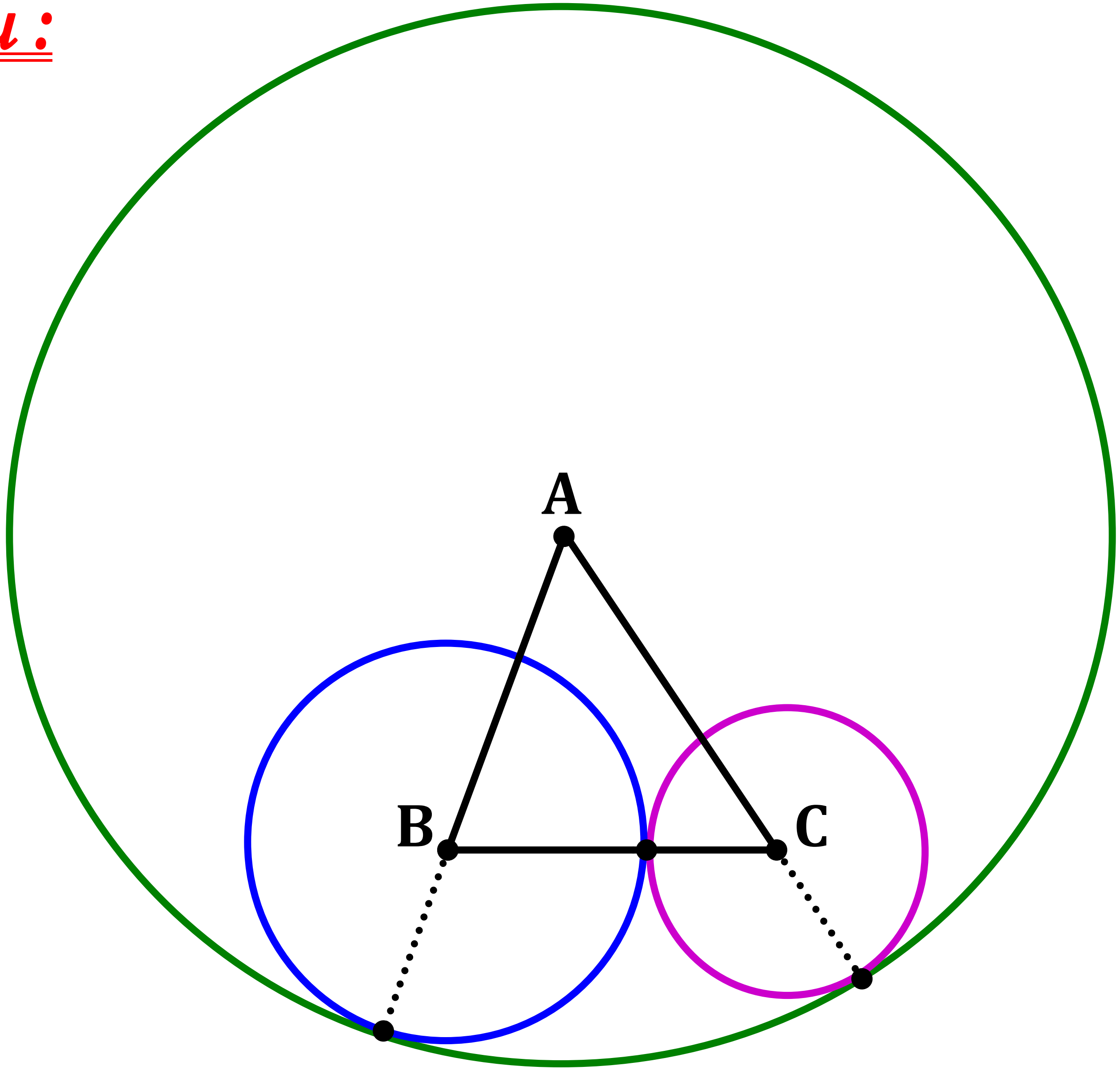


O merkez nokta olmak üzere [OA] doğru parçası d doğrusuna diktir.

Soru : **Birbirine <u>içten teğet</u> olan iki çemberin merkezleri arasındaki mesafe 6 br ve büyük çemberin çapı 22 br'dir. Buna göre küçük çemberi yarıçapını bulunuz.** **(Uygun şekil çizilir.)**

Soru : **Birbirine <u>teğet</u> olan iki çemberin yarıçapları 10 ve 25 br'dir. Buna göre bu iki çember üzerindeki; A) <u>En yakın</u> iki nokta arası mesafe kaç br olabilir ? B) <u>En uzak</u> iki nokta arası mesafe kaç br olabilir ?**

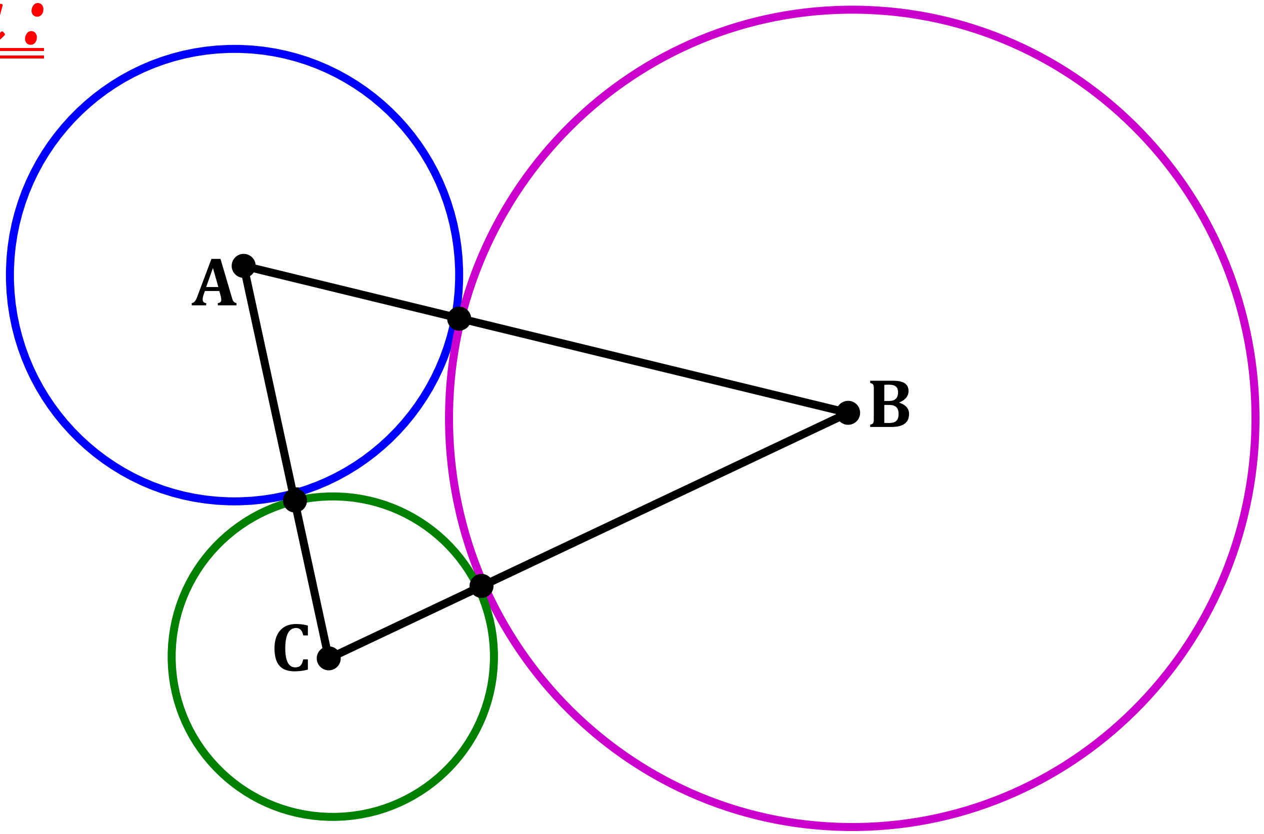
Soru :



Çemberler birbirine teğet; A , B , C çemberlerin merkez noktalarıdır.

Çemberlerin yarıçapları sırası ile 9 , 4 ve 2 br ise Ç ($\widehat{ABC}$) = ?

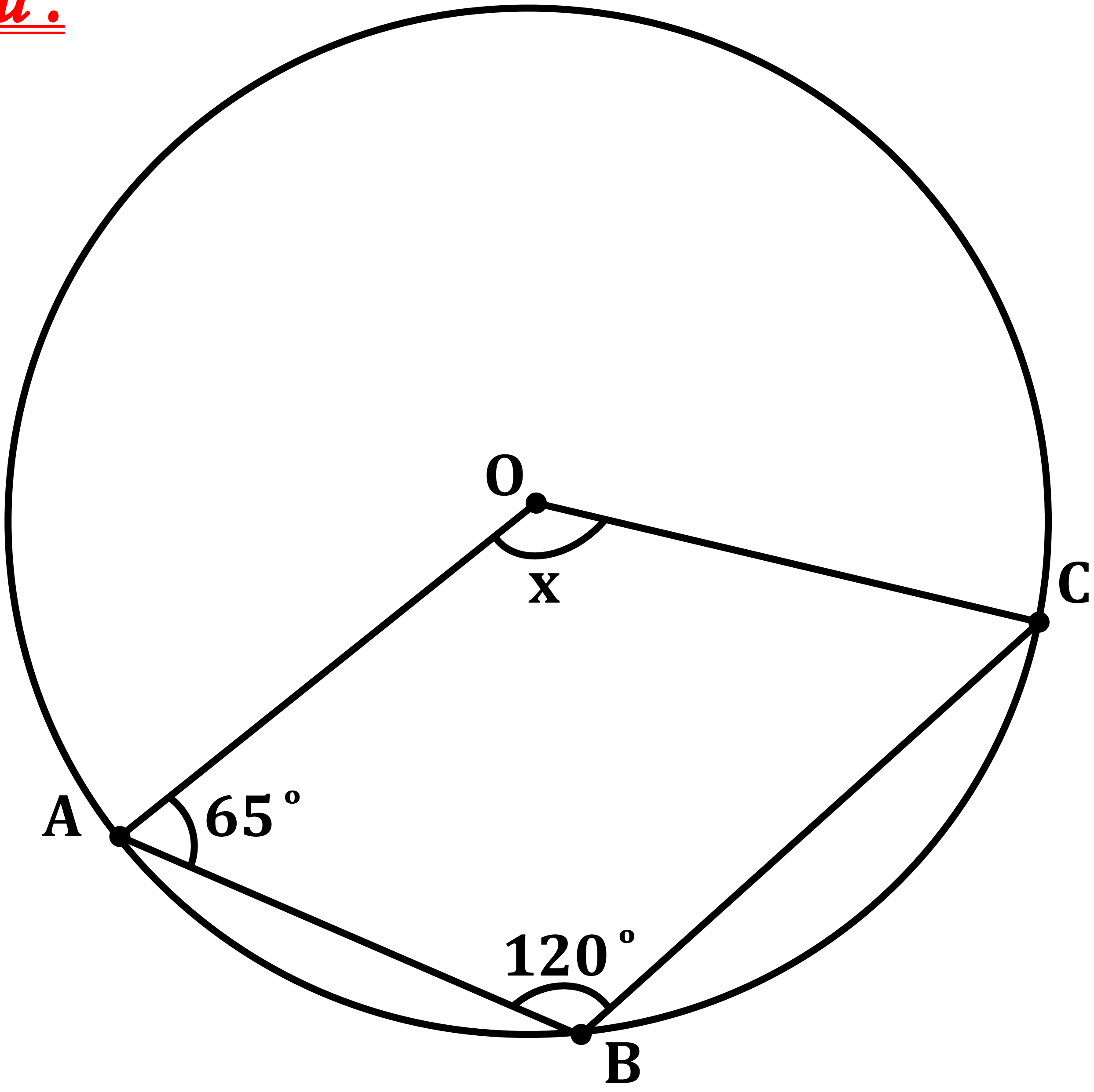
Soru :



Üç çember birbirine teğet;
| AB | = 16 , | BC | = 13 ve
| AC | = 9 br ise çemberlerin
yarıçaplarını bulunuz. **(Deneme yanılma ile de bulunabilir. Ya da üç denklem taraf tarafa toplanır ve yarıçaplar sırası ile bulunur.)**

Not : **Soru çözümlerinde <u>üçgen kurallarından</u> yararlanılır.**

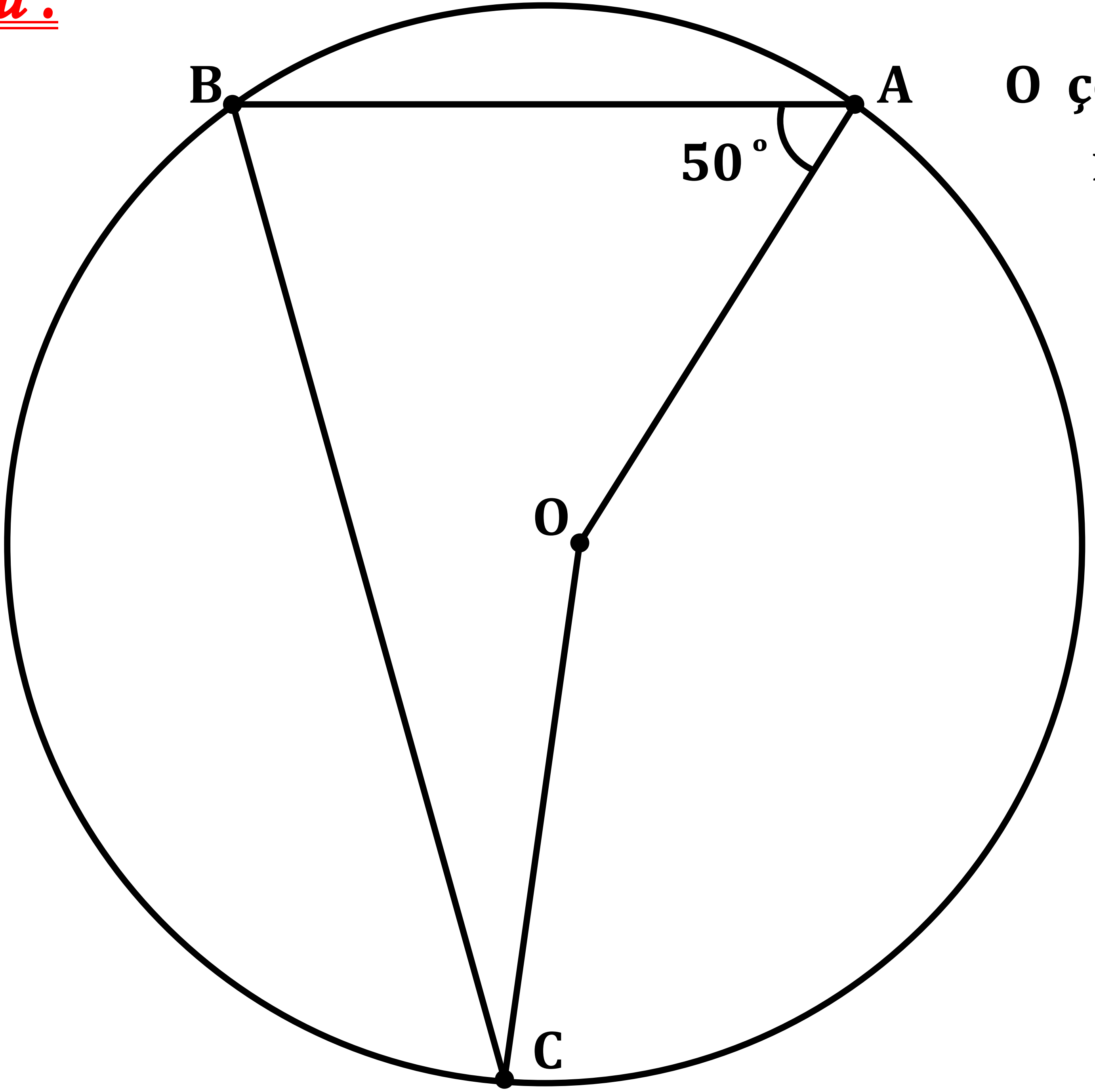
Soru :



O çemberin merkezidir.

Buna göre x = ?

Soru :



O çemberin merkezidir.

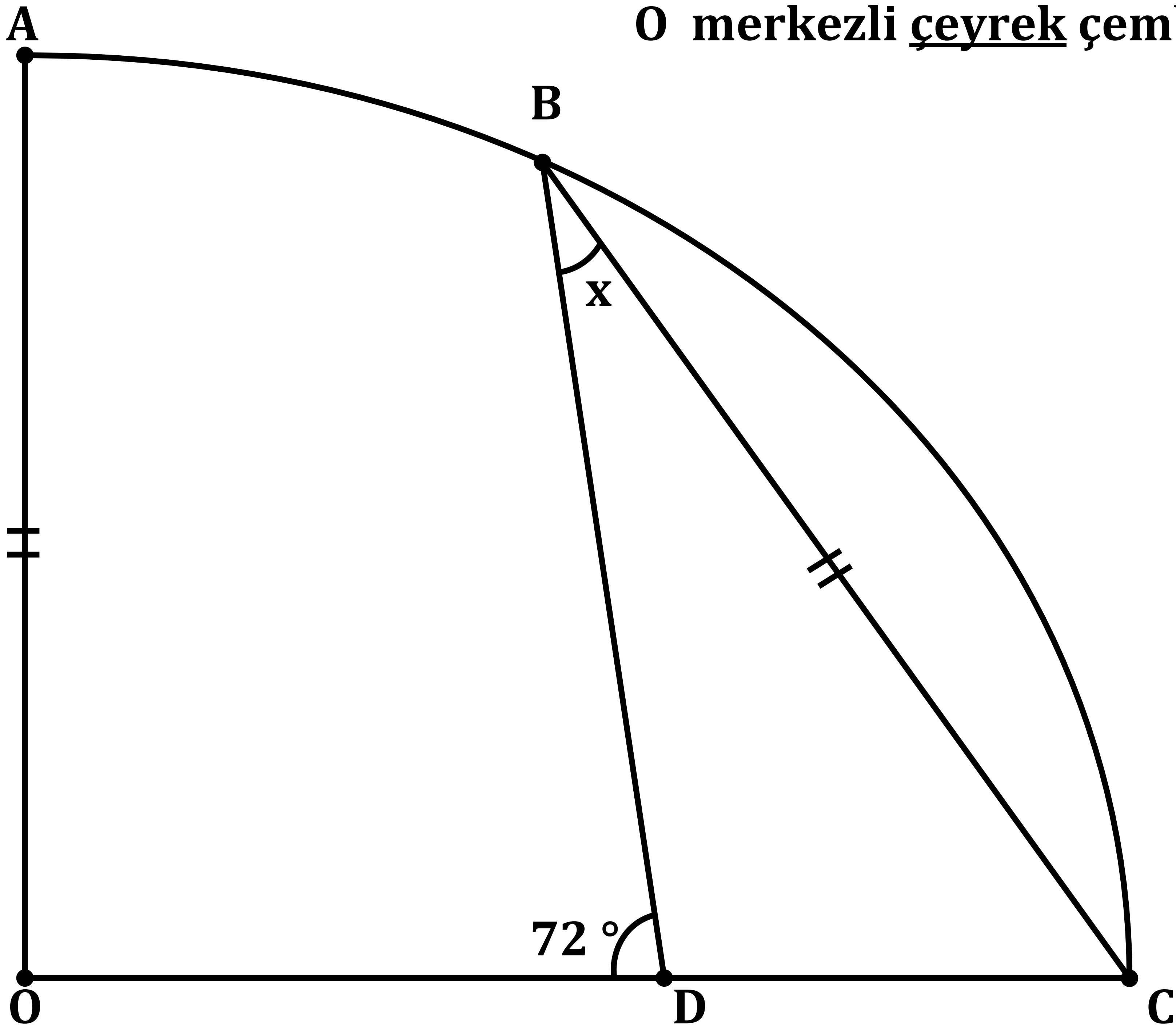
m($\widehat{ABC}$) = 75° ise

m($\widehat{AOC}$) = ?

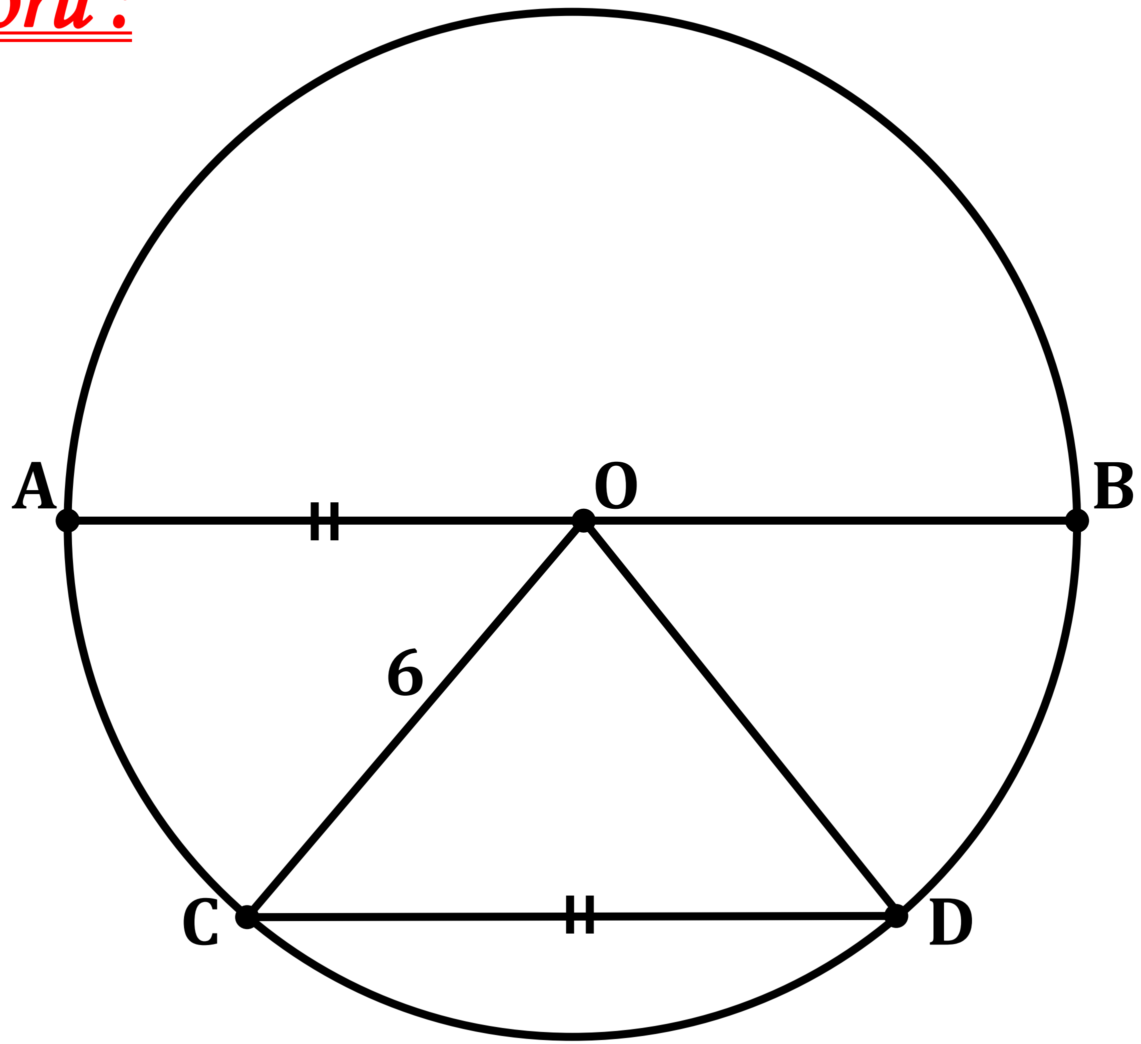
Soru :

O merkezli <u>çeyrek</u> çemberde

x = ?

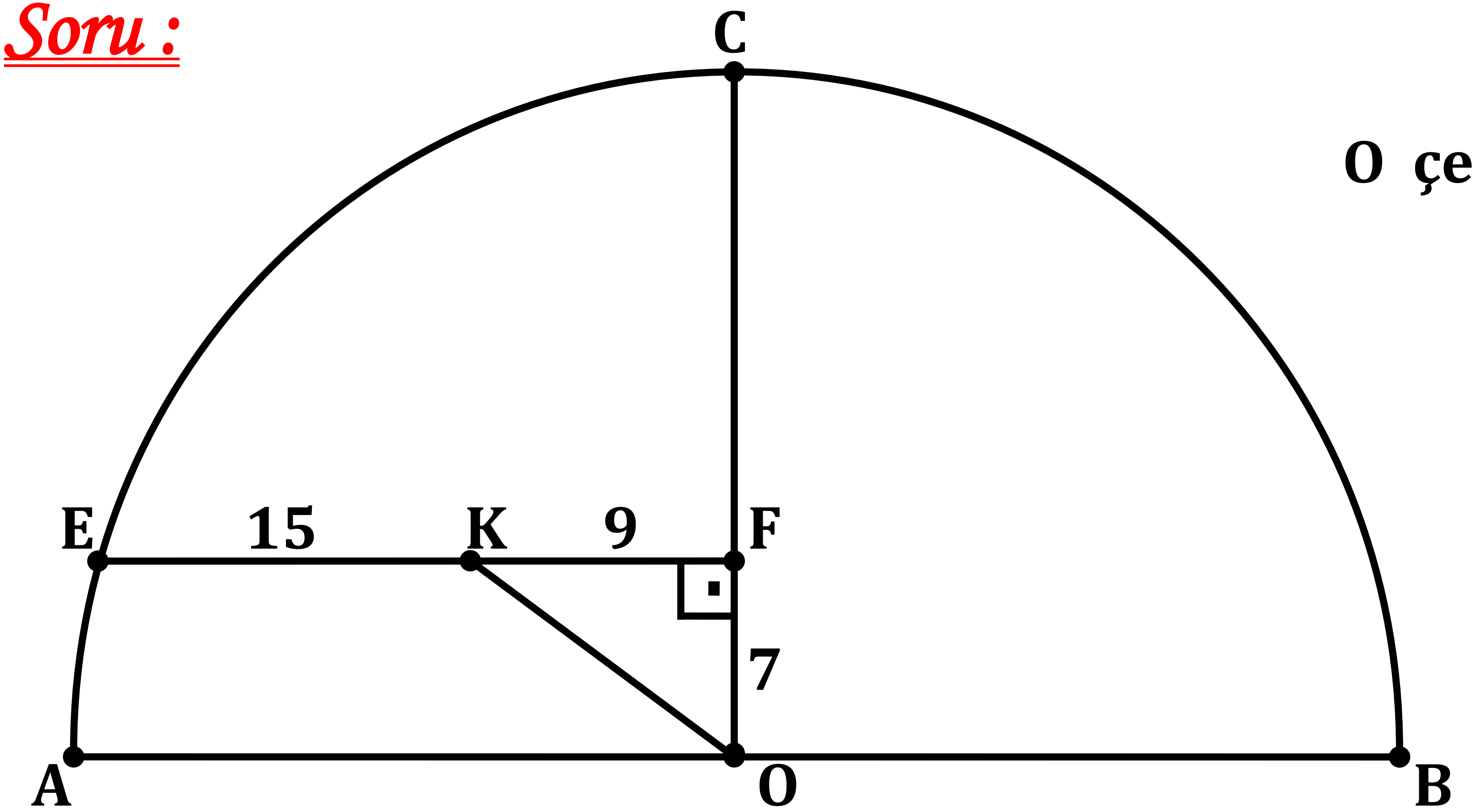


Soru :



O çemberin merkezidir.
Buna göre OCD üçgeninin alanını bulunuz.

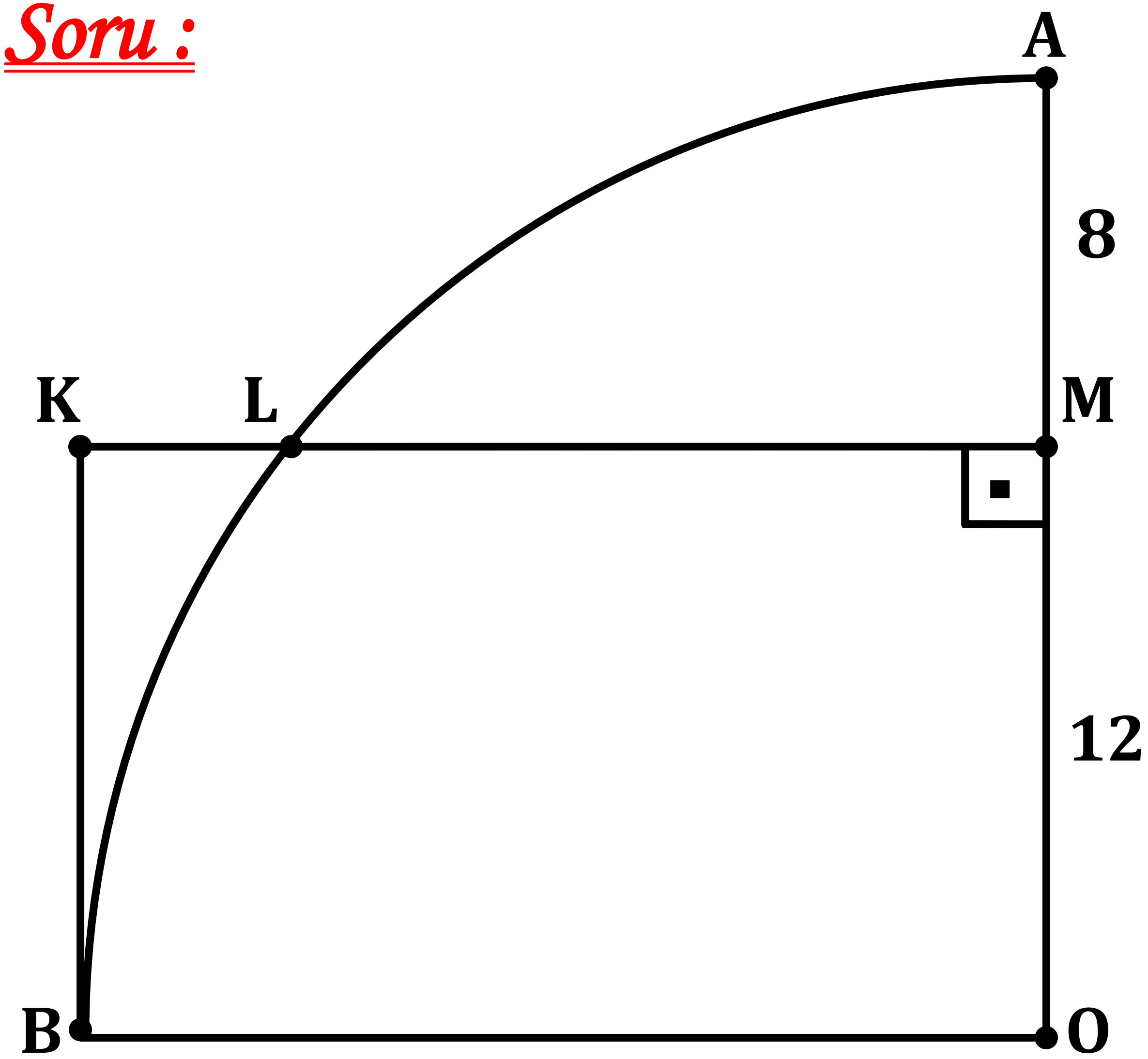
Soru :



O çemberin merkezi

ise |CF| = ?

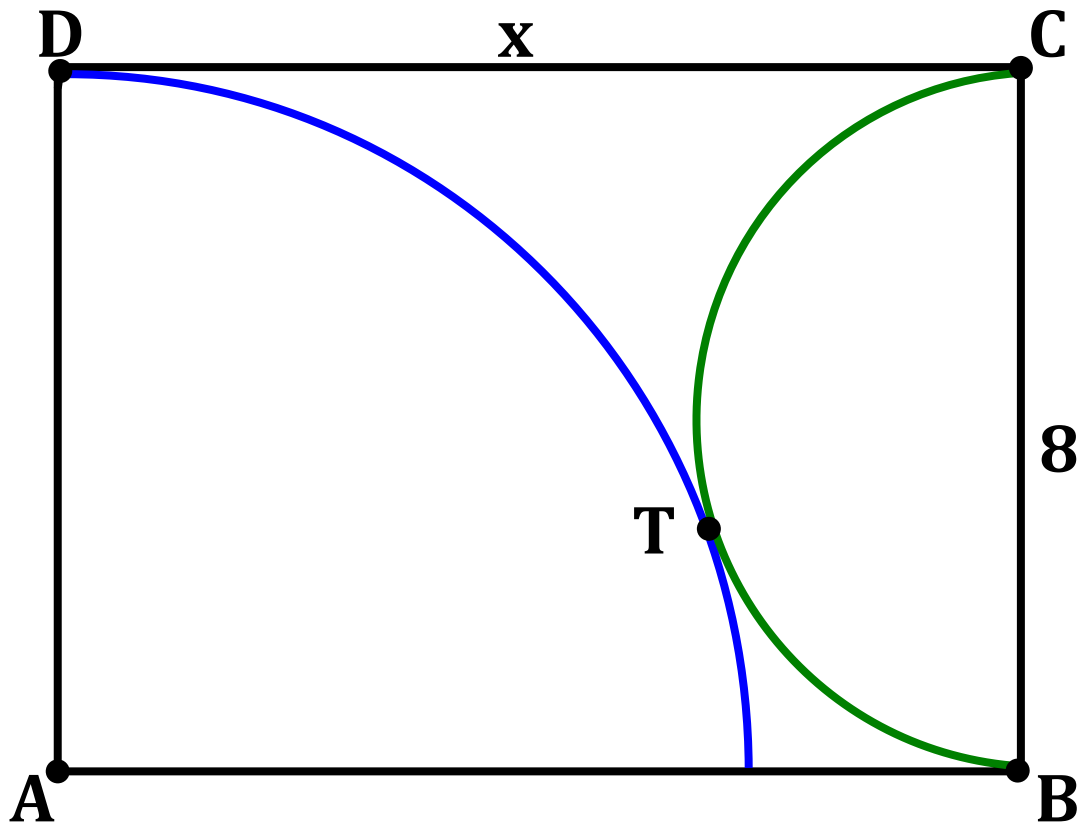
Soru :



O merkezli çeyrek çemberde

|KL| . |LM| = ?

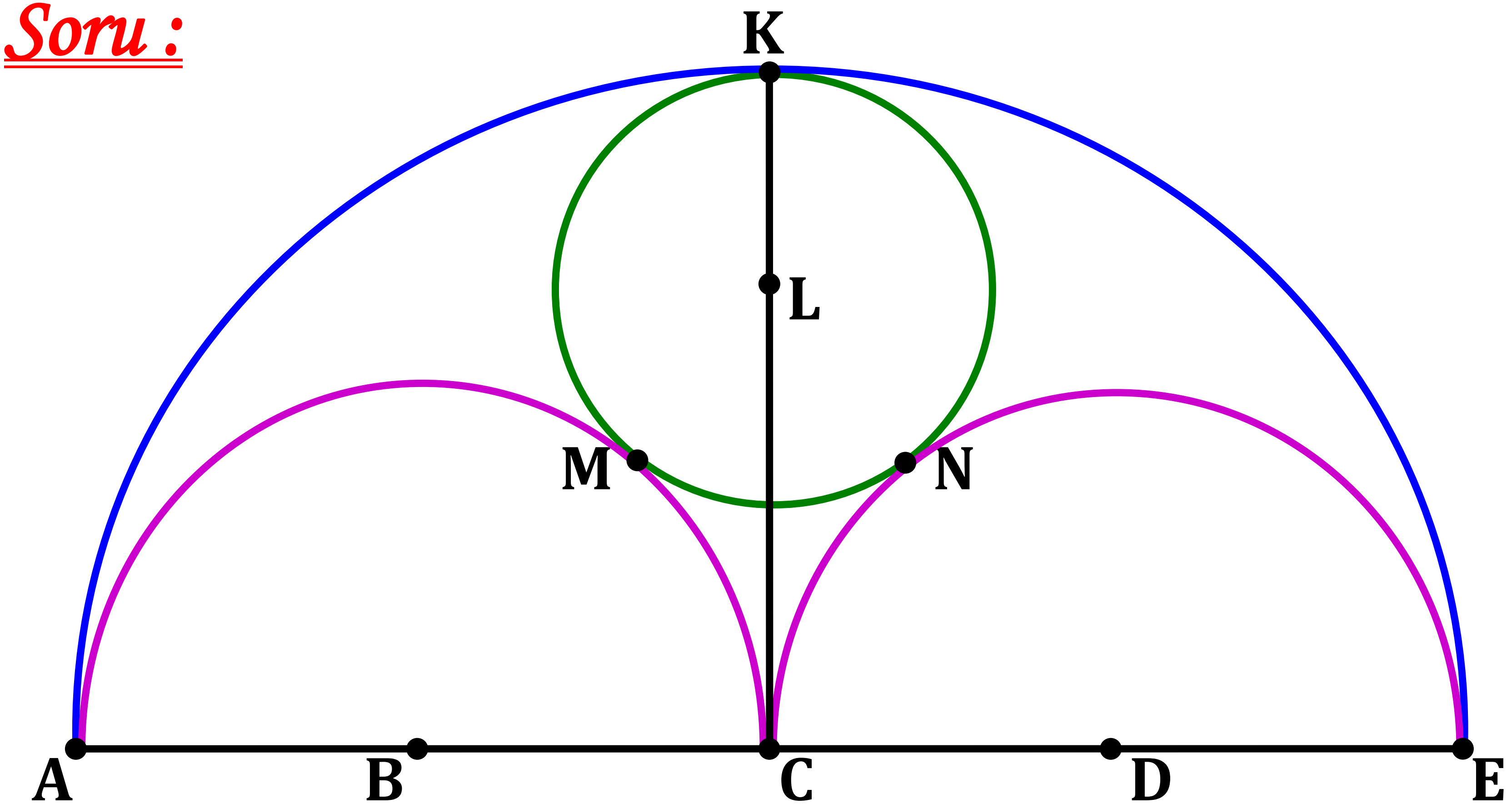
Soru :



ABCD dikdörtgeninde, birbirine teğet olan A merkezli çeyrek çember ile [BC] çaplı yarım çember yerleştirilmiştir. Buna göre x = ?

(İki çemberin merkez noktaları birleştirilir.)

Soru :

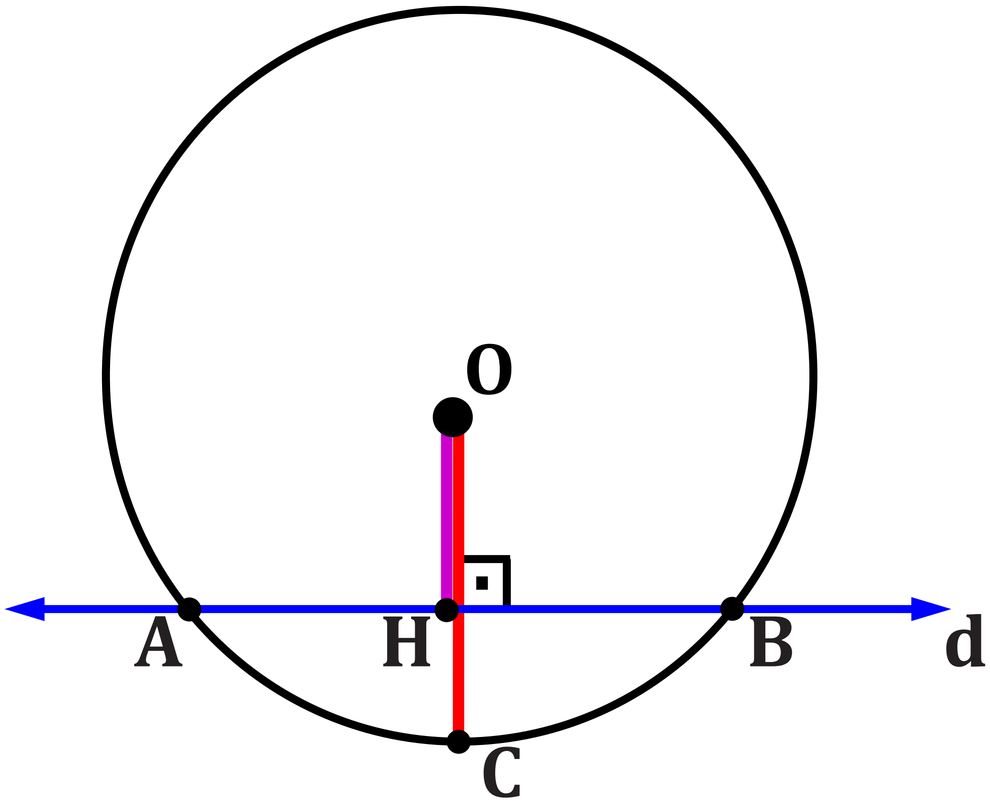


L merkezli çember; B , C , D merkezli yarım çemberlere sırasıyla K , M , N noktalarında teğettir. | AE | = 16 br ise L merkezli çemberin yarıçapını bulunuz.

Bir Çember ile Bir Doğrunun Birbirlerine Göre Durumları

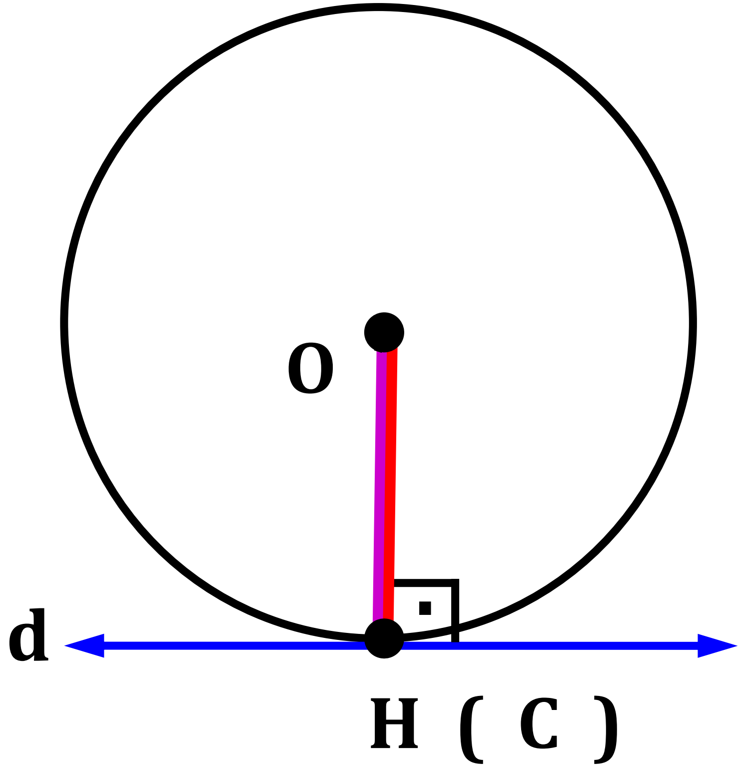
Bir düzlemde çember ve doğrunun birbirlerine göre üç farklı durumu vardır. O merkezli çemberin yarıçap uzunluğu $|OC| = r$ ve merkezin d doğrusuna olan uzaklığı $|OH| = h$ olması durumunda:

1)



Bir doğru bir çemberi iki noktadan kesiyor ise $h < r$ olmalıdır.

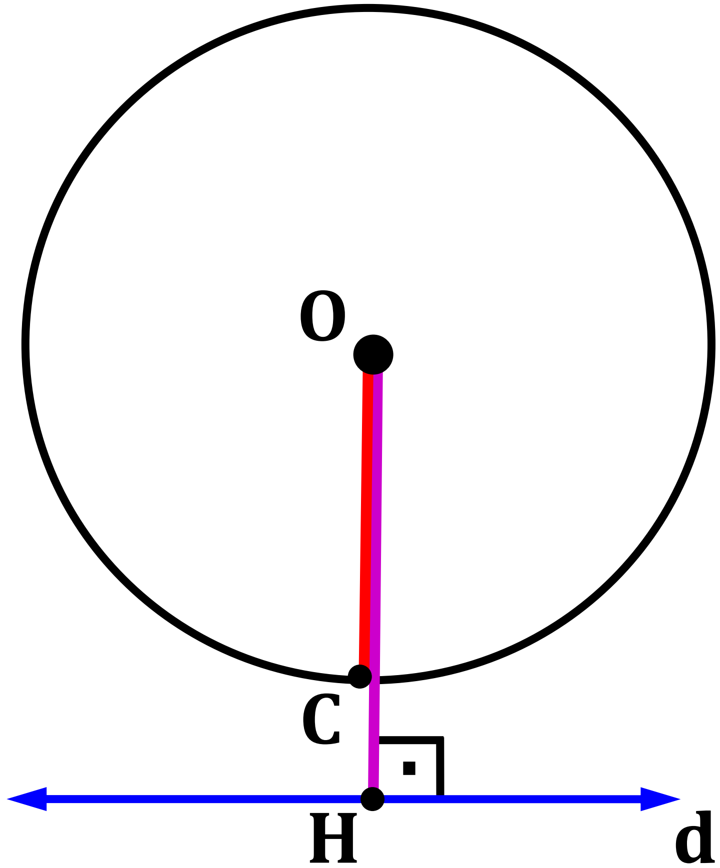
2)



Bir doğru bir çemberi tek noktada kesiyorsa (teğet) h = r olmalıdır.

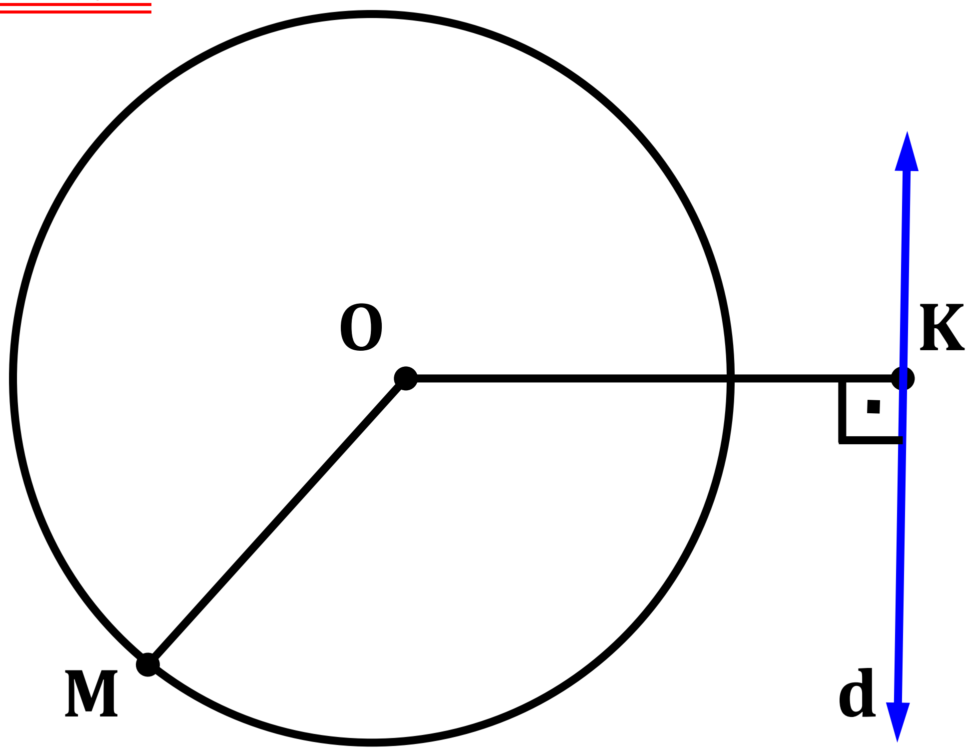
3)

Bir doğru bir çemberi kesmiyor ise h > r olmalıdır.



Soru : **Bir çemberin merkezi O harfi ile gösteriliyor. Çemberin yarıçapı $6x - 1$ br olup çembere A noktasında teğet olan bir doğru için $|OA| = 2x + 15$ br ise çemberin çapı kaç br 'dir ?**

Soru :



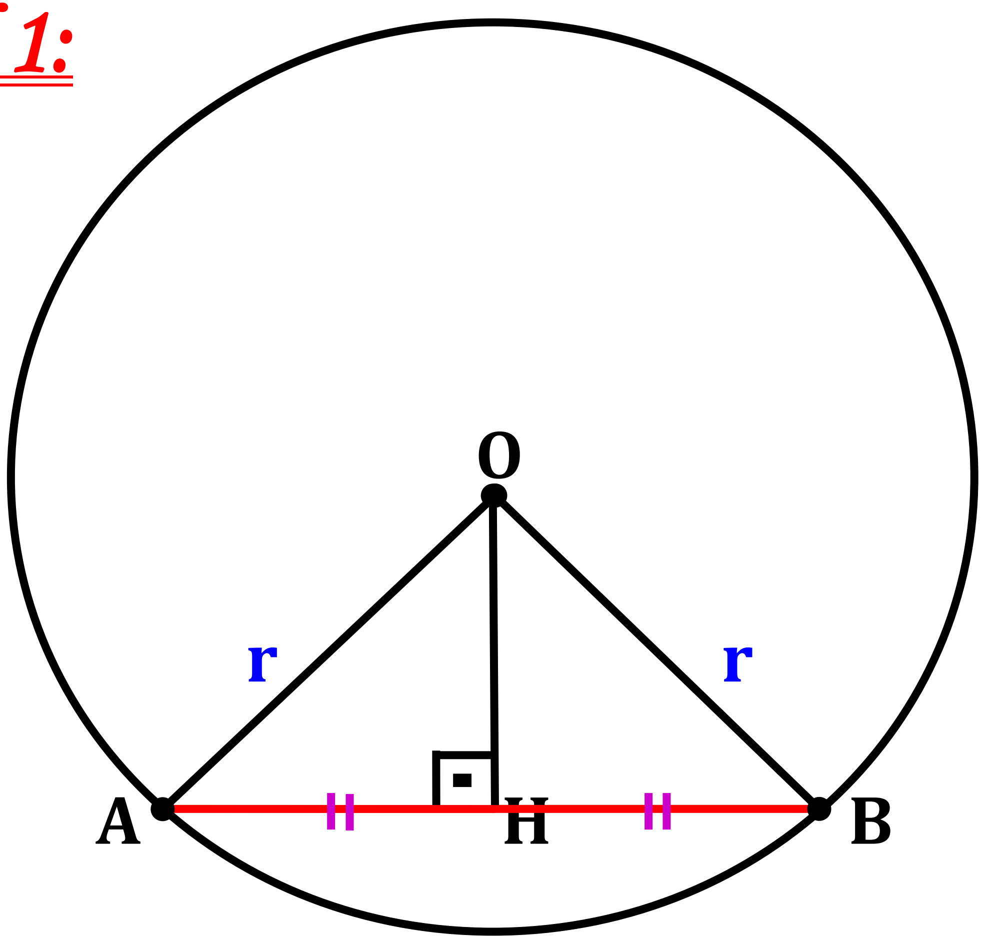
O çemberin merkez noktasıdır.

$|OK| = 5x - 15$, $|OM| = 6 + 2x$

br 'dir. K noktası çemberin dışında ise x 'in en küçük tam sayı değeri için çemberin yarıçapı kaç br 'dir ?

ÇEMBERDE UZUNLUK

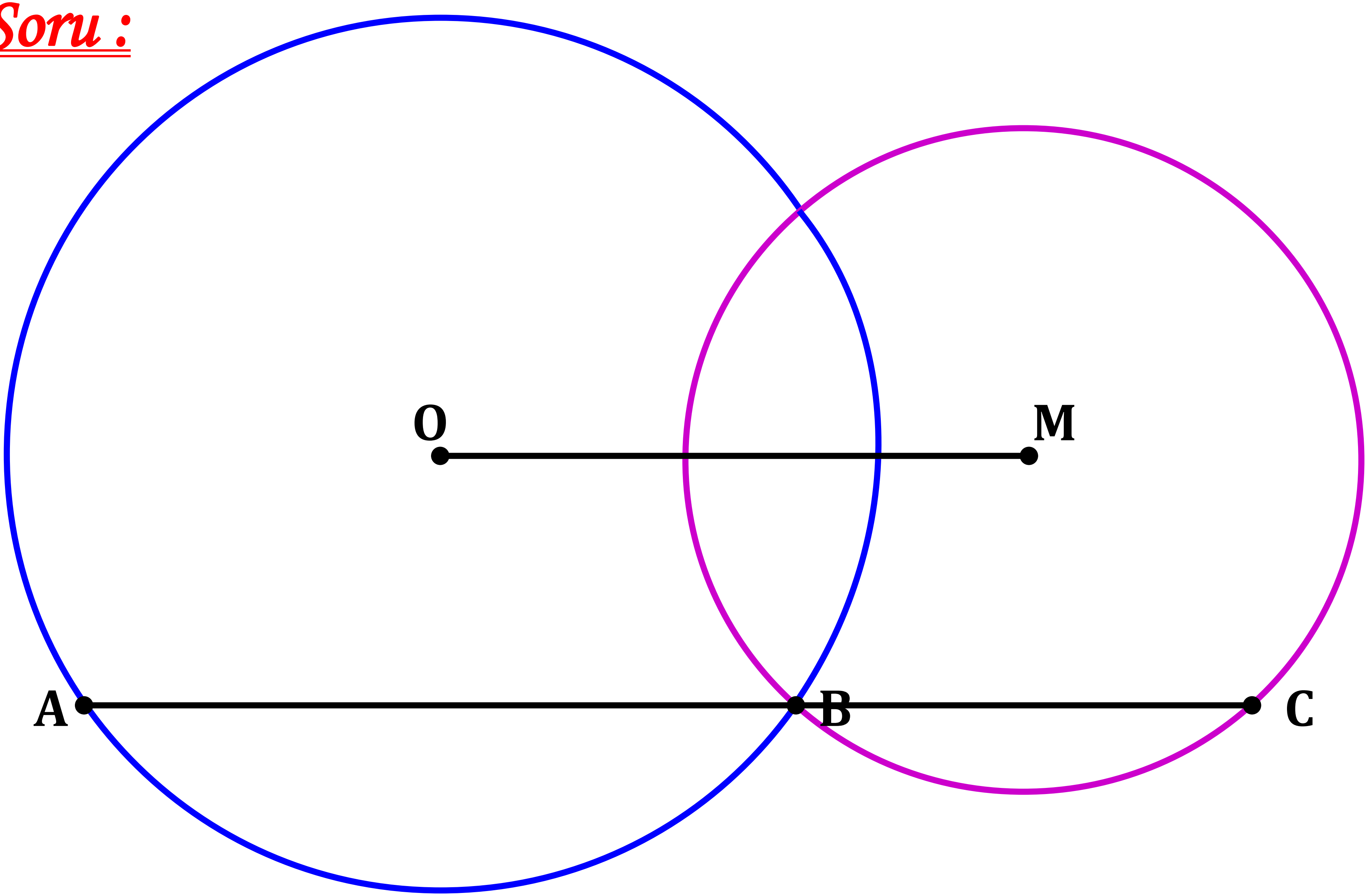
Kural 1:



O merkez olsun.

***** Bir çemberin merkezinden kirişe indirilen dikme, kirişi ortalar.** **|OH| uzunluğu, merkezin kirişe olan uzaklığıdır.**

Soru :

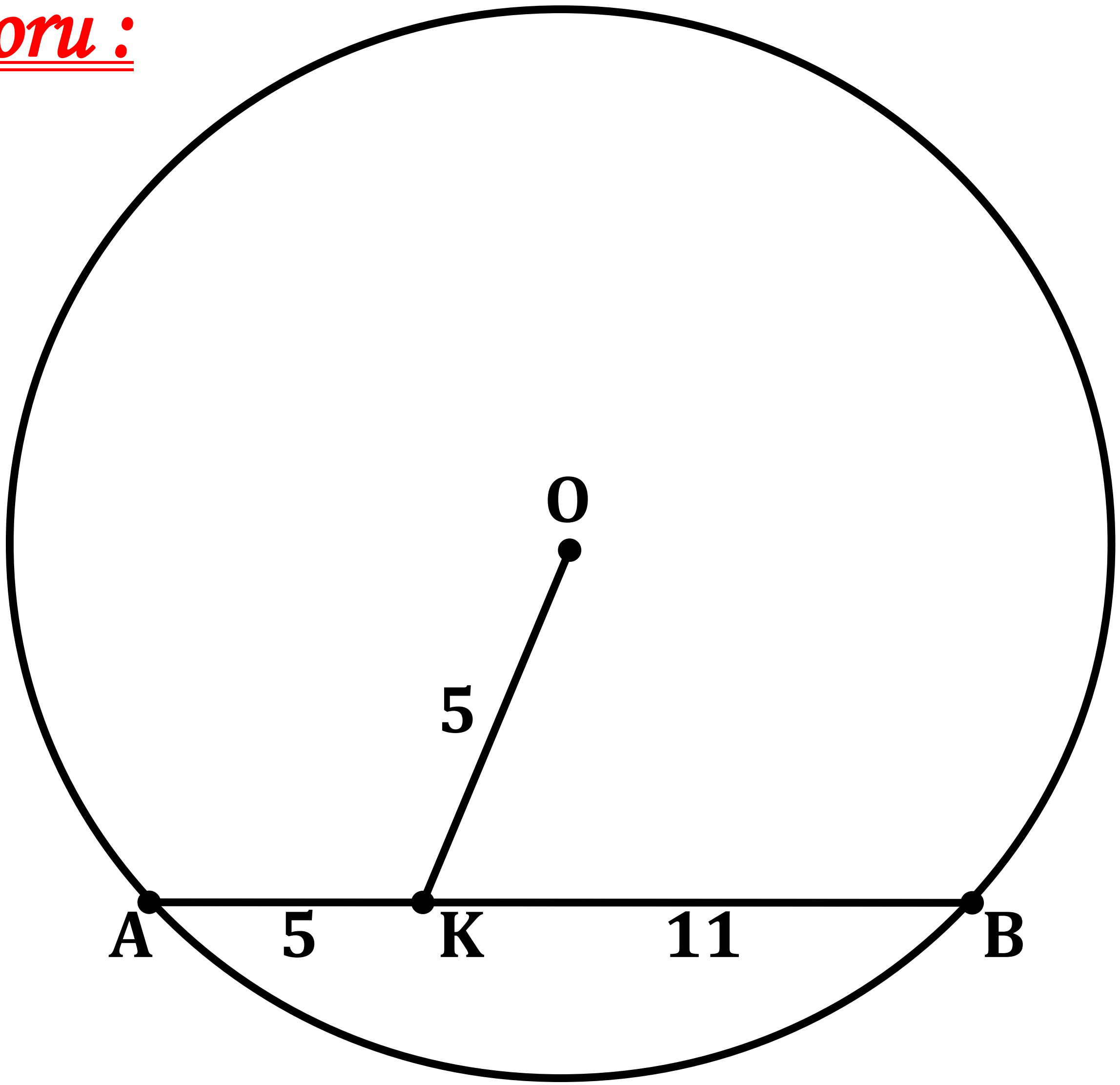


O ve M çemberlerin merkezleridir. [OM] // [AC] ve

| OM | = 30 br ise | AC | = ?

Soru : **Yarıçap uzunluğu 10 br olan çemberde, merkezden 6 br uzaklıktaki kirişin uzunluğunu bulunuz.** **(Şekil verilmezse uygun şekil çizilir.)**

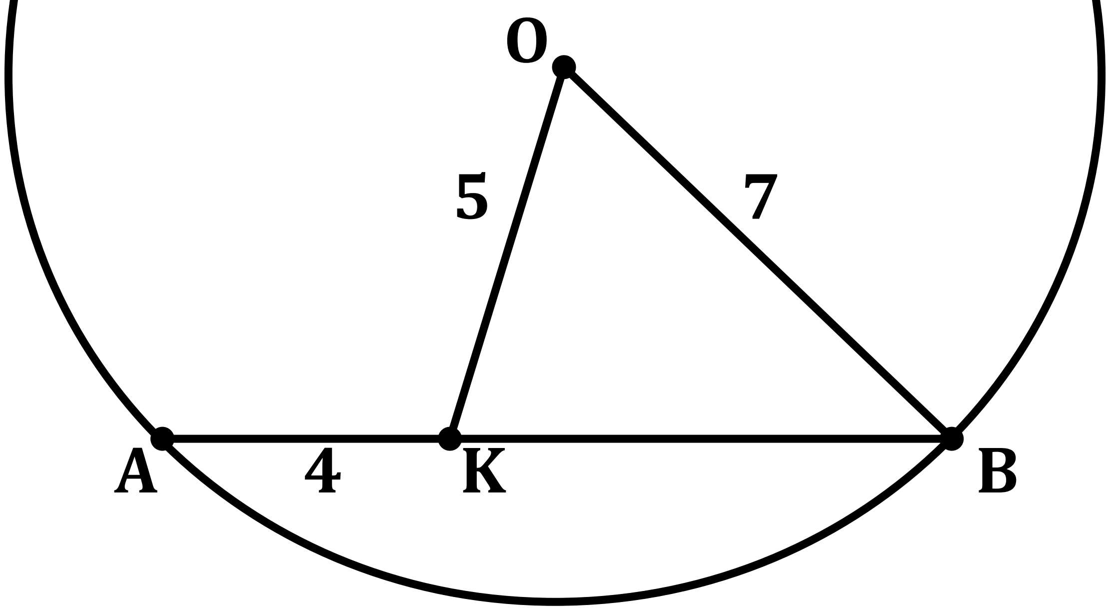
Soru :



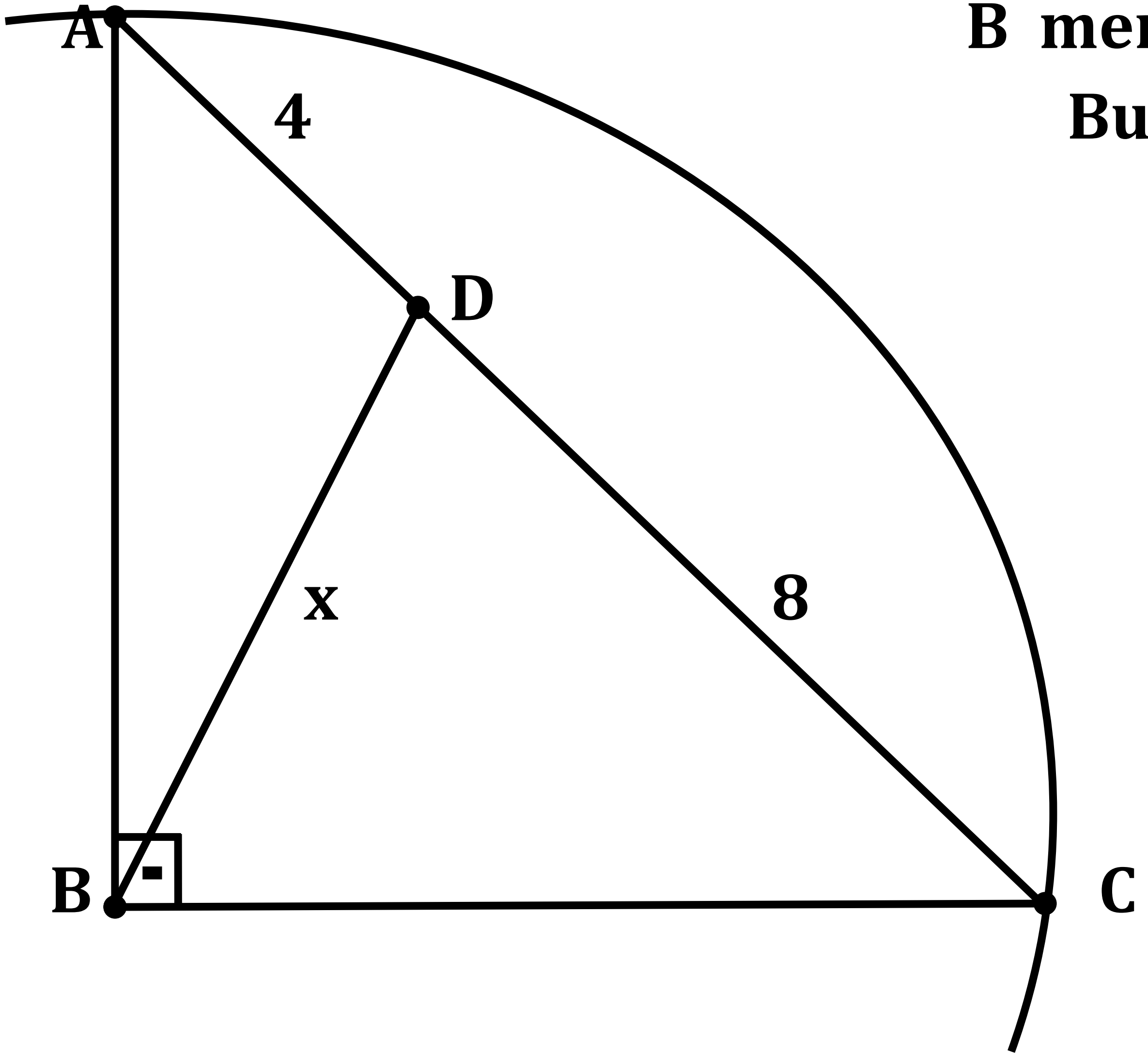
O merkezli çemberin yarıçapını bulunuz.

Soru :

O merkez ise |AB| = ?



Soru :



B merkezli çeyrek çember veriliyor.

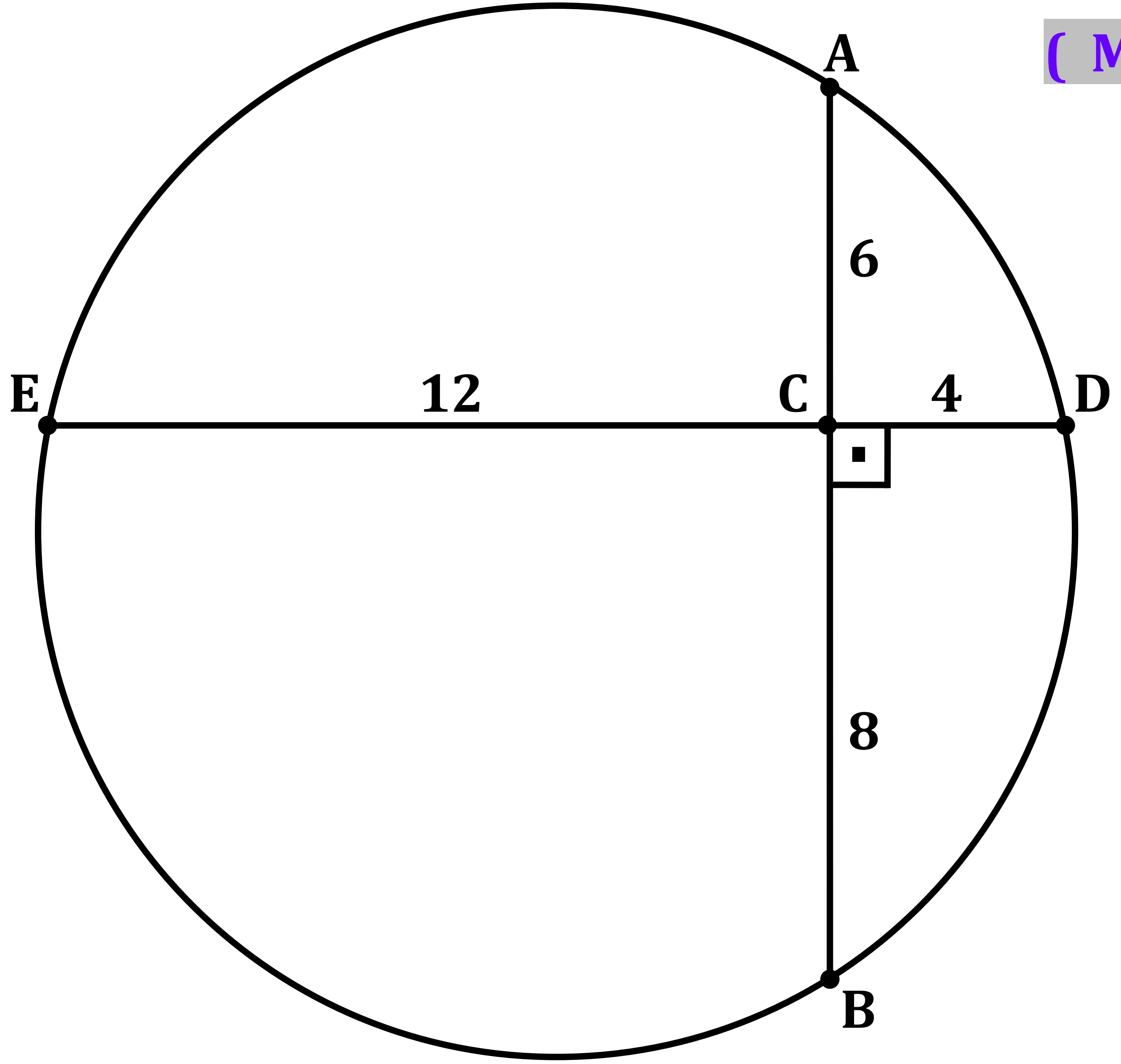
Buna göre x = ?

(Muhteşem üçlüden faydalanılır.)

Soru :

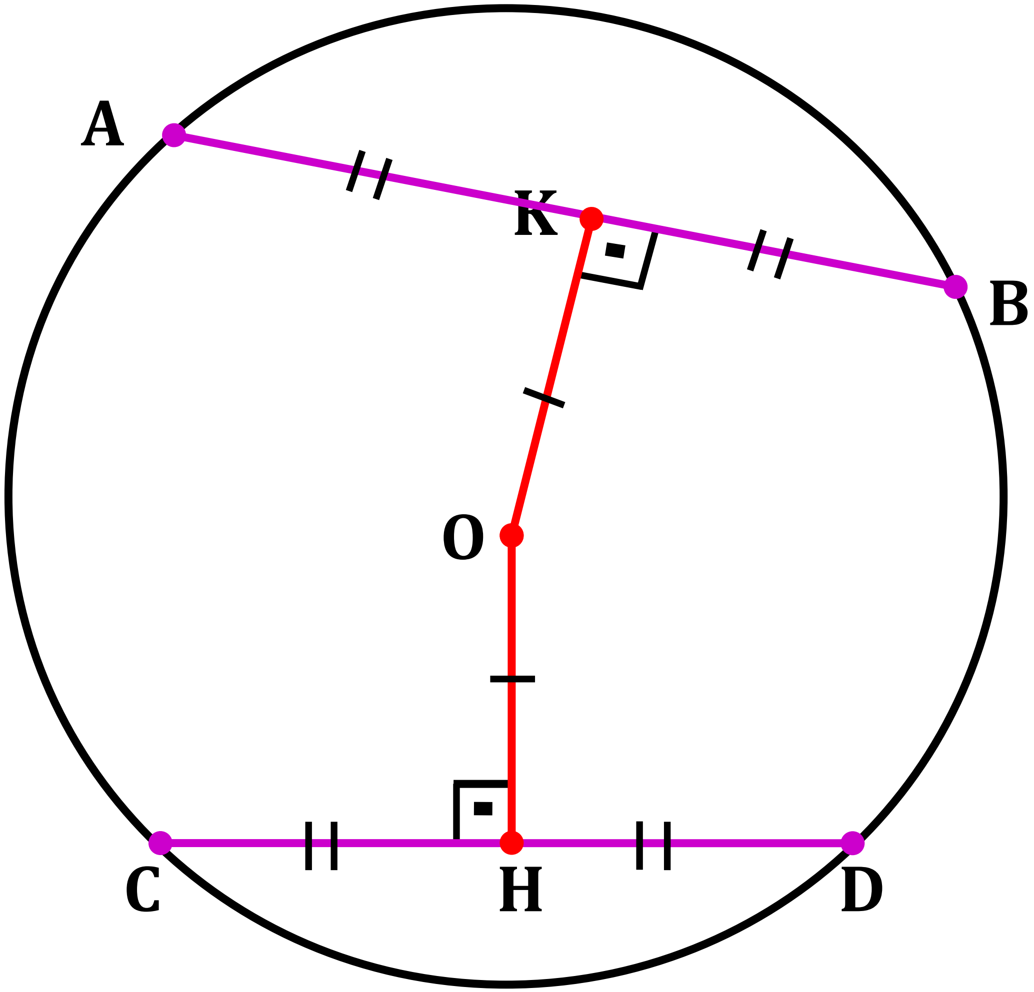
Verilen çemberin yarıçapını bulunuz.

(Merkezden kirişlere dik indirilir.)



Soru : **Daire biçimindeki bir lastik asfalt yoldaki dikdörtgen şeklindeki çukura düşüyor. Çukurun yüksekliği 20 cm, genişliği de 80 cm ise tekerleğin çapını bulunuz.**

Kural 2: A)



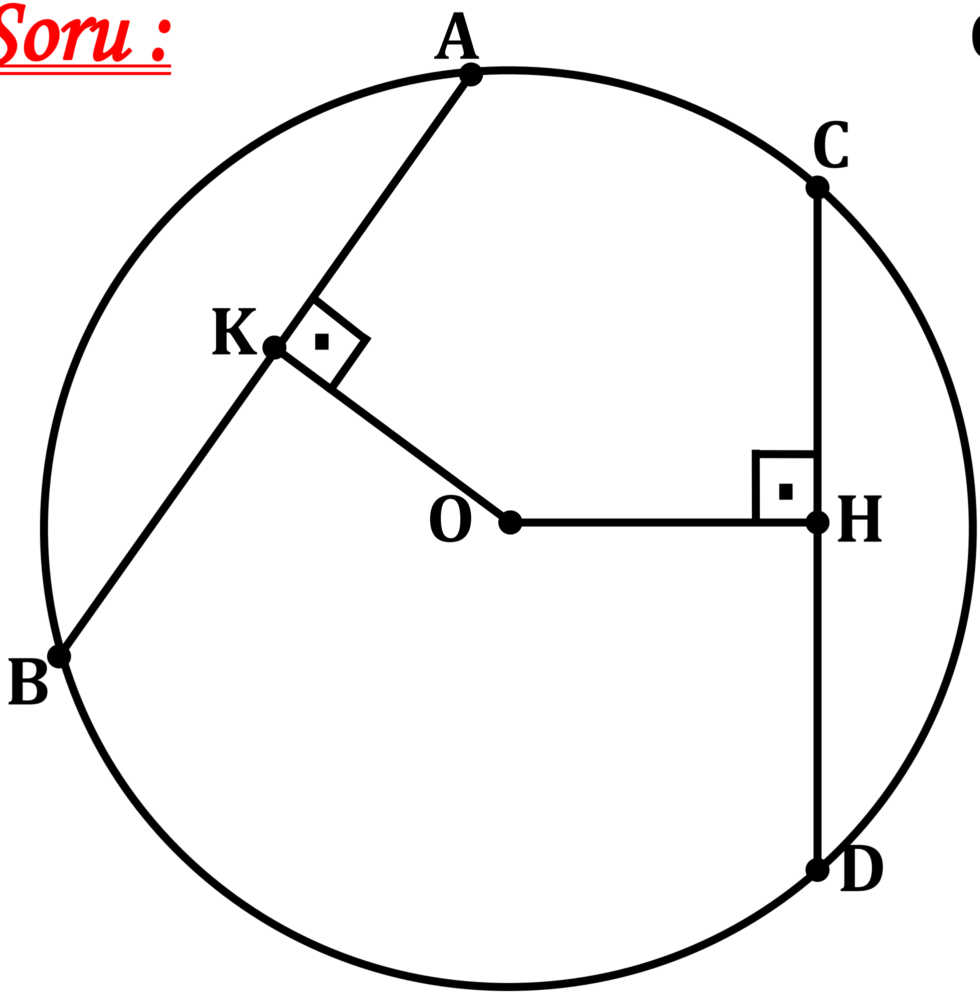
O merkez olsun.

| AB | = | CD | ise

| OK | = | OH | olmalıdır.

***** Yani, bir çemberde merkeze eşit uzaklıkta bulunan kirişler birbirine eşittir.**

Soru :

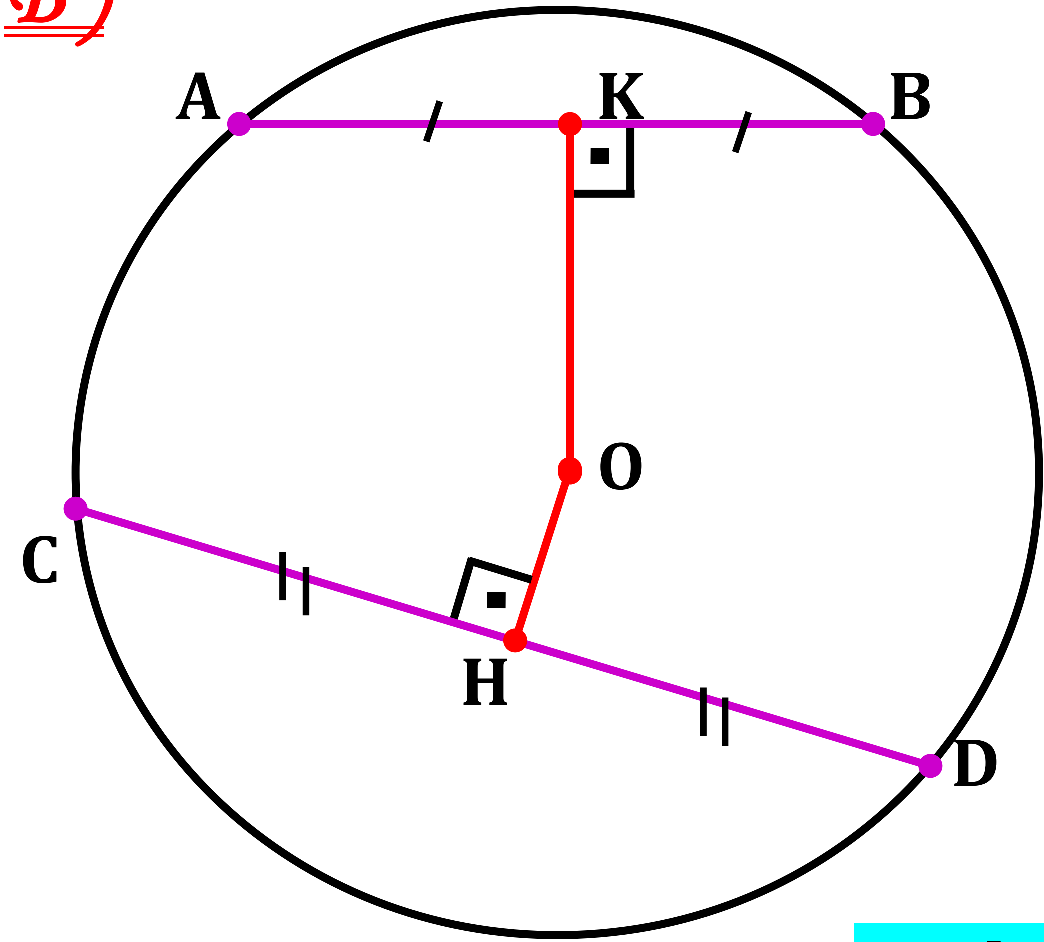


O merkez , |AB| = |CD| = 16 br ,

|OK| = 2x – 3 ve |OH| = x + 3

br ise çemberin yarıçapını bulunuz.

B)



O merkez olsun.

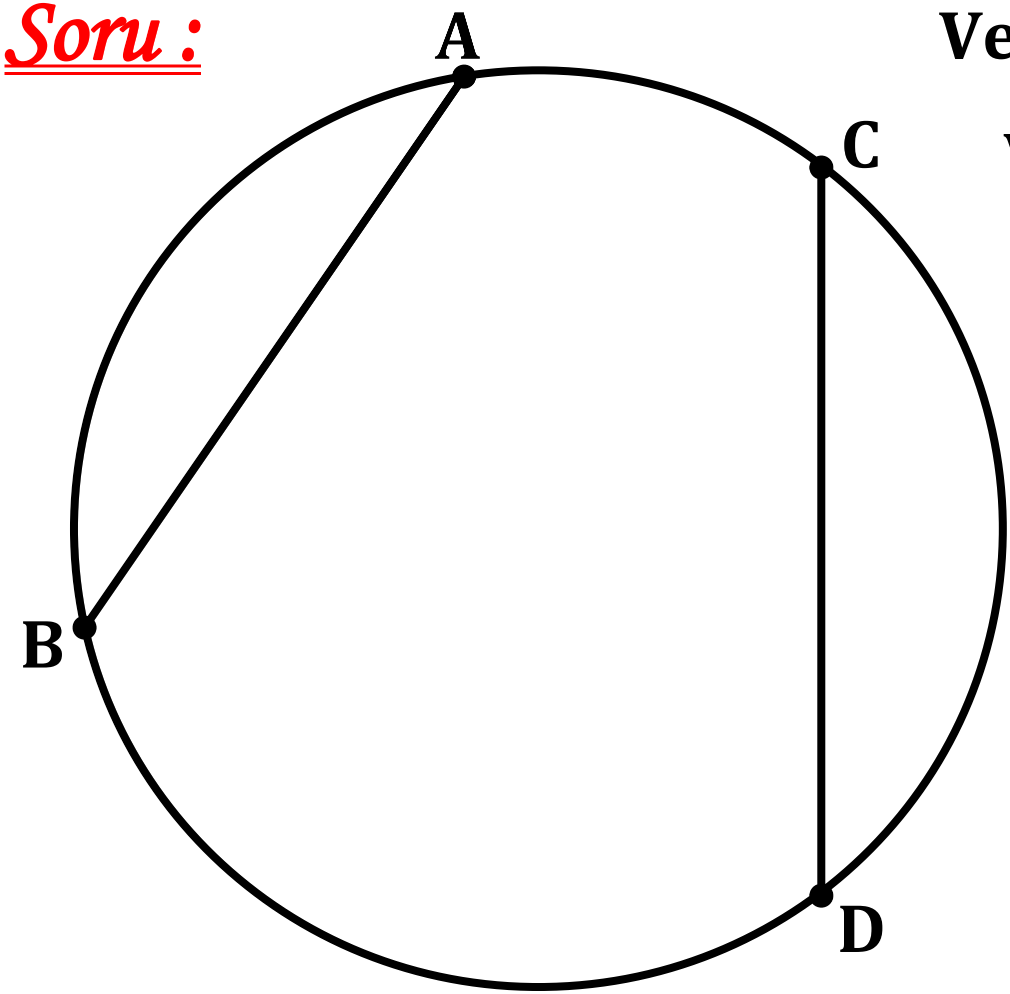
| OH | < | OK | ise

| CD | > | AB | olarak alınır.

***** Yani , herhangi iki kirişten merkeze yakın olan kiriş daha büyüktür.**

Diğer bir deyişle büyük olan kiriş, merkeze daha yakındır.

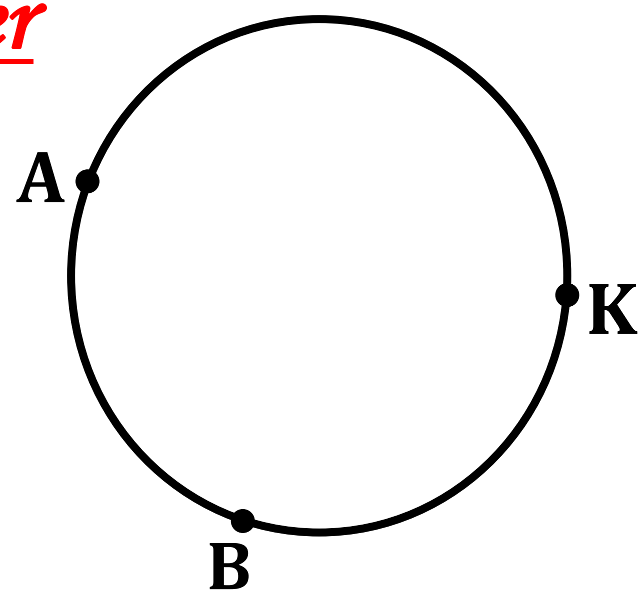
Soru :



Verilen çemberde $|AB| = 2x - 10$ br ve $|CD| = -70 + 5x$ br olup $[AB]$ kirişi $[CD]$ kirişine göre merkeze daha uzak ise x'in en küçük tam sayı değeri için $|CD| - |AB| = ?$

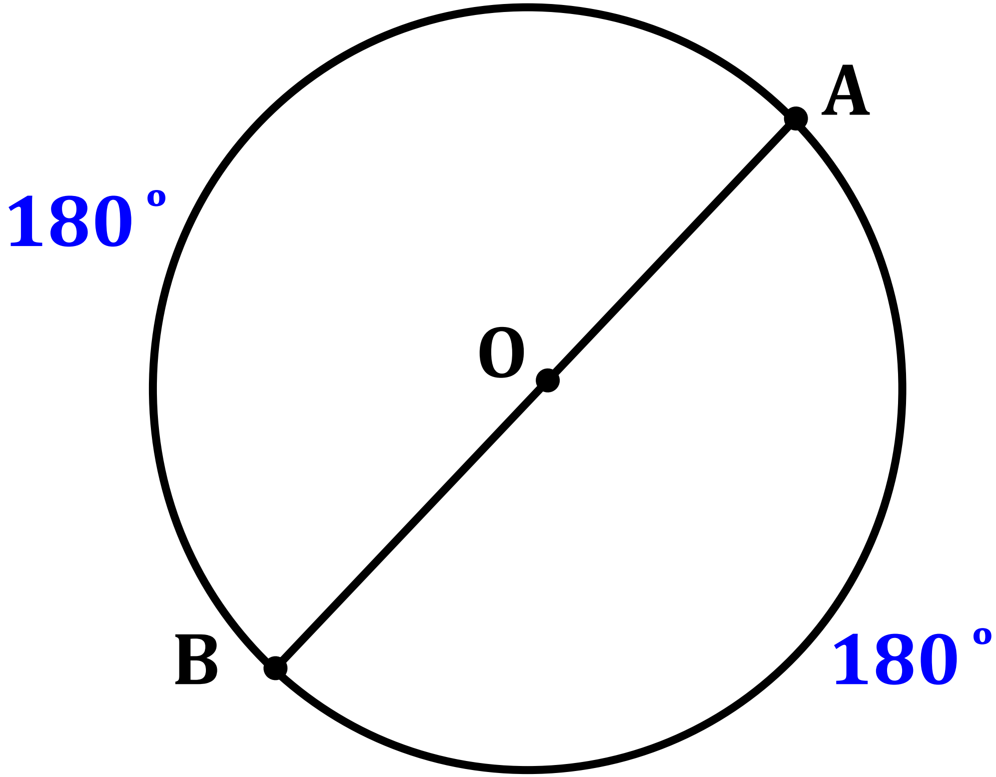
Temel Özellikler

1) **Çemberi oluşturan yayların çlçüleri toplamı 360°’dir.**



$m(\overset{\frown}{AB}) + m(\overset{\frown}{AKB}) = 360^\circ$ **olur.**

2)



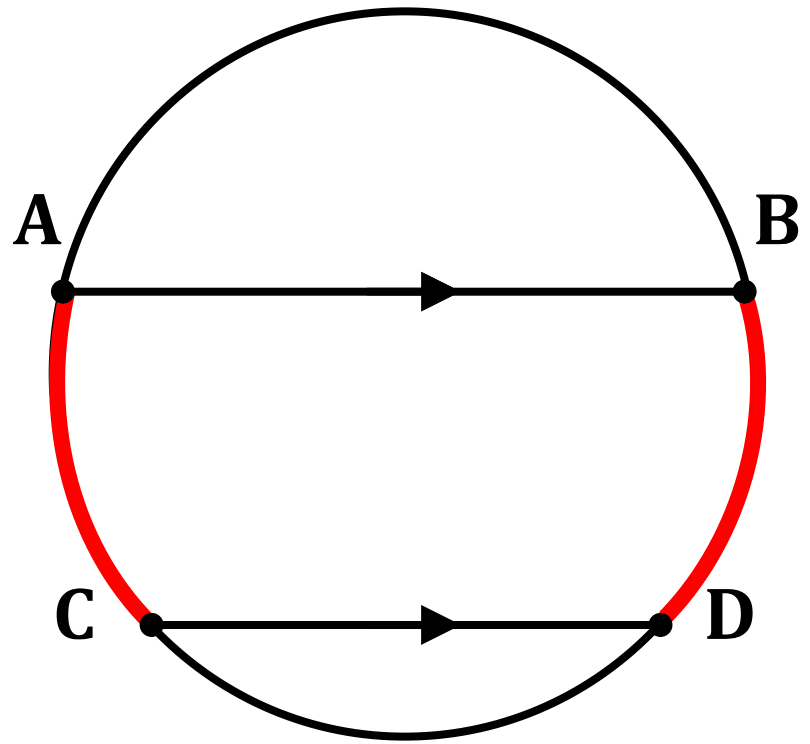
O merkez olsun.

