

ÇARPANLARA AYIRMA

Kural 1: (Ortak Paranteze Alma)

Verilen ifadelerin her birinde ortak olan bir çarpan varsa, bu çarpan parantezin içine alınır. Kalan terimler parantezin içine alınır.

Soru : Aşağıdaki verilen ifadeleri çarpanlarına ayırınız.

A) $2x^3 - 6x + 8x^2 =$

B) $4a^3 \cdot b^2 - 12a^2 \cdot b^3 =$

C) $7x \cdot (x - y) - 2 \cdot (x - y) + 6y \cdot (-x + y) =$

D) $(x + y) \cdot (x - y) - (x + y)^2 =$

E) $(a + b)^2 - a - b =$

F) $(x - 2y)^2 - 4x + 8y =$

Kural 2: (Gruplandırma)

Bir grupta benzer terimlere sahip olan elemanlar gruplandırılır ve çarpanlara ayrılır.

Soru: Aşağıdaki verilen ifadeleri çarpanlarına ayırınız.

A) $a^2 - 2a - a \cdot b + 2b =$

B) $2 - 12n - 4x + 24n \cdot x =$

C) $x \cdot y^2 + 16x + 4x^2 \cdot y + 4y =$

D) $8x^3 + 15 - 10x - 12x^2 =$

E) $6a.b - 15b.c - 10c.d + 4a.d =$

F) $a.x + b.y + b.x + c.y + a.y + c.x =$

G) $2m.x - 4n.x - m.y + 2x.z - y.z + 2n.y =$

Kural 3: (İki Kare Farkı)

$a^2 - b^2 = (a - b) \cdot (a + b)$ olarak çarpanlara ayrılır.

Soru: Aşağıdaki verilen ifadeleri çarpanlarına ayırınız.

A) $x^2 - 144 =$

B) $9x^2 - 25 =$

C) $36a^2 - 81b^2 =$

D) $x^4 - 1 =$

E) $(x + y)^2 - (x - y)^2 =$

F) $(a + b + c)^2 - (a - b - c)^2 =$

Not: Grup iki kare farkını sağlamıyorsa terimlerde ortak çarpan vardır.

G) $8x^2 - 50 =$

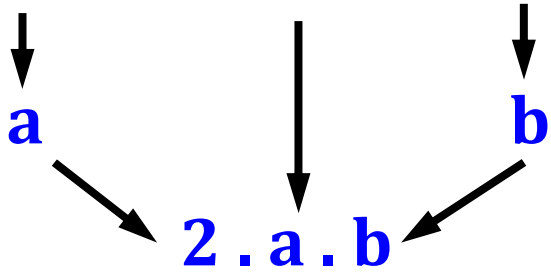
H) $a^3 - 4a \cdot b^2 =$

Soru : $x^2 - y^2 = 17$ olup x ve y pozitif tam sayılardır. Buna göre $x \cdot y = ?$ (İki kare farkından denklemlerin karşılığı bulunur. Taraf tarafa yok etme metodundan sayılar bulunur.)

Soru : $511^2 - 421^2 = 360 \cdot x$ ise $x = ?$

Kural 4: (Tam Kare Özdeşliği)

$$a^2 + 2 \cdot a \cdot b + b^2 = (a + b)^2 \quad \text{olarak çarpanlara ayrılır.}$$



Terimin karekökü aşağı alınır.

İki terimin çarpımının 2 katı orta terimi sağlamalıdır.

$$a^2 - 2a \cdot b + b^2 = (a - b)^2 \quad \text{olarak alınır.}$$

Soru: Aşağıdaki verilen ifadeleri çarpanlarına ayırınız.

A) $x^2 + 8x + 16 =$

B) $4x^2 - 12x \cdot y + 9y^2 =$

C) $\frac{x^2}{25} + \frac{x.y}{10} + \frac{y^2}{16} =$

D) $4x^2 - \frac{6x}{5} + \frac{9}{25} =$

E) $3x^2 + 12x + 12 =$

(Tam kare özdeşliğini sağlamıyorsa, grup ortak paranteze alınır.)

F) $- a^2 - 10a - 25 =$

G) $\sqrt{\frac{9}{4} - \frac{15}{4} + \frac{25}{16}} =$ (Kökün derecesi çift ise içerden çıkan sonucun mutlak değeri alınırdı.

