

11. 7. 1. Koşullu Olasılık

Terimler ve Kavramlar: Koşullu olasılık, bağımlı olay, bağımsız olay, bileşik olay

Sembol ve Gösterimler: $P(A|B)$, $P(A \cap B)$, $P(A \cup B)$

11. 7. 1. 1. Koşullu olasılığı açıklayarak problemler çözer.

A) Olasılık konusunun tarihsel gelişim sürecinden bahsedilir.

B) Gerçek hayat problemlerine yer verilir.

11. 7. 1. 2. Bağımlı ve bağımsız olayları açıklayarak gerçekleşme olasılıklarını hesaplar. Gerçek hayat problemlerine yer verilir.

11. 7. 1. 3. Bileşik olayı açıklayarak gerçekleşme olasılığını hesaplar.

A) Ağaç şemasından yararlanılır.

B) En fazla üç aşamalı olaylardan seçim yapılır.

C) “ ve , veya ” bağlaçları ile oluşturulan olayların olasılıkları hesaplatılır.

Ç) Gerçek hayat problemlerine yer verilir.

KOŞULLU OLASILIK

Tanım: A ve B olayları E örnek uzayında (bir olayın tüm çıktı-
larının kümesi) iki olay A ve B olsun.

B olayının gerçekleştiği bilindiğine göre A olayının gerçekleş-
mesi olasılığına “ A ’nın B ’ye bağlı koşullu olasılığı ” denir ve
 $P (A \mid B)$ ile gösterilir.

$$P (A \mid B) = \frac{P (A \cap B)}{P (B)} \quad \text{eşitliği ile bulunur.}$$

B ’nin A ’ya bağlı koşullu olasılığı ise

$$P (B \mid A) = \frac{P (B \cap A)}{P (A)} \quad \text{olarak alınır.}$$

Soru : A ve B , E örneklem uzayda iki olay olsun.

$P (A \cap B) = \frac{4}{9}$ ve $P (B) = \frac{12}{25}$ ise A 'nın B 'ye bağlı koşullu olasılığını bulunuz.

Not: Soru çözümlerinde,

$P (A \cup B) = P (A) + P (B) - P (A \cap B)$ eşitliğinden yararlanır.

Soru: A ve B , E örneklem uzayda iki olay olsun.

$P (A \cup B) = \frac{5}{6}$, $P (A) = \frac{2}{3}$ ve $P (B) = \frac{7}{18}$ ise A 'nın B 'ye bağlı koşullu olasılığını bulunuz.

Soru : A ve B , E örneklem uzayda iki olay olsun.

$$P (A \cup B) = \frac{3}{4} , P (B) = \frac{7}{24} \text{ ve } P (A \cap B) = \frac{5}{24} \text{ ise}$$

B 'nin A 'ya bağlı koşullu olasılığını bulunuz.

Soru: A ve B, E örneklem uzayda iki olay olsun.

$$P (A \cup B) = \frac{19}{36} , P (A') = \frac{5}{9} \text{ ve } P (A \cap B) = \frac{5}{12} \text{ ise}$$

A'nın B'ye bağlı koşullu olasılığını bulunuz.

(**Hatırlatma:** $P (A) + P (A') = 1$ idi.)

Soru: A ve B, E örneklem uzayda iki olay olsun.

$$P(A \cup B) = \frac{17}{24}, \quad P(A) = \frac{5}{12} \quad \text{ve} \quad P(A' \cup B') = \frac{5}{8} \quad \text{ise}$$

B'nin A'ya bağlı koşullu olasılığını bulunuz.

(Not: $(A \cup B)' = A' \cap B'$ ve $(A \cap B)' = A' \cup B'$ idi.)

Not : Problemlerde aşağıdaki eşitlikten faydalanılır.

$$P (A / B) = \frac{s (A \cap B)}{s (B)}$$

İstenen olayının eleman sayısı

Bilinen olayın eleman sayısı

olarak alınır.