Çemberde çap, tüm çemberi iki eşit parçaya ayırır.

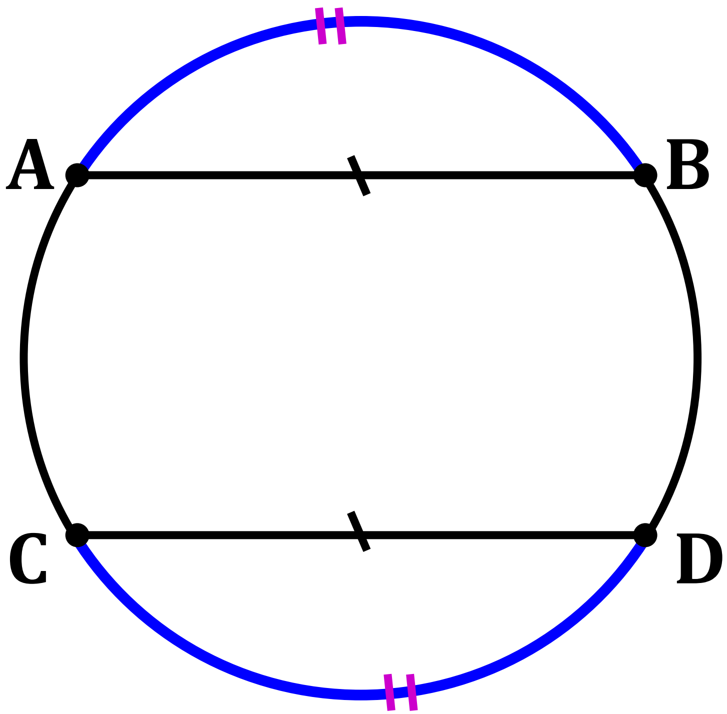
3) [AB] // [CD] ise

m ($\overset{\frown}{AC}$) = m ($\overset{\frown}{BD}$)

olur. Çember üzerinde birbirine paralel olan kirişle arasında kalan yayların ölçüleri birbirine eşittir.



4)



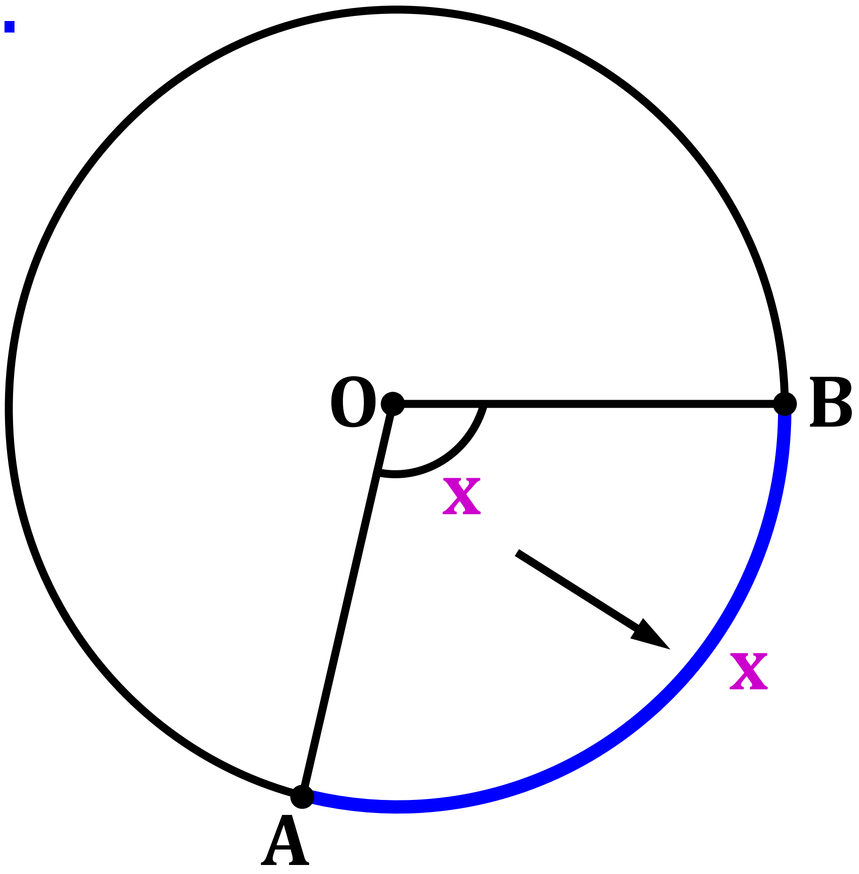
İki <u>eşit</u> kirişin gördüğü yayların ölçüleri de birbirine eşittir.

| AB | = | CD | ise

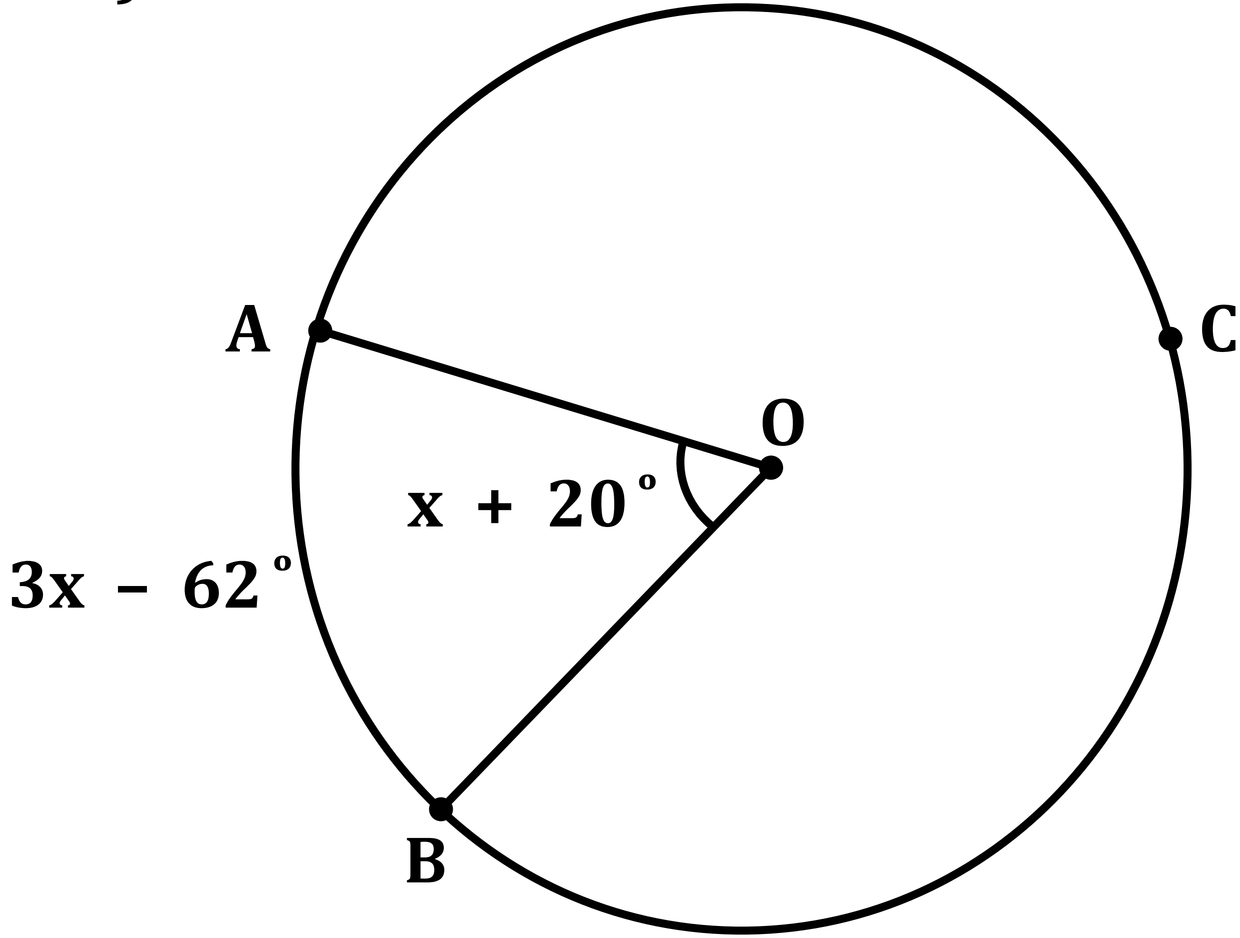
m ($\overset{\frown}{AB}$) = m ($\overset{\frown}{CD}$) olur.

ÇEMBERDE AÇILAR

Kural 1: **(Merkez Açı)** **O çemberin merkezi ise, merkez açı gördüğü yayın ölçüsüne eşittir.** $m(\widehat{AOB}) = m(\overset{\frown}{AB})$ **olarak alınır.**



Soru : **O merkez ise $m(\overset{\frown}{ACB}) = ?$**

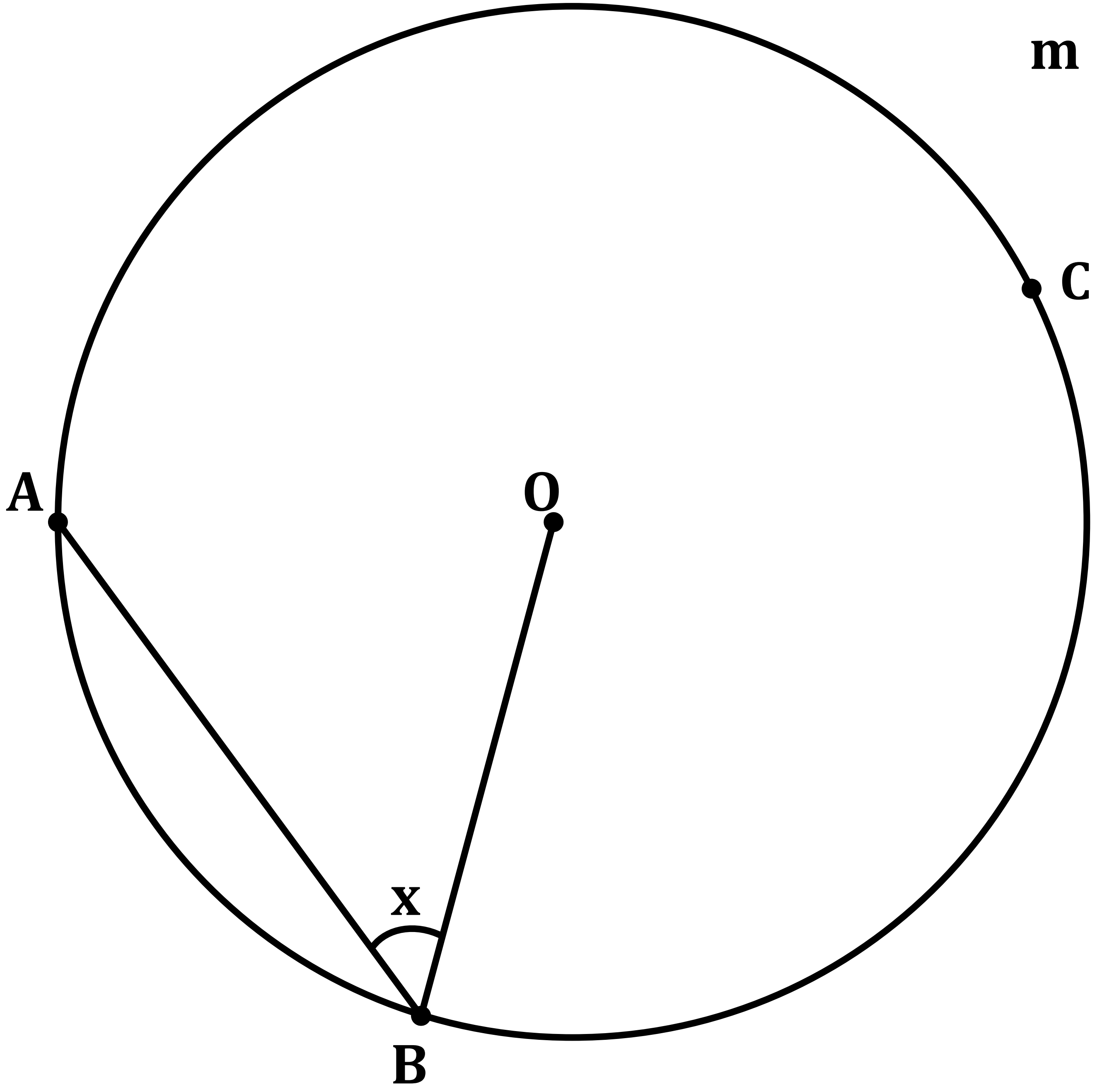


Soru :

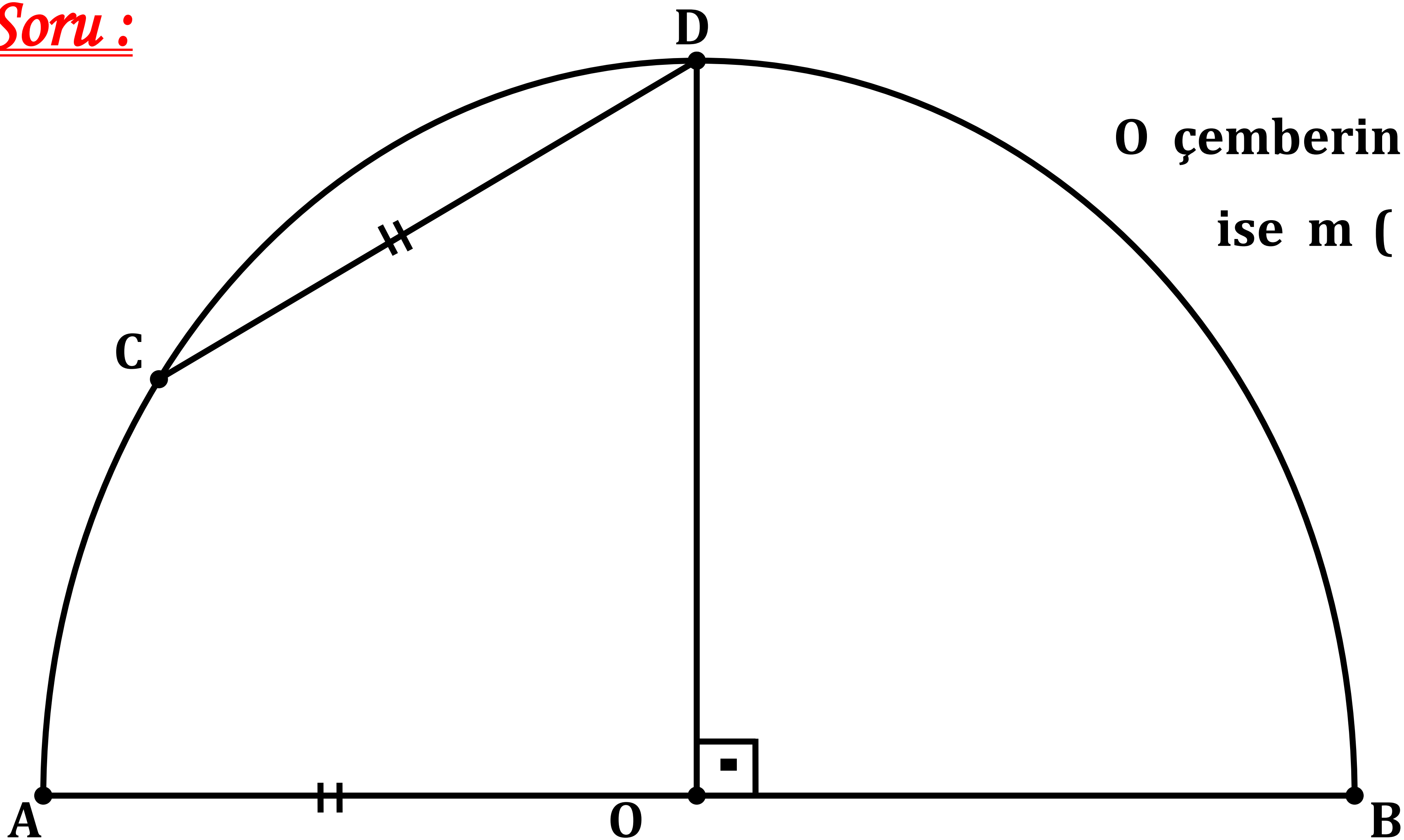
O çemberin merkezi ve

$m(\overset{\frown}{AB}) = 80^{\circ}$ ise $x = ?$

(A ile O birleştirilir.)



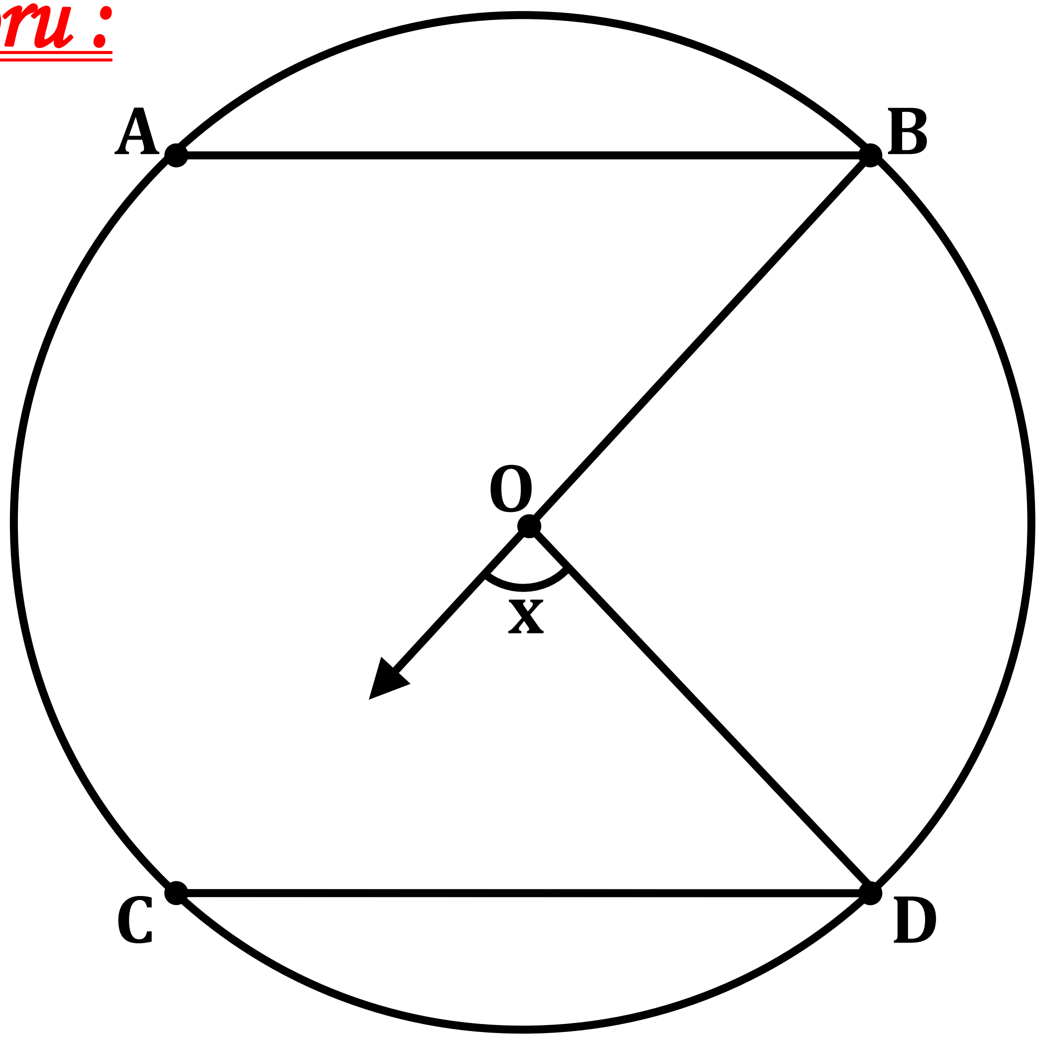
Soru :



O çemberin merkezi

ise m ($\overset{\frown}{AC}$) = ?

Soru :



[AB] // [CD] 'dir.

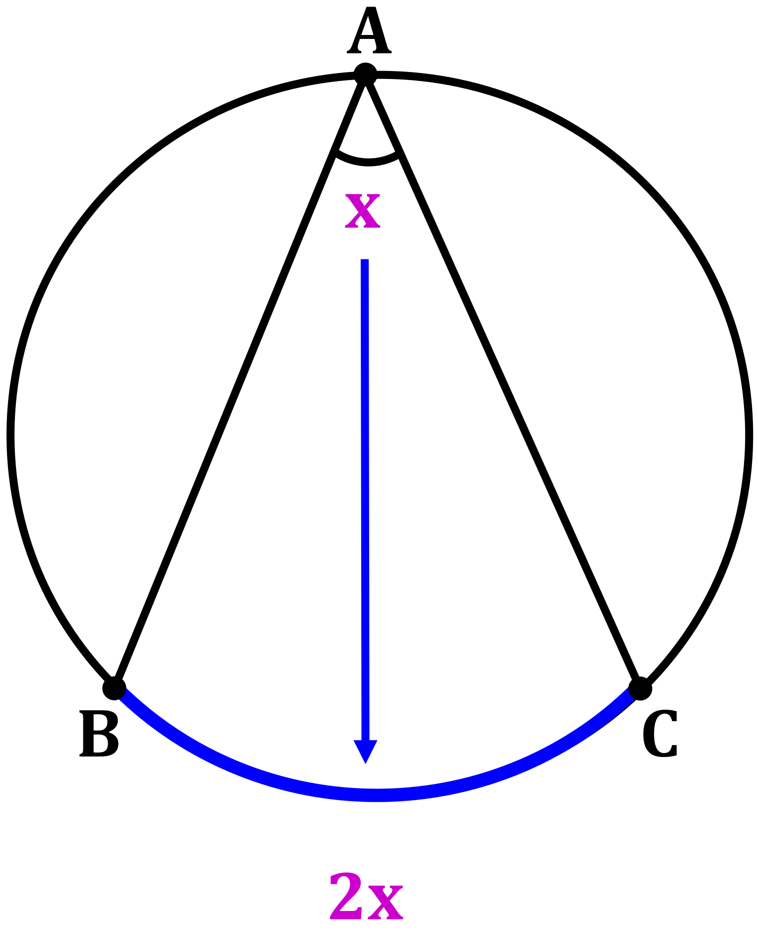
m ($\overset{\frown}{BD}$) = α + 44° ve

m ($\overset{\frown}{AC}$) = 2α – 12° ise

x = ?

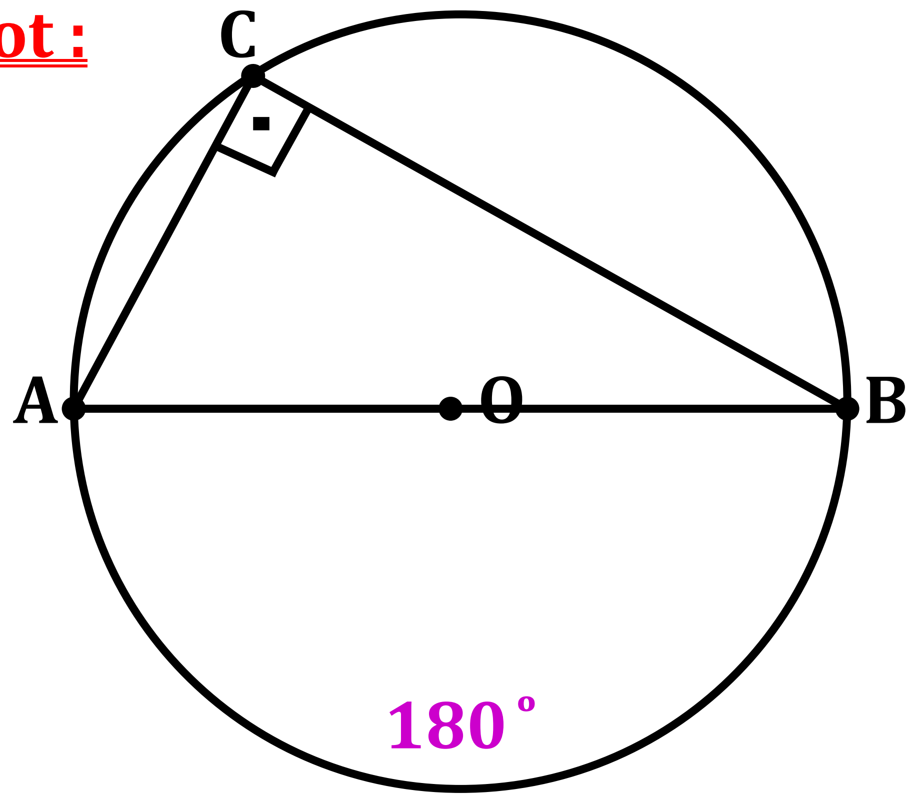
(Paralel kirişler arasındaki yayların ölçüsü birbirine eşitti.)

Kural 2: **(Çevre Açı)** **Köşesi çember üzerinde olup kenarları bu çemberin kirişleri olan açıya " çevre açı " adı verilir.**



*** **Çevre açı gördüğü yayın ölçüsünün yarısına eşittir.**

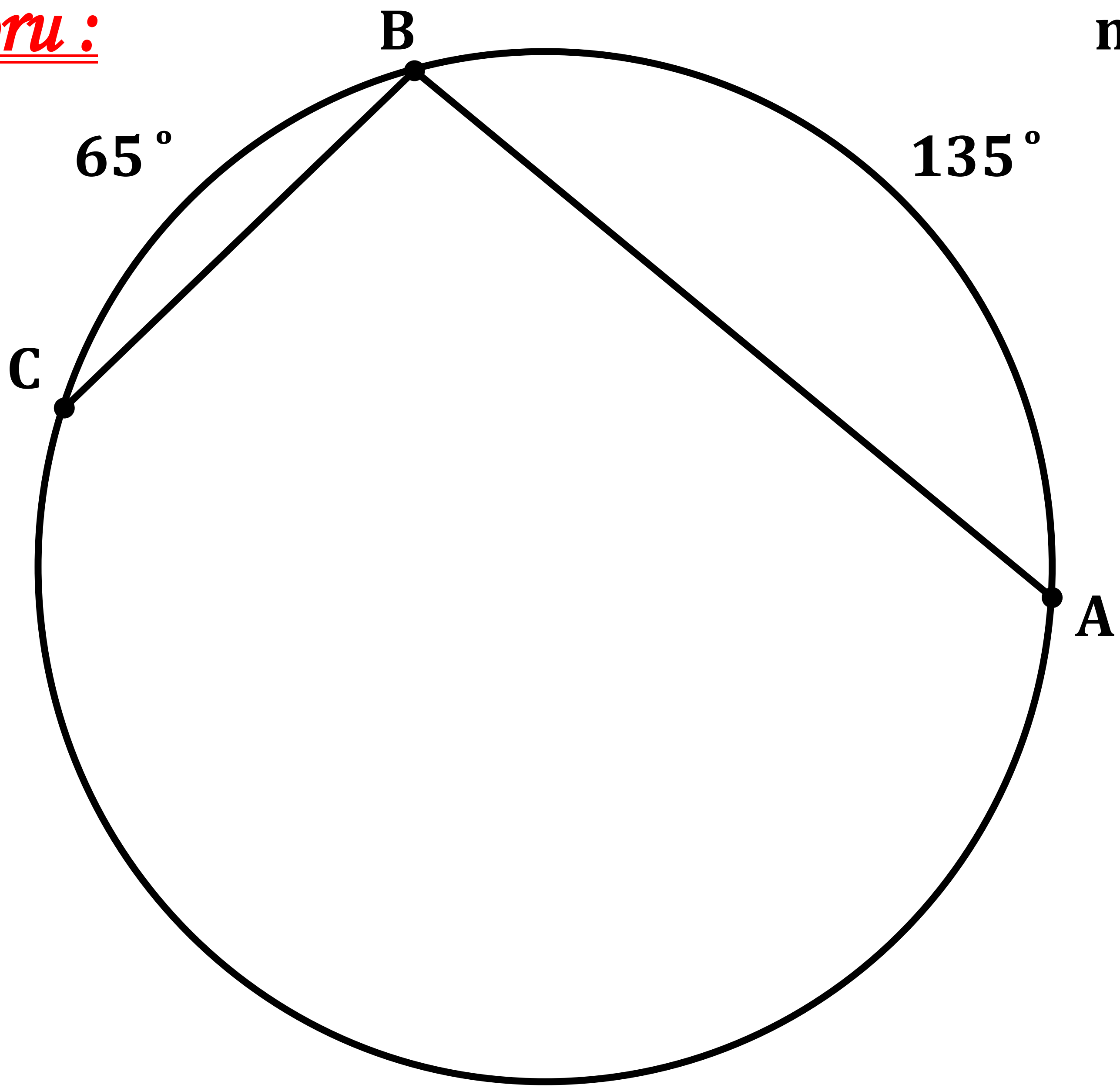
Not :



[AB] çap olsun. Çapı gören çevre açı her zaman 90° 'dir.

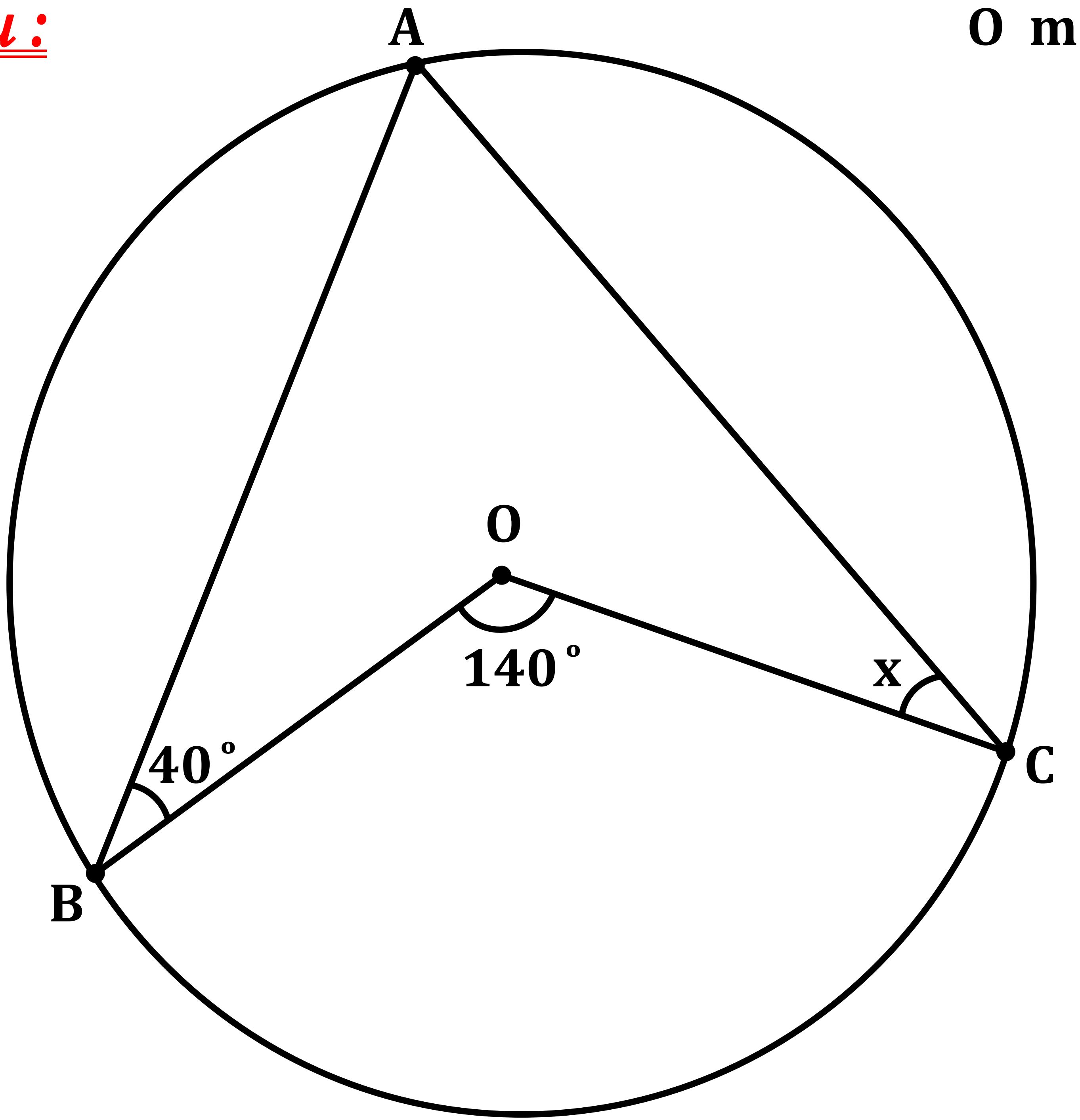
Soru :

$m(\widehat{ABC}) = ?$



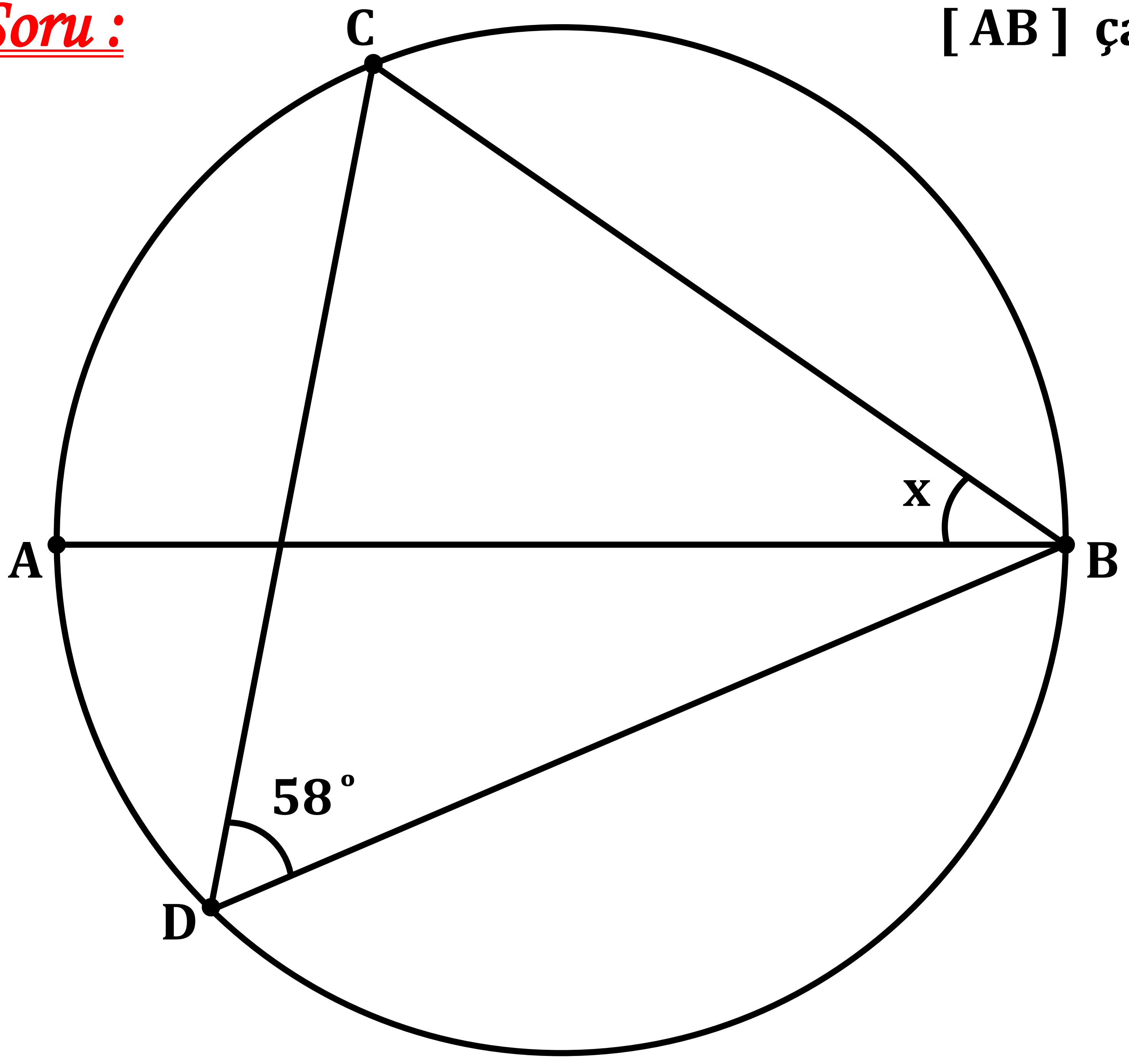
Soru :

O merkez ise $x = ?$



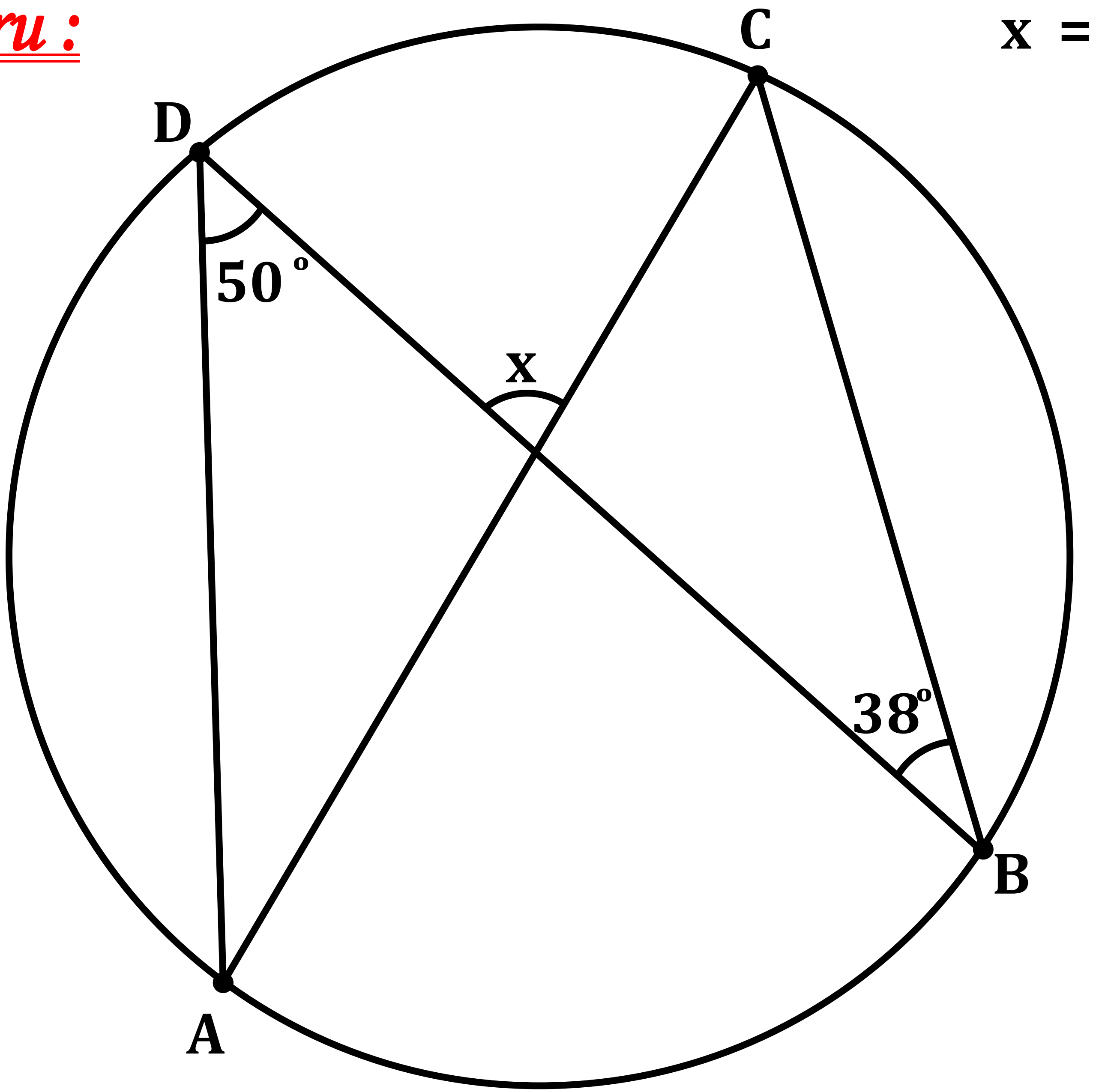
Soru :

[AB] çap ise x = ?



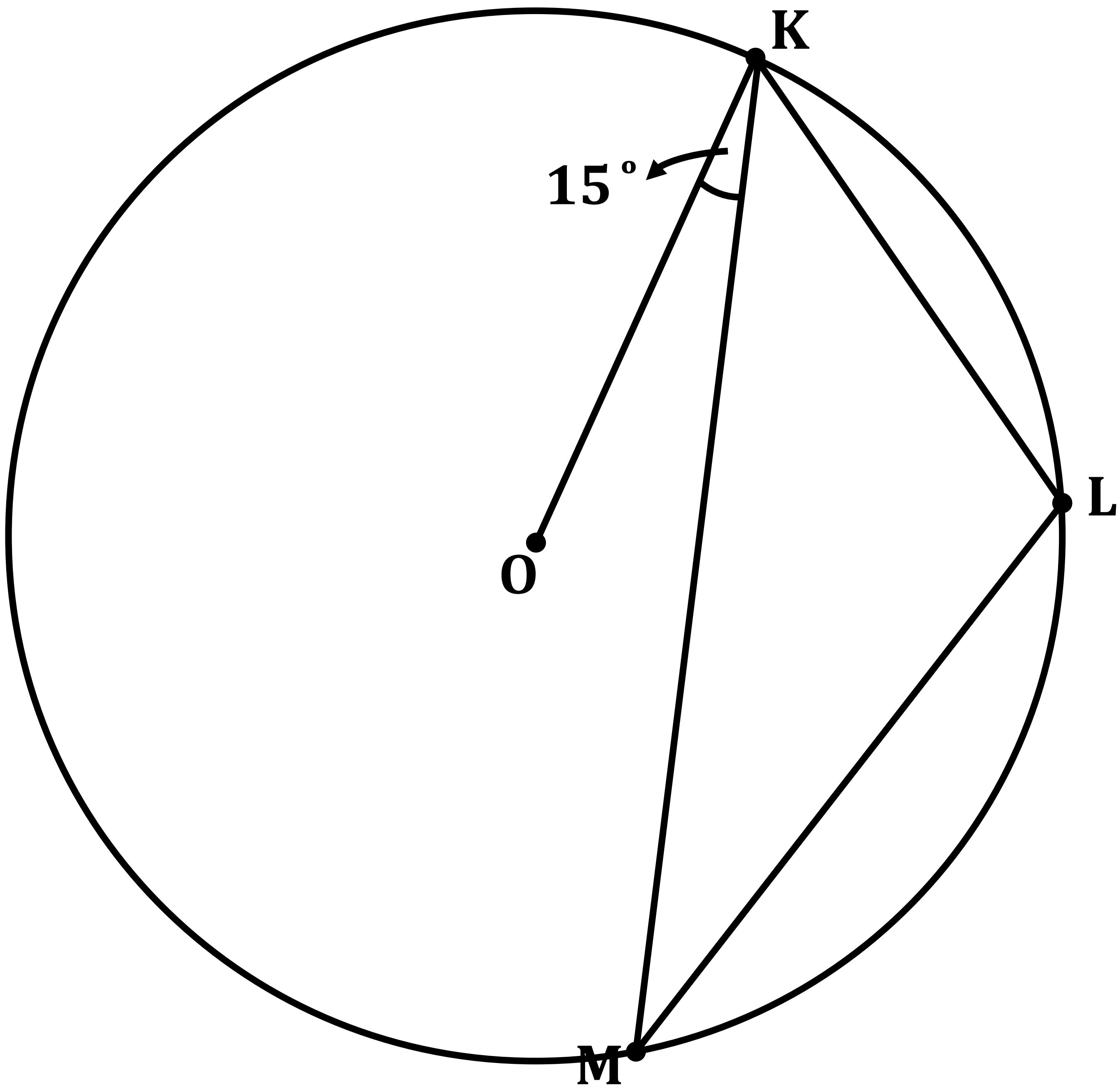
Soru :

$x = ?$



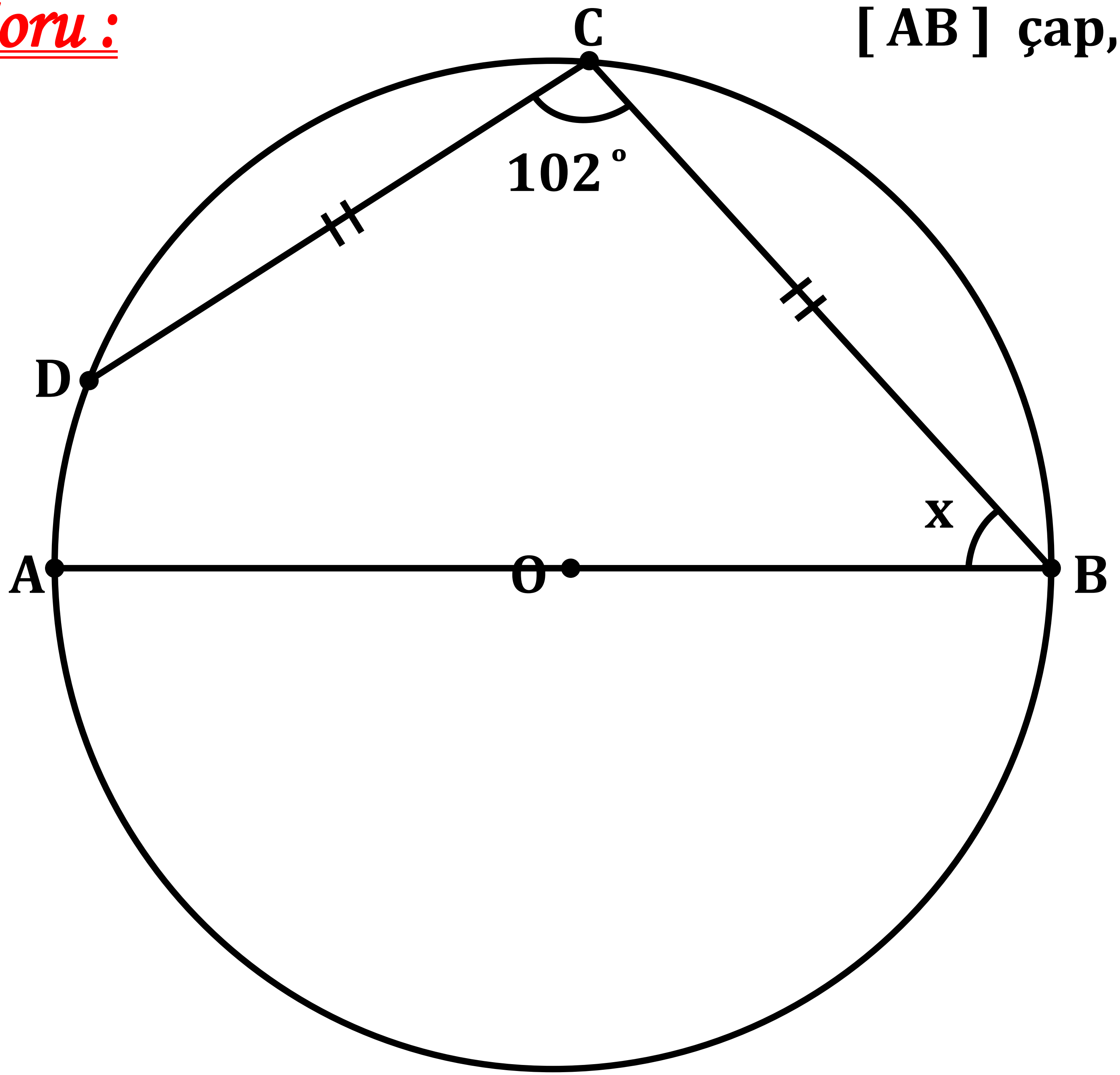
(Not : Aynı yayı gören çevre açıların ölçüleri birbirine eşittir.)

Soru : $m(\widehat{LKM}) = 2 \cdot m(\widehat{LMK})$ ise $m(\widehat{KLM}) = ?$



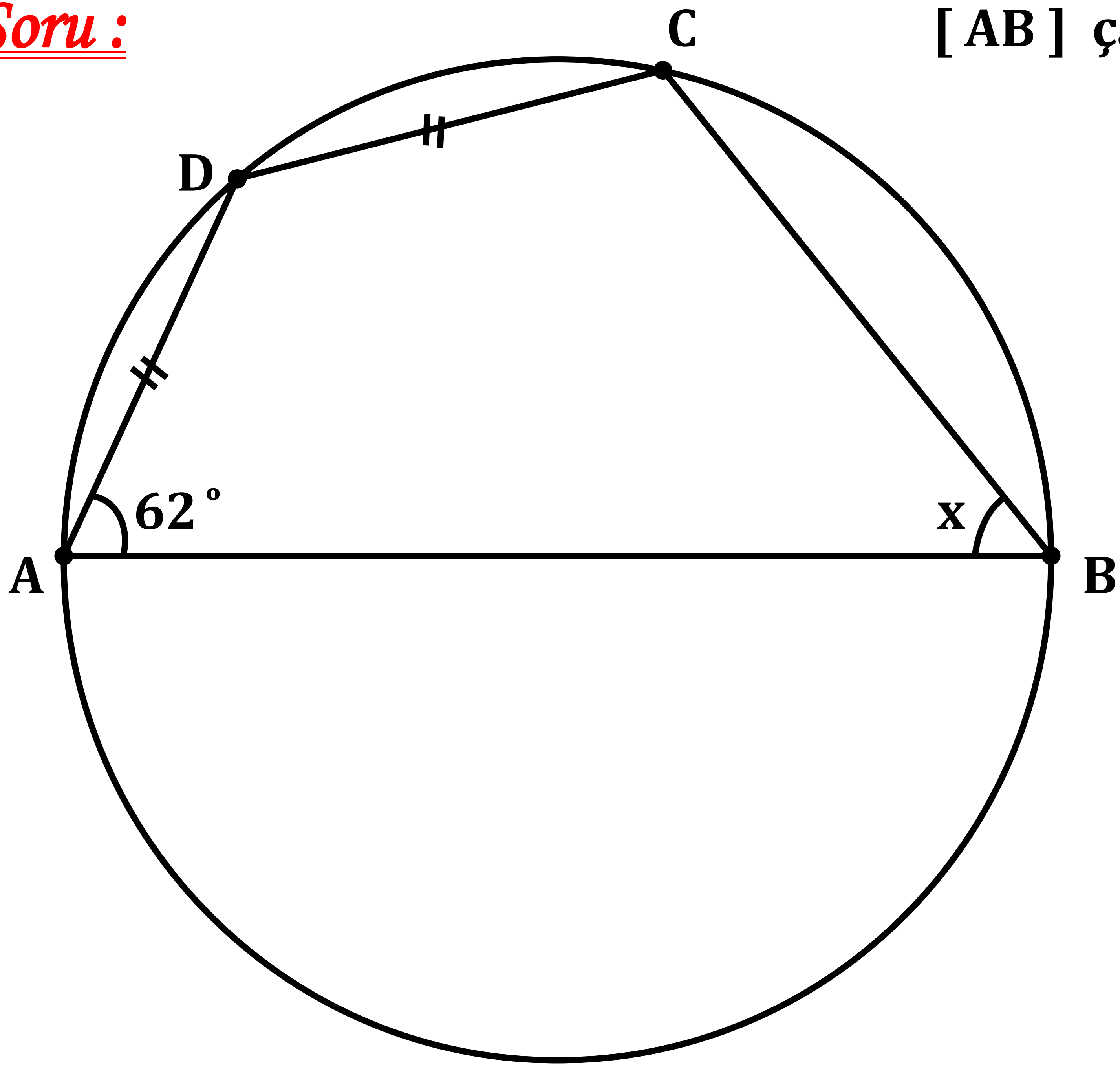
Soru :

[AB] çap, O merkez ise x = ?

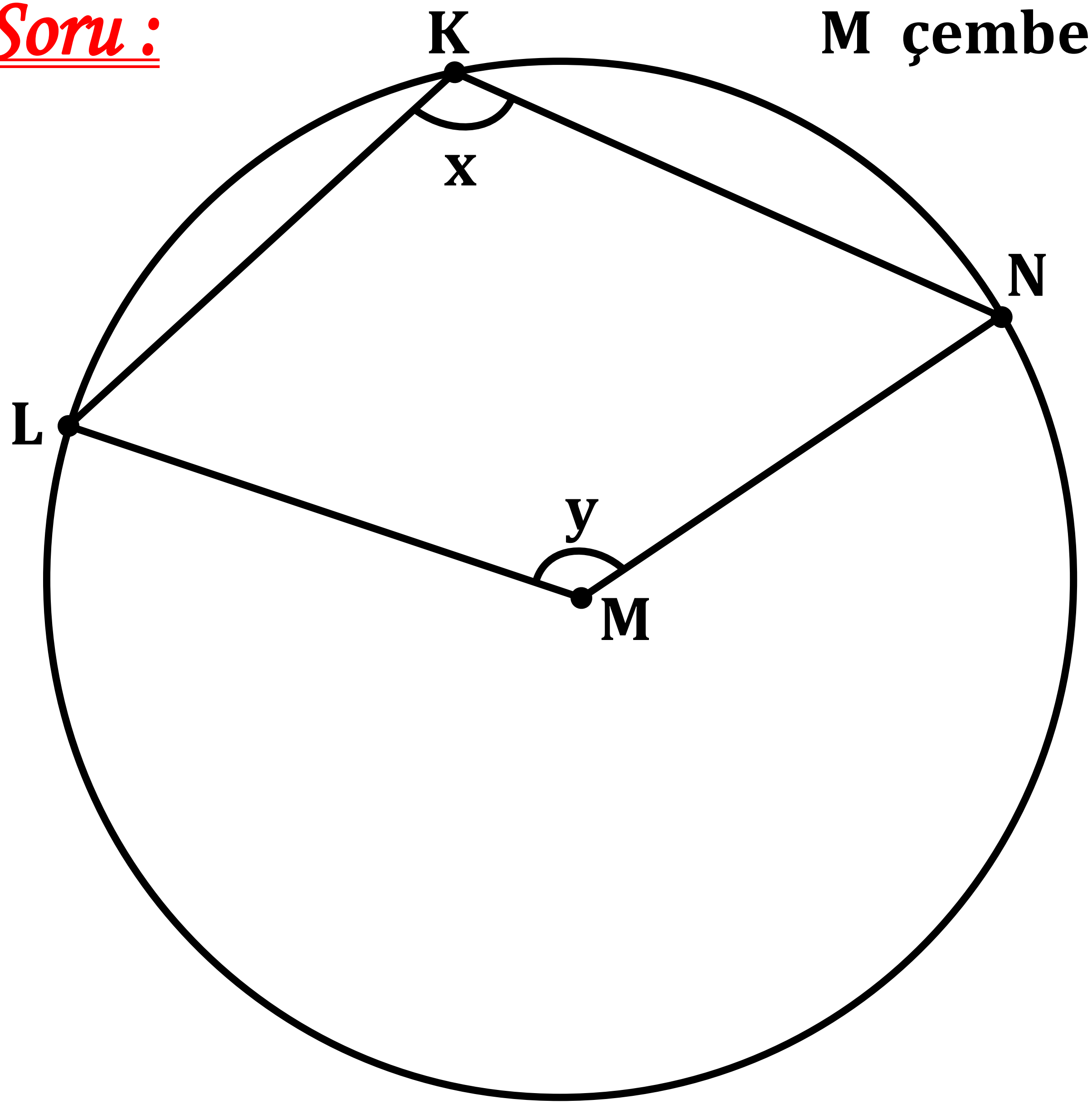


Soru :

[AB] çap ise x = ?



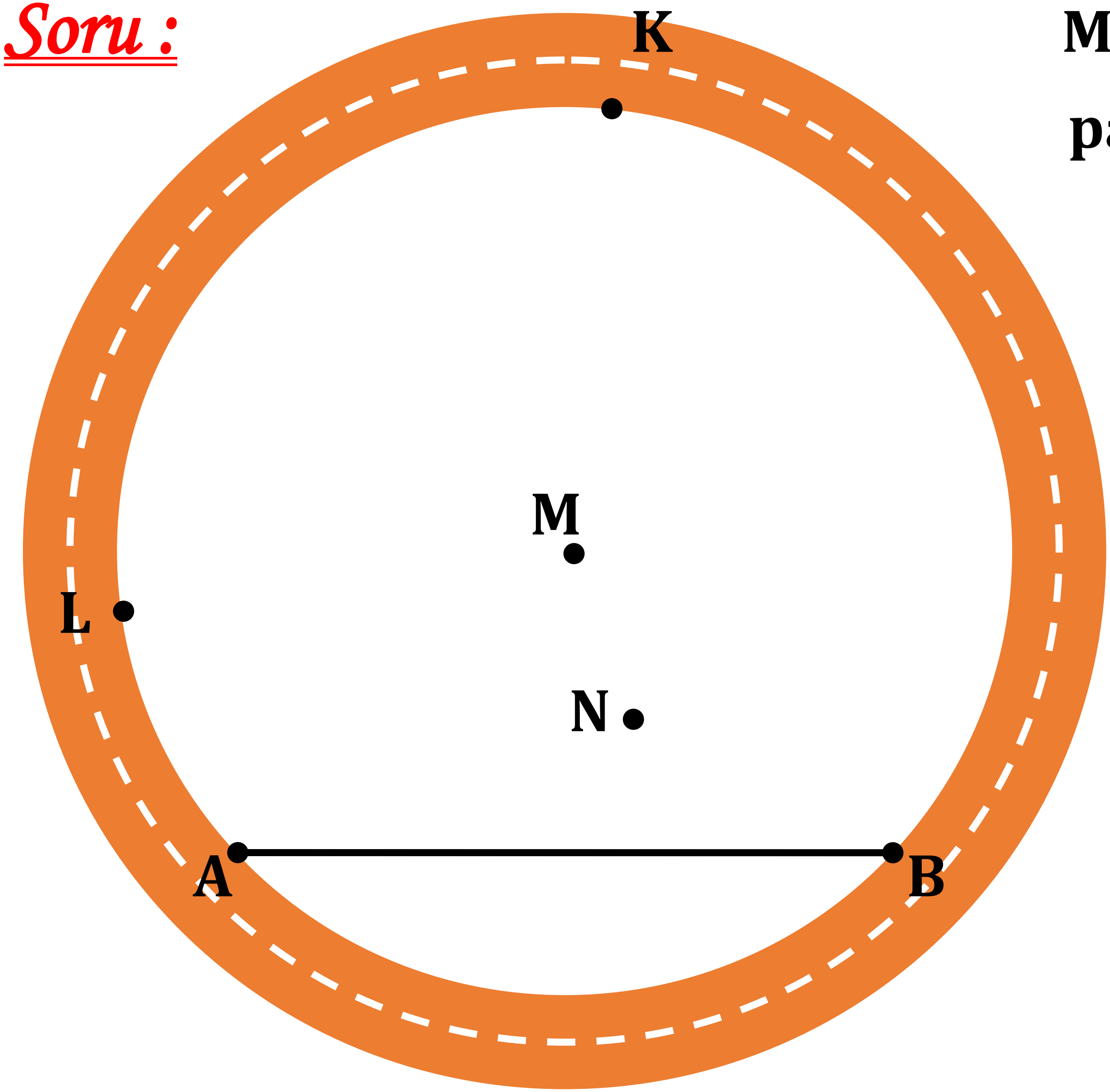
Soru :



M çemberin merkezi ve $x + y = 250^{\circ}$

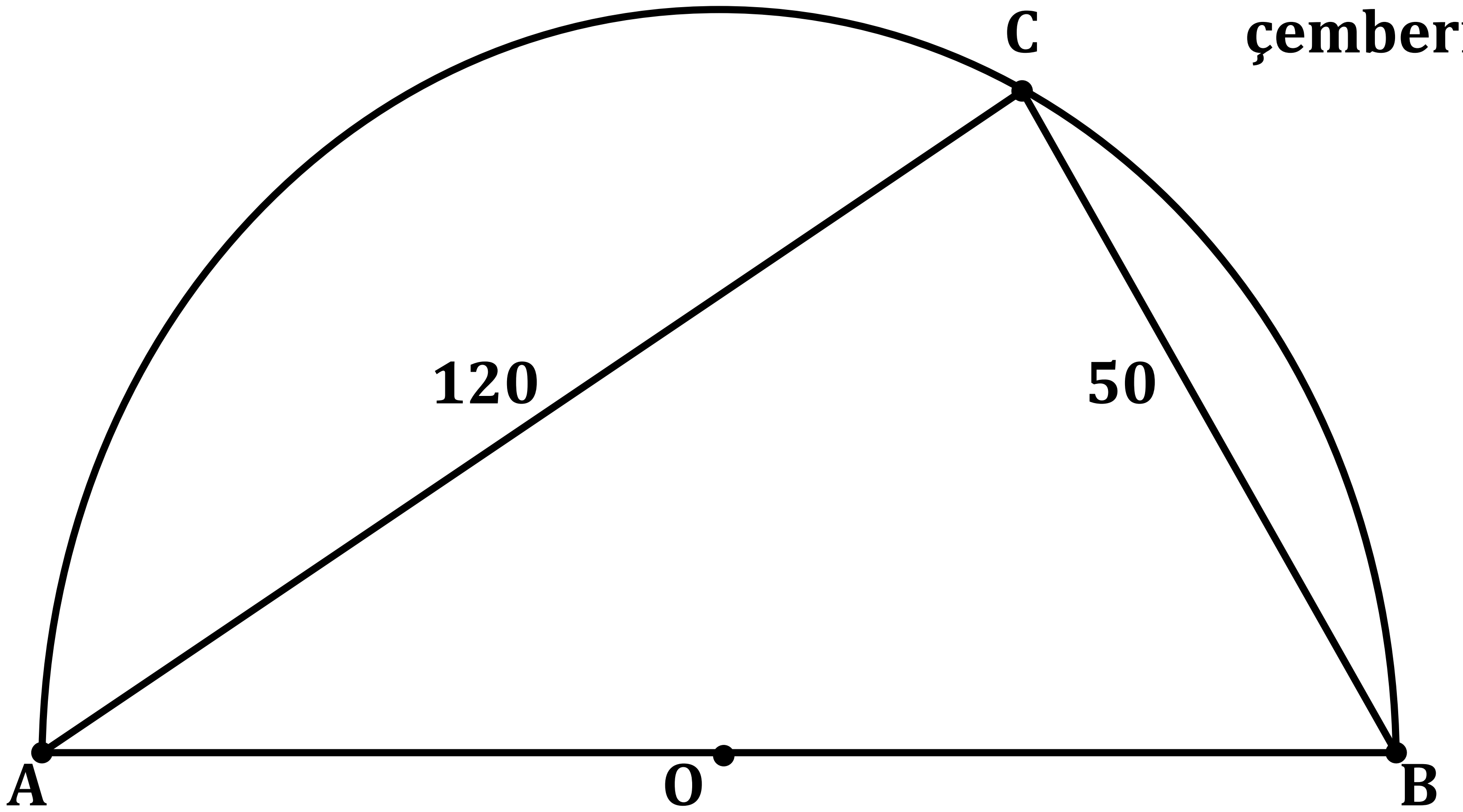
ise $x = ?$

Soru :

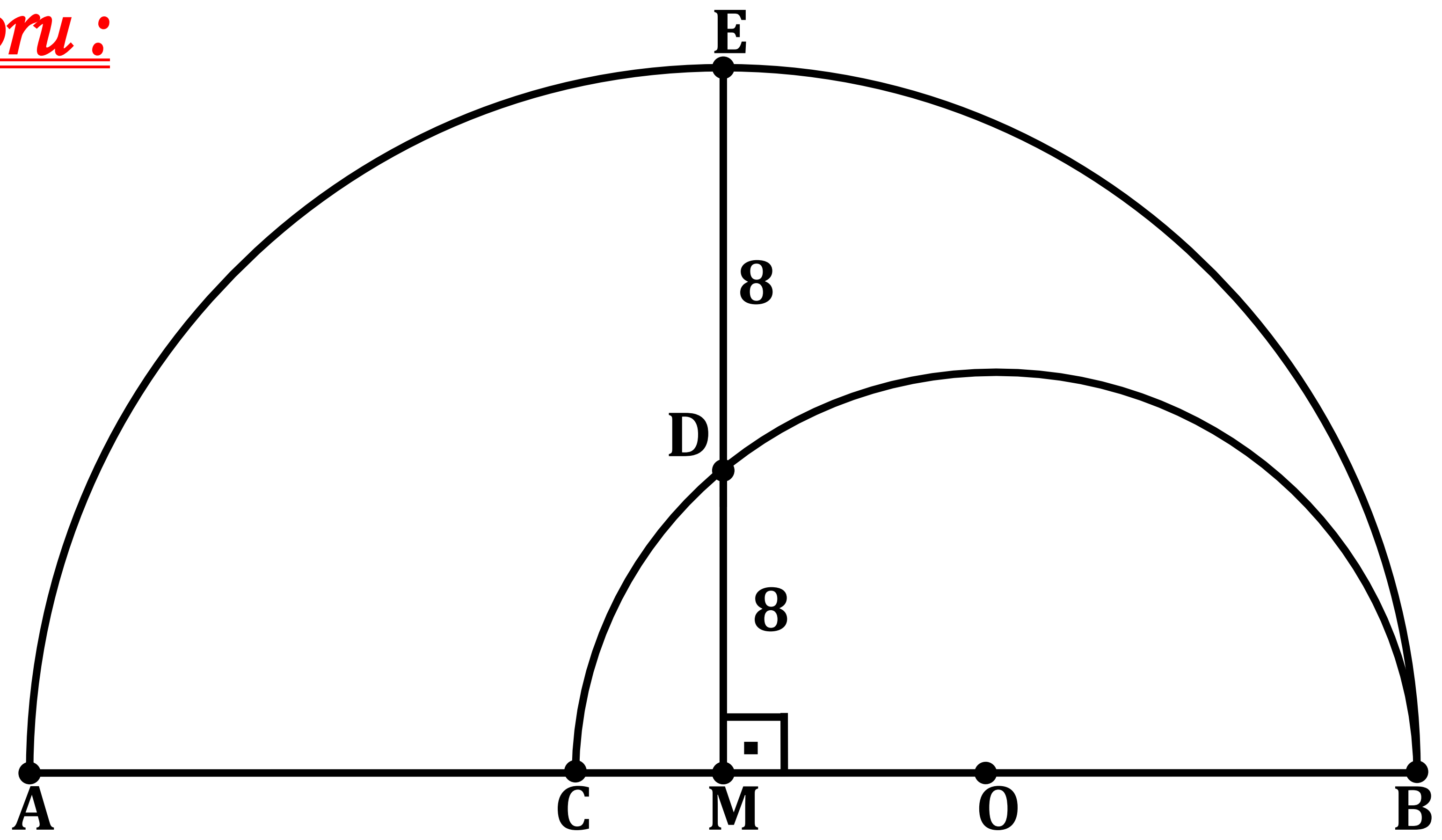


M merkezli çember bir koşu parkurunu temsil etmektedir. A , B ve bir nokta daha seçilip bir üçgen oluşturuluyor. Bu üçgende [AB] kirişini gören köşe açıların küçükten büyüğe doğru sıralayınız.

Soru : **O noktası yarım çemberin merkez noktasıdır. Buna göre çemberi yarıçapı kaç br 'dir ?**



Soru :

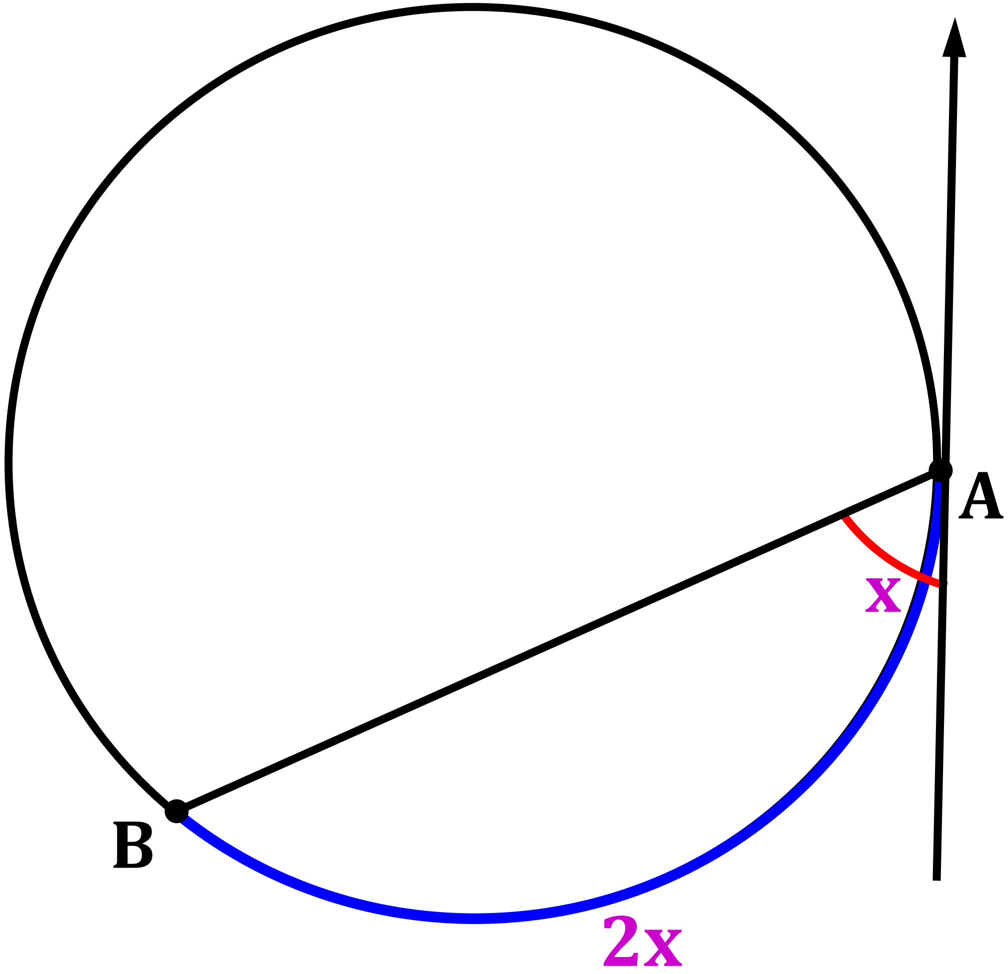


O ve M yarım çemberlerin merkez noktalarıdır. Buna göre

A) |CM| = ? B) Küçük çemberin yarıçapını bulunuz.

(D , B ve C noktaları ile birleştirilir.)

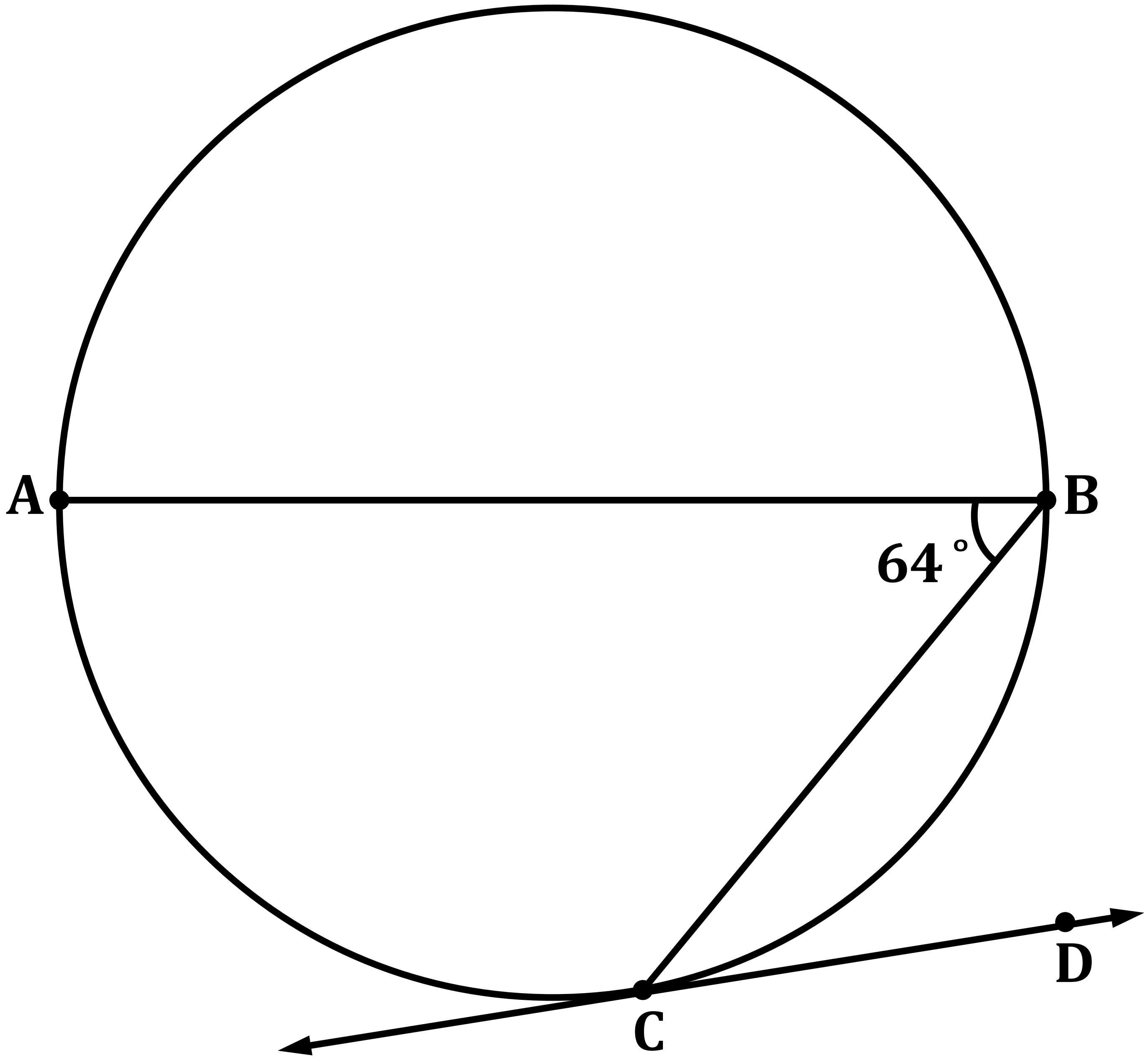
Kural 3 : (Teğet – Kiriş Açı)



A teğet noktası olsun. Bir köşesi teğet ile diğer köşesi kiriş arasında kalan açıya " teğet – kiriş açı " adı verilir.

***** Teğet – kiriş açı, gördüğü yayın ölçüsünün yarısına eşittir.**

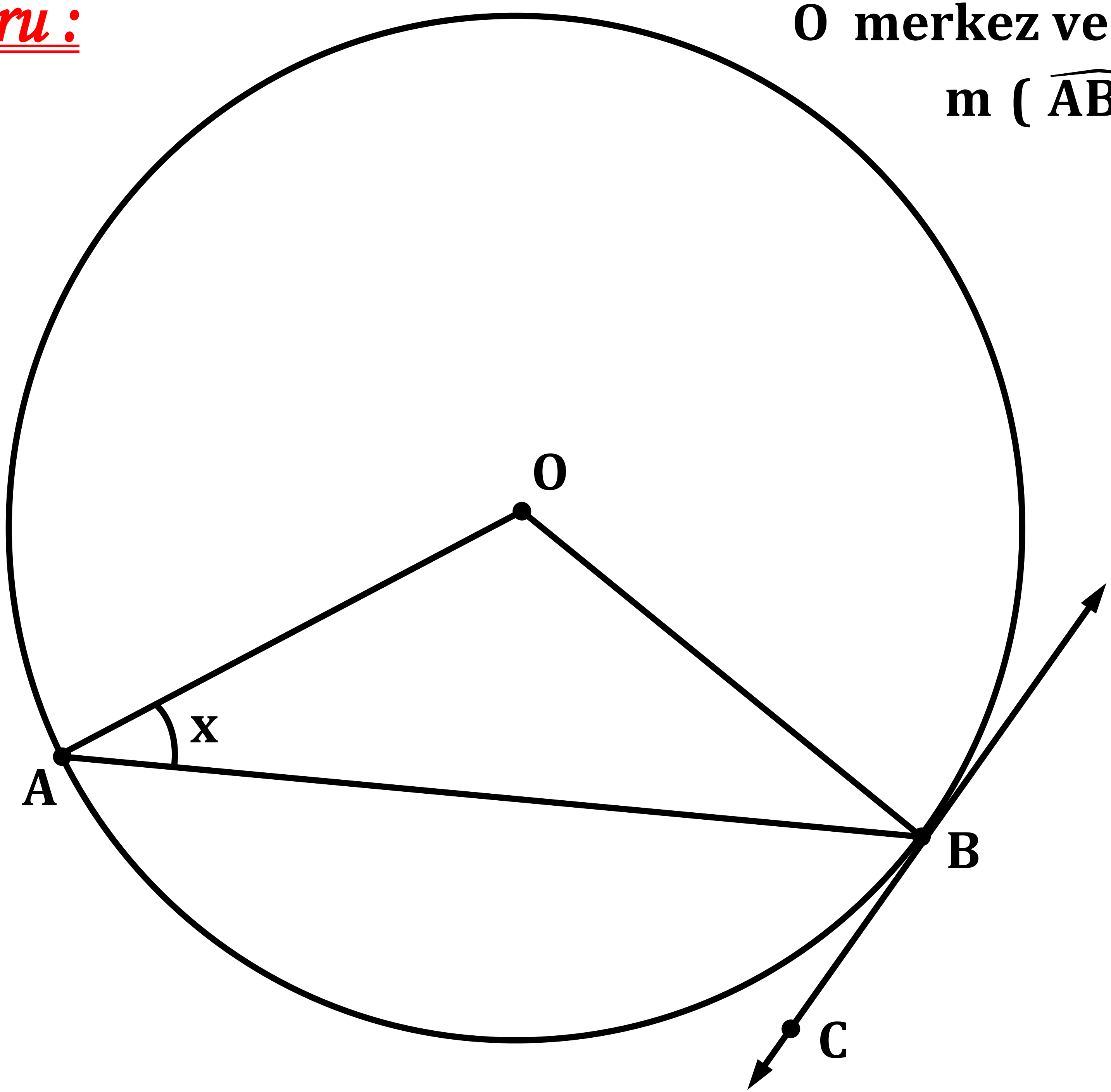
Soru : **[AB] çap ve C teğet noktası ise m ($\widehat{BCD}$) = ?**



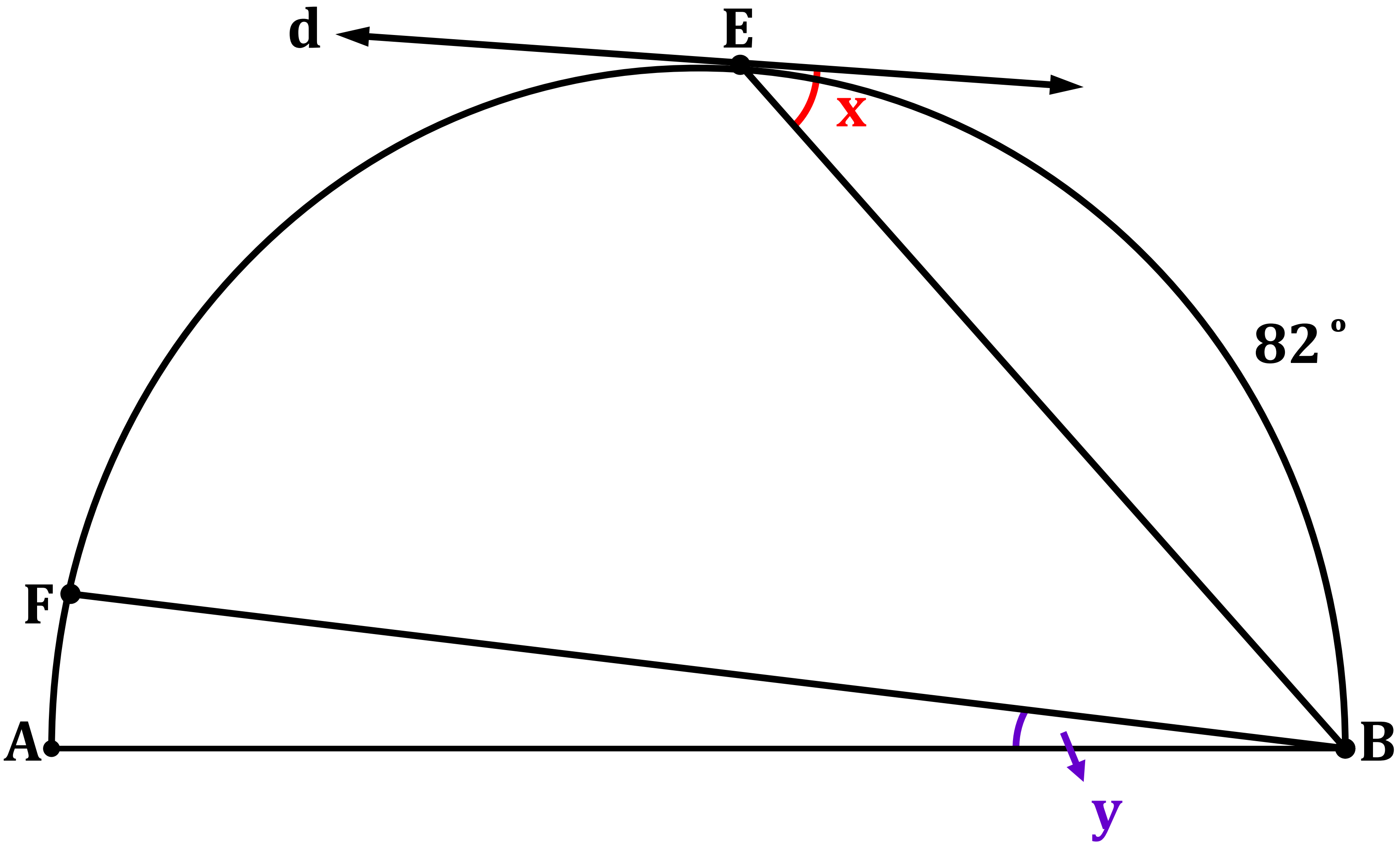
Soru :

O merkez ve B teğet noktasıdır.

$m(\widehat{ABC}) = 48^{\circ}$ ise $x = ?$

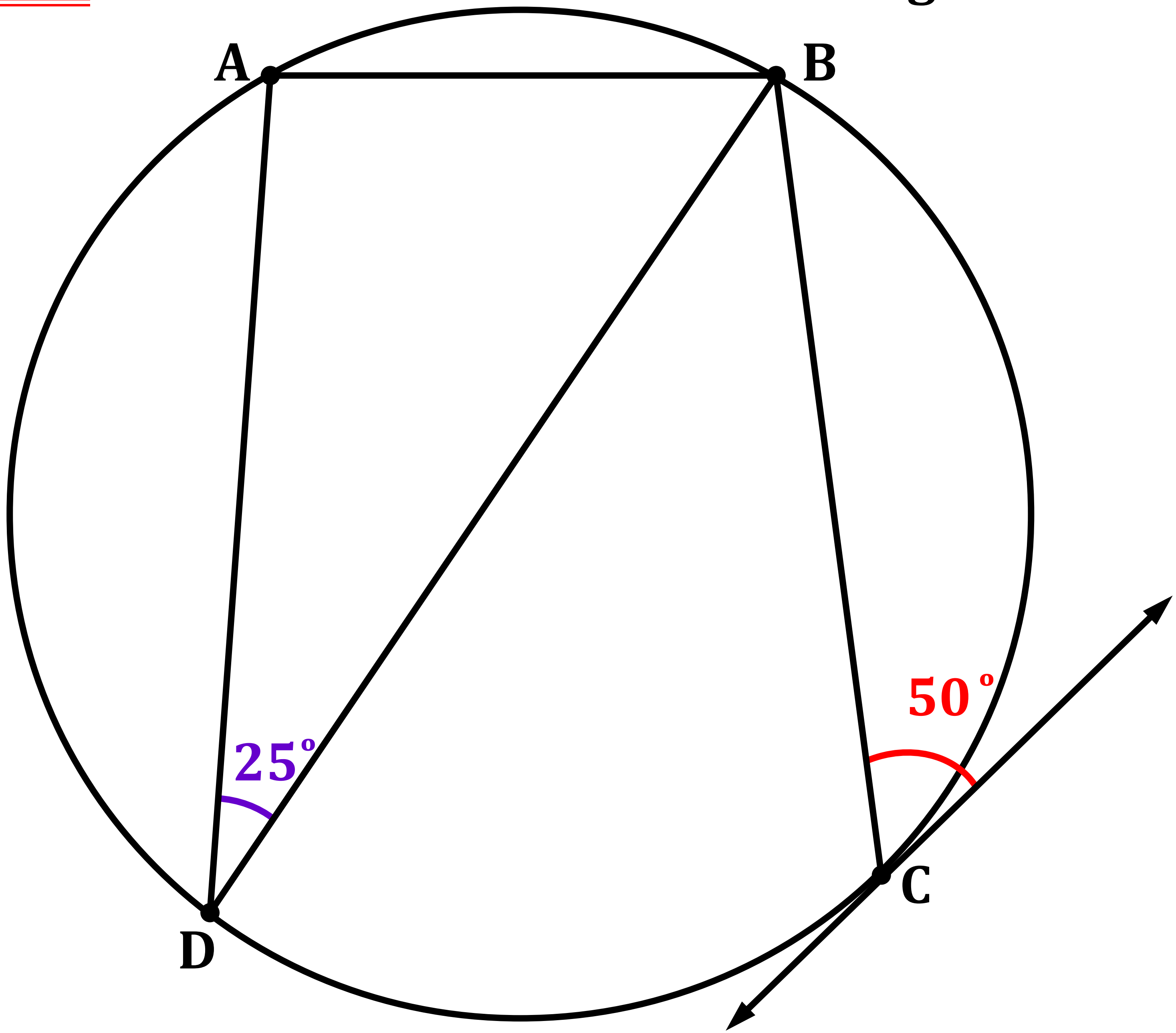


Soru : **[AB] çap ve E teğet noktasıdır. d // [FB] ise x + y = ?**



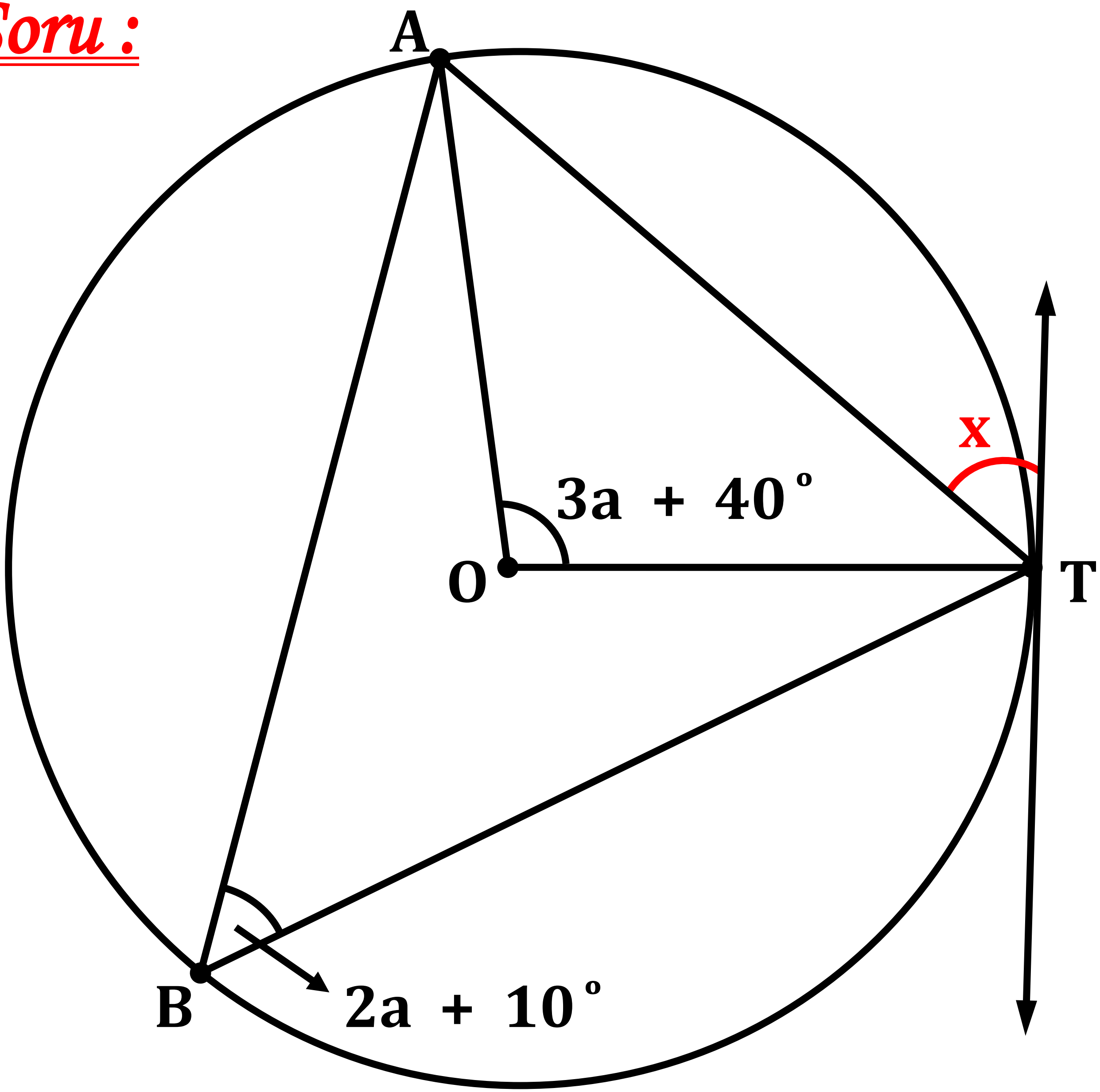
Soru :

C teğet noktası ise m ($\widehat{ABC}$) = ?