H) $\sqrt{\frac{121}{100} - \frac{77}{40} + \frac{49}{64}} =$

Örnek: $9x^2 + 24x + k$ ifadesi bir tam kare ise $k = ?$

Soru : $16x^2 - 24x + m + 1$ ifadesi bir tam kare ise $m = ?$

Soru : $4x^2 + (k + 1) \cdot x + 25$ ifadesi bir tam kare ise $k = ?$

Soru : $x^2 + (1 - k) \cdot x + 49$ ifadesi bir tam kare ise k sayılarının toplamı ne olur ?

Not : Tam kare özdeşliği ve iki kare farkının bulunduğu ifadelerde ; önce tam kare özdeşliği bulunur, ardından iki kare farkı kullanılır.

Örnek : $9m^2 - 6m + 1 - n^2$ ifadesini çarpanlarına ayırınız.

Soru : Aşağıdaki ifadeleri çarpanlarına ayırınız.

A) $x^2 - 12x - 4y^2 + 36 =$

B) $9x^2 + y^2 - 4a^2 + 6xy =$

C) $16a^2 - n^2 - 6n - 9 =$

D) $a^2 - 2ma - n^2 + m^2 + 2bn - b^2 =$

Örnek: $x - 2y = 7$ ve $x \cdot y = 4$ ise $x^2 + 4y^2 = ?$

($x - 2y = 7$ eşitliğinin karesi alınır ve tam kare özdeşliğinden yararlanır.)

Soru : $2a + 3b = -11$ ve $a.b = 5$ ise $4a^2 + 9b^2 = ?$

Soru : $2x + y = 10$ ve $4x^2 + y^2 = 40$ ise $x.y = ?$

Soru : $x - \frac{3}{x} = 5$ ise $x^2 + \frac{9}{x^2} = ?$

Soru : $2x - \frac{5}{x} = -6$ ise $4x^2 + \frac{25}{x^2} = ?$

Özel Durumlar

Soru : $x^2 + 25y^2 = 44$ ve $x.y = 10$ ise $x + 5y$ 'nin negatif değeri kaç olur ? ($x + 5y = k$ denir ve aynı çözüm uygulanır.)

Soru : $4m^2 + 9n^2 = 81$ ve $m \cdot n = 3$ ise $2m - 3n$ 'nin pozitif değeri kaç olur ?

Soru : $x^2 - 5x + 4 = 0$ ise $x^2 + \frac{16}{x^2} = ?$ (Denklem x ile bölünür ve çözüm uygulanır.)

Soru : $x^2 + 8x - 5 = 0$ ise $x^2 + \frac{25}{x^2} = ?$

Kural 5: (İki Küp Farkı , Toplamı)

$$a^3 - b^3 = (a - b) \cdot (a^2 + a \cdot b + b^2)$$

$$a^3 + b^3 = (a + b) \cdot (a^2 - a \cdot b + b^2)$$

} olarak çarpanlarına ayrılır.

Soru : Aşağıdaki ifadeleri çarpanlarına ayırınız.

A) $x^3 - 27 =$

B) $x^3 + 64 =$

C) $8x^3 - 27y^3 =$

D) $x^6 + y^6 =$

E) $x^6 - y^6 =$

F) $(a - 1)^3 - 8 =$

G) $(k - 1)^3 - (k + 1)^3 =$

H) $3x^3 + 81 =$

(İki küp farkını, toplamını sağlamıyorsa
grup ortak paranteze alınır.)

İ) $250x^4 - 128x =$

Örnek: $x - 2y = 4$ ve $x \cdot y = 2$ ise $x^3 - 8y^3 = ?$

(Küp farkının açılımı bulunur. Eksik parçalar tam kare özdeşliğinden bulunur.)

Soru : $x + y = 2$ ve $x \cdot y = -8$ ise $x^3 + y^3 = ?$

Soru : $x - y = 4$ ve $x^3 - y^3 = 76$ ise $x.y = ?$

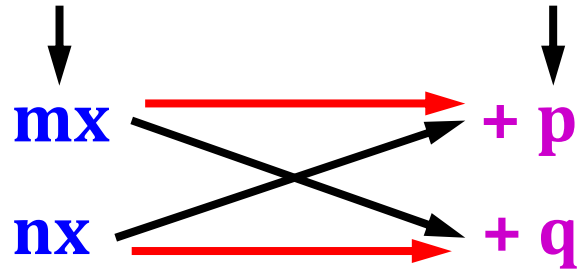
Soru : $x + \frac{1}{x} = 6$ ise $x^3 + \frac{1}{x^3} = ?$

Soru : $x - \frac{1}{x} = 4$ ise $x^3 - \frac{1}{x^3} = ?$

Kural 6: ($ax^2 + bx + c$ 'nin Çarpanları)

$$ax^2 + bx + c = (mx + p) \cdot (nx + q) \quad \text{olarak}$$

çarpanlarına ayrılır.