Örnek : Herkesin en az bir oyun bildiği 40 kişilik grupta; 25 kişi tavla, 22 kişi de okey bilmektedir. Bu gruptan seçilen bir kişinin tavla bildiği bilindiğine göre, bu kişinin okeyi de bilmesi olasılığı kaçtır ?

Soru : Üstünde tüm rakamların yazılmış olduğu 10 adet topun bulunduğu torbadan çekilen bir topun numarasının çift sayı olduğu bilindiğine göre, çekilen topun 4 'ün katı olma olasılığını bulunuz.

Soru : Üstünde 1 , 2 , 3 , . . . , 29 , 30 sayıları yazılmış 30 adet topun bulunduğu torbadan çekilen bir topun numarasının tek sayı olduğu bilindiğine göre, çekilen topun asal sayı olma olasılığını bulunuz.

Soru : Bir çift zarın atılması olayında üst yüze gelen sayılar için;

A) Birinin 4 geldiği bilindiğine göre, diğer sayının da çift sayı gelmesi ihtimali kaçtır ?

B) Sayıların toplamının 6 geldiği bilindiğine göre, iki sayının da çift olma ihtimali kaçtır ?

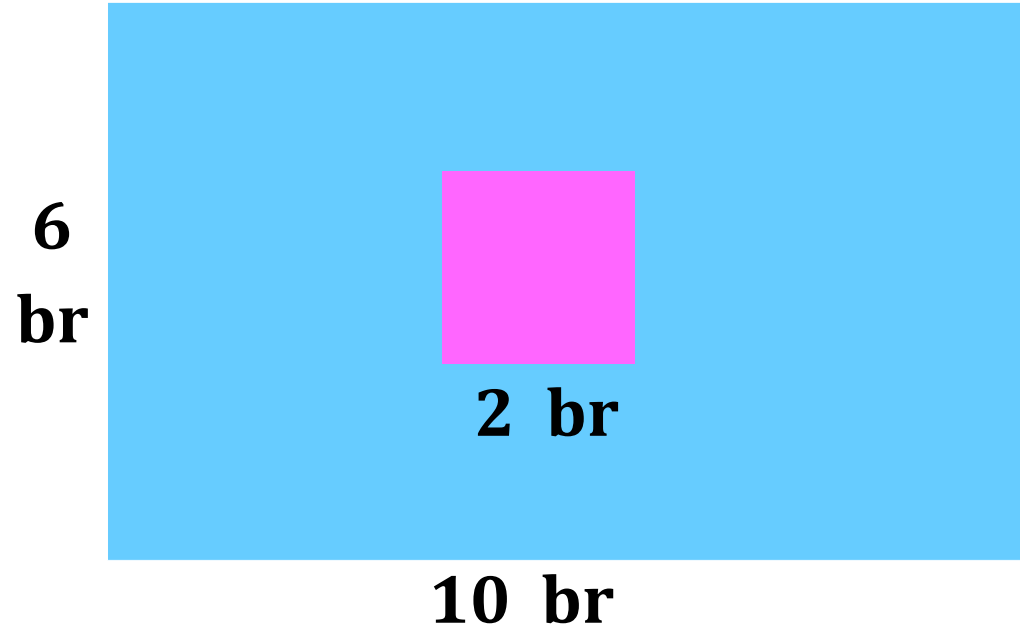
Soru: $K = \{ -4, -3, -2, -1, 0, 2, 3, 5 \}$ kümesinden iki eleman seçiliyor. Elemanlardan birincinin negatif, ikincinin ise pozitif olduğu bilindiğine göre bu iki sayının toplamının pozitif olma olasılığı kaçtır ?

Soru: { 0 , 1 , 2 , 3 , 4 , 5 } sayıları kullanılarak yazılabilecek üç basamaklı sayılardan seçilen bir sayının 5 ile bölündüğü bilindiğine göre, bu sayının son basamağının 0 olması olasılığı kaçtır ?
(Çarpma ile sayma yönteminden faydalanılır.)