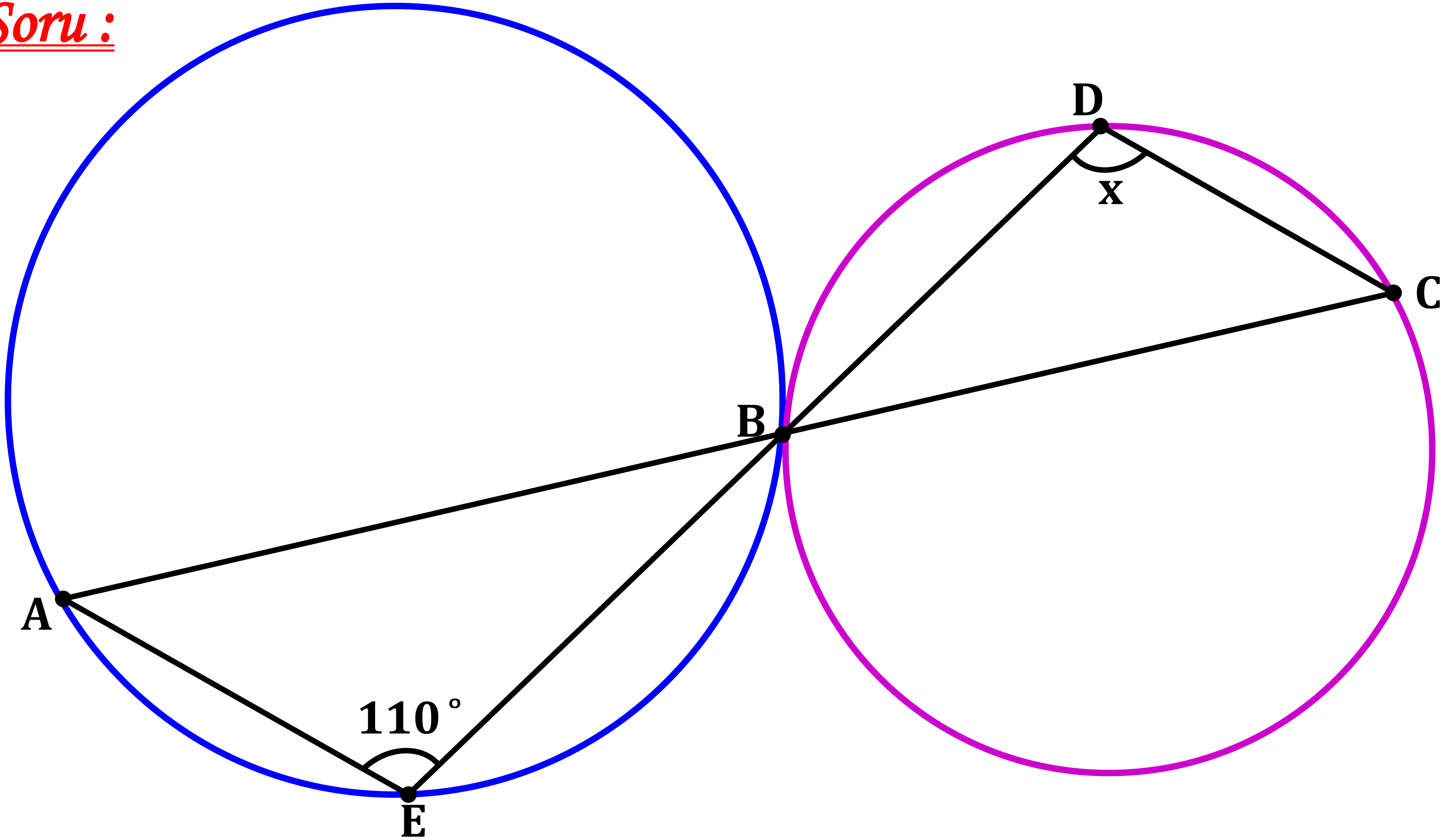


Soru :

O merkez, T teğet noktası ise x = ?



Soru :



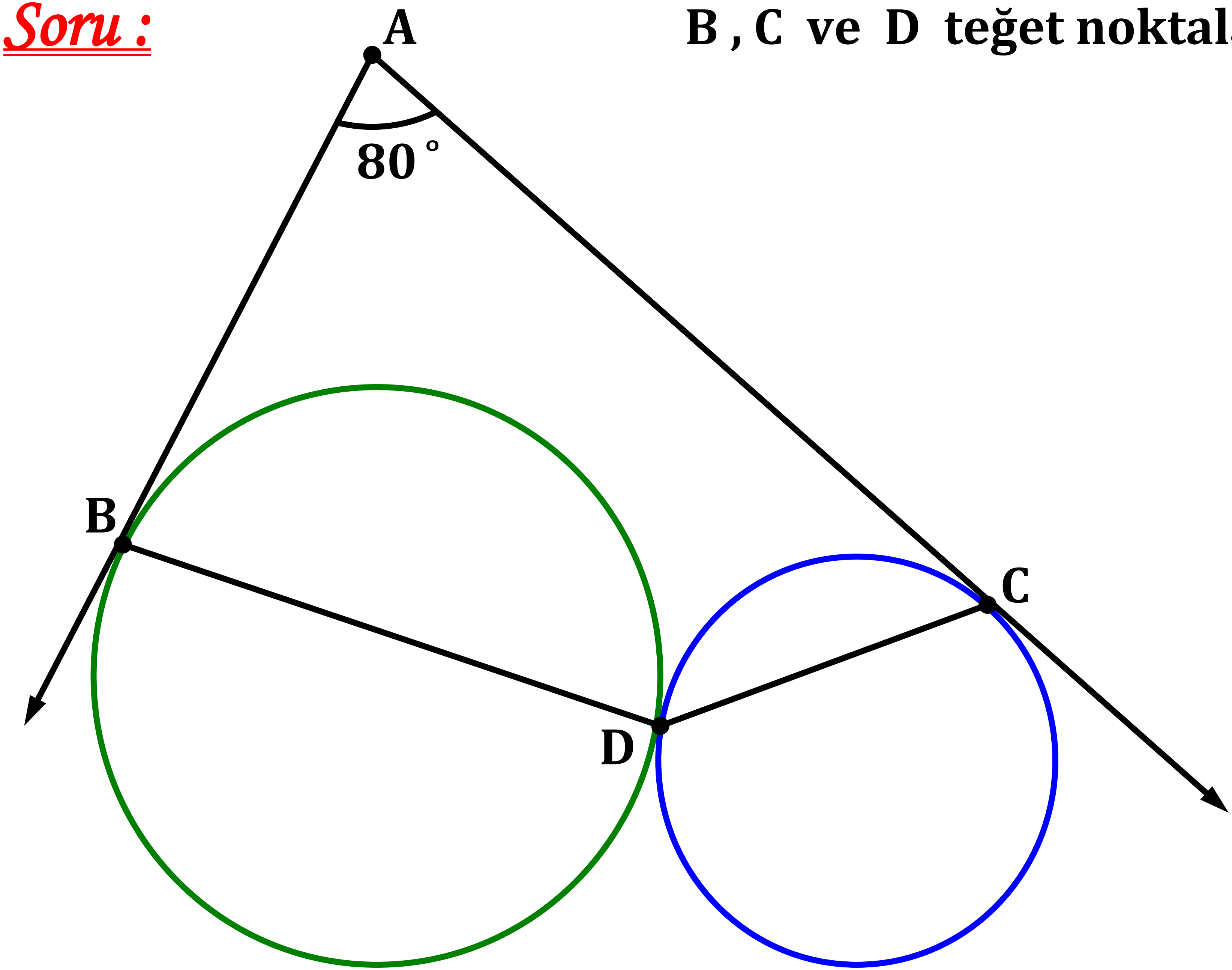
B noktası iki çemberin teğet noktasıdır.

Buna göre x = ? **(B noktasından bir teğet doğrusu çizilir.)**

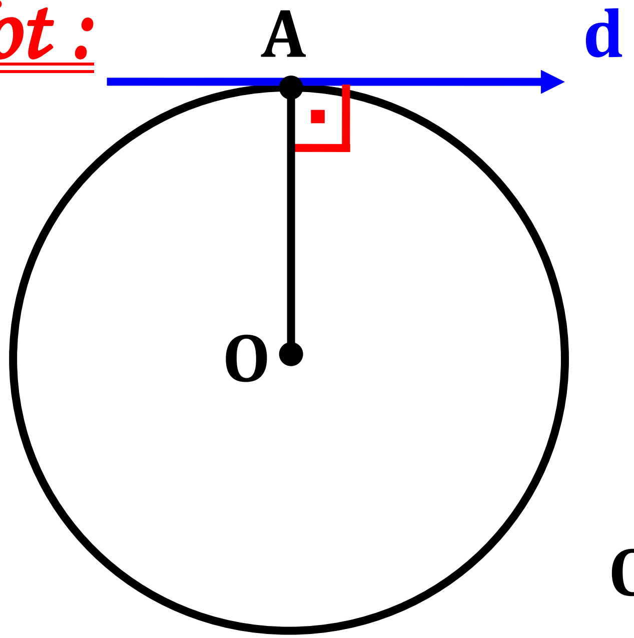
Soru :

B , C ve D teğet noktalardır. Buna göre

$m(\widehat{BDC}) = ?$



Not :

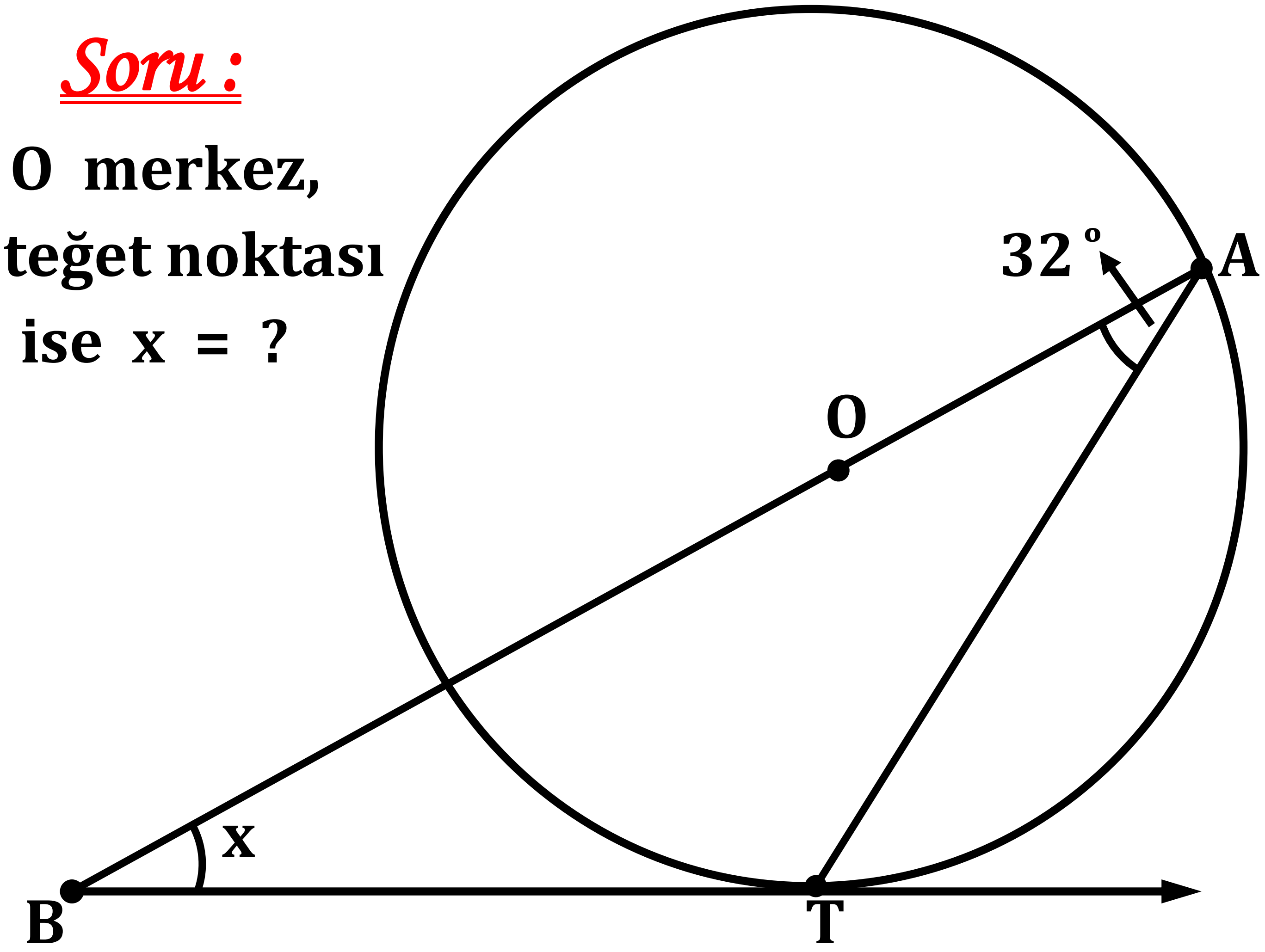


A teğet noktası, O merkez noktası olsun.

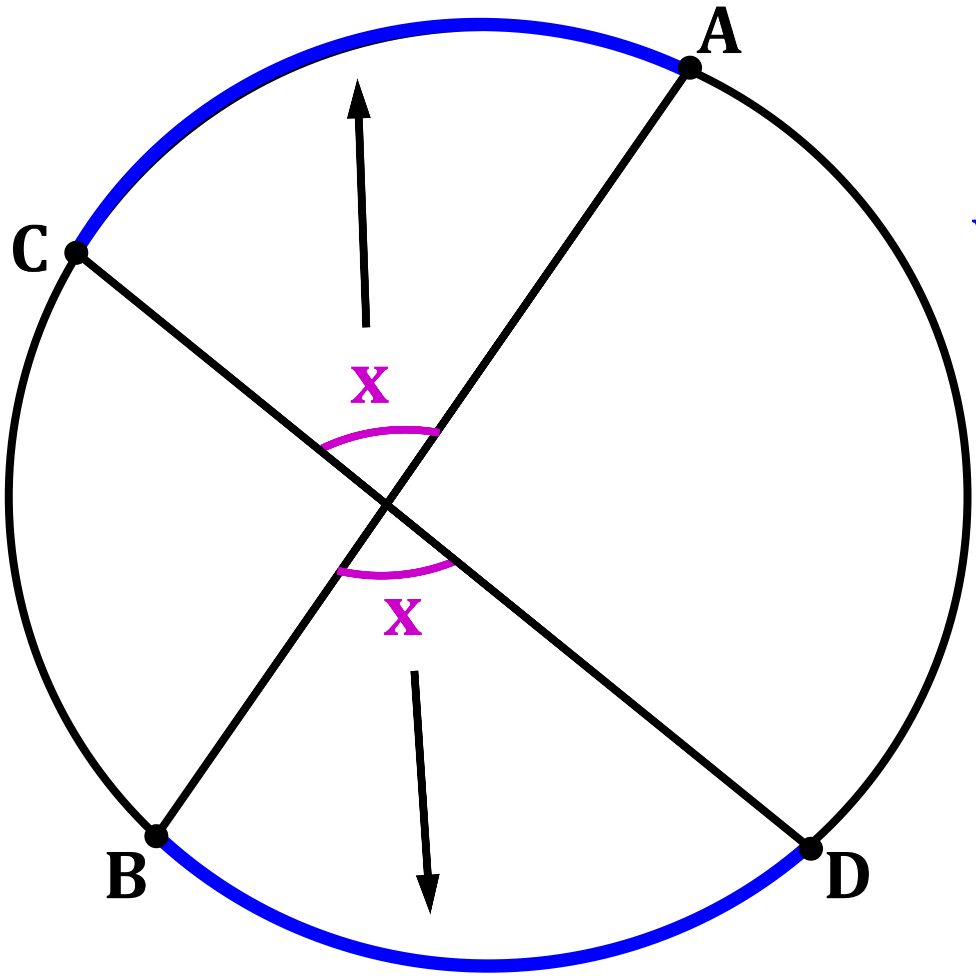
Merkezden teğete indirilen doğru parçası teğet doğrusuna diktir.

Soru :

O merkez,
T teğet noktası
ise x = ?



Kural 4 : (İç Açı)



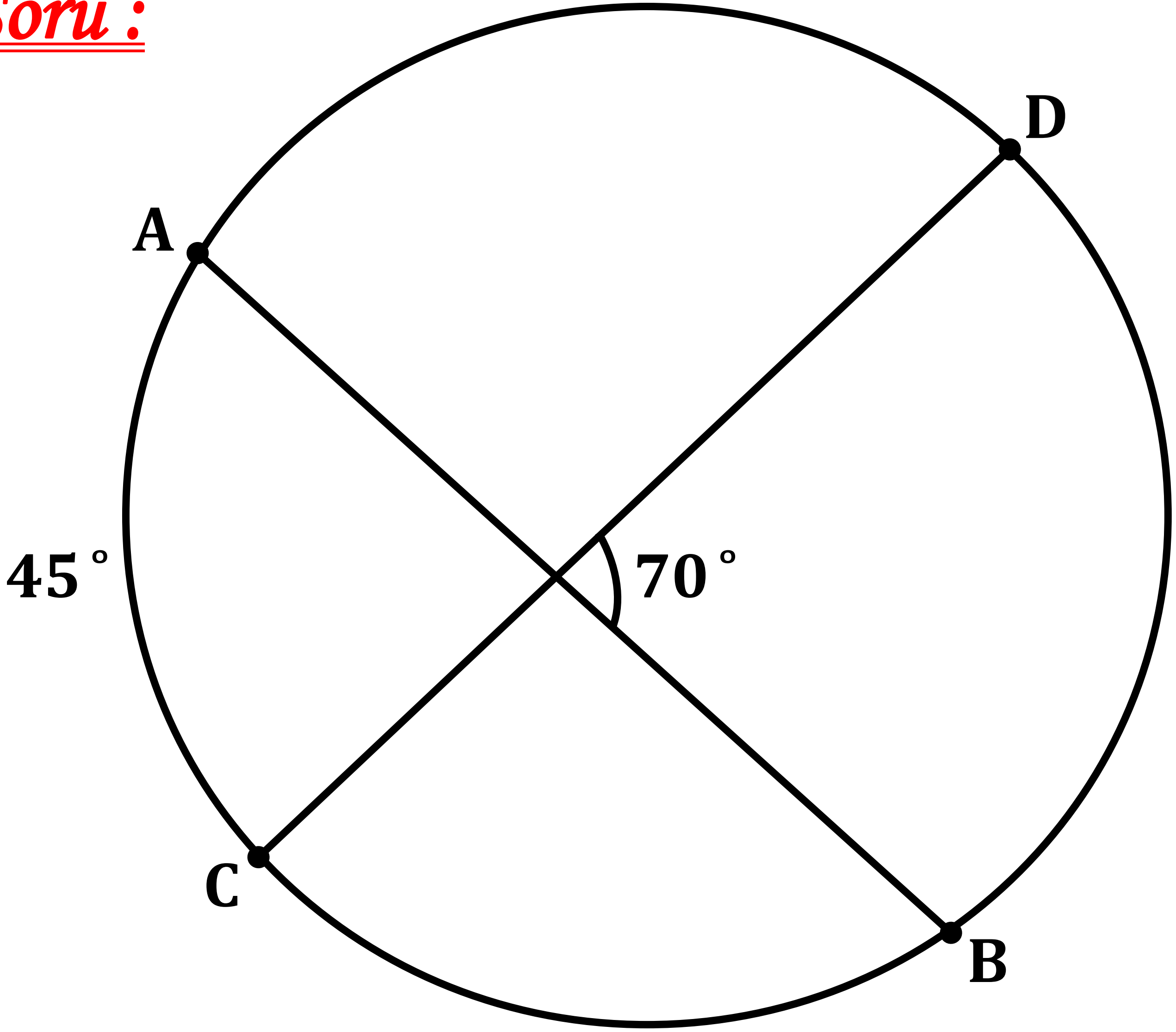
Çemberde, çemberin içindeki bir noktada kesişen iki kirişin oluşturduğu açılardan her birine " iç açı " adı verilir.

***** Çemberde iç açı , gördüğü yayların ölçüleri toplamının yarısına eşittir.**

$$x = \frac{m(\overset{\frown}{AC}) + m(\overset{\frown}{BD})}{2}$$

olarak alınır.

Soru :

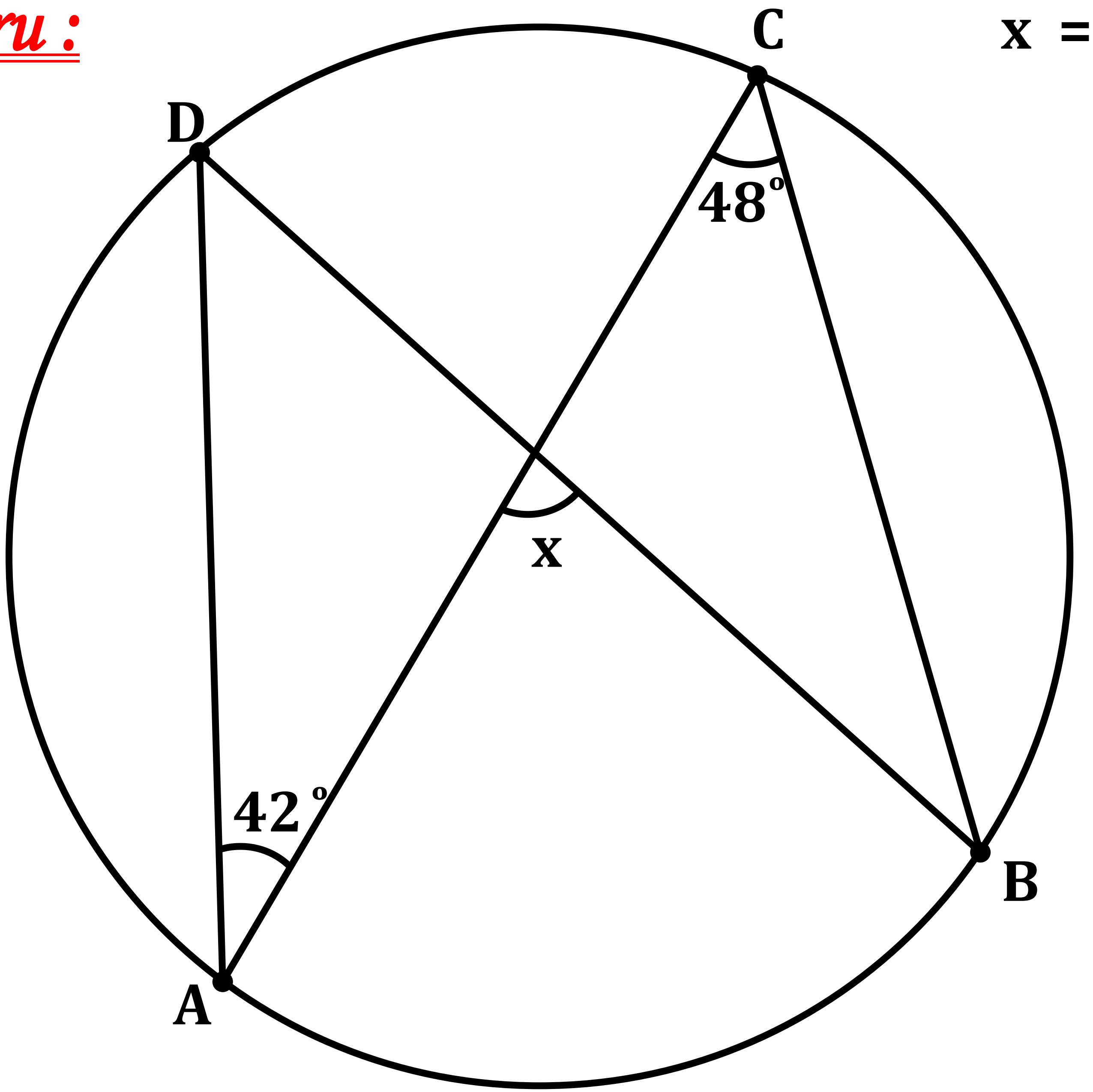


Verilenlere göre

$m(\overset{\frown}{BD}) = ?$

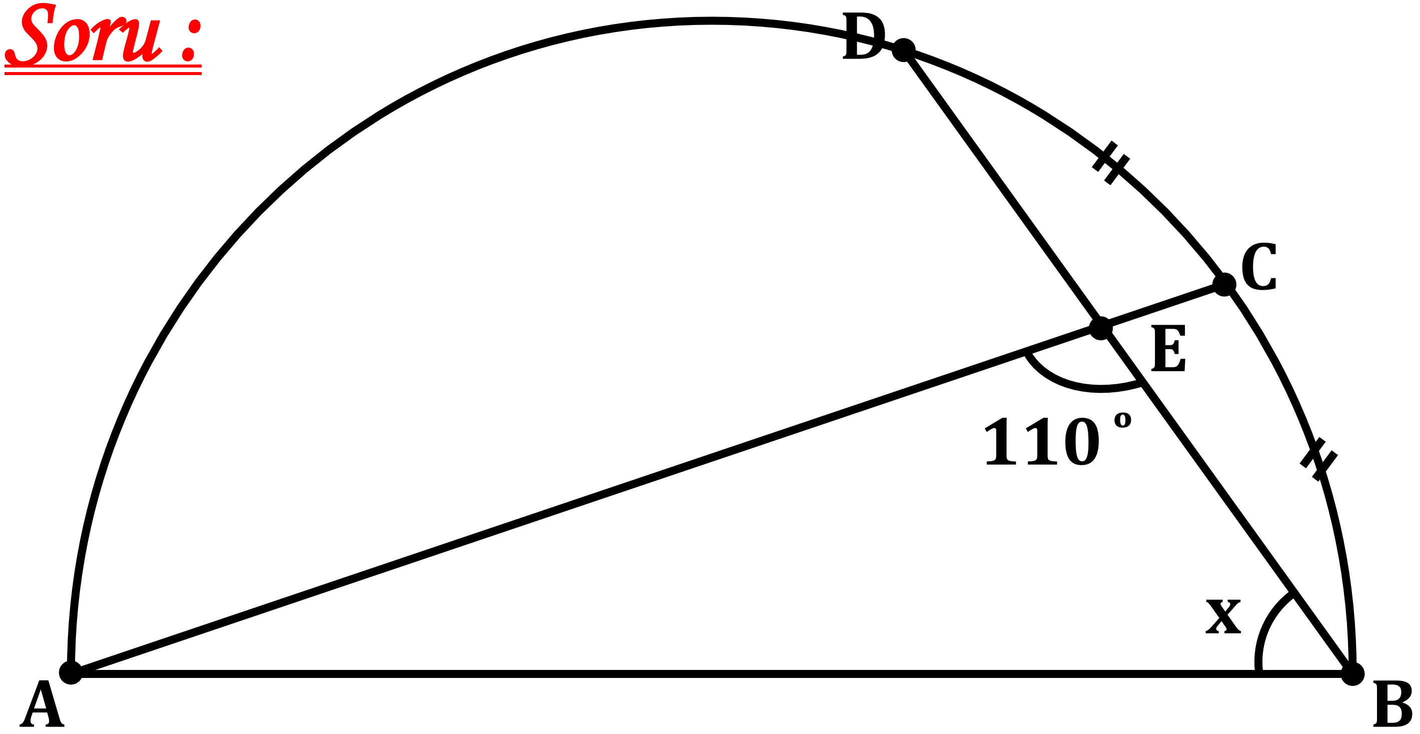
Soru :

$x = ?$



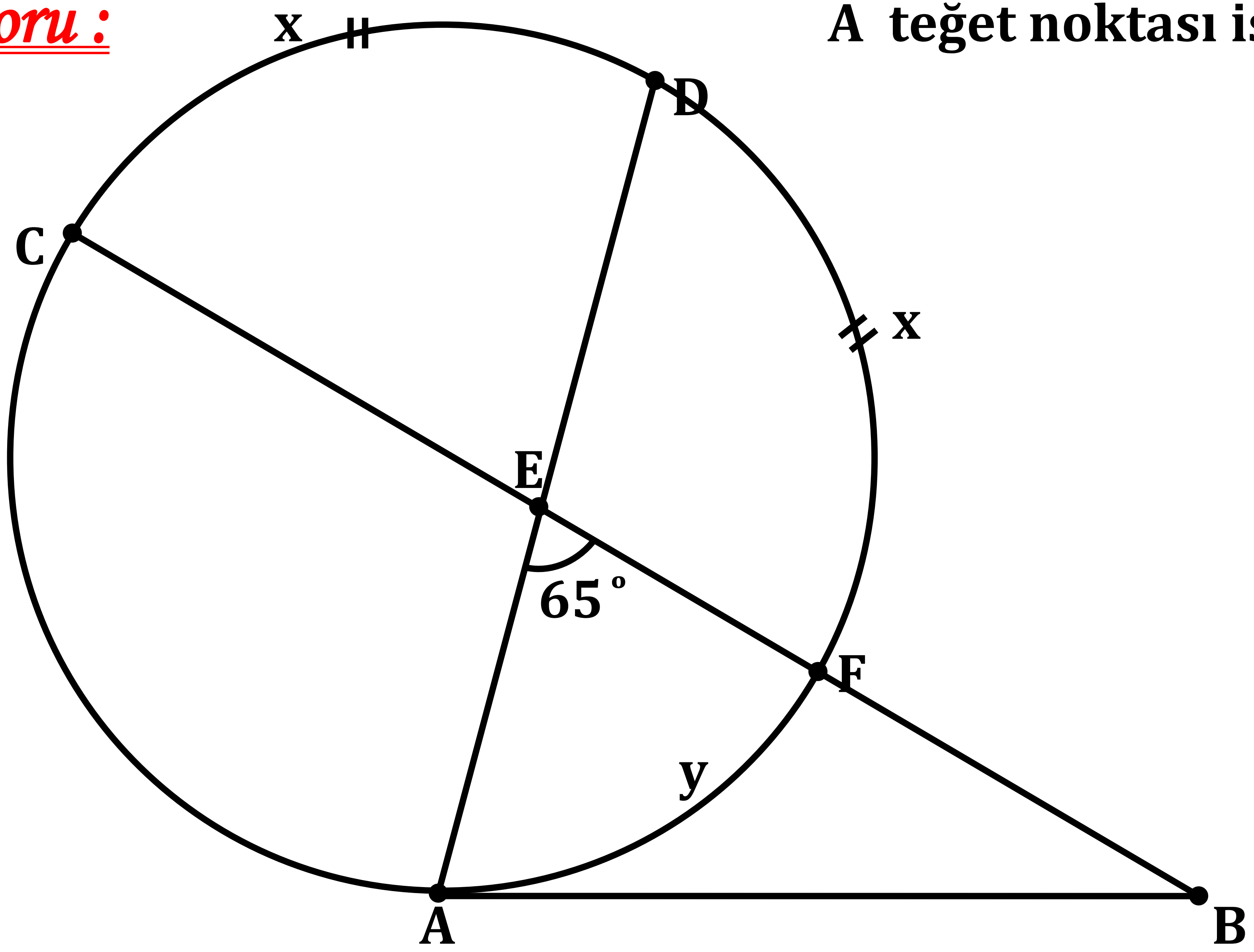
Soru :

[AB] çap ise x = ?

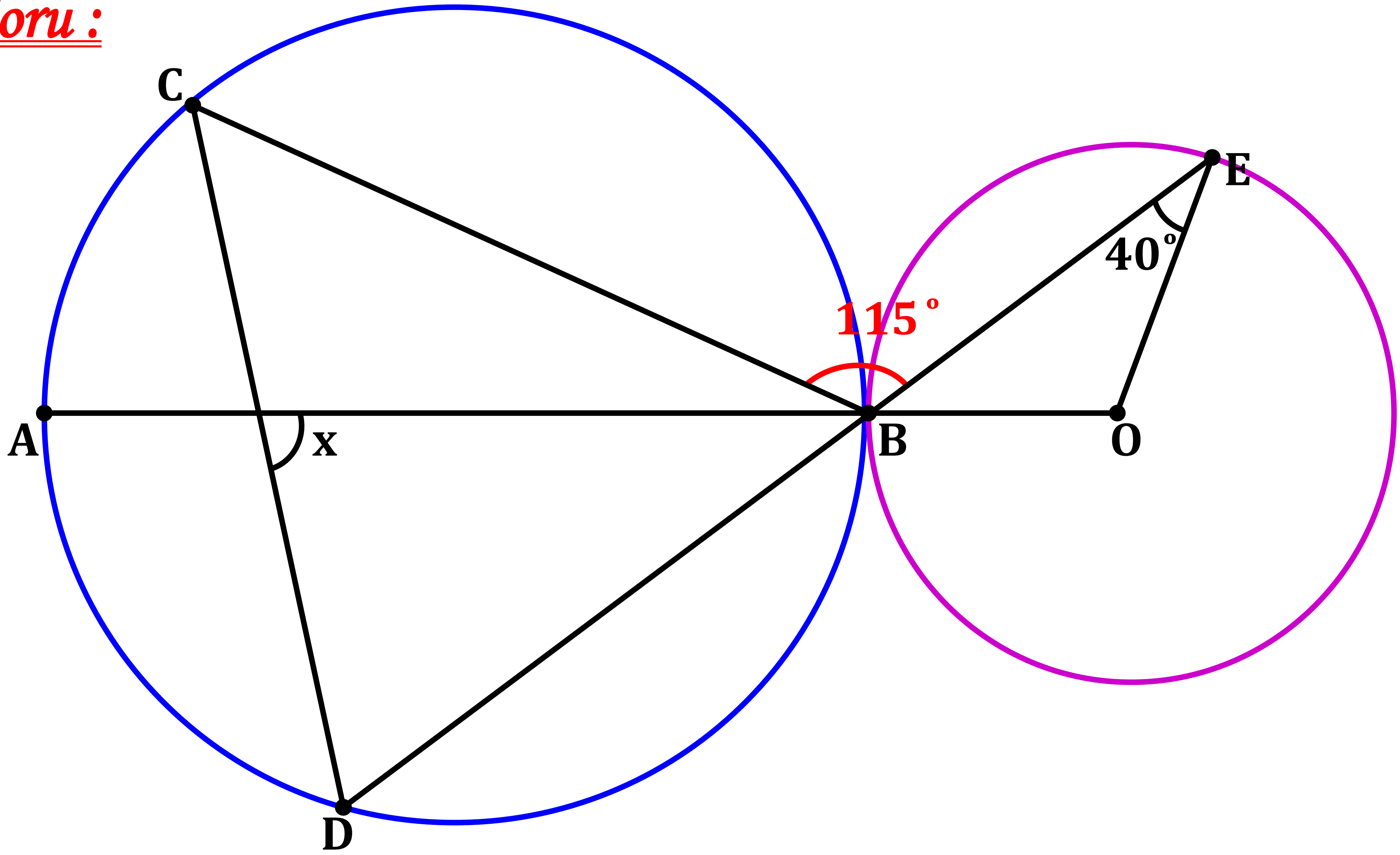


Soru :

A teğet noktası ise $m(\widehat{FBA}) = ?$

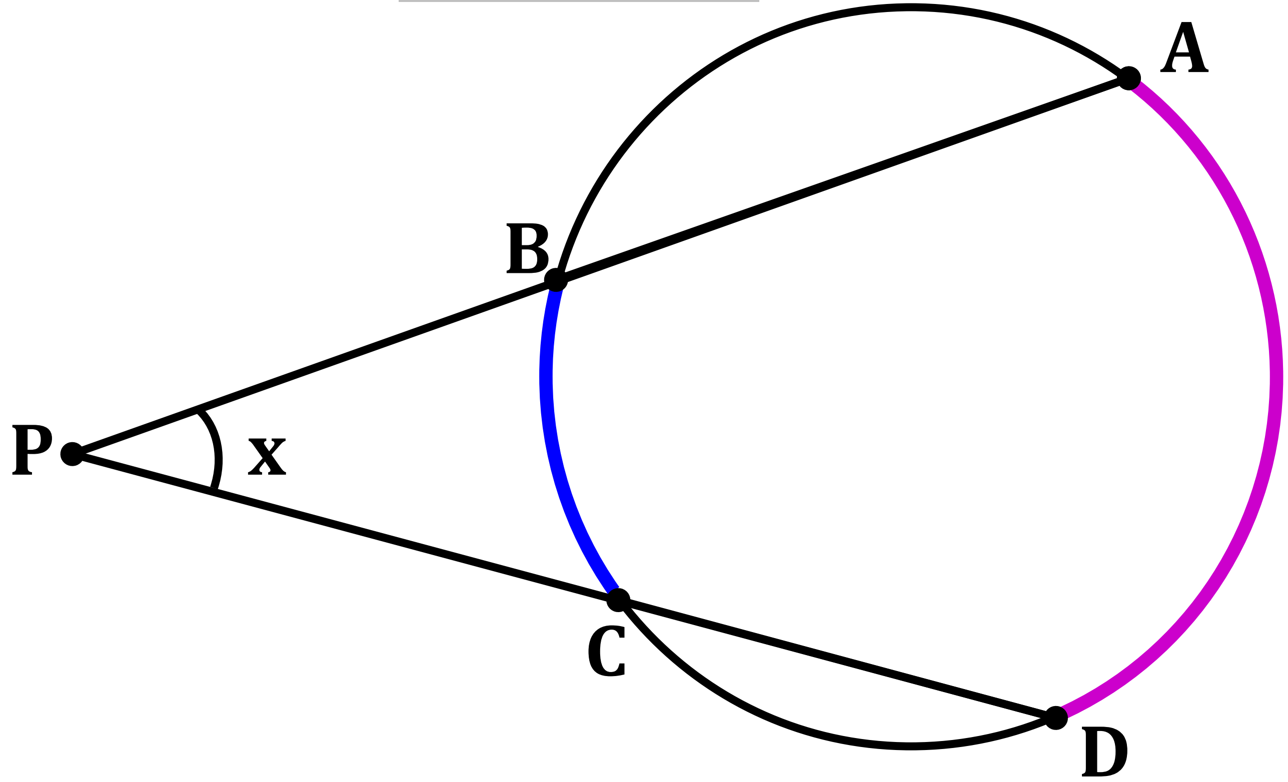


Soru :



[AB] çap, [BO] ise yarıçaptır. B ise iki çemberin teğet noktasıdır. Buna göre x = ?

Kural 5 : **(Dış Açı)**



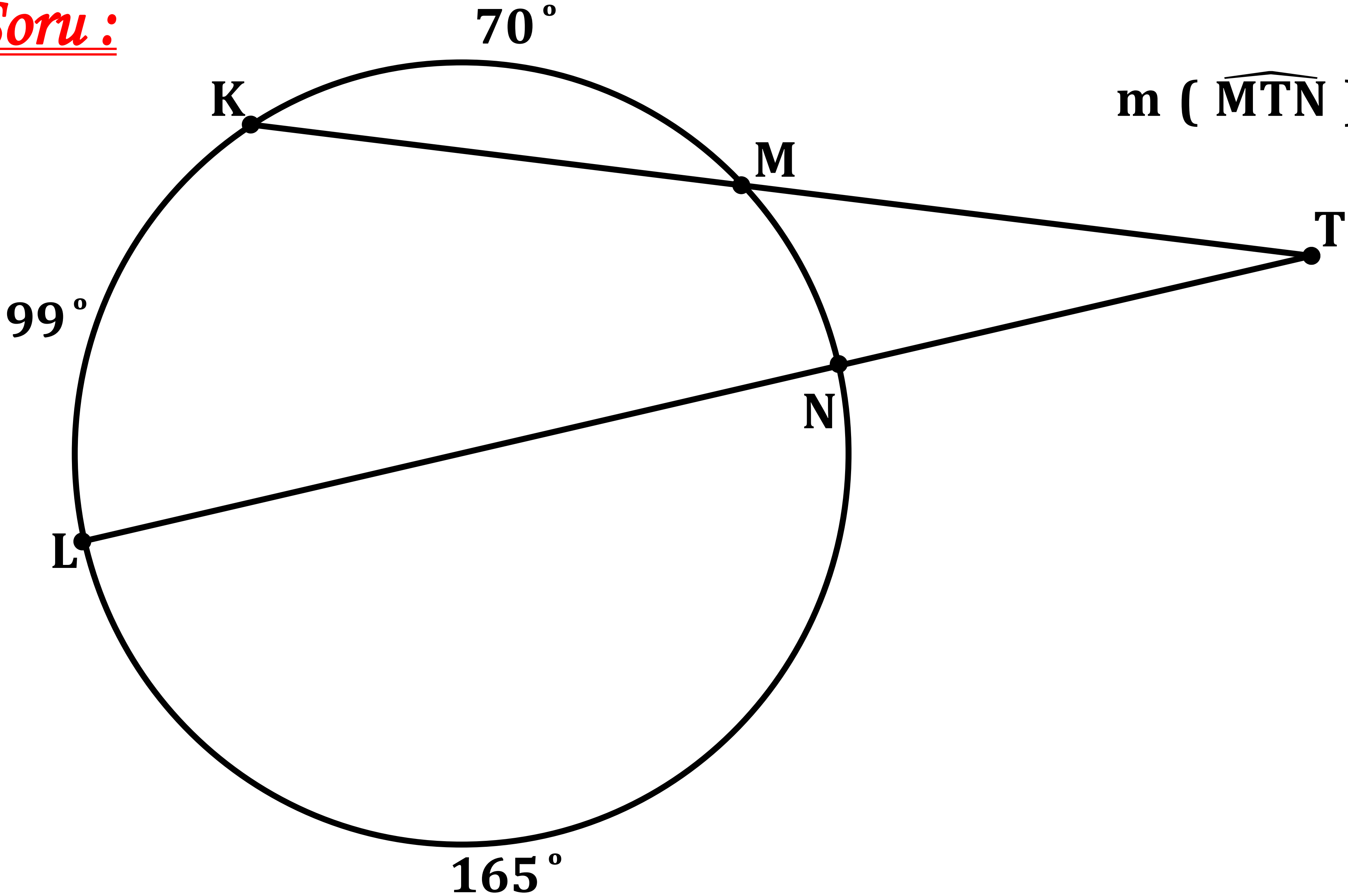
Köşesi çemberin dış bölgesinde olan, kenarları çemberin keseni veya teğeti olan açıya " dış açı " adı verilir.

*** **Dış açının ölçüsü, gördüğü yayların farkının yarısına eşittir.**

$$x = \frac{|\, m(\overset{\frown}{AD}) - m(\overset{\frown}{BC}) \,|}{2}$$ **olarak alınır.**

Büyük yaydan küçük yay çıkartılırsa <u>mutlak değeri almaya gerek yoktur.</u>

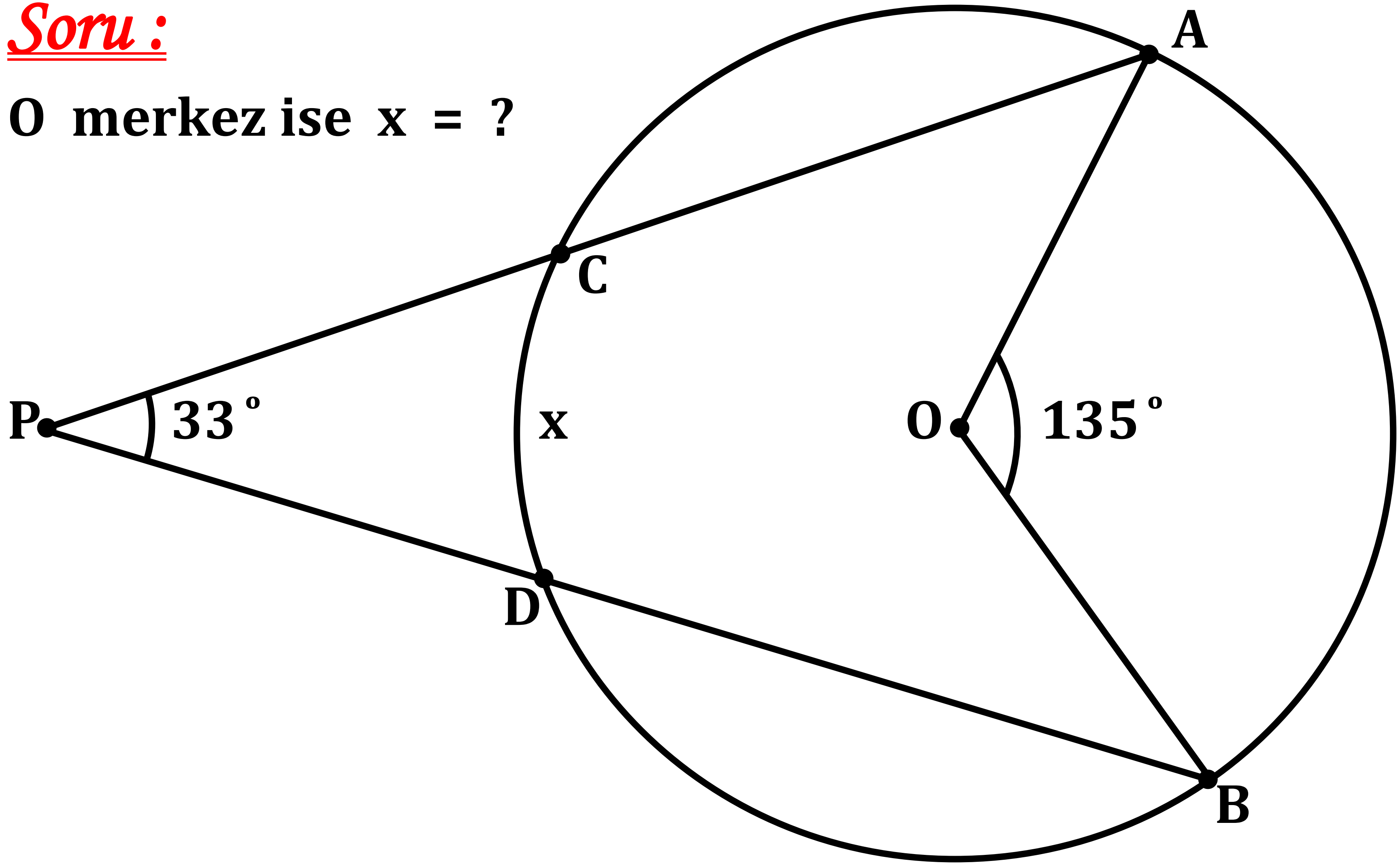
Soru :



$m(\overset{\frown}{MTN}) = ?$

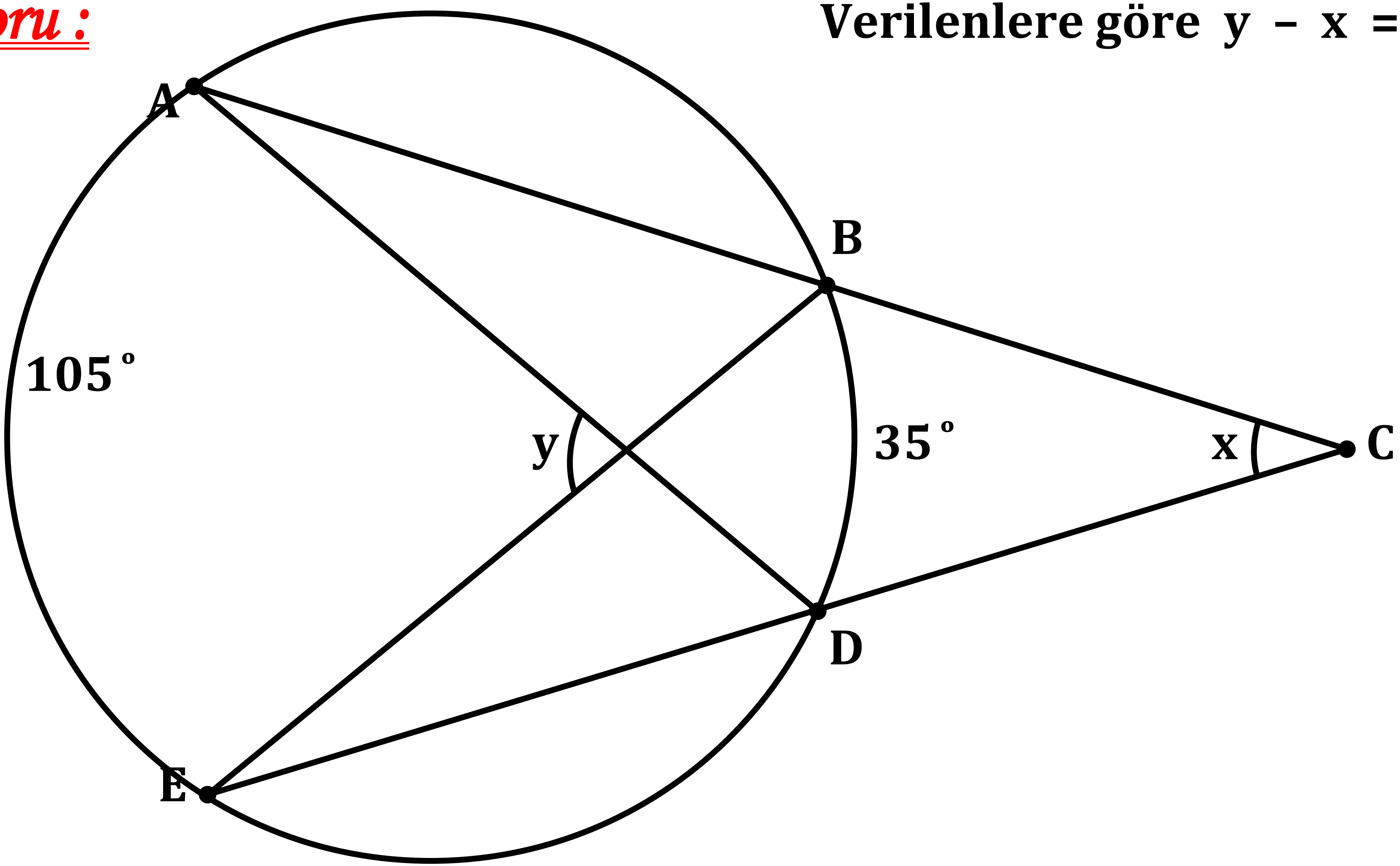
Soru :

O merkez ise x = ?



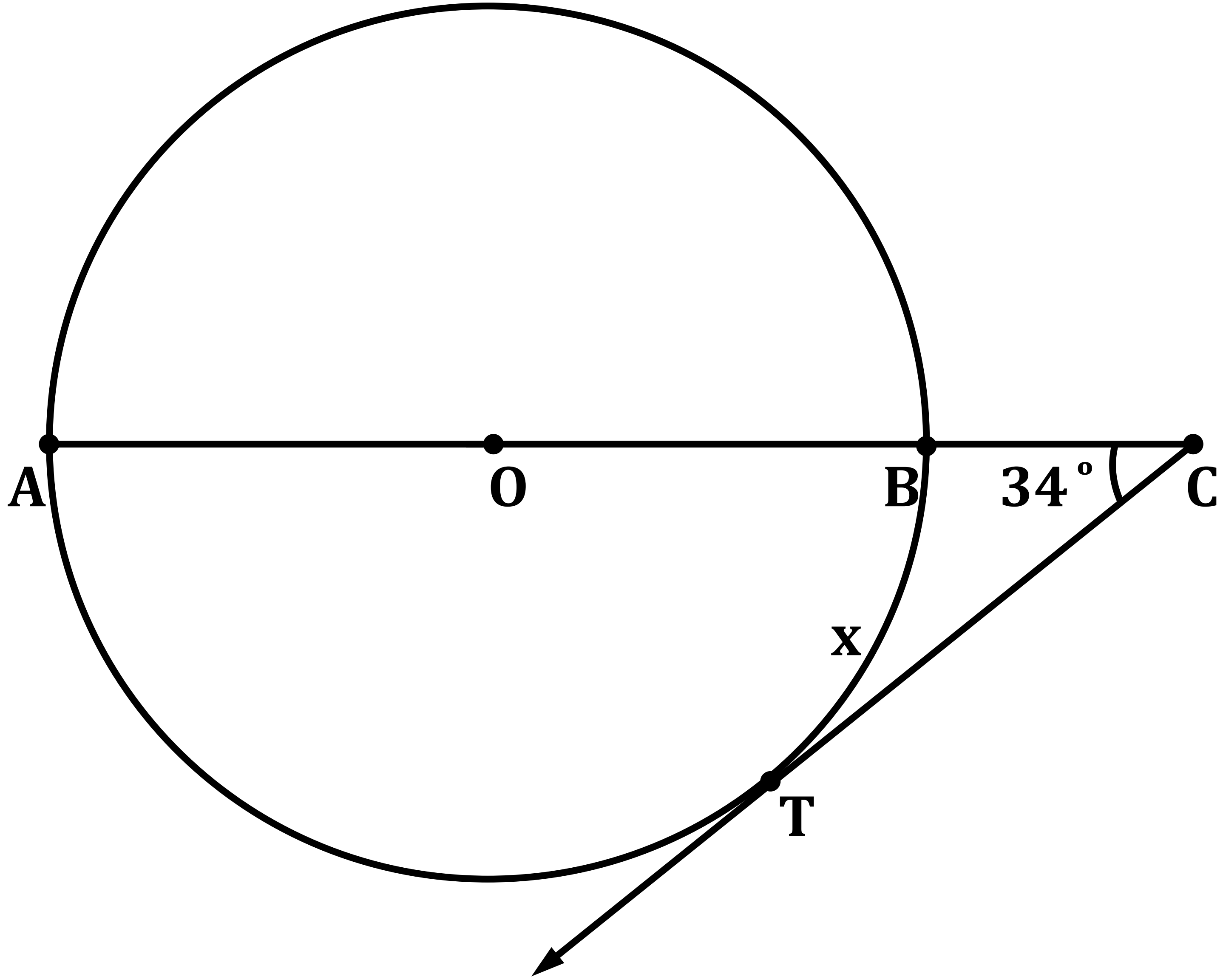
Soru :

Verilenlere göre $y - x = ?$



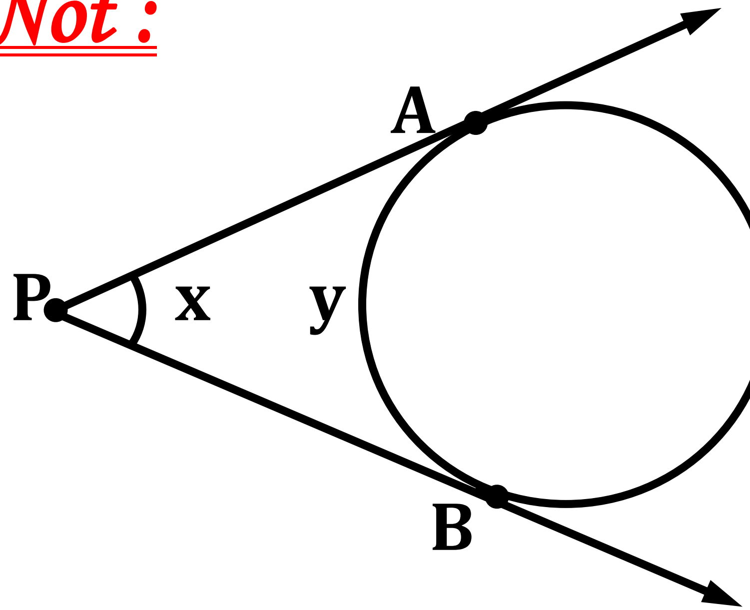
Soru :

O merkez, T teğet noktası ise x = ?



(Teğete merkezden dik indirilip te yapılabilir.)

Not :



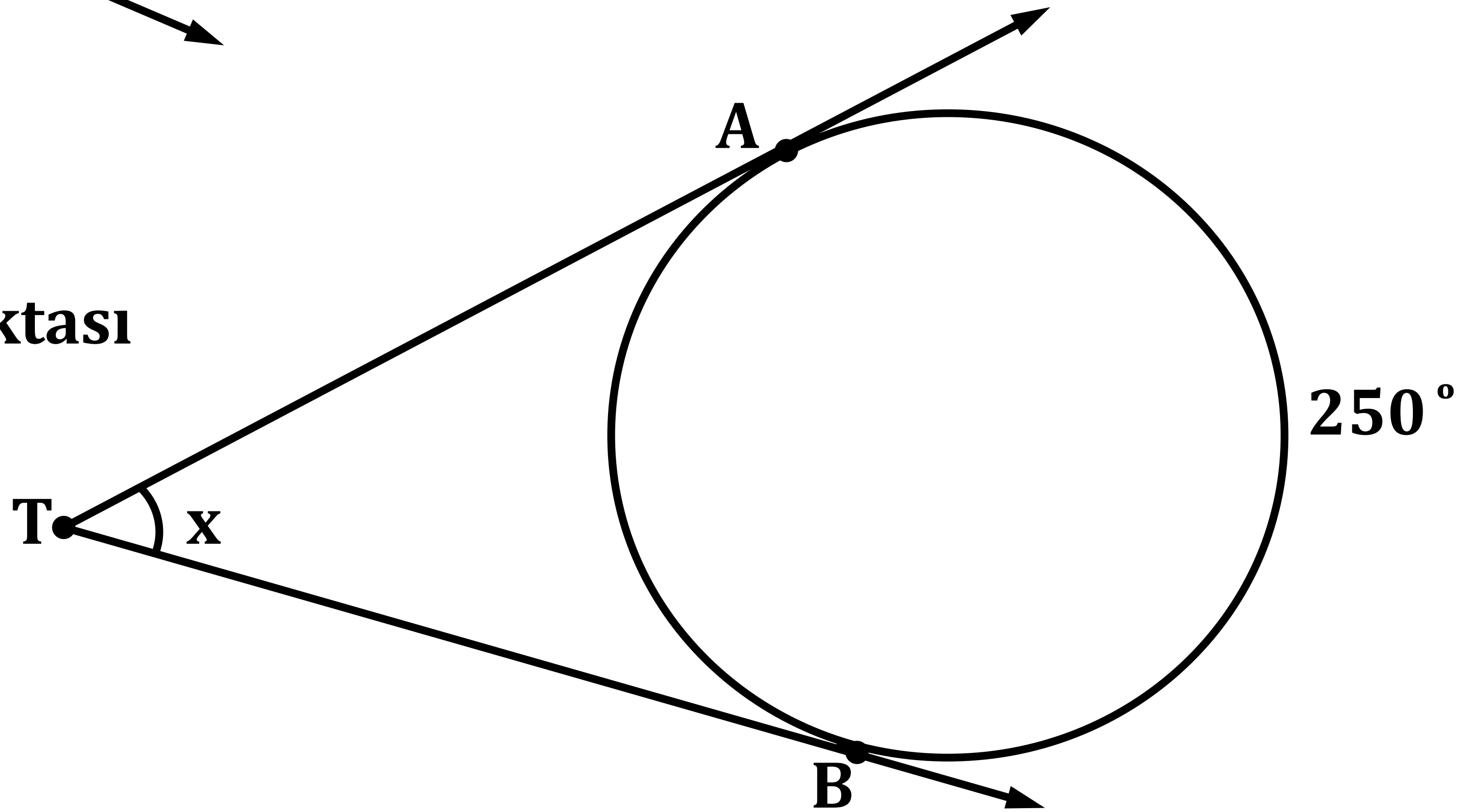
A ve B teğet noktası ise

$x + y = 180^{\circ}$ olarak alınır.

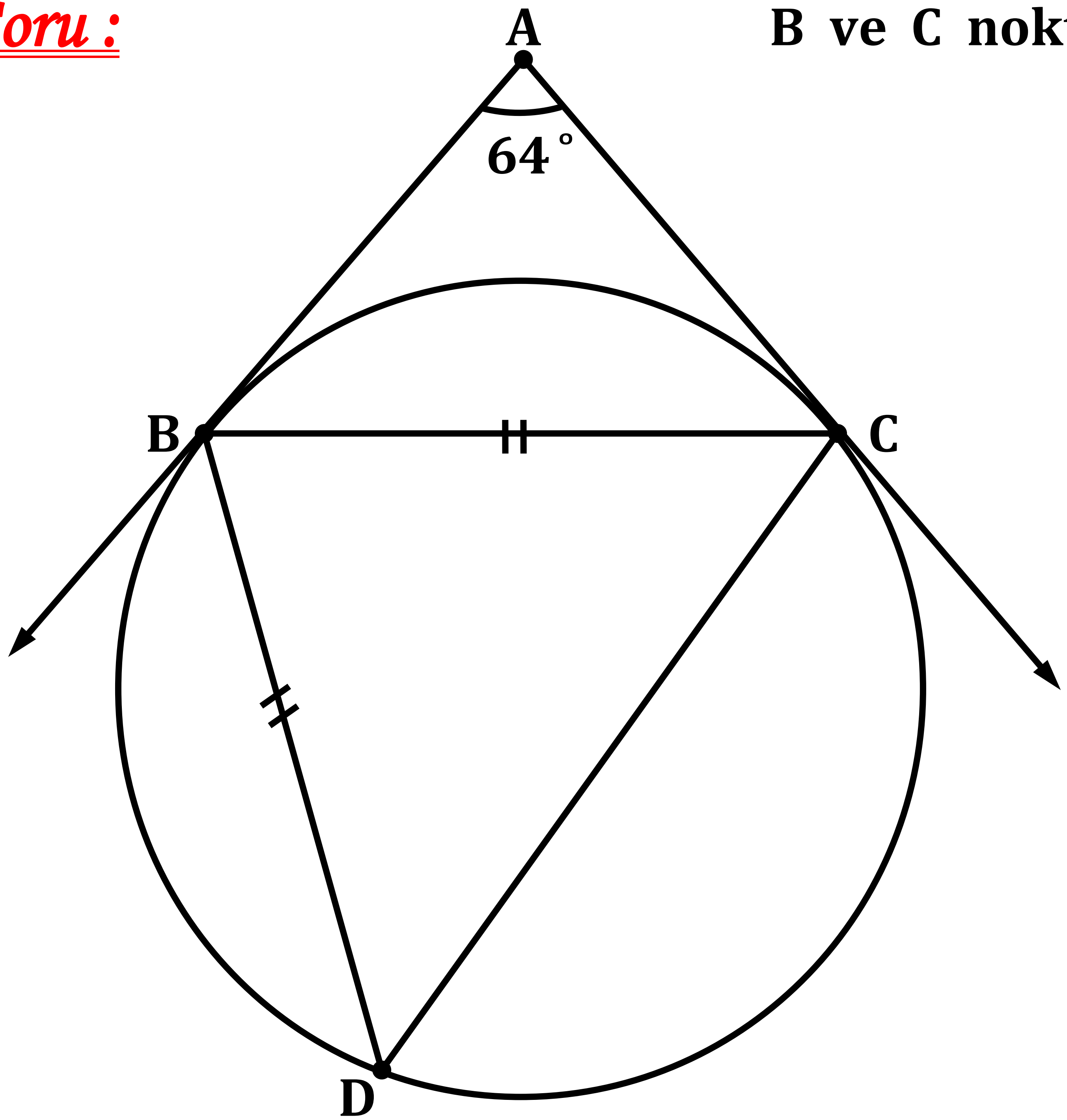
(Dıştaki açı ile içte kalan yayın ölçüleri toplamı 180°'dir.)

Soru :

A ve B teğet noktası ise $x = ?$



Soru :



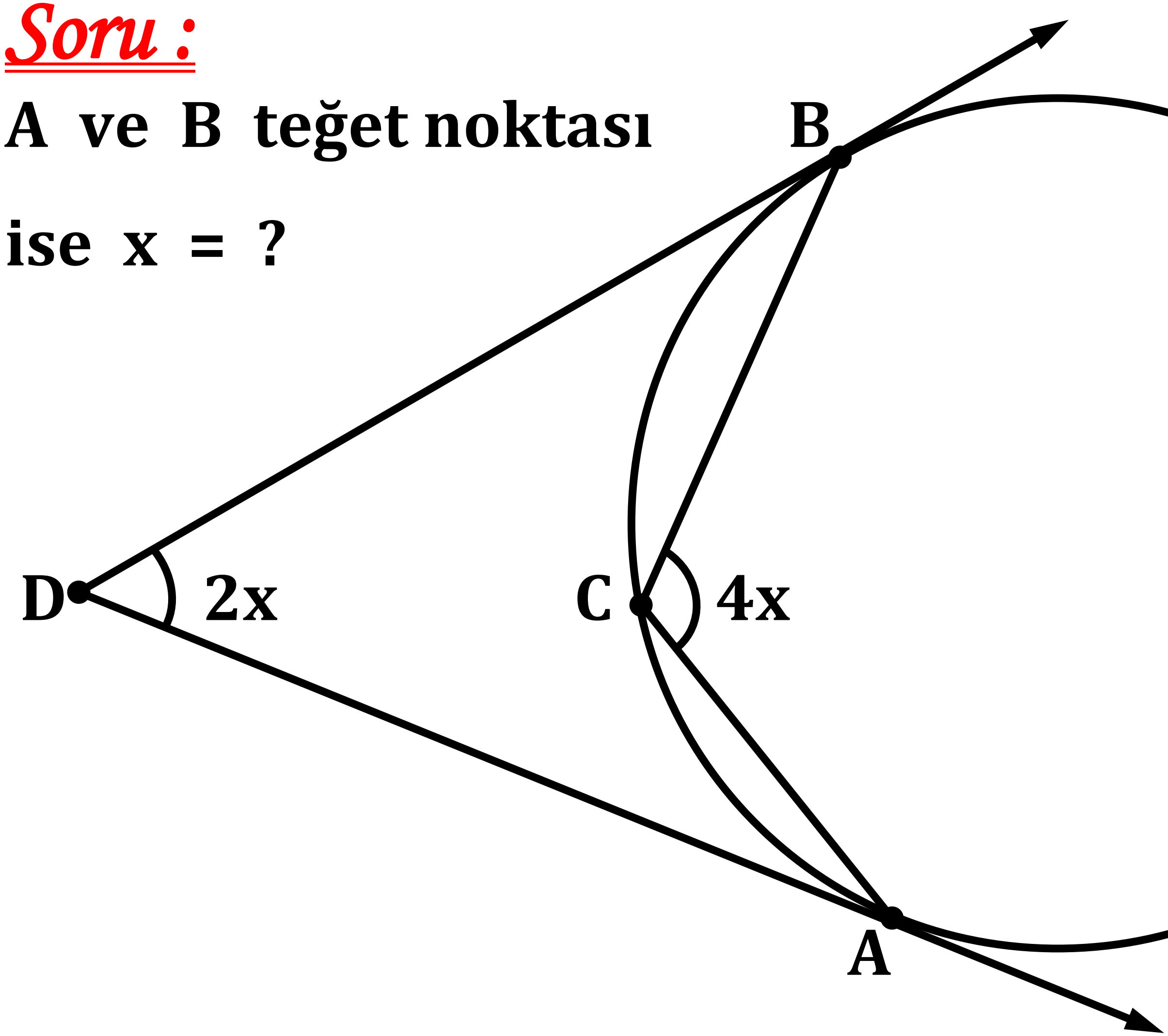
B ve C noktaları teğet noktalardır.

$m(\overset{\frown}{CD}) = ?$

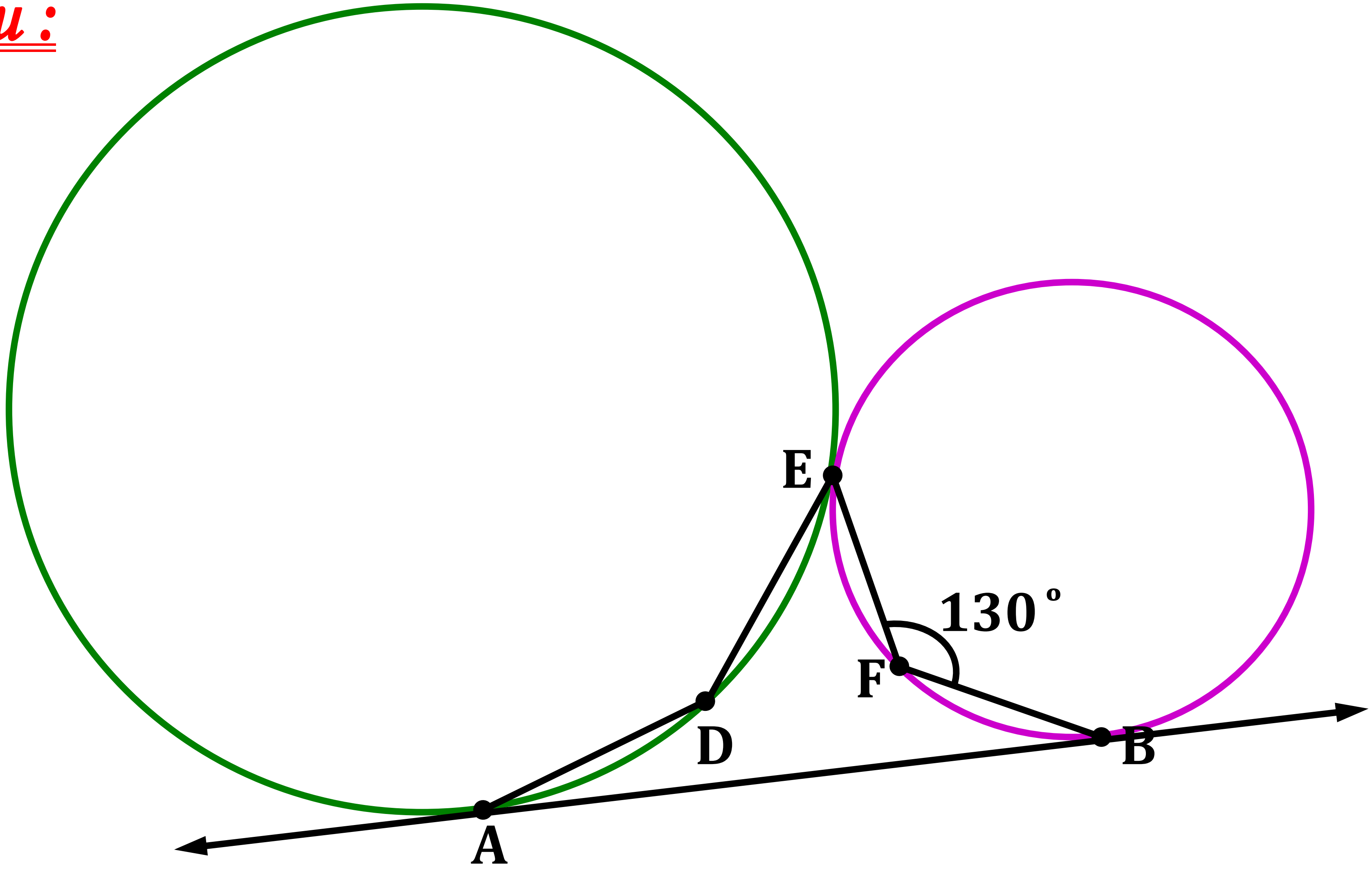
Soru :

A ve B teğet noktası

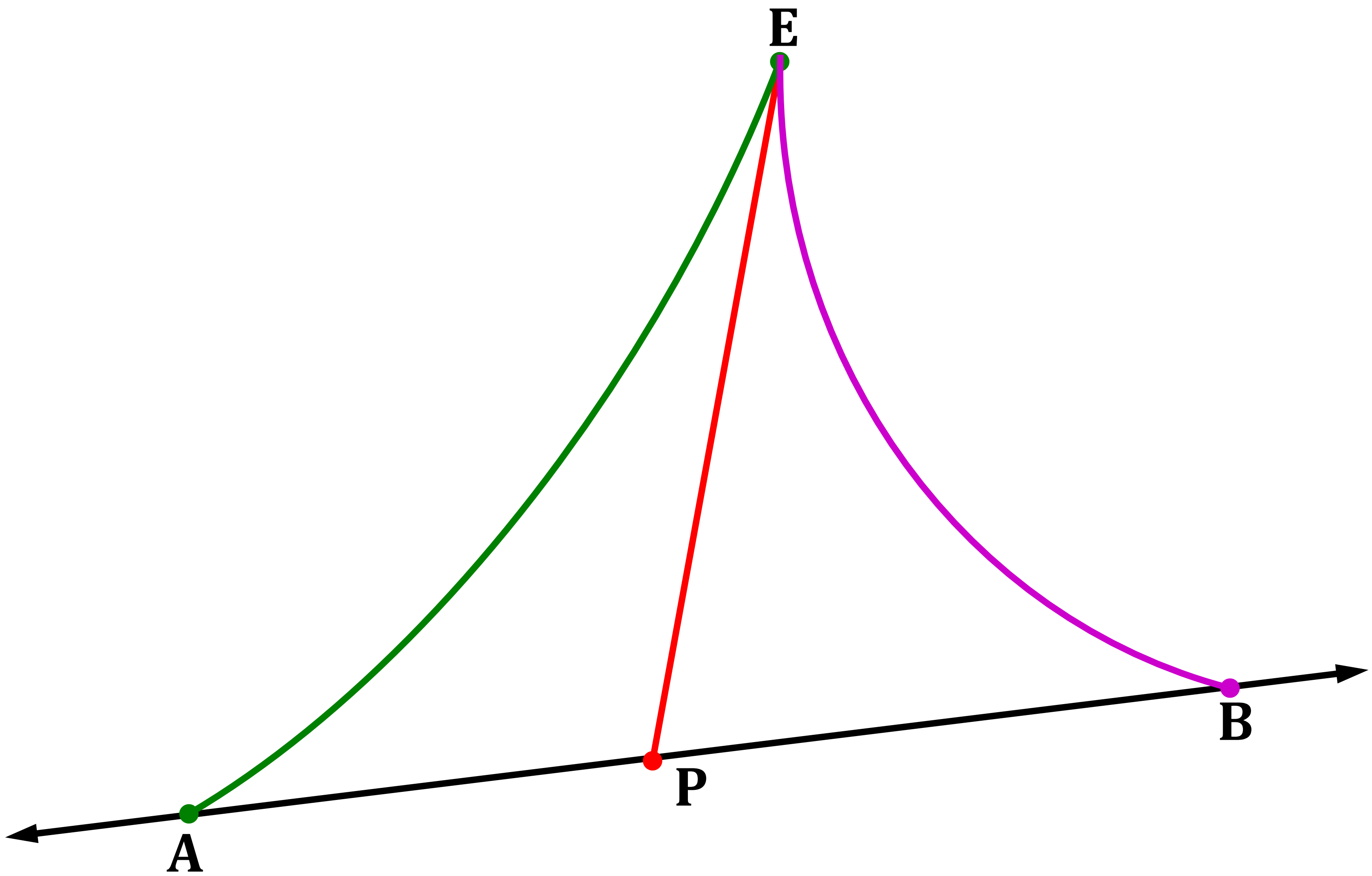
ise x = ?



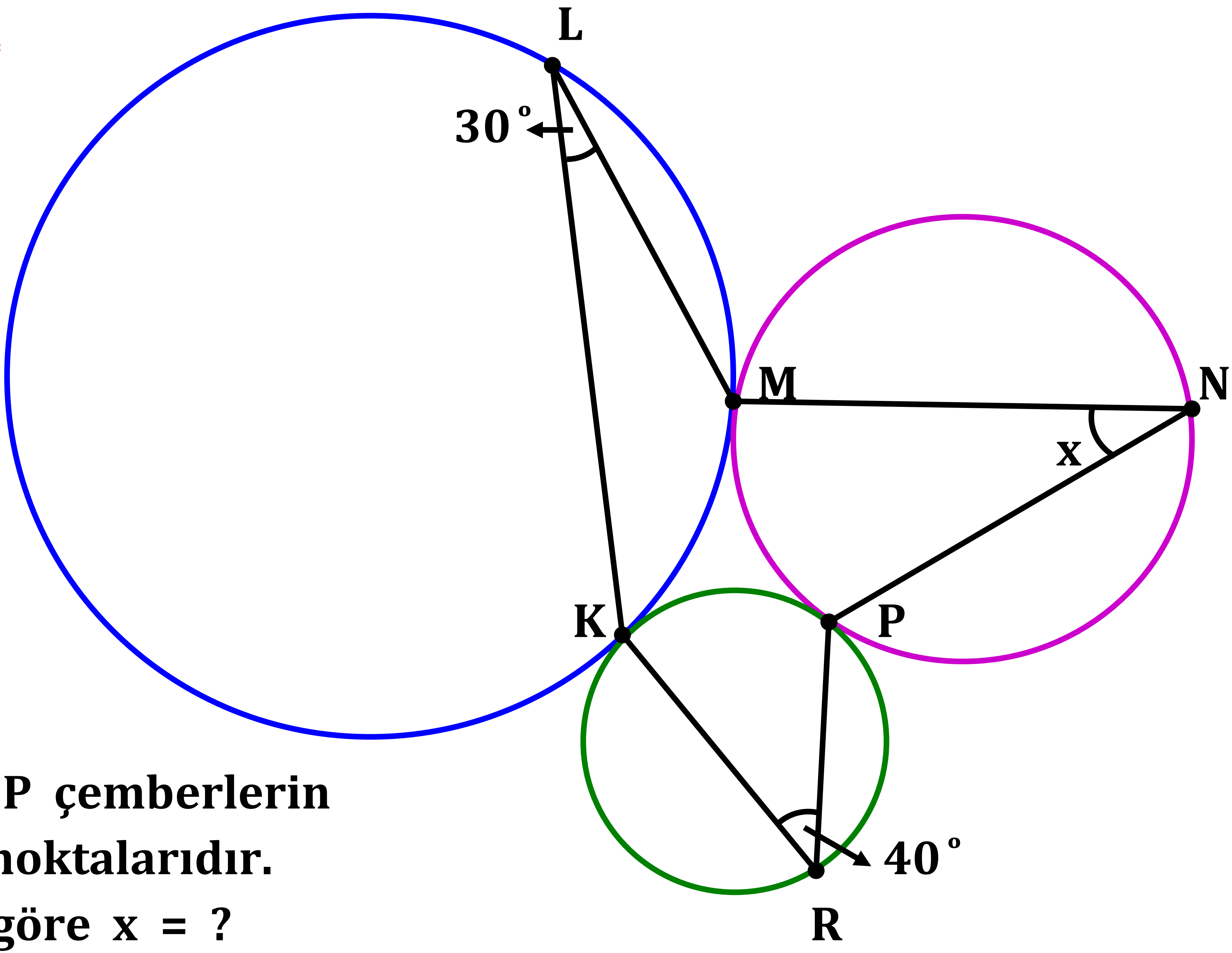
Soru :



A ile B teğet noktalardır. E noktasında ise çemberler birbirine teğettir. Buna göre m ($\widehat{ADE}$) = ? (E'den AB doğrusuna, doğru parçası çizilir ve kural kullanılır.)

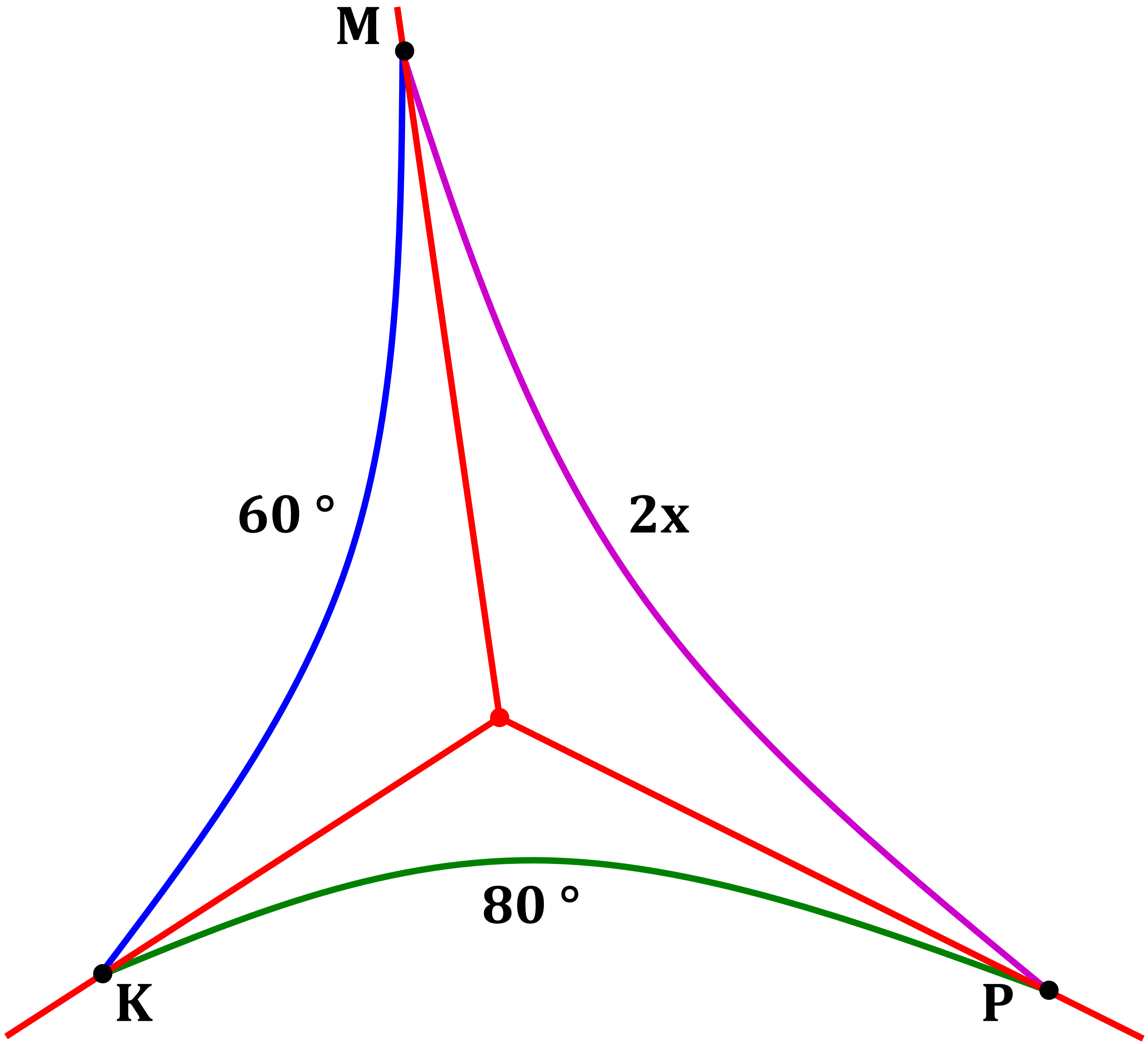

E
A
P
B

Soru :

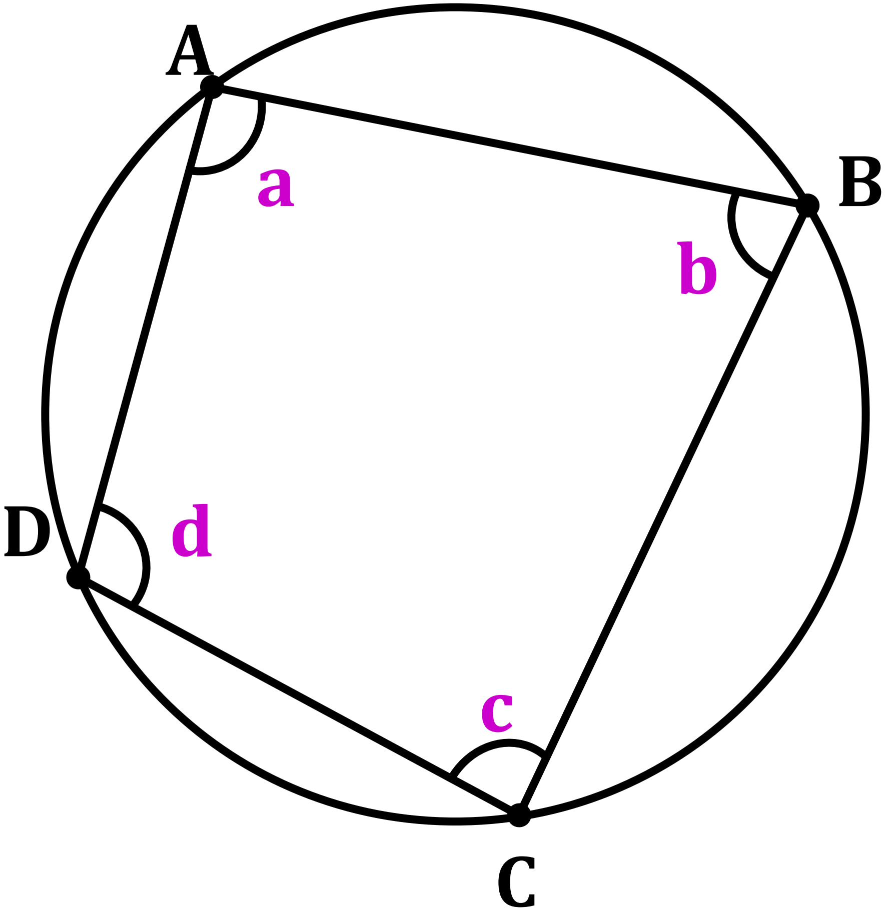


K , M , P çemberlerin teğet noktalarıdır.