Çapraz elemanların çarpımlarının toplamı ortayı sağlarsa, elemanlar yan yana alınır ve çarpanlar bulunur.

Soru : Aşağıdaki ifadeleri çarpanlarına ayırınız.

A) $x^2 - 5x - 24 =$

B) $x^2 + 4x - 60 =$

C) $6x^2 - 13x + 5 =$

D) $4x^2 + 11x - 20 =$

E) $-x^2 - 8x + 9 =$

F) $x^2 + 4xy - 45y^2 =$

G) $a \cdot bx^2 + (b - 2a) \cdot x - 2 =$

H) $x - 14\sqrt{x} + 24 =$

Kural 7: n tek sayı olmak üzere;

$$x^n - y^n = (x - y) \cdot (x^{n-1} + x^{n-2} \cdot y + x^{n-3} \cdot y^2 + x^{n-4} \cdot y^3 + \dots + x \cdot y^{n-2} + y^{n-1})$$

$$x^n + y^n = (x + y) \cdot (x^{n-1} - x^{n-2} \cdot y + x^{n-3} \cdot y^2 - x^{n-4} \cdot y^3 + \dots - x \cdot y^{n-2} + y^{n-1})$$

olarak çarpanlarına ayrılır.

Soru: Aşağıdaki ifadeleri çarpanlarına ayırınız.

A) $x^5 - y^5 =$

B) $a^7 + b^7 =$

Kural 8: Bazı ifadelerde düzenleme (fazla elemanı ayırma) yaparak, grup iki kare farkına dönüşür ve çarpanlarına ayrılabilir hale gelir.

Kimi ifadelerde ise ihtiyacımız olan terim işleme ekleme – çıkartma yapılarak, grup iki kare farkına dönüşür ve çarpanlarına ayrılabilir hale gelir.

Soru : Aşağıdaki ifadeleri çarpanlarına ayırınız.

A) $x^4 - 3x^2 + 1 =$

B) $16m^4 - 49m^2 + 25 =$

C) $9x^4 - 16x^2 \cdot y^2 + 4y^4 =$

D) $m^4 + 4 =$

E) $4x^4 + 3x^2 + 1 =$

F) $x^4 + x^2 \cdot y^2 + y^4 =$

G) $25x^8 + 5x^4 + 9 =$

H) $7x^2 \cdot y^2 - x^4 - y^4 =$

Kural 9: (Değişken Değiştirme)

İçinde aynı terim bulunan polinomda; aynı terimlere değişken değiştirmesi yapılarak, polinom $ax^2 + bx + c$ türüne çevrilir ve çarpanlarına ayrılır.

Soru : Aşağıdaki ifadeleri çarpanlarına ayırınız.

A) $(x + 3)^2 + 3 \cdot (x + 3) + 2 =$

B) $2 \cdot (x - 4)^2 - (x - 4) - 10 =$

C) $(x^2 + x)^2 - 8 \cdot (x^2 + x) + 12 =$

D) $(x^2 + 3x)^2 + 16 \cdot (-x^2 - 3x) - 36 =$

E) $4^x - 2^{x+1} - 8 =$

F) $9^x - 2 \cdot 3^{x+1} + 5 =$

RASYONEL İFEDELER

1) Sadeleştirme Uygulamaları

$\frac{P(x)}{Q(x)}$ ifadesinde; pay ve paydada ortak çarpanlar, varsa bu çarpanlar sadeleştirilir.

Soru : Aşağıdaki ifadelerin en sade halini bulunuz.

A) $\frac{3x - 12}{20 - 5x} =$

B) $\frac{2m^3 - 8m^2.n}{m^2.n - 4m.n^2} =$

C)
$$\frac{mx + 3y + my + 3x}{x + y} =$$

D)
$$\frac{4ab - 2a - 2b^2 + b}{2a - b} =$$

E) $\frac{kx^2 - ky^2}{kx - ky} =$

F) $\frac{3x^2 - 27}{6x^2 + 18x} =$

G) $\frac{2x^2 - 3x - 2}{x^2 + 2x - 8} =$

H)
$$\frac{-m^2 + m + 6}{m^2 + 7m + 10} =$$

i)
$$\frac{2x^2 + xy - 6y^2}{4x^2 - 8xy + 3y^2} =$$

J)
$$\frac{x^2 - 16}{x^2 - 3x - 4} : \frac{x^2 + 4x}{x^2 + x} =$$

K)
$$\frac{x^2 - 3x + 2}{x^2 + x - 2} : \frac{x^2 + x}{x^2 + 3x + 2} =$$

L)
$$\frac{3x^2 - 5x - 2}{x^2 + x + 2} : \frac{x^2 - 4}{x^3 - 1} =$$

M)
$$\frac{(x^2 - y^2) \cdot (x^2 + x.y + y^2)}{(x^3 - y^3) \cdot \left(\frac{1}{x} + \frac{1}{y} \right)} =$$