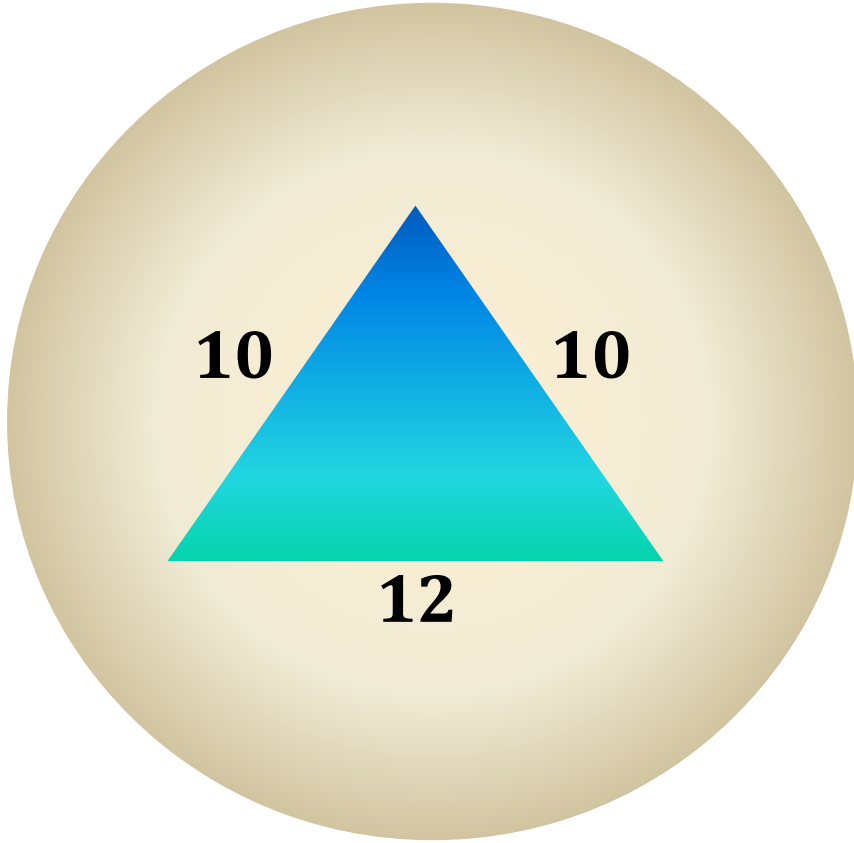
Soru : Doğrusal olmayan A , B , C , D , E , F noktalarından üçü seçiliyor. Bu noktalarla bir üçgen oluşturulduğu bilindiğine göre, bu noktalardan birinin C olması olasılığı kaçtır ? (**Kombinasyondan faydalanılır.)**

Soru : İçinde 4 siyah ve 6 beyaz bilyenin bulunduğu bir torbadan aynı anda çekilen iki bilyenin aynı renkli olduğu bilindiğine göre, bilyelerin siyah renk olma olasılığı kaçtır ?

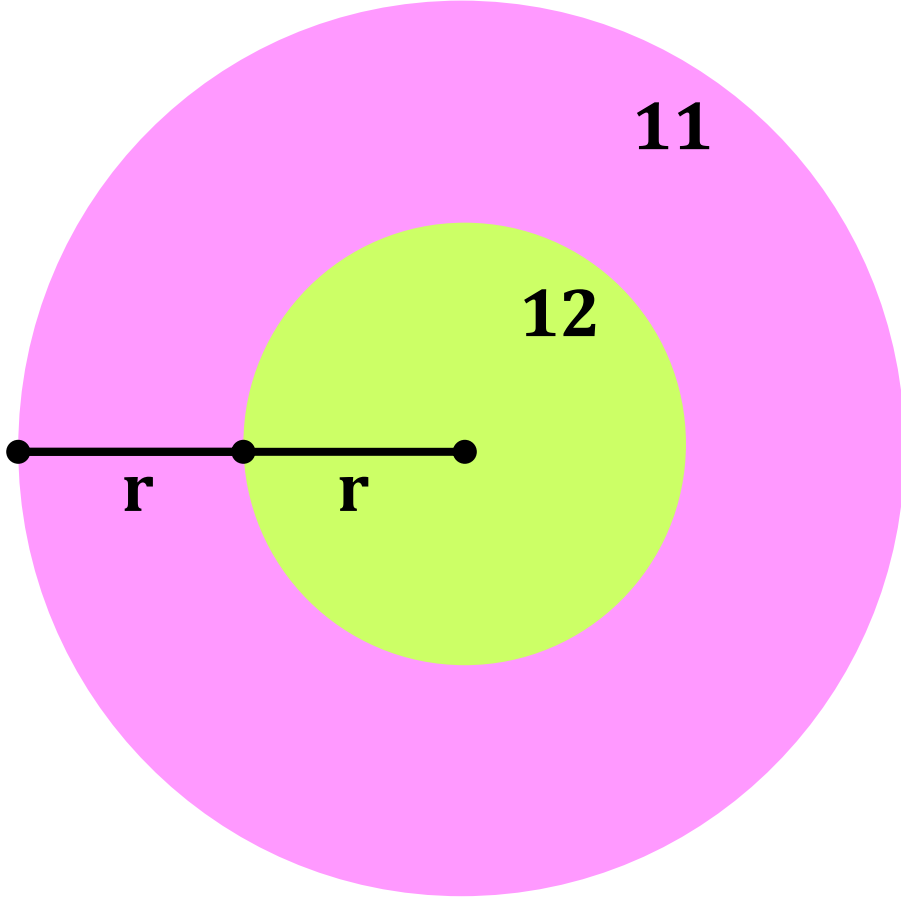
Soru : Aşağıda verilen dikdörtgen şeklindeki çerçevenin içine kare şeklinde bir hedef tahtası asılıyor. Uzaktan atılan bir okun dikdörtgeni vurduğu bilindiğine göre, okun kare hedefi vurması olasılığı kaçtır ?



Soru : Aşağıda verilen $r = 10$ br yarıçaplı daire şeklindeki hedef tahtası üzerine bir üçgen çiziliyor. Uzaktan atılan bir okun daireyi vurduğu bilindiğine göre, okun üçgen hedefi vurma olasılığı kaçtır ?
($\pi = 3$ olarak alınız.)



Soru : Aşağıda verilen r ve $2r$ yarıçaplı daireler hedef tahtası olarak duvara asılıyor. Uzaktan atılan bir okun daireyi vurduğu bilindiğine göre, okun hedefi 11 puanlık bölgeden vurma olasılığı kaçtır ?



Tanım: A ve B, E örneklem uzayında iki olay olsun. A olayının gerçekleşmesi veya gerçekleşmemesi B olayının gerçekleşme olasılığını değiştirmiyorsa A ile B olaylarına “**bağımsız olaylar**” adı verilir.

Bir zar ile bir madenî paranın birlikte atılma deneyinde zarın üst yüzeyine tek sayı gelmesi olayı ile paranın yazı gelmesi olayı birbirini etkilemez. İki olay birbirinden bağımsızdır.

A olayının gerçekleşmesi B olayının gerçekleşmesini etkili-yorsa A ve B olaylarına “**bağımlı olaylar**” denir.

Bir torbadan bir top çekilip diğer torbaya atılması ve bu torbadan bir top çekimi olayları birbirini ile bağımlıdır. İlk torbadan çekilip atılan top, ikinci torbadaki sayıların gelme olasılığını etkiler.

A ve B iki **bağımsız olay** ise,

$$P (A \cap B) = P (A) . P (B) \text{ olarak alınır.}$$

İşlemlerde; $P (A \cup B) = P (A) + P (B) - P (A \cap B)$

$$P (A \cup B) = P (A) + P (B) - P (A) \cdot P (B)$$

eşitliğinden de yararlanılır.

Not: A ve B iki **ayrık olay** ise, **$P (A \cap B) = 0$** olarak alınır. Örneğin, bir zar atılması olayında üst yüze tek ve çift bir sayının gelmesi mümkün değildir.

Soru: A ve B ayrık iki olay olsun. $P (A) = \frac{8}{25}$,
 $P (B) = \frac{3}{5}$ ise $P (A \cup B) = ?$

B) A ve B bağımsız iki olay olsun. $P (A) = \frac{8}{25}$, $P (B) = \frac{3}{5}$
ise $P (A \cup B) = ?$

Soru : A ve B bağımsız iki olay olsun. $P (A \cup B) = \frac{4}{5}$,

$P (A) = \frac{2}{5}$ ise $P (B) = ?$

Bileşik Olaylar

Bir deney sonucu, sonlu sayıda tekrar edilmiş olsun.

Tüm olayların gerçekleşmesi için, olayların gerçekleşmesi ihtimalleri çarpılır.

$$P (A \cap B) = P (A) . P (B)$$

$$P (A \cap B \cap C) = P (A) . P (B) . P (C) \text{ gibi.}$$

Örnek: Bir zar ve bir madeni para birlikte havaya atılıyor. Paranın tura, zarın ise bir çift sayı gelme ihtimali kaçtır ?

Soru : Bir zar üç defa arka arkaya havaya atılıyor. Üst yüze gelen sayının;

A) Birinci ve ikinci atışta 6 gelme, üçüncü atışta ise 6 gelmeme ihtimali kaçtır ?

B) Üç atışta da aynı sayının gelmemesi ihtimali kaçtır ?

Soru : 5 siyah, 4 beyaz ve 3 kırmızı bilye bulunan torbadan çekilen toplar geri torbaya konmamak üzere;

A) Çekilen iki topun ikisinin de kırmızı olma olasılığı kaçtır ?

B) Çekilen üç toptan birincinin siyah, ikincinin beyaz, üçüncünün kırmızı gelme olasılığı kaçtır ?

C) Çekilen üç toptan üçünün de farklı renkte olma olasılığı kaçtır ?

Soru : Bir madeni para arka arkaya iki defa atılıyor. İkinci seferde paranın üst yüzüne yazı gelmesi olasılığı kaçtır ?

Soru : Bir torbadaki beyaz bilyelerin sayısı, siyah bilyelerin sayısının yarısına eşittir. Torbadan ard arda alınan bilyenin ikisinin de siyah olma ihtimali $\frac{3}{7}$ ise torbada kaç bilye vardır ?

Soru :

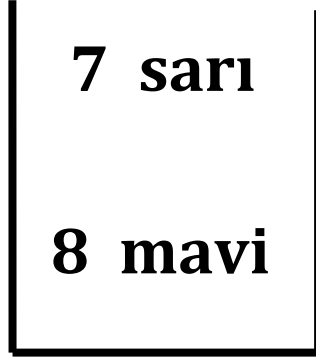
3 sarı 2 mavi

2 sarı 3 mavi

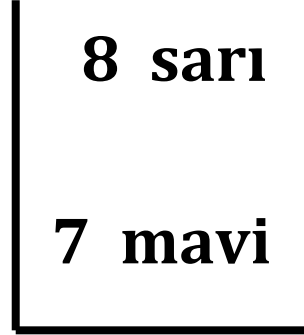
1 sarı 4 mavi

Üç kutudan biri seçilip içinden bir top çekiliyor. Çekilen topun mavi renkli olma ihtimali kaçtır ?

Soru :



A torbası

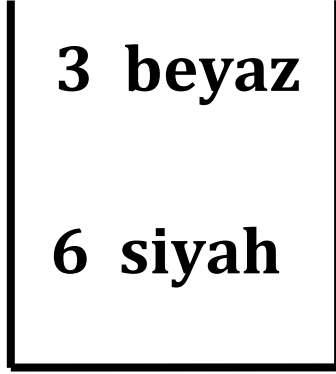


B torbası

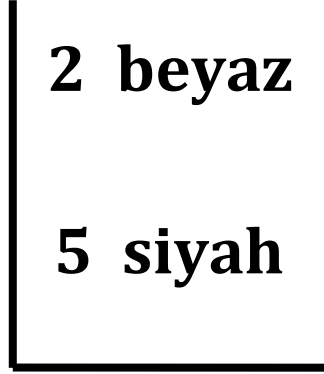
Bir zar havaya atılıyor. Zarın üst yüzüne 2 'den büyük sayı gelirse A 'dan, 3 'ten küçük sayı gelirse B torbasından bir top çekiliyor. Çekilen to-

pun mavi renkli olma olasılığı kaçtır ?

Soru :



A torbası

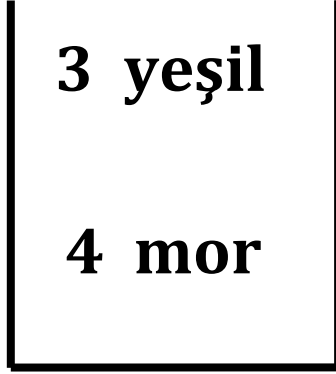


B torbası

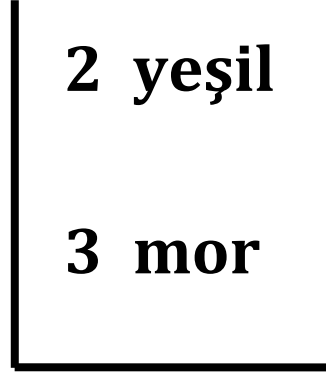
topun siyah olma olasılığı kaçtır ?

A torbasından rastgele bir top alınıp, rengine bakılmaksızın B torbasına atılıyor. Sonra B torbasından bir top alınıp rengine bakılıyor. Alınan

Soru :



A torbası



B torbası

A torbasından rastgele bir top alınıp, rengine bakılmaksızın B torbasına atılıyor. Sonra B torbasından bir top alınıp rengine bakılmaksızın A torbasına atılıyor. Son durumun başlangıç ile aynı olma ihtimali kaçtır ?

Soru : Aslı ile Yusuf bir hedefe birer kez ateş ediyorlar. Aslı'nın hedefi vurma olasılığı $\frac{2}{5}$, Yusuf'un hedefi vurma olasılığı ise $\frac{3}{4}$ 'tür.

A) Hedefi sadece Aslı'nın vurma olasılığı kaçtır ?

(Hatırlatma : $P (A) + P (A ') = 1$ idi.)

B) İkisinin de vuramama olasılığı kaçtır ?

C) Aslı'nın veya Yusuf'un hedefi vurma olasılığı kaçtır ?

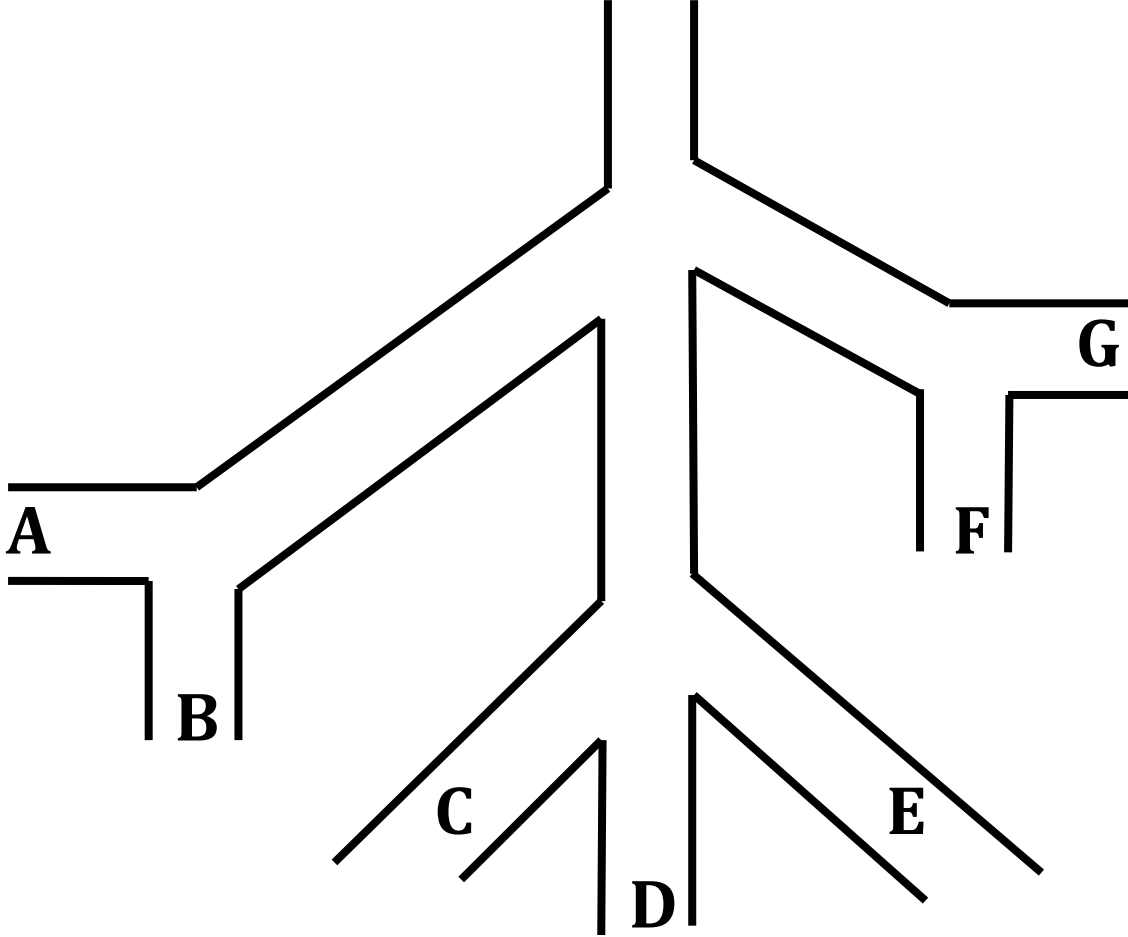
Soru : Bir yarış A şahsının kazanma olasılığı $\frac{3}{7}$, B şahsının kazanma olasılığı ise $\frac{2}{5}$ 'tir. Aynı yarış A şahsının kazanma veya B şahsının kazanamama olasılığı kaçtır ?

Soru : Üç kişinin sırası ile bir sınavda başarılı olma ihtimalleri sırası ile $\frac{2}{3}$, $\frac{1}{2}$ ve $\frac{1}{3}$ 'tür. Üçünün de girdiği aynı sınavı içlerinden sadece birinin kazanma olasılığı kaçtır ?

Soru : 7 anahtarın içinde sadece bir tanesi kişinin ev kapısını açmaktadır. Kişi elindeki anahtarları denemekte, kapı açılmadığında anahtarı bir kenara ayırmaktadır. Kişinin denemeler sonucunda kapıyı en çok üçüncü seferde açma ihtimali kaçtır ?

Soru: Şekilde okun olduğu yoldan giriş yapan bir araç, girdiği yoldan geri dönmüyor. Aracın;

A) C noktasına varma ihtimali kaçtır ?



B) B veya F noktasına gelme ihtimali kaçtır ?

Soru : Şekildeki misket üst kısımdan bırakılıyor. Misketin A veya C veya F kutusuna düşmesi olasılığı kaçtır ?