Buna göre x = ?


M
60 °
2x
80 °
K
P

KİRİŞLER DÖRTGENİ



Kenarları bir çemberin kirişleri olan dörtgene " kirişler dörtgeni " adı verilir. Kirişler dörtgeninde çapraz köşe açılarının toplamı 180°'dir.

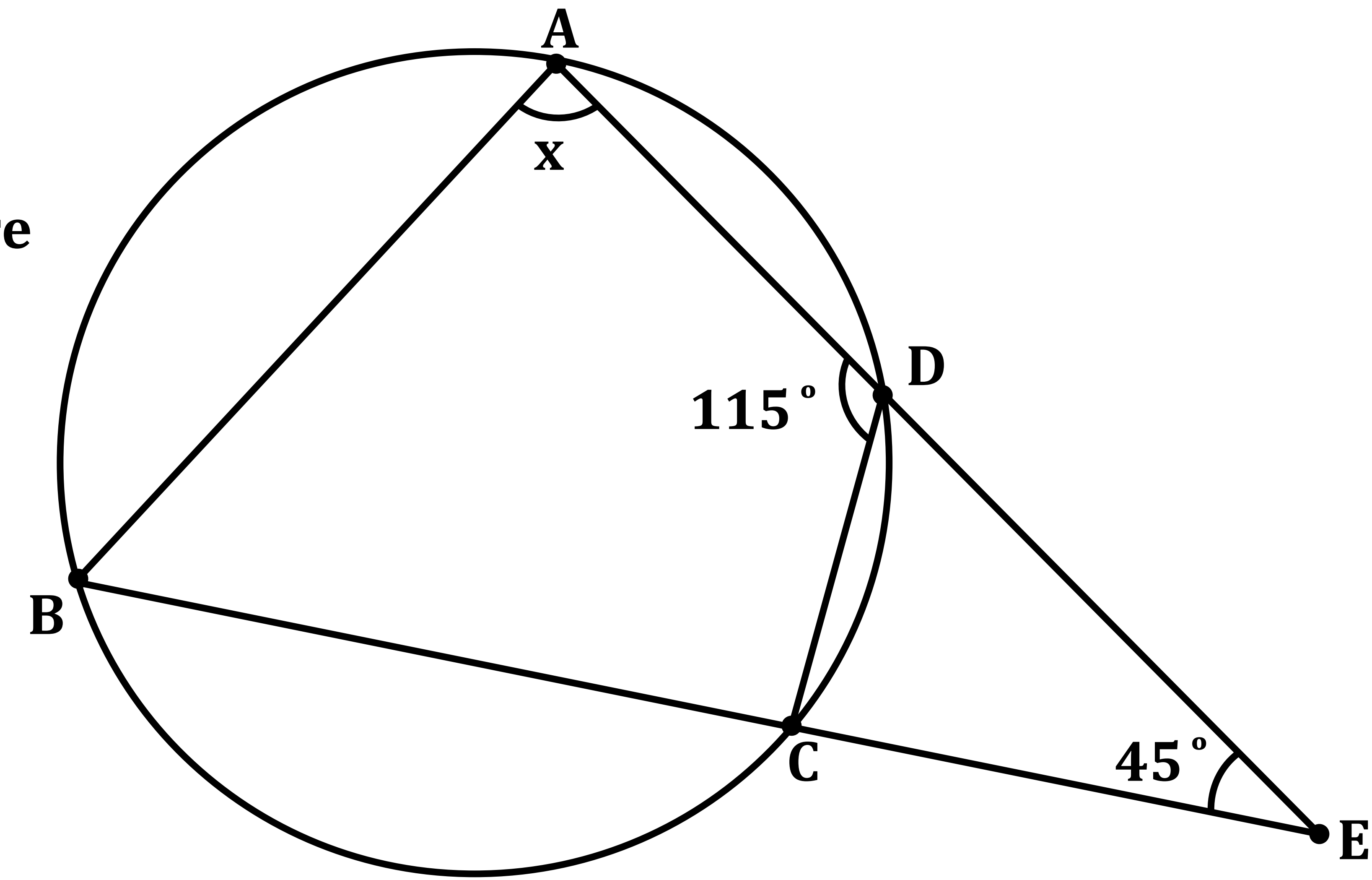
$a + c = 180^{\circ}$, $b + d = 180^{\circ}$ olarak alınır.

Çevre açılar düşünüldüğünde kuralın doğru olduğu görülür.

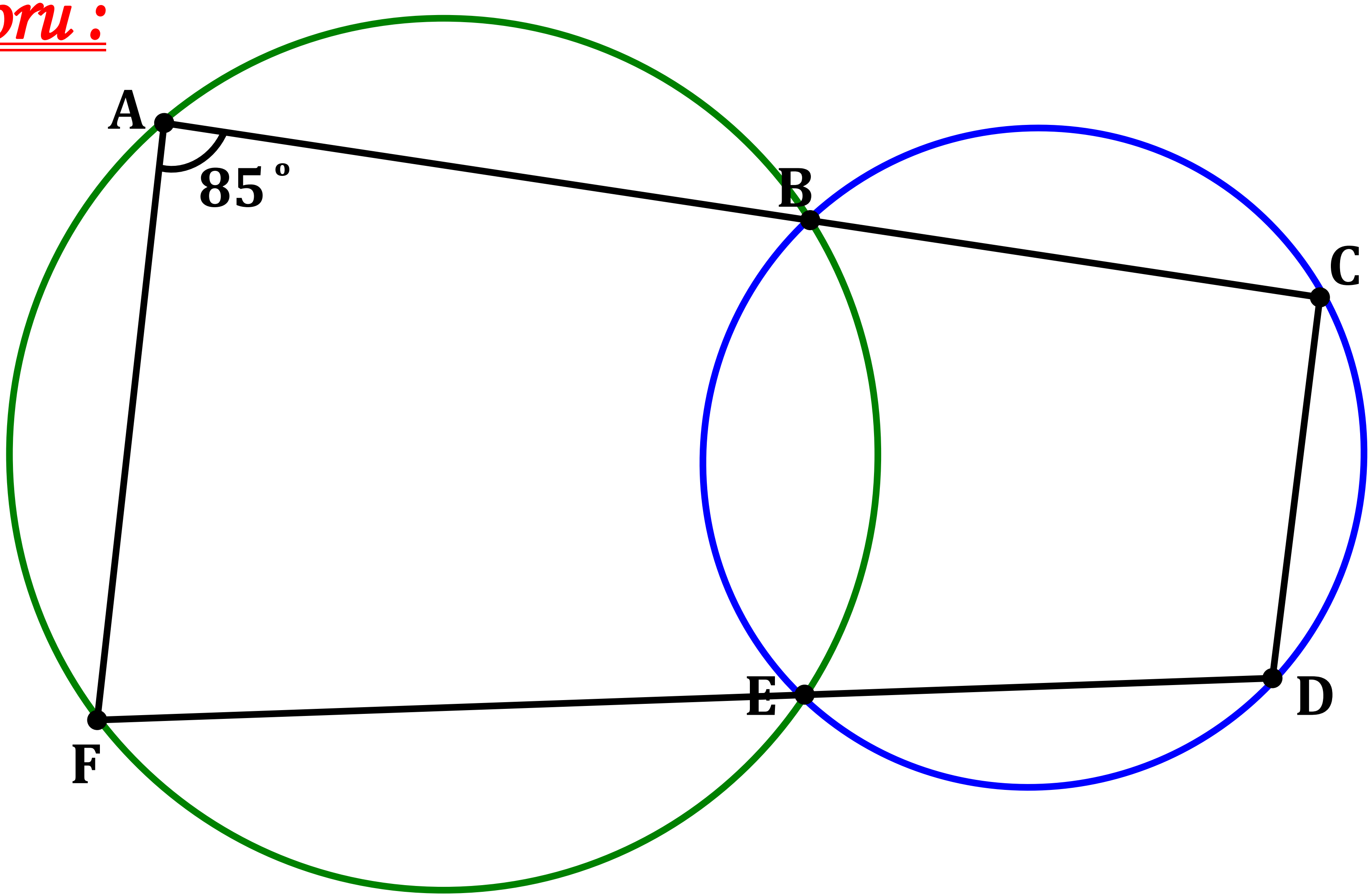
Soru :

Verilenlere göre

x = ?



Soru :



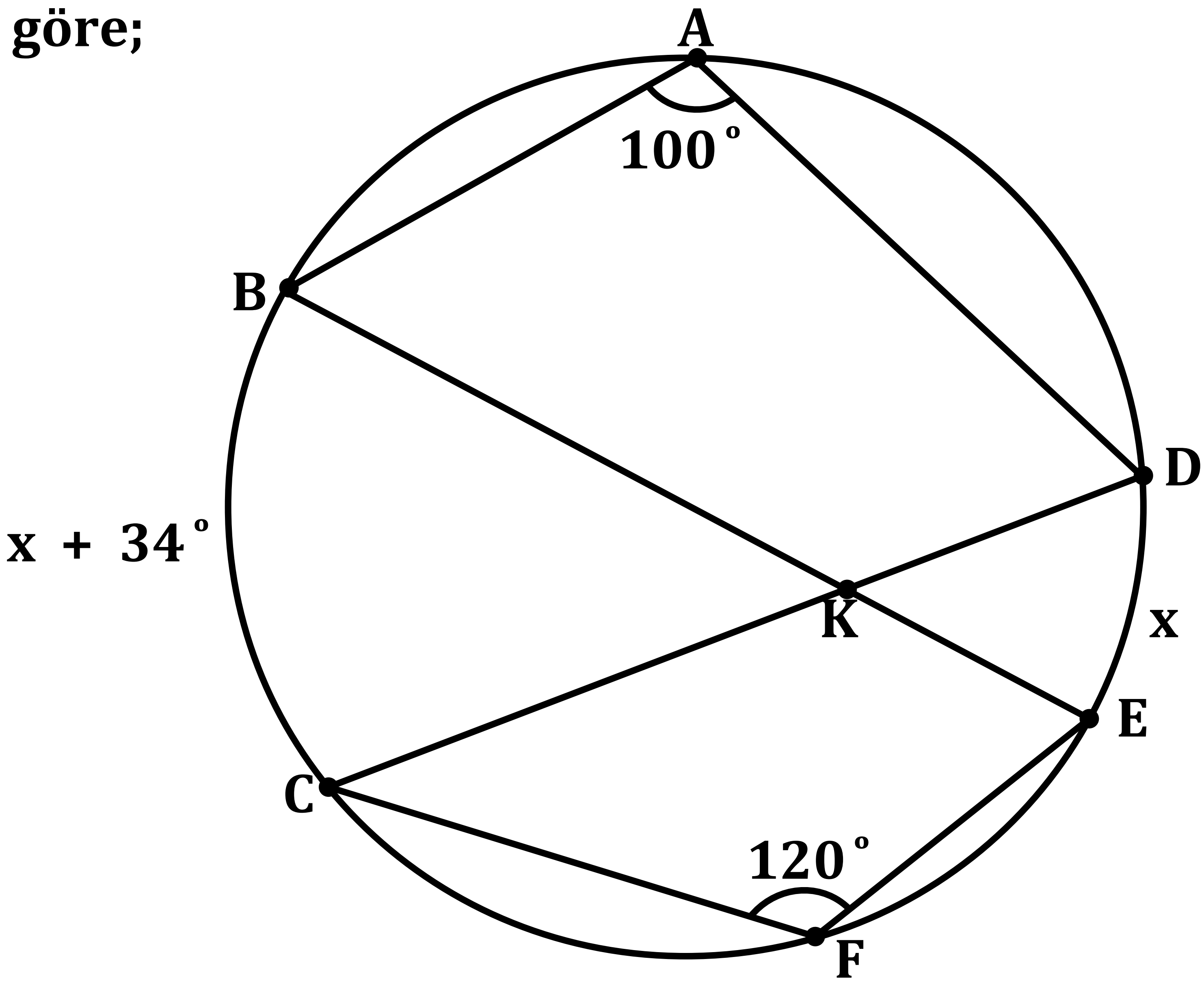
Verilenlere göre m ($\widehat{BCD}$) = ?

(B ile E birleştirilir.)

Soru : **Verilenlere göre;**

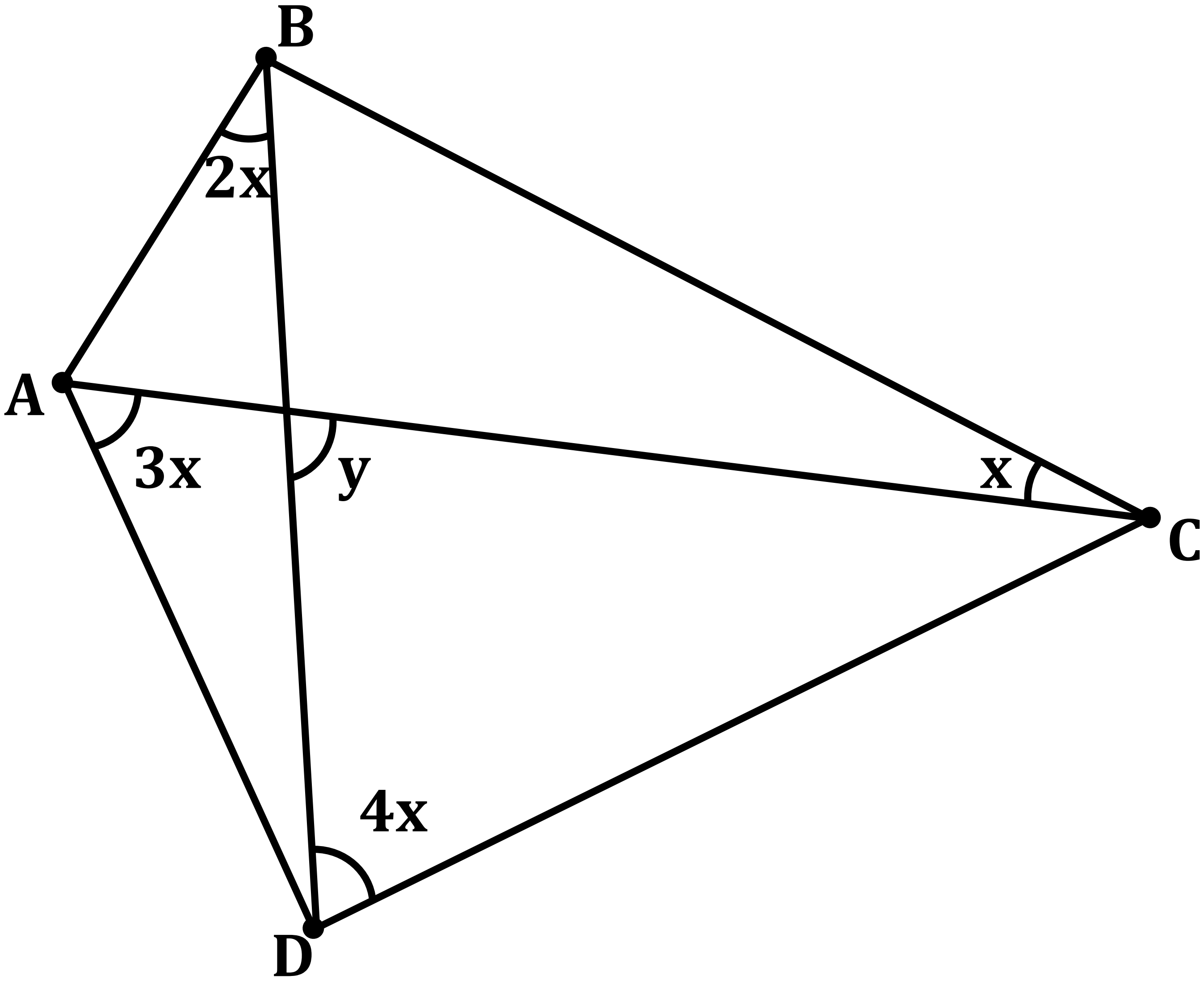
A) $m(\overset{\frown}{BKC}) = ?$

B) $x = ?$



(B ile C birleştirilir.)

Soru :

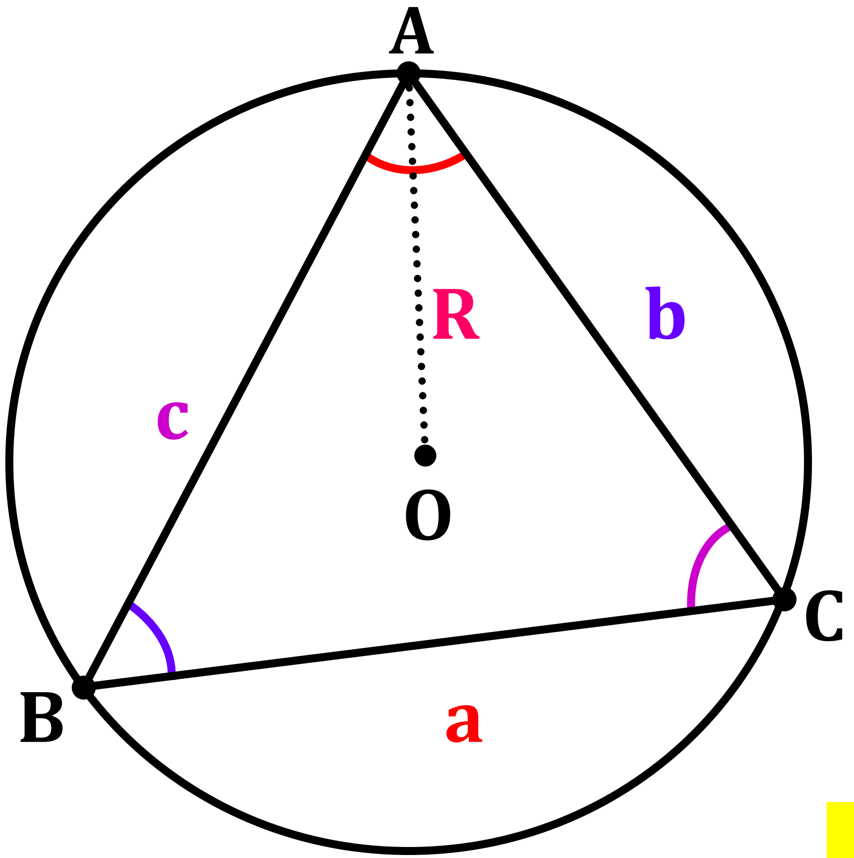


ABCD kirişler dörtgeni

ise y = ?

Sinüs Teoremi

Bir üçgenin köşe noktalarından geçen çembere o üçgenin " çevrel çemberi " adı verilir.

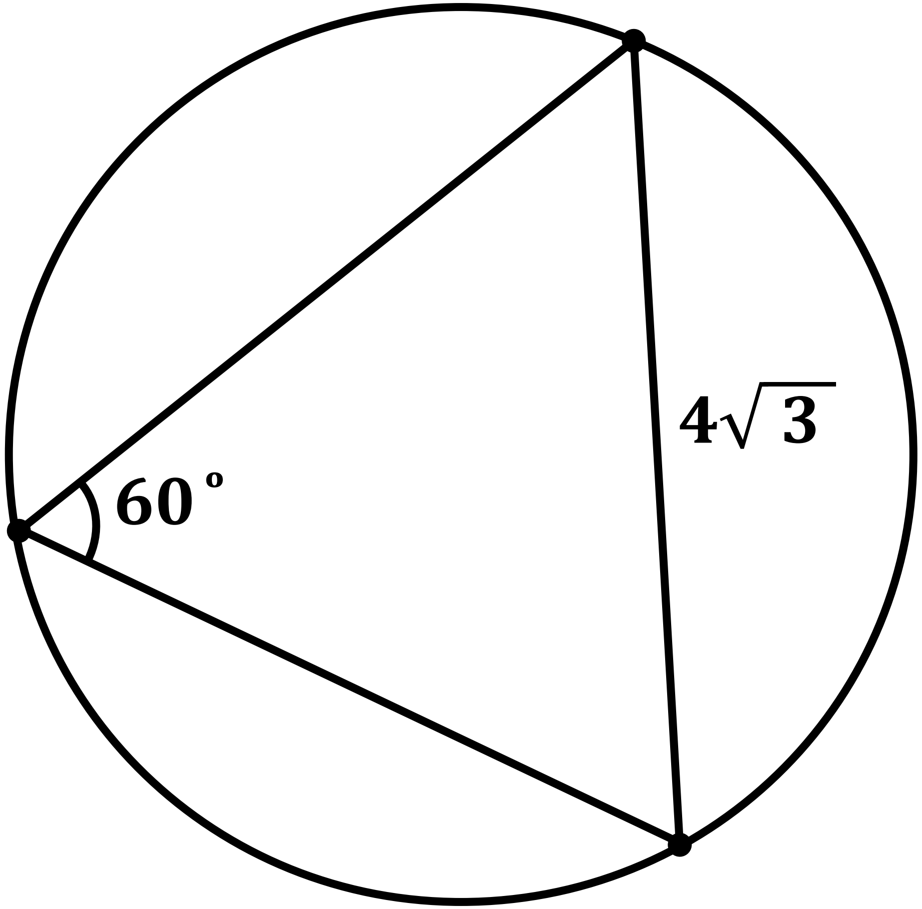


ABC üçgeninde kenar uzunlukları a , b , c olup O merkezli çevrel çemberinin yarıçapı R olmak üzere,

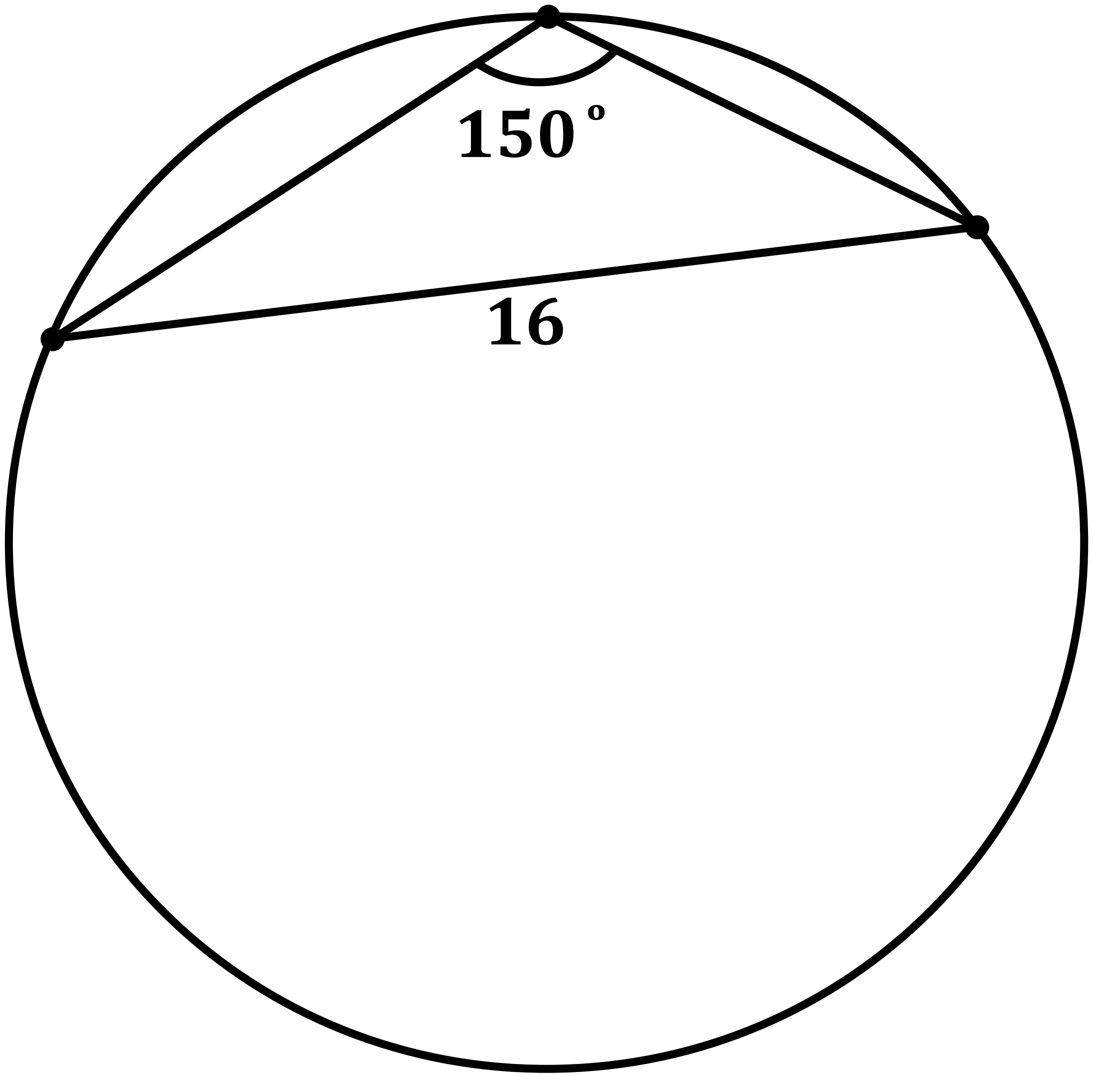
$$\frac{a}{\sin \widehat{A}} = \frac{b}{\sin \widehat{B}} = \frac{c}{\sin \widehat{C}} = 2R$$

olur. Orantılardan ikisi seçilerek çözüme ulaşılır.

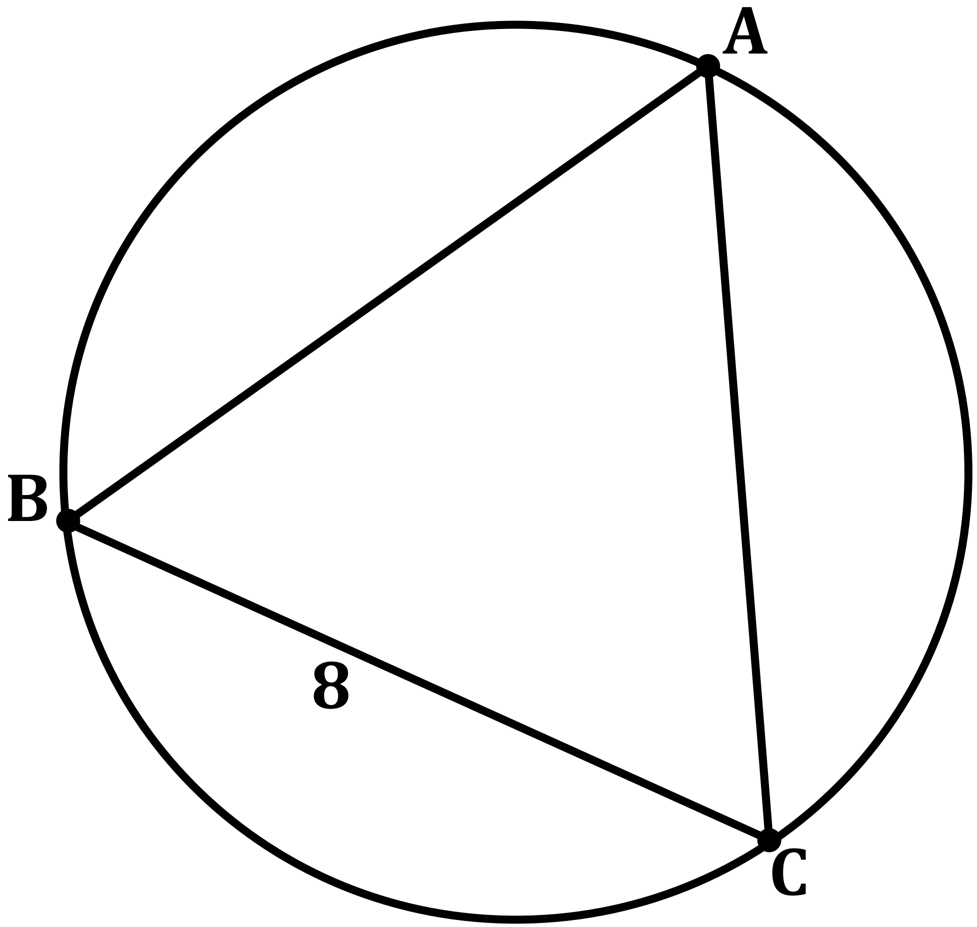
Soru : **Verilenlere göre çemberin yarıçapını bulunuz.**



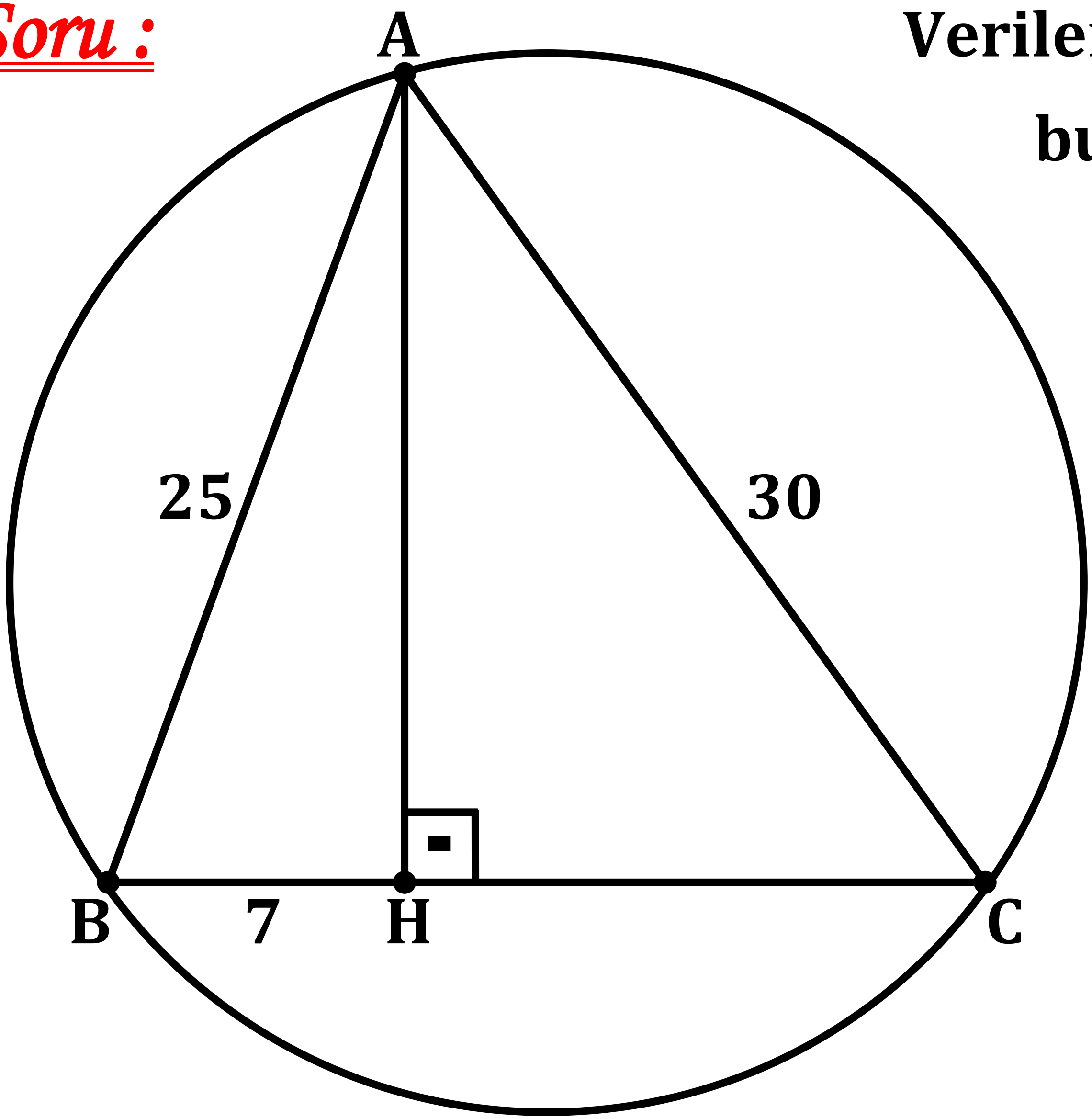
Soru : **Verilenlere göre çemberin çapını bulunuz.**



Soru : **Yarıçapı $4\sqrt{2}$ br olan çemberde $m(\widehat{BAC}) = ?$**



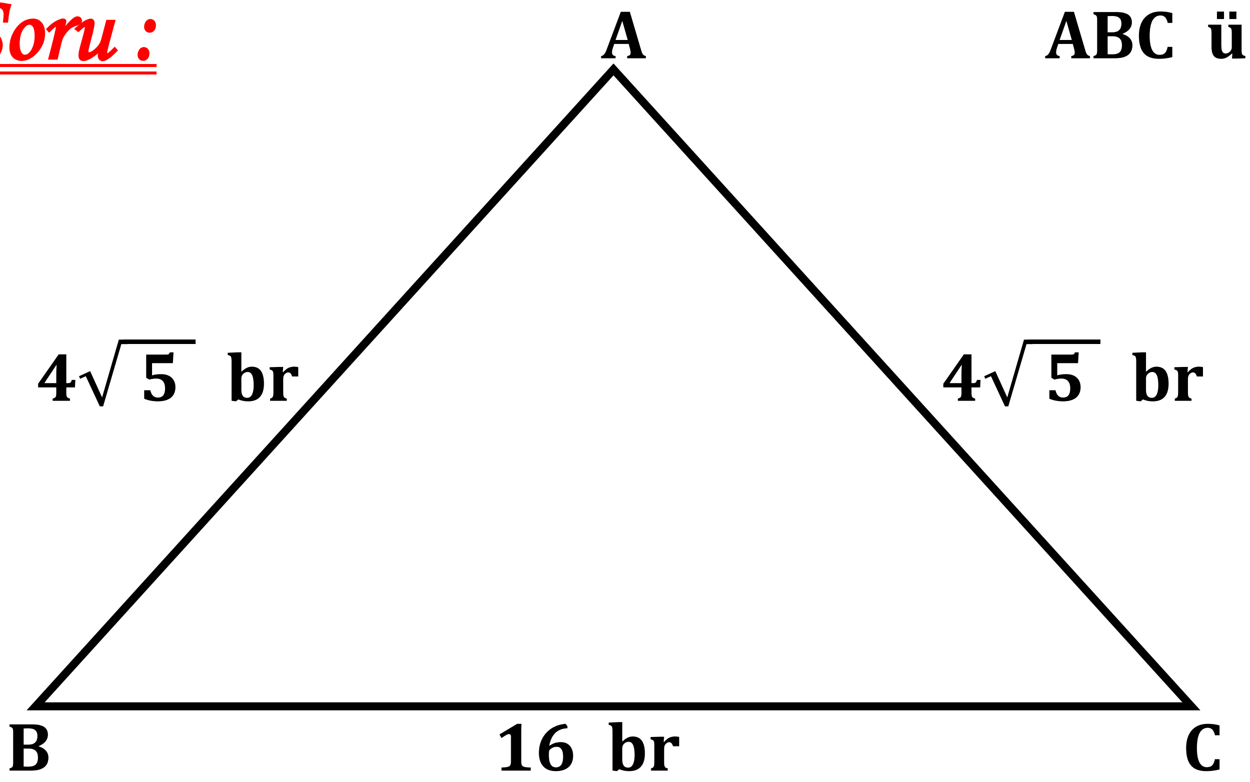
Soru :



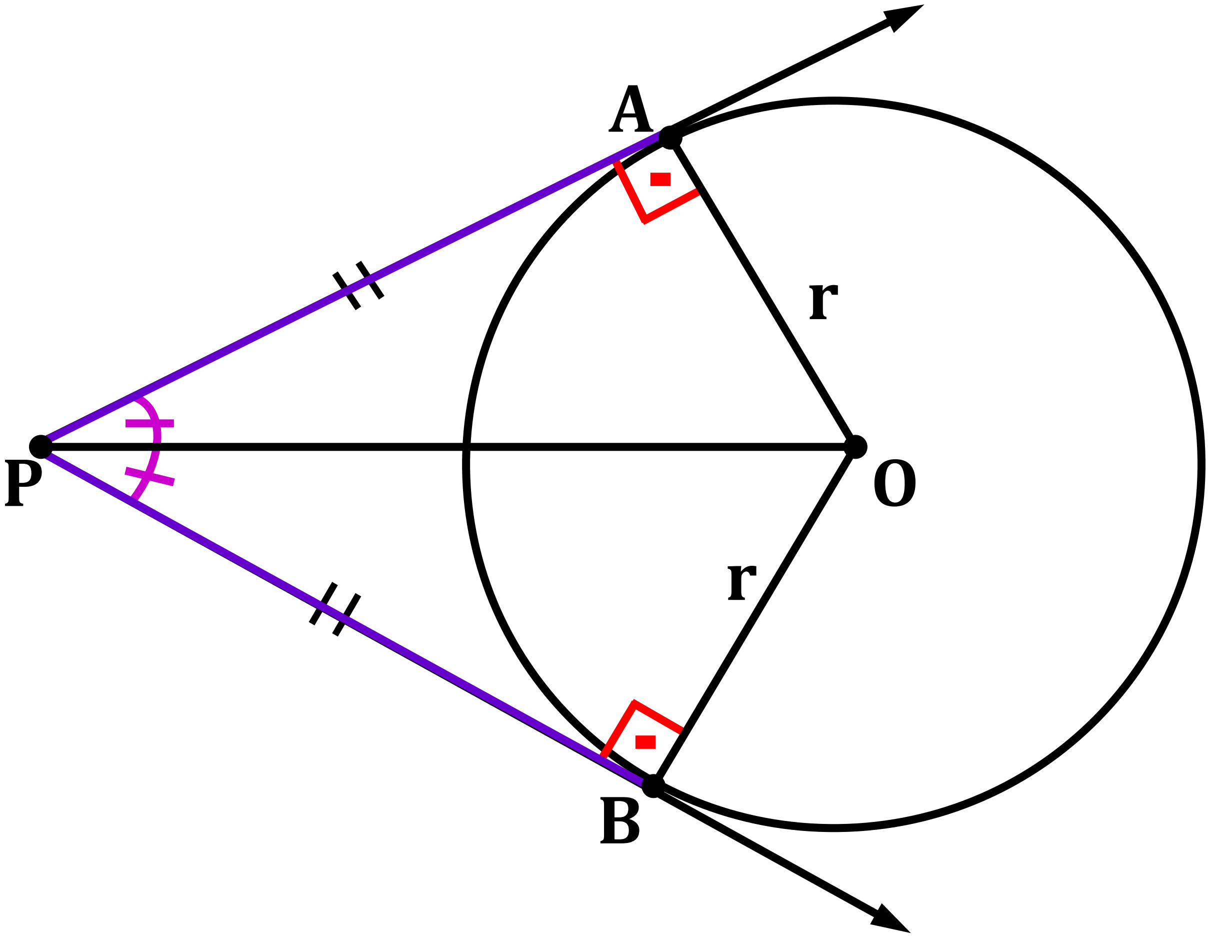
Verilenlere göre çemberin yarıçapını bulunuz. **(Açı verilmezse sinüsü dik üçgenden alırız.)**

Soru :

ABC üçgeninin çevrel çemberinin yarıçapını bulunuz.



ÇEMBERDE TEĞET

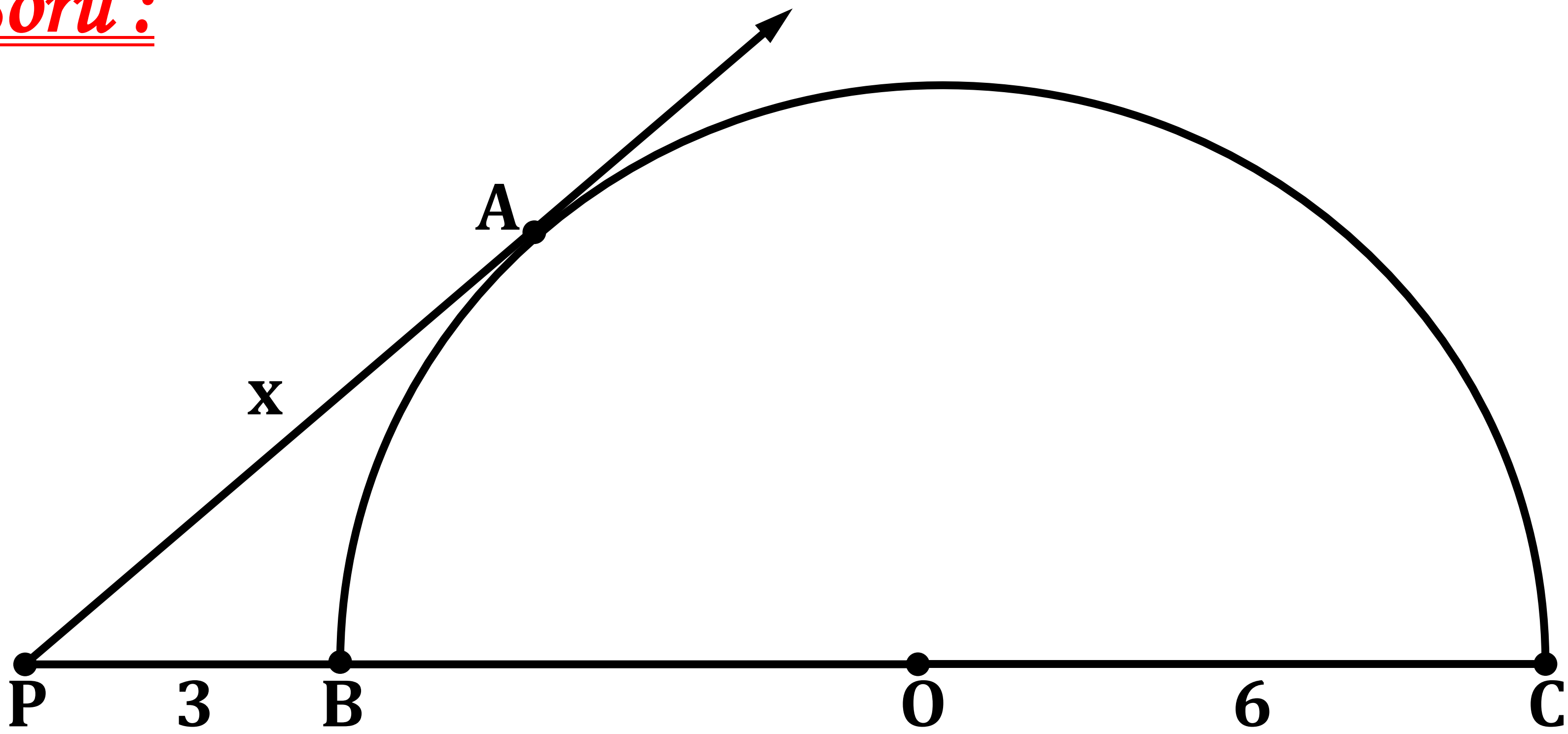


O merkez, A ile B teğet noktalar olsun.

A) Çember dışındaki bir noktadan çembere çizilen teğet uzunlukları birbirine eşittir.

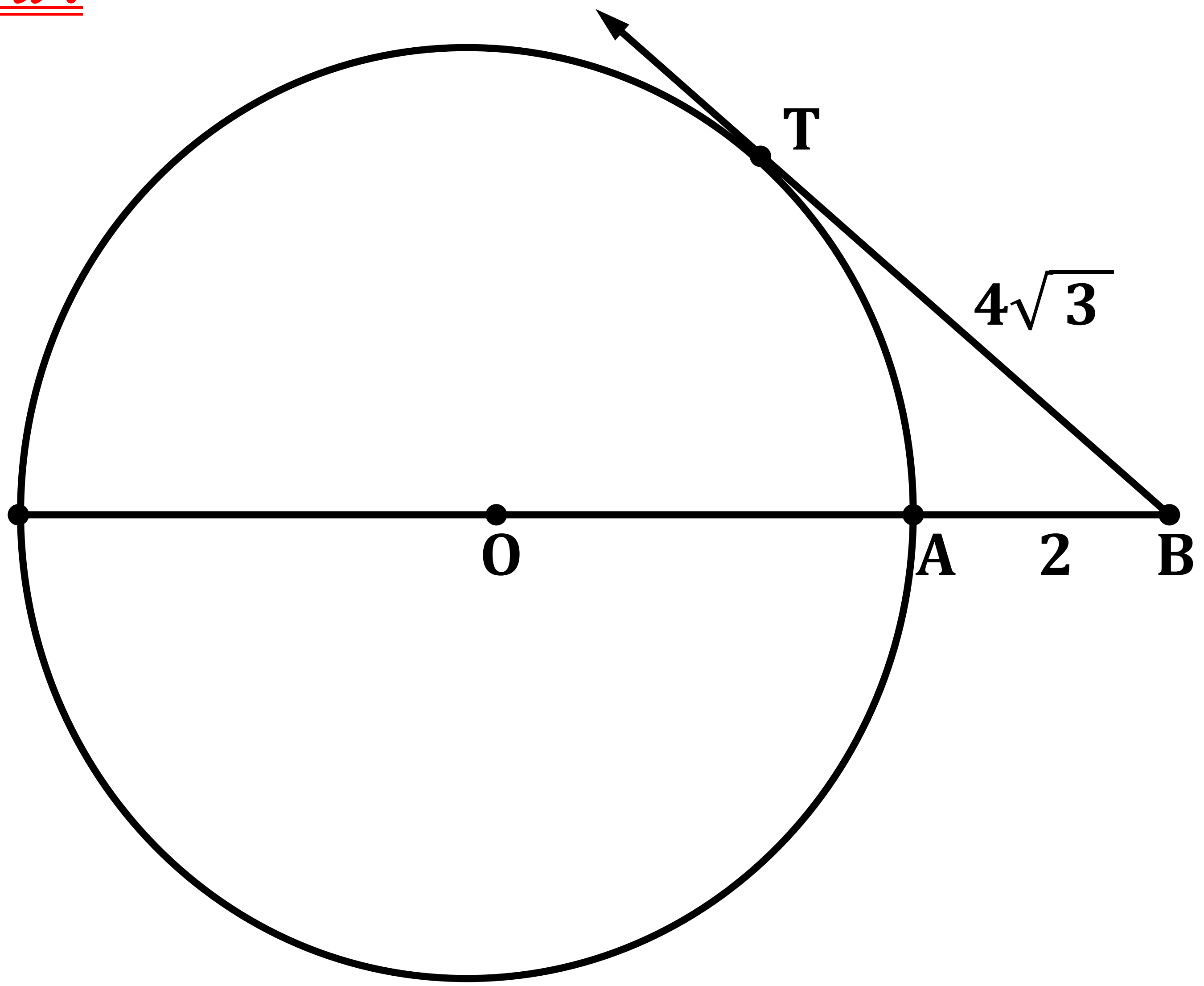
B) Dolayısıyla [PO] açıortaydır. (Teğet uzunluklarının kesiştiği nokta ile merkez noktası birleştirilirse, bu birleşim açıortay oluşturur.)

Soru :



Yarım çemberde, A teğet noktası ve O merkez noktası ise x = ?

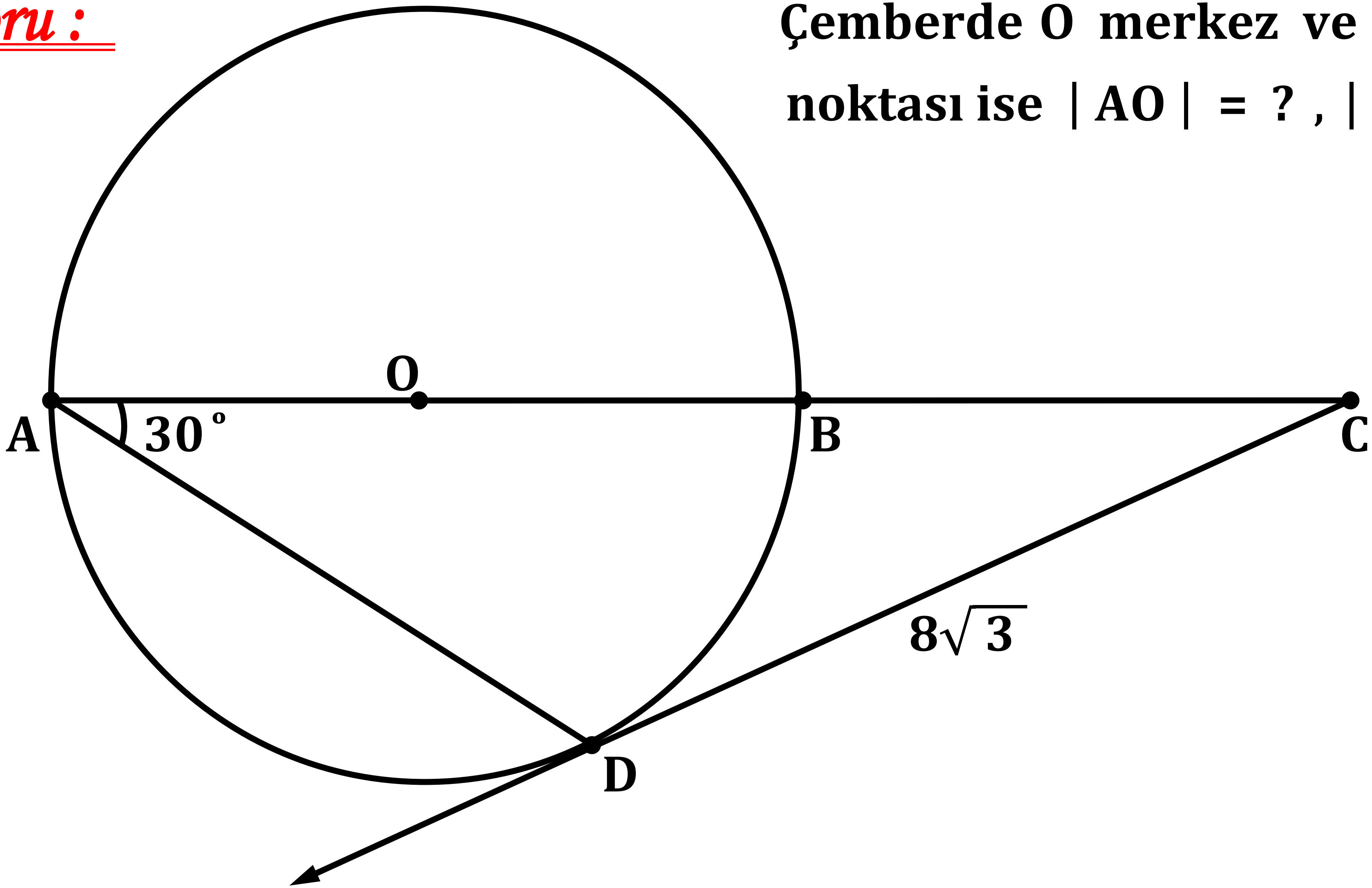
Soru :



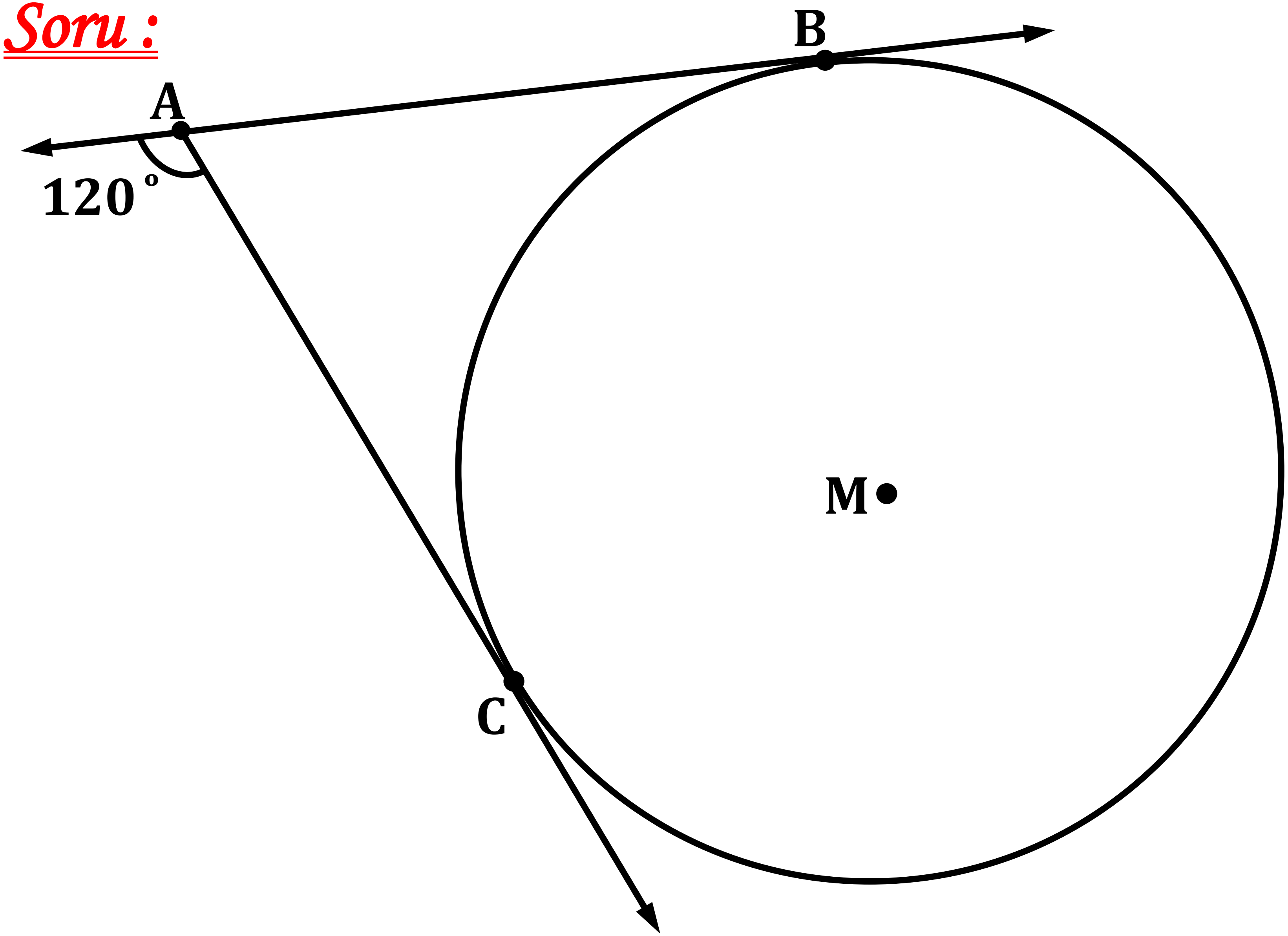
Çemberde, T teğet noktası ve O merkez noktası ise çemberin çapını bulunuz.

Soru :

Çemberde O merkez ve D teğet noktası ise |AO| = ? , |BC| = ?

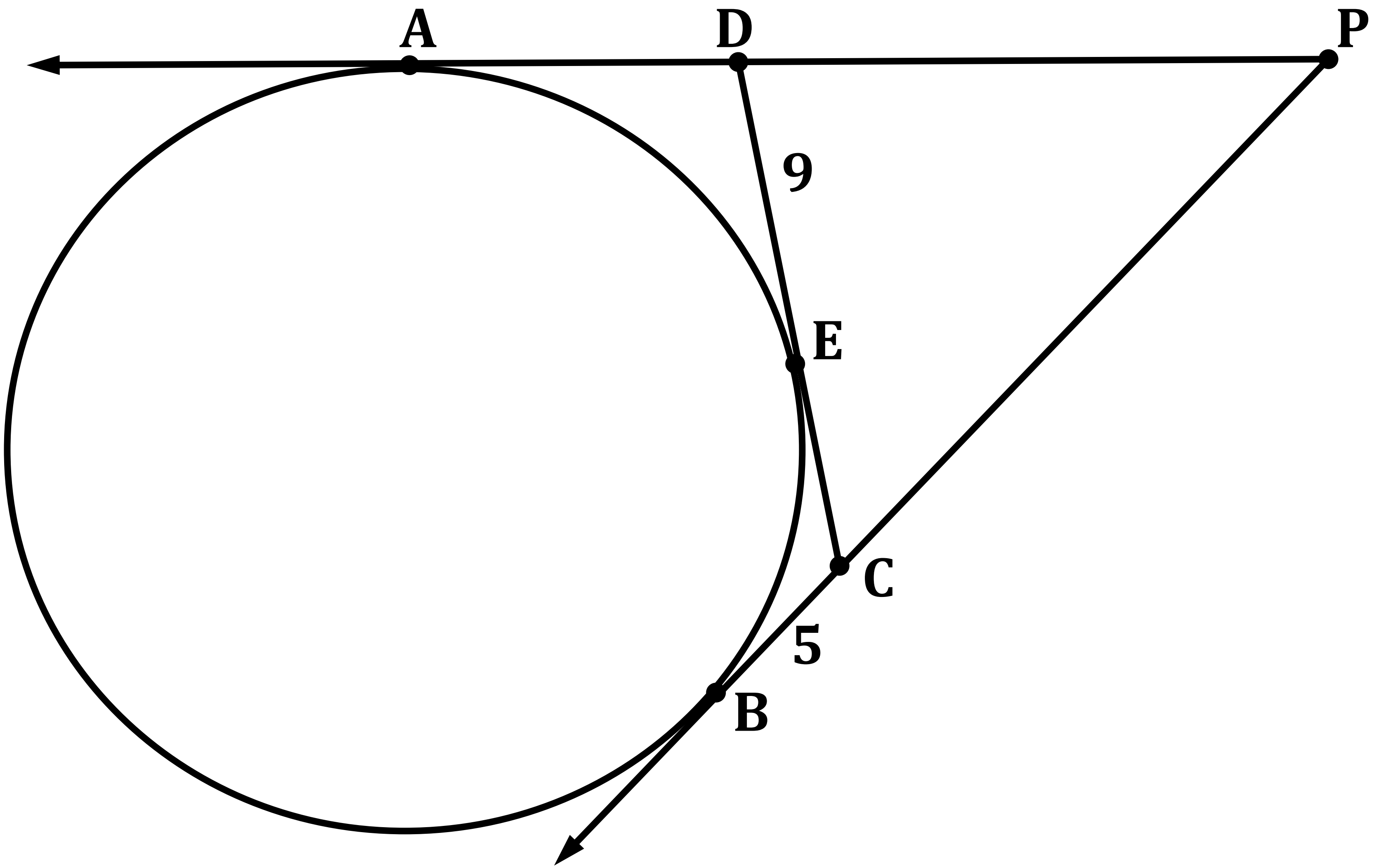


Soru :



Çemberde C ve B teğet, M ise merkez noktadır. Çemberin yarıçapı 10 br ise A noktasının çembere olan en kısa uzaklığını bulunuz.

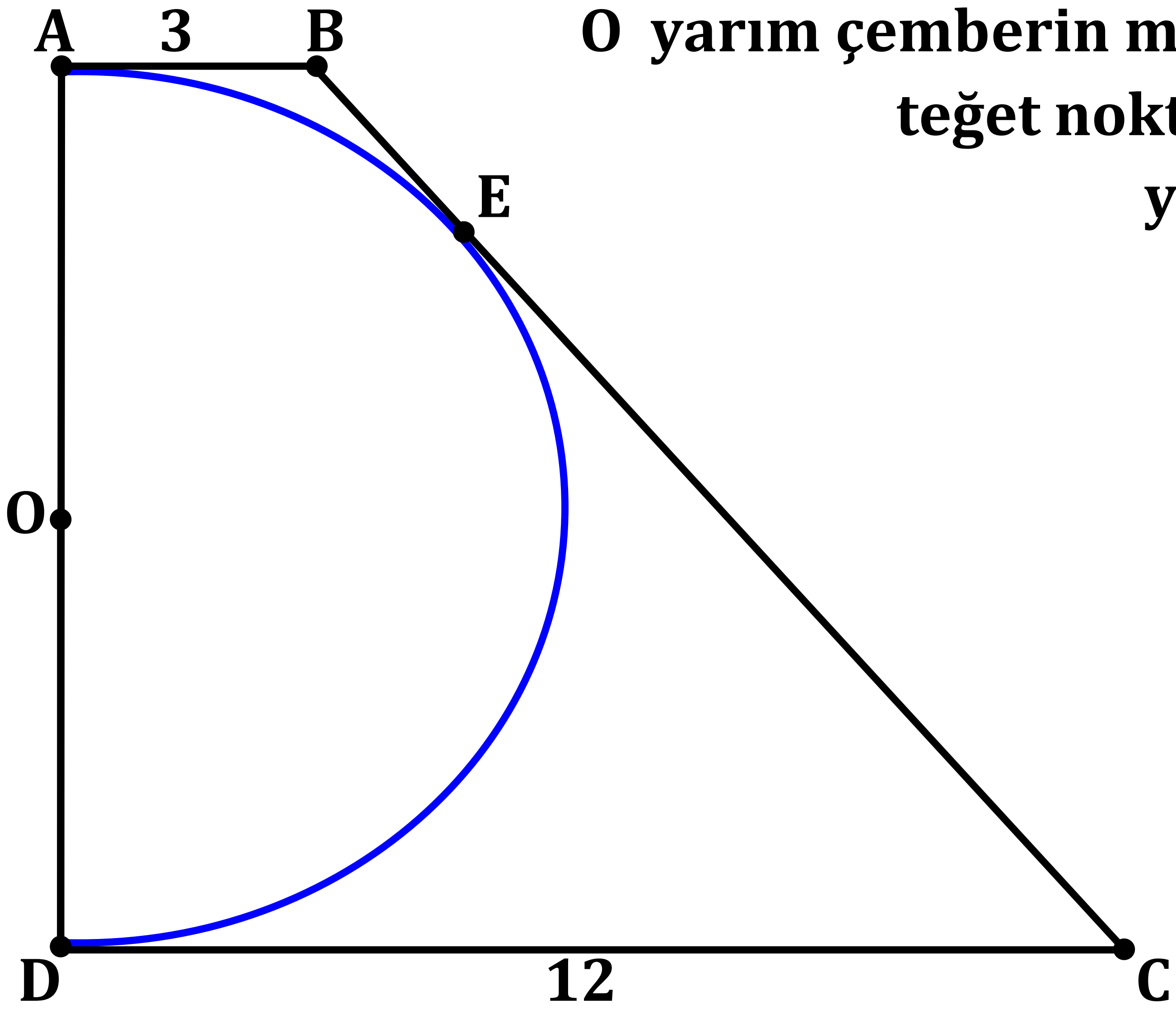
Soru :



Çemberde A , B ve E teğet noktalarıdır.

| PA | = 30 br ise Ç ($\widehat{PDC}$) = ?

Soru :



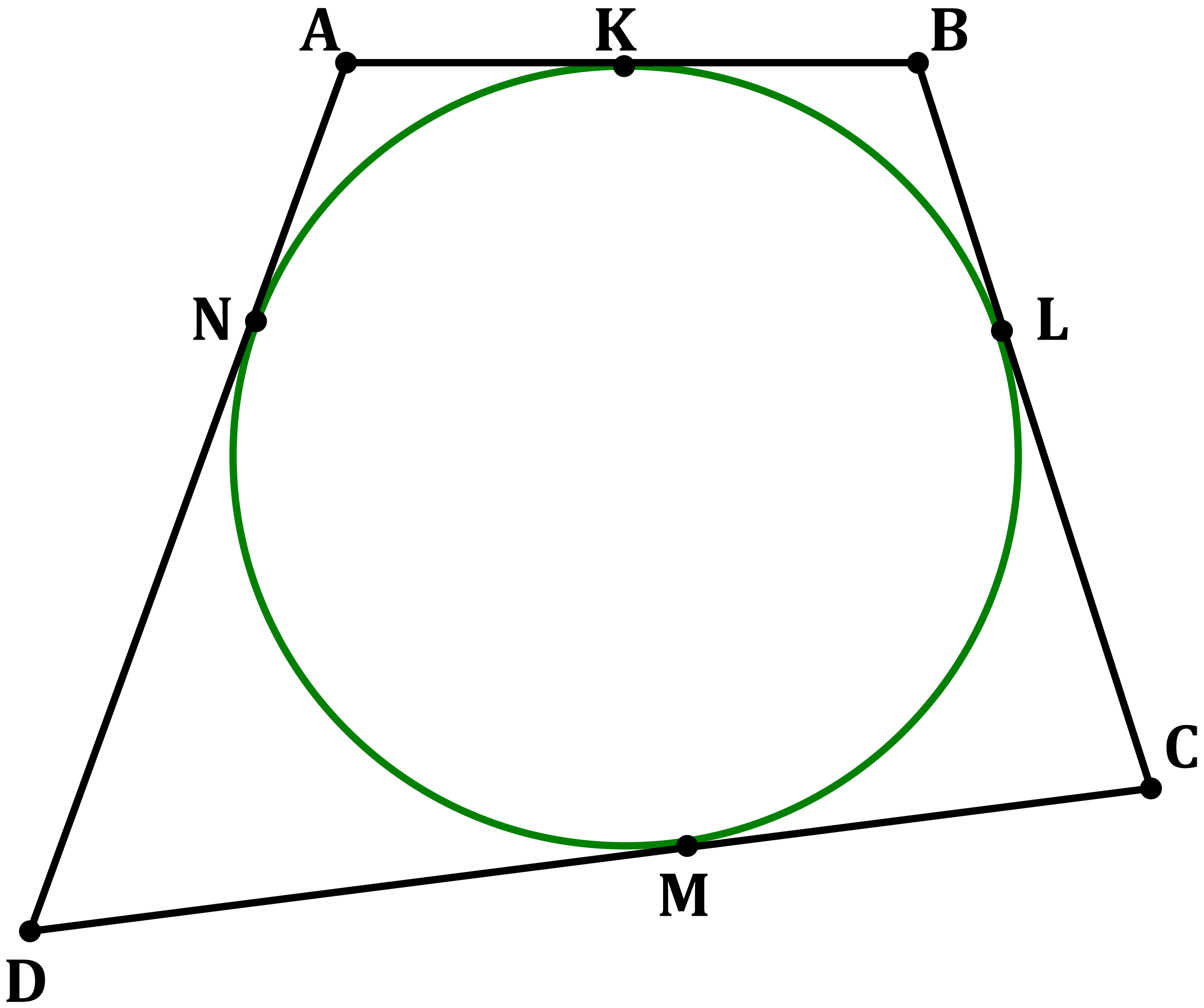
O yarım çemberin merkezidir. A , D , E teğet noktaları ise çemberin yarıçapını bulunuz.

(B ’den tabana dik indirilir ve Pisagor Bağıntısından sonuç bulunur.)

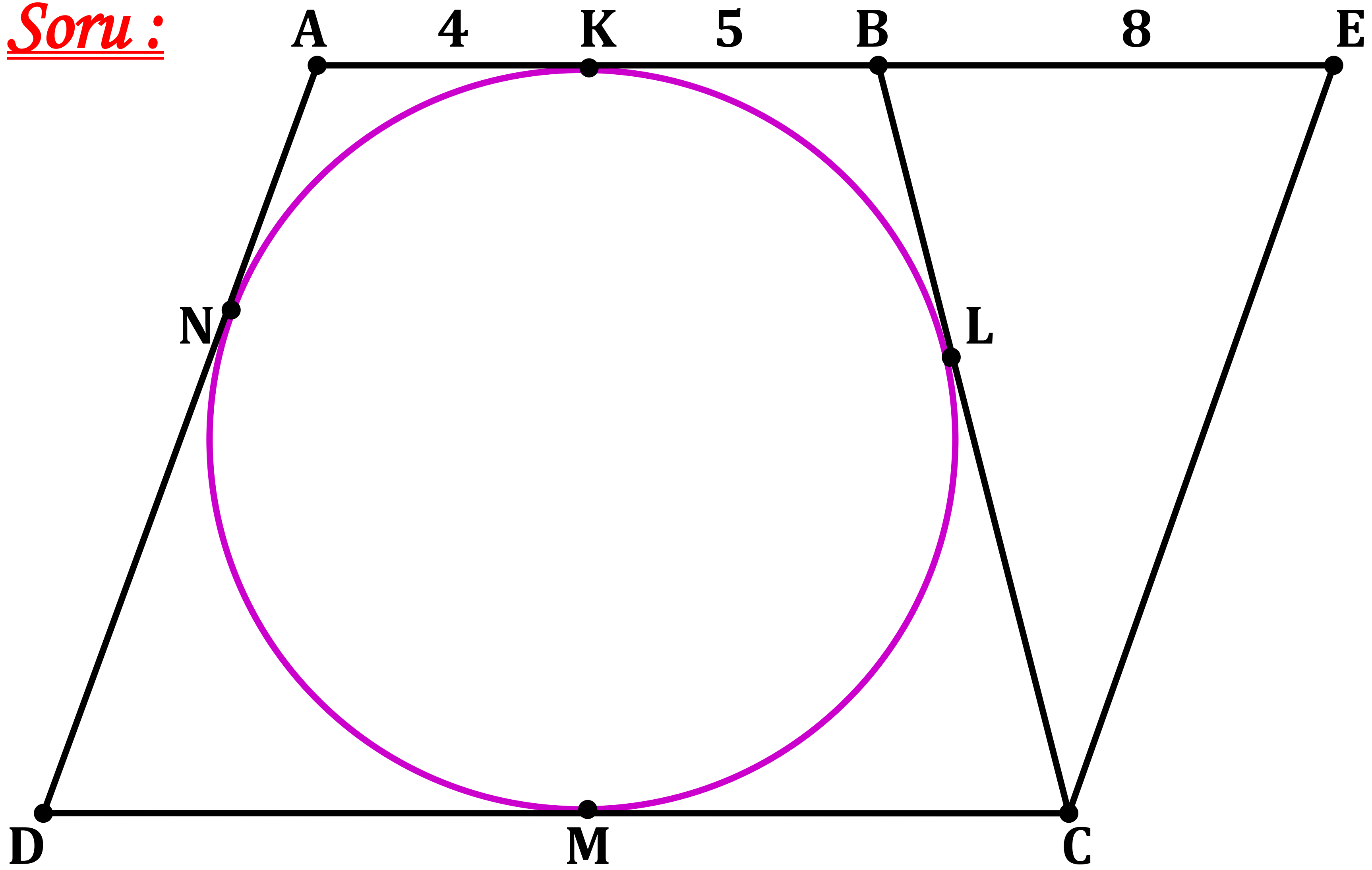
Soru : K , L , M , N çemberin dörtgene teğet noktaları olsun.

Ç (ABCD) = 80 br ise

| AB | + | DC | = ?

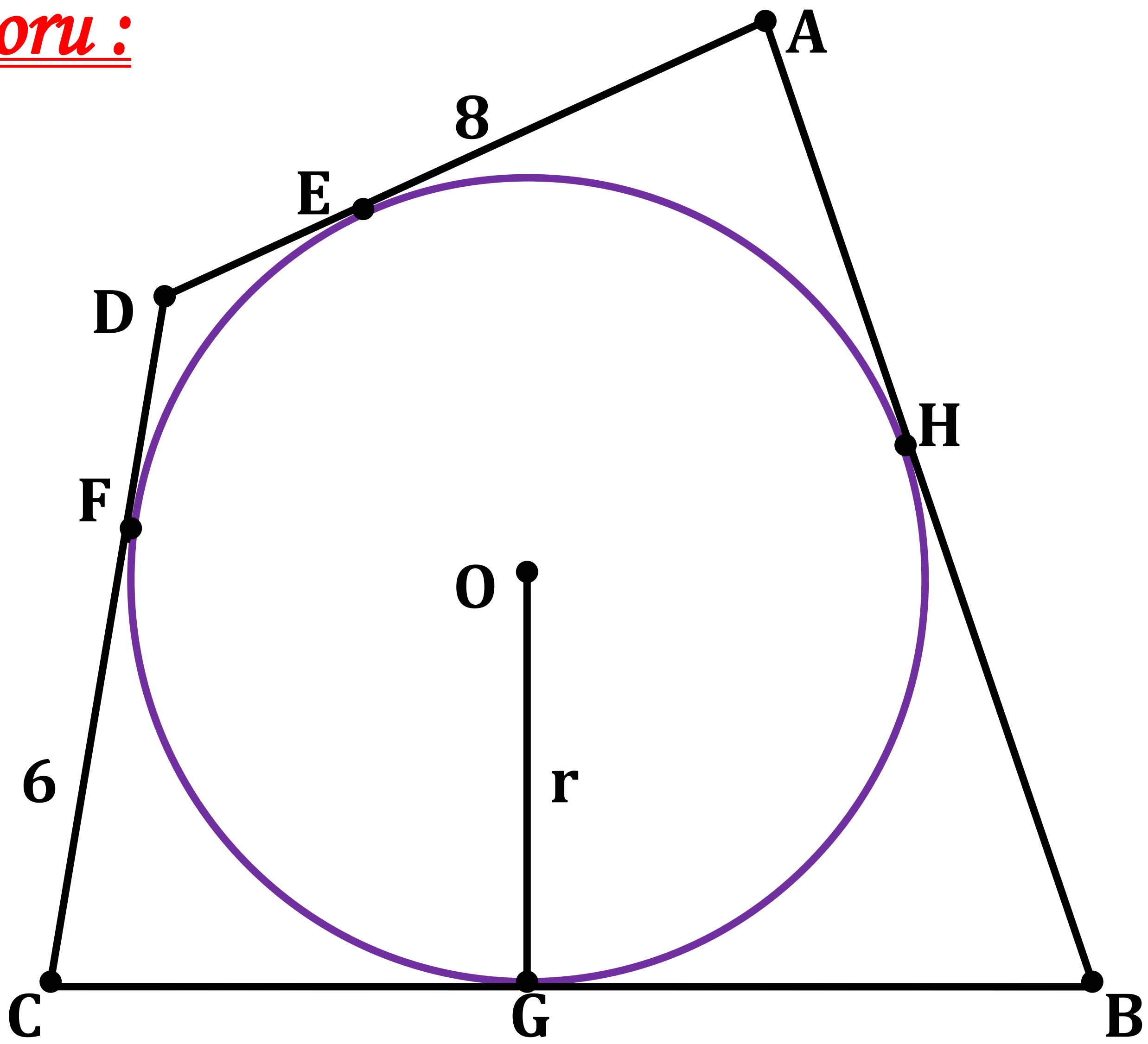


Soru :



Çember ABCD yamuğuna teğettir. AECD ise paralelkenardır. Buna göre $Ç(\widehat{BCE}) = ?$

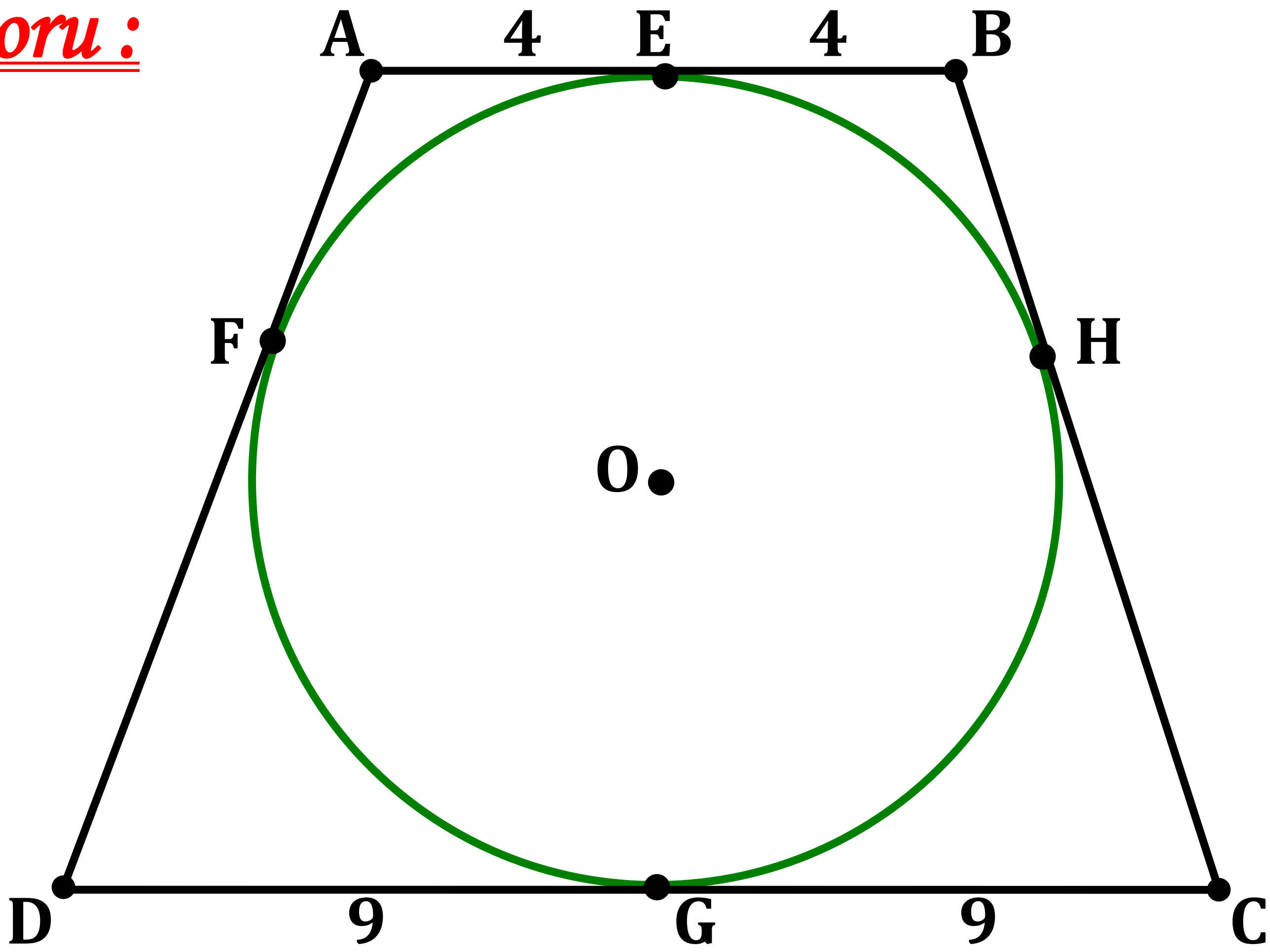
Soru :



Çember ABCD dörtgenine teğettir.

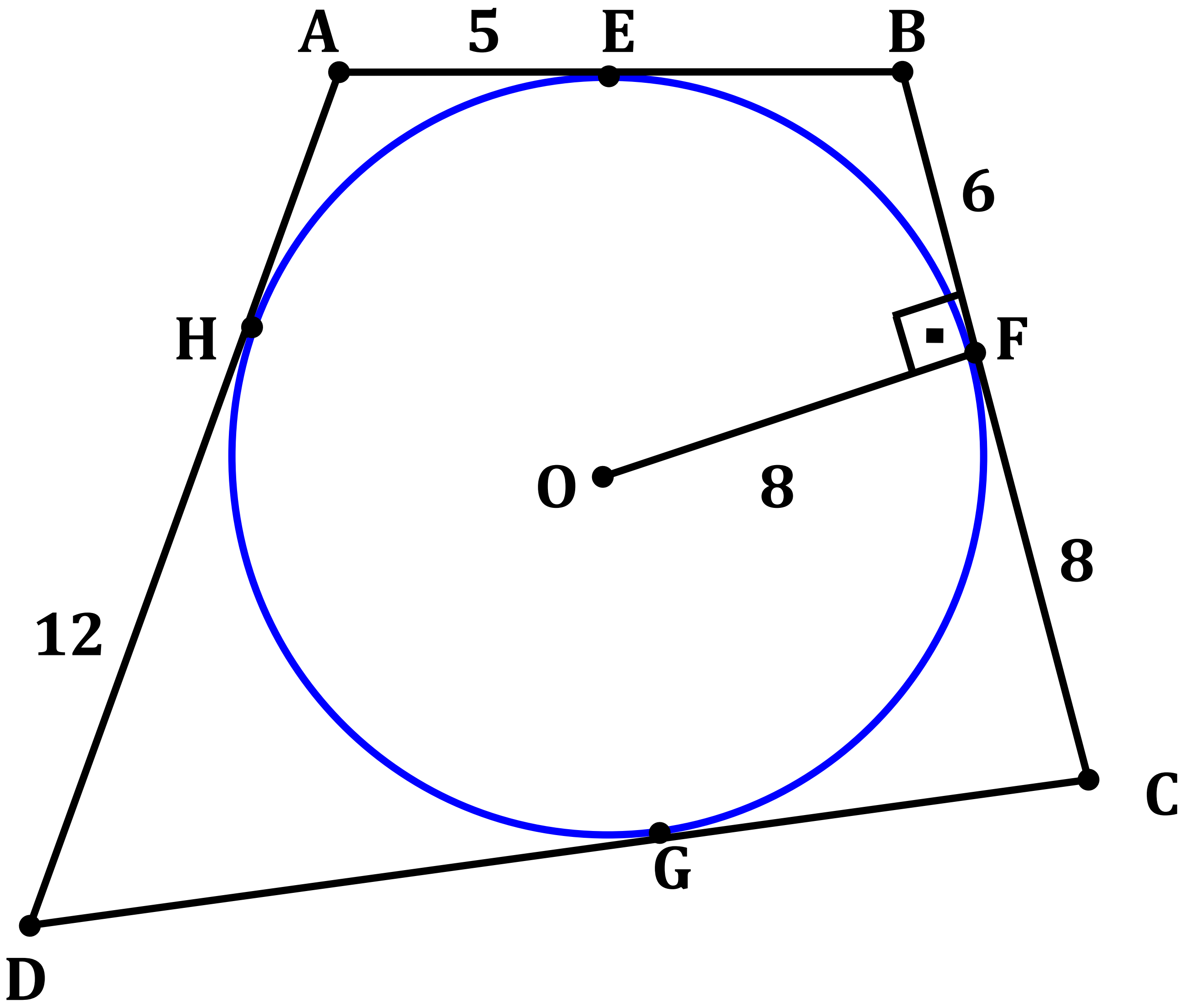
$m(\widehat{A}) + m(\widehat{C}) = 180^\circ$ ise $r = ?$ (AOE ile OFC üçgenlerinden benzerlik kullanılarak çözüme gidilir.)

Soru :



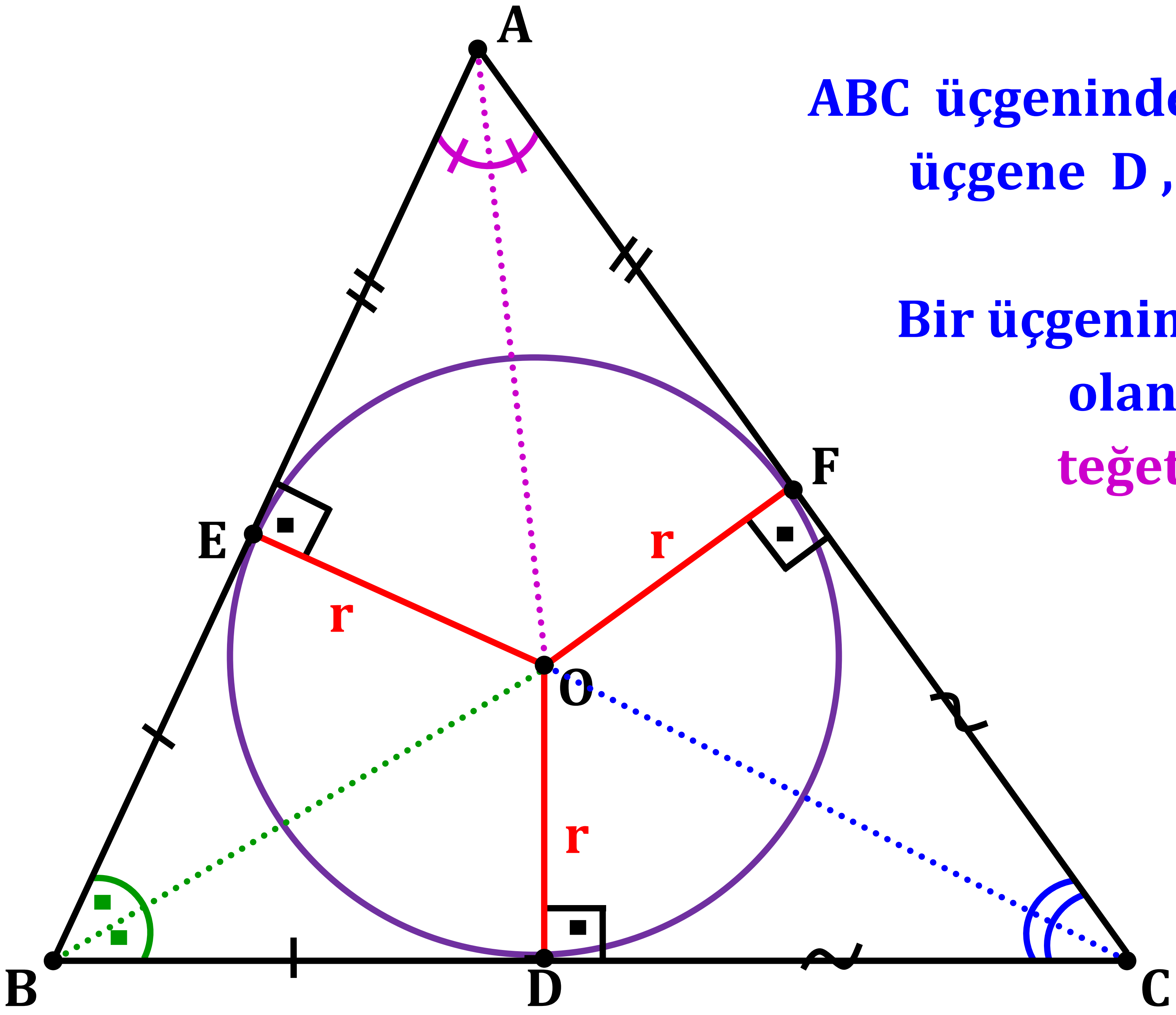
O merkezli çember ABCD ikizkenar yamuğa teğettir. | AB | = 8 ve | DC | = 18 br ise çemberin yarıçapını bulunuz. **(O noktası ile H veya F birleştirilir. Birleştirilen tarafta alt köşe ile üst köşe de O noktası ile birleştirilir ve yarıçap elde edilen üçgenlerden bulunur.)**

Soru : **Çember ABCD dörtgene teğet ise A (ABCD) = ?**



(O ile dört köşe noktası birleştirilip, üçgenlerin alanlarından bulunur.)

İç Teğet Çember

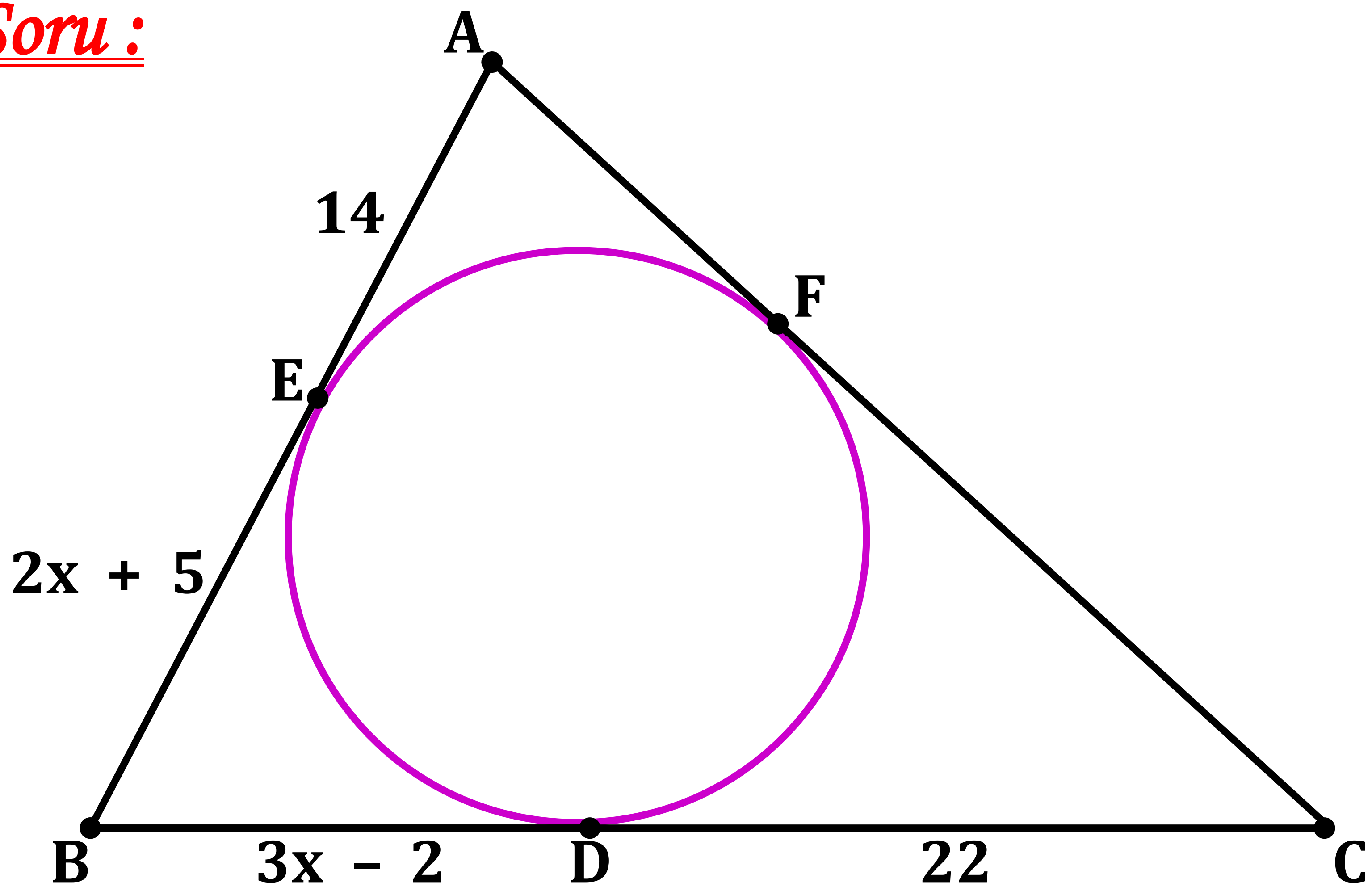


ABC üçgeninde, O merkezli çember üçgene D , E ve F noktalarında teğettir.

Bir üçgenin üç kenarına da teğet olan çembere " üçgenin iç teğet çemberi " adı verilir.

İç teğet çemberinin merkezi, üçgenin iç açıortaylarının kesim noktasıdır.

Soru :

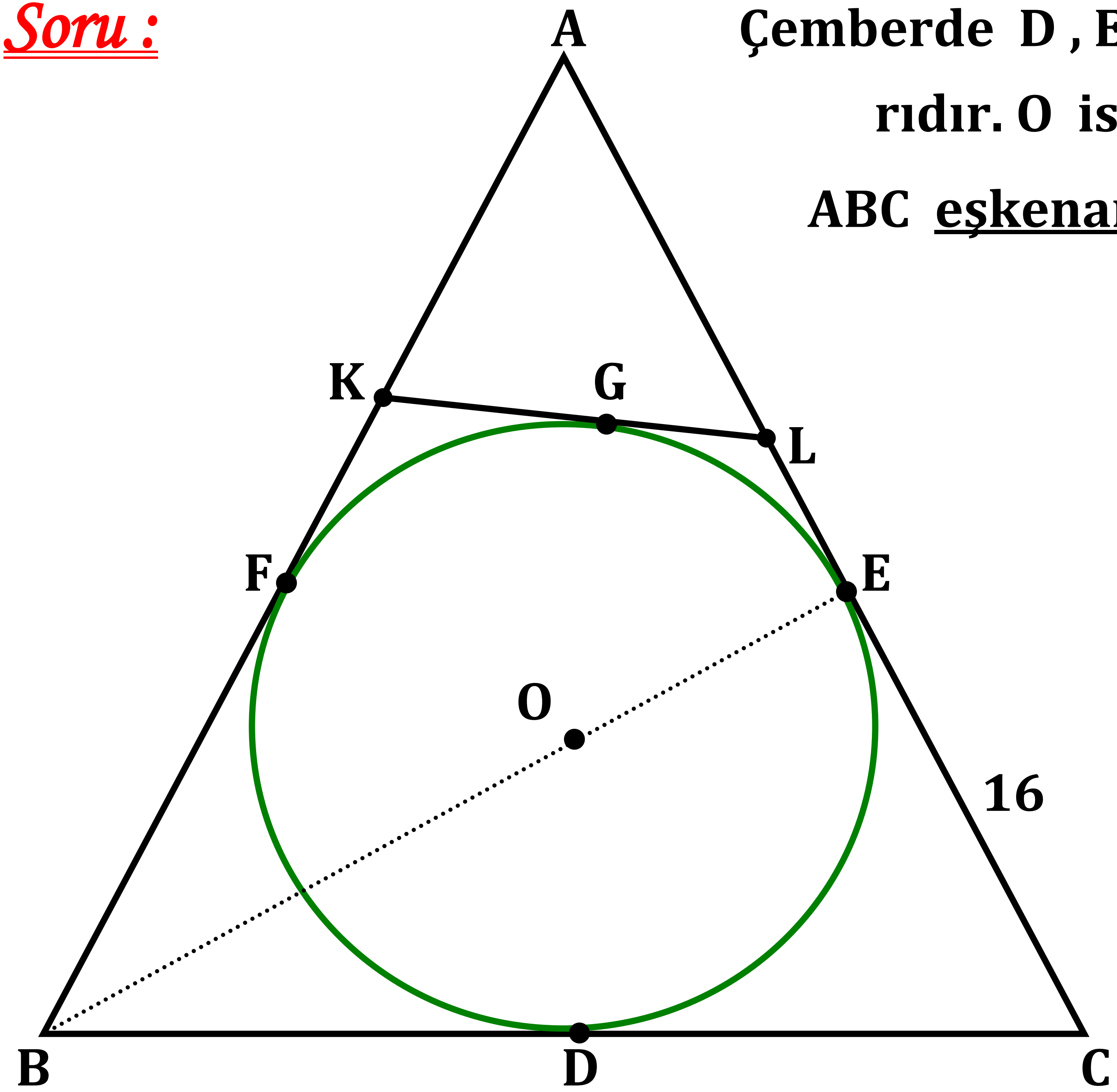


E , F , D noktalarında çember ABC üçgenine teğet ise Ç ($\widehat{ABC}$) = ?

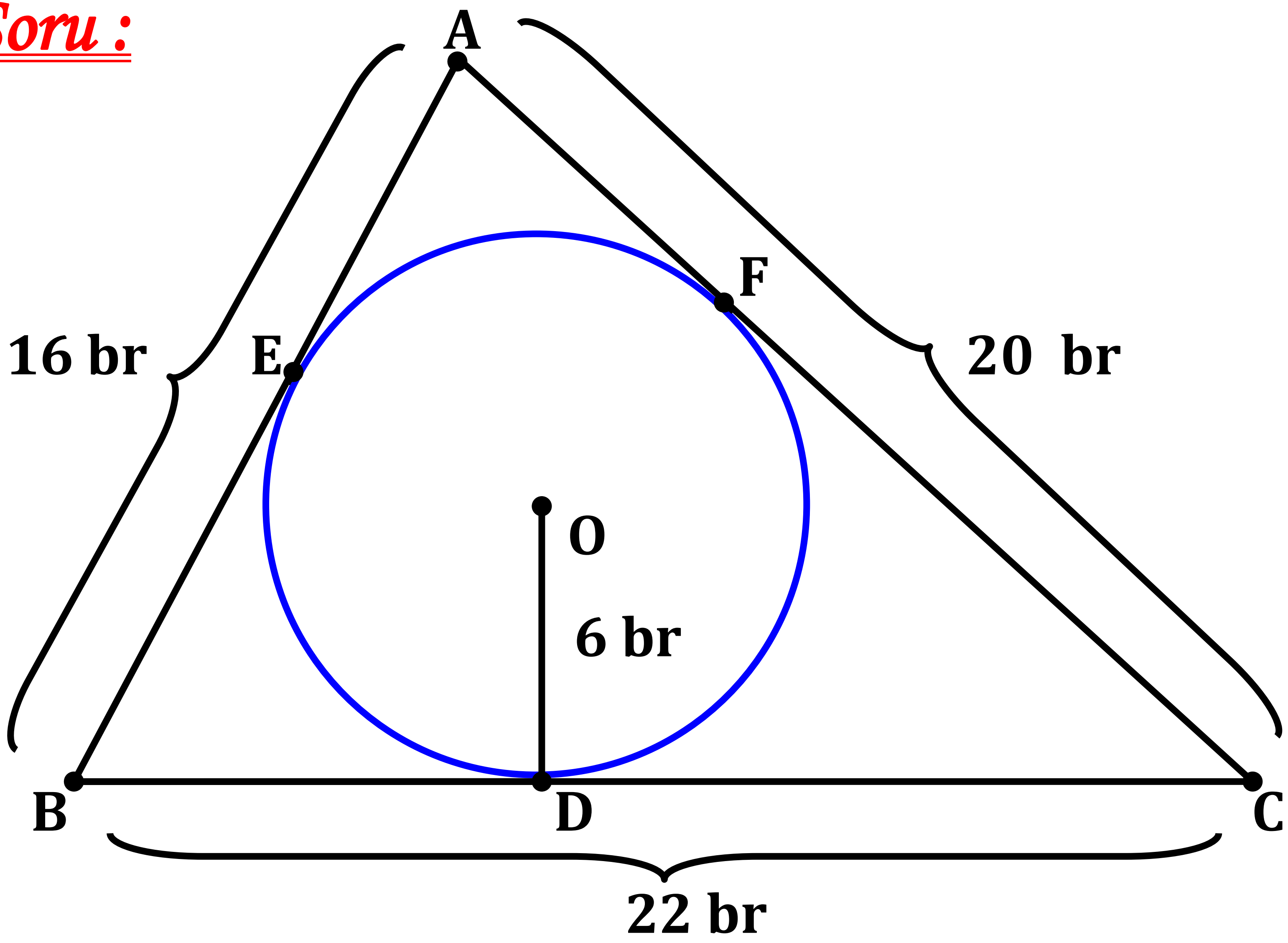
Soru :

Çemberde D , E , F ve G teğet noktalarıdır. O ise çemberin merkezidir.

ABC <u>eşkenar</u> üçgen ise Ç ($\overset{\triangle}{AKL}$) = ?

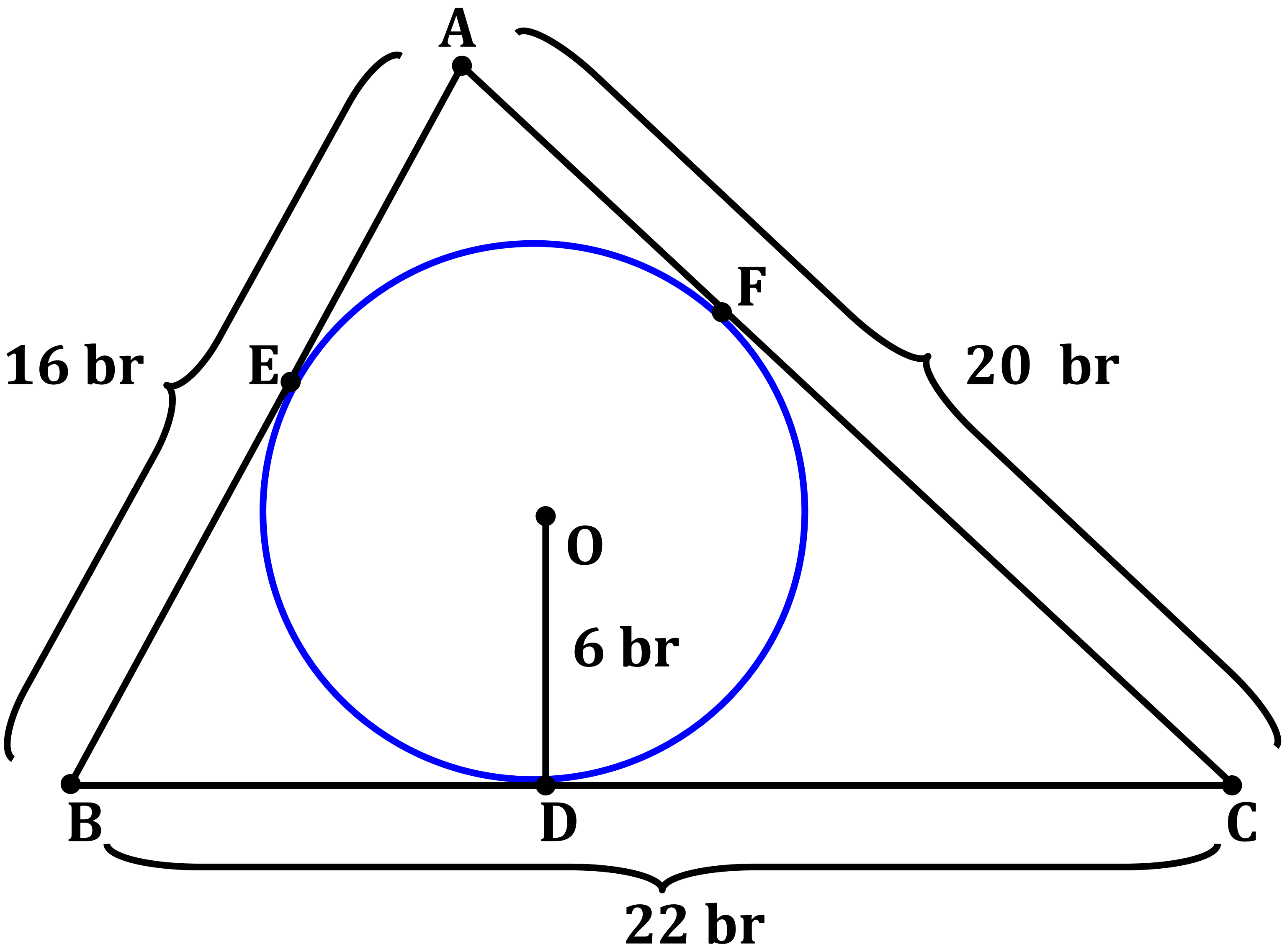


Soru :



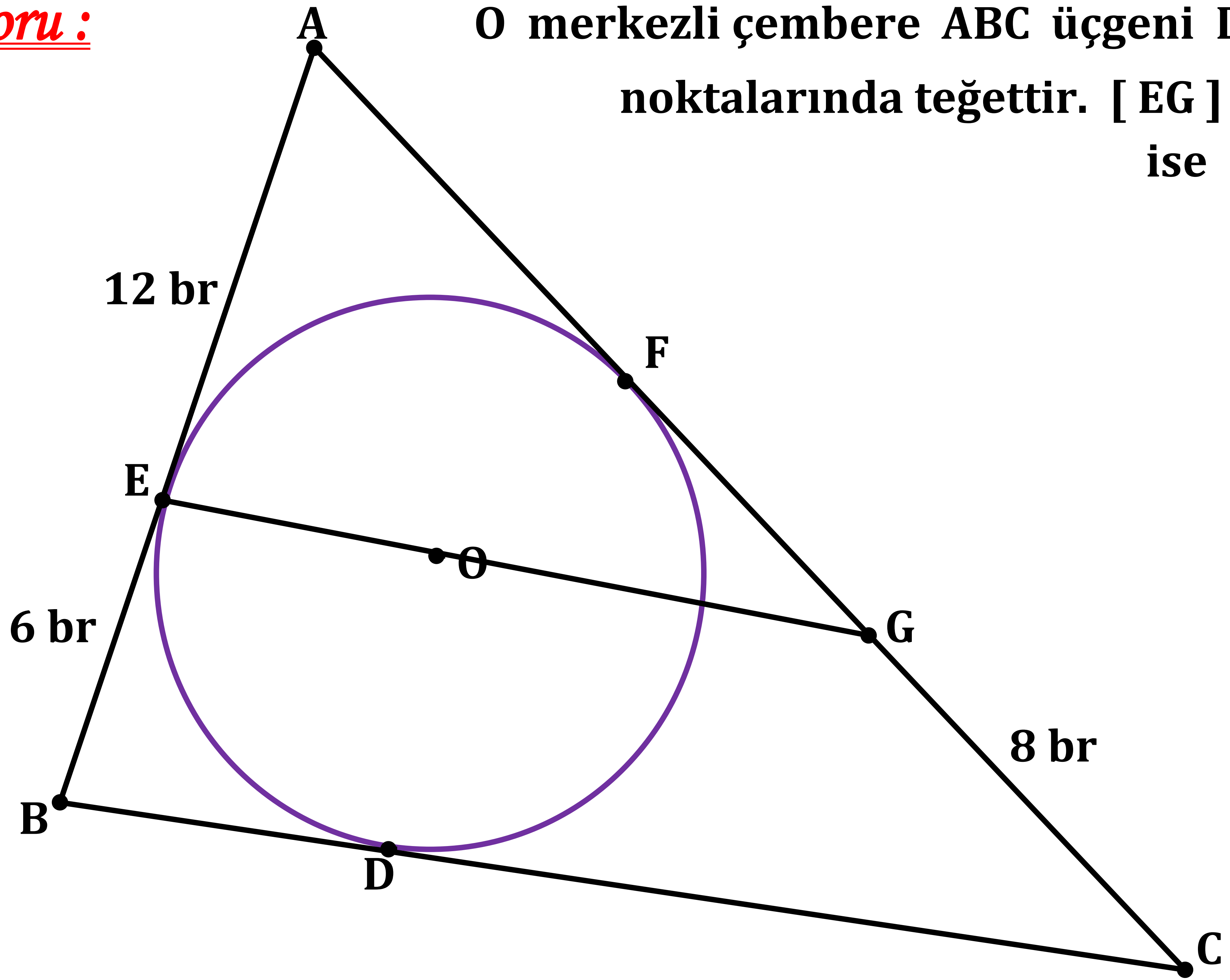
O merkezli çember E , F , D noktalarında ABC üçgenine teğettir. Buna göre; A) A $(\widehat{ABC}) = ?$

B) **Üçgenin kenar uzunluklarını parça parça bulunuz.**

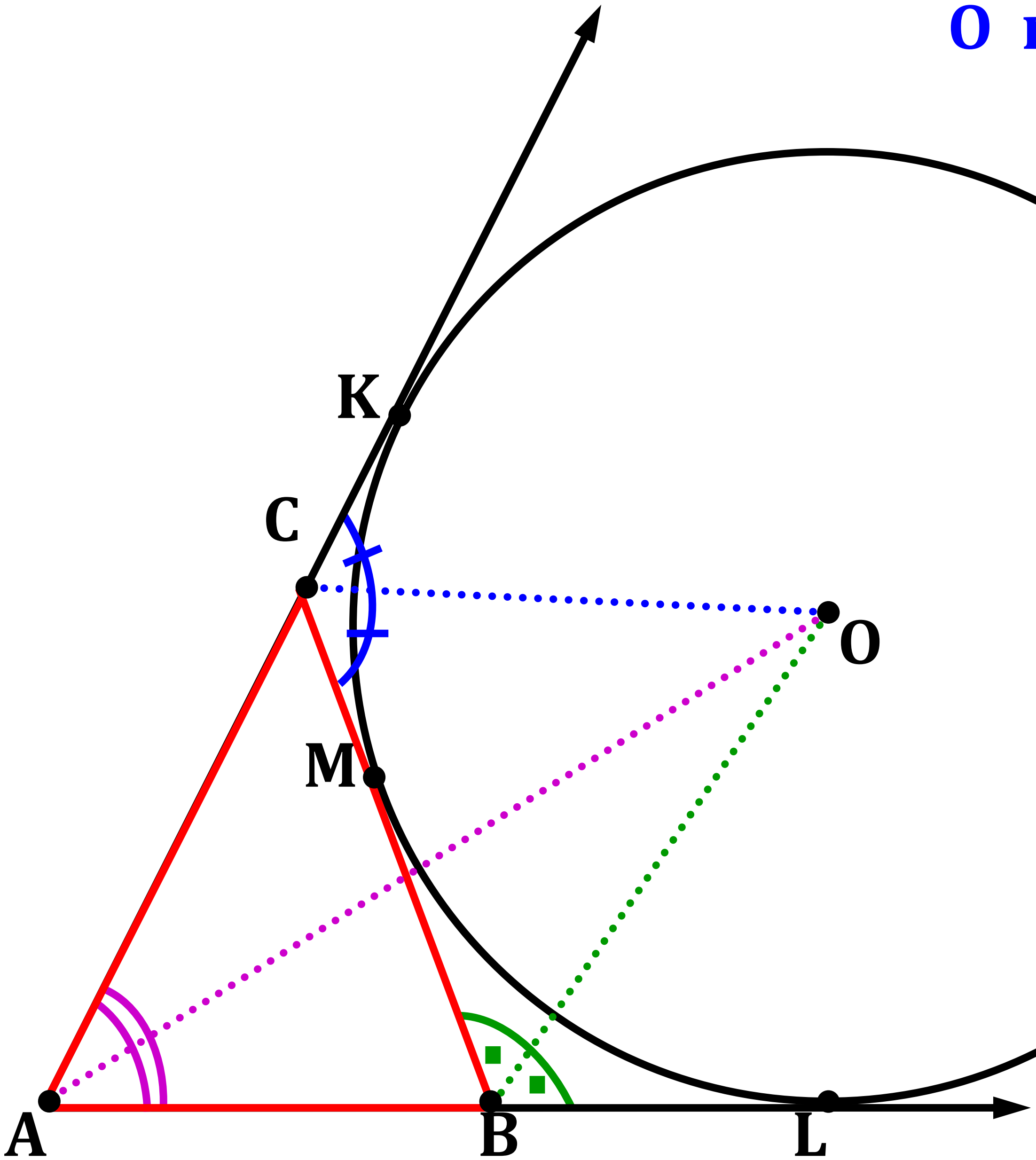


Soru :

O merkezli çembere ABC üçgeni D , E ve F noktalarında teğettir. [EG] // [BC] ise | BC | = ?



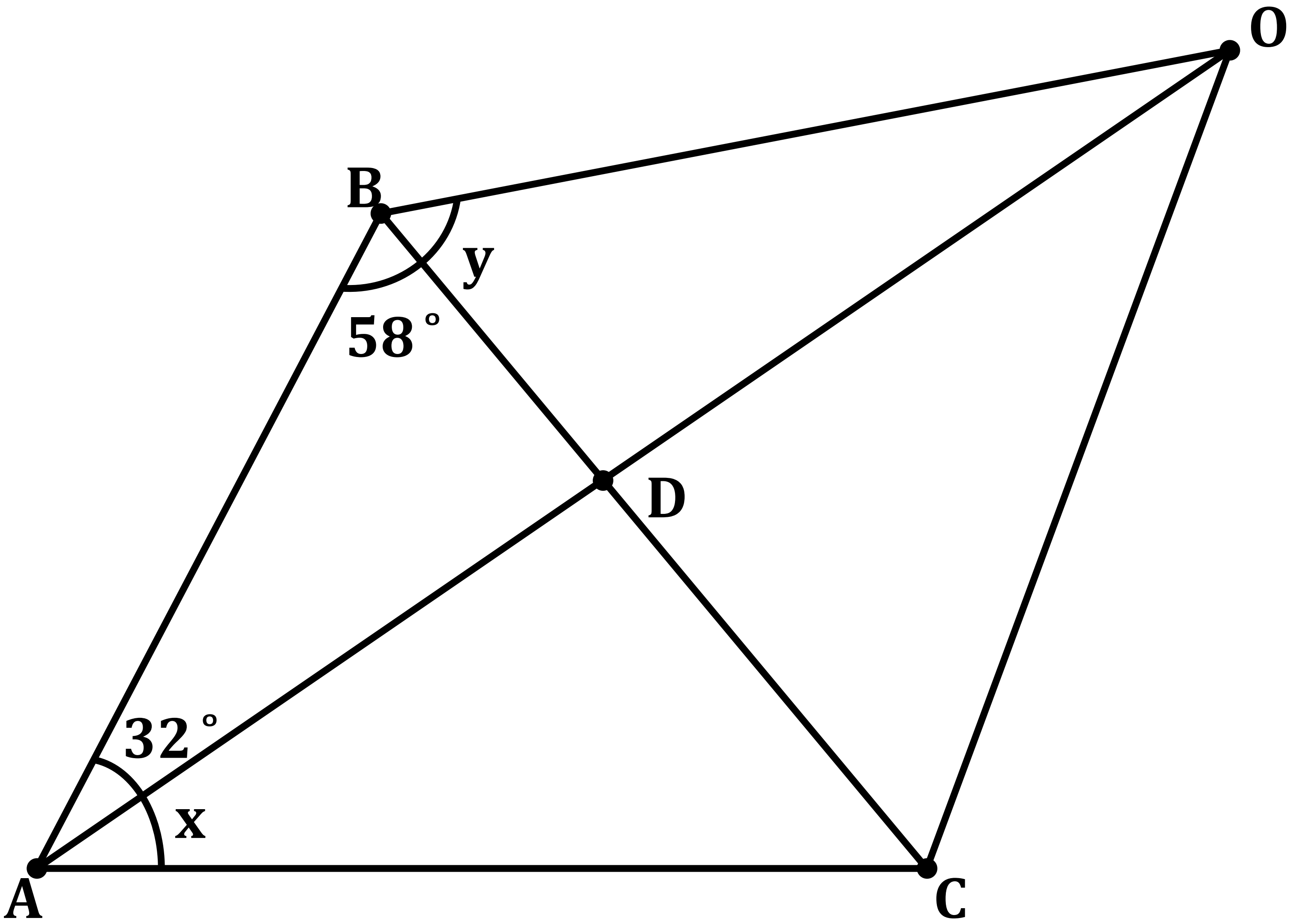
Dış Teğet Çember



O merkezli çemberde K , L , M teğet noktalardır. Üçgenin bir kenarına teğet ve diğer iki kenarın uzantısına teğet olan çembere bu üçgenin " dış teğet çemberi " adı verilir.

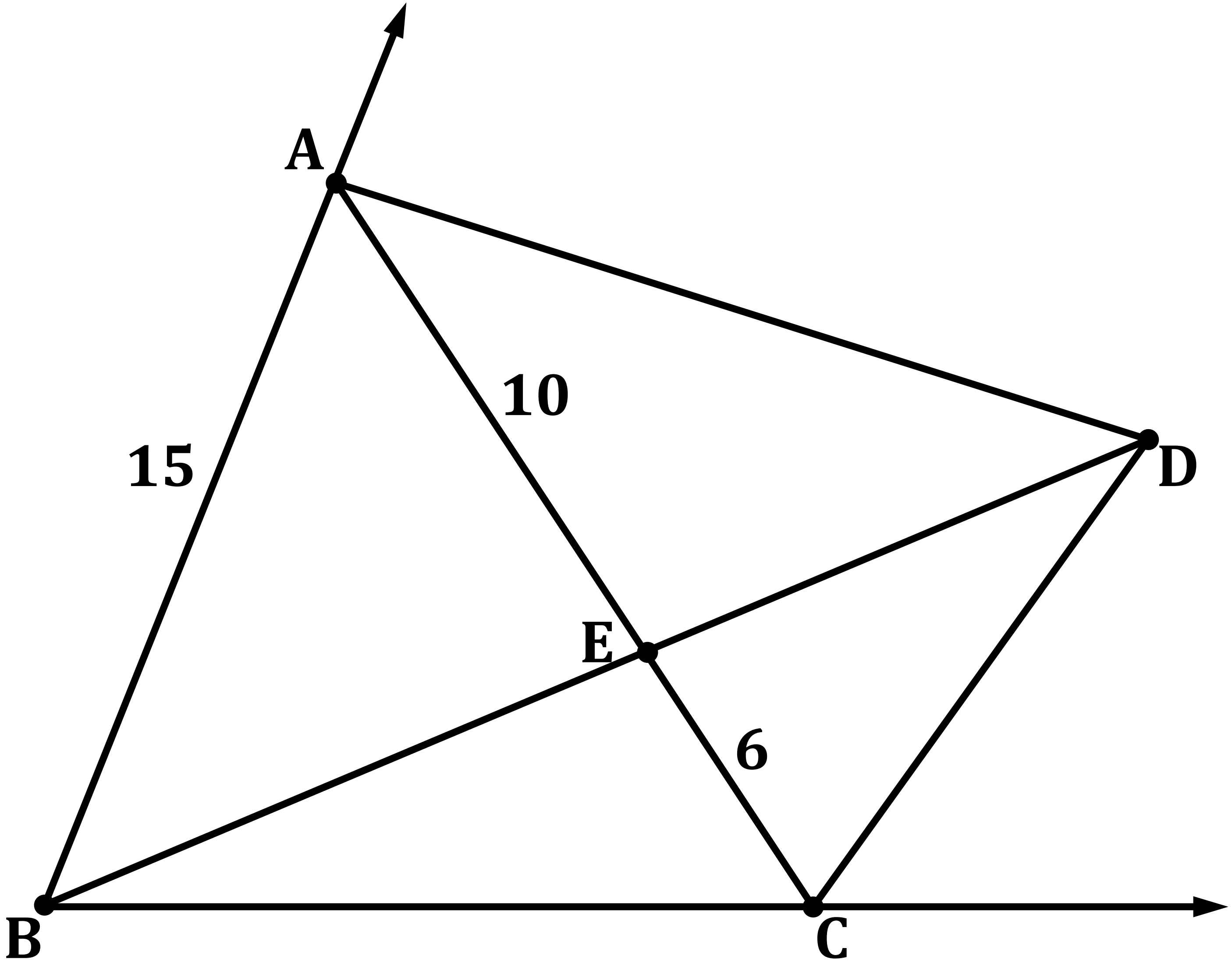
Bir üçgenin iç açıortayı ile diğer iki açısının dış açıortayı aynı noktalarda kesişir.

Soru : ABC üçgeninde O noktası dış teğet çemberin merkez noktasıdır. Buna göre x + y = ?



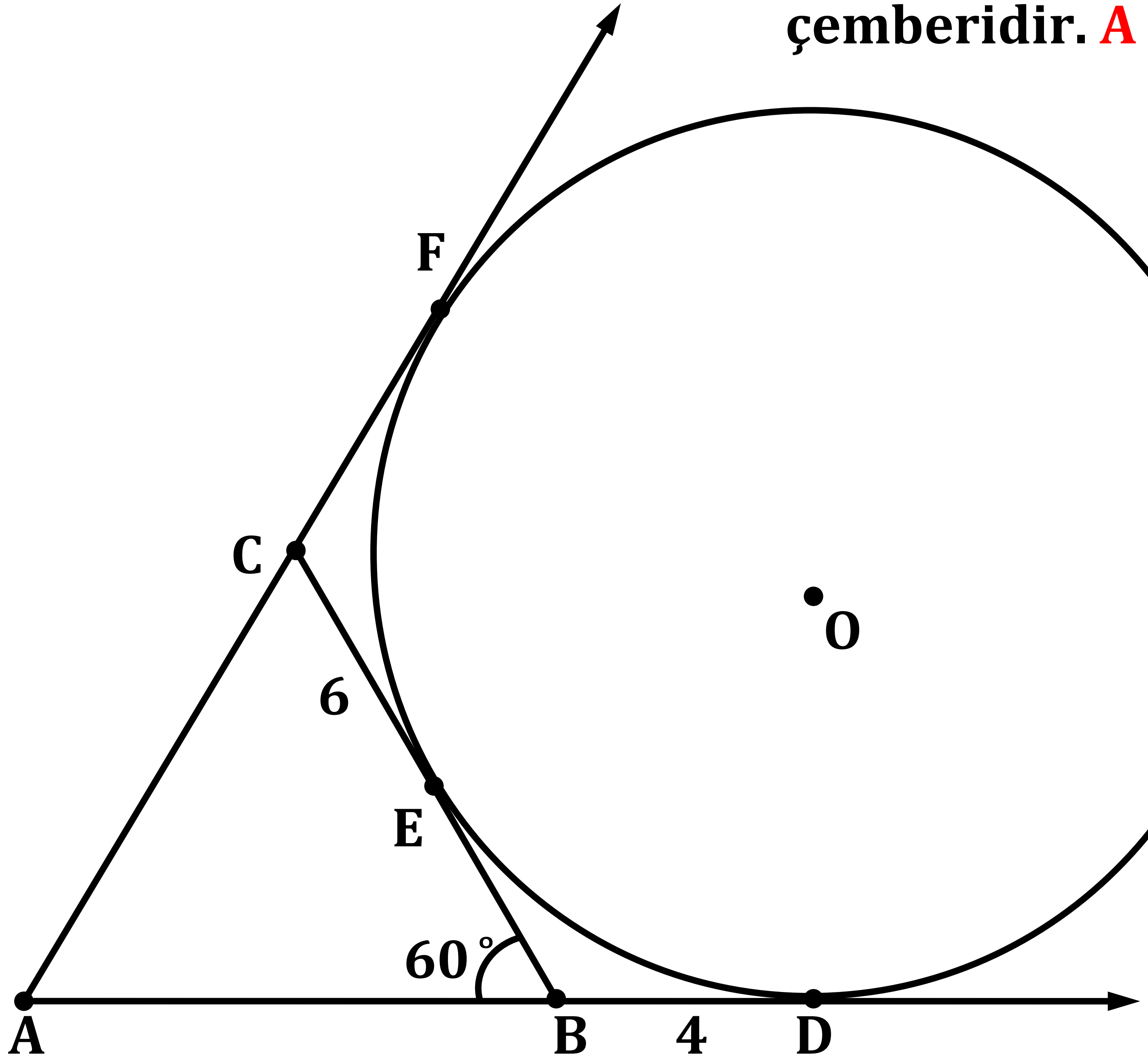
(ABC üçgeninin iki uzantısı çizilir ve kural uygulanır.)

Soru : **ABC üçgeninde D noktası dış teğet çemberin merkez noktasıdır. Buna göre ABC üçgeninin çevre uzunluğunu bulunuz.**

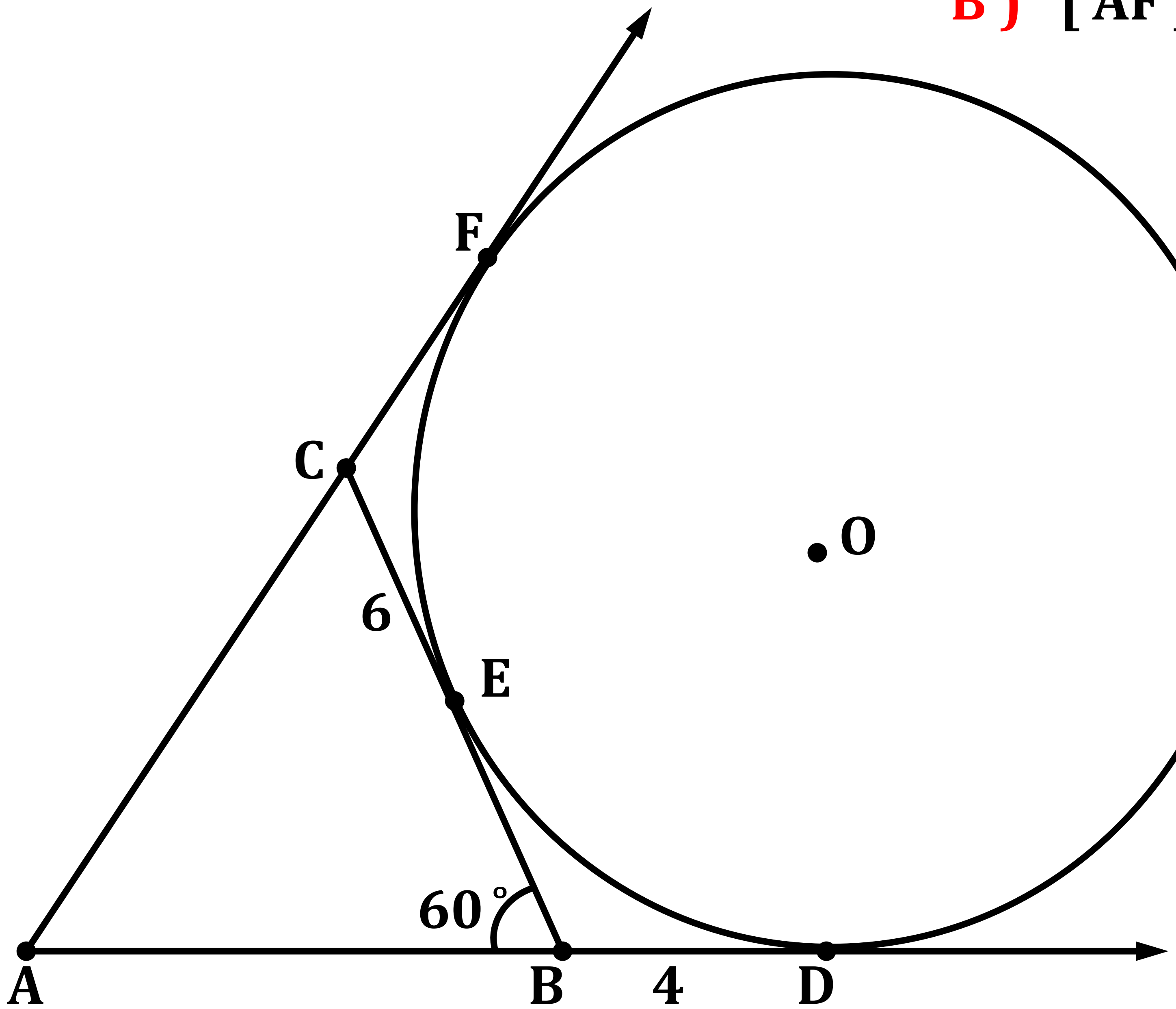


(Açıortayda yan tabanlar, alt tabanlarla orantılı idi.)

Soru : **O merkezli çemberde ABC üçgeni çemberin dış teğet çemberidir. A) Buna göre çemberin yarıçapını bulunuz.**

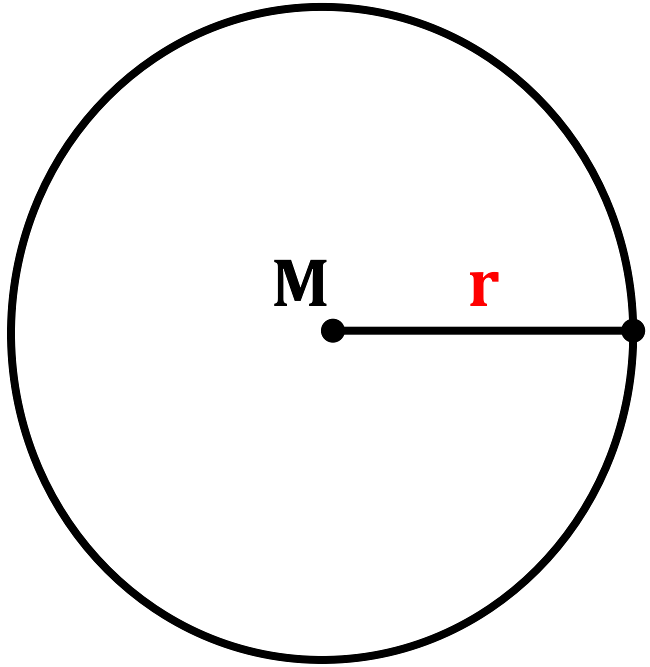


B) **[AF] uzunluğunu bulunuz.**



ÇEMBERİN ÇEVRESİ – YAY UZUNLUĞU

Kural 1: **(Çevre Uzunluğu)**



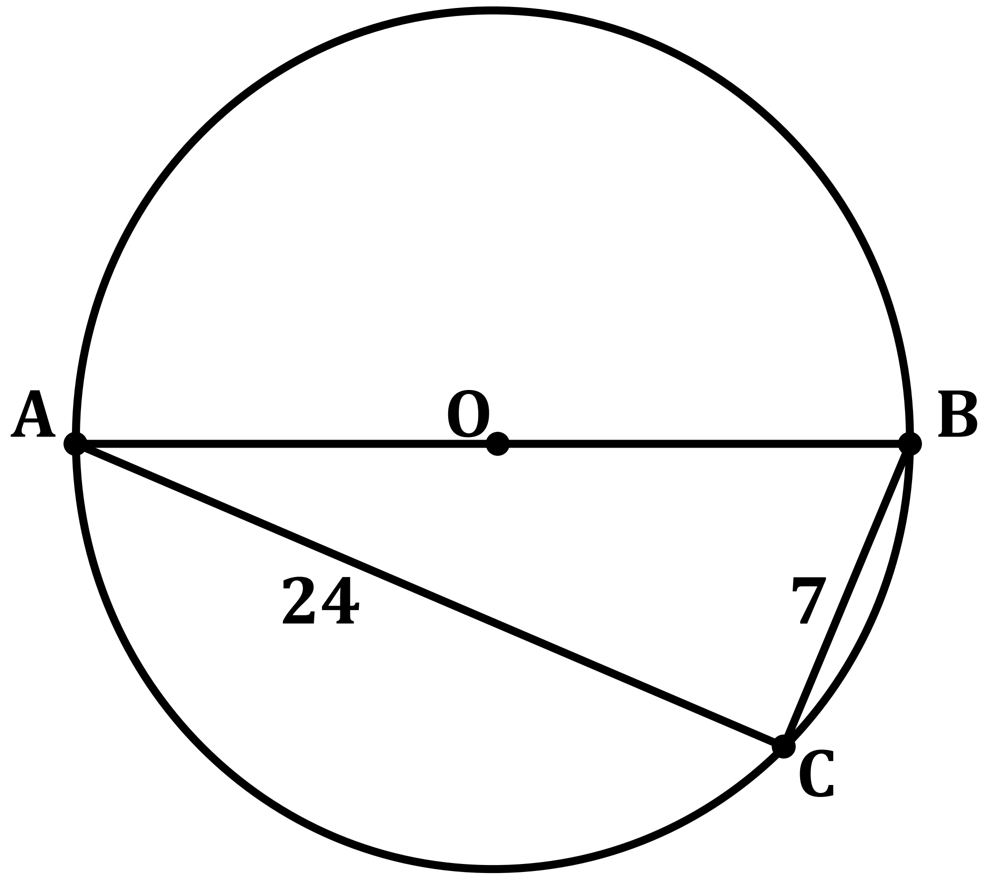
Yarıçapı r olan bir çemberin çevresinin uzunluğu $Ç = 2\pi r$ olarak alınır.

($\pi = 3,14...$ sabit sayısı gerekirse kullanılır. Cevaplar çoğunlukla π'li olarak gösterilir.)

Soru : **Çevresi 36π olan çemberin çapını bulunuz.**

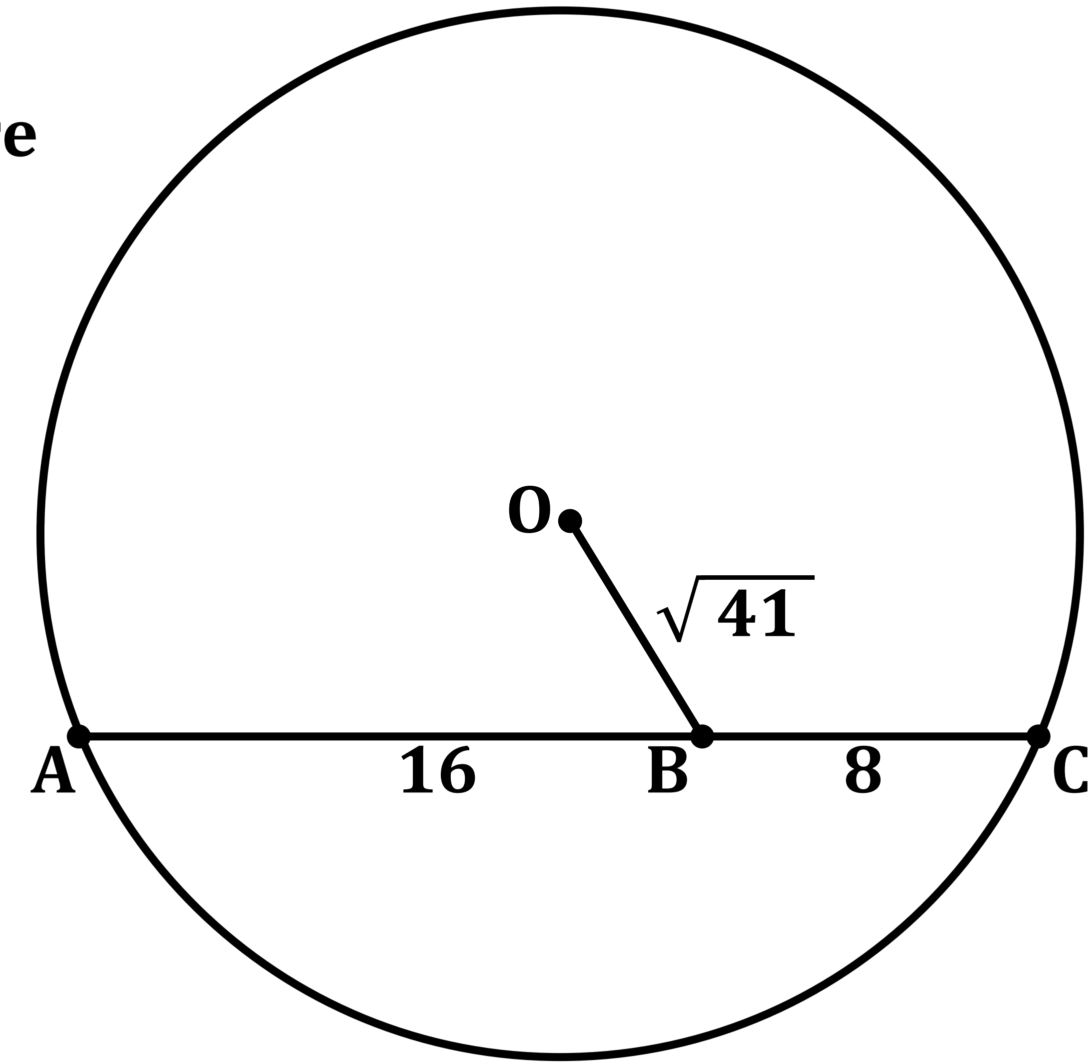
Soru :

Merkezi O olan çemberin çevre uzunluğunu bulunuz.



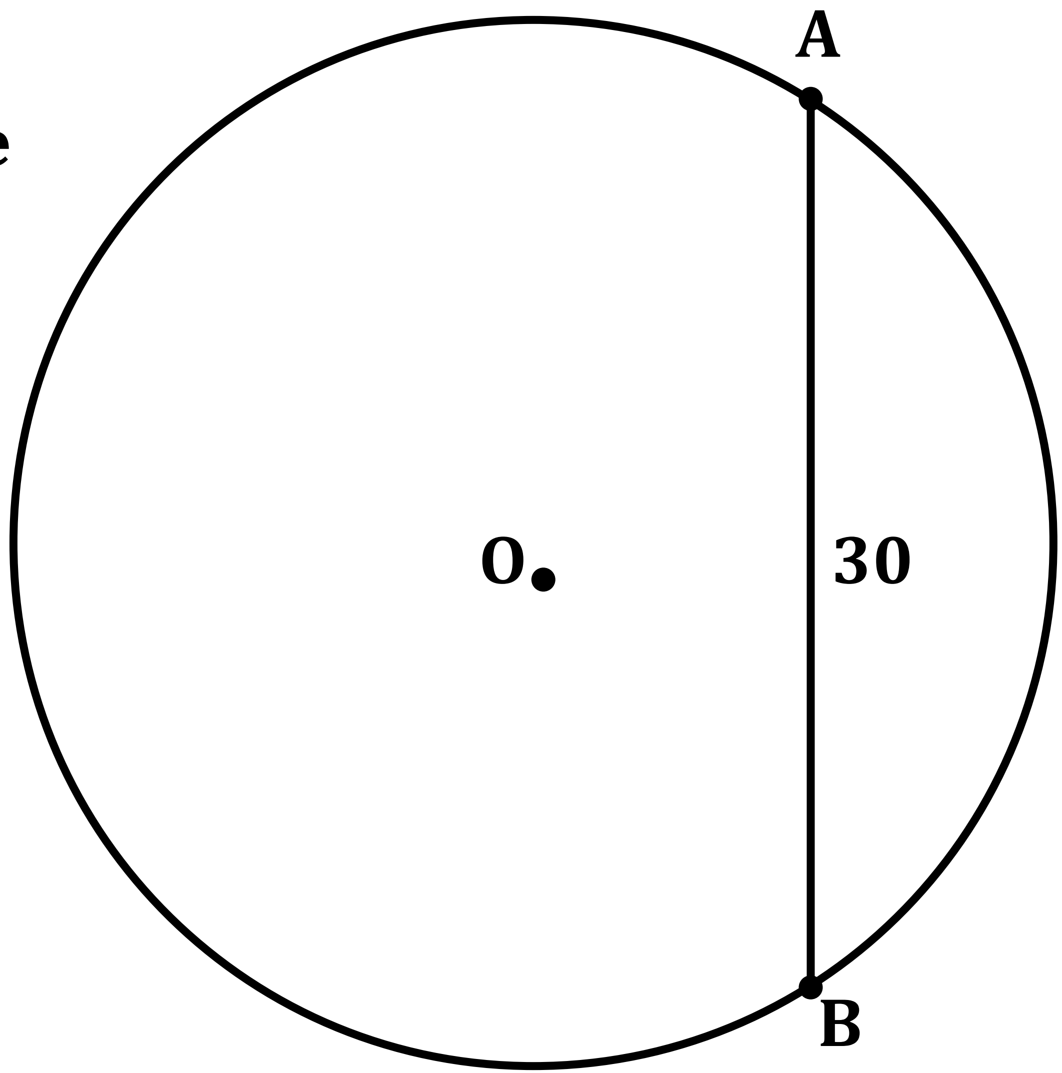
Soru :

Merkezi O olan çemberin çevre uzunluğunu bulunuz.



Soru :

Merkezi O olan çemberin çevre uzunluğu 34π ise [AB] kirişinin O noktasına olan uzaklığını bulunuz.



Soru : **Bir traktörün ön tekerleğinin yarıçapının, arka tekerleğinin yarıçapına oranı $\frac{2}{5}$ 'tir. A) Ön ve arka tekerleğin yarıçapları toplamı 140 cm ise tekerleklerin çevre uzunluğunu bulunuz.**

($\pi = 3$ alınız.)

B) **Traktör belli bir süre hareket ettiğinde ön tekerlek arka tekerlekten 24 tur daha fazla devir yapıyor.Buna göre ön tekerlek kaç devir yapmıştır ?** **(Orantı kurularak istenilen bulunur.)**

C) **Traktör bu süre zarfında kaç cm ilerlemiş olur ? (Tur sayısı ile lastiğin çevresinin çarpımı mesafeyi verir.)**

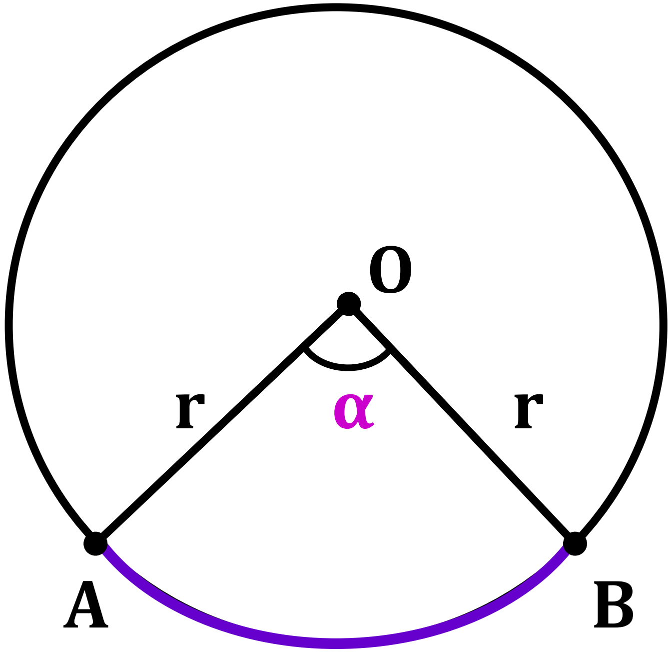
Soru : **Bir araç lastiğin ölçüleri 195 / 55 R 16 olarak veriliyor.**

195 değeri mm olarak lastiğin taban genişliğini, 55 değeri lastiğin yanak yüksekliğidir. Yanak yüksekliği taban genişliğinin % 55 'i olarak bulunur. 16 değeri ise inç (1 inç = 2,54 cm) olarak lastiğin takılacağı jantın çapını vermektedir. R lastiğin türünü göstermektedir. Bu ölçülerdeki lastiğe sahip olan bir araçta;

A) Lastiğin çapını cm cinsinden bulunuz.

B) **Bu araçtaki bir lastik kat edilen mesafe sonucu 20000 tur atıyorsa araç kaç m yol almıştır ? ($\pi = 3$ alınız.)**

Kural 2: (Yay Uzunluğu)



O merkezli r yarıçaplı çemberde AB yayının uzunluğu,

$$|\overset{\frown}{AB}| = 2\pi r \cdot \frac{\alpha}{360^{\circ}}$$

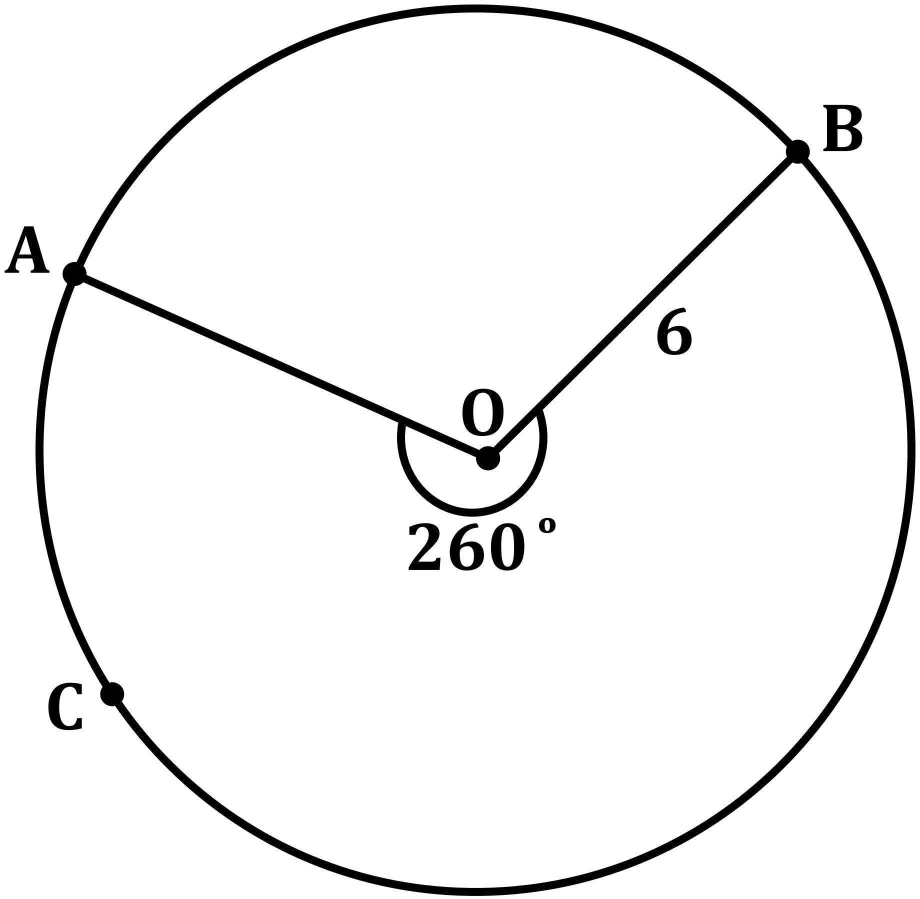
olarak bulunur.

Soru : Yarıçapı 30 br bir çemberde, 72°'lik merkez açının gördüğü yayın uzunluğunu bulunuz.

Soru :

O merkez ise

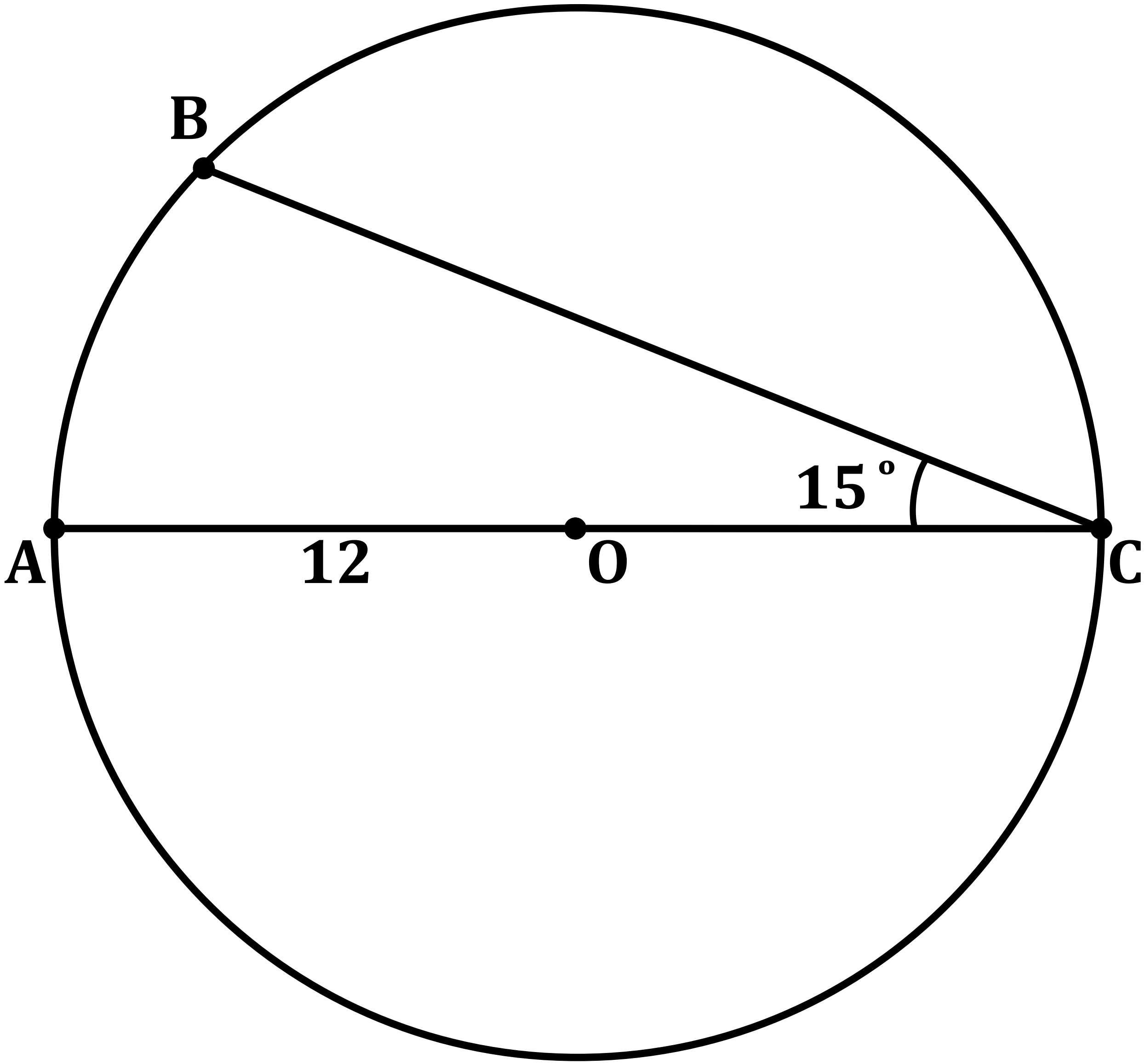
$|\overset{\frown}{AB}| = ?$



Soru :

O merkez ise

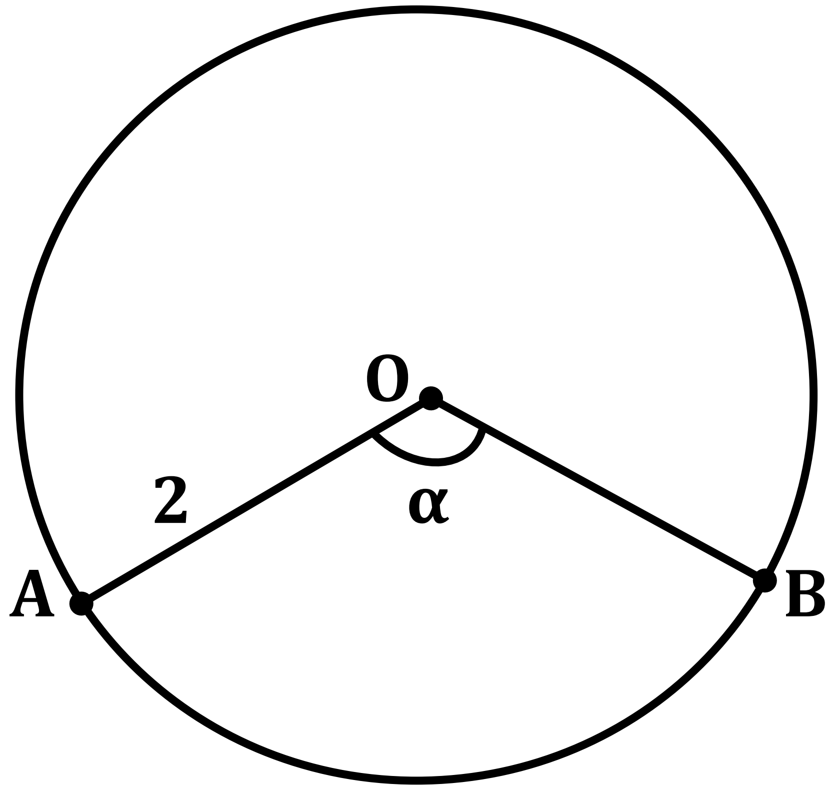
$|\overset{\frown}{AB}| = ?$



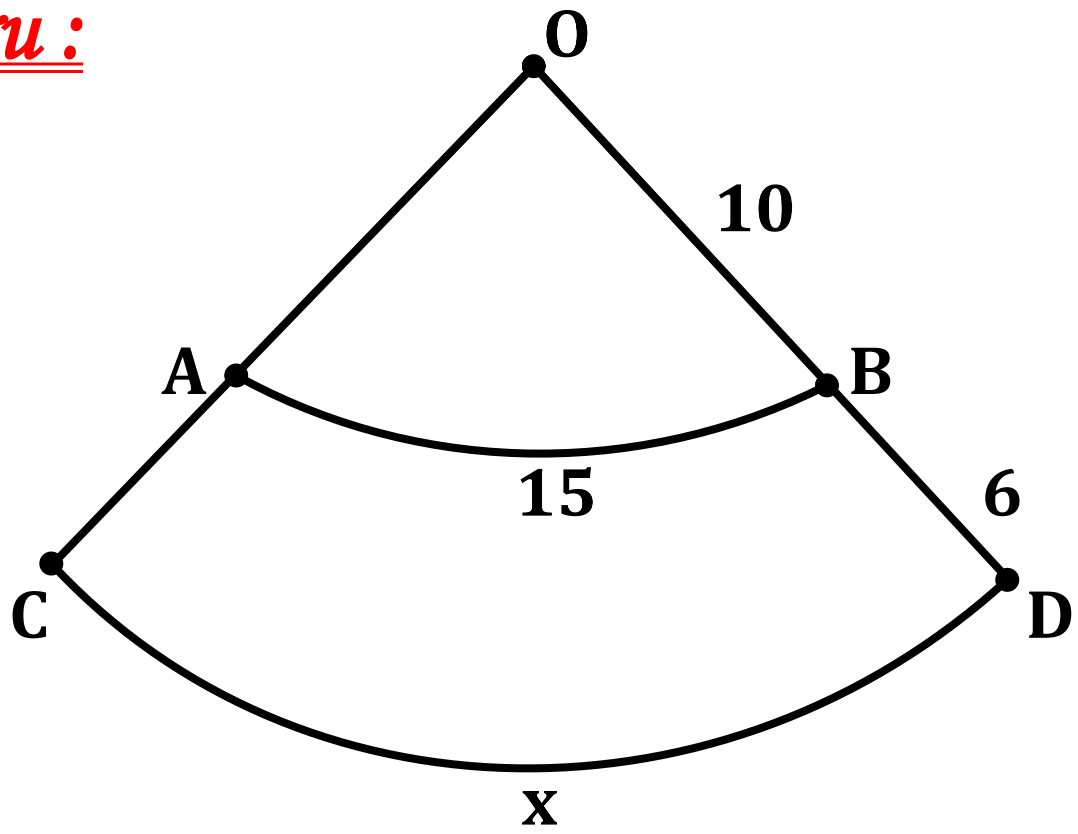
Soru :

O merkez ve $|\overset{\frown}{AB}| = \dfrac{4\pi}{3}$

ise $\alpha = ?$



Soru :

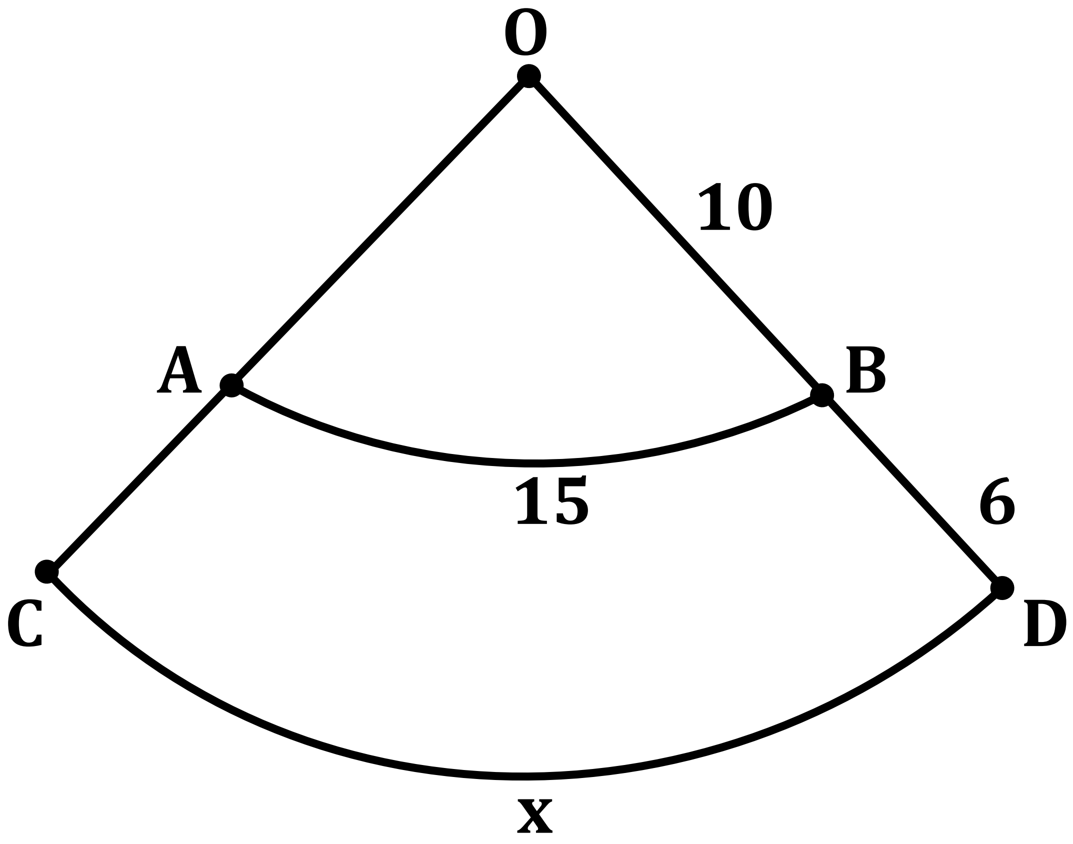


O merkezli yay parçaları veriliyor.

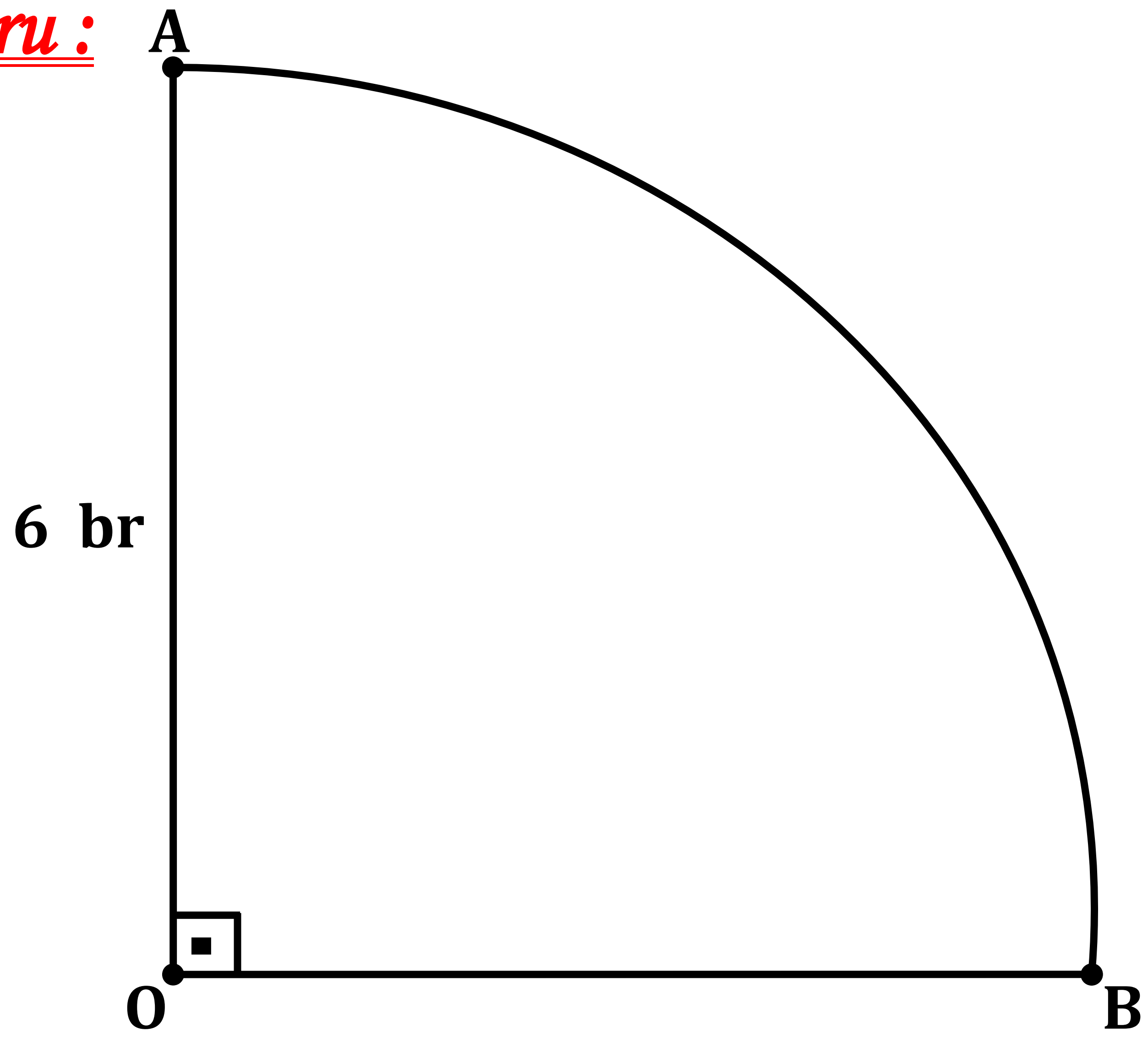
Buna göre x = ? (π = 3 alınız.)

(Birinci yay kullanılarak merkez açı bulunur ve ikinci yaydan x bulunur.)

Kısa yol : **İki üçgenin benzerliğinde olduğu gibi; kısa parça kısa yayla, uzun parça da uzun yayla orantılıdır.**



Soru :

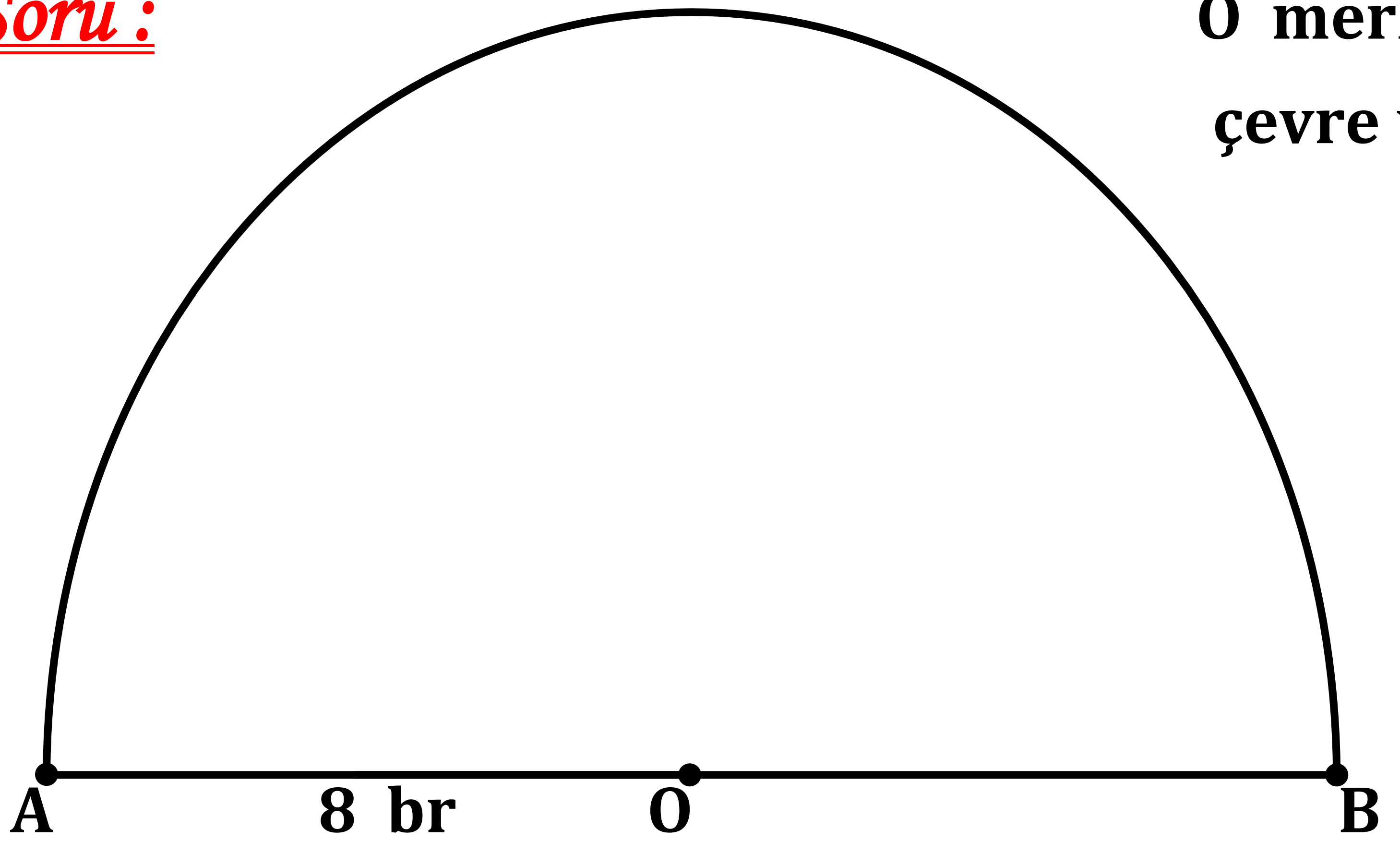


O merkezli çeyrek çemberin oluşturduğu <u>şeklin</u> çevre uzunluğunu bulunuz. (π = 3 alınız.) **(Şekildeki düz uzunluklar ile yay parçasının toplamı isteneni verir.)**

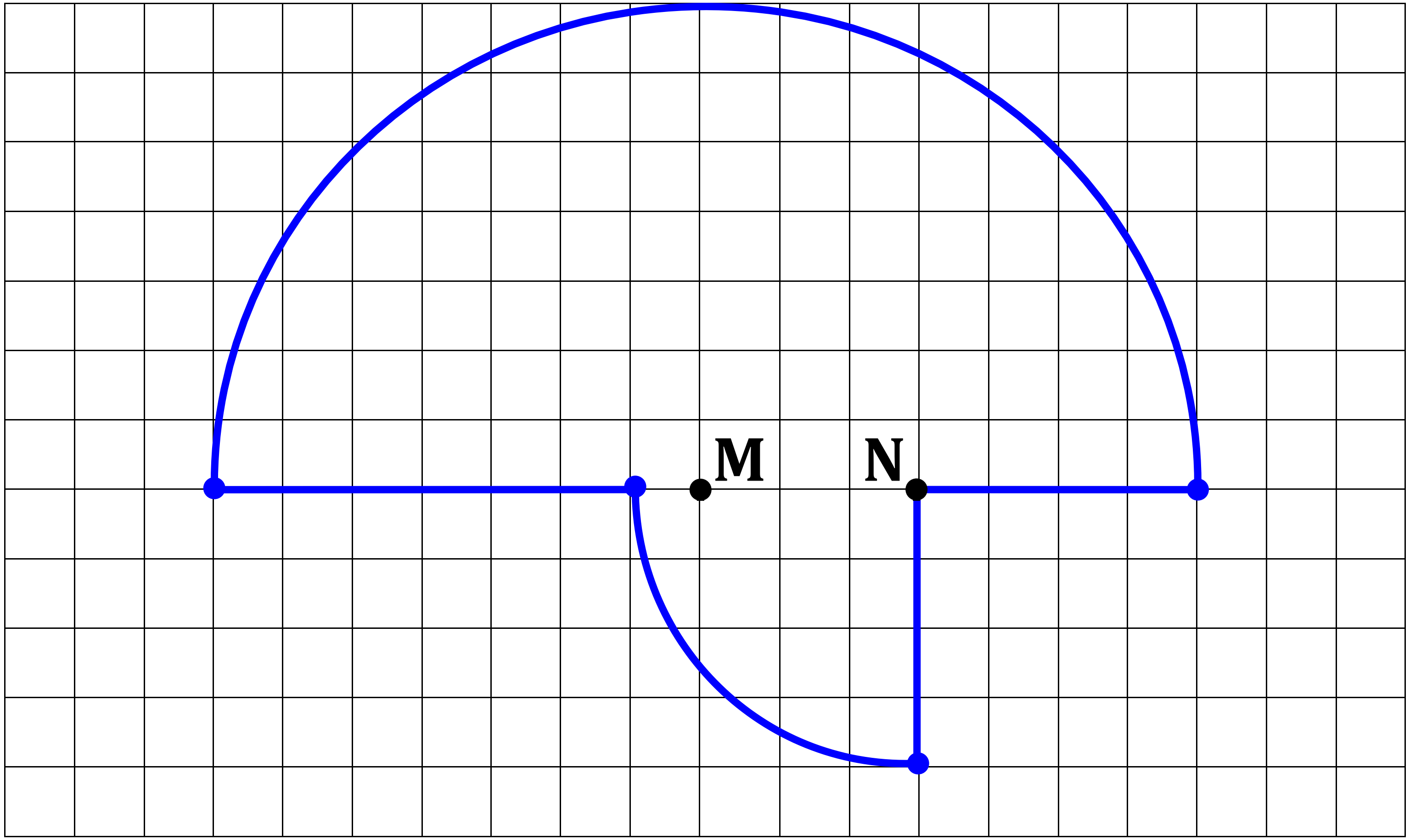
Soru :

O merkezli yarım <u>çemberin</u> çevre uzunluğunu bulunuz.

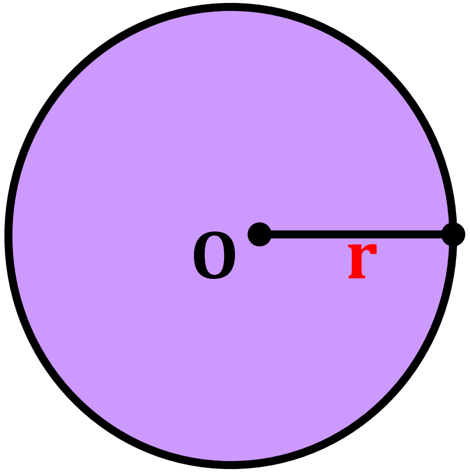
(π = 3 alınız.)



Soru :



Birim karelerden oluşan tabloda M yarım çemberin, N 'de çeyrek çemberin merkez noktasıdır. Buna göre verilen şeklin çevre uzunluğunu bulunuz. (π = 3 alınız.)



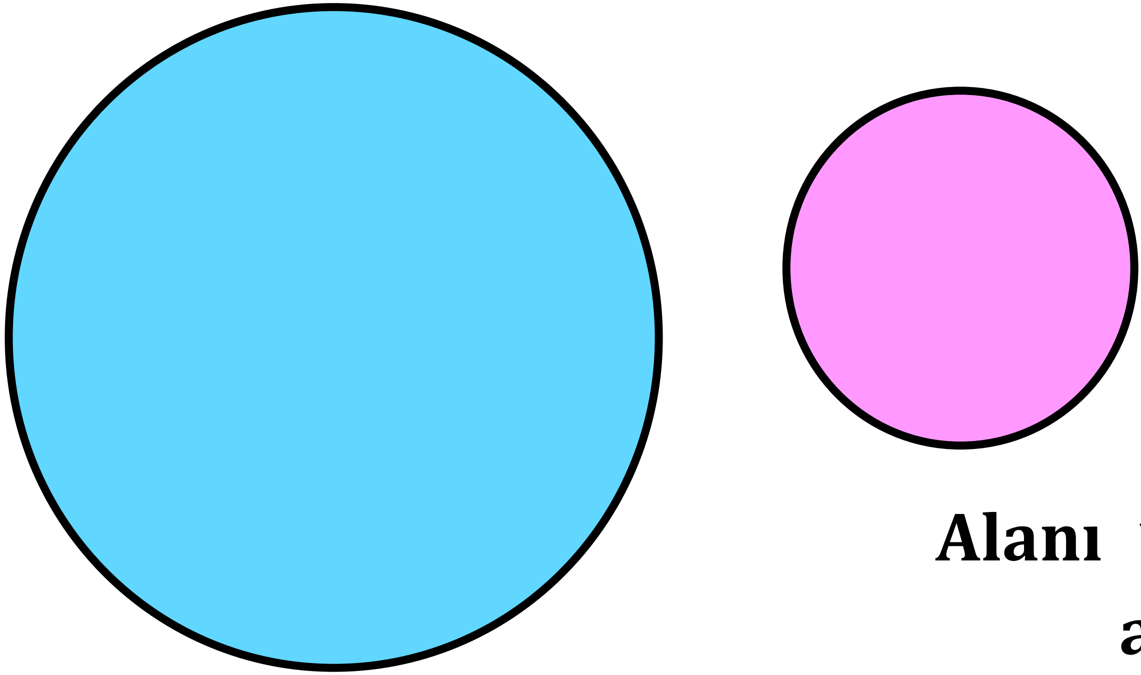
DAİRENİN ALANI

Bir çemberin kendisi ile iç bölgesinin birleşimine " daire " adı verilir.

Kural 1: **r yarıçaplı dairenin alanı $A = \pi r^2$ olarak bulunur.**

Soru : **Çevre uzunluğu 6π olan dairenin alanını bulunuz.**

Soru :

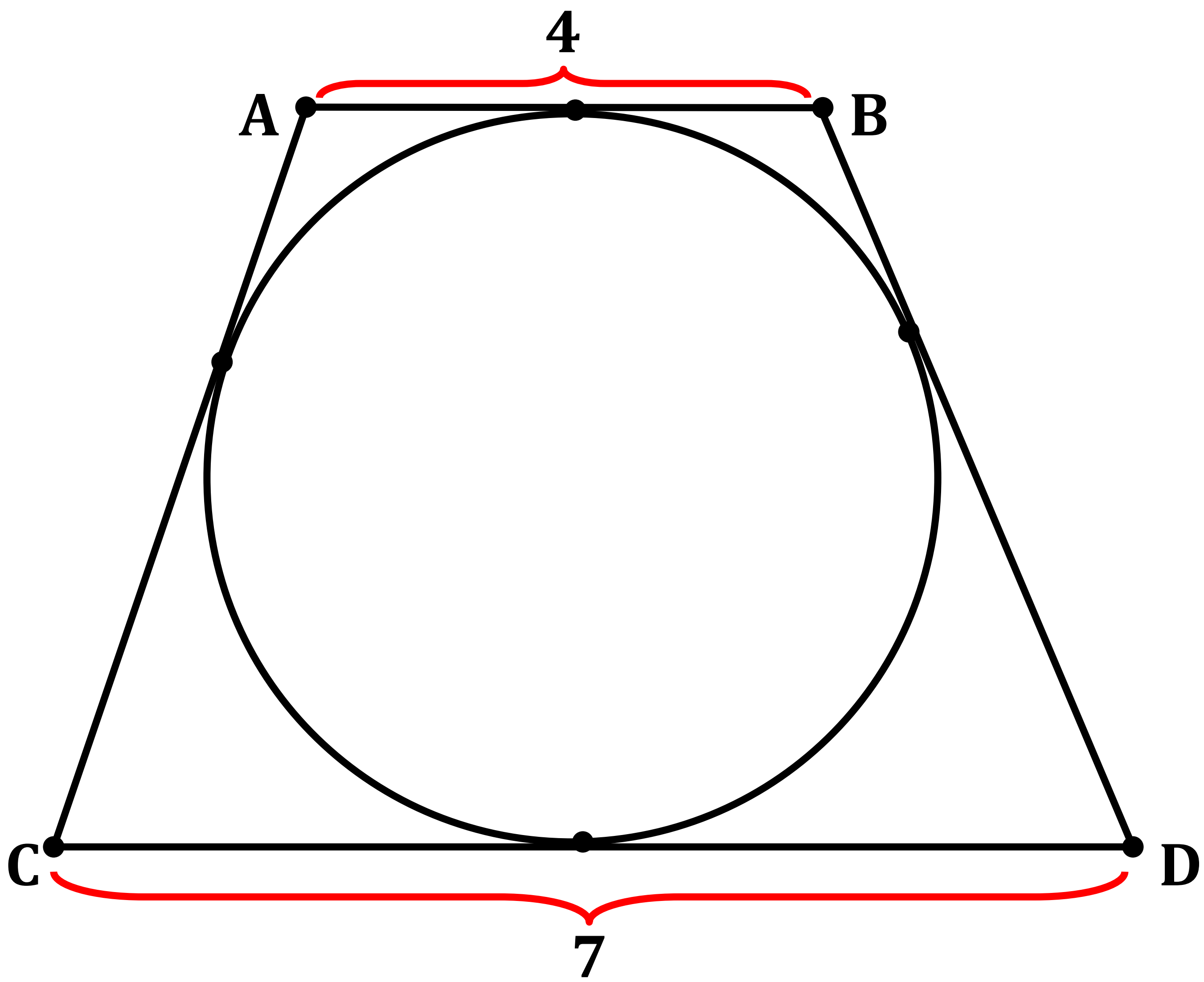


Alanı 100π br^2 olan dairenin alanı % 75 azaltılsaydı;

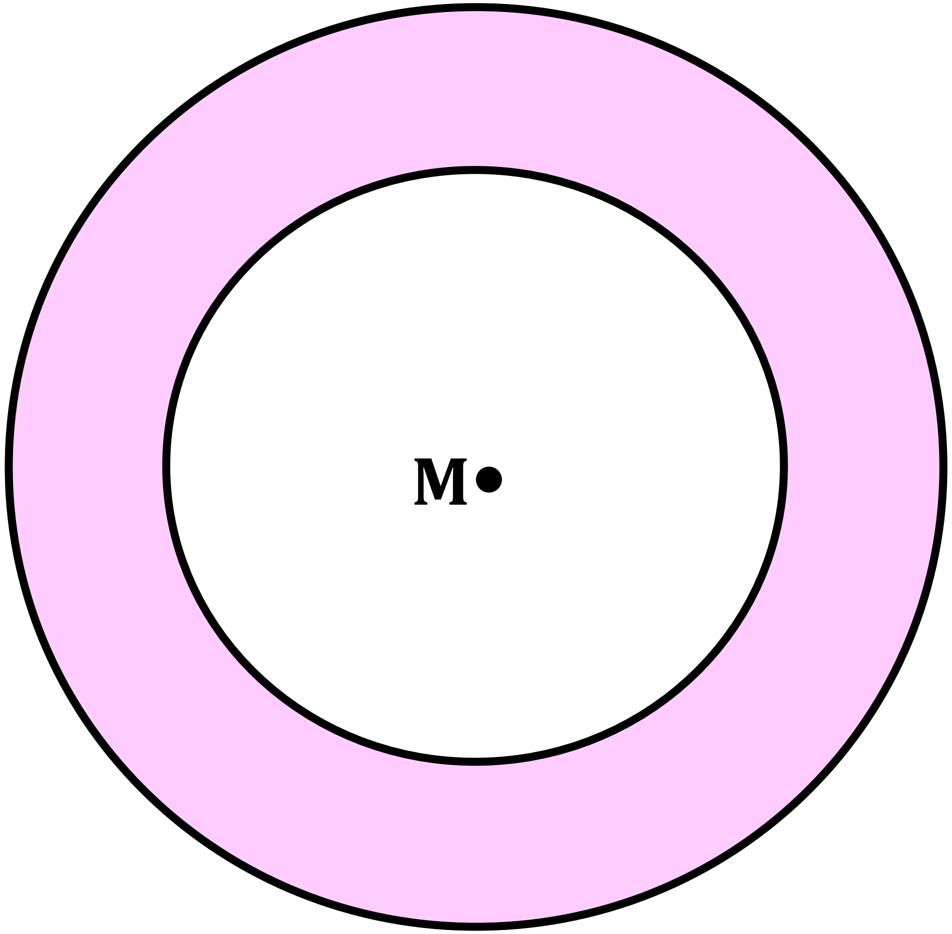
A) **Yeni dairenin yarıçapı ne olurdu ?**

B) **Daireleri karşılaştırırsak ilk duruma göre dairenin yarıçapındaki azalma yüzde kaçtır ?**

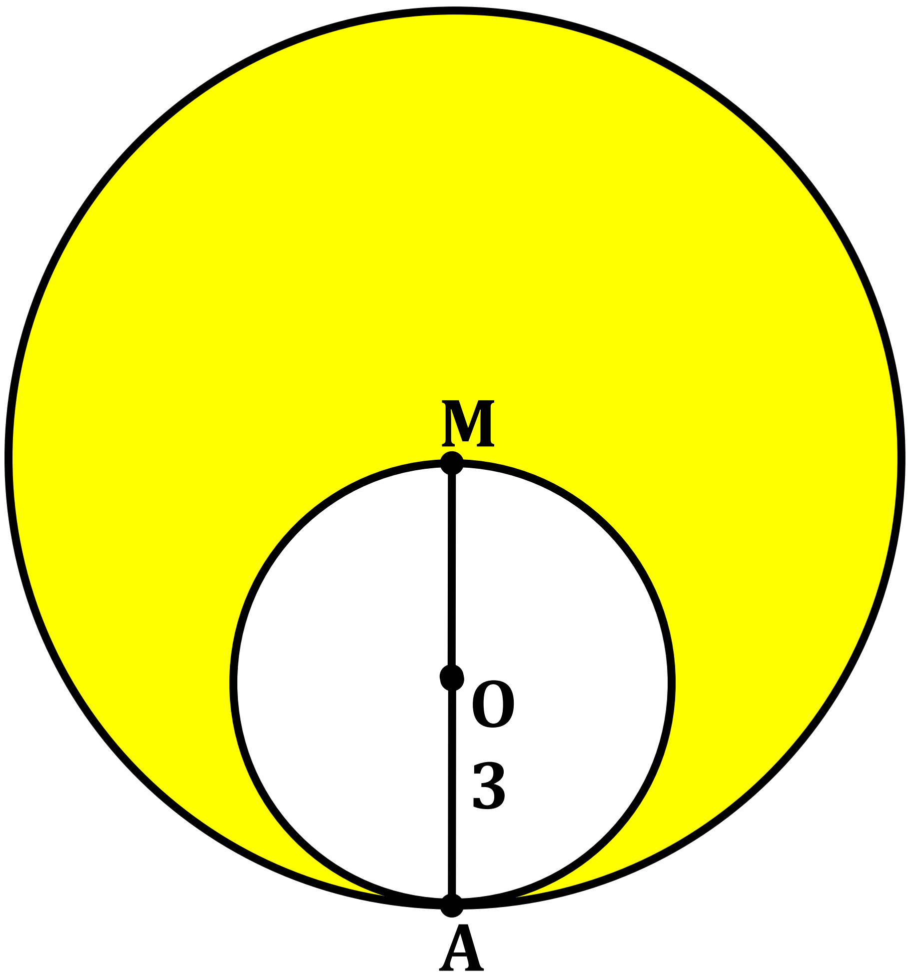
Soru : ABCD yamuğuna içten teğet olan dairenin alanı 16π br^2 ise $A(ABCD) = ?$



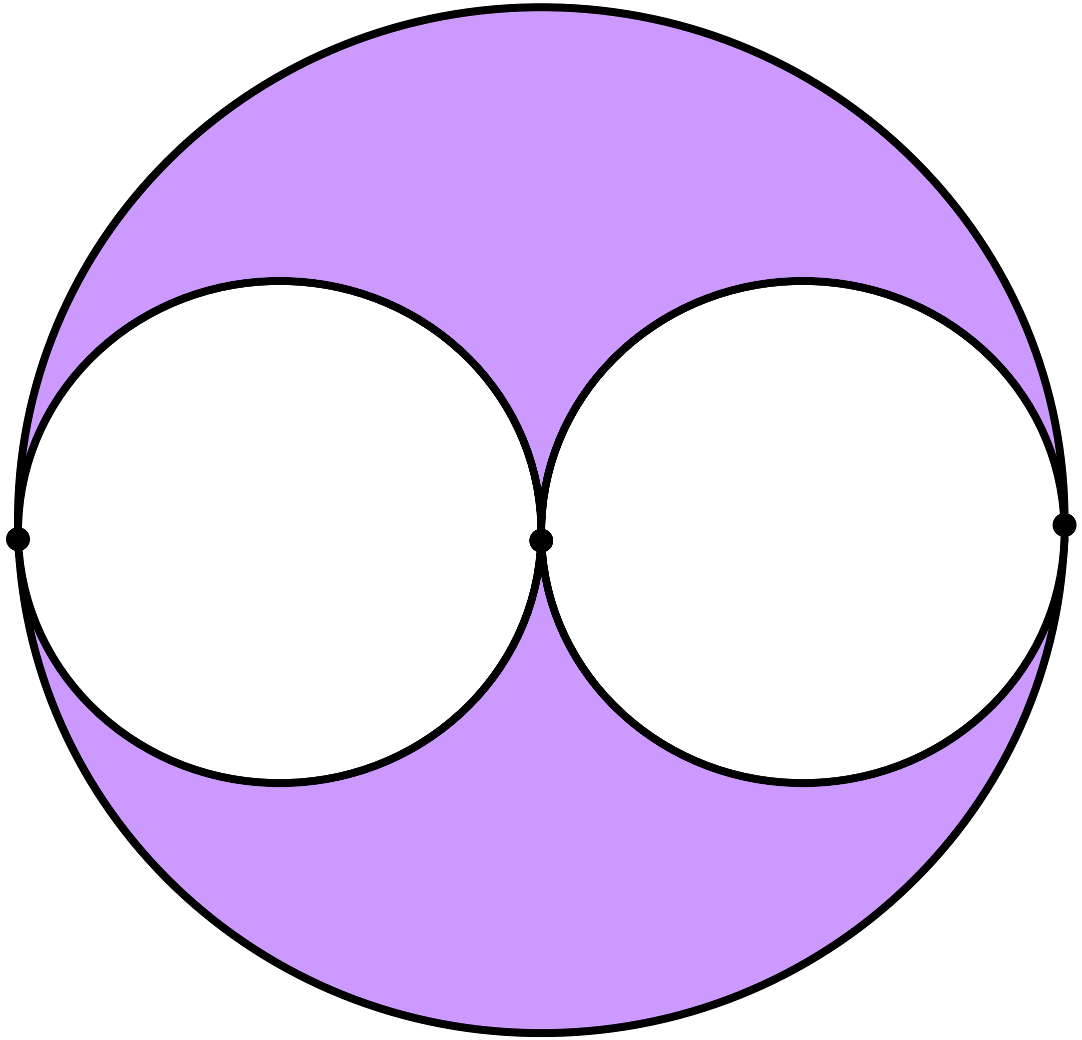
Soru : **Yarıçap uzunlukları 4 ve 6 br olan aynı merkezli iki daire arasında kalan (daire halkası) bölgenin alanını bulunuz.**



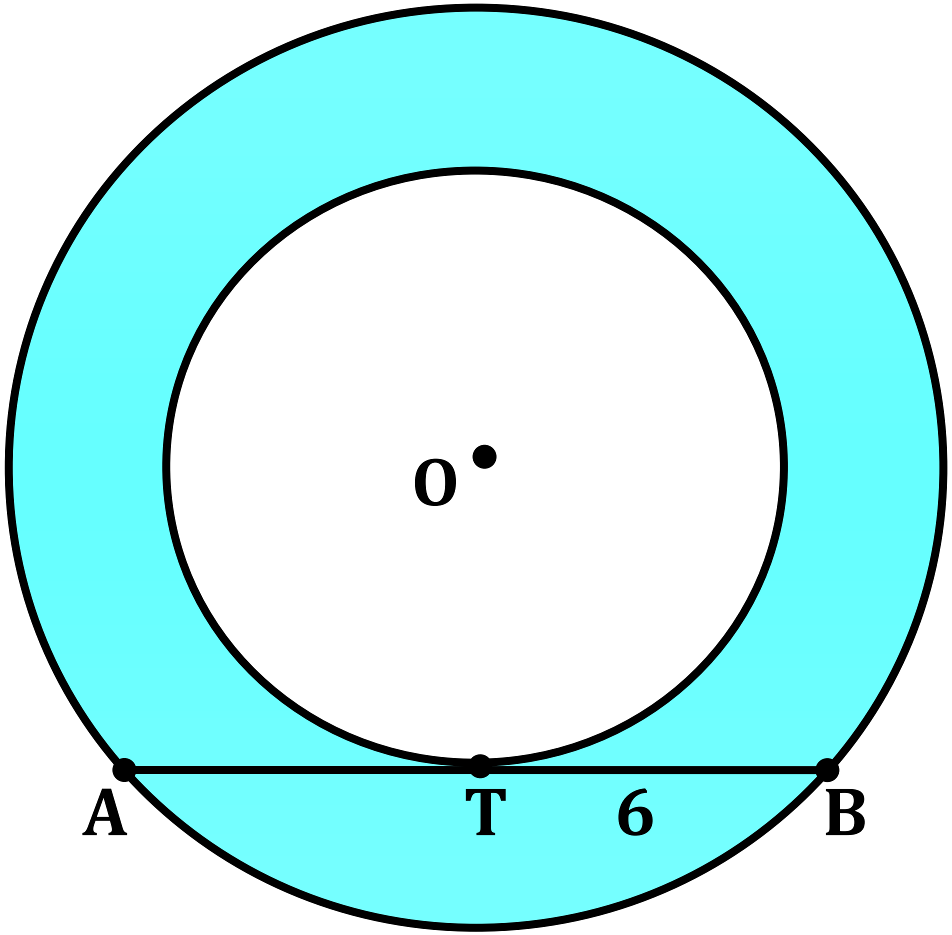
Soru : **O ve M merkezli çemberler A noktasında birbirlerine iç-ten teğettirler. Buna göre boyalı bölgenin alanını bulunuz.**



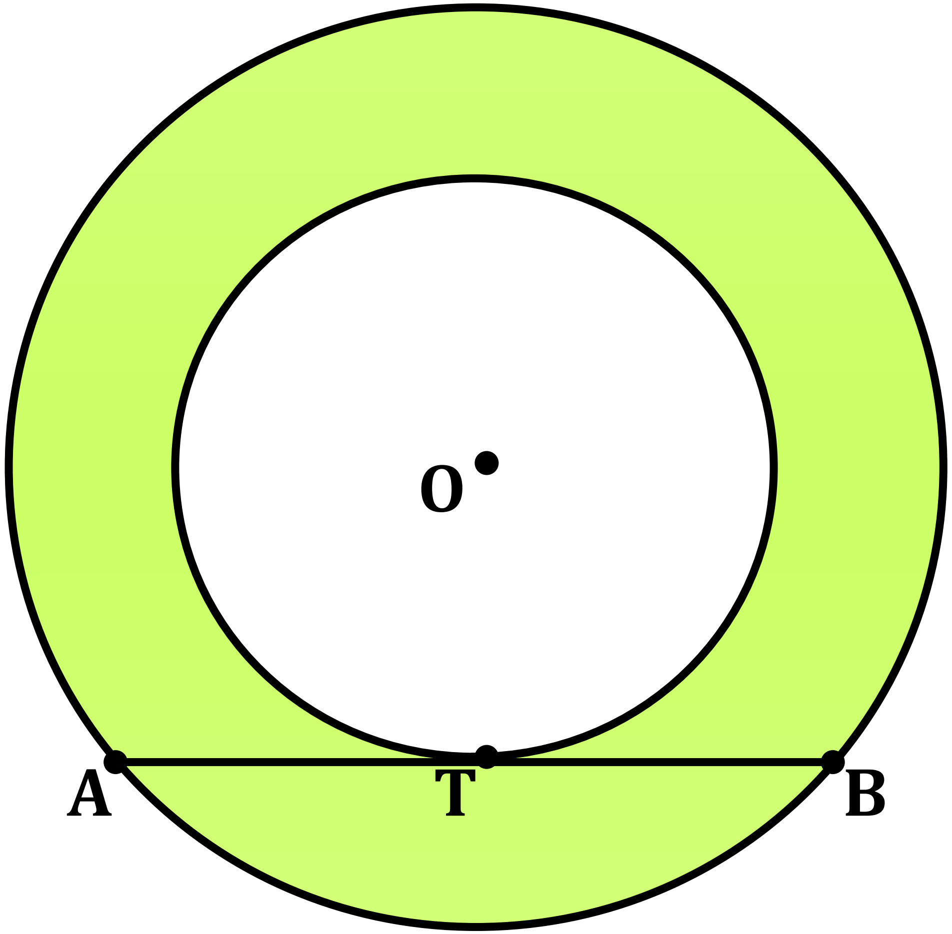
Soru : **Küçük çemberler eş olup birbirine dıştan, büyük çembere ise içten teğettirler. Büyük çemberin yarıçapı 8 br ise boyalı bölgenin alanını bulunuz.**



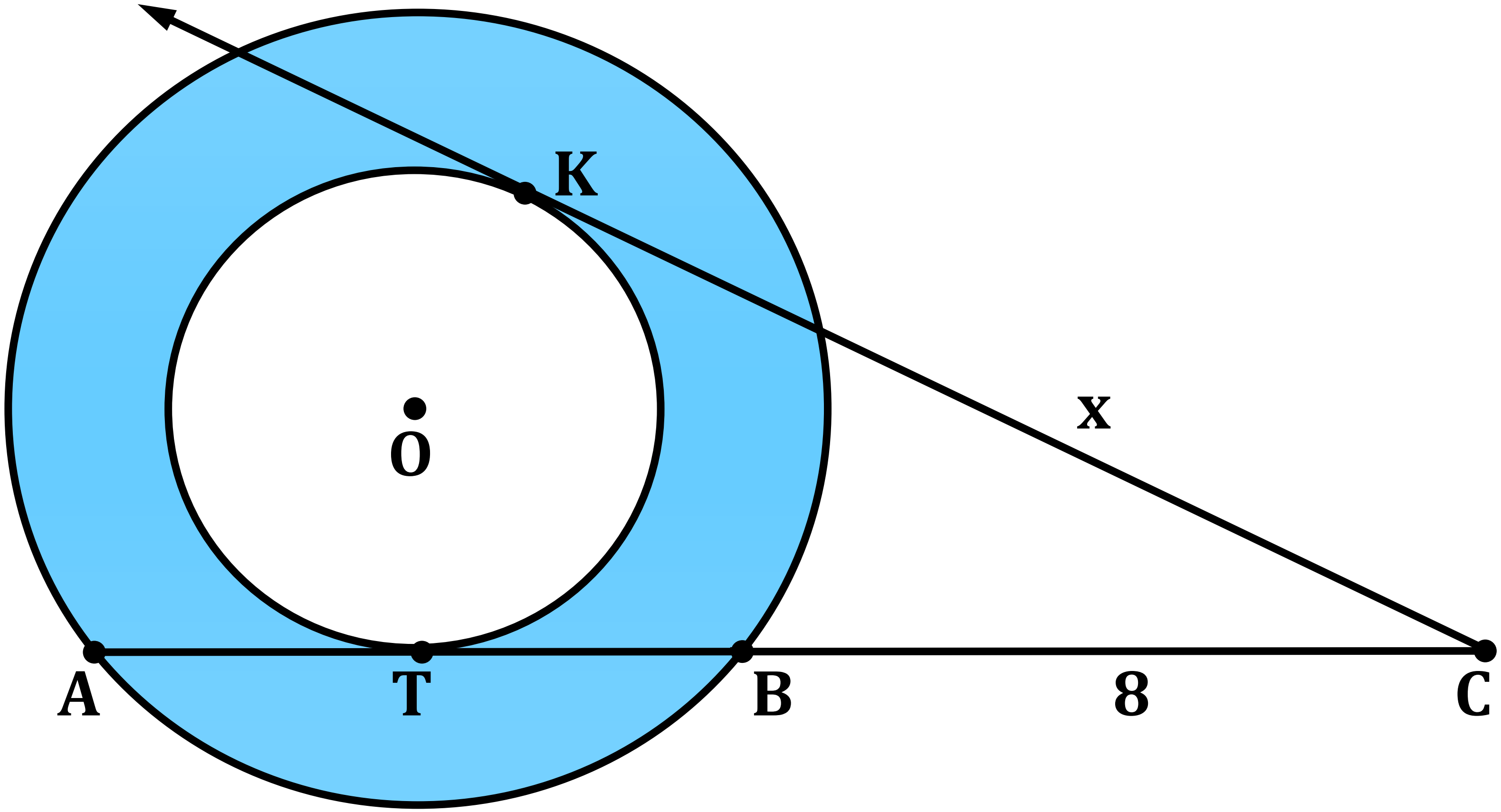
Soru : Aynı merkezli iki dairede; yarıçaplar r ve R , O merkez nokta, T ise teğet noktasıdır. Boyalı bölgenin alanını bulunuz.



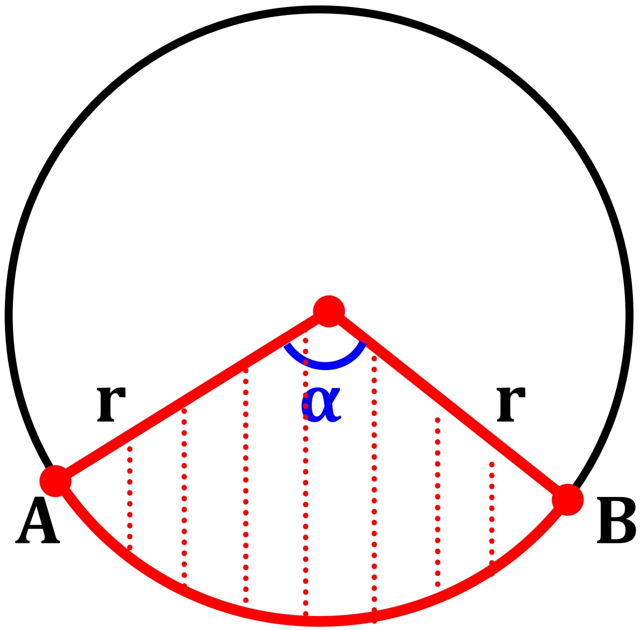
Soru : **Aynı merkezli iki dairede; yarıçaplar r ve R , O merkez nokta, T ise teğet noktasıdır. | AT | = 3x – 5 , | TB | = 2x + 1 br ise taralı bölgenin alanını bulunuz.**



Soru : Aynı merkezli iki dairede; yarıçaplar r ve R , O merkez nokta, T ve K ise teğet noktalarıdır. Taralı bölgenin alanını 25π br^2 ise $x = ?$



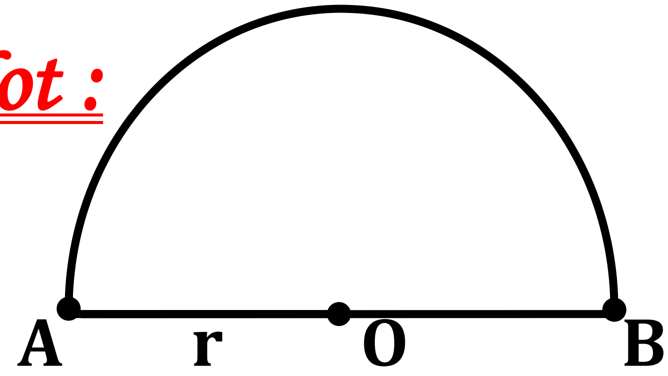
Kural 2: A) (Daire Diliminin Alanı)



O merkezli daire diliminin alanı

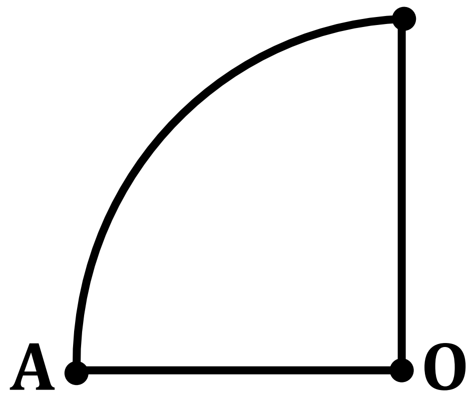
$$T.\ A. = \pi . r^2 . \frac{\alpha}{360^\circ}$$ olarak bulunur.

Not :



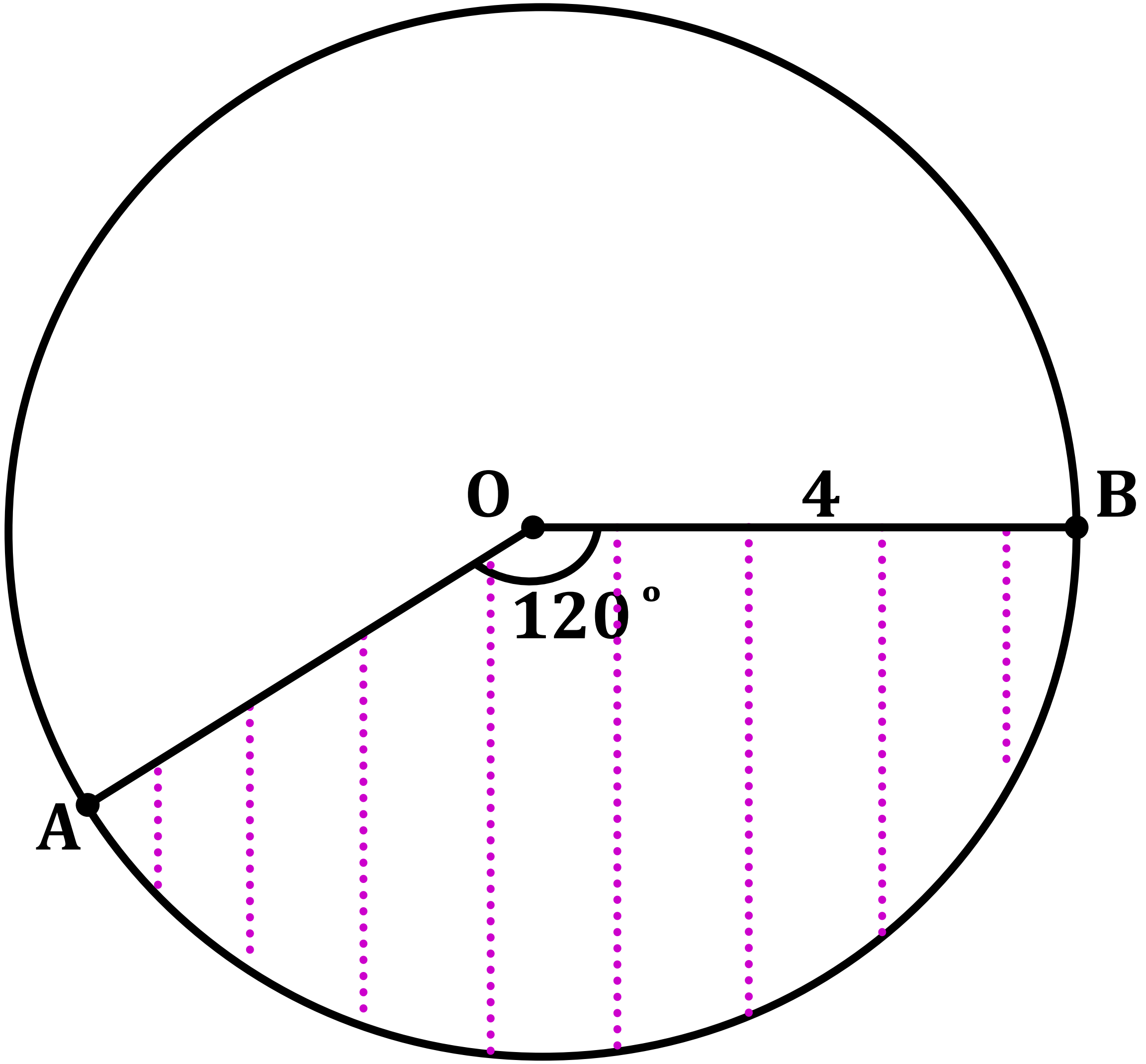
O merkezli yarım dairenin alanı

$$\frac{\pi . r^2}{2}$$ olarak alınır.

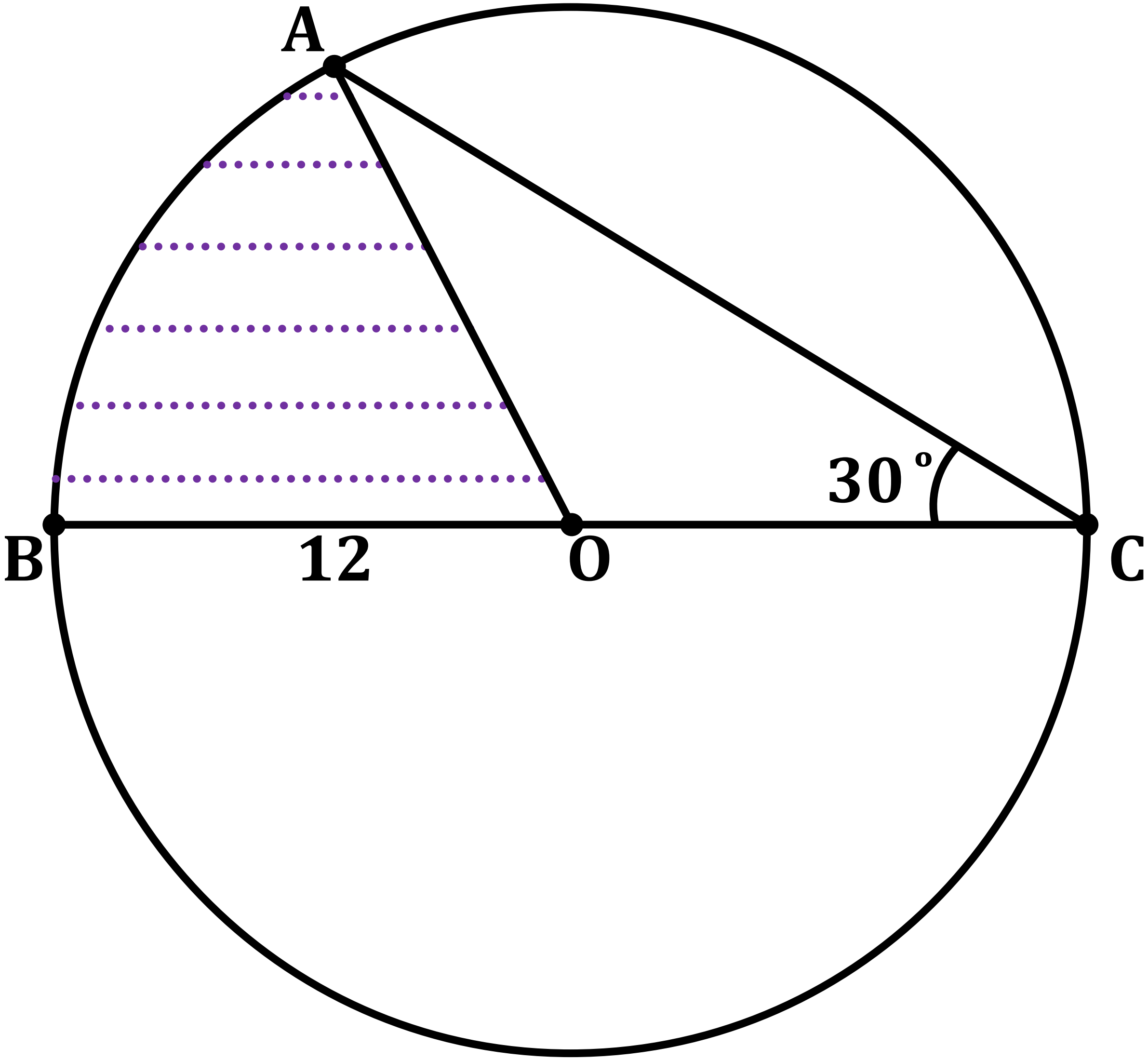


O merkezli çeyrek dairenin alanı $$\frac{\pi . r^2}{4}$$ olarak alınır.

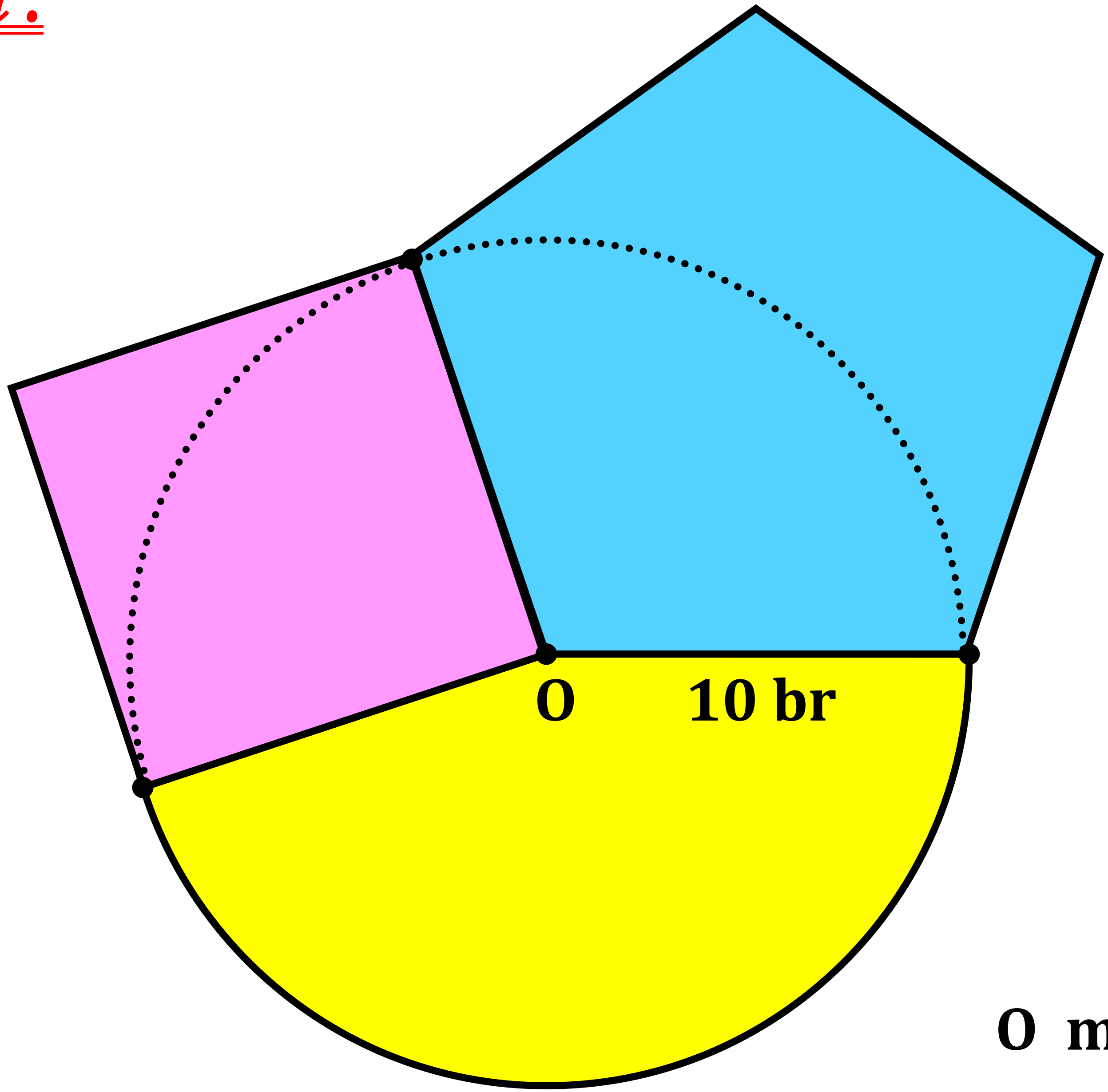
Soru : **O merkezli dairede taralı bölgenin alanını bulunuz.**



Soru : **O merkezli dairede taralı bölgenin alanını bulunuz.**

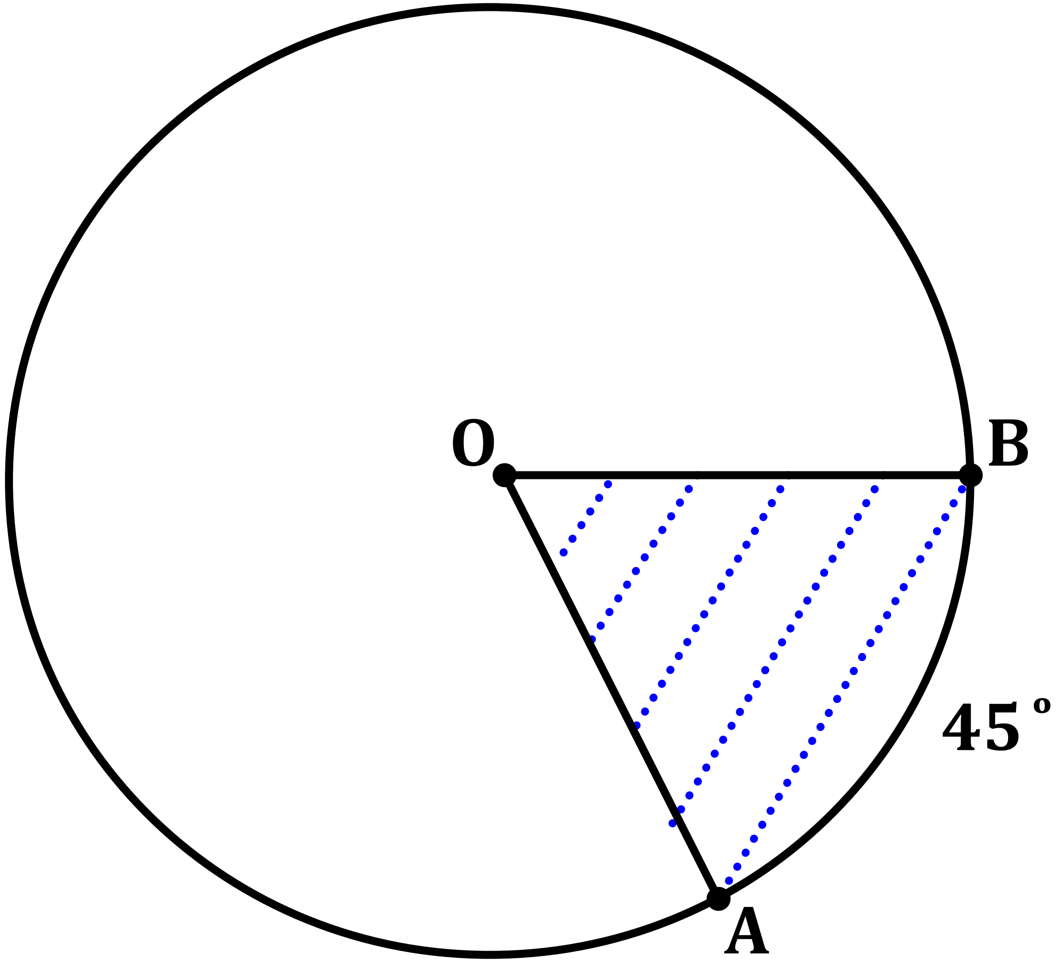


Soru :



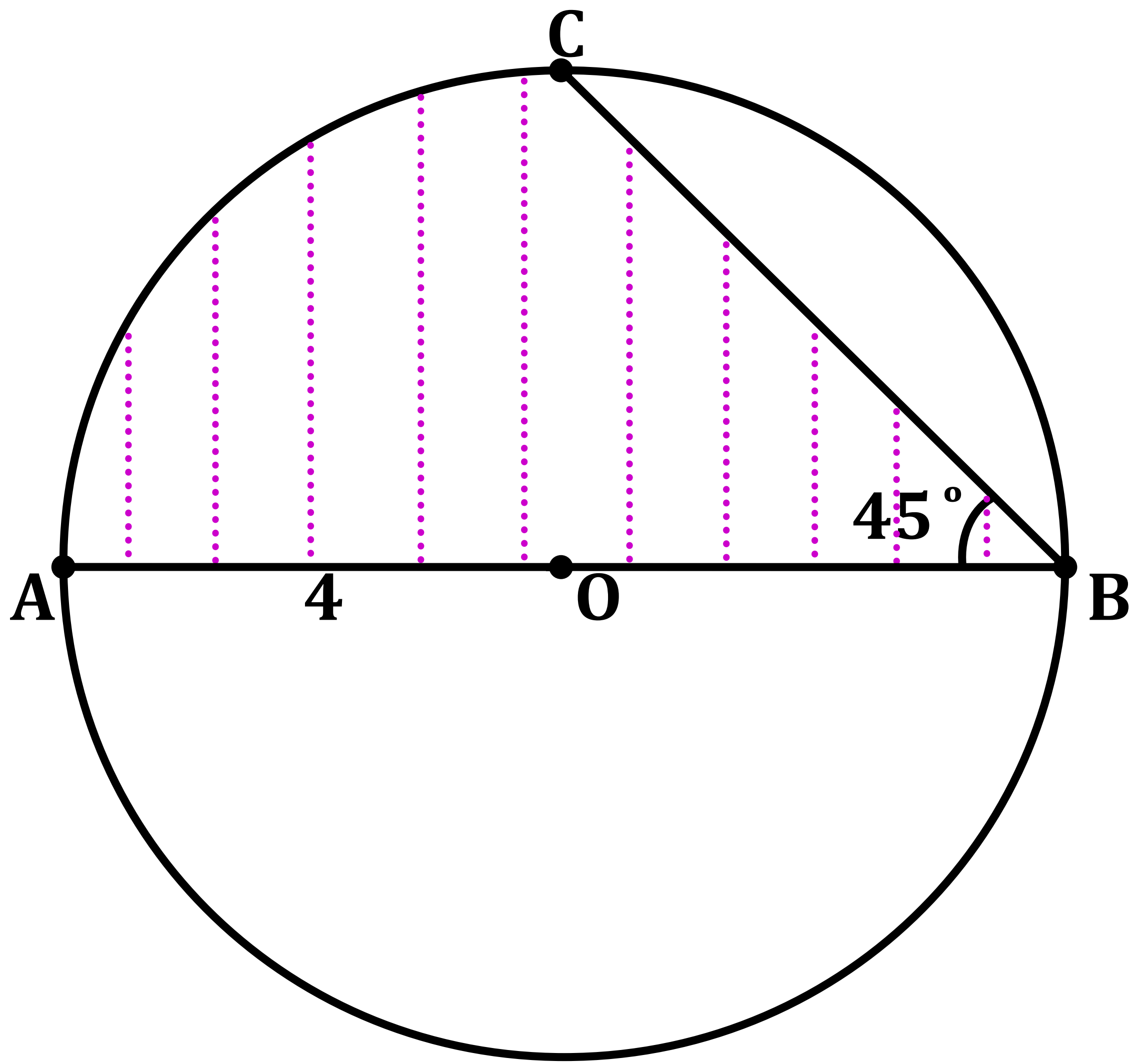
O merkezli daire, bir kenarı yarıçap uzunluğuna eşit olan düzgün beşgen ve kare verilmiştir. Buna göre sarı bölgenin alanını bulunuz.

Soru : **O merkezli dairede taralı bölgenin alanı 4π br ^{2} ise dairenin alanını bulunuz.**



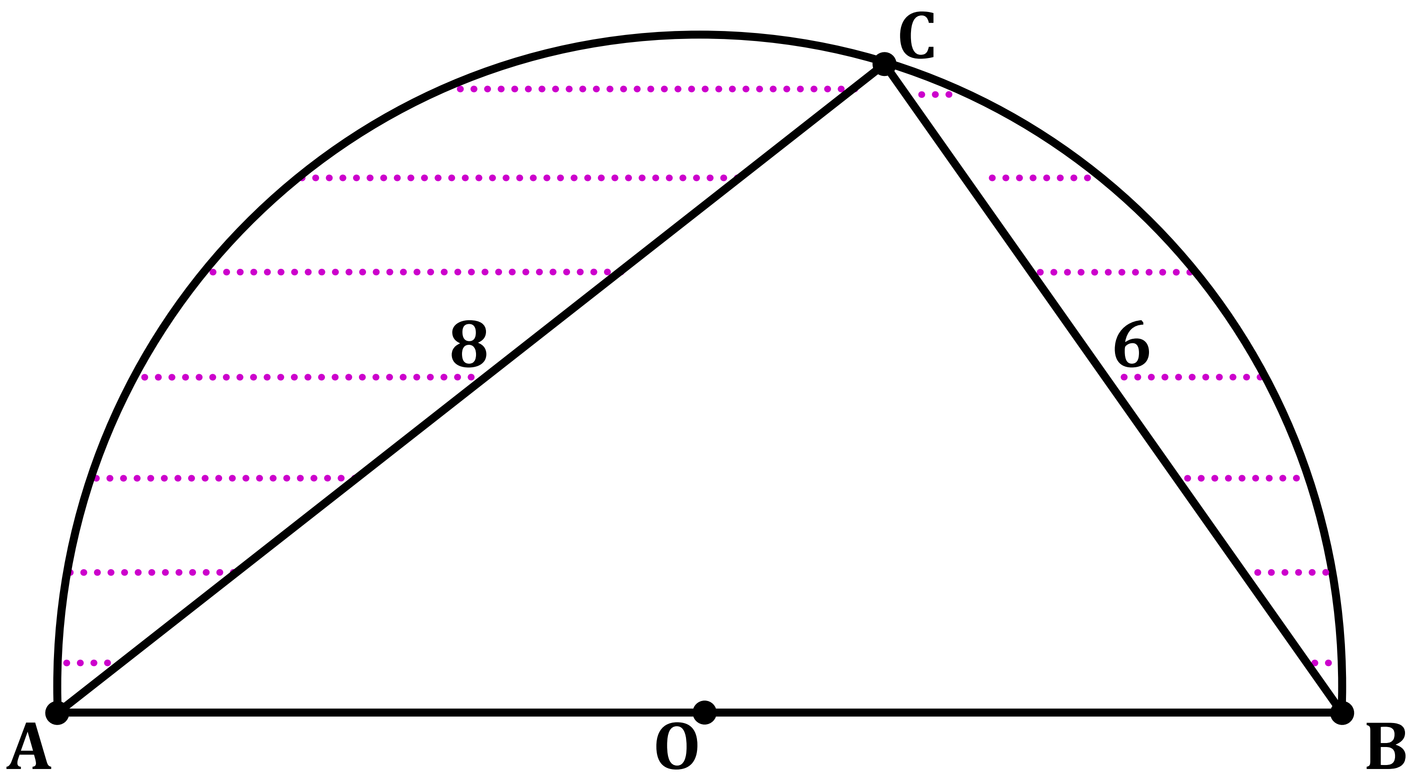
Soru : **O dairenin merkezi ise taralı bölgenin alanını bulunuz.**

(O ile C birleştirilir. Daire dilimi ve üçgenden alan bulunur.)

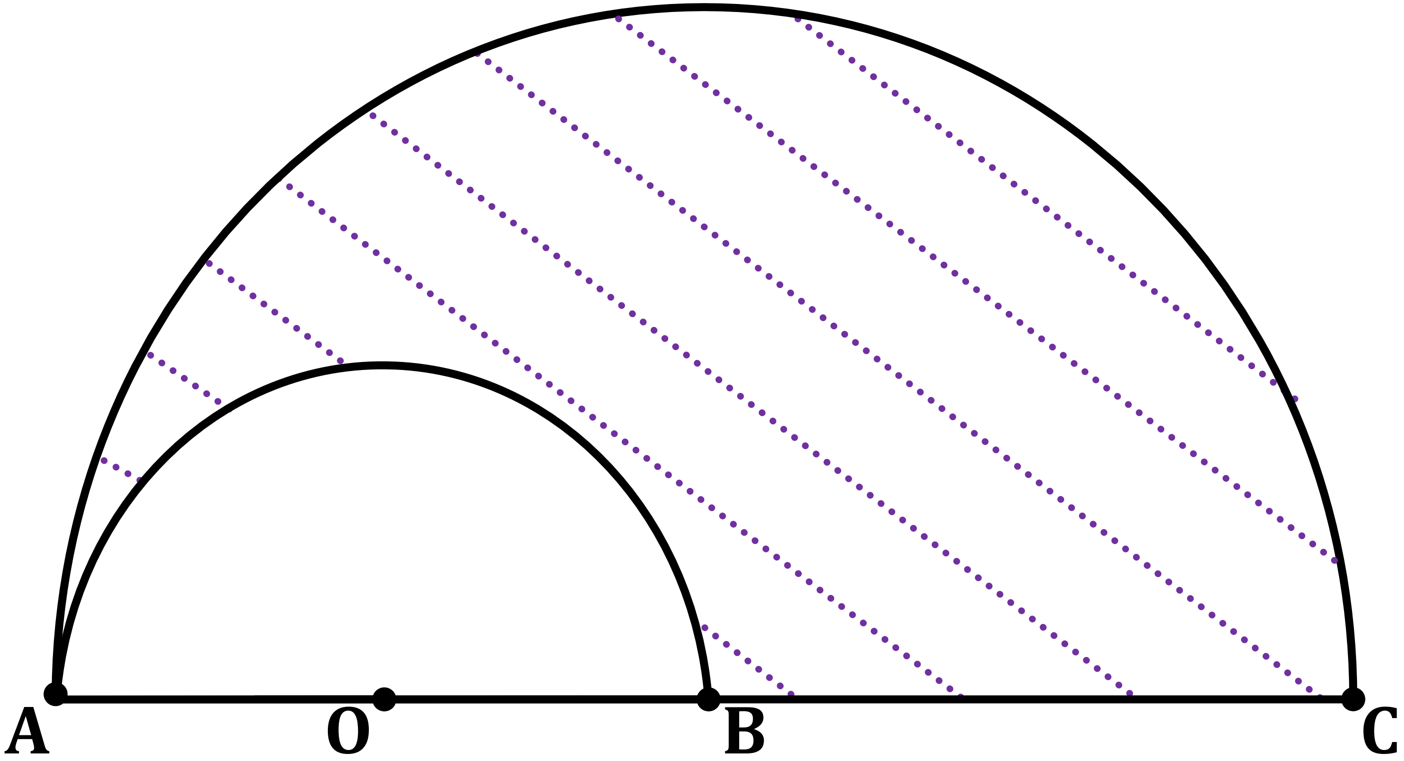


Soru : **O merkezli yarım dairede taralı bölgenin alanını bulunuz.**

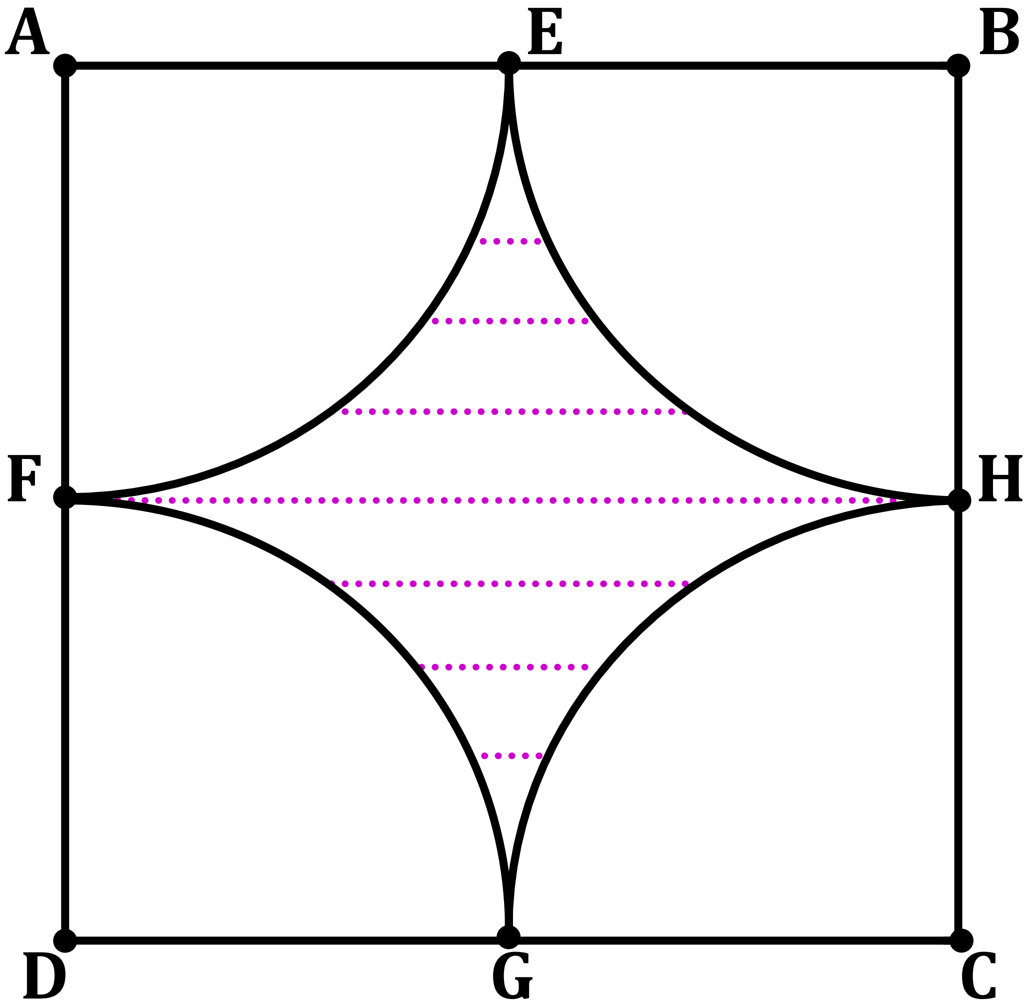
(Yarım daireden üçgenin alanı çıkartılır.)



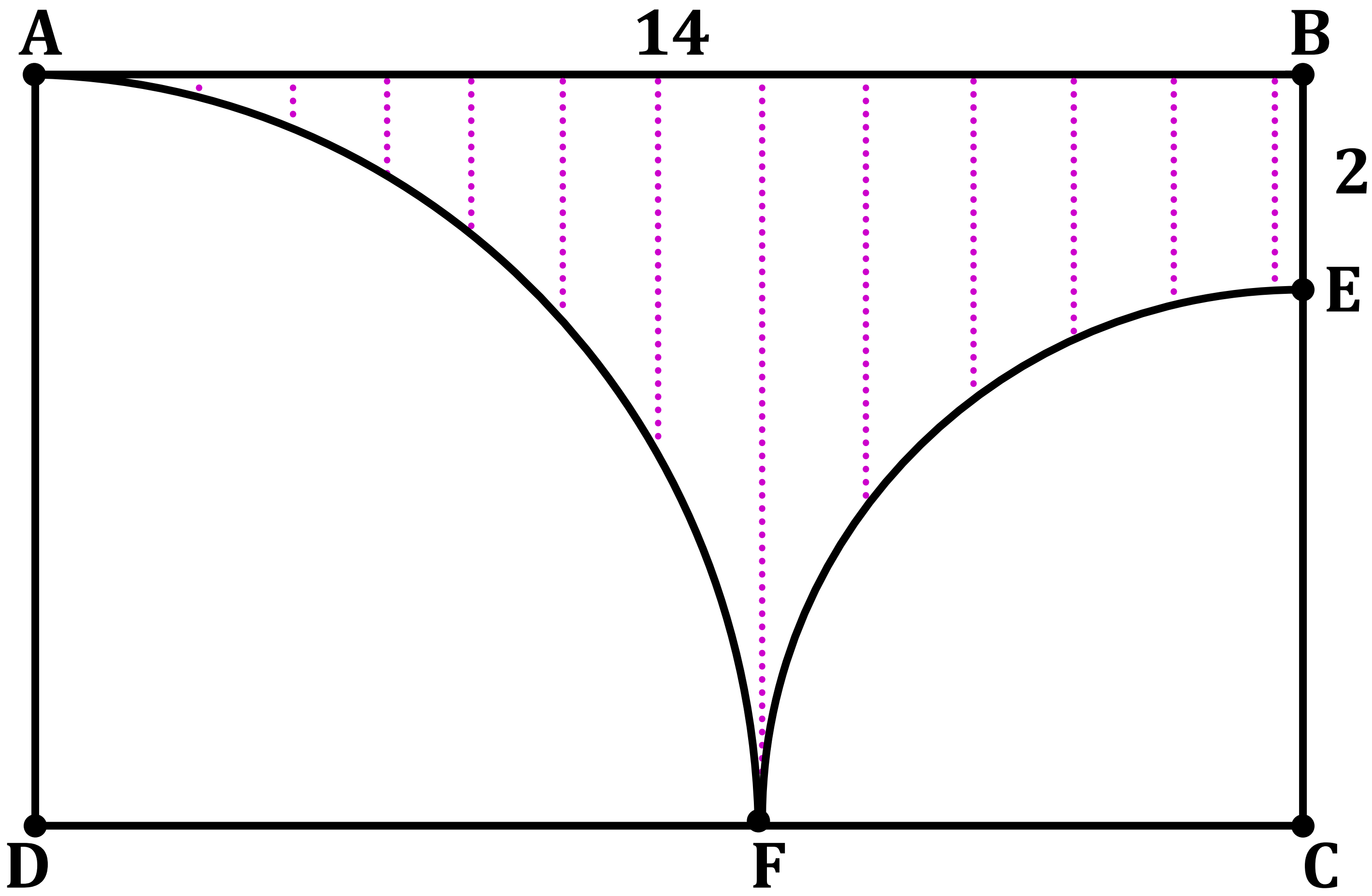
Soru : A teğet noktasıdır. O küçük, B ise büyük dairenin merkez noktasıdır. | AC | = 20 br ise taralı bölgenin alanını bulunuz.



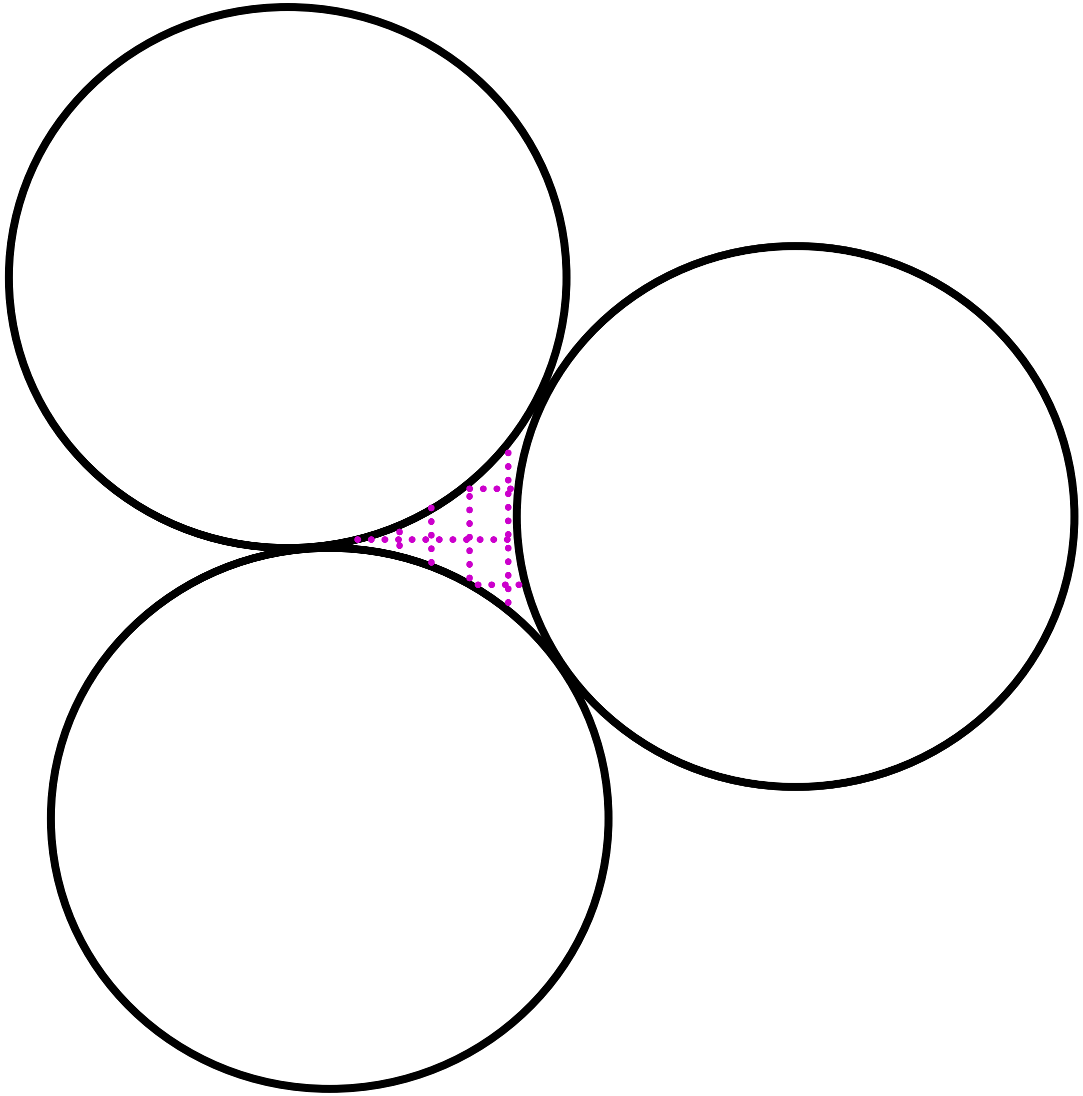
Soru : ABCD kare; E , F , G , H ise dairelerin teğet noktalardır. A , B , C , D çeyrek dairelerin merkezleridir. | AB | = 4 br ise taralı bölgenin alanını bulunuz.



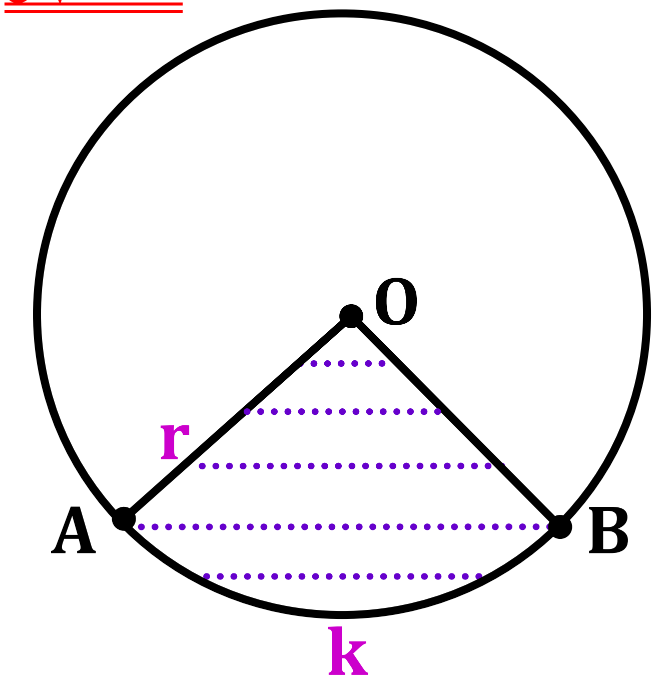
Soru : ABCD dikdörtgen, A ile F teğet noktasıdır. D ve C ise çeyrek dairelerin merkez noktasıdır. Buna göre taralı bölgenin alanını bulunuz.



Soru : 6 br yarıçaplı daireler eş olup, birbirlerine teğettirler. Buna göre taralı bölgenin alanını bulunuz. **(Merkezler birleştirilir. Oluşan büyük üçgenden daire parçalarının alanı çıkartılırsa sonuç bulunmuş olur.)**



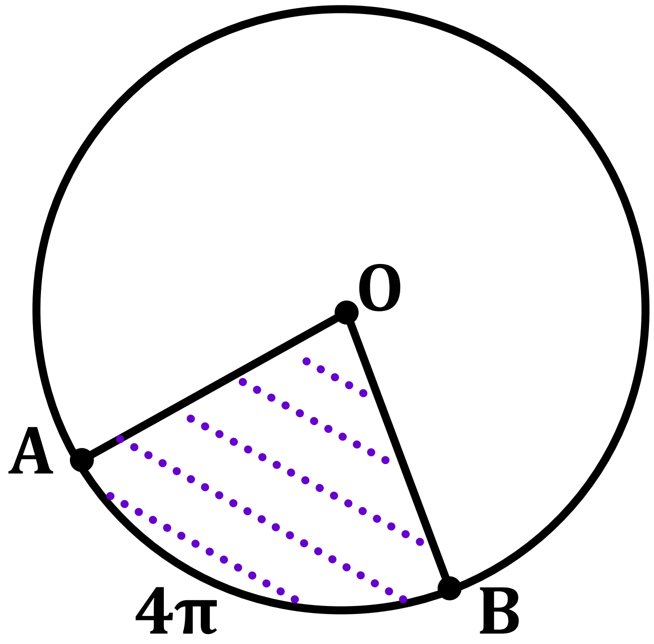
Not :



O merkezli çemberde yay uzunluğu ve yarıçap uzunluğu verilirse daire diliminin alanı $\text{Alan} = \dfrac{r \, . \, k}{2}$ **olarak alınır.**

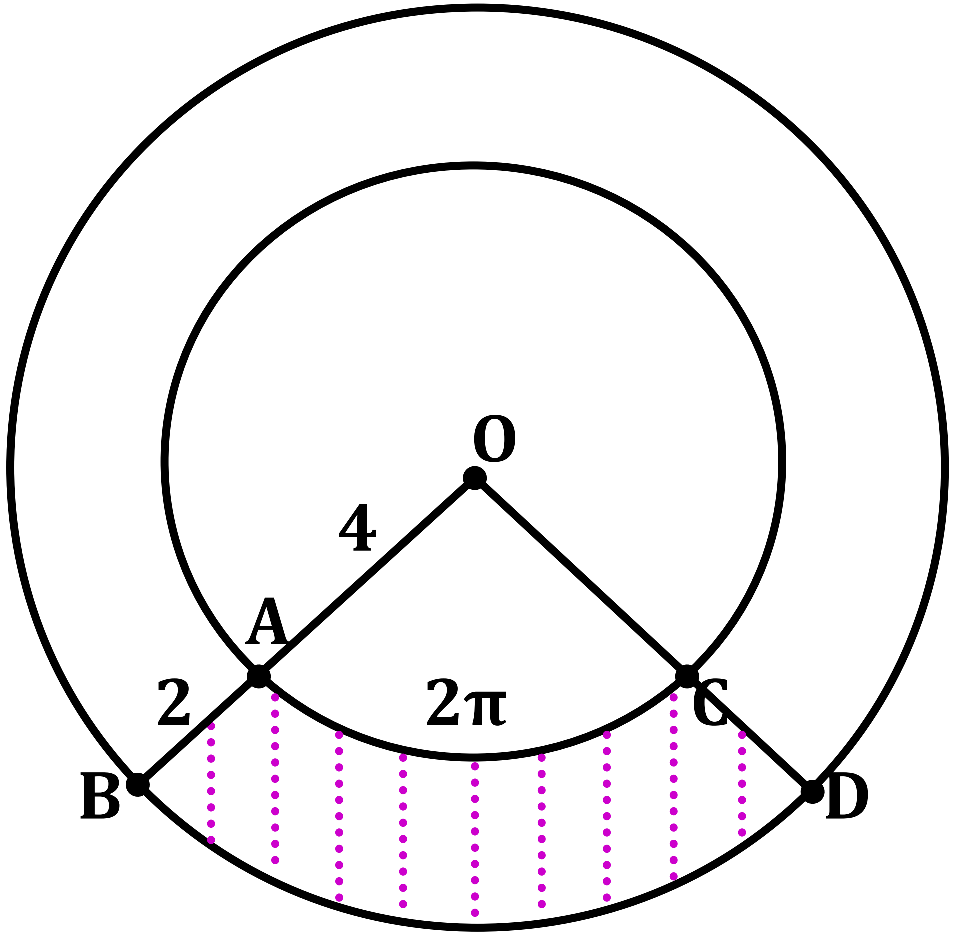
(2. Yol : Yay ve yarıçap verildiği için merkez açı bulunur ve alan elde edilir.)

Soru : **Çevresi 24π olan dairede taralı bölgenin alanını bulunuz.**

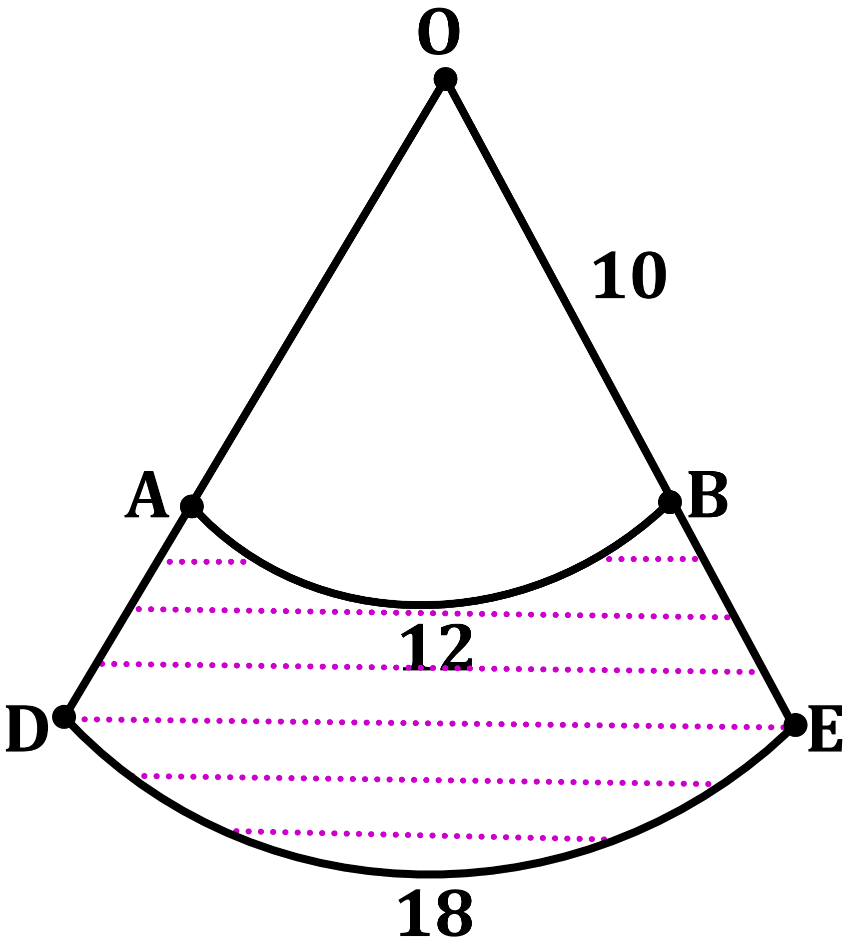


Soru : **Aynı merkezli iki daire için taralı bölgenin alanını bulunuz.**

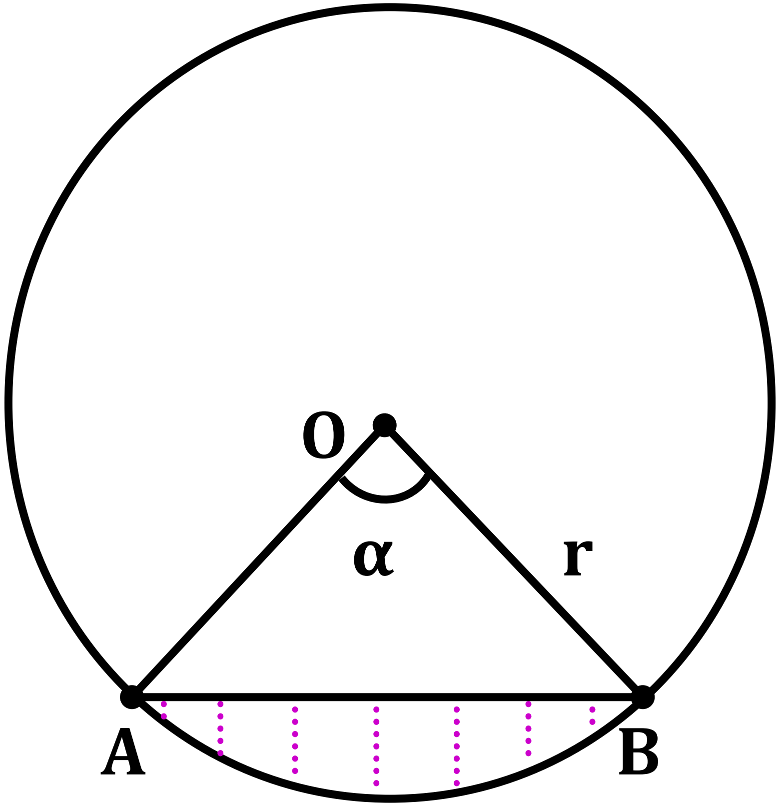
(Eksik parça orantıdan bulunur.)



Soru : **Aynı merkezli iki daire parçası için taralı bölgenin alanını bulunuz.**



Kesik Daire Parçasının Alanı



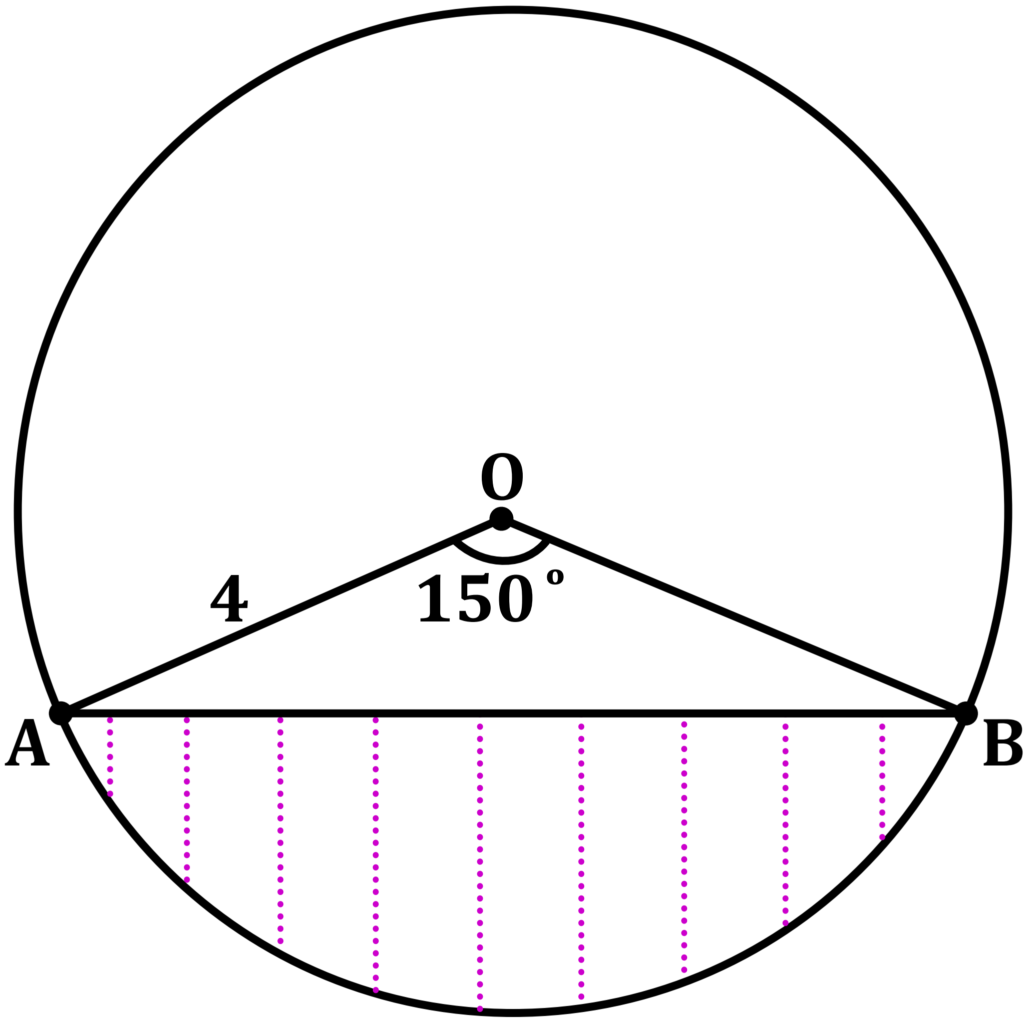
O merkezli dairede kesik daire parçasının alanı,

$$\mathbf{T.A.} = \pi \cdot r^2 \cdot \frac{\alpha}{360^\circ} - \frac{1}{2} \cdot r \cdot r \cdot \sin\alpha$$

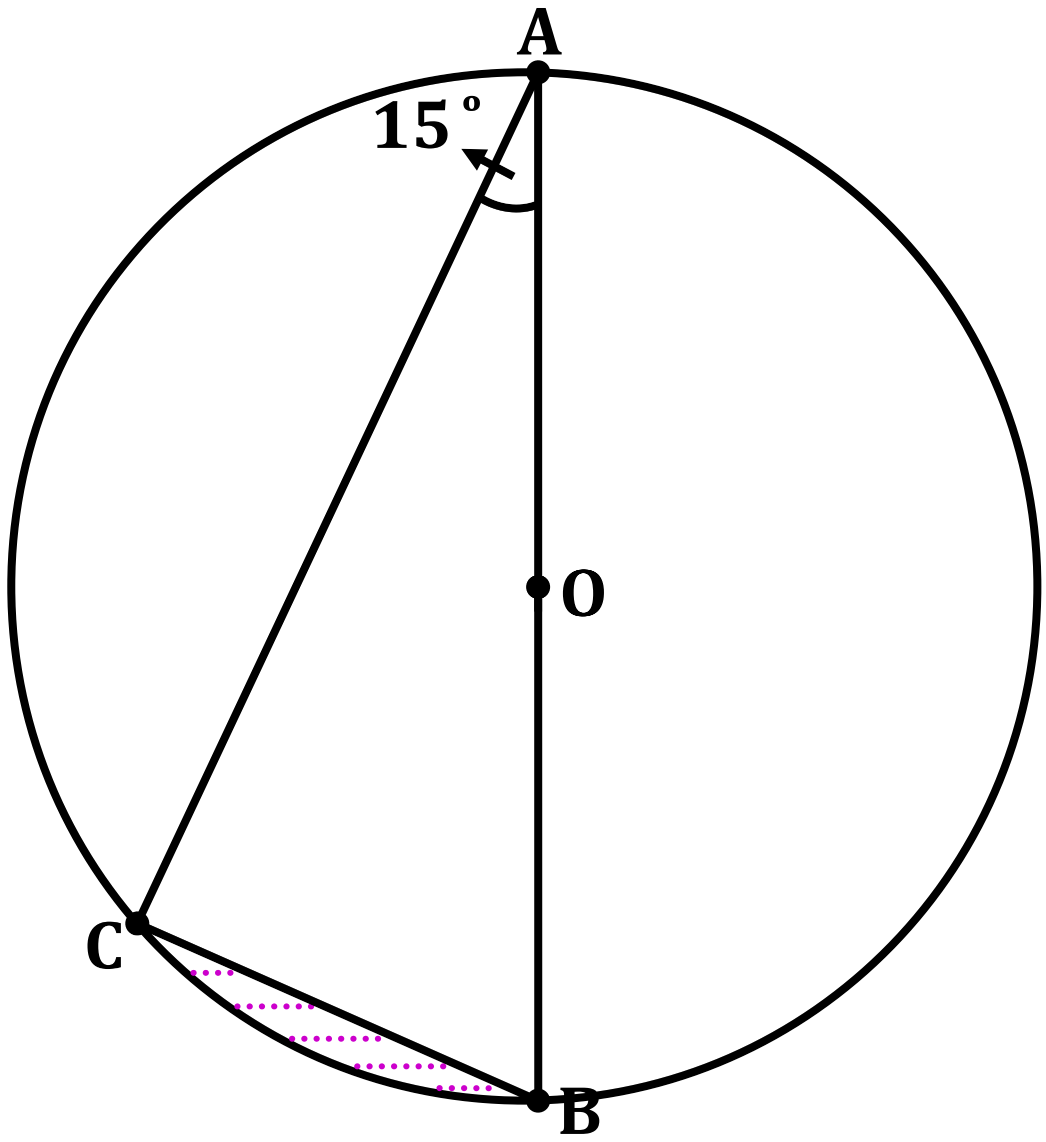
olarak bulunur.

(O merkezli daire parçasının alanından AOB üçgeninin alanı çıkartılır.)

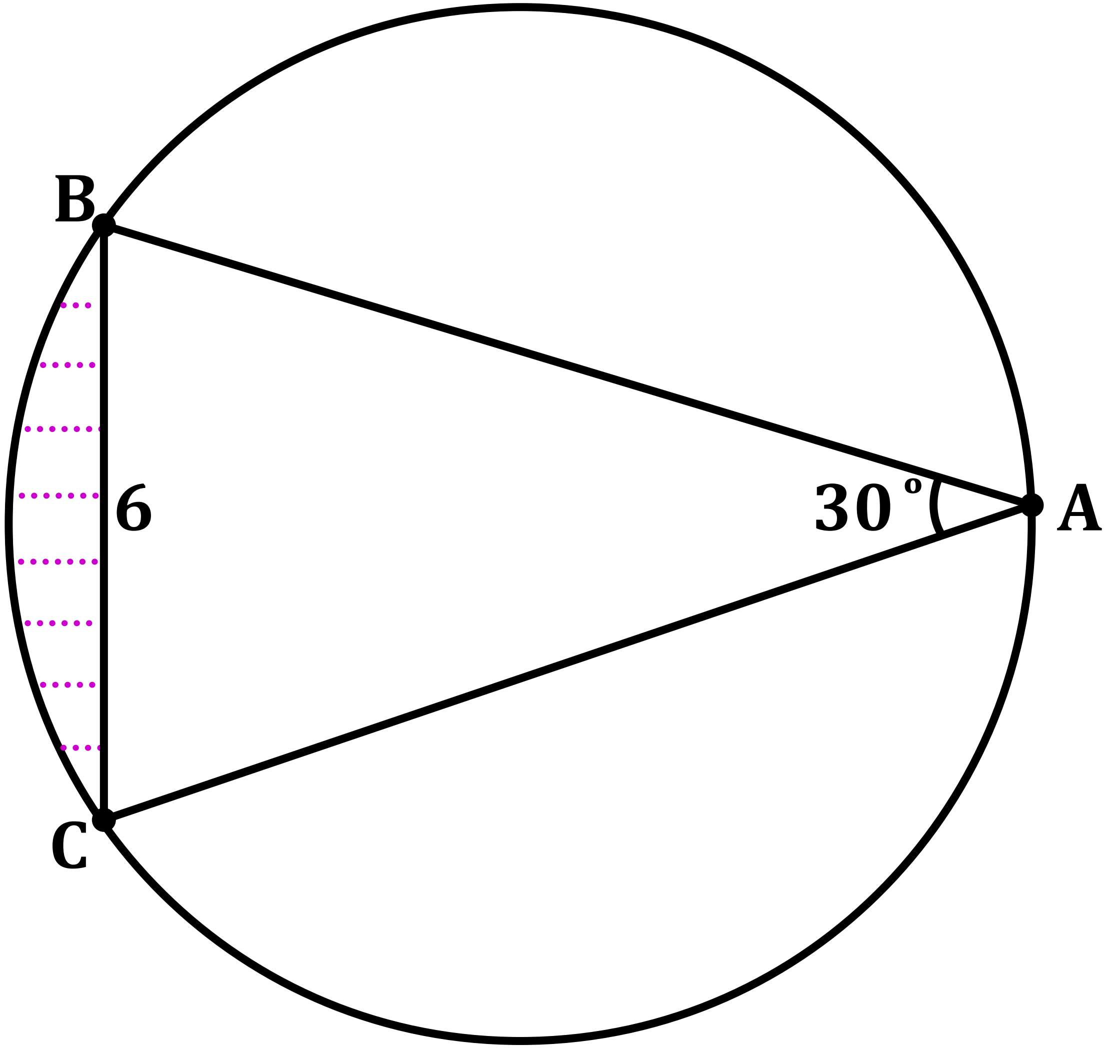
Soru : **O merkez noktası ise taralı bölgenin alanını bulunuz.**



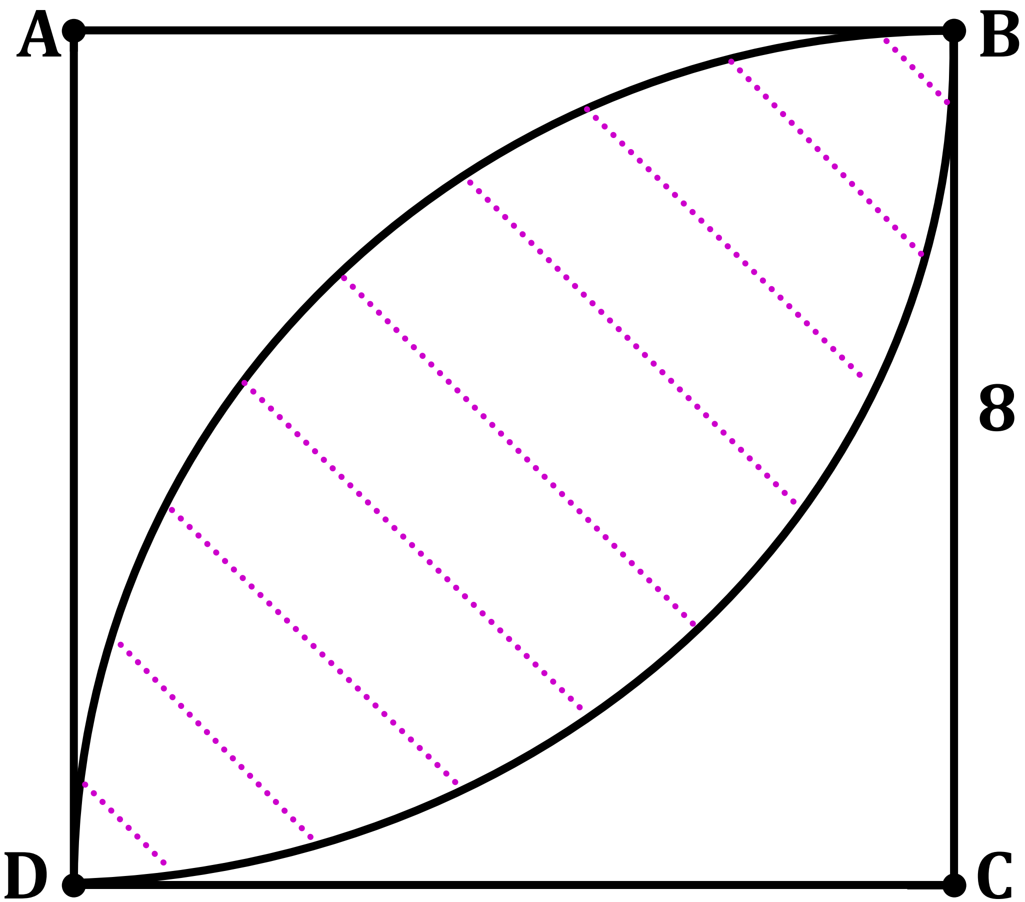
Soru : **O merkez noktası ve |AB| = 16 br ise taralı bölgenin alanını bulunuz.** **(O ile C birleştirilir.)**



Soru : **Taralı bölgenin alanını bulunuz.**

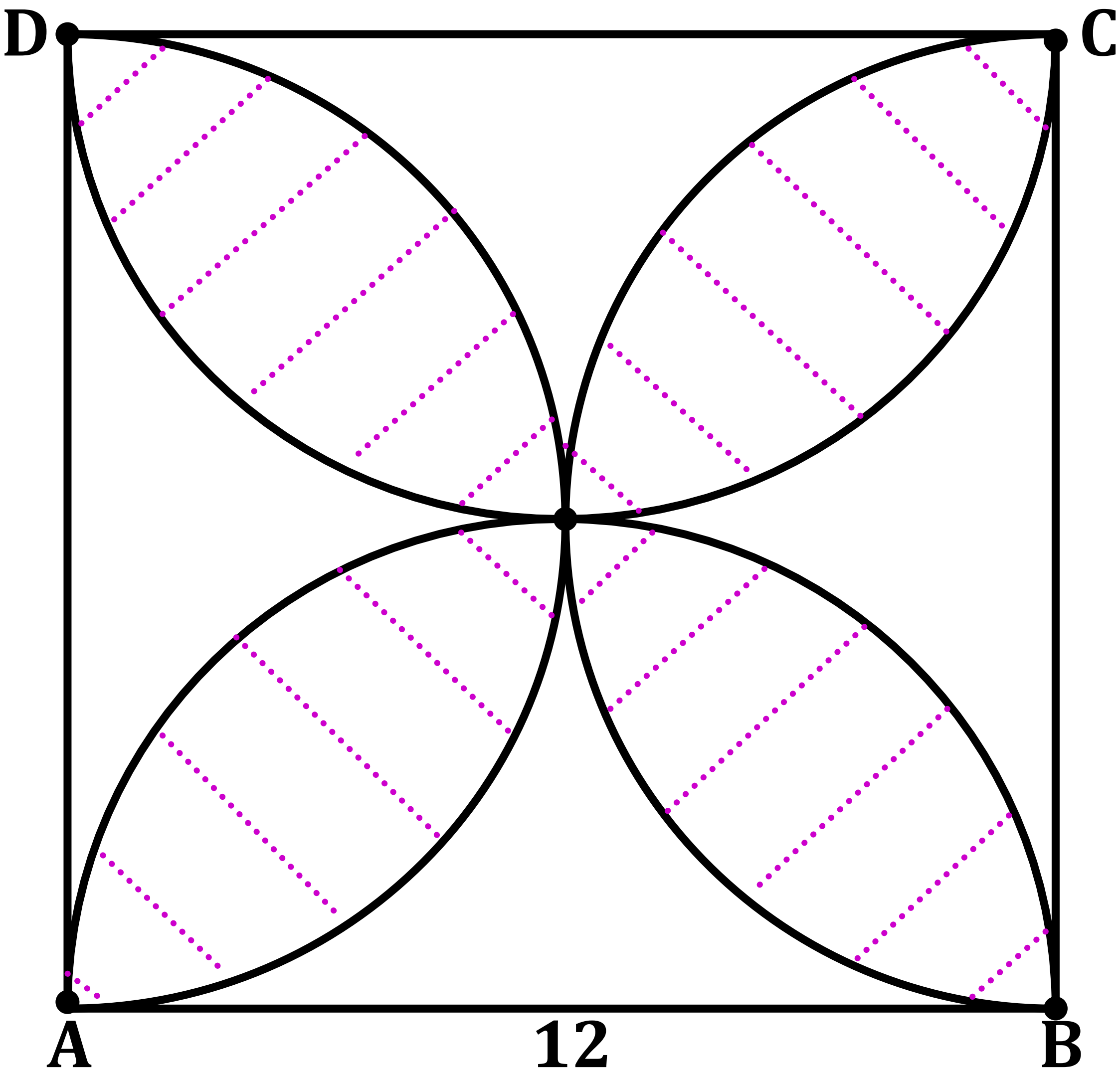


Soru : **ABCD kare, A ile C çeyrek dairelerin merkez noktaları ise taralı bölgenin alanını bulunuz.**



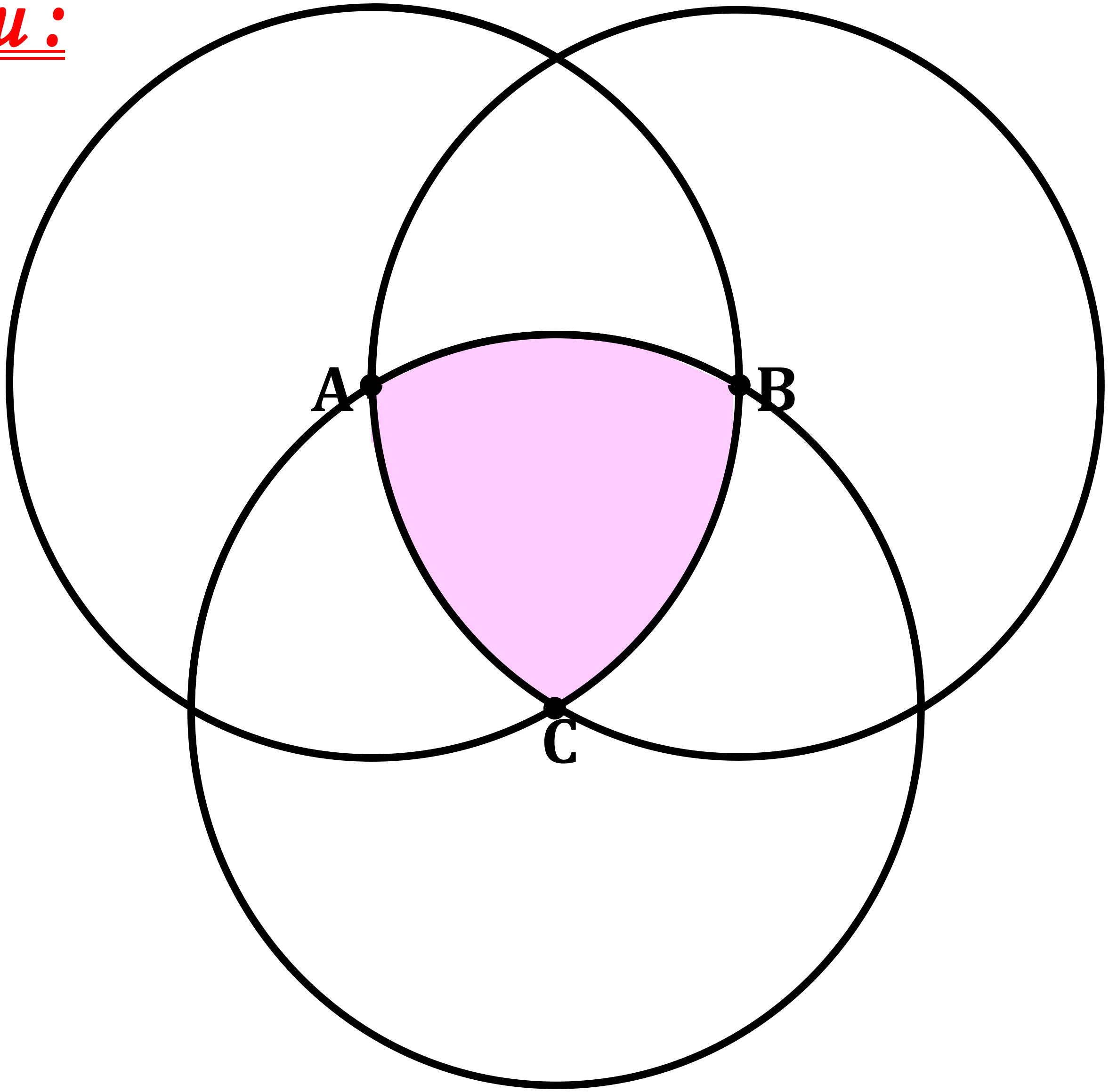
(B ile D köşegeni birleştirilir. İki parçadan birinin alanı kuraldan bulunur.)

Soru : **ABCD karedir. [AB] , [BC] , [CD] , [DA] çaplı yarım daireler veriliyor. Taralı bölgenin alanını bulunuz.**



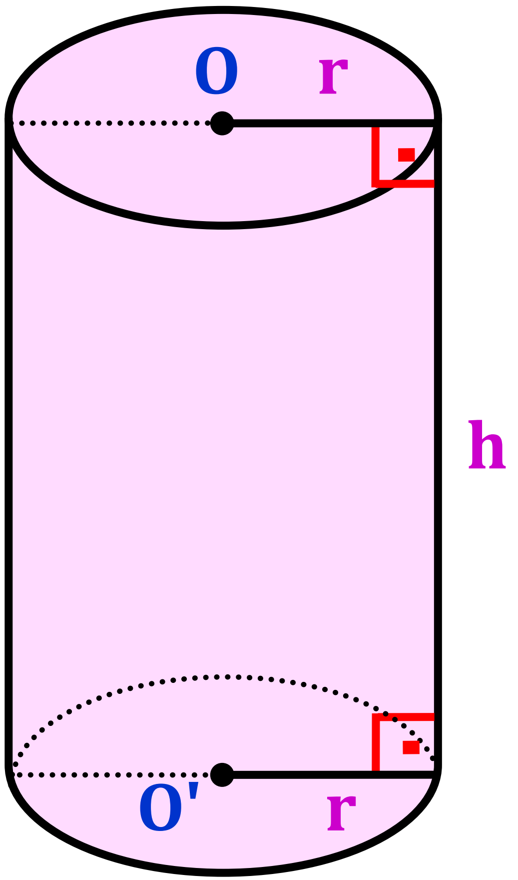
(Karenin ortasından yatay ve dikey iki çizgi çizilir ve önceki sorudaki mantık kullanılır.)

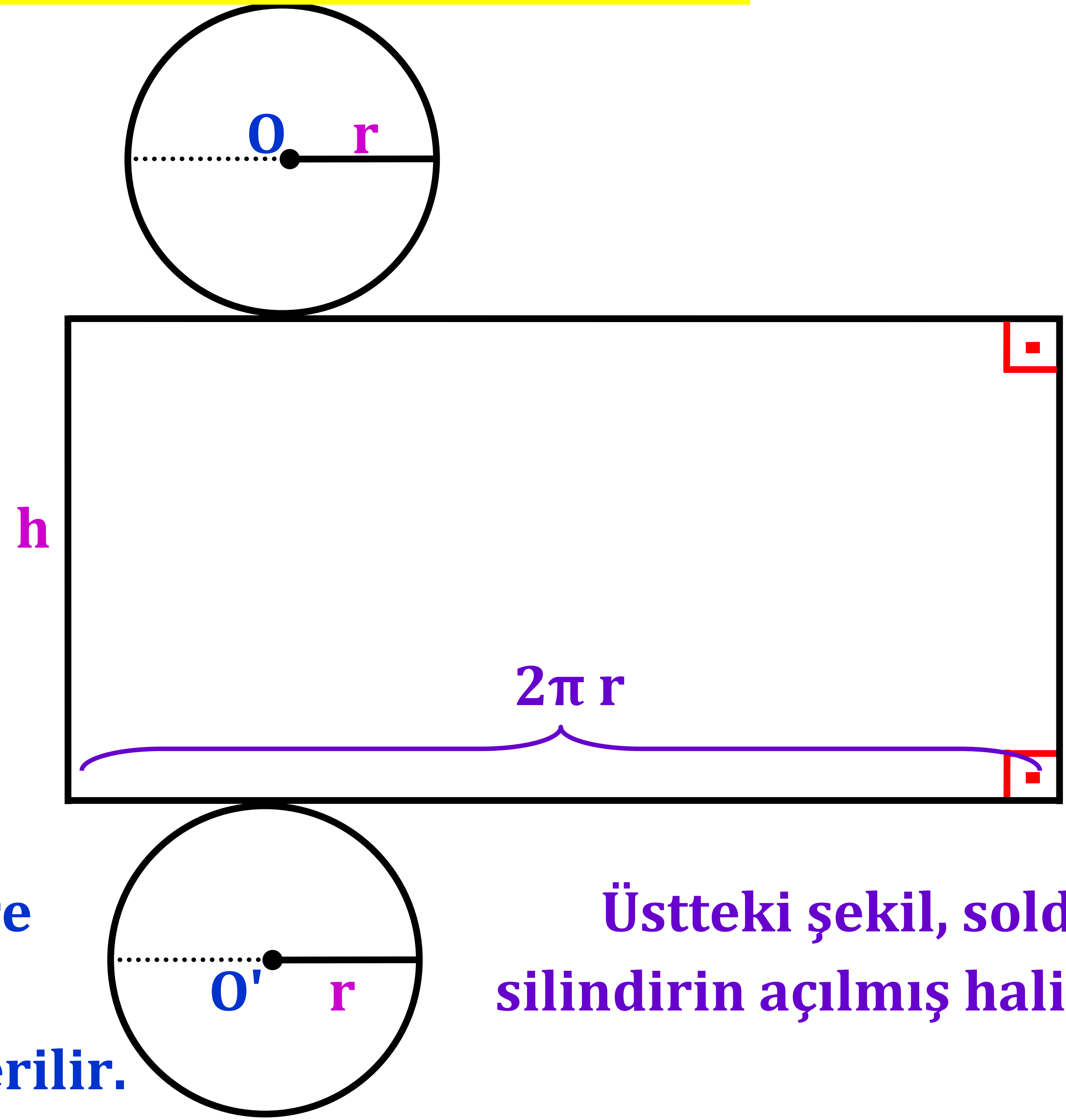
Soru :



A , B ve C üç eş çemberin merkez noktalarıdır. Yarıçaplar 6 br ise üç çemberin ortak bölgesinin alanını bulunuz.

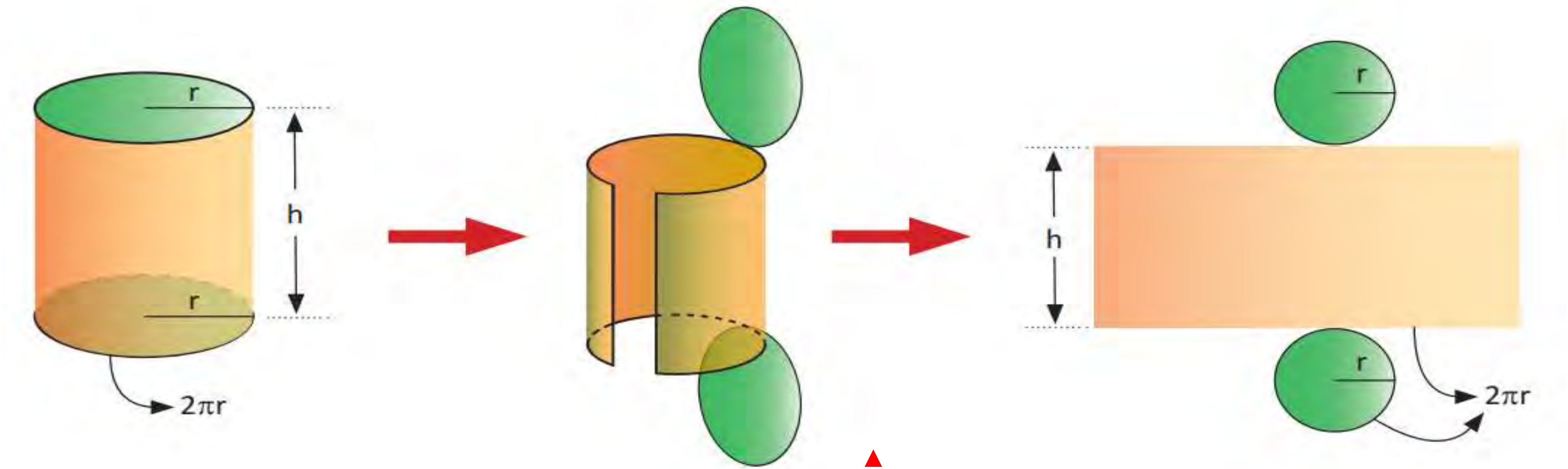
DİK DAİRESEL SİLİNDİR



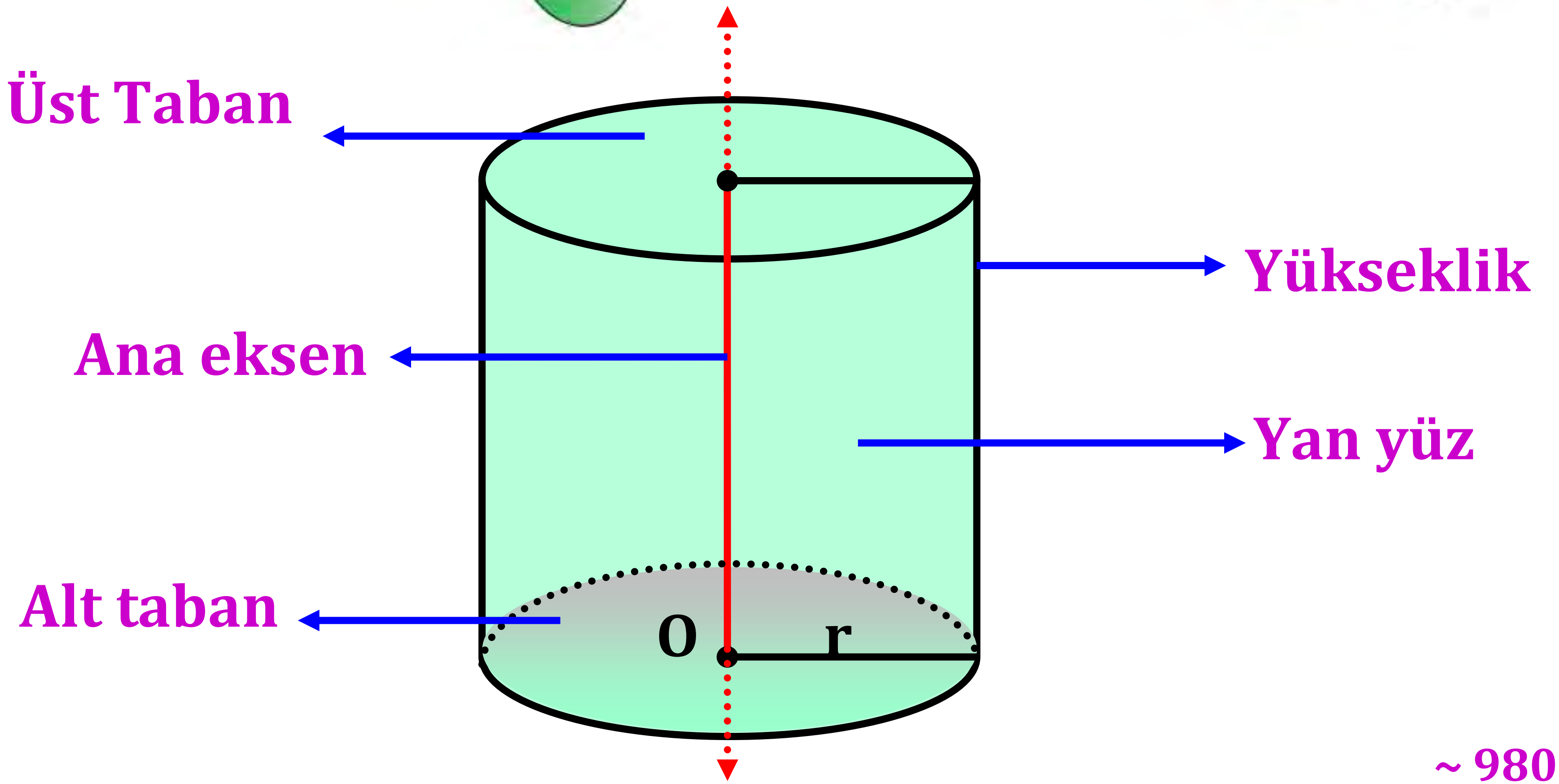


Alt ve üst tabanları daire olan dik silindire " dik dairesel silindir " adı verilir.

Üstteki şekil, soldaki silindirin açılmış halidir.



r
h
r
2πr
r
h
r
2πr

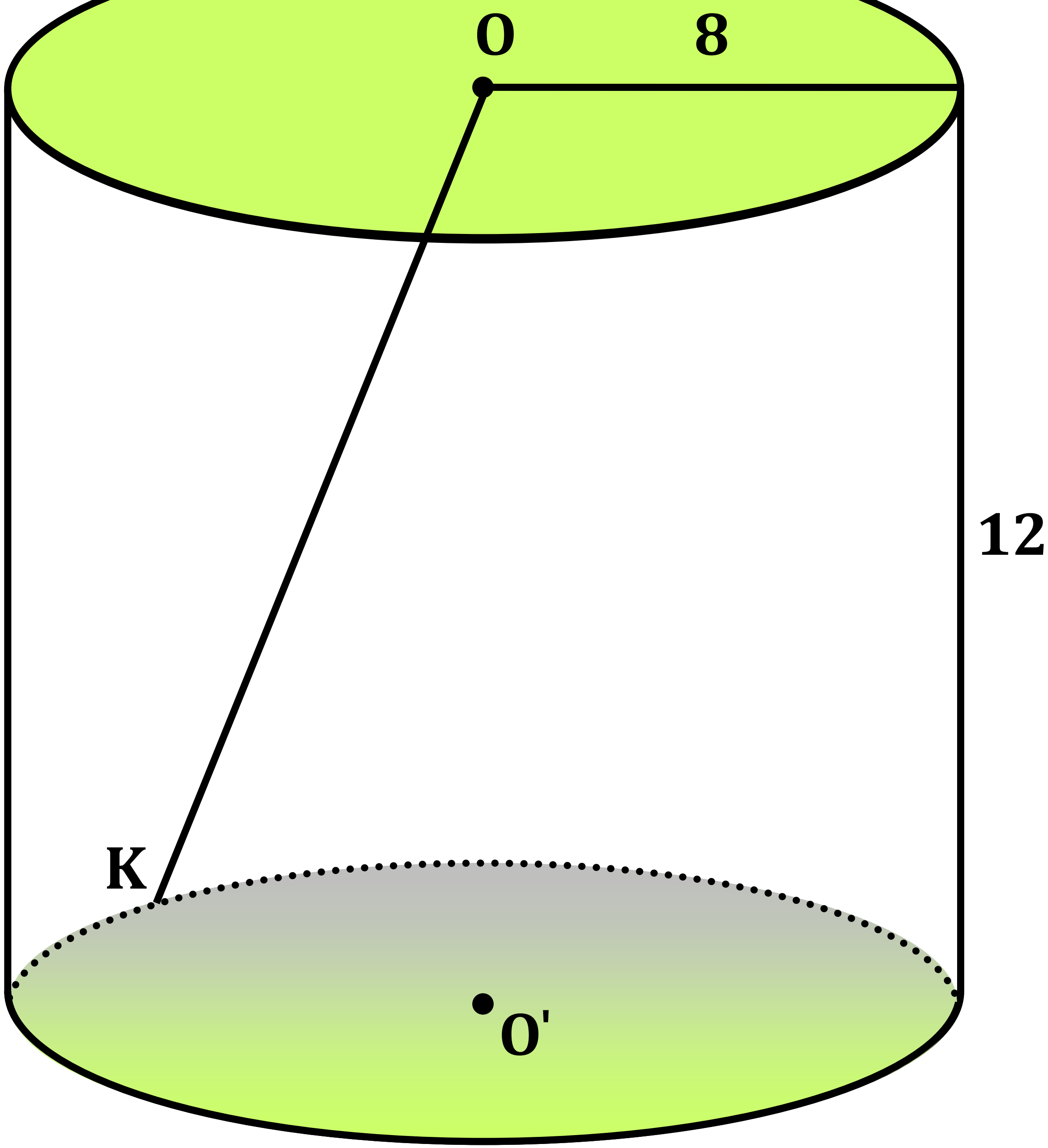


Üst Taban
Yükseklik
Ana eksen
Yan yüz
Alt taban
O
r

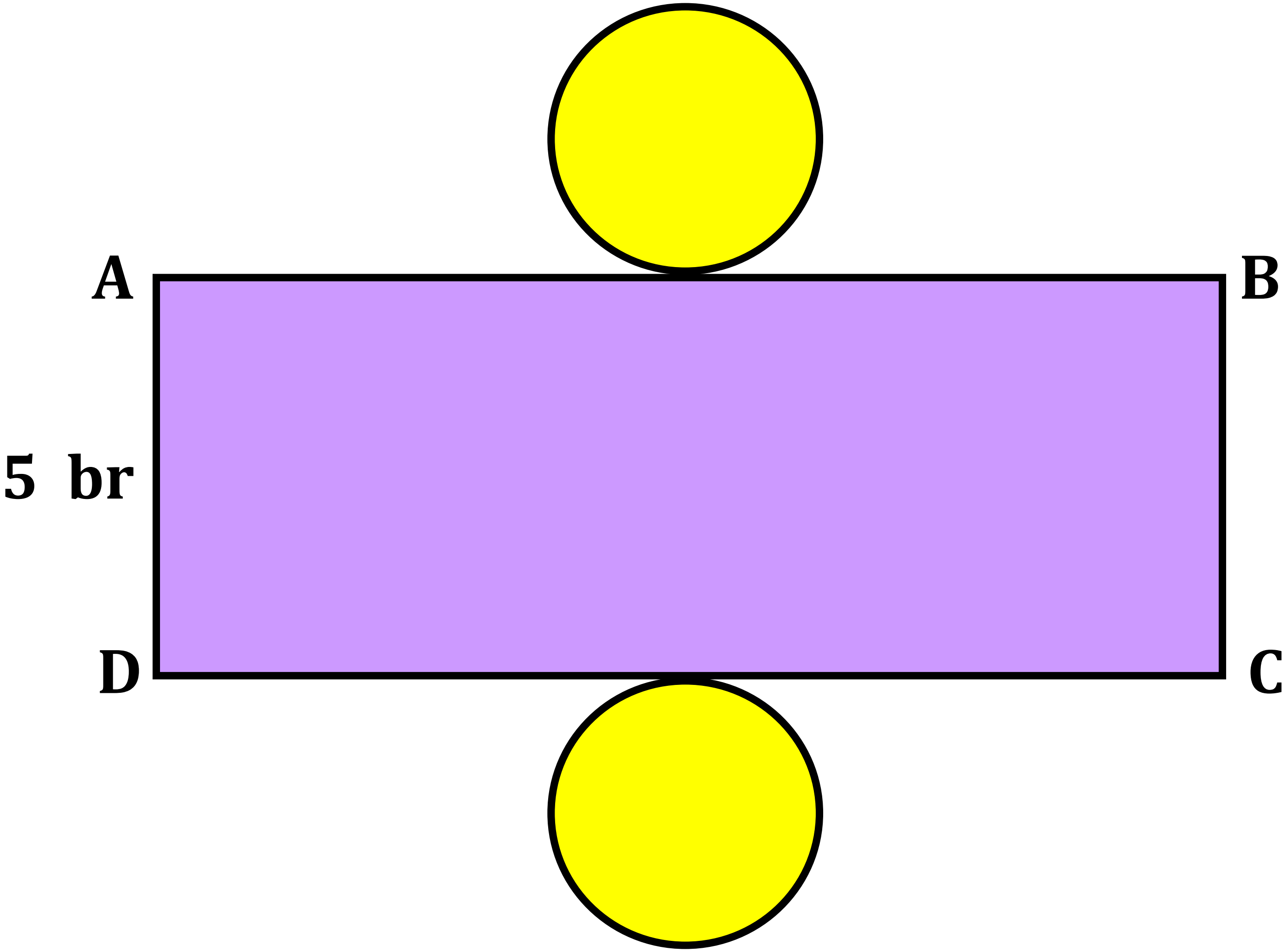
Soru :

O ve O ' taban merkezleridir.

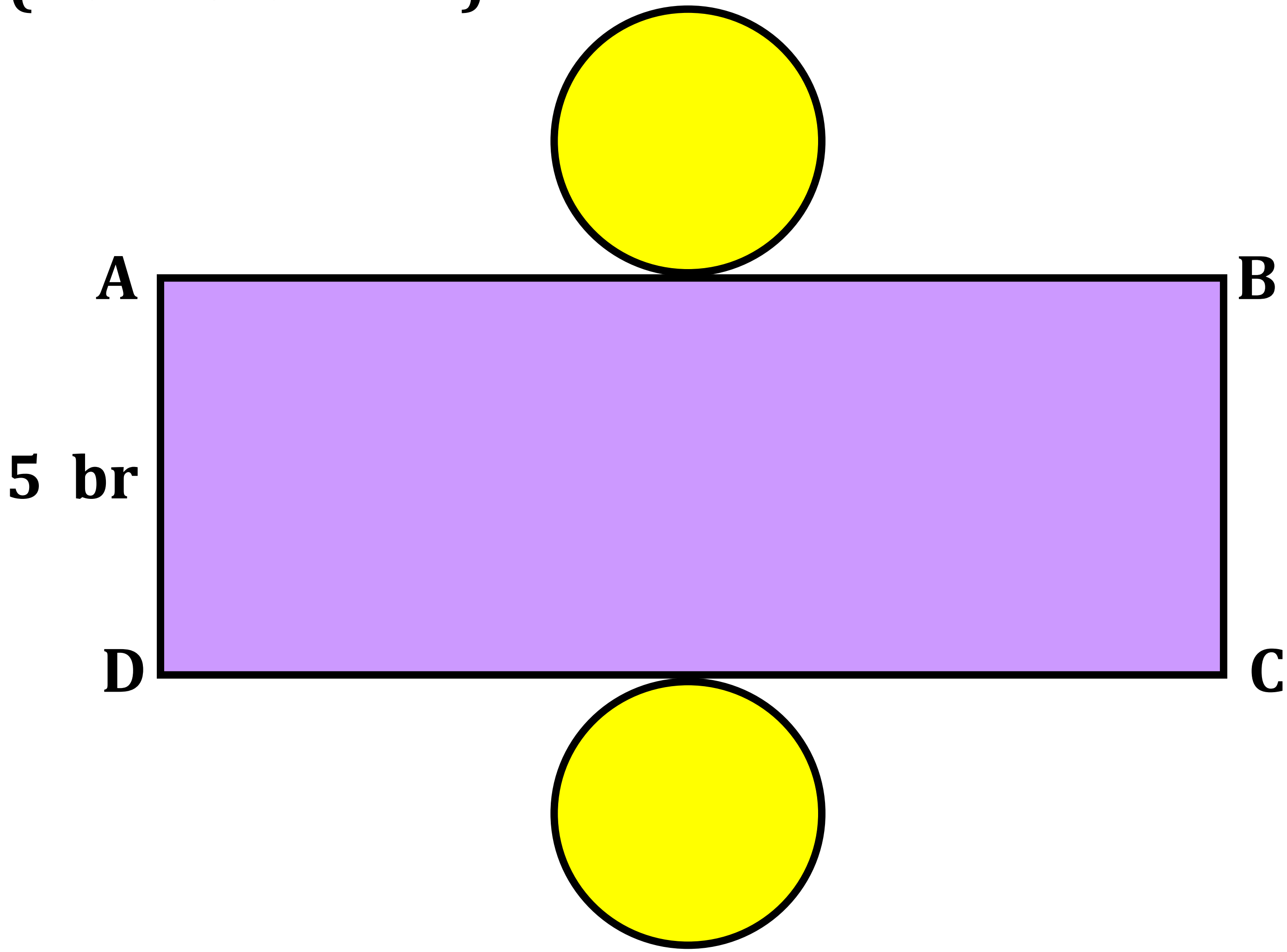
Buna göre | OK | = ?



Soru : **Altta açılımı verilen dik dairesel silindirde çemberin yarıçapı 2 br ’dir. Buna göre A ile C arası; A) Kaç br olur ?**

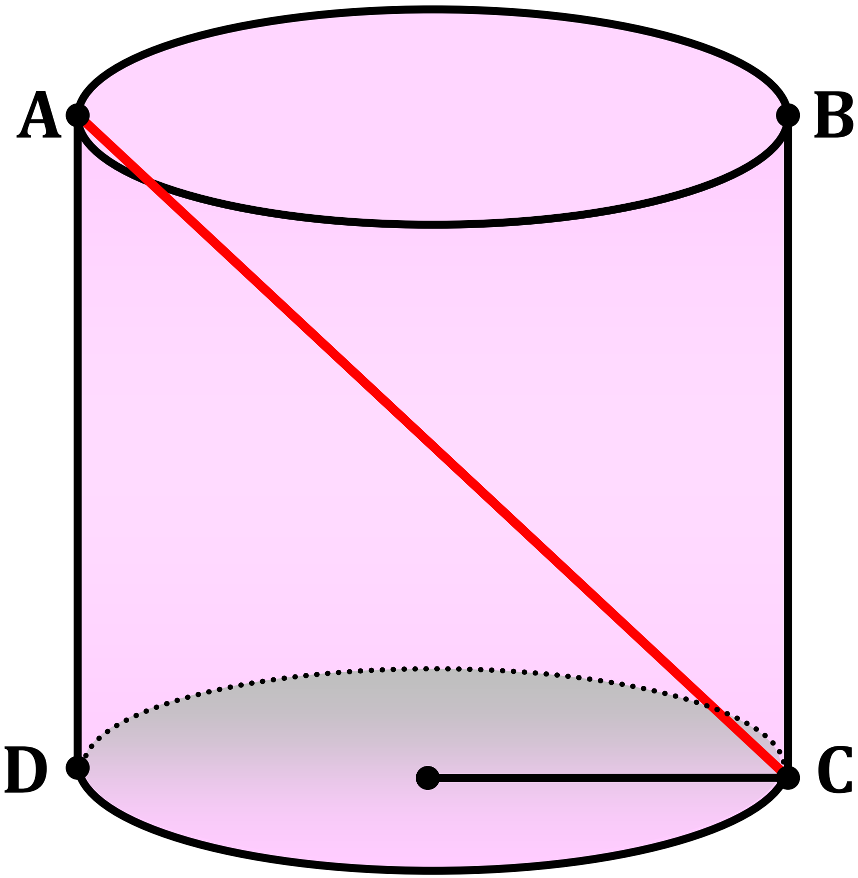


B) **<u>En az</u> kaç br olur ?** **($\pi = 3$ alınız.)**

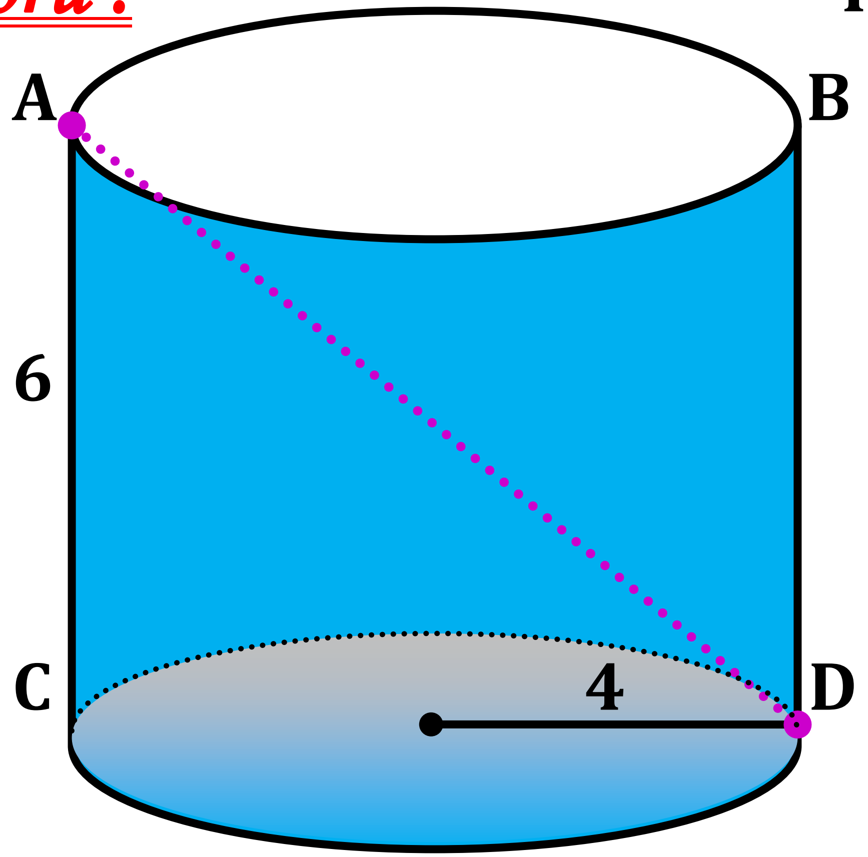


Soru : **Taban yarıçapı 5 cm olan dik silindir açıldığında, <u>dikdörtgen kısmın tabanı silindir yüksekliğinin 2 katı</u> oluyor. Buna göre A ile C noktaları arası mesafe kaç cm'dir ?**

(π = 3 alınız.)



Soru :



Taban yarıçapı 4 br olan dik silindirde;

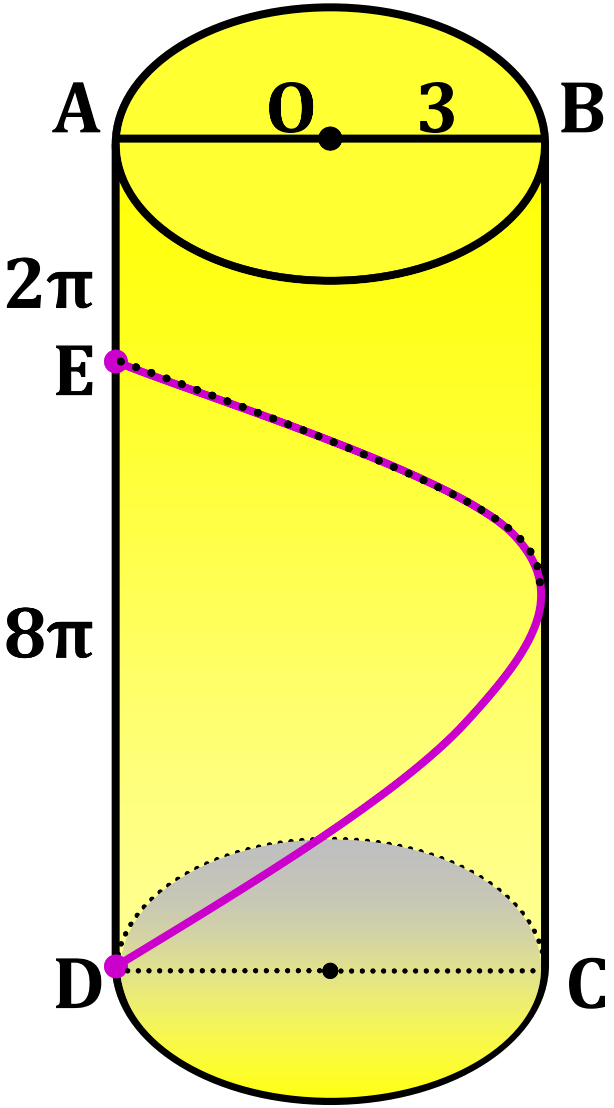
A) **A ile D noktaları arası mesafe kaç br ’dir ?**

B) **Silindirin yüzeyinde A ile D arası mesafe en az kaç br 'dir ?**

(Yüzeyden mesafe hesaplamalarında şekil açık olarak düşünülür.)

($\pi = 3$ alınız.)

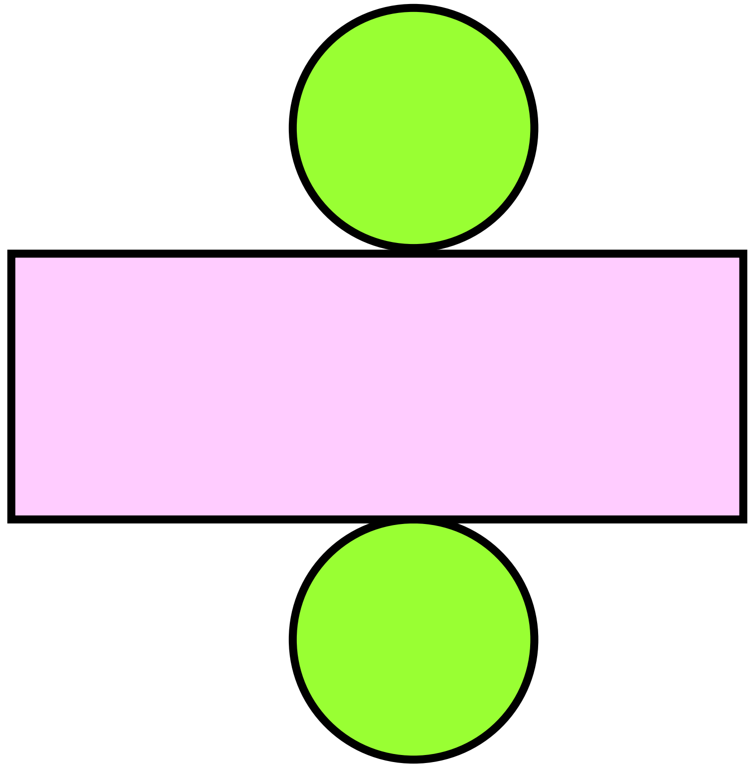
Soru : **D noktasından başlayarak dik dilindire önden arkaya dolanan ip E noktasında bitiyor. İpin uzunluğunu bulunuz.** **(Şekil açılır ve dik üçgenden istenen bulunur.)**



Soru : **Bir önceki soruda ip silindir etrafında 2 defa dolanıp aynı noktaya gelseydi, ipin uzunluğu kaç br olmalıydı ?**

Kural :

Dik dairesel silindirde;



- **Alt ve üst taban dairedir.**
- **Yanal bölge dikdörtgendir.**
- **Dikdörtgenin uzun kenarı dairenin çevresine eşittir.**
- **Hacim = Taban Alanı . Yükseklik = $\pi . r^2 . h$**
- **Yanal Alan = $2\pi . r . h$ (Dikdörtgenin alanıdır.)**
- **Yüzey Alan = $2\pi . r . h + 2\pi . r^2$ olarak bulunur.**

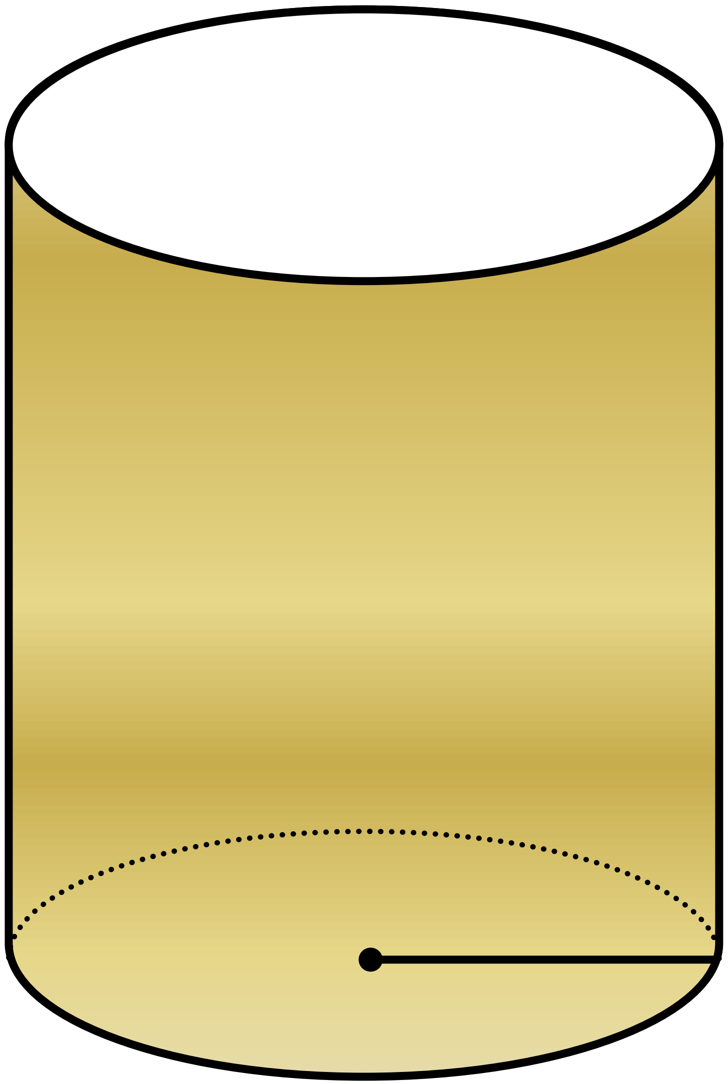
(Tüm şeklin alanıdır.)

Soru : **Taban alanı 16π br^2 ve yüksekliği 6 br olan dik dairesel silindirin hacmi yüzey alanından kaç fazladır ?**

Soru : **Taban çevresi $4\sqrt{5}\pi$ br ve yanal alanı 120π br ^{2} olan dik dairesel silindirin; A) Hacmini bulunuz.**

B) **Tüm alanını bulunuz.**

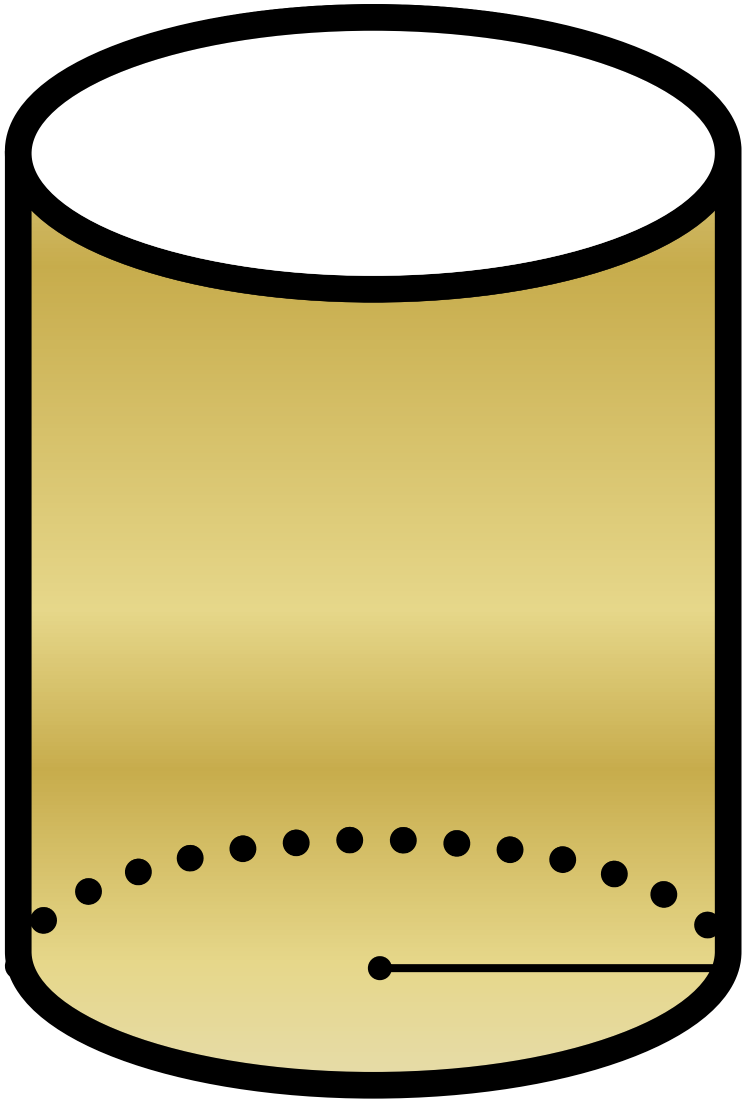
Soru : **Taban çapı 80 cm, yüksekliği 1 m olan dik silindir şeklindeki üstü açık metal varilin; A) Yan yüzeyi reklam filmi ile kaplanacaktır. Bunun için kaç $\underline{m^2}$ film kullanılır ? ($\pi = 3$ alınız.)**



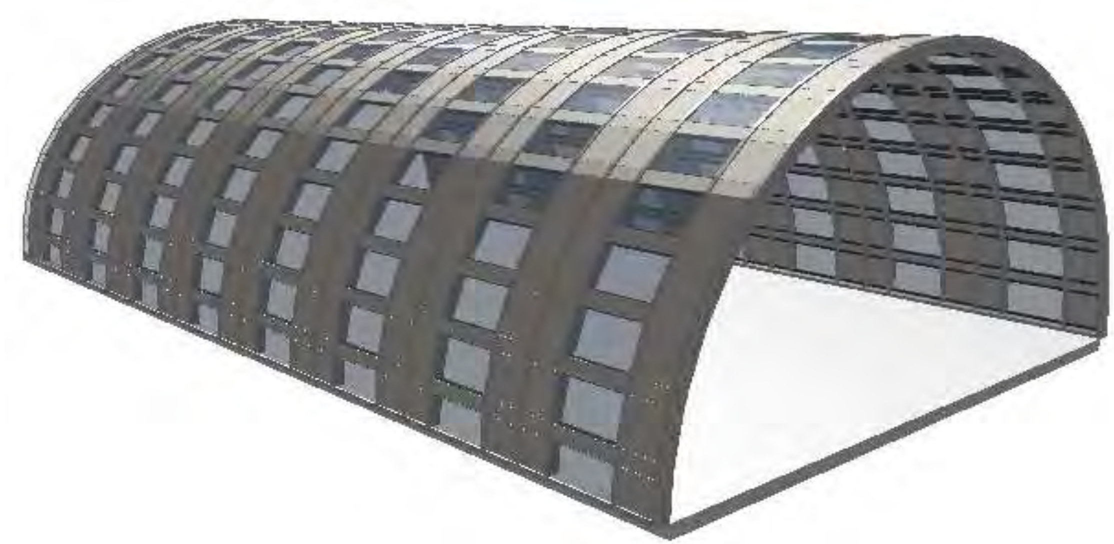
B) **İçi en fazla kaç l (litre) sıvı alır ?** **$1 \ l = 1 \ dm^3$ alınır.**

(Hacim durumunun en fazla olabilmesi için silindirin sınır kalınlığı göz önüne alınmaz.)

C) **Varilin sınır kalınlığı 5 cm olsaydı varilini içine konulacak sıvı kaç l olurdu ?**

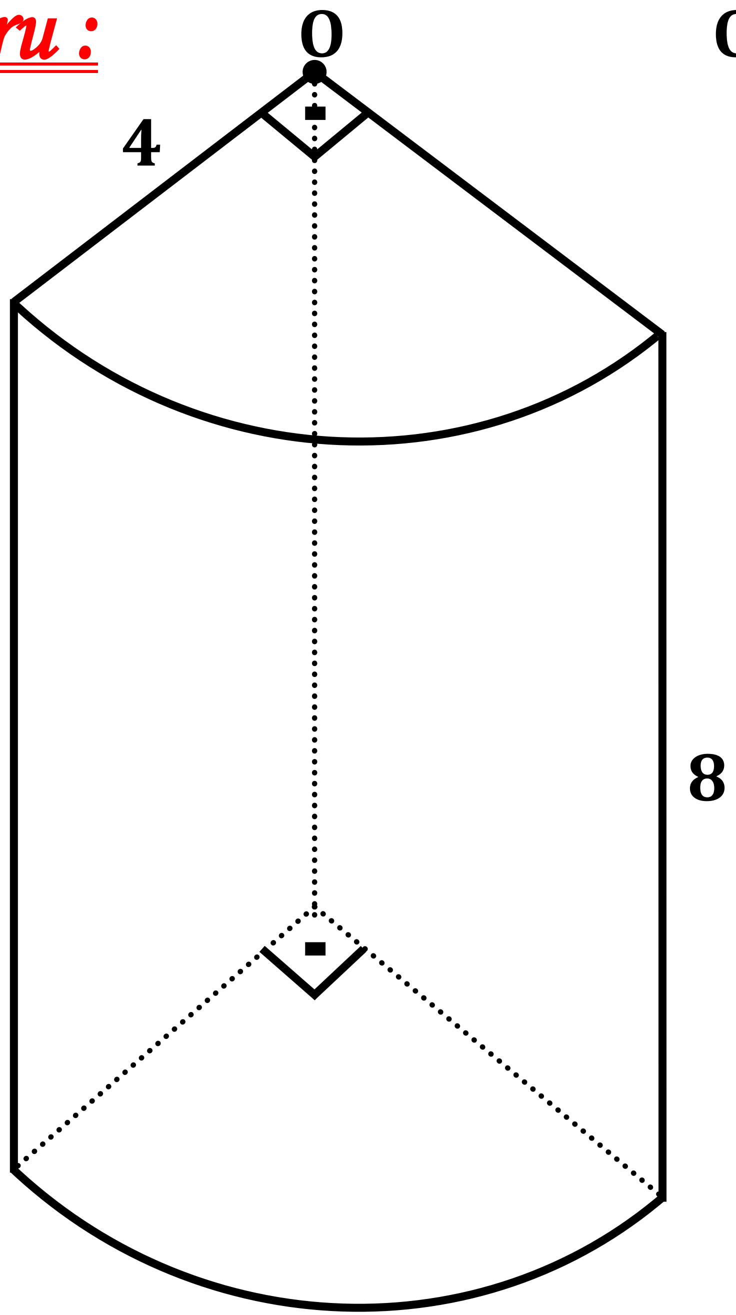


Soru : **Yatık haldeki <u>yarım</u> dik silindir şeklindeki depo (silo) buğday ile doldurulacaktır. Deponun; giriş yüzünün yarıçapı 5 m, arkadan öne uzunluğu 30 m ise depo <u>en fazla</u> kaç m ^{3} buğday alabilir ?**



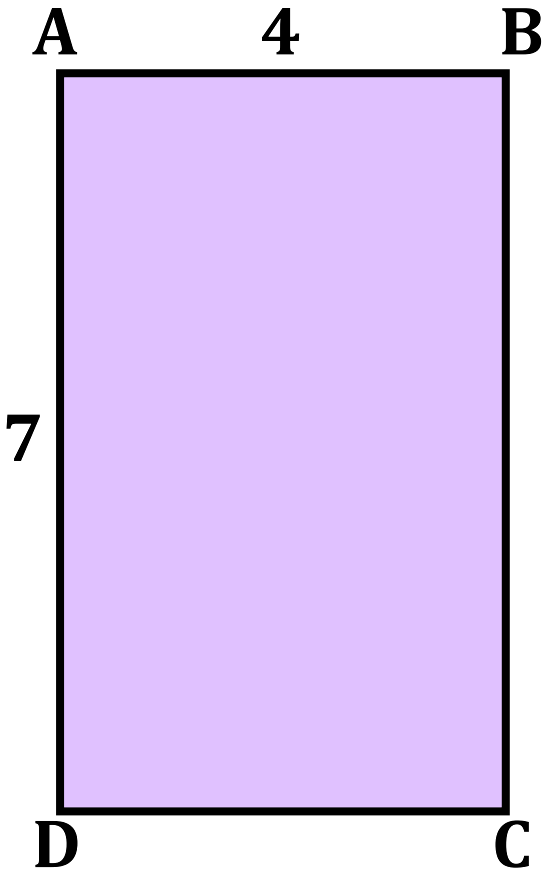
Soru : **Silindir şeklindeki kütüğün taban yarıçapı 5 br ve yüksekliği de 20 br'dir. Kütük tam ortadan ikiye kesiliyor. Bu kütük parçalarından birinin yüzey alanını bulunuz. ($\pi = 3$ alınız.)**

Soru : **O taban merkezi olmak üzere dik dairesel silindir <u>diliminin</u> tüm alanını bulunuz.**

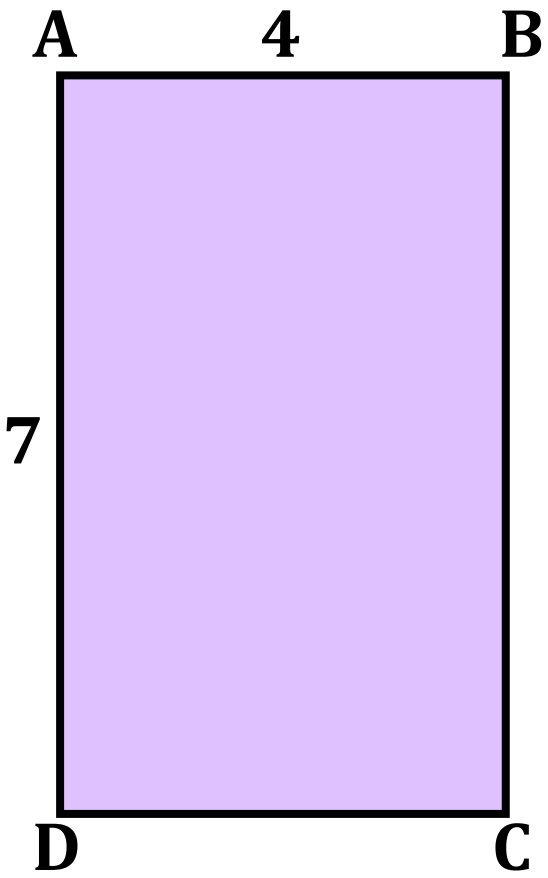


Soru : **Asfalt düzeltmede kullanılan yol silindiri aracında ön kısımda bulunan silindirin çapı 1,5 m , genişliği ise 2 m ’dir. Asfalt atılan bir bölgede yolu 100 tam tur atarak düzleştiren yol silindiri en fazla kaç m^2 alanı düzeltmiştir ? ($\pi = 3$ alınız.)**

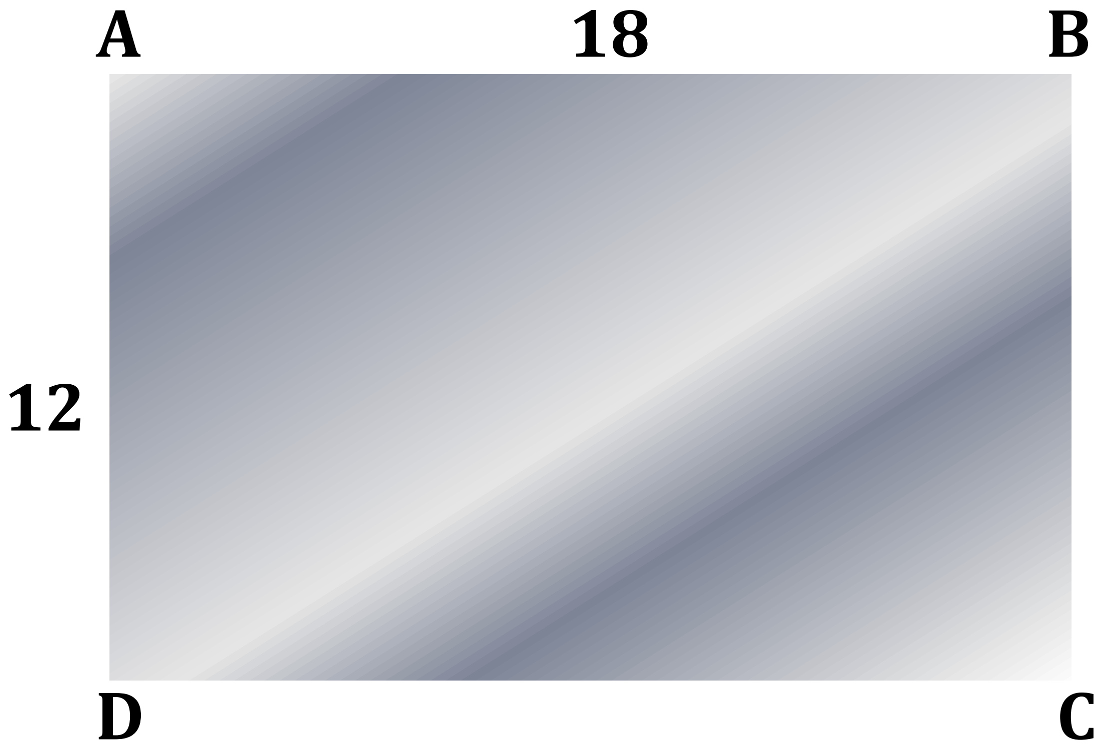
Soru : **ABCD dikdörtgeni; A) [AD] kenarı etrafında 360° döndürülerek oluşacak olan sanal dönel silindirin hacmini bulunuz.**

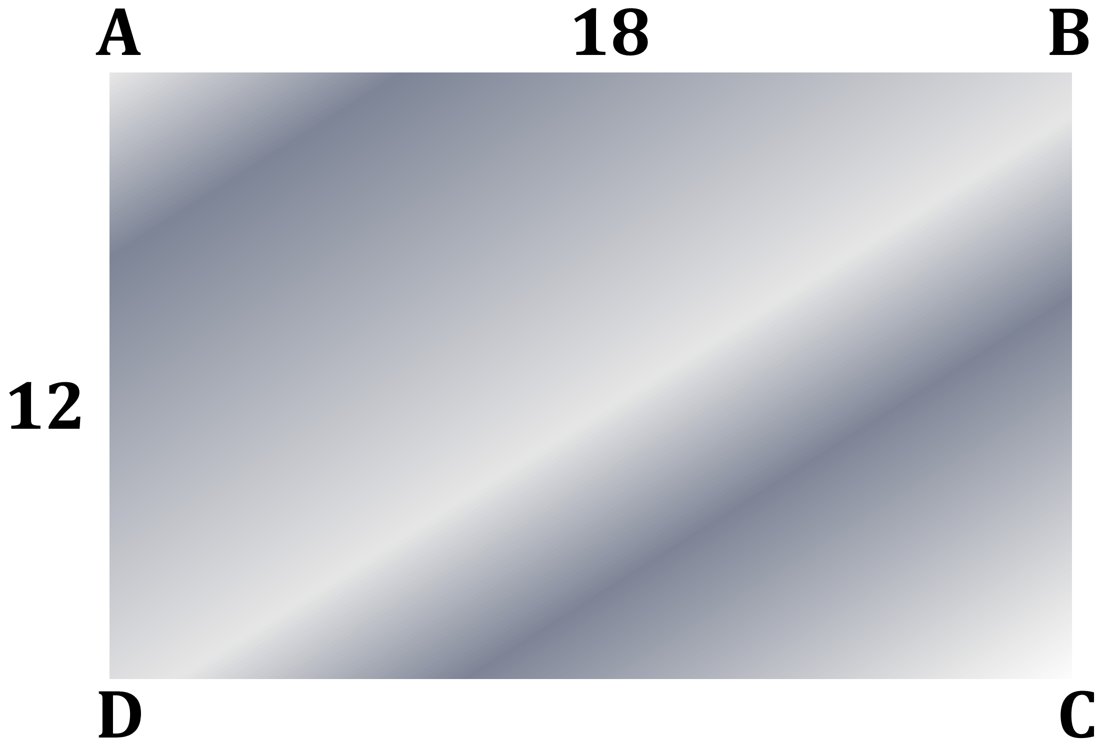


B) **[DC] kenarı etrafında 360° döndürülerek oluşacak olan sanal dönel silindirin hacmini bulunuz.**

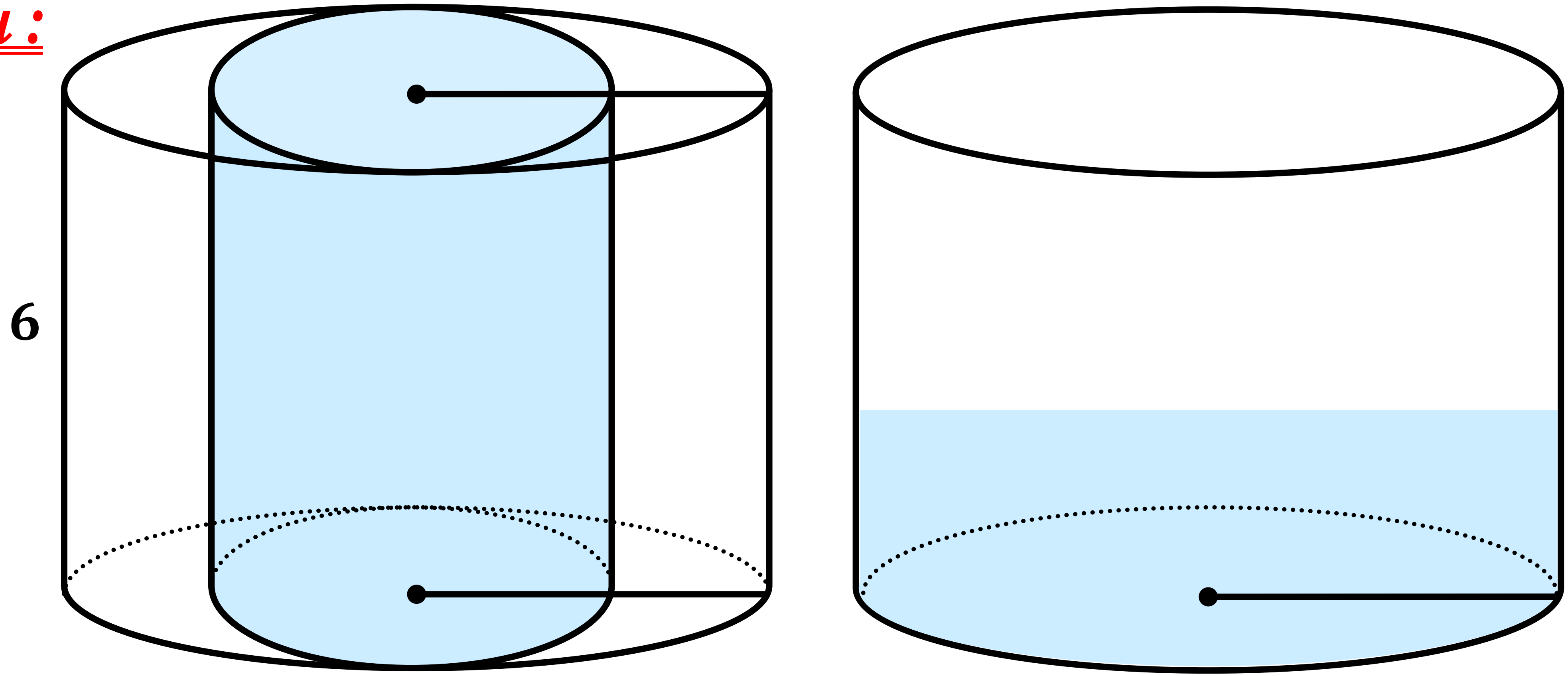


Soru : **ABCD dikdörtgen şeklindeki metal levhada; [AB] ve [DC] kenarları birleştirilerek oluşturulan silindirin hacmi, [AD] ve [BC] kenarları birleştirilerek oluşturulacak olan silindirin hacminden kaç eksiktir ? (π = 3 alınız.)**



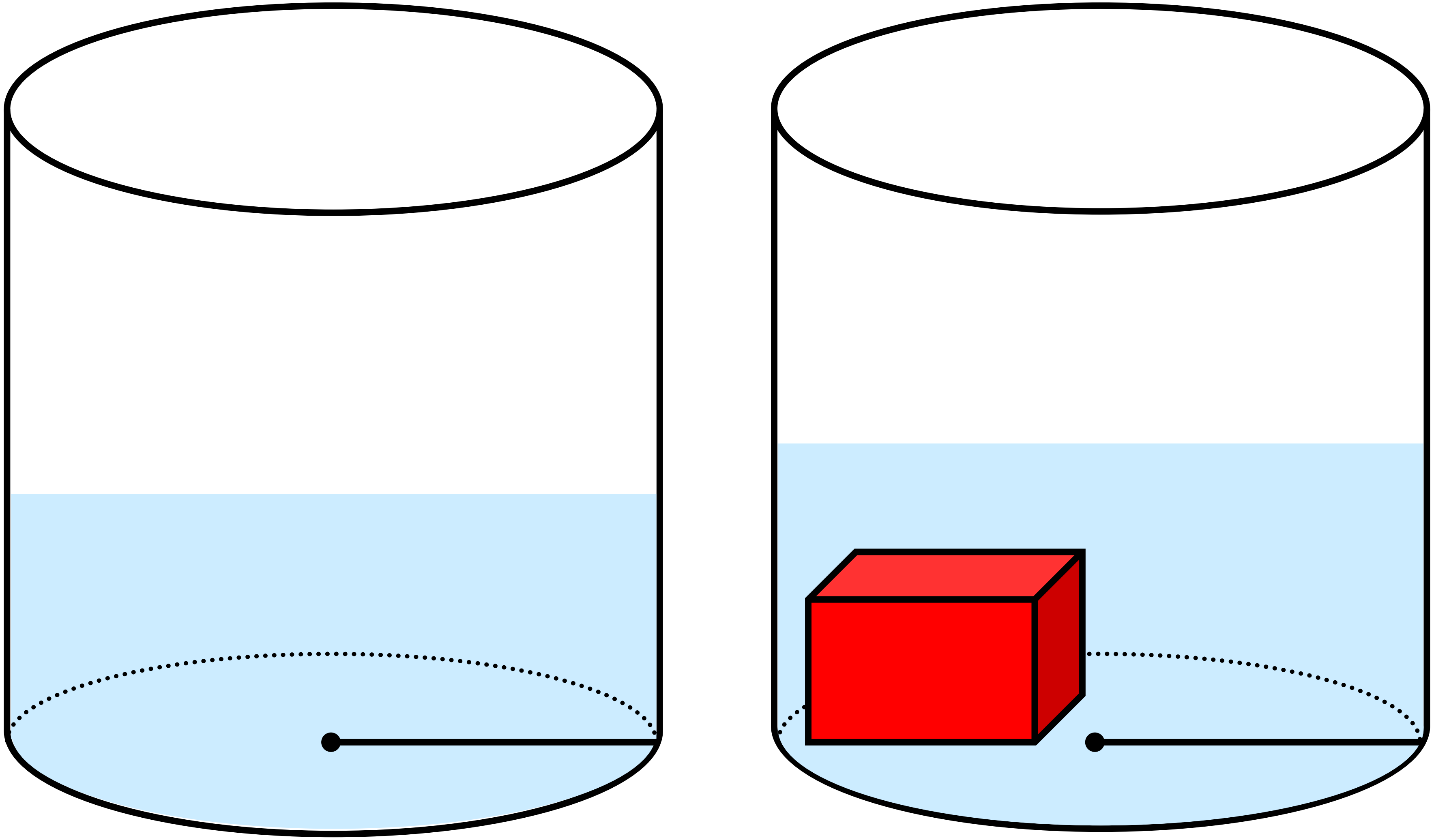

A
18
B
12
D
C

Soru :



Tabanları ve merkezleri ortak olan iç içe iki dik silindirin yarıçapları 3 ve 5 br 'dir. İçerdeki silindir su ile doludur. İçerdeki silindir olmasaydı sağdaki durum oluşurdu. Suyun yüksekliği kaç <u>en fazla</u> kaç br olur ?

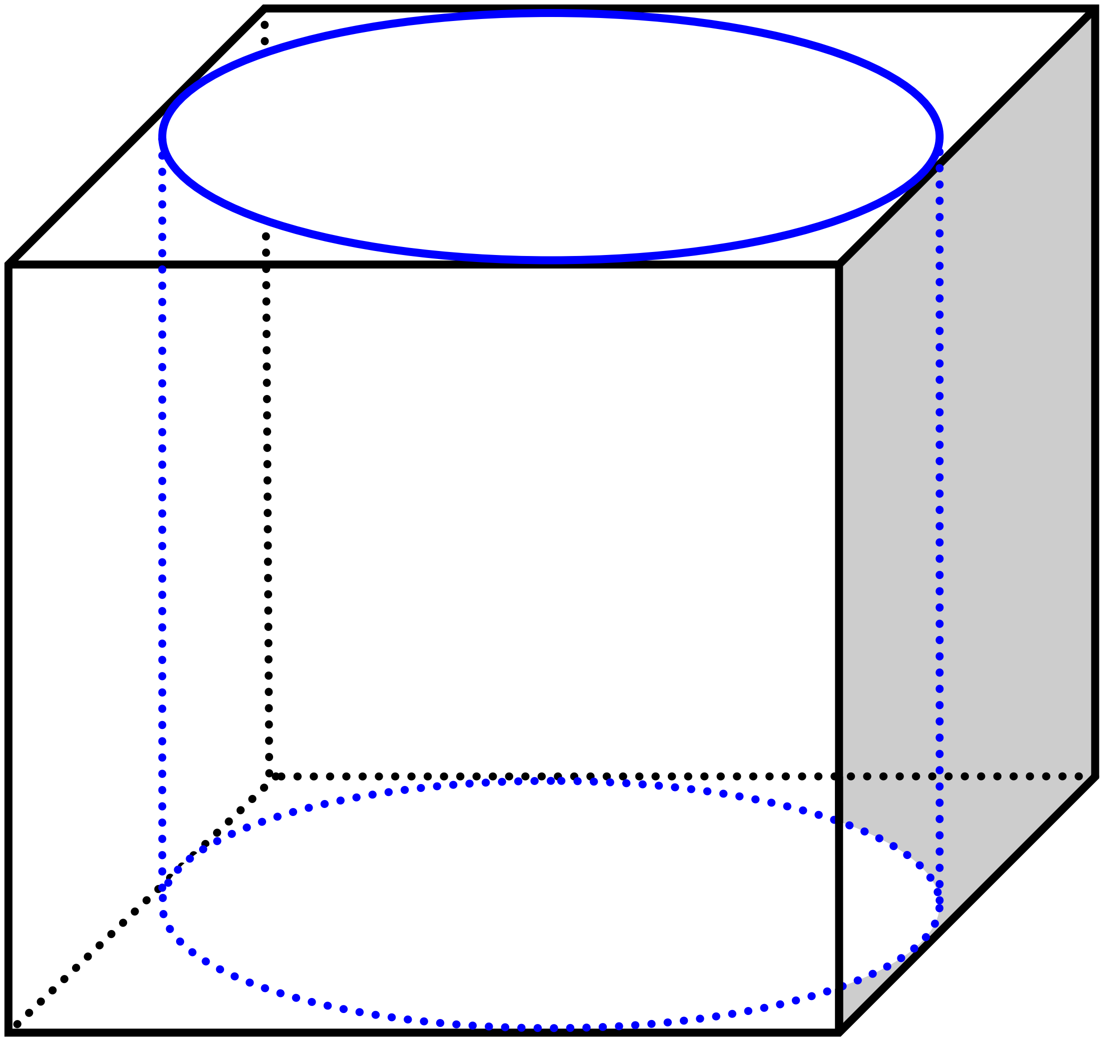
Soru :



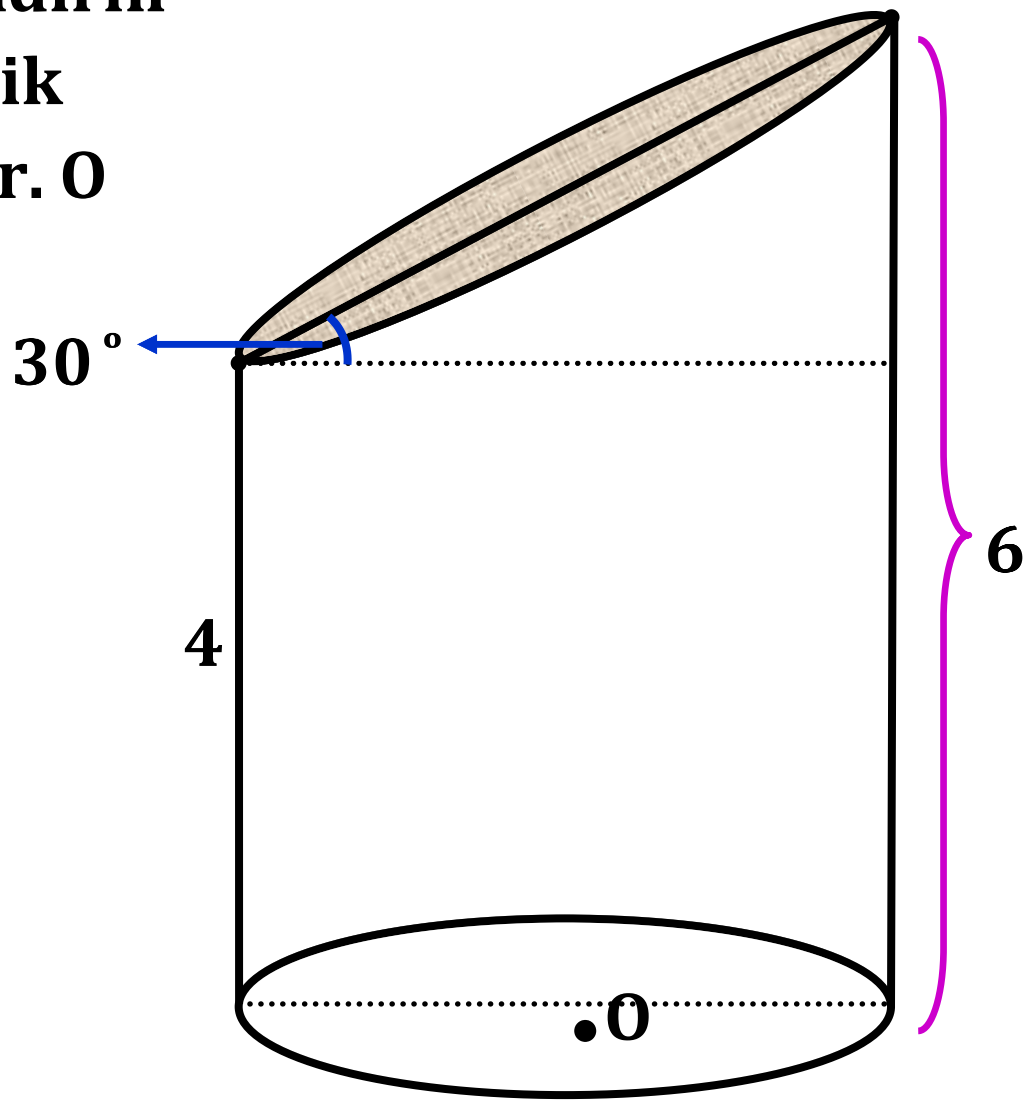
Taban yarıçapı 12 br olan silindirin iç kısmında bir miktar sıvı bulunmaktadır. Silindirin içine ayrıtları 10 , 6 ve 4 br olan dikdörtgenler prizması şeklinde bir madde bırakılıyor. Sıvıdaki yükseklik öncekine göre kaç br yükselmiş olur ? (π = 3 alınız.)

(Ayrıtları a , b ve c br olan dikdörtgenler prizmasının hacmi a . b . c idi. Bu şekil silindire katıldığında prizmanın hacmi sıvıdaki yükselen kısmın hacmine eşitlenir.)

Soru : **Bir ayrıtı 8 br olan küpün içine sığabilecek <u>en büyük</u> hacimli silindir küpün içinden çıkarılırsa kalan cismin hacmi ne olur ? (π = 3 alınız.)** **(Şekil verilmeseydi soruya uygun şekil çizilir ve çözüm yapılırdı. Bir ayrıtı a br olan küpün hacmi a^3 idi.)**

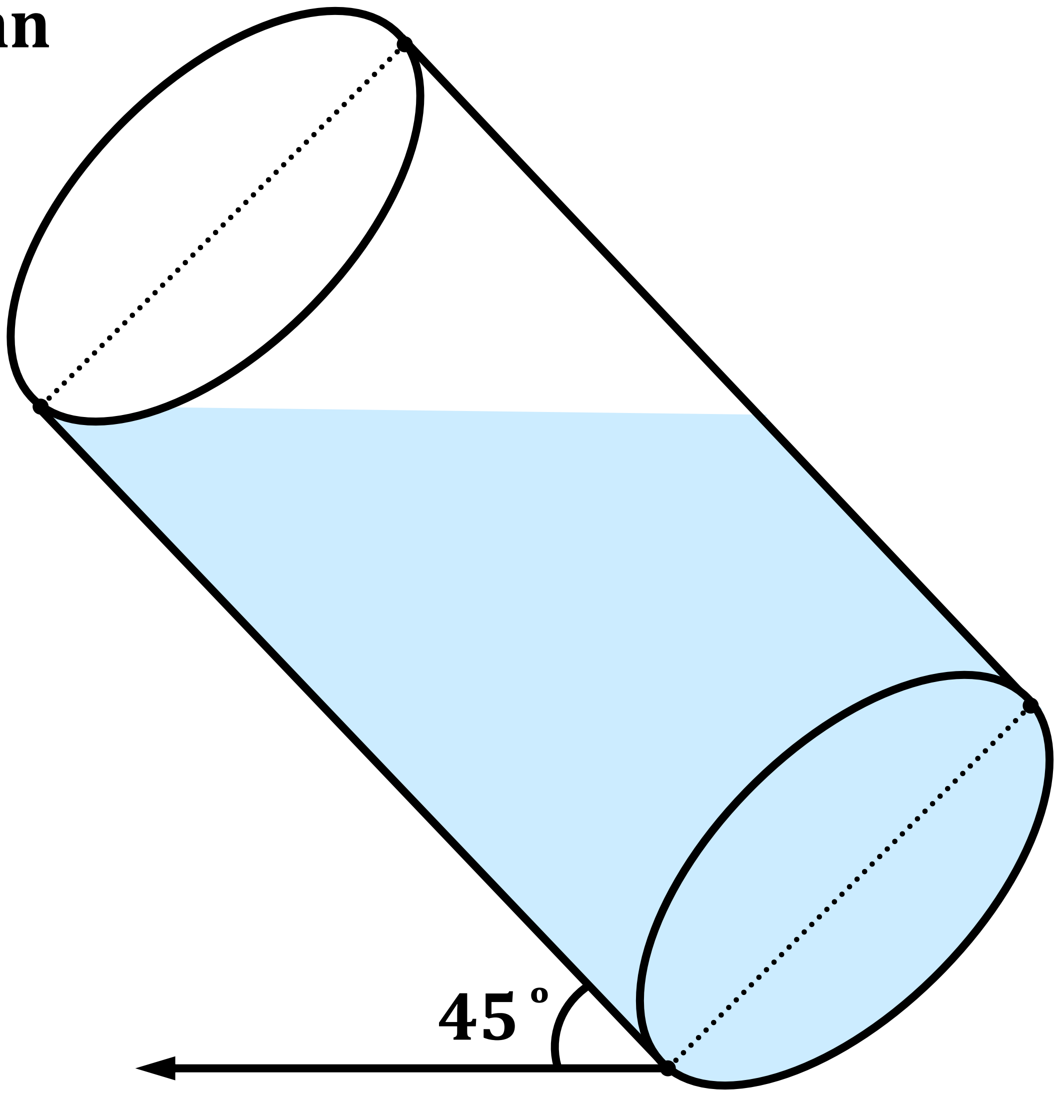


Soru : Yandaki dik dairesel silindirin üst kısmı taban düzlemi ile 30°'lik açı yapan bir düzlemle kesilmiştir. O taban merkezi ise şeklin hacmini bulunuz.



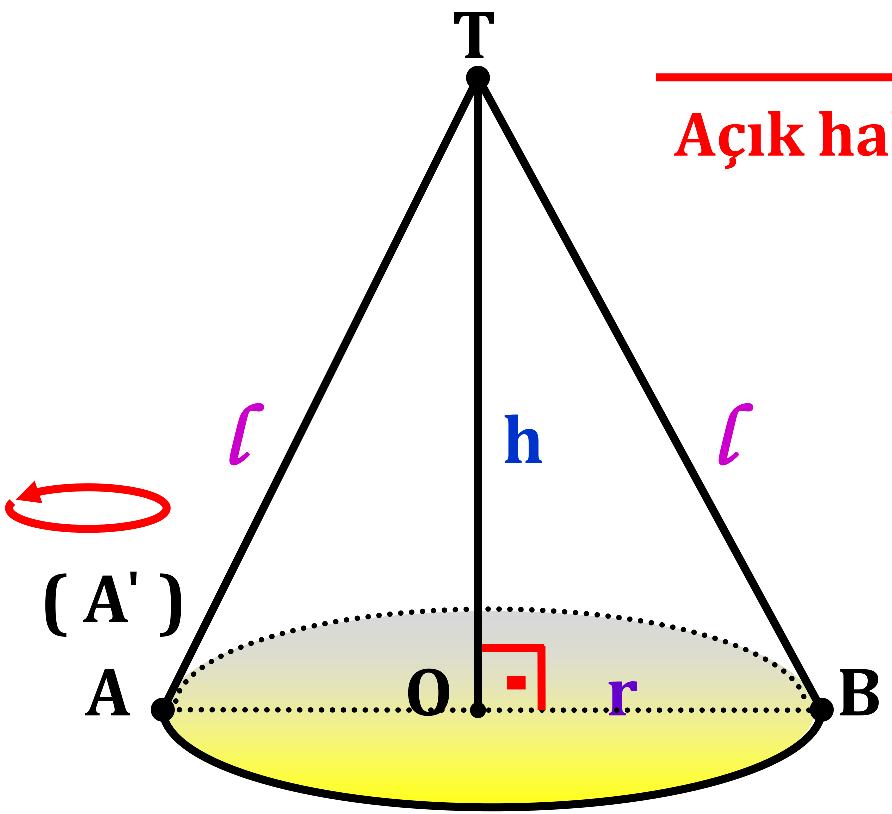
(Silindirin alt parçası ile üst parçası ayrı hesaplanır. Üst kısım tam düşünülür ve yarısı alınır.)

Soru : **Taban yarıçapı 10 br olan ağzı açık dik silindirin içi su ile doludur. Silindir şekildeki gibi eğildiğinde içinden bir miktar su dökülüyor. Dökülen suyun hacmini bulunuz.**

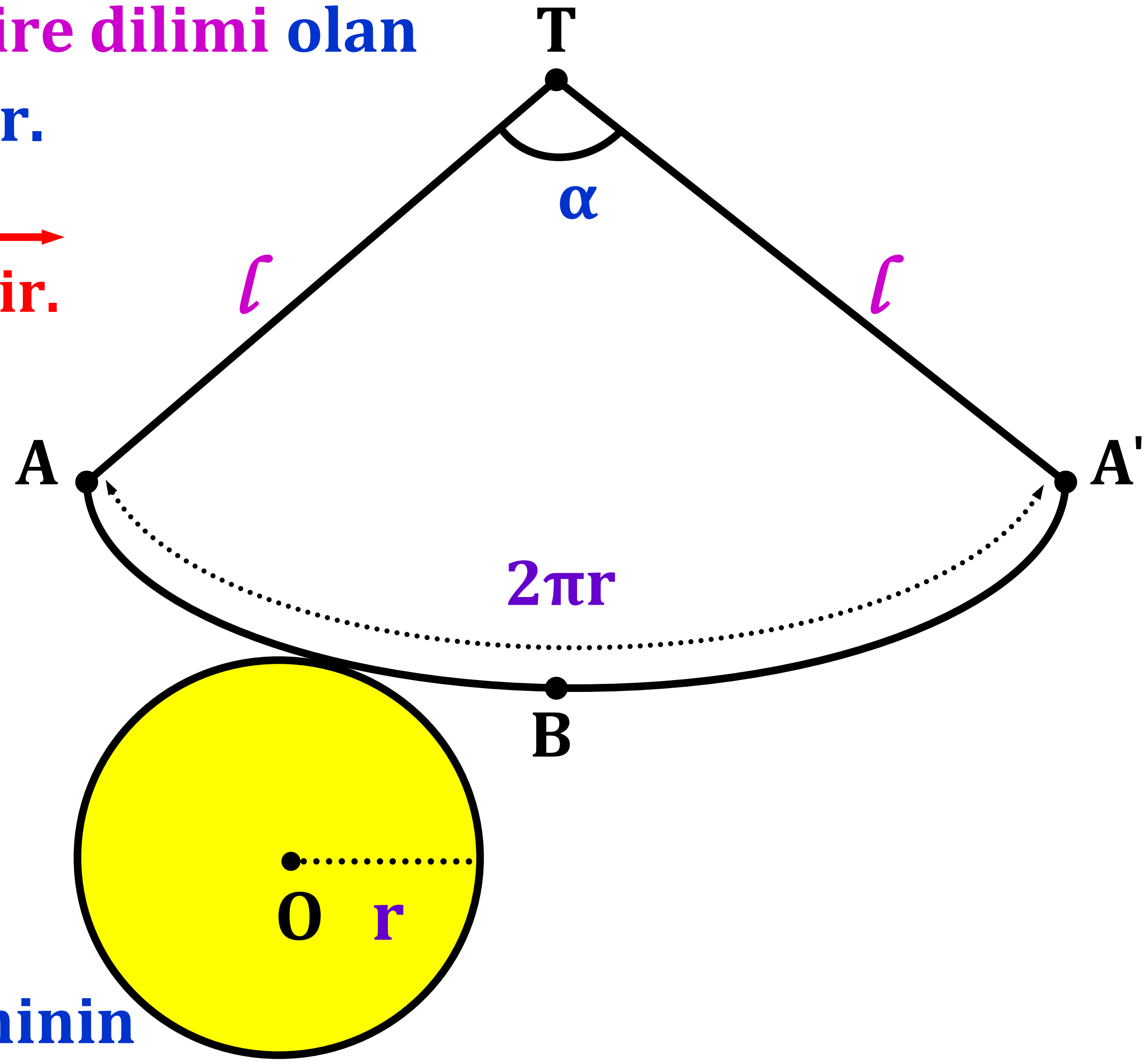


KONİ

Tabanı daire ve yan yüzü daire dilimi olan dik piramide “ koni ” adı verilir.



Açık halidir.



Koni açıldığında T daire diliminin merkez noktası, ℓ ’de daire diliminin yarıçapı olur. ℓ ’ye koninin ana doğru parçası adı da verilir.

Dik dairesel konide;

A) $|\overset{\frown}{ABA'}| = 2\pi r$ 'dir. Dolayısıyla $|\overset{\frown}{AB}| = |\overset{\frown}{BA'}| = \pi r$ olarak alınır.

B) Daire dilimindeki yay parçası $2\pi l \cdot \dfrac{\alpha}{360^\circ}$ olarak bulunurdu.

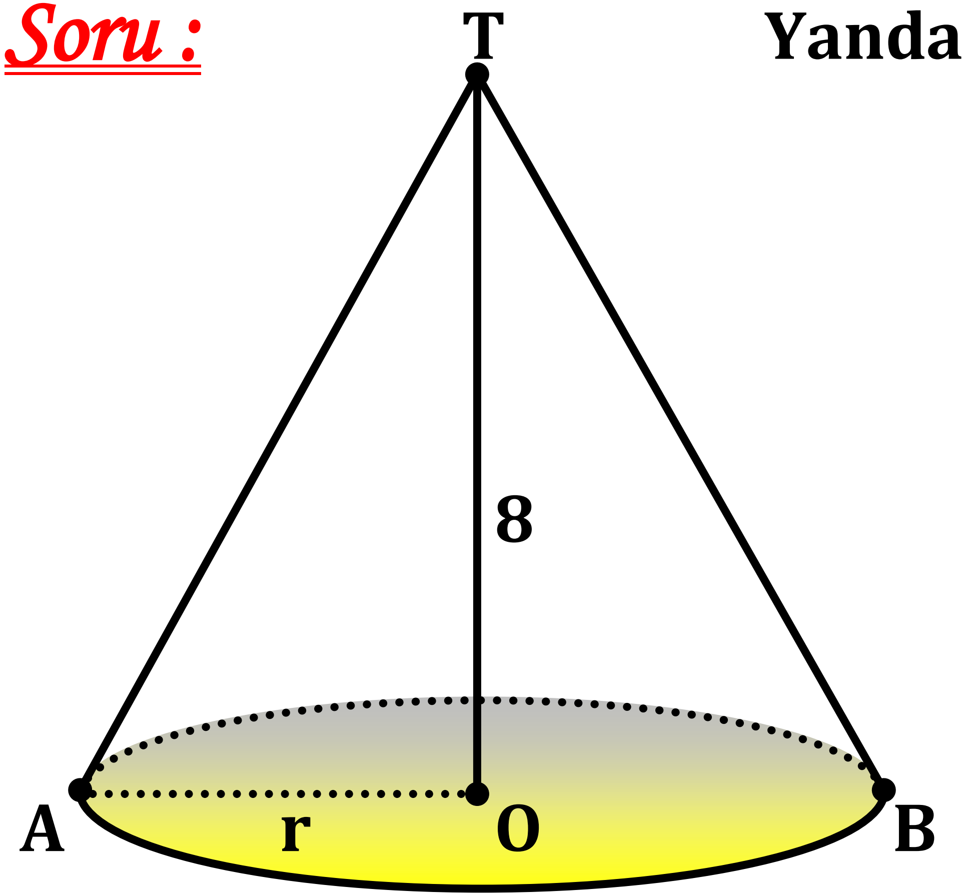
$2\pi l \cdot \dfrac{\alpha}{360^\circ} = 2\pi r$ eşitliğinden $\dfrac{r}{l} = \dfrac{\alpha}{360^\circ}$ olarak alınır.

C) Yanal alan daire dilimidir. Daire diliminin alanı $\pi l^2 \cdot \dfrac{\alpha}{360^\circ}$ idi. **B** maddesi kurala uygulanırsa Yanal alan $= \pi \cdot r \cdot \ell$ olarak alınır.

D) Yüzey Alanı $= \pi \cdot r \cdot \ell + \pi \cdot r^2$ olarak alınır.

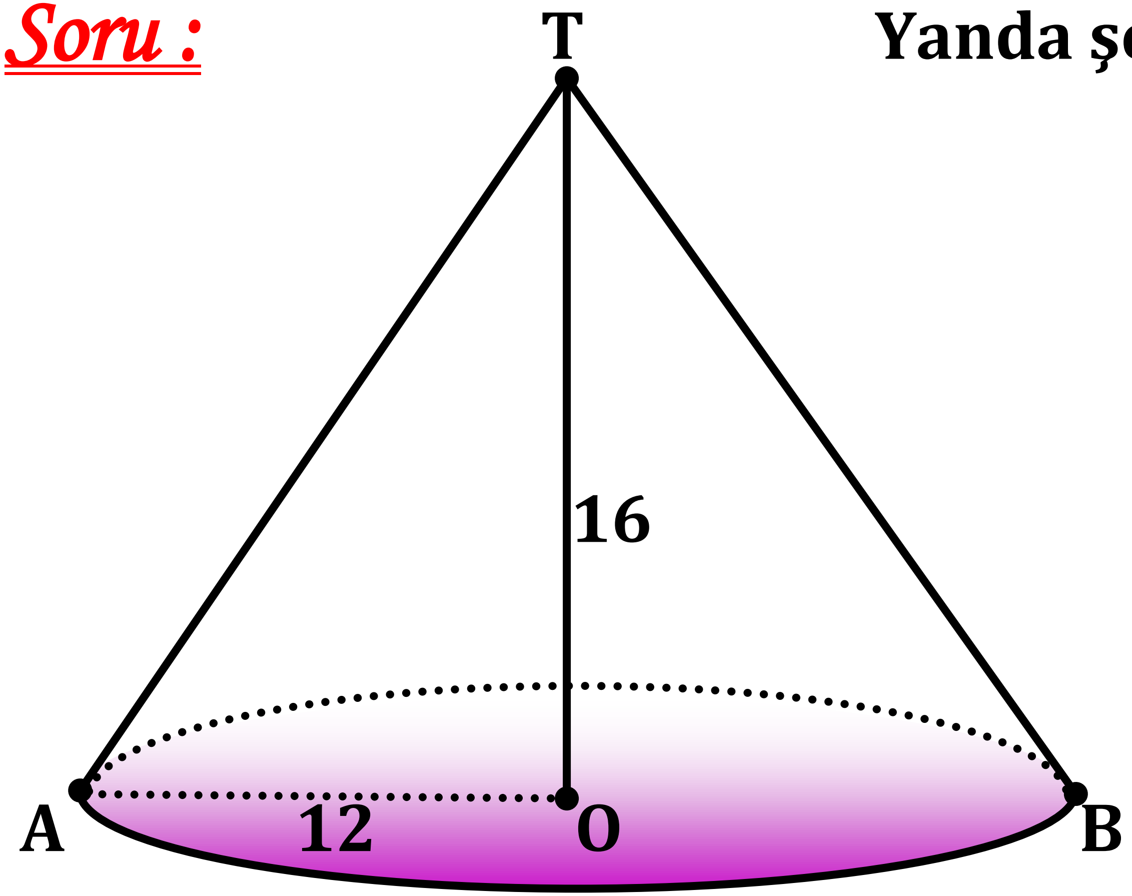
E) Hacim $V = \dfrac{\pi \cdot r^2 \cdot h}{3}$ olarak bulunur.

Soru :



Yanda şekli verilen konide |TB| = 3 . |AO| ise tabanın çapını bulunuz.

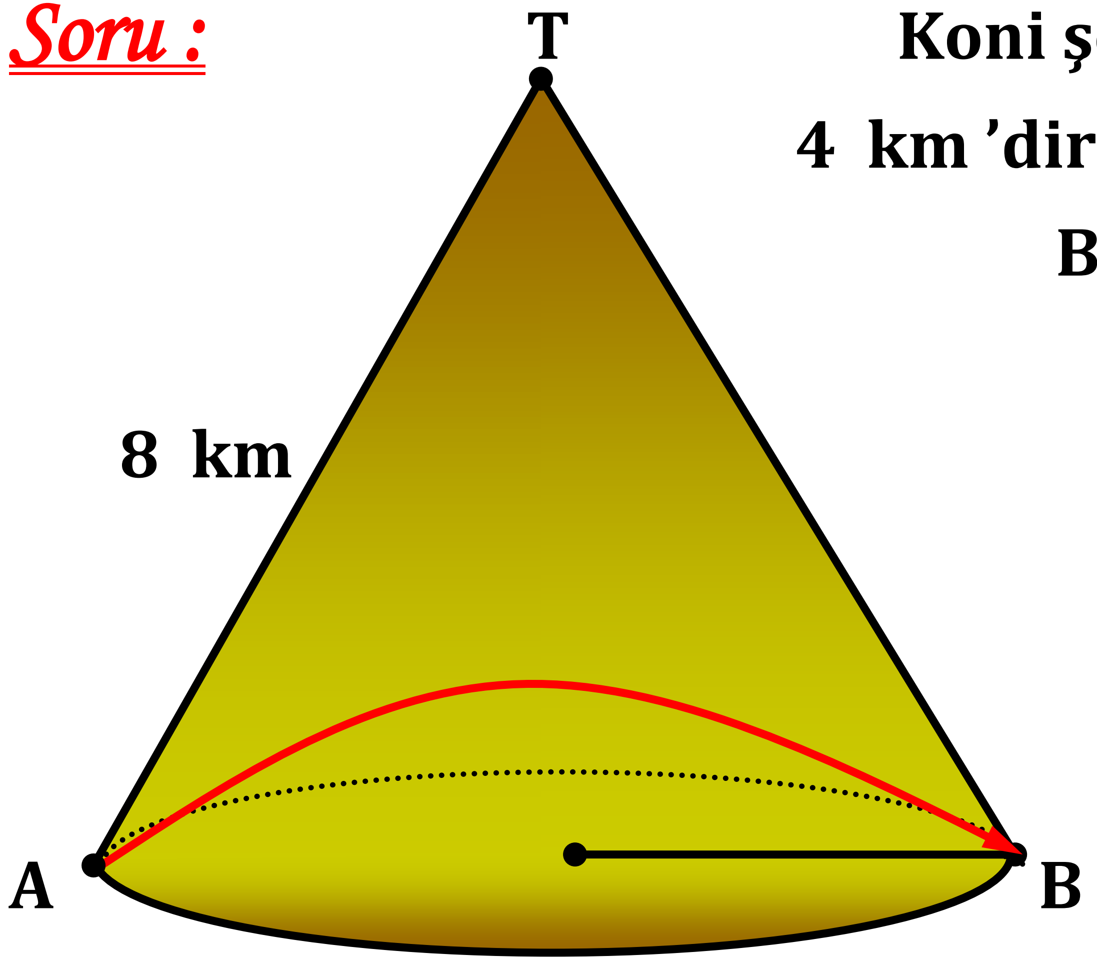
Soru :



Yanda şekli verilen; A) Ana doğrusunu bulunuz.

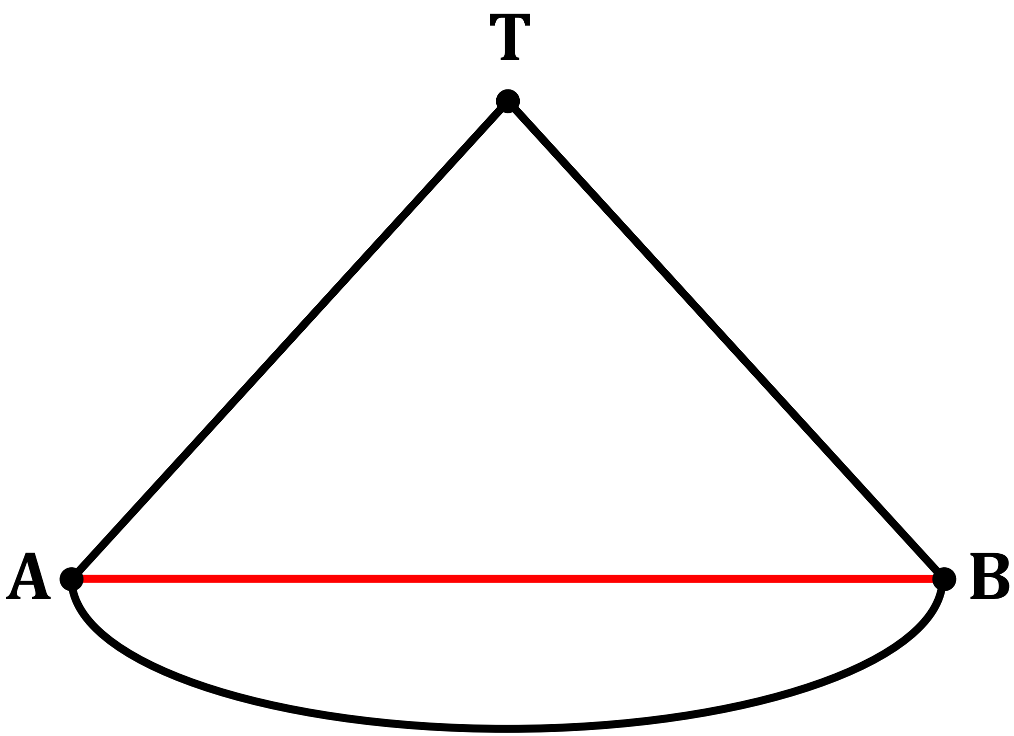
B) **Merkez açıyı bulup koninin açık halini çiziniz.**

Soru :



Koni şeklindeki bir dağın taban yarıçapı 4 km 'dir. Dağın eteğindeki A noktasından B noktasına gitmek isteyen bir kişi <u>en az</u> kaç km yol kat eder ?

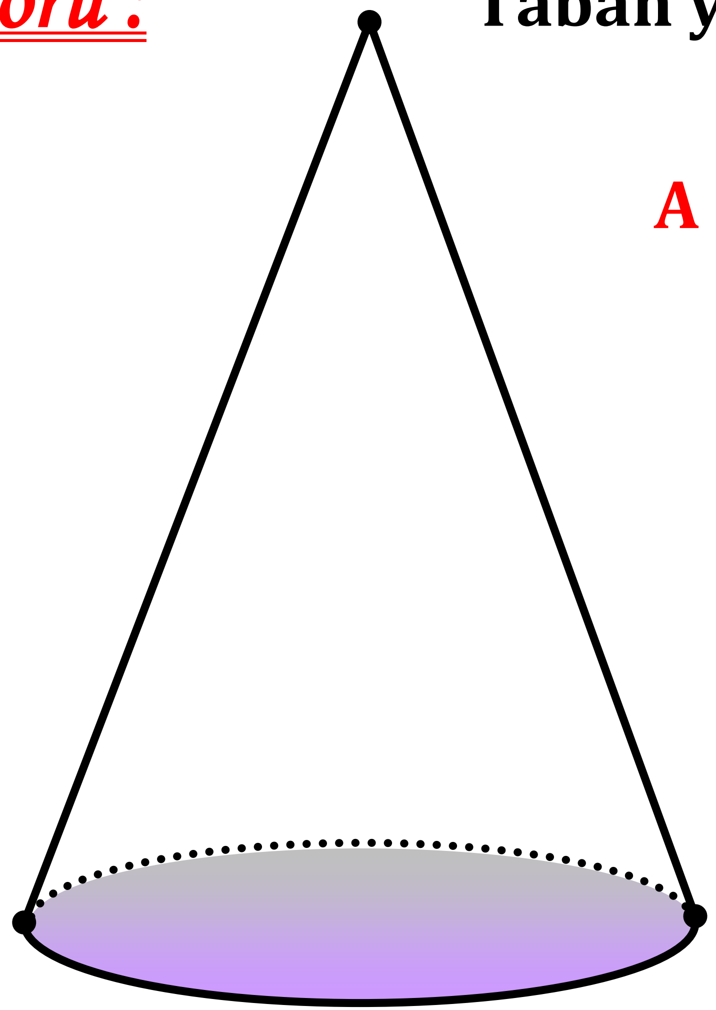
Dağın şekli düz koni olarak alınacaktır. A noktasından hareket ederek <u>yüzey üzerinden</u> B noktasına varılır. AB yayını gören üçgen oluşturulursa, yay uzunluğu ve açıdan mesafe bulunur.



Soru : **Taban çevresi 24π br olan dik dairesel koninin yüksekliği 5 br ise; A) Koninin hacmini bulunuz.**

B) Koninin ana doğru parçasının uzunluğunu bulunuz.

Soru :

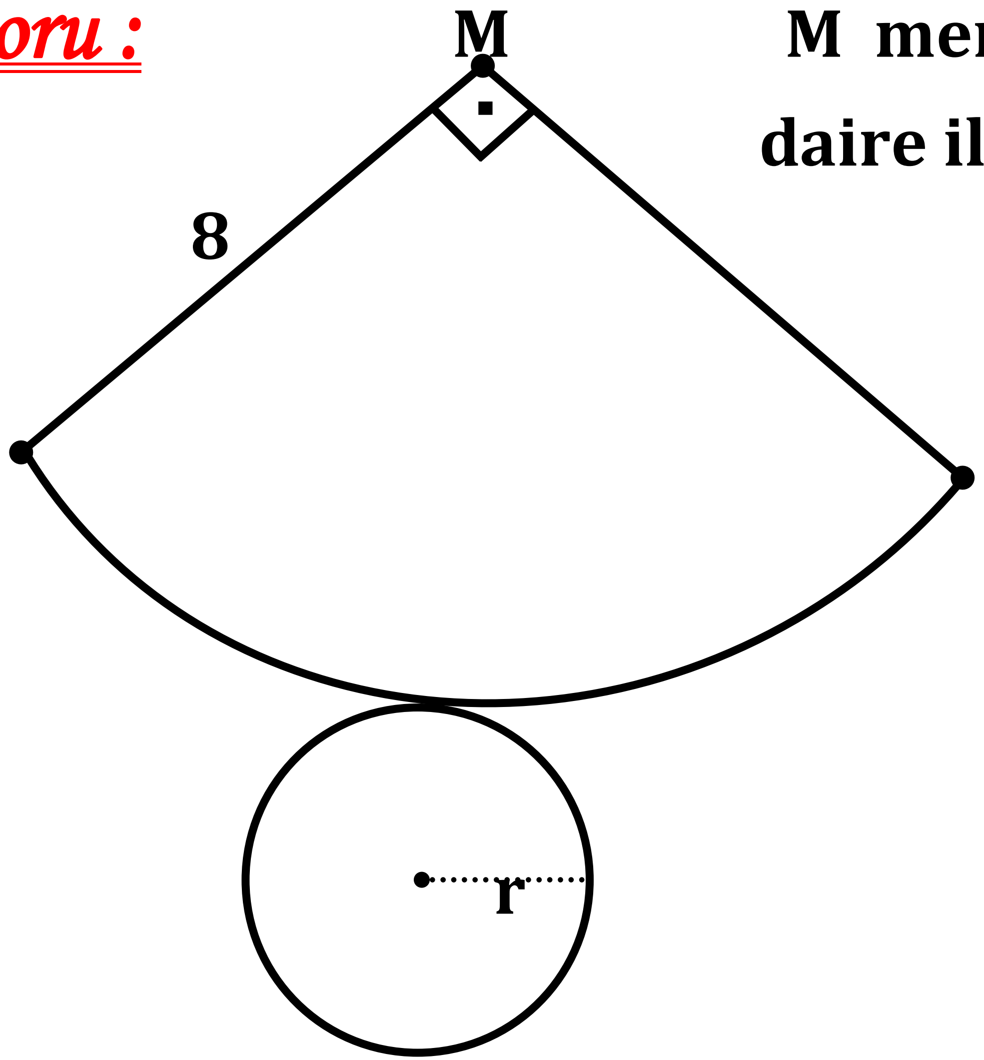


Taban yarıçapı 7 br ve ana doğrusu 25 br olan dik dairesel koni şeklindeki cismin;

A) **Alanını bulunuz.**

B) **Hacmini bulunuz.**

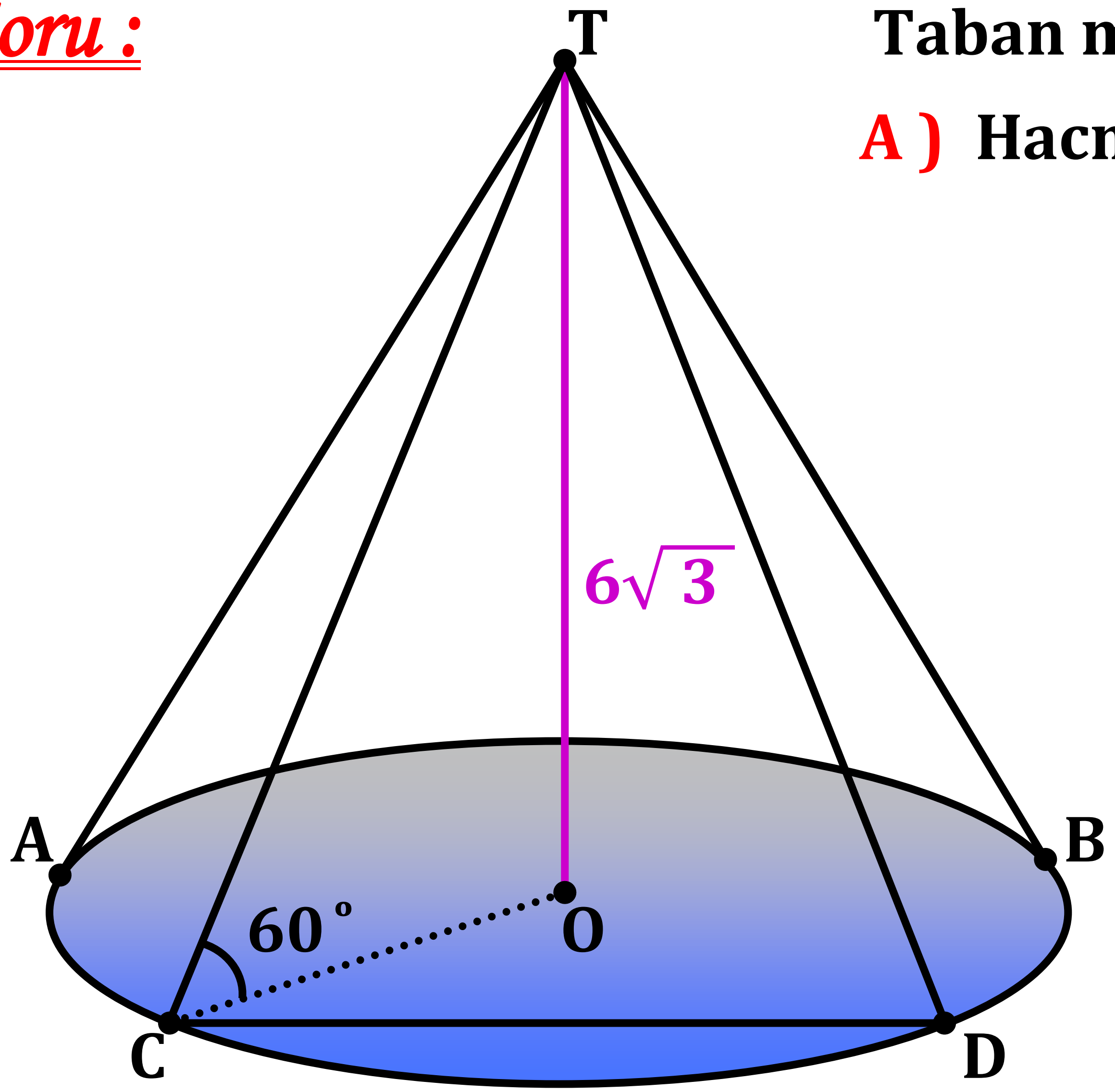
Soru :



M merkezli daire dilimi kıvrılarak alttaki daire ile birleştirilip bir dik koni oluşturuluyor. Bu koninin; A) Yarıçapını bulunuz.

B) **Yanal alanını ve hacmini bulunuz.**

Soru :

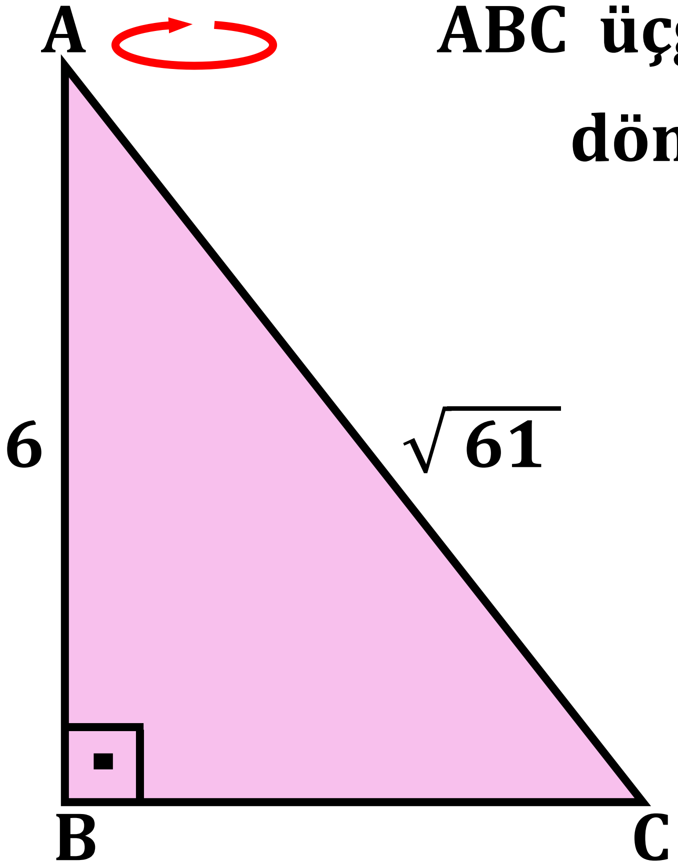


Taban merkezi O olan koninin;

A) Hacmini bulunuz.

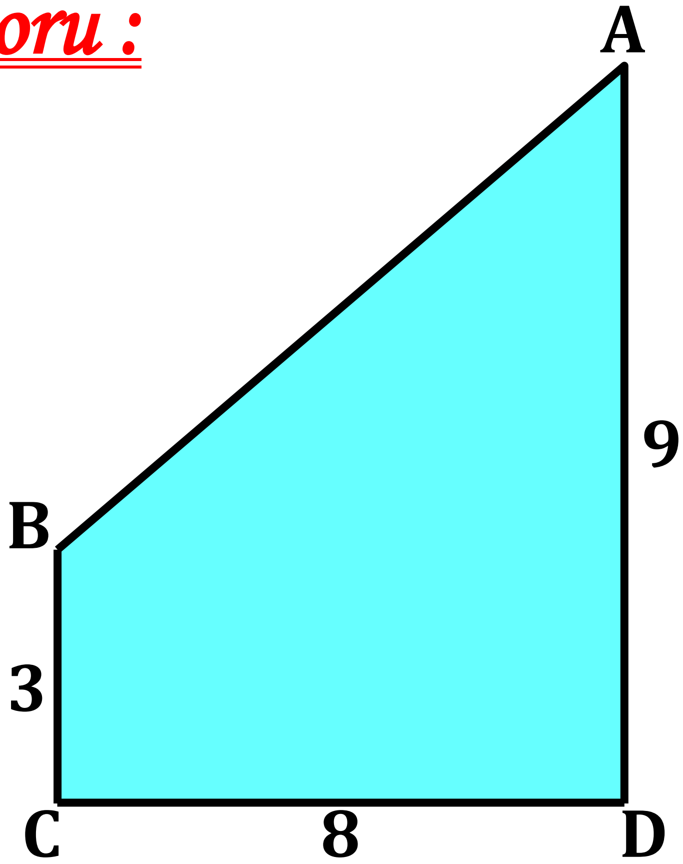
B) **Alanını bulunuz.**

Soru :



ABC üçgeni [AB] etrafında 360° döndürülmesiyle oluşan sanal şeklin hacmini bulunuz.

Soru :

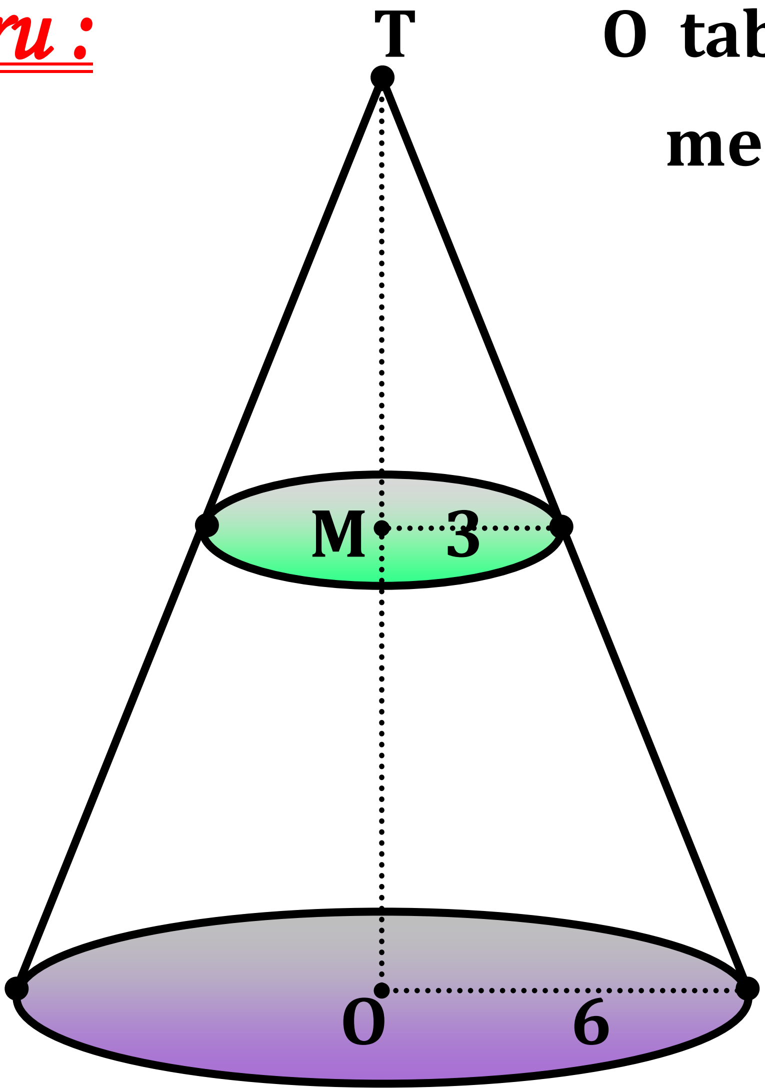


Yandaki ABCD dik yamuğu [AD] kenarı etrafında 360° döndürülmesiyle oluşan sanal şeklin; A) Hacmini bulunuz.

B) **Yüzey alanını bulunuz.**

Soru : **Alt kısmı silindir, üst kısmı koni şeklinde olan tahıl deposunun taban yarıçapı 6 m, silindirin yüksekliği 20 m ve koninin ana doğrusu ise 10 m'dir. Buna göre bu depoya konulacak olan tahılın hacmi en fazla kaç m^3 olur ? ($\pi = 3$ alınız.)**

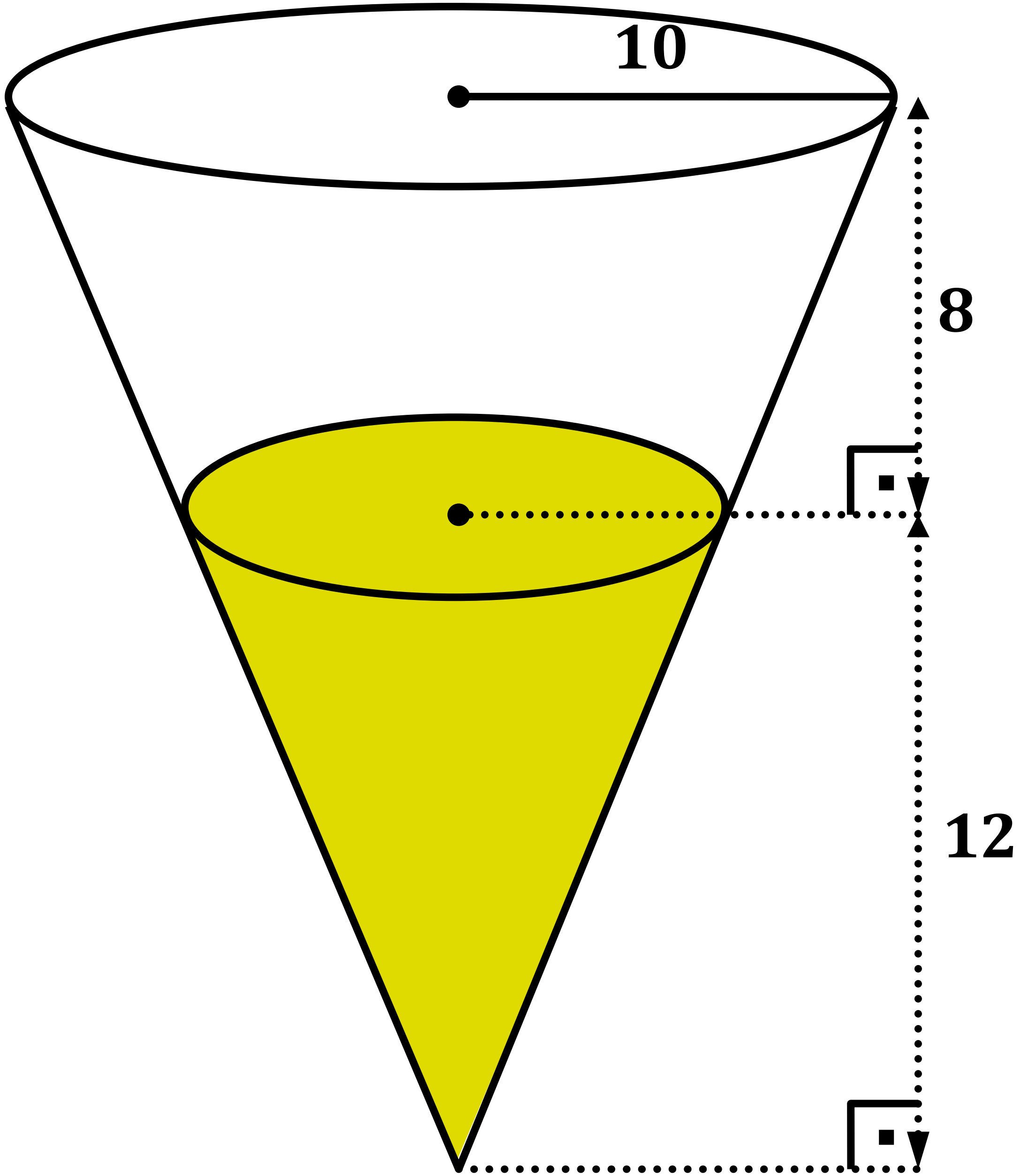
Soru :



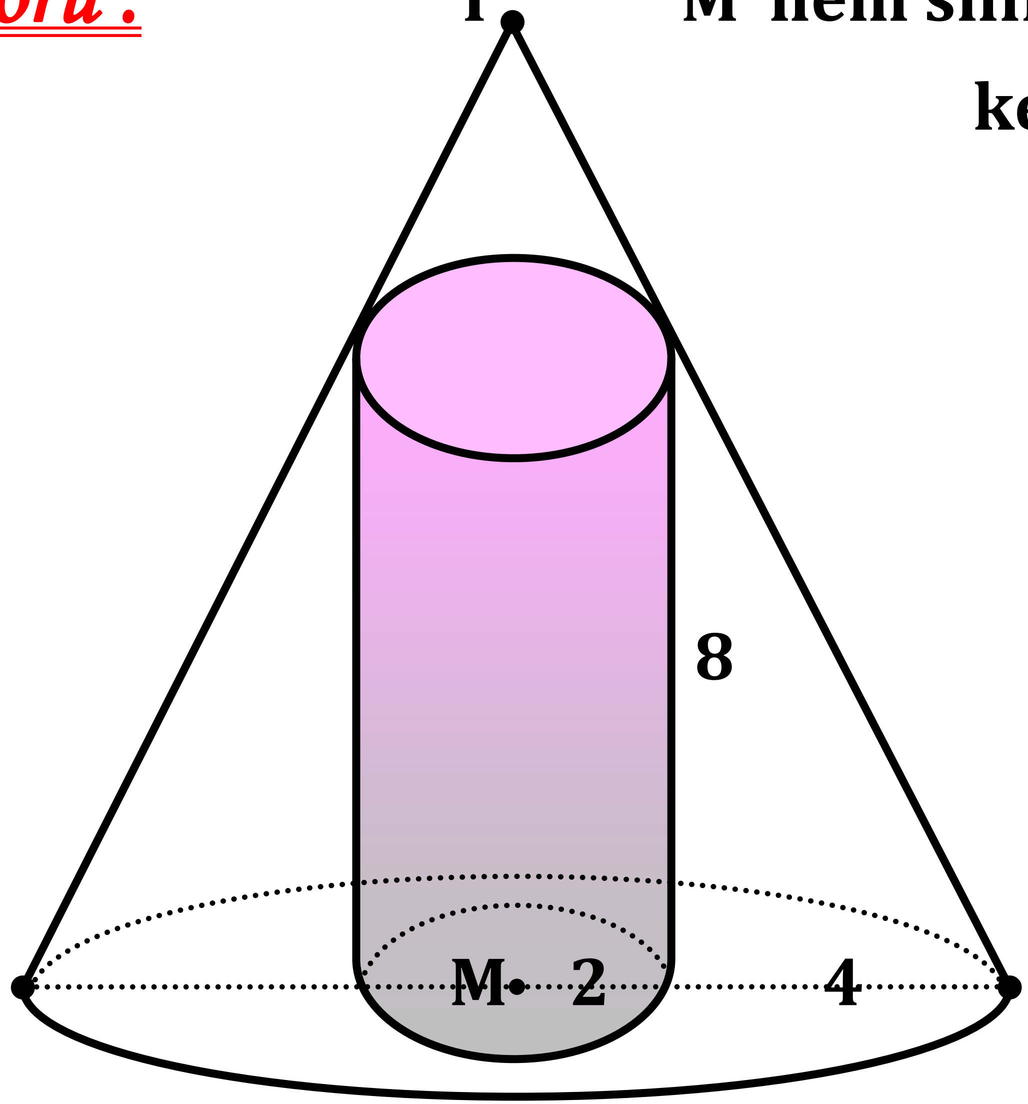
O taban merkezli dik koninin hacmi, M taban merkezli dik koninin hacminin kaç katıdır ?

(Ufak üçgen ile büyük üçgenin benzerliğinden eksik parçalar bulunur.)

Soru : Ağız kısmı yarıçapının 10 br olduğu koni ters çevrilip içine 12 br yüksekliğe kadar sıvı doldurulmuştur. Doldurulan kısmın hacmini bulunuz.

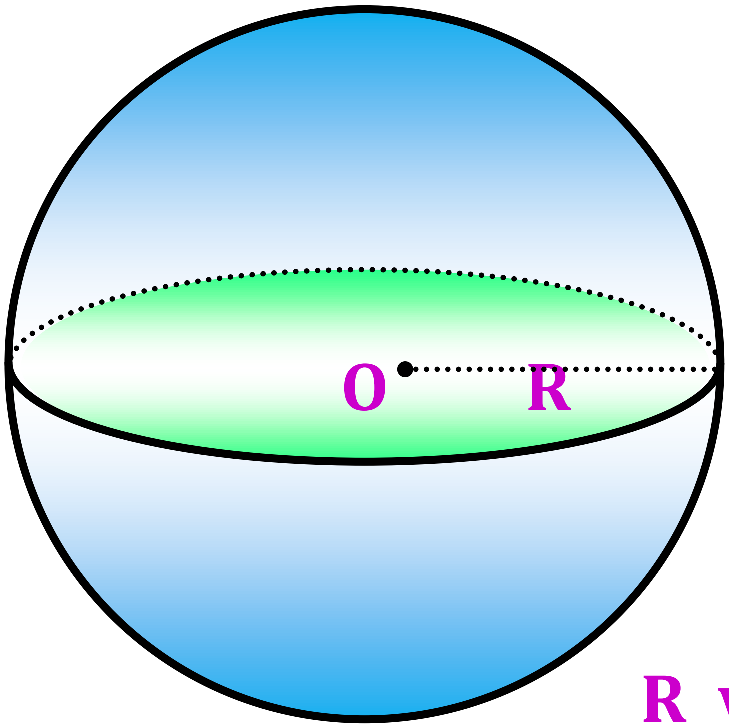


Soru :



M hem silindirin hem de koninin taban merkezidir. Silindirin hacminin koninin hacmine oranını bulunuz.

KÜRE



Uzayda sabit bir O noktasına, R br uzaklıktaki noktalarını belirttiği yüzeye **küre yüzeyi** ve bu yüzeyin sınırlandırdığı cisme " **küre** " adı verilir. O noktasına kürenin merkezi adı verilir. (Düzlemde ise bu tanıma **daire** adı verilirdi.)

R yarıçaplı bir kürenin;

1) Yüzey alanı $= A = 4\pi . R^2$ olarak hesaplanır.

2) Hacim $= V = \dfrac{4}{3} . \pi . R^3$ olarak hesaplanır.

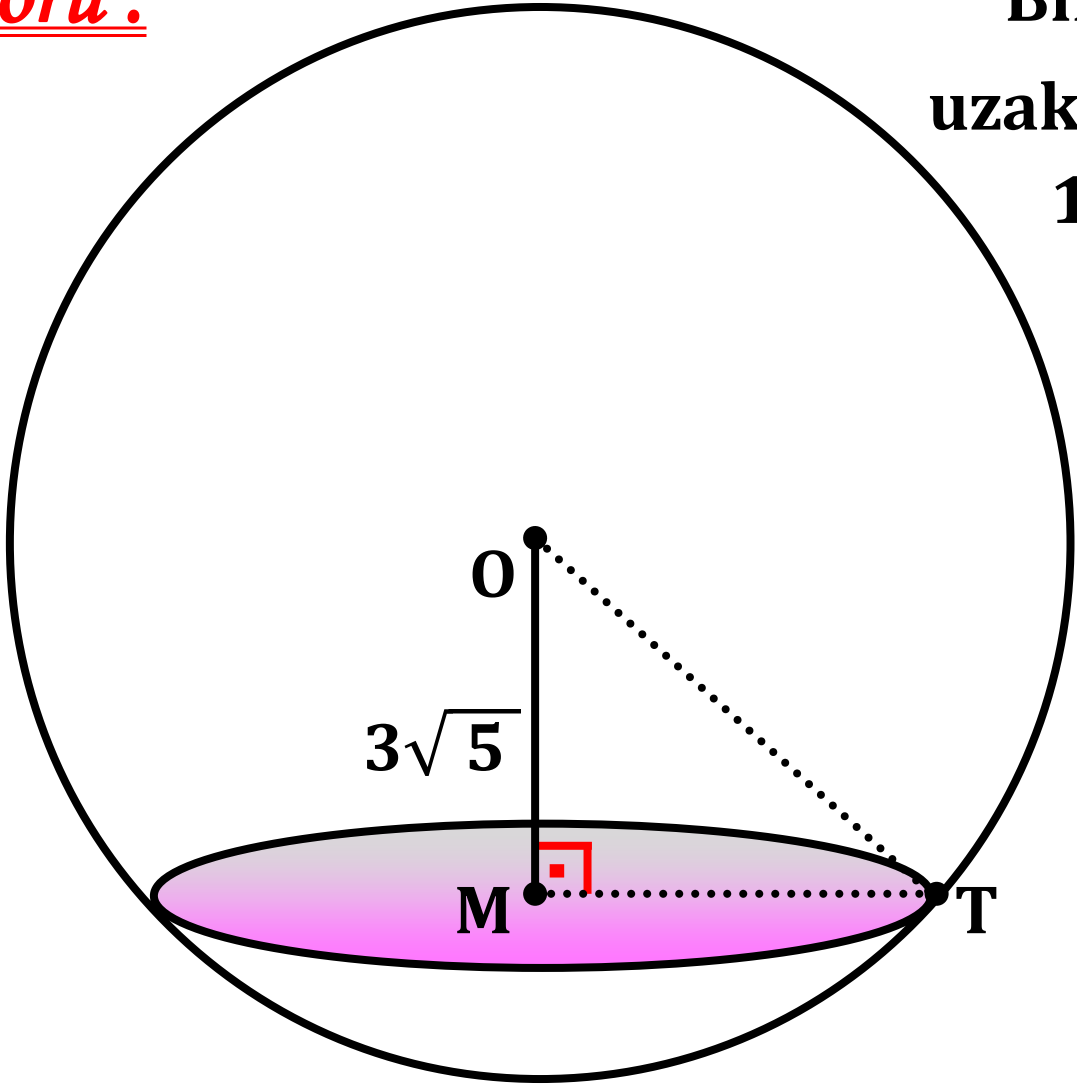
Bir küre ile kürenin merkezinden geçen bir düzlemin ara kesit kürenin en büyük dairesidir.

Soru : **Çapı 6 br olacak şekilde şişirilen topa kaç br ^{3} hava basılmıştır ?**

Soru : Yarıçapı 6 br olan kürenin hacmi, yüzey alanından kaç π fazladır ?

Soru :

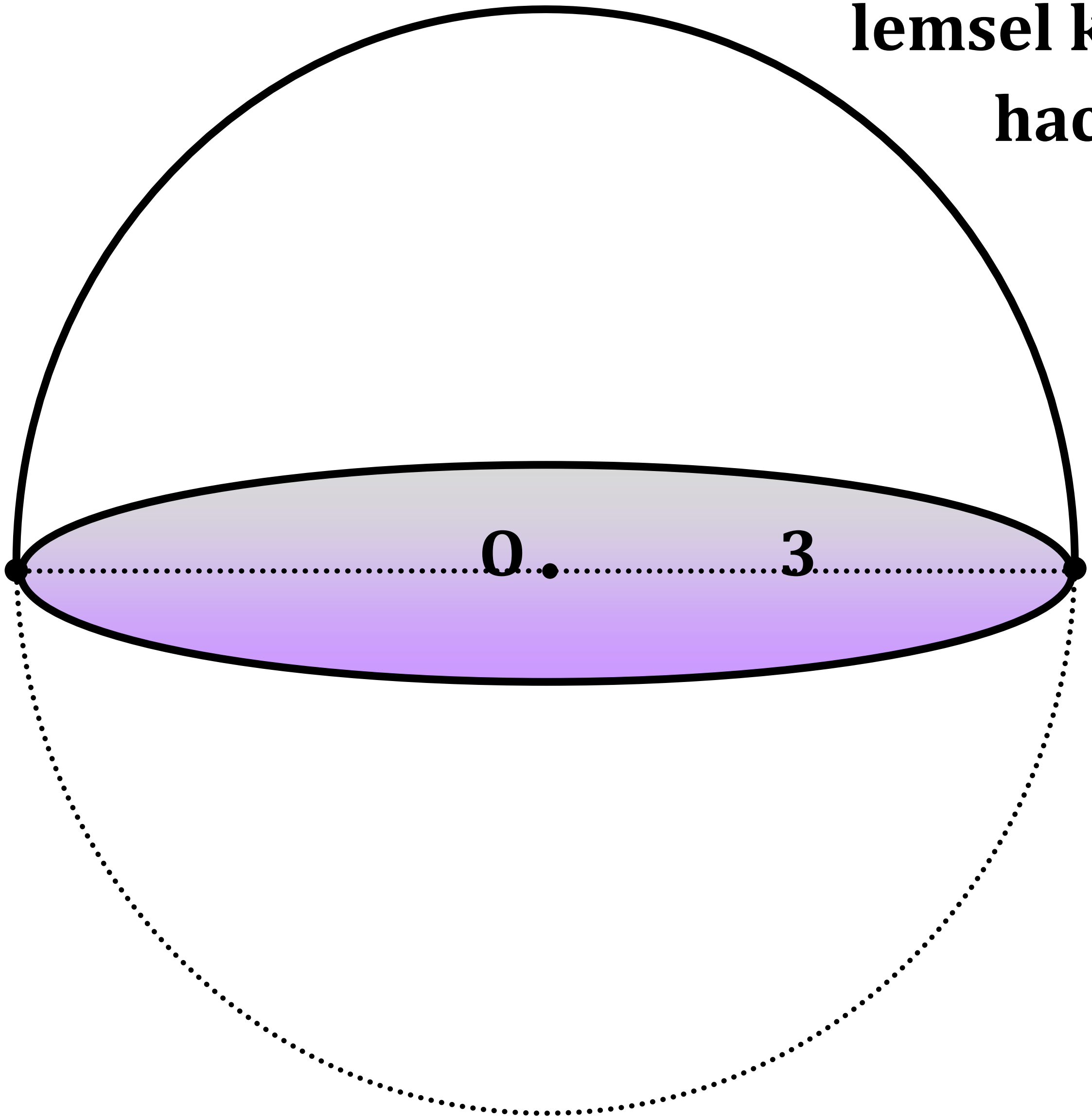
Bir kürenin merkezinden $3\sqrt{5}$ br uzaklıktaki düzlemsel kesitin çevresi 12π br ise bu kürenin; (O ve M merkez) A) Yüzey alanını bulunuz.



B) **Hacmini bulunuz.**

Soru : **Büyük bir kürenin hacmi 8 tane <u>özdeş</u> kürenin toplam hacmine eşitse iki kürenin yarıçapları arasındaki ilişkiyi bulunuz.**

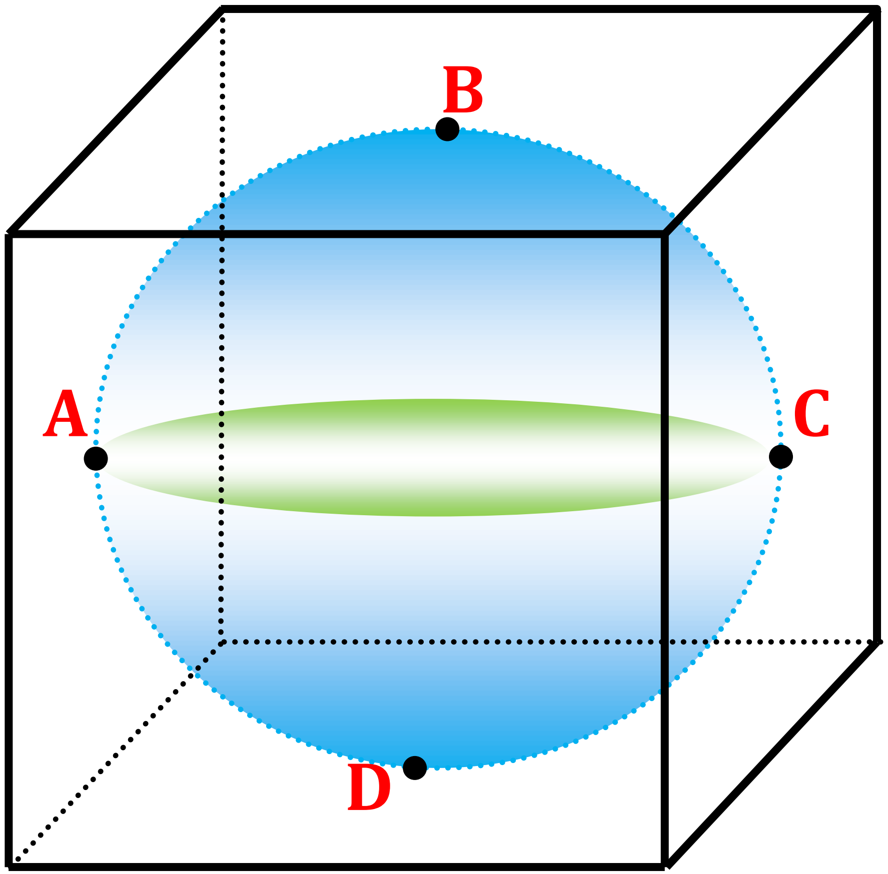
Soru : Yarıçapı 3 br olan küre, merkezinden geçecek şekilde düzlemsel kesiliyor. Oluşan yarım kürenin hacmini ve yüzey alanını bulunuz.



Soru :

Taban yarıçapı 3 br ve yüksekliği 10 br olan dik dairesel koni şeklindeki dondurma külahının, iç kısmı çikolata ile doldurulup dondurulmuştur. Külahın üstüne ise yarım top fıstıklı dondurma konulmuştur. Oluşan ürünün hacmini bulunuz.

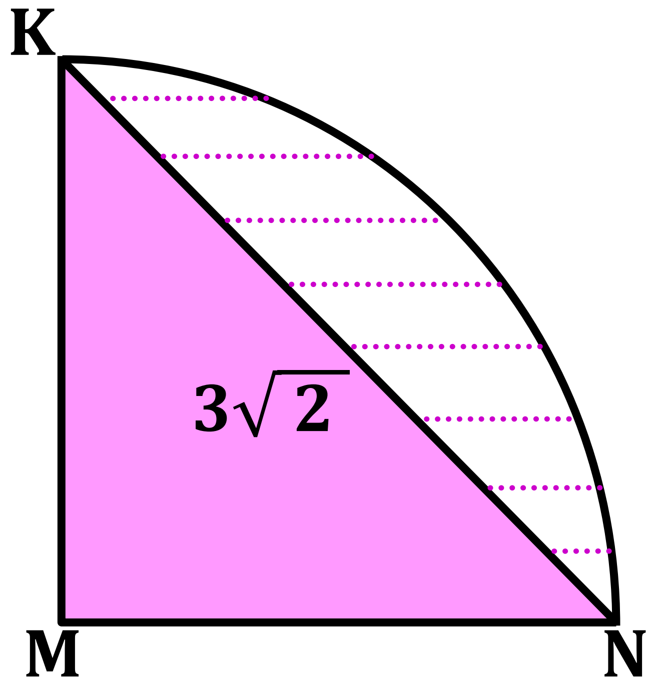
Soru : Hacmi 216 br ^{3} oln bir küpün içine tüm yüzeylere teğet olacak şekilde bir küre yerleştiriliyor. Bu kürenin yüzey alanı kaç br ^{2}'dir ? **(Uygun şekil çizilir.)**

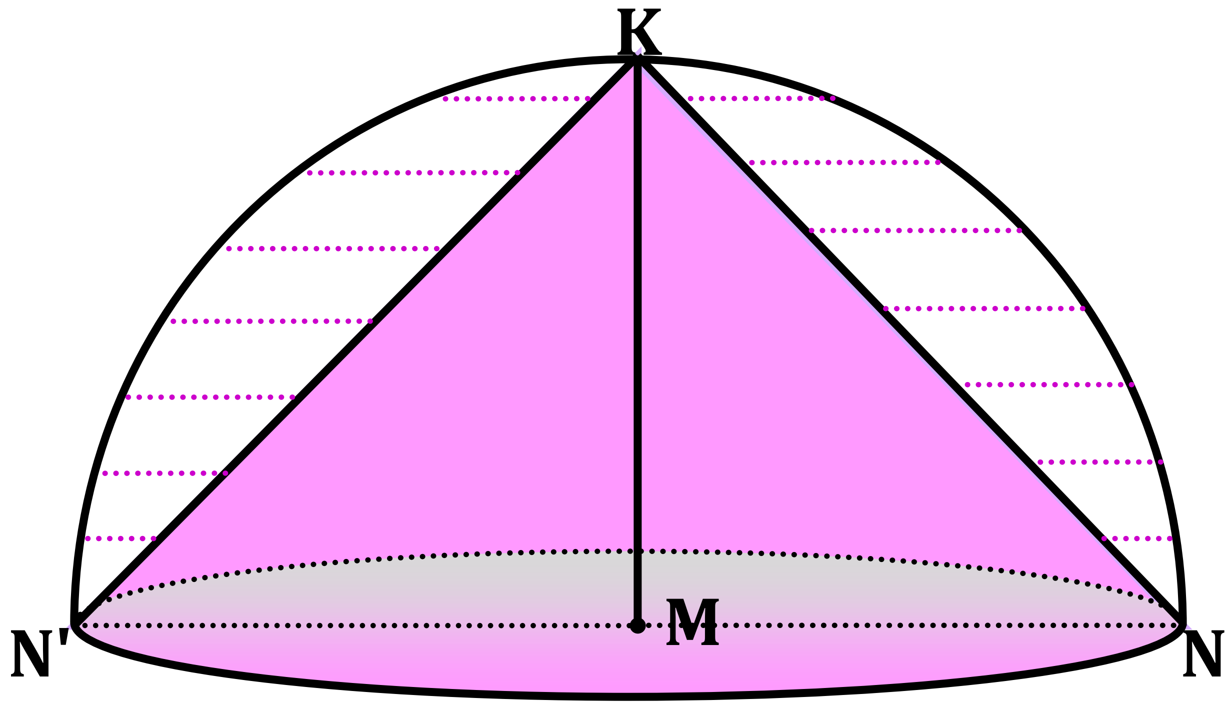


(A , B , C ve D noktaları kürenin, küpün yüzeyine teğet olduğu noktalardır.)

Soru : **İki bölmeden oluşan oyun alanının sağ kısmında top havuzu oluşturulacaktır. Bu bölümün iç ebatları 2 m x 2 m x 2 m 'dir. Top havuzunda top konulacak kısmın yüksekliği 50 cm olarak belirleniyor. Bu kısma konulacak <u>özdeş</u> toplardan birinin çapı 10 cm'dir. Bu kısmın hacmine eşit olacak miktarda kaç adet top alınması gerekir ? (π = 3 alınız.)**

Soru : **M merkezli çeyrek daire [KM] doğru parçası etrafında 360° döndürülürse şekildeki daire kesmesinin (taralı bölge) oluşturacağı cismin hacmini bulunuz.**





Soru : **Yarıçapı 20 br olan küre şeklindeki karpuzdan 60°'lik bir karpuz dilimi kesiliyor. A) Kesilen dilimin hacmini bulunuz.**
($\pi = 3$ alınız.)

B) **Kalan kısmın alanını bulunuz.**

KOŞULLU OLASILIK

Tanım : A ve B olayları E örnek uzayında (bir olayın tüm çıktılarının kümesi) iki olay A ve B olsun.

B olayının gerçekleştiği <u>bilindiğine göre</u> A olayının gerçekleşmesi olasılığına " A 'nın B 'ye bağlı koşullu olasılığı " denir ve $P(A \mid B)$ ile gösterilir.

$$P(A \mid B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}$$ eşitliği ile bulunur.

B 'nin A 'ya bağlı koşullu olasılığı ise

$$P(B \mid A) = \frac{P(B \cap A)}{P(A)}$$ olarak alınır.

Soru : **A ve B , E örneklem uzayda iki olay olsun.**

$P(A \cap B) = \dfrac{4}{9}$ ve $P(B) = \dfrac{12}{25}$ ise A 'nın B 'ye bağlı koşullu olasılığını bulunuz.

Not : **Soru çözümlerinde,**

$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$ **eşitliğinden yararlanılır.**

Soru : **A ve B , E örneklem uzayda iki olay olsun.**

$P(A \cup B) = \frac{5}{6}$, $P(A) = \frac{2}{3}$ **ve** $P(B) = \frac{7}{18}$ **ise A 'nın B 'ye bağlı koşullu olasılığını bulunuz.**

Soru : **A ve B , E örneklem uzayda iki olay olsun.**

$$P(A \cup B) = \frac{3}{4}\ ,\ P(B) = \frac{7}{24}\ \text{ve}\ P(A \cap B) = \frac{5}{24}\ \text{ise}$$

B 'nin A 'ya bağlı koşullu olasılığını bulunuz.

Soru : A ve B , E örneklem uzayda iki olay olsun.

$$P(A \cup B) = \frac{19}{36}, \quad P(A') = \frac{5}{9} \text{ ve } P(A \cap B) = \frac{5}{12} \text{ ise}$$

A ’nın B ’ye bağlı koşullu olasılığını bulunuz.

(**Hatırlatma :** $P(A) + P(A') = 1$ idi.)

Soru : **A ve B , E örneklem uzayda iki olay olsun.**

$$P(A \cup B) = \frac{17}{24}, \quad P(A) = \frac{5}{12} \text{ ve } P(A' \cup B') = \frac{5}{8} \text{ ise}$$

B 'nin A 'ya bağlı koşullu olasılığını bulunuz.

(Not : $(A \cup B)' = A' \cap B'$ **ve** $(A \cap B)' = A' \cup B'$ **idi.)**

Not : $P(A \mid B) = \dfrac{P(A \cap B)}{P(B)}$ **idi.**

$P(A \cap B)$ ve $P(B)$ bilinmiyorsa problemlerde aşağıdaki eşitlikten faydalanılır.

$$P(A / B) = \frac{s(A \cap B)}{s(B)}$$

İstenen olayının eleman sayısı

Bilinen olayın eleman sayısı

olarak alınır.

Soru : **Herkesin en az bir oyun bildiği 40 kişilik grupta; 25 kişi tavla, 22 kişi de okey bilmektedir. Bu gruptan seçilen bir kişinin <u>tavla bildiği bilindiğine göre</u>, bu kişinin okeyi de bilmesi olasılığı kaçtır ?**

Soru : Üstünde sayıların yazılı bulunduğu 16 adet bilardo topunun arasından; gözü kapalı olan bir kişinin çektiği bir topun numarasının <u>tek sayı olduğu bilindiğine göre,</u> çekilen topun üç ile bölünebilme olasılığını bulunuz.

Soru : Üstünde 1 , 2 , 3 , ... , 49 , 50 sayıları yazılmış 50 adet topun bulunduğu torbadan çekilen bir topun numarasının <u>asal sayı olduğu bilindiğine göre,</u> çekilen topun tek basamaklı olma olasılığını bulunuz.

Soru : **Bir çift zarın atılması olayında üst yüze gelen sayılar için;**

A) **Birinin <u>4 geldiği bilindiğine göre</u>, diğer sayının da çift sayı gelmesi ihtimali kaçtır ?**

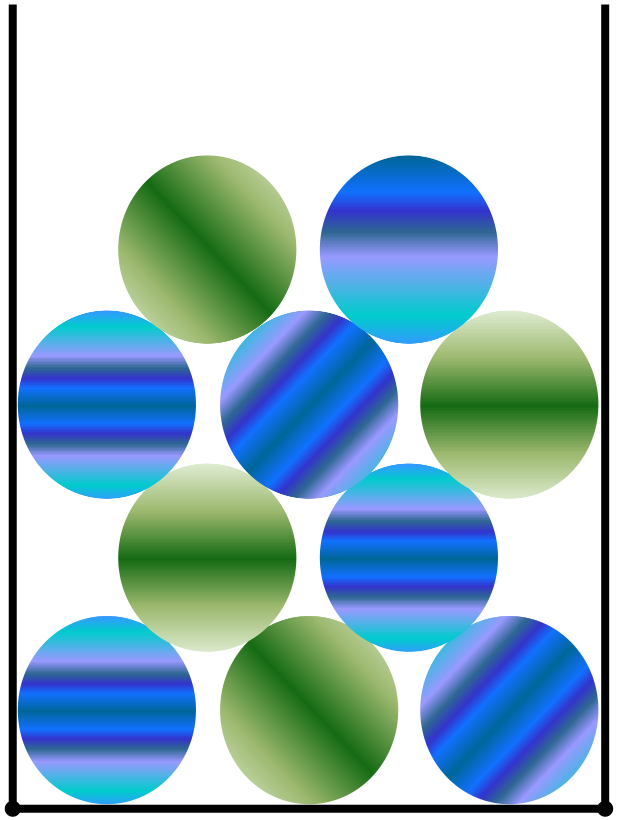
B) **Sayıların <u>toplamının 6 geldiği bilindiğine göre</u>, iki sayının da çift olma ihtimali kaçtır ?**

Soru : **$K = \{ -4 , -3 , -2 , -1 , 0 , 2 , 3 , 5 \}$ kümesinden iki eleman seçiliyor. Elemanlardan birincinin negatif, ikincinin ise pozitif olduğu bilindiğine göre bu iki sayının toplamının pozitif olma olasılığı kaçtır ?**

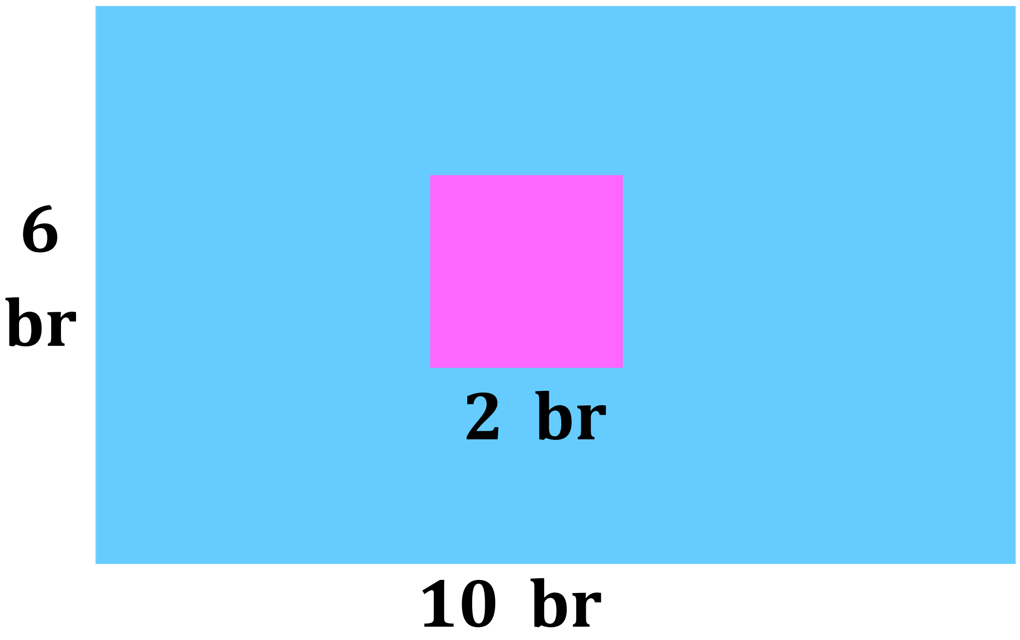
Soru : **{ 0 , 1 , 2 , 3 , 4 , 5 } sayıları kullanılarak yazılabilecek üç basamaklı sayılardan seçilen bir sayının 5 ile bölündüğü bilindiğine göre, bu sayının rakamlarının tekrarsız ve son basamağının 0 olması olasılığı kaçtır ? (Çarpmayla sayma yönteminden faydalanılır.)**

Soru : Doğrusal olmayan A , B , C , D , E , F noktalarından üçü seçiliyor. Bu noktalarla bir üçgen oluşturulduğu bilindiğine göre, bu noktalardan birinin C olması olasılığı kaçtır ? (Kombinasyondan faydalanılır.)

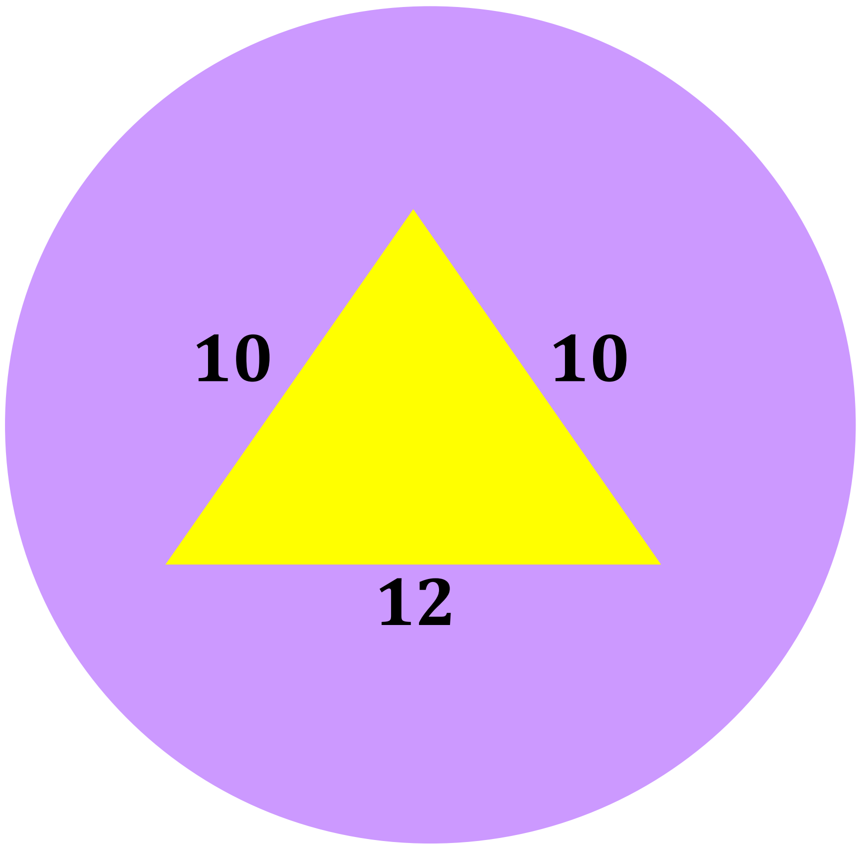
Soru : **İçinde 4 yeşil ve 6 mavi bilyenin bulunduğu bir kutudan önce karışım yapılıyor ve rengine bakılmaksızın aynı anda iki bilye çekiliyor. Çekilen iki bilyenin aynı renkli olduğu bilindiğine göre, bilyelerin yeşil renk olma olasılığı kaçtır ?**



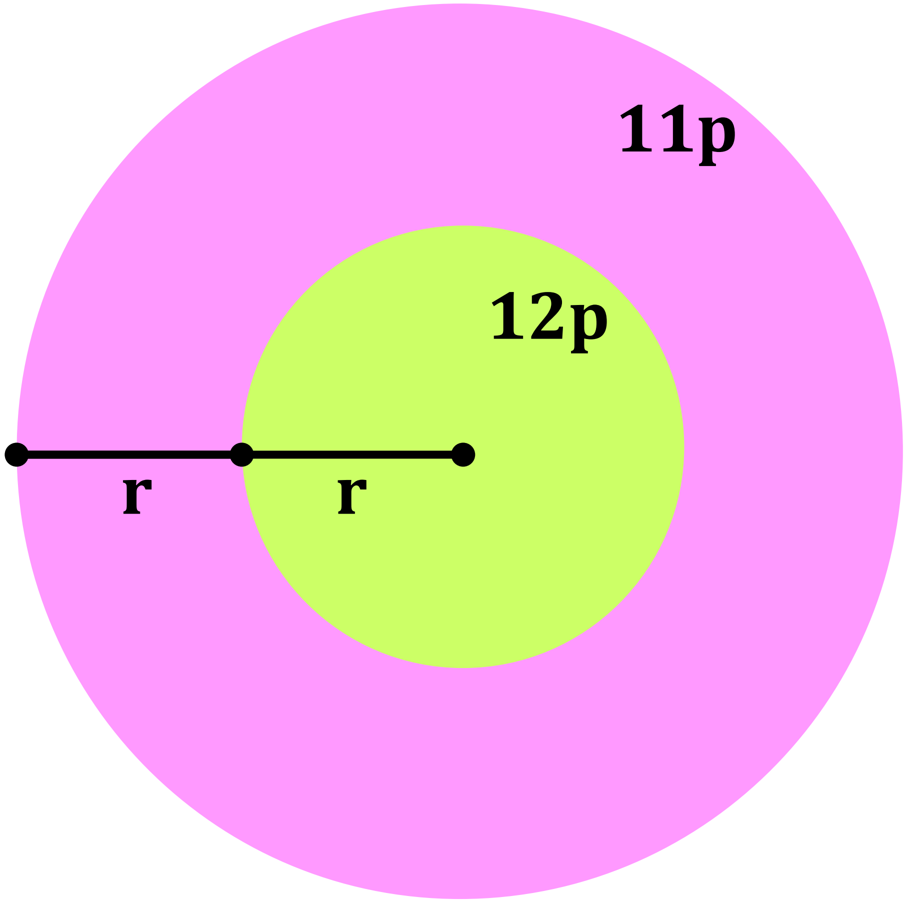
Soru : Aşağıda verilen dikdörtgen şeklindeki çerçevenin içerisine kare şeklinde bir hedef tahtası asılıyor. Uzaktan atılan bir okun <u>dikdörtgeni vurduğu bilindiğine göre</u>, okun kare hedefi vurması olasılığı kaçtır ?



Soru : Aşağıda verilen r = 10 br yarıçaplı daire şeklindeki hedef tahtası üzerine bir üçgen çiziliyor. Uzaktan atılan bir okun daireyi vurduğu bilindiğine göre, okun üçgen hedefi vurma olasılığı kaçtır ? ($\pi = 3$ olarak alınız.)



Soru : **Aşağıda verilen r ve 2r yarıçaplı daireler hedef tahtası olarak duvara asılıyor. Uzaktan atılan bir okun daireyi vurduğu bilindiğine göre, okun hedefi 11 puanlık bölgeden vurma olasılığı kaçtır ?**



Tanım : **A ve B , E örneklem uzayında iki olay olsun. A olayının gerçekleşmesi veya gerçekleşmemesi B olayının gerçekleşme olasılığını değiştirmiyorsa A ile B olaylarına " bağımsız olaylar " adı verilir.**

Bir zar ile bir madenî paranın birlikte atılma deneyinde zarın üst yüzeyine tek sayı gelmesi olayı ile paranın yazı gelmesi olayı birbirini etkilemez. İki olay birbirinden bağımsızdır.

A olayının gerçekleşmesi B olayının gerçekleşmesini etkiliyorsa A ve B olaylarına " bağımlı olaylar " denir.

Bir torbadan bir top çekilip diğer torbaya atılması ve bu torbadan bir top çekimi olayları birbiri ile bağımlıdır. İlk torbadan çekilip atılan top, ikinci torbadaki sayıların gelme olasılığını etkiler.

A ve B iki bağımsız olay ise,

$P(A \cap B) = P(A) . P(B)$ olarak alınır.

İşlemlerde; $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A).P(B)$$

eşitliğinden de yararlanılır.

Not : **A ve B iki ayrık olay ise, $P(A \cap B) = 0$ olarak alınır. Örneğin, bir zar atılması olayında üst yüze tek ve çift bir sayının gelmesi mümkün değildir.**

Soru : **A)** **A ve B ayrık iki olay olsun.** $P(A) = \frac{8}{25}$, $P(B) = \frac{3}{5}$ **ise** $P(A \cup B) = ?$

B) A ve B bağımsız iki olay olsun. $P(A) = \frac{8}{25}$, $P(B) = \frac{3}{5}$ ise $P(A \cup B) = ?$

Soru : **A ve B bağımsız iki olay olsun.** $P(A \cup B) = \frac{4}{5}$, $P(A) = \frac{2}{5}$ **ise** $P(B) = ?$

Bileşik Olaylar

Bir deney sonucu, sonlu sayıda tekrar edilmiş olsun.

Tüm olayların gerçekleşmesi için, olayların gerçekleşmesi ihtimalleri çarpılır.

$$P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B)$$

$$P(A \cap B \cap C) = P(A) \cdot P(B) \cdot P(C)$$ **gibi.**

Soru : **Bir zar ve bir madeni para birlikte havaya atılıyor. Paranın tura, zarın ise bir çift sayı gelme ihtimali kaçtır ?**

Soru : **Bir zar üç defa arka arkaya havaya atılıyor. Üst yüze gelen sayının;**

A) Birinci ve ikinci atışta 6 gelme, üçüncü atışta ise 6 gelmeme ihtimali kaçtır ?

B) **Üç atışta da aynı sayının gelmemesi ihtimali kaçtır ?**

Soru : **5 siyah, 4 beyaz ve 3 kırmızı bilye bulunan torbadan çekilen toplar geri torbaya konmamak üzere;**

A) Çekilen iki topun ikisinin de kırmızı olma olasılığı kaçtır ?

5 siyah, 4 beyaz ve 3 kırmızı

B) Çekilen üç toptan birincinin siyah, ikincinin beyaz, üçüncünün kırmızı gelme olasılığı kaçtır ?

5 siyah, 4 beyaz ve 3 kırmızı

C) Çekilen üç toptan üçünün de farklı renkte olma olasılığı kaçtır ?

Soru : **Bir madeni para arka arkaya iki defa atılıyor. İkinci seferde paranın üst yüzüne yazı gelmesi olasılığı kaçtır ?**

Soru : **Bir torbadaki beyaz bilyelerin sayısı, siyah bilyelerin sayısının yarısına eşittir. Torbadan ard arda alınan bilyenin ikisinin de siyah olma ihtimali $\frac{3}{7}$ ise torbada kaç bilye vardır ?**

Soru :

3 sarı	2 sarı	1 sarı
2 mavi	3 mavi	4 mavi

Üç kutudan biri seçilip içinden bir top çekiliyor. Çekilen topun mavi renkli olma ihtimali kaçtır ?

Soru :

7 sarı | **8 sarı**
8 mavi | **7 mavi**

A torbası | **B torbası**

Bir zar havaya atılıyor. Zarın üst yüzüne 2 ’den büyük sayı gelirse A ’dan, 3 ’ten küçük sayı gelirse B torbasından bir top çekiliyor. Çekilen topun mavi renkli olma olasılığı kaçtır ?

Soru :

A torbası	B torbası
3 beyaz	2 beyaz
6 siyah	5 siyah

A torbasından rastgele bir top alınıp, rengine bakılmaksızın B torbasına atılıyor. Sonra B torbasından bir top alınıp rengine bakılıyor. Alınan topun siyah olma olasılığı kaçtır ?

Soru :

A torbası	B torbası
3 yeşil	2 yeşil
4 mor	3 mor

A torbasından rastgele bir top alınıp, rengine bakılmaksızın B torbasına atılıyor. Sonra B torbasından bir top alınıp rengine bakılmaksızın A torbasına atılıyor. Son durumun <u>başlangıç ile aynı olma</u> ihtimali kaçtır ?

Soru : Aslı ile Yusuf bir hedefe birer kez ateş ediyorlar. Aslı'nın hedefi vurma olasılığı $\frac{2}{5}$, Yusuf'un hedefi vurma olasılığı ise $\frac{3}{4}$ 'tür.

A) **Hedefi sadece Aslı'nın vurma olasılığı kaçtır ?**

(**Hatırlatma :** $P(A) + P(A') = 1$ idi.)

Aslı'nın hedefi vurma olasılığı $\frac{2}{5}$, Yusuf'un hedefi vurma olasılığı ise $\frac{3}{4}$; B) İkisinin de vuramama olasılığı kaçtır ?

Aslı'nın hedefi vurma olasılığı $\frac{2}{5}$, Yusuf'un hedefi vurma olası-lığı ise $\frac{3}{4}$; C) Aslı'nın veya Yusuf'un hedefi vurma olasılığı kaçtır ?

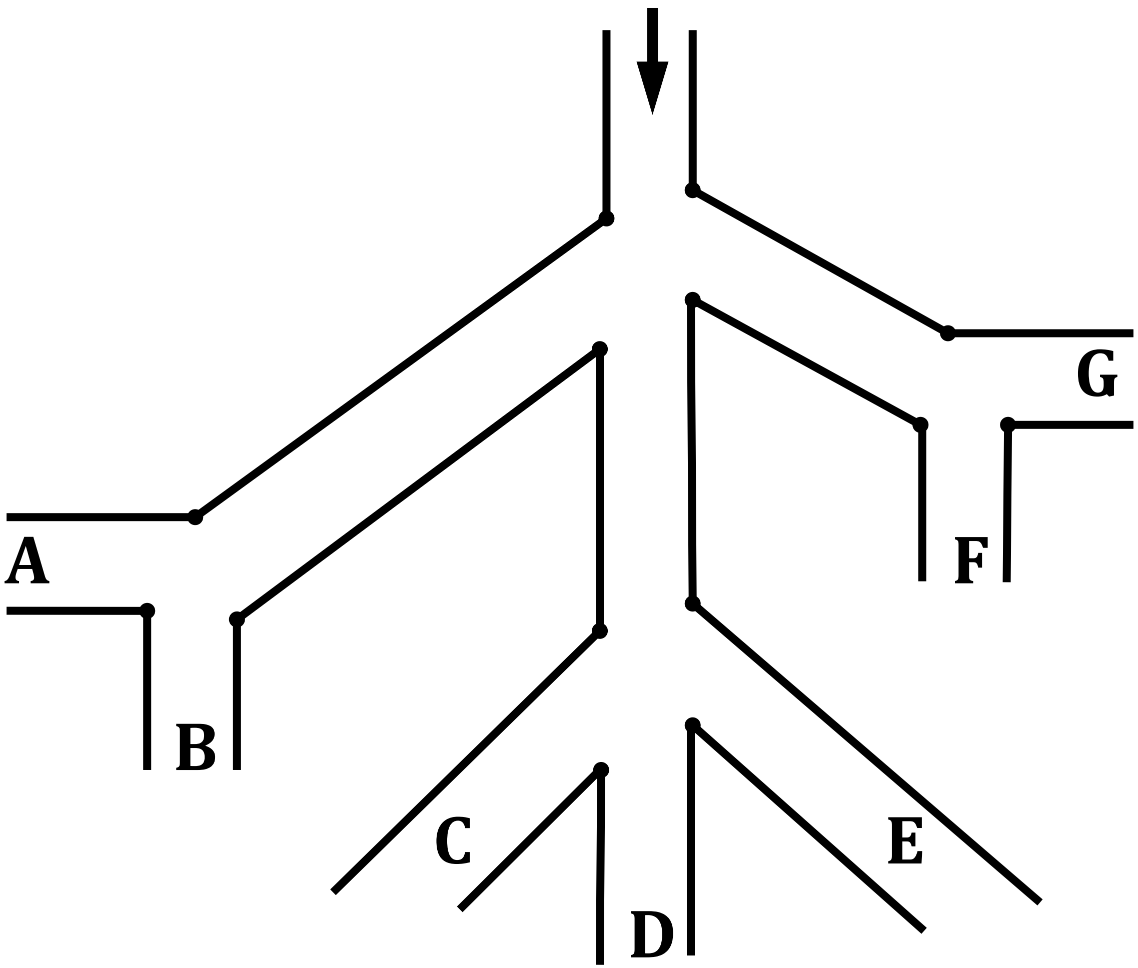
Soru : **Bir yarışı A şahsının kazanma olasılığı $\frac{3}{7}$, B şahsının kazanma olasılığı ise $\frac{2}{5}$'tir. Aynı yarışı A şahsının kazanma veya B şahsının kazanamama olasılığı kaçtır ?**

Soru : **Üç kişinin sırası ile bir sınavda başarılı olma ihtimalleri sırası ile $\frac{2}{3}$, $\frac{1}{2}$ ve $\frac{1}{3}$ 'tür. Üçünün de girdiği aynı sınavı içlerinden sadece birinin kazanma olasılığı kaçtır ?**

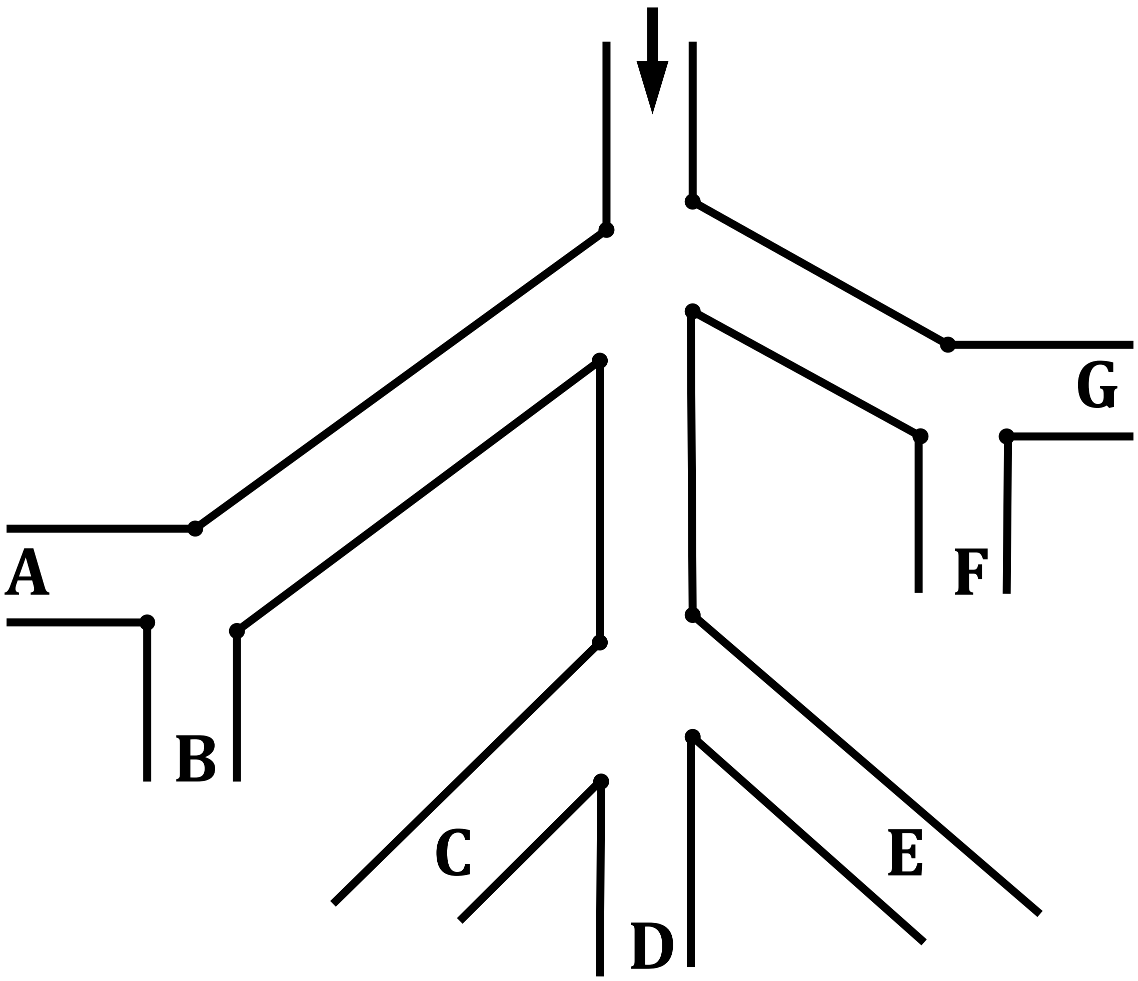
Soru : **7 anahtarın içinde sadece bir tanesi kişinin ev kapısını açmaktadır. Kişi elindeki anahtarları denemekte, kapı açılmadığında anahtarı bir kenara ayırmaktadır. Kişinin denemeler sonucunda kapıyı <u>en çok üçüncü seferde</u> açma ihtimali kaçtır ?**

Soru : **Şekilde okun olduğu yoldan giriş yapan bir araç, girdiği yoldan geri dönmüyor. Aracın;**

A) **C noktasına varma ihtimali kaçtır ?**



B) **B veya F noktasına gelme ihtimali kaçtır ?**



Soru : Şekildeki misket üst kısımdan bırakılıyor. Misketin A veya veya F kutusuna düşmesi olasılığı kaçtır ?