Örnek: $\frac{x^2 - mx + 36}{x^2 - 6x + 5}$ kesri sadeleştirilebilir ise m pozitif tam sayısı ne olmalıdır ? (Pay ve paydadaki ortak çarpan bulunur.)

$$\frac{x^2 - mx + 36}{x^2 - 6x + 5}$$

Soru : $\frac{x^2 + ax - 11}{3x^2 - 5x - 8}$

sayısı ne olmalıdır ?

kesri sadeleştirilebilir ise a pozitif tam

$$\frac{x^2 + ax - 11}{3x^2 - 5x - 8} =$$

Soru : $\frac{4x^2 + 7x - 15}{x^2 - mx + 12}$ kesri sadeleştirilebilir ise $m \in \mathbb{Z}$ ne olmalıdır ?

$$\frac{4x^2 + 7x - 15}{x^2 - mx + 12} =$$

Soru : $\frac{x^2 + kx + m}{x^2 - 3x - 4}$ kesrinin sadeleştirilmiş hali $\frac{x - 2}{x + 1}$ ise
 $k \cdot m = ?$

2) Rasyonel İfadelerle İşlemler

Verilen ifadelerde payda eşitleme, sadeleştirme v.b. işlemler yapılarak işlemin sonucu bulunur.

Örnek: $\frac{x}{x+1} + \frac{-x}{x-1} = ?$

Soru : $\frac{x}{x+3} - \frac{9-3x}{x^2-9} = ?$

Soru : $\frac{x-y}{x+y} - \frac{x+y}{x-y} = ?$

Soru : $\frac{m}{m + 1} + \frac{m}{1 + 1 / m} = ?$

Soru : $\frac{x^2 - 8x}{x - 3} + \frac{-15}{-x + 3} = ?$

Soru : $\frac{x^2 - 8x}{x - 3} + \frac{-15}{-x + 3} = ?$

Örnek: $\frac{1}{x^2 - 16} = \frac{A}{x - 4} + \frac{B}{x + 4}$ ise A ve B'yi bulunuz.

(İki tarafında paydası eşitlenir ve ortak payda kaldırılır. 1.yol: Polinom eşitliğinden bulunur. 2.yol: x'e uygun değerler verilir ve A ile B sayıları bulunur.)

Soru : $\frac{10 + x}{x^2 + 5x + 4} = \frac{A}{x + 4} + \frac{B}{x + 1}$ ise A ve B'yi bulunuz.

Soru : $\frac{6x}{x^2 + x - 2} = \frac{A}{x - 1} + \frac{B}{x + 2}$ ise $A . B = ?$

3) Rasyonel Denklemler

$Q (x) \neq 0$ olmak üzere $\frac{P (x)}{Q (x)} = 0$ biçimindeki ifadelere

“ rasyonel denklem ” adı verilir.

$P (x) = 0$ çözümünden gelenler işlemin çözüm kümesini verir. *** Yalnız bulduğumuz değer paydayı sıfır yapmamalıdır.

Örnek: $\frac{x^2 - 6x + 5}{x^2 + 2x - 3} = 0$ ise $x = ?$

Soru : $\frac{x^2 + 2x - 15}{x^2 + 4x - 5} = 0$ ise $x = ?$

Soru : $\frac{x^2 - 4x}{x - 1} + \frac{3}{x - 1} + 1 = 0$ ise $x = ?$ (Payda eşitlendikten sonra kural uygulanır.)

Soru : $\frac{x^2 - 15}{x - 4} + \frac{1}{-x + 4} = 0$ ise $x = ?$

Soru : $\frac{1}{x - 1} = \frac{2}{x^2 - 1} + \frac{2}{x - 1}$ ise $x = ?$

Soru : $\frac{4}{x} + \frac{x}{2} - 3 = 0$ ise $x = ?$

Soru : $\frac{x + 3}{x - 4} = \frac{x + 1}{x + 2}$ ise $x = ?$ (İçler dışlar çarpımı yapılır.)

Soru : $\frac{x + 1}{2} = \frac{x + 5}{3x}$ ise $x = ?